

## プラズマ衝撃波に関する研究：第1報 衝撃波の伝播速度

村岡, 克紀  
九州大学応用力学研究所：助教授

藤田, 順治  
名古屋大学プラズマ研究所

島村, 信  
日本大学理工学部

<https://doi.org/10.15017/4743473>

---

出版情報：応用力学研究所所報. 35, pp.11-23, 1971-09. 九州大学応用力学研究所  
バージョン：  
権利関係：



# プラズマ衝撃波に関する研究

## 第1報 衝撃波の伝播速度

村岡克紀† アダチケイゾー††

藤田順治†† 島村 信†††

### 概 要

0 ピンチ放電により得られたプラズマ流を衝突させることにより完全電離プラズマ中に反射衝撃波を得た。プラズマの諸量、および衝撃波の伝播速度を測定し、後者を流体モデルによる理論と比較し、よい一致をみた。

### 1. ま え が き

完全電離プラズマ中を伝播する衝撃波の構造は、気体衝撃波では見られない荷電分離を含む散逸系によって決定される興味ある問題であるが、さらに衝撃波の構造および挙動が外部から加えた電磁場により制御され、また衝撃波自体も、流速、音速、アルフベン速度の大小関係によって、通常の気体衝撃波では見られない振舞を示し<sup>1)</sup>、現象は極めて多彩になる。プラズマ中の衝撃波の挙動の問題は、上述の現象的な興味のほかに、プラズマ加熱、衝撃波制御とも関連して実用上重要であるので、種々の解析は行なわれてきたが、実験的な研究は、完全電離プラズマを発生する方法、そこに定常衝撃波を伝播させる技術上の困難さから緒についたばかりである。

著者らは、円筒状真空磁気チャンネルの両端からプラズマを超音速で供給し、その衝突により発生した衝撃波を観測する方法によって、完全電離プラズマ中の衝撃波の研究を行なった。この方法によれば、粒子間衝突の十分な（従って、連続流体の方程式による記述が可能である）、完全電離プラズマ中の衝撃波が実現できる。

通常、プラズマ加熱で問題になるのは、無衝突プラズマ中での衝撃波、ないしプラズマ乱流的挙動であるが、本研究はまず、粒子間衝突の十分なプラズマ中での衝撃波の諸性質を調べておこうとするものである。密度を徐々に低下させ、粒子間衝突の十分なプラズマから、無衝突プラズマ中の衝撃波への移行を調べることが、つぎの課題として残されている。本報は、これら諸課題へのとりかかりのいとぐちとして、まず粒子間衝突の十分な不均一プラズマ中を伝播する衝撃波の伝播特性についての実験、および解析結果を述べたものである。

### 2. 実 験 装 置

図1に実験装置本体の略図を示す。中央のステンレス鋼製真空容器（内径 50mm, 長さ約 4 m, 背

† 九州大学助教授, 応用力学研究所

†† 名古屋大学プラズマ研究所

††† 日本大学理工学部

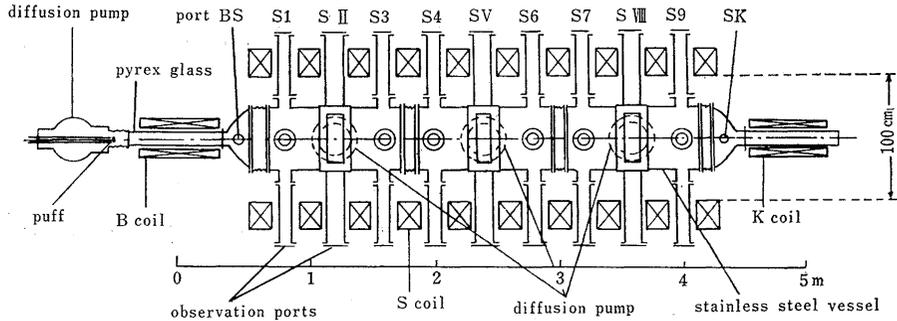


図 1 実験装置

圧  $1 \times 10^{-6}$  mmHg 程度) には、最大 2 kG の軸方向一様定常磁場をかけることができる。本実験では、この真空容器の両端にセラミックの傘形管を介して内径 120 mm のパイレックスガラス管を取りつけ、この部分へパフ（高速作動弁）を用いて中性ガス（主としてヘリウム）を打込み、適当な遅延時間のうちガラス管のまわりのコイル（BコイルおよびKコイル）に立ち上りの早い大電流を流して、管内で  $\theta$  ピンチ放電を行なわせる。発生したプラズマは、両端から真空容器中へ膨張していくが、その際荷電粒子は一様磁場に沿って流れるのに対して、中性粒子は磁場にとらえられることなく、容器内に一様に膨張するので、中心軸付近のプラズマ中に中性粒子の占める割合は小さい、すなわちほぼ完全電離のプラズマ流が得られる。

本実験では両端からの完全電離プラズマ流を真空容器中央部付近で衝突させ、そこで発生して両端方向に伝わる衝撃波を観測した。

なお、真空容器には、図 1 に示すように軸方向 40 cm ごとに、プローブ挿入、光観測用の観測孔が設けられており、それぞれ S I ~ S IX の番号を付した。

この装置で得られるプラズマの諸パラメータについては、本研究着手以前に、すでに詳しく調べられているが、そこで用いられた測定法を被測定量とともに表 1 に示す。これらの測定で得られた諸データは、以下の本研究結果の解析にそのまま用いた。

