

U字管内の自由振動流れ

種子田, 定俊

<https://doi.org/10.15017/4743470>

出版情報：応用力學研究所所報. 34, pp.101-108, 1970. 九州大学応用力学研究所
バージョン：
権利関係：



U 字 管 内 の 自 由 振 動 流 れ

種 子 田 定 俊

概 要

U字管の中で自由振動する液体の流れを熱線流速計およびフロービジュアライゼーションにより測定した。実験結果は次のごとくである。(1) 壁の近傍を除いて速度分布は一樣である。(2) 壁の近傍の流体運動の位相は中央部よりも進んでいる。(3) 振幅が小さい間は乱流は発生しない。(4) 振幅を大きくしてゆく時はじめて乱流が現われるのは液柱が逆流する瞬間である。(5) 振幅の増大とともに乱流発生の時期は早くなる。(6) 最初の最大速度の時に乱流が発生するのは $U^2/\nu f$ の値が約 10^7 の時である。ただし、 U は液柱の速度、 ν は液体の動粘性係数、 f は振動数。(7) 自由振動の周期は振幅が大きい時 $2\pi\sqrt{L/2g}$ より小さい。ただし L は液柱の長さ、 g は重力の加速度。

1. 緒 言

層流から乱流への遷移は流れの不安定性と非線型性に基づく複雑な現象である。Reynolds¹⁾ 以来数多くの研究がなされてきたが、過去における研究の大部分は定常な境界層に関するもので、非定常境界層の場合は未だほとんど手をつけられていない。

静止から動き出した物体の境界層は最初厚み zero から出発して次第に厚みを増してゆくが、その大きさの程度は $\sqrt{\nu t}$ である。ここに ν は動粘性係数、 t は運動開始からの時間である。また物体が正弦的に振動運動する場合の境界層の厚みは $\sqrt{\nu/f}$ の程度である。ただし f は振動数。従って、 t または $1/f$ が小さい場合には、たとえ流速がいかに大きくとも、境界層は非常にうすく、層流を保つことが予想される。例えば血液の流動を考えると、大きな血管では直径と最大流速でとった Reynolds 数は5,000の程度であり、定常な円管流であれば当然乱流に遷移しているはずである。しかし血液の流れは毎秒約1回の割合で心臓から送り出される脈動流であって、境界層の厚みは血管の太さに無関係に1mmの程度を越えることができない。すなわち境界層の厚みでとった Reynolds 数は高々200の程度であるので血管の流れは常に層流を保っていると考えるのが自然であるように思われる。しかしこのことは未だ確認されていない²⁾。次に魚の抵抗の問題を考えて見よう。魚やいるか、くじらなどは予想されるよりもはるかに早く泳ぐことが知られている。魚の長さで取った Reynolds 数は 10^7 の程度であり、もし定常流であれば当然乱流へ遷移しているはずであるが、なんらかの理由で表面境界層が層流を保っているのに違いないと信じられている。その理由を表皮のフレキシビリティや粘液の作用に求めようとする人達によって色々の説が行なわれているが未だ結論に達していない³⁾。ここで注意すべきことは、魚やいるかの流れはかなり複雑な非定常流であるということである。今後はこの方面からの研究も

進められるべきであると思われる。

非定常流の場合には境界層の速度分布は刻々と変化するので、ある瞬間に不安定を示すべき攪乱が加えられても、次の瞬間には安定領域に入ってしまう、結局乱流へ遷移することができないまいつまでも層流を保つ可能性が考えられる。しかし、もし攪乱の増幅率が非常に高ければ各瞬間毎の速度分布に従って夫々瞬間的に乱流が発生するであろう。実際はどのようなのであろうか。

本論文は非定常境界層の遷移を支配するパラメタとその臨界値に関する手がかりを得るための第一歩として、U字管内の液体の自由振動流れを熱線流速計とフロービジュアリゼーションで調べた結果の報告である。