表 1 使用した測定法一覧

測定の対象	測定手段
プラズマの形	STL 高速度カメラ, 流しカメラ 静電探針, 多ヘッド磁気探針
プラズマ密度 $n$	静電探針のイオン飽和電流 $j_{is}$
電子温度 $T_e$	パルス静電探針の特性
イオン温度 $T_i$	$H_e^+$ スペクトル線のドップラー-拡がり ( $H_e \text{ II } 4686 \text{ \AA}$ )
プラズマ圧力 $P_{\perp}$ ( $=n_e k T_{e\perp} + n_i k T_{i\perp}$ )	プラズマの反磁場をループで
プラズマの流速 $u$	$H_e^+$ スペクトル線のドップラーシフト 方向性複探針
衝撃波の伝播速度 $D$	軸方向に並べたループおよび静電探針の信号から

### 3. 結果および考察

#### 3.1 プラズマ流の性質

上に述べたように、図1のBコイルのみに電流を流して放電を起こさせ、得られたプラズマの性質は、表1に示した測定法により本研究着手以前に詳しく調べられているが<sup>2)</sup>、諸量のオーダーを示すため図2~4に結果のみを掲げた。図2は、 $z-t$ 平面上でのマッハ数分布、粒子数密度分布、図3はイオン温度の時間的減衰(熱平衡に近いので $T_i \sim T_e$ である。また温度は、放電後の時間を指定すれば各点ではほぼ等しい、すなわち $T_i$ は時間のみ関数になっている)、図4は流速の時間的変化を示す。

これらの結果から、プラズマ中では粒子間衝突が十分で(平均自由行程 $\sim 1$  mm)熱平衡の完全電離プラズマの超音速流が実現していることがわかる。

#### 3.2 プラズマ流の衝突による衝撃波

上記Bコイルと同一のコイルを図1のKコイルの位置に設置し、両者を同時に放電させることによ

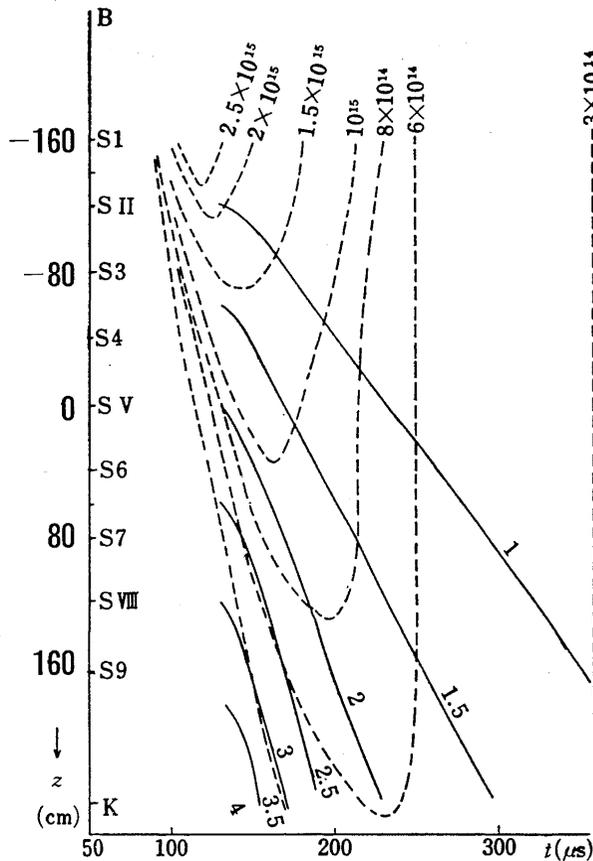


図 2  $z-t$ 平面におけるマッハ数(実線)および粒子数密度(点線)分布

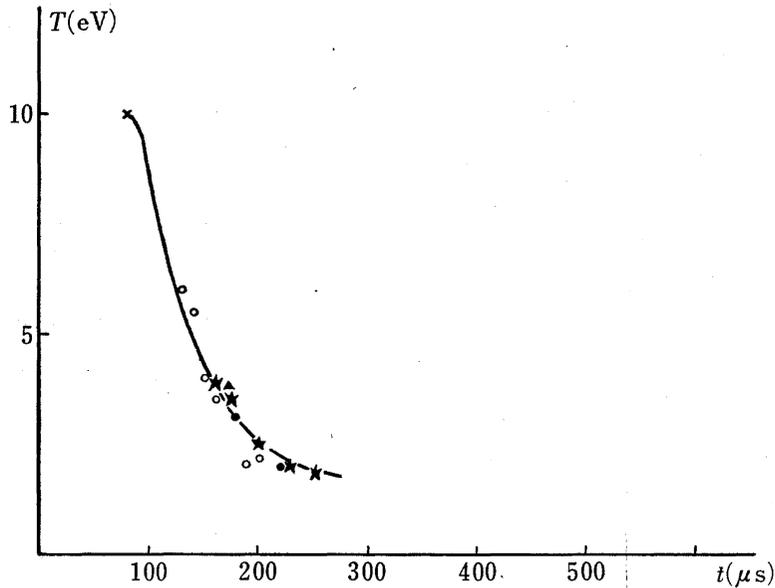


図 3 イオン温度の時間的变化

て得られる超音速プラズマ流を真空容器の中央部で衝突させた結果得られる衝撃波について計測を行った。

まず、直径約 1 mm の多ヘッド磁気探針により、測定点 SV でのプラズマ流の衝突前後の半径方向拡がりを測定した。結果を図 5 に示す。磁気探針の出力はその点での圧力を示すものと見てよいが、図 5 によれば、B コイルのみ放電させて得られたプラズマ流の形状と、両方からのプラズマ流衝突後の形状は不変であること、すなわちプラズマの径方向への損失が、衝撃波の発生、または衝撃波面の通過によって特に著るしくは増加しないことがわかる。