2. 実験装置と方法

実験装置の概略は Fig. 1 に示されている。使用されたU字管はアクリライト製で、内径は2.15 cm

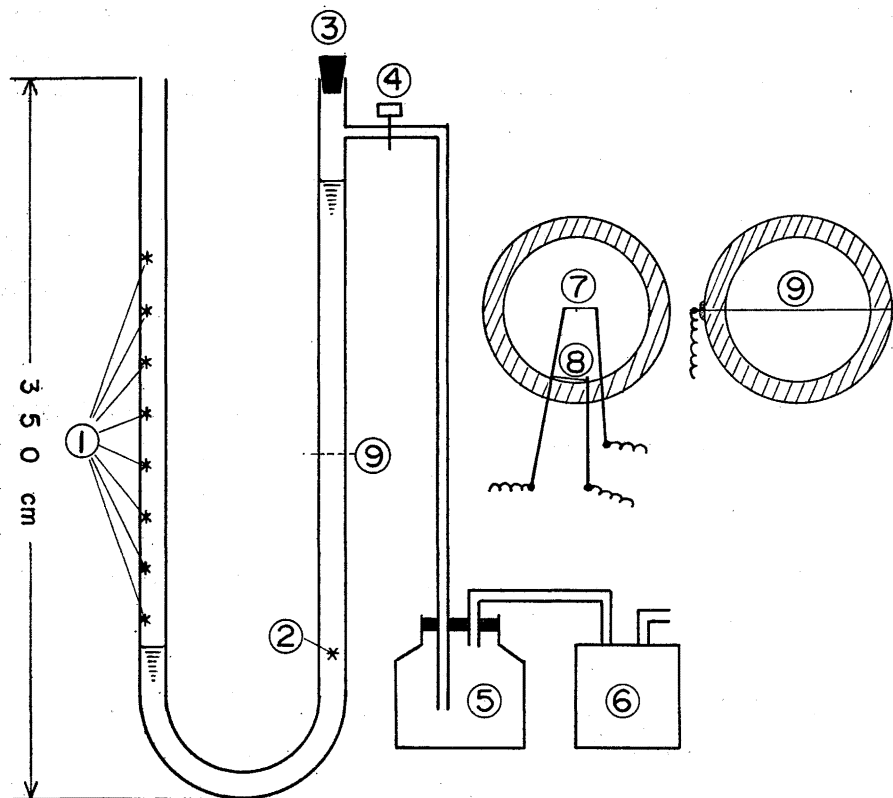


Fig. 1 実験装置略図

①水位測定用熱線、②乱れ測定用熱線、③ゴム栓、④コック、⑤真空槽、⑥真空ポンプ、⑦中央部乱れ測定用熱線、直径50 μ 白金線、⑧壁部乱れ測定用熱線、直径50 μ 白金線、⑨フロービジュアリゼーションのための水素気泡発生用白金線、直径50 μ 。

と 2.80 cm の 2 種類である。U 字管の片側の端をゴム栓でふさぎ、真空ポンプによって水柱を必要の高さまで吸い上げる。その状態でコックを止めてしばらく放置し、水が完全に静止するのを待ってゴム栓を急に手で取り除くと、その瞬間から水柱は自由振動を開始する。U 字管の長さは 8 m、高さは 3.5 m である。実験は水柱の長さを 2.5 m から 3.5 m の間で色々に変えて行なわれた。

乱れ測定用の熱線の位置は図に示されているように U 字管の一方の鉛直部分の下端付近、内壁から 0.2 mm および 10 mm の 2 ヶ所である。熱線としては直径 50 μ 、長さ約 5 mm の白金線が使用され、2 本の熱線からのシグナルはオシログラフペーパーの上に同時に記録された。加熱電流は約 0.6 A である。一方水柱の水面の移動速度は U 字管のもう一方の鉛直部分に 10 cm 間隔に多数の熱線を入れて測定した。水面が夫々の熱線を通過する時のシグナルを検出することによって 10 cm 毎の平均移動速度を求めることができる。

流れの円管断面内の速度分布はフロービジュアリゼーションにより測定した。水柱の鉛直部分の 1 ヶ所にパイプの直径に沿って 50 μ の白金線を水平に張り、それを陰極とし、他方の U 字管の鉛直部分に入れた銅線を陽極として水柱の電気分解を行なうと、50 μ の白金線から無数の微少な水素気泡が吐き出される。その水素気泡に光を当てると真白に輝いて見えるので水の動きを可視化することができる。