つぎに、衝撃波後のプラズマの様子を調べるために、軸方向に 40 cm の間隔で置かれたループによってプラズマの圧力を測定した。その結果を図 6 に示す。同図は、衝撃波後のプラズマ圧力がほぼ一定と見なしてよいことを示しているが、この事実、衝撃波の伝播速度が衝撃波背後の音速よりも遅いので、もしも圧力の不均一がある場合、音速の程度で不均一性をならそうとすることを考えれば、妥当な結果である。

衝撃波の軸方向への伝播状況<sup>†</sup>を、上記圧力測定に用いたループ、および同様に軸方向に並べた静電探針により測定した。結果を図 7 のプロット点で示す。同図より、衝突点 SV から離れるに従って伝播速度はやや減衰していることがわかる。

<sup>†</sup> 圧縮性電磁流体力学<sup>1)</sup>によれば、磁場に平行に伝わる衝撃波は衝撃波前方の音速  $V_S$ 、アルフベン速度  $V_A$ 、流体の衝撃波に相対的な流入速度  $V_F$  の大小によって、二種類存在しうるが、今の場合  $V_S < V_F < V_A$  であるので、音速を横切る衝撃波すなわち通常の圧縮性流体で見られるものと同一性質のもののみが現われる。

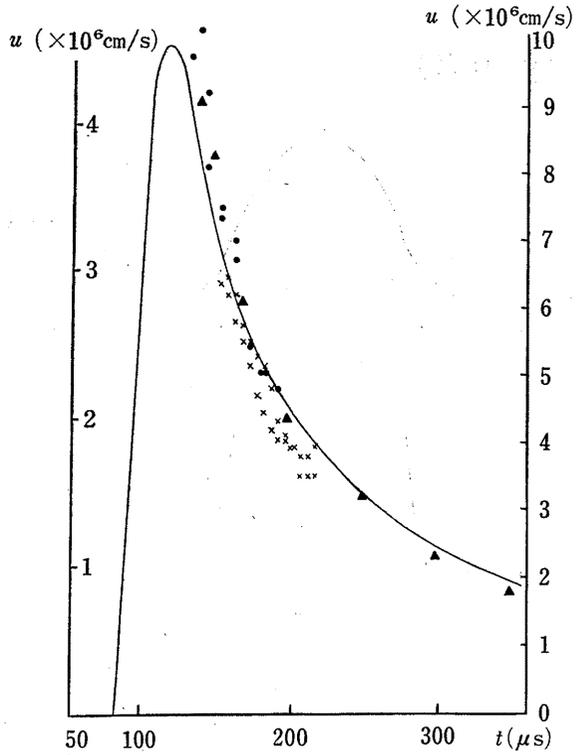


図 4 プラズマ流速の時間的变化  
 ▲  $z = -20$  cm で測定 左スケール ●, ×  $z = 240$  cm で測定 右スケール  
 実線は簡単なモデルによる計算値<sup>2)</sup>