3. 実験結果と議論

最初に水素気泡法による流れの速度分布の測定結果について述べる。水が静止している時には水素気泡は自身の浮力でゆっくりと上昇する。しかしゴム栓がぬかれて水が下方へ移動しはじめると水素気泡は水とともに下方へ動きその前端は速度分布を表示する。Fig. 2 はパイプ直径 2.8 cm、初期水位差 10.9 cm の時の水素気泡法による流れの写真である。最初の間は境界層の厚みはほとんど zero で速度分布は全断面にわたって一様である。時間とともに境界層の厚みは次第に増大するが、その厚みはパイプの直径にくらべれば極めて小さい。やがて水柱が最下点に達し、逆流し始めると、新しく白金線から水素気泡の sheet が今度は上方へ向かって吐き出される。流れの方向が逆転する時期は壁の近傍が最も早く、中央部はおくれて逆転する。そのために水素気泡の sheet の形は写真上では 2 本の「つの」を持っているように見える。この「つの」の部分が境界層で、中央の大部分は一斉に揃って流れていることがわかる。

次に Fig. 3 は振幅が小さい時の熱線のシグナルの 1 例であるが、明らかに壁の近傍と中央部とで速度に位相差が見られる。この写真の場合水柱の長さ 265 cm、周期 2.33 s であるが、壁の近傍の振動の位相が中央部よりも 0.21 s 進んでいる。位相差は振動の最初の半周期で発生し、その後は正確にこの位相差を保ち続ける。このことは理論計算の結果とも一致している⁴⁾⁵⁾⁶⁾。

本実験の結果発見された非常に興味あることは、自由振動の周期 T が振幅によって異なることである。理論計算の結果によれば、完全流体の場合周期は $T_0 = 2\pi\sqrt{L/2g}$ (L は液柱の長さ、 g は重力加速度) で振幅に無関係であり、また粘性流体の場合でも層流である限りやはり振幅に無関係でしかも T_0 よりも大でなければならない。ところが本実験の結果では振幅が小さい時には確かに T_0 よりも大であるが、振幅が大きい時には T_0 よりもかなり小さくなっている。Fig. 4 は $L=345$ cm、 $T_0=2.64$ s

$$L=356\text{cm}, \quad d=2.8\text{cm}, \quad h=10.9\text{cm}, \quad T=2.72\text{s}$$