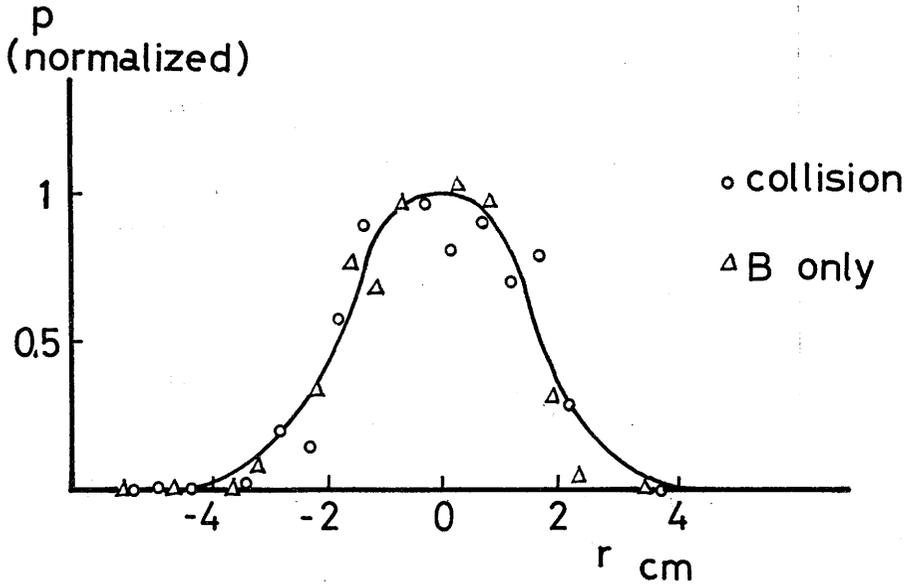


図 5 プラズマ圧力の半径方向分布

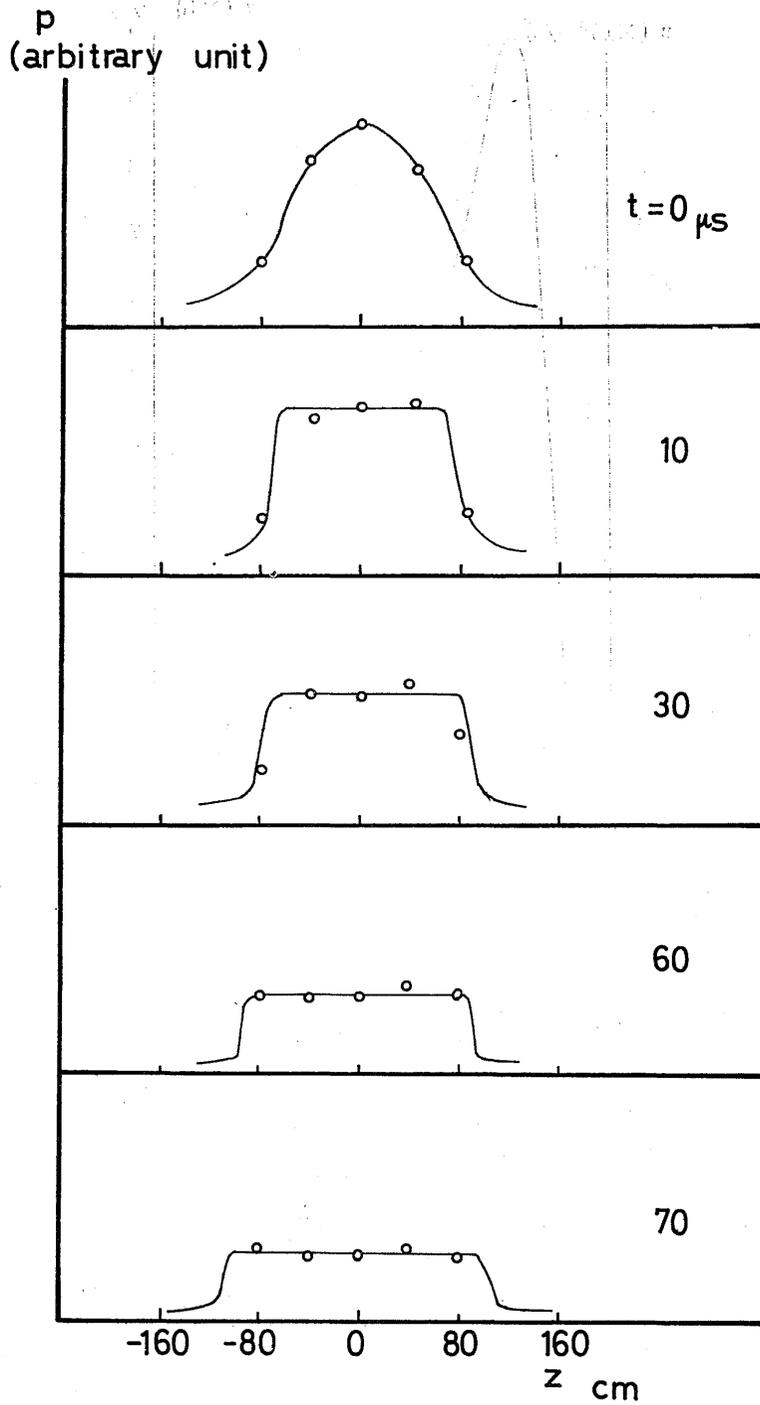


図 6 プラズマ圧力の軸方向分布

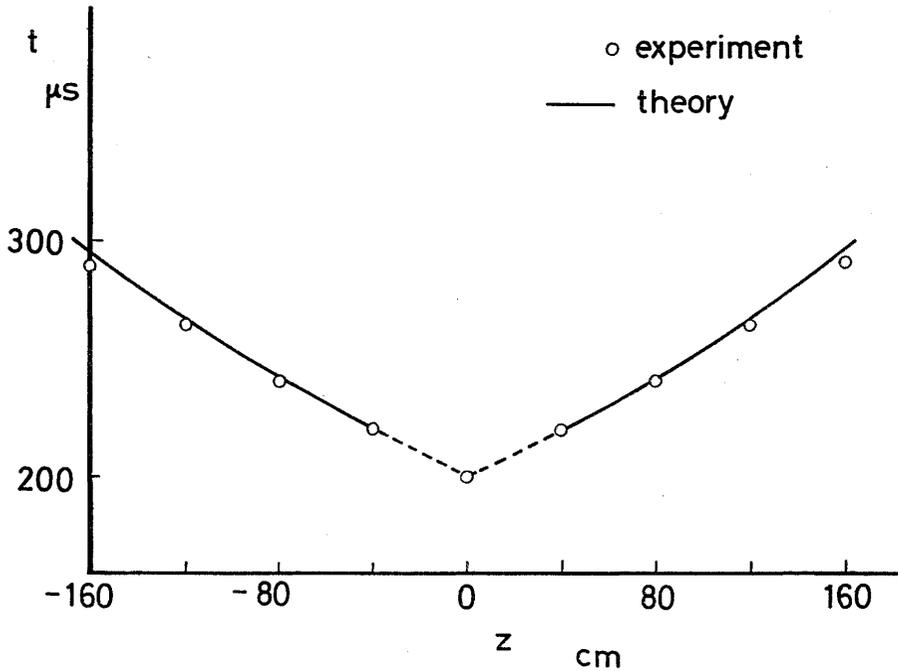


図 7 衝撃波の伝播状況

### 3.3 不均一媒質中への反射衝撃波の伝播速度の解析

#### 3.3.1 一般的定式化

ここでは、一般的に一次元†の反射衝撃波の挙動を記述する方程式を導く。  $n, u, p, T$  によって、それぞれ粒子数密度、流体の速度、圧力および温度を示す。空間座標を  $z$ 、時間を  $t$  で表わせば、これらはすべて  $z, t$  の関数であるが、それを頭わに示すために、 $n(z, t)$  などと記す。衝撃波の伝播速度を  $D$  で示す。また、衝撃波後の諸量に \* をつけて示す。

まず、図8の対照面に対して質量保存の式を書けば、

$$\int_0^a \frac{\partial n^*(z, t)}{\partial t} dz = u(a, t)n(a, t) - D(t)\{n^*(a, t) - n(a, t)\}, \quad (1)$$

同様に、図9の対照面に対する質量保存から、

$$u^*(z, t)n^*(z, t) = -\int_0^z \frac{\partial n^*(z, t)}{\partial t} dz, \quad (2)$$

つぎに、図10の対照面に対して運動量保存の式を書けば、

† 図5から明らかなように、本実験で実現されているプラズマ流は、諸量の半径方向の分布があり、通常の意味での一次元性は満していないが、密度や圧力の半径方向分布があっても、その相対的な分布形状が変化しなければ、流れや衝撃波の伝播に対しては、それらの絶対値は頭わな形で入って来ないため一次元的に取扱える。