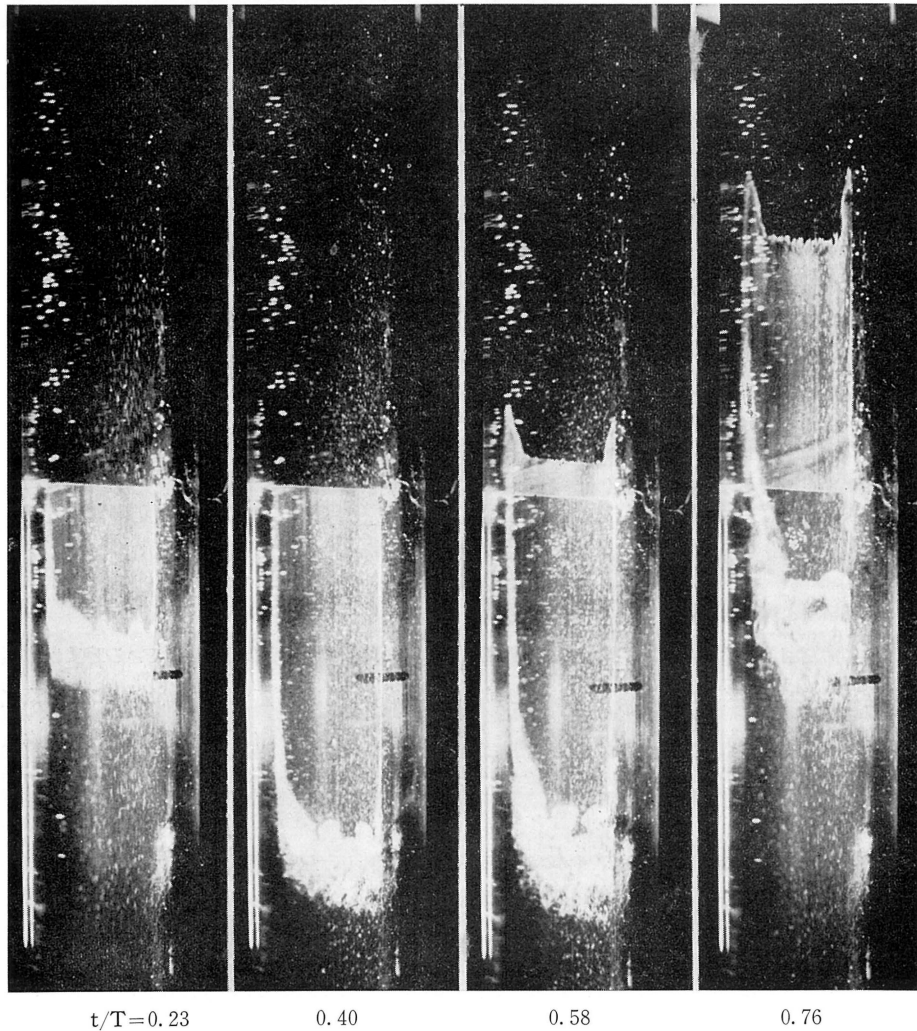


Fig. 2 水素気泡法による流速分布の写真

パイプ断面の大部分は一樣な速度分布を持っていること、壁の近傍のうすい層は中央部よりも早く逆流を開始すること、流速の最大振幅の位置は壁の近くにあることなどがわかる。

の場合の熱線のシグナルであるが、振幅が 258.5 cm の時 $T=2.58\text{ s}$ で T_0 よりも小さく、振幅が減衰するに従って T は次第に増大、振幅が数 cm 以下では $T=2.75\text{ s}$ で T_0 よりも大きいことがわかる。他のすべての測定結果も一致してこのことを明瞭に示している。計算結果が実験結果と合わない原因としては、計算で省略された表面張力、パイプの曲り、水柱の端における secondary flow、空気の抵抗、乱流の発生などが考えられるが、何が本当の原因であるのかまだ不明である。

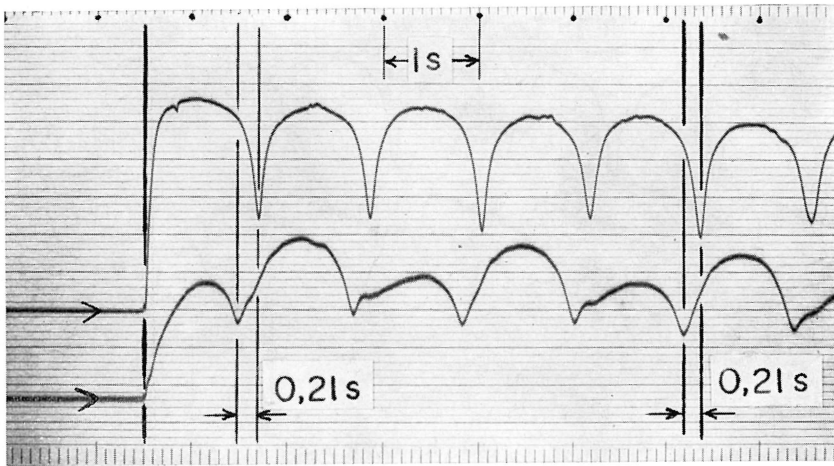


Fig. 3 パイプの中央と壁近傍の流速に位相差があることを示す
熱線流速計のシグナル

パイプ直径 2.8cm, 水柱の長さ 265cm, 周期 2.33s, 初期水位差 15cm; 上方の曲線は中央部, 下方の曲線は壁の近くの熱線のシグナルである. 壁の近くの流れの位相が中央部よりも 0.21s 進んでいる.