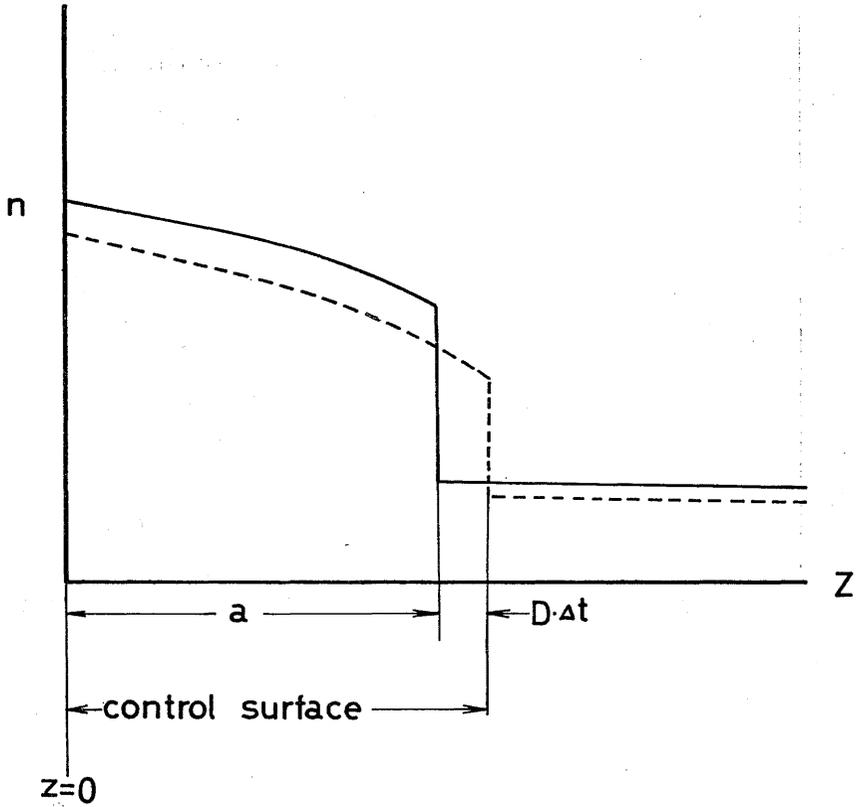


図 8 式 (1) 導出の際の対照面

$$p^*(0, t) - p^*(z, t) = \int_0^z \frac{\partial}{\partial t} \{mn^*(z, t)u^*(z, t)\} dz + mn^*(z, t)u^{*2}(z, t), \quad (3)$$

同じく図10の対照面に対してエネルギー保存の式を書けば,

$$\lambda \frac{\partial T^*(z, t)}{\partial z} = \int_0^z \frac{\partial}{\partial t} \{mn^*(z, t)c_v T^*(z, t)\} dz + \left\{ c_p T^*(z, t) + \frac{u^{*2}(z, t)}{2} \right\} \times mn^*(z, t)u^*(z, t), \quad (4)$$

となる。ただし、 $m, \lambda, c_v, c_p$  はそれぞれ質量、熱伝導度、定圧比熱および定容比熱を示す。

これらの式は、未知数  $n^*, u^*, T^*, a$  ( $p^* = n^*kT^*$ ) の4個を決定するための方程式となるが、補助的な条件として、衝撃波マッハ数  $M_s$  を

$$M_s = \frac{u(a, t) + D(t)}{\sqrt{\gamma R_i T(a, t)}}, \quad (5)$$

で定義し、衝撃波速度  $D$  は

$$D = da/dt, \quad (6)$$

で表わされる。

式(1)~(4)を衝撃波面での境界条件 (Rankine-Hugoniot の式)