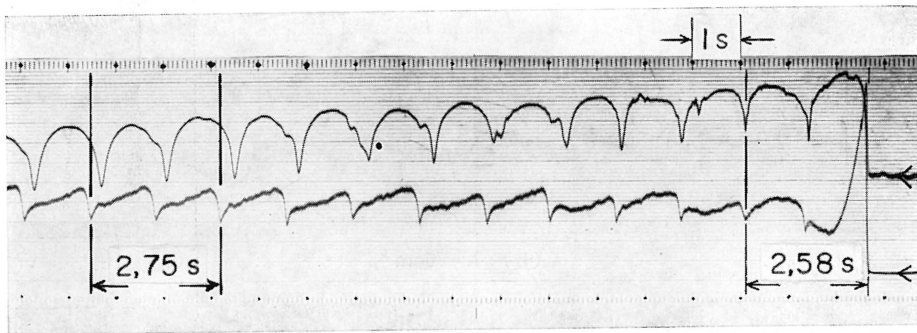
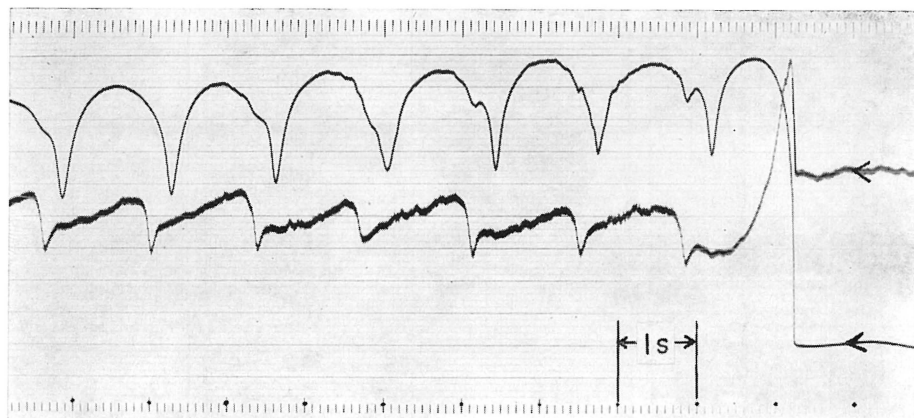
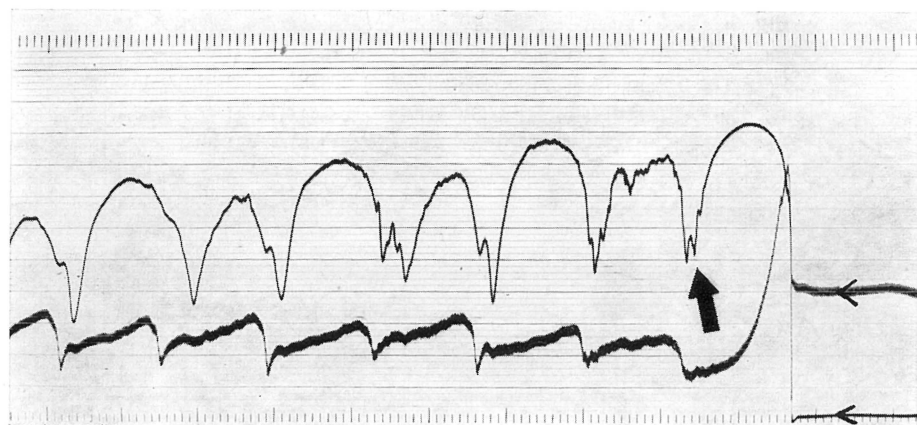
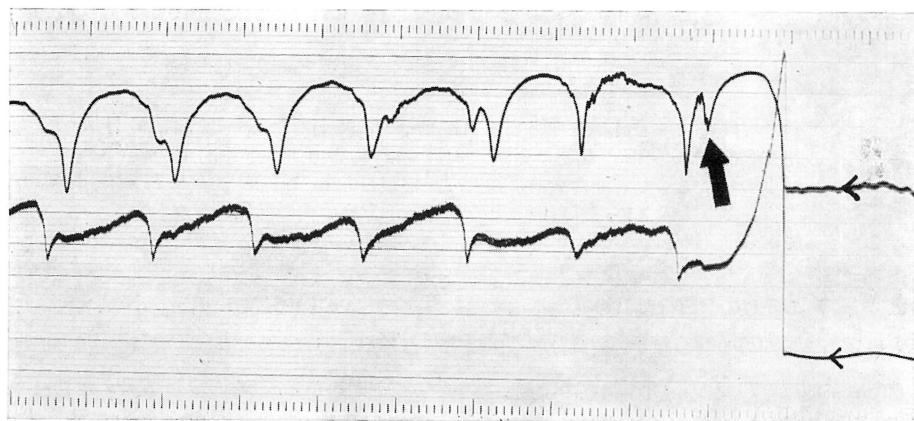


Fig. 4 振幅によって周期が異なることを示す熱線流速計の
シグナルの一例

パイプ直径 2.15cm, 水柱の長さ 345cm, $T_0 = 2\pi\sqrt{L/2g} = 2.64s$, 初期水位差 259cm. 最初の周期は 2.58s で T_0 よりも小さく, 振幅が減少するに従って周期は次第に増大, 振幅が 10cm の程度では 2.75s で T_0 よりも大きい. 写真中, 上方は壁, 下方は中央の熱線のシグナルである.