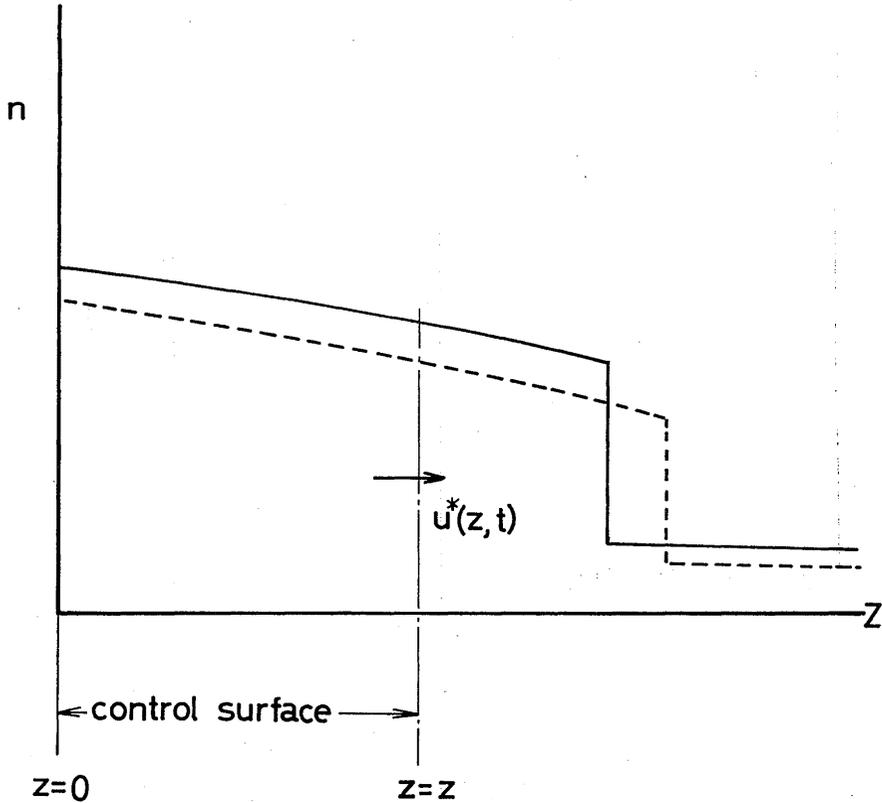


図 9 式 (2) 導出の際の対照面

$$\frac{n^*(a, t)}{n(a, t)} = \frac{4}{1+3/M_s^2}, \quad (7)$$

$$\frac{T^*(a, t)}{T(a, t)} = \frac{1}{16} (14+5M_s^2-3/M_s^2), \quad (8)$$

の下で解けば、求める諸量の分布が得られる。

ところで、式(1)~(4)は複雑な微積分方程式であるので解析的な解は得られず、数値計算を行なうにもかなりの手間を要する。そこで、以下には前節までに述べた実験条件に妥当な近似を行ない、本実験結果と比較を行なう。

### 3.3.2 $p^*(z, t) \equiv p^*(t)$ の仮定

図6に示したように、衝撃波後方のプラズマの圧力はほぼ一定と見なせるので、 $p^*(z, t) \equiv p^*(t)$  と置けば、問題は簡単化される。

式(2)を  $u^*(z, t)$  について解き、式(3)に代入すれば、

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} \int_0^z n^*(z, t) dz \right\}^2 - n^*(z, t) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^z n^*(z, t) dz = 0, \quad (9)$$

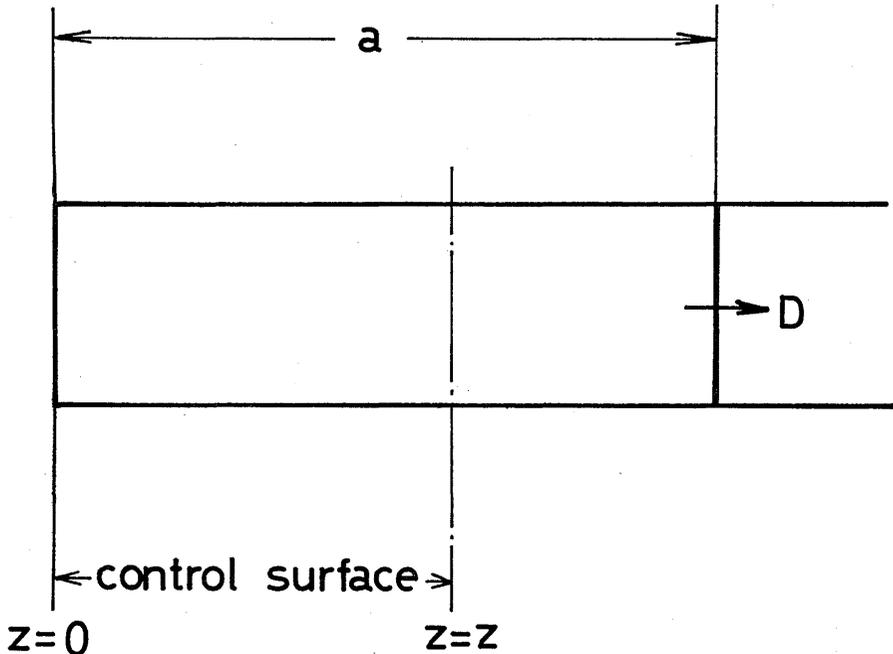


図 10 式(8)(4) 導出の際の対照面

が得られる。境界条件(7)の下で、式(1), (9)を解けば、 $n^*(z, t)$ ,  $a(z, t)$  を、従って他の諸量も求めることができる。式(1), (9)は通常の差分計算で結果を求めることができるが、かなり複雑なので、実験値との比較は、つぎのさらに簡単化したモデルの下での計算により行なった。