次に Fig. 5 の 5 枚の写真は乱れの発生を示す熱線のシグナルの例である. 振幅が小さい時には少なくとも最初の半周期の間壁の近くの流れは完全に層流であるが, 振幅を次第に増してゆくと初期水位差 $h \approx 80$ cm の時 $t = T_0/2$ の付近で最初の乱流が発生することがわかる. その時の Ud/ν の値は zero である. ただし, U は流速, d 直径, ν は動粘性係数. 更に振幅を増大してゆくと乱流発生時期は段々に早くなり, 最大流速の時すなわち $t = T_0/4$ の時に乱れが現われるようになる. その時 $h \approx 180$

(a) $h=40\text{cm}$ (b) $h=76\text{cm}$ (c) $h=82\text{cm}$

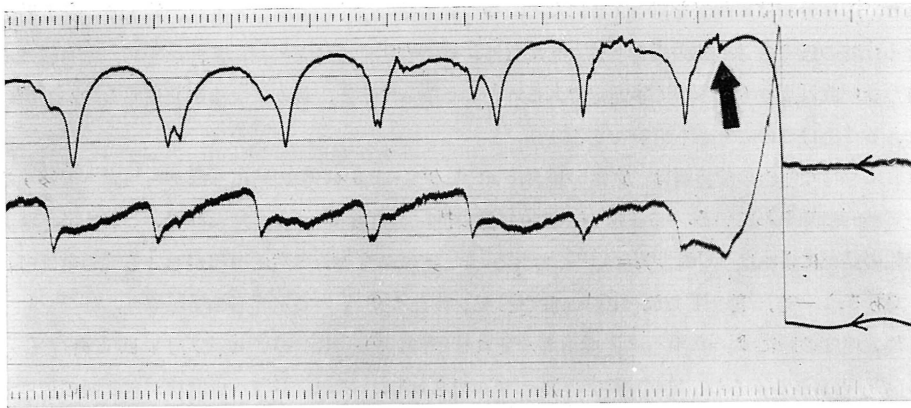
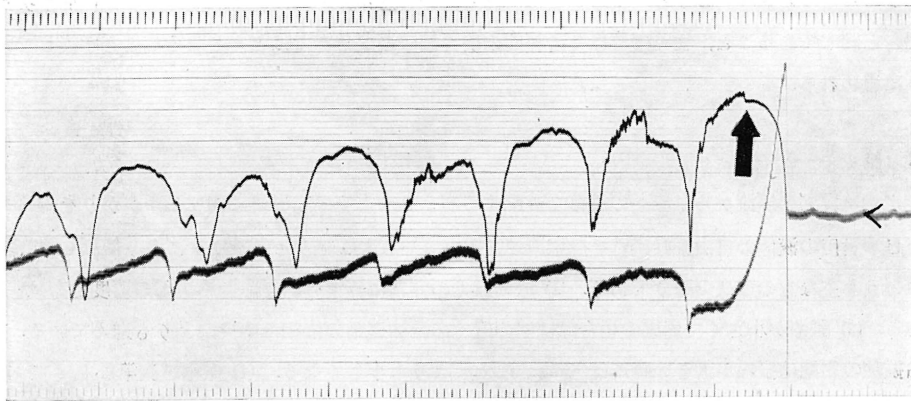
(d) $h=102\text{cm}$ (e) $h=199\text{cm}$

Fig. 5 層流から乱流への遷移を示す熱線流速計のシグナル

パイプ直径 2.15cm, 水柱の長さ 345cm, $T_0=2.64\text{s}$, 矢印は遷移の位置を示す.

cm, $U \cong 200 \text{ cm/s}$, $Ud/\nu \cong 5 \times 10^4$, $U^2/\nu f \cong 10^7$ である. f は振動数. それよりも更に振幅を増大すれば, 加速の途中で乱れが発生するようになる. 同様の測定は水柱の長さ, パイプの直径を色々に変えて繰返し行なわれたが, その計測結果はすべてよく一致している. 乱れが発生すれば層流の時にくらべて壁の近傍の速度は中央の速度に近づき, 位相差もほとんど消失する. 従って, 壁の近傍の熱線とパイプ中心部の熱線のシグナルの位相差を調べることによって乱流の発生を検出することが可能である.