### 3.3.3. $p^*(z, t) \equiv p^*(t)$ , $n^*(z, t) \equiv n^*(t)$ の仮定

#### (a) 式の導出

図6に示したように、衝撃波後の圧力が軸方向にほぼ一様であるということは、実験的に確認されたが、これは必ずしも密度、従って温度が軸方向に一様であることを保証するものではない。しかし、逆にもし密度こう配が存在するとすれば、圧力が一様であるためには温度こう配は密度こう配と逆向きでなくてはならず、かえって考え難いことである。そこで、衝撃波後では、圧力がほぼ一様であるという実験結果と、密度も(従って温度†も)一様であろうという、もっともらしい仮定をすれば、問題が極めて単純化され、数値計算が容易になる。

この仮定の下では、式(1)のみで定式化は完結し、

$$a \frac{dn^*(t)}{dt} = u(a, t)n(a, t) - D(t)\{n^*(t) - n(a, t)\}, \quad (10)$$

を式(7)の境界条件の下で解けばよいことになる。

計算の便宜のために、衝撃波マッハ数  $M_s$  のほかに、静止座標系に対する流れのマッハ数  $M_f$  を次

† 衝撃波後の温度の軸方向分布を計測して確認する予定である。

式で定義する.

$$M_f = \frac{u(a, t)}{\sqrt{\gamma R_i T}(a, t)}, \quad (11)$$

(b) 無次元化

基準点  $t=t_0$  に於ける諸量に添字 0 をつけて、つぎのように表わす.

$$\left. \begin{aligned} n(z, t) &= n_0 N(\bar{z}, \bar{t}), \\ u(z, t) &= u_0 U(\bar{z}, \bar{t}), \\ a(t) &= a_0 A(\bar{t}), \\ n^*(t) &= n_0^* N^*(\bar{t}), \\ T(z, t) &= T_0 T^2(\bar{z}, \bar{t}), \\ M_{f0} &= u_0 / \sqrt{\gamma R_i T_0}, \\ M_{s0} &= (u_0 + D_0) / \sqrt{\gamma R_i T_0}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ここで,  $\bar{z}, \bar{t}$  にはつぎの無次元化を行なう.

$$\bar{t} = t \frac{u_0}{a_0}, \quad \bar{z} = \frac{z}{a_0}. \quad (13)$$

これらを用いて, 式(5), (7), (10), (11)を無次元化すれば,

$$M_f = M_{f0} \frac{U}{T}, \quad (14)$$

$$M_s = M_{f0} \frac{dA/d\bar{t} + U}{T} = \sqrt{\frac{3}{(1+3/M_{s0}^2) N/N^* - 1}}, \quad (15)$$

$$\frac{dN^*}{dt} = \left[ \frac{1}{4} (1+3/M_{s0}^2) UN - \frac{dA}{d\bar{t}} \{N^* - \frac{1}{4} (1+3/M_{s0}^2) N\} \right] \frac{1}{A}, \quad (16)$$

が得られる†.

(c) 基準点におけるこう配

基準点  $t=t_0$  においては  $U=N=A=N^*=T=1$  であるから, 式(16)より,

$$\left. \frac{dA}{d\bar{t}} \right|_0 = \frac{D_0}{u_0} = \frac{M_{s0}}{M_{f0}} - 1, \quad (17)$$

式(16)より,

$$\left. \frac{dN^*}{d\bar{t}} \right|_0 = \frac{3}{4} \left( \frac{1}{M_{s0}^2} - 1 \right) \frac{M_{s0}}{M_{f0}} + 1. \quad (18)$$

これらは, 計算の初期条件を決定する際有用であり, グラフにして図11に示した.

(d) 実験条件下での数値計算

† 衝撃波前方の状態にこう配がなければ, 式(14)~(16)において,  $U=T=N=1$  と置いて

$$\begin{aligned} M_f &= M_{f0}, \\ \frac{dA}{d\bar{t}} &= \frac{1}{M_{f0}} \sqrt{\frac{3}{(1+3/M_{s0}^2)/N^* - 1}} - 1, \\ \frac{dN^*}{d\bar{t}} &= \frac{1}{4} (1+3/M_{s0}^2) - \frac{dA}{d\bar{t}} \{N^* - \frac{1}{4} (1+3/M_{s0}^2)\}, \end{aligned}$$

となり, 通常の, 衝撃波管における反射衝撃波の伝播を与える式になる.

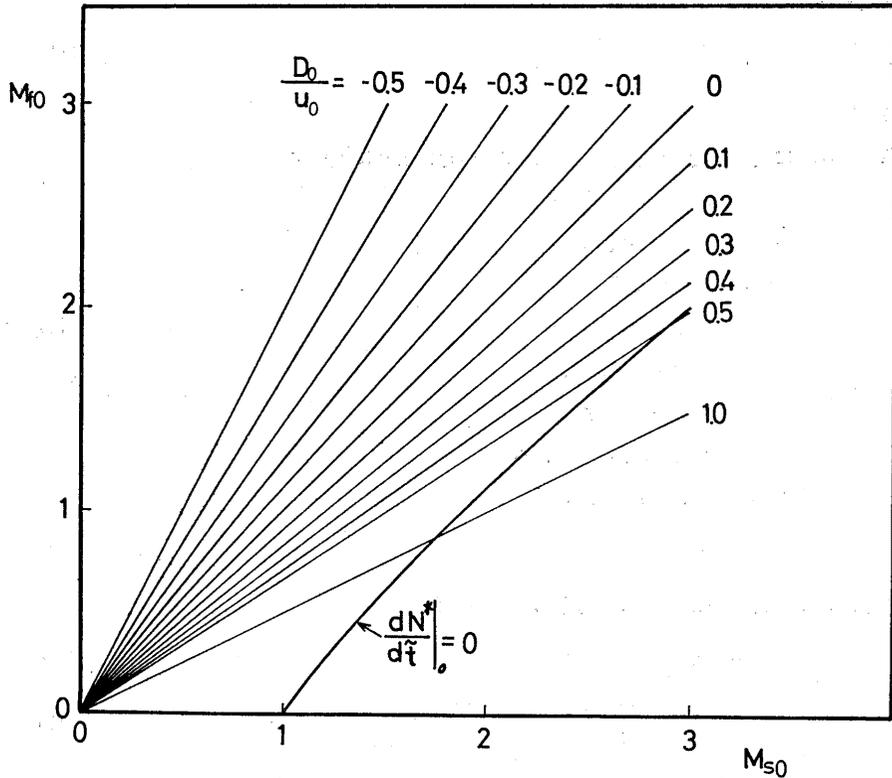


図 11  $M_{j0}$  および  $D_0/u_0$  から  $M_{s0}$  を決定するための図

基礎方程式は、式(15)、(16)より

$$\frac{dA}{d\bar{t}} = -U + \frac{T}{M_{j0}} \sqrt{\frac{3}{(1+3/M_{s0}^2) N/N^* - 1}} \quad (19)$$

$$\frac{dN^*}{d\bar{t}} = \left[ \frac{1}{4} (1+3/M_{s0}^2) UN - \frac{dA}{d\bar{t}} \left\{ N^* - \frac{1}{4} (1+3/M_{s0}^2) N \right\} \right] \frac{1}{A}, \quad (20)$$

であるが、これを解くためには  $U$ ,  $N$ ,  $T$  が  $\bar{z}$ ,  $\bar{t}$  の関数として与えられていなければならない。ここでは、図2～4を基にした、つぎの実験式を使った。

$$N = 0.448 - (0.0434 + 0.0352\bar{z})(\bar{t} - 18.01), \quad (21)$$

$$U = -(0.167 - 0.030\bar{z})(\bar{t} - 18.38), \quad (22)$$

$$T^2 = 2.990 - 0.180\bar{z}. \quad (23)$$

ただし、 $\bar{z}=0$  を  $SV$  の位置に、 $\bar{t}=0$  を  $\theta$  ピンチ放電開始時間にとった。

以上の手続きにより、式(19)、(20)を数値計算した結果の、衝撃波の伝播状況を図7に実線で示した。ただし、同図において、初期条件としてはS6の点の諸量を用いた。 $(M_{j0}$  および  $U_0/D_0$  から  $M_{s0}$  を決定する方法は図11に示した)。

図7からわかるように、衝撃波の伝播状況は本計算によって極めてよく近似されている。衝撃波後の

温度の時間的減衰の様子も定性的に本計算結果と一致するが、さらに詳しい計測によって確認する予定である。

#### 4. 結 論

- (1) 真空容器両端に置いた  $\theta$  ピンチ装置により得られるプラズマを、容器中へ磁場に沿って膨脹させ、容器中央部で衝突させることにより、両端に向けて伝播する、完全電離プラズマ中の衝撃波を実現することができた。
- (2) 得られたプラズマの諸パラメータ、衝撃波の伝播速度を測定した。また、現象が一次元的に取扱えるものであることを確認した。
- (3) 一次元不均一媒質中を伝播する衝撃波の挙動を記述する一般的な方程式を導いた。
- (4) この式を、実験条件を満たす範囲内で単純化して数値計算を行ない、実測値と比較した結果よい一致をみた。

以上、本報告の範囲では、作動流体がプラズマであるという特性は、計測法にプラズマ特有のものが用いられる、という以外には流れ自身の性質としては入っていない。今後、衝撃波の構造、密度を低下させて無衝突プラズマへの移行、などを問題にする際には、プラズマの特性が顕わに現われてくるであろう。本報告は、それらの問題を解明するための第一歩としての意義を有するものである。

なお、本研究は昭和45年度の名古屋大学プラズマ研究所共同研究の一環として行なわれたものである。

#### 文 献

- 1) Anderson, J. E., *Magnetohydrodynamic Shock Waves*, MIT Press, 1963.
- 2) Annual Rev., Inst. of Plasma Physics, Nagoya University, Apr. 1966-Mar. 1967, pp. 20-38. Apr. 1967-Mar. 1968, pp. 17-40. Apr. 1968-Mar. 1969, pp. 15-43.

(昭和46年6月12日 受理)