ここで注目すべきことは, 振幅を次第に上げてゆく時最初に乱れが現われるのは最大流速の時ではなくて水柱が再び静止し, つづいて逆流に移る瞬間であるという点である. すなわち, 水柱の速度でとった Reynolds 数が zero の時に最初の乱流が発生する. このことから非定常の円管流の遷移はその瞬間のパイプ中心の速度とパイプの直径でとった Reynolds 数には無関係であることがわかる. 振動の最初の加速中は速度分布は矩形に近く, 境界層は非常にうすい. しかし減速に入ると境界層は次第に厚

くなり、速度分布は変曲点を持つようになる。つづいて壁の近くの流体から逆流が始まり、その時の速度分布は壁の近くの jet 流の場合と似た形になる。線型安定理論によれば、変曲点を持つ流れは変曲点を持たない流れよりもはるかに不安定であることがわかっている。最初に乱流が発生するのが逆流の瞬間であることはこのことから理解できる。

流れに平行な平板の境界層は、定常の場合、 $(U\delta_*/\nu)_c = 1.3 \times 10^3$ の時に層流から乱流へ遷移することが実験的に知られている。ここに δ_* は境界層の排除厚である。(よく知られているように、線型安定理論の結果によれば $(U\delta_*/\nu)_c = 420^7$ であるが、実際の流れで自然に遷移がおこる時の値は 1.3×10^3 である。) 一方、静止した流体の中で正弦振動を行なう 0° 平板の境界層の排除厚は、 $t = T_0/4$ すなわち最大速度の時に $\delta_* = 0.4\sqrt{\nu/f}$ である。それを $(U\delta_*/\nu)_c = 1.4 \times 10^3$ に代入すれば $0.4\sqrt{U^2/\nu f} = 1.3 \times 10^3$ と書きかえられ、結局 $(U^2/\nu f)_c = 10^7$ が得られる。これは乱流への遷移が各瞬間の速度分布の形だけで支配されて瞬間的に行なわれると考えた時の臨界値であるが、本実験の結果は前に述べたようにほとんどこの値に一致する。このことは、円管内の非定常流の遷移が本質的には平板に沿う境界層の場合と同じであること、また遷移はその瞬間の境界層の速度分布でほとんど決ることを示唆しているように思われる。

4. 結 言

非定常境界層の層流から乱流への遷移を支配するパラメタとその臨界値に関する手がかりを得るために、U字管内の液体の自由振動流れを熱線流速計とフロービジュアリゼーションにより観測した。実験結果のうち主なものは次の通りである。(1) 壁の近くの非常にうすい層を除き中央部の速度分布は一樣である。(2) 振幅が小さくて層流の場合には壁の近くの流体運動の位相は中央部よりも進んでいる。(3) 自由振動の周期は振幅が大きき時には $2\pi\sqrt{L/2g}$ よりも小さくなる。(4) 振幅を次第に上げてゆく時、最初の乱れの発生は流れの方向が逆転する時に始まる。(5) 振幅の増大とともに乱流発生の時期は段々早くなる。(6) 最初の加速運動中に乱れが発生するのは $U^2/\nu f = 10^7$ の時である。(7) U字管内の自由振動流の遷移は本質的には平板に沿う境界層の遷移と同じであると考えられる。

おわりに、実験を手伝って下さった石井幸治技官および原稿を浄書して下さいった岡世以子嬢に感謝します。

文 献

- 1) Reynolds, O.: Phil. Trans. Roy. Soc. London, (1883).
- 2) Jones, R. T.: Annual Review of Fluid Mechanics, 1 (1969) 223.
- 3) 谷 一郎: 科学, 34, No. 9 (1964) 471.
- 4) Christopherson, D. et al.: Proc. Roy. Soc. London, 168 (1938) 351.
- 5) Yamada, H & Taneda, S.: Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Kyushu Univ., 7 (1950) 1.
- 6) Ito, H.: Rep. Inst. High-Speed Mech., Tohoku Univ., 3 (1953) 163.
- 7) Lin, C. C.: Quart. Appl. Math., 3 (1945) 117, 218, 277.

(昭和45年7月6日 受理)