

極めて粗い平面波の粗度について

本多, 忠夫
九州大学工学部航空工学教室 : 助手

光安, 信

<https://doi.org/10.15017/4743469>

出版情報 : 應用力學研究所所報. 34, pp.77-99, 1970. 九州大学応用力学研究所
バージョン :
権利関係 :

極めて粗い平板の粗度について

本 多 忠 夫*
光 安 信

概 要

粗面板の粗さの定義については種々行なわれているが、roughness element の密度が小さく、その高さ k が大なる場合には、壁面の速度分布を対数直線にのせる上で、困難な問題が生じて来る。この報告では roughness element の高さ k の内側と外側とで流れの性質が異なることに注目して、適当な原点補正を行なうことによって良好な対数直線にのせることができた。また、速度分布の対数直線の傾斜について論じた上、roughness element の後の流れを4領域に区分して新しい考察を試みた。

1. 緒 言

表面粗さが流れの抵抗とか乱れ分布におよぼす影響について正しく求めることは、工学上重要である。管内流については古くから各方面で研究が行なわれているが、平板上の境界層流れに関しては実験が少ない。古屋¹⁾その他の人達は平板上に直交金網をおき、金網粗面の寸法による効果を明らかにしている。ここでは粗さを構成する各突起の寸法 k と境界層の層流底層の厚さ δ_i との比が非常に大きい粗面板について速度分布を測定し、その結果から粗度について考察を行なった。

2. 滑面と粗面との相違

滑面と粗面との区別は粗さを構成する各突起の寸法 k と境界層の層流底層の厚さ δ_i との比によってきまる。突起が非常に小さく、それが層流底層内に埋没すれば突起の上を層流がおおうことになり流れは滑面と同様なものになる。滑面における層流底層の厚さは $\delta_i = 11.5 \times \nu / u_*$ であるから、 k が δ_i の1/2以下すなわち $ku_* / \nu < 4$ であるとき滑面とみなされる。ここで、 u_* は摩擦速度、 ν は流体の動粘性係数である。しかし、突起の高さが層流底層の厚さの6倍程度に大きくなれば層流底層は完全に消失し突起の影響が優位になり、完全に粗面とみなされる。すなわち完全粗面の領域は $ku_* / \nu > 70$ である。

一方この両領域の中間領域 $4 < ku_* / \nu < 70$ では粗面の形状による効果もより複雑になる。ここでは地表面に相当する非常に粗い面の領域について取扱うことにする。

3. 乱流境界層

乱流境界層内を便宜上 inner region と outer region とに分けて考える。

*九州大学工学部航空工学教室助手

(i) Inner region

この領域は壁に隣接し、その厚さは約 $0.1 \sim 0.2\delta$ 位で、流れは壁における摩擦応力と流体の粘性によって支配される。ここで、 δ は境界層の厚さである。この領域における摩擦応力の変化は小さく、近似的に一定であると考えることができる。すなわち、inner region においては

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) = 0 \dots \dots \dots (1)$$

が成立する。ここで τ は摩擦応力、 ρ は流体の密度、 z は壁からその面に垂直にとった座標である。

さらにこの inner region を壁面に非常に接近した層流底層、およびその外側とに分けて考える。この層流底層の外側は壁からの距離と共に流体粘性の影響は急速に減る。終には流れは完全に乱れ流体の粘性の影響は無視できるようになる。ここでは摩擦応力は Reynolds 応力のみになるものと考えられる。

先に述べたように、滑面と粗面とでは流れの様子が異なるので、ここでさらに滑面と粗面とに分けて考える。

(a) 滑面

まず、流れが完全に粘性的である層流底層の領域では

$$\frac{\tau}{\rho} = \text{const} = u_*^2, \text{ say } \dots \dots \dots (2)$$

とおくと、速度分布は

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_* z}{\nu} \dots \dots \dots (3)$$

ここで u は面に平行なる主流方向の速度である。

次に層流底層の外側の領域について考える。この領域では、まだ十分壁に近いので式(1)が成立する。乱流粘性を ϵ とすると摩擦応力は

$$\frac{\tau}{\rho} = \epsilon \cdot \frac{du}{dz} \dots \dots \dots (4)$$

で表わされる。この乱流粘性 ϵ はある層から他の層への運動量の輸送に関係するが、Prandtl の運動量輸送理論によると

$$\tau = \rho l^2 \cdot \left(\frac{du}{dz} \right)^2 \dots \dots \dots (5)$$

である。ここで l は混合距離である。Nikuradse 等の実験結果をみれば、この l は Reynolds 数には関係なく、壁の近くでは壁からの距離 z に比例しているから

$$l = \kappa z \dots \dots \dots (6)$$

と考えられる。

(5), (6)式より

$$\tau = \rho \kappa^2 z^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2$$

(2)式を使って

$$u_*^2 = \kappa \cdot u_* \cdot z \cdot \frac{du}{dz} \dots \dots \dots (7)$$

これを積分して

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_* z}{\nu} + \text{const} \dots \dots \dots (8)$$

となる。これが層流底層の外側で成立つ速度分布の式である。

以上のように、滑面上の乱流境界層の inner region には壁に接して層流底層が存在し、その外側に (8)式で表わされる速度分布を有する層が存在する。

(b) 粗 面

粗面に沿う乱流境界層に対しても乱流粘性 ϵ 、あるいは混合距離 l に関して、滑面の場合と同じ仮定を行なうことができる。しかし、粗さの高さ k が粘性底層の厚さ δ_i より大きい場合、流体の粘性の影響は小さくなり乱流粘性が支配的になる。従って、速度分布の式には流体の粘性を含むべきではなく粗さの高さ k が入ってこなければならない。すなわち(8)式の代りに

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z}{k} + \text{const} \dots \dots \dots (9)$$

となる。この場合、壁が粗ならば、 $z=0$ の位置が不定になるが、 $z=0$ なる仮想的な滑かな壁に roughness element がくっついていると考えられる。このことは roughness element があまり不規則でないか、あるいはあまり大きくない限り不都合はない。

(ii) Outer region

次に outer region について述べるが、この領域は全境界層の厚さの80~90%を占め、流れは流体の粘性には無関係になるが壁に働く摩擦応力には関係する。また、外部条件には非常に影響を受ける傾向がある。

この領域の速度分布は主流の速度 U からの差で表わす方が便利で速度欠損法則と呼ばれ次式で表わされる。

$$\frac{U-u}{u_*} = \mathcal{P} \left(\frac{z}{\delta} \right) \dots \dots \dots (10)$$

この関数 \mathcal{P} は Reynolds 数が大きいときには、Reynolds 数にも表面粗さにも無関係となる。この領域の流れは wake flow に類似したところがあり、外端近くでは自由乱流のように間歇的性質を有している。乱れはそのエネルギーを主として inner region から拡散によって得ているから、上流の inner region の条件すなわち壁における摩擦応力分布によって決まる。

4. 速度分布法則

前節で述べたように壁に沿う乱流境界層は inner region とその外側の outer region に分けて考えられる。inner region は壁が滑らかな場合には壁に接して層流底層、その外側に Prandtl の壁法則

$$\frac{u}{u_*} = A \ln \frac{uz}{\nu} + B \dots \dots \dots (11)$$

(滑 面)

が成立する領域が存在する。粗面の場合、しかも粗さの突起の高さ k が層流底層の厚さより高いときには速度分布は

$$\frac{u}{u_*} = A \ln \frac{z}{k} + B_1 \dots \dots \dots (12)$$

(粗 面)

となる.

outer region においては速度欠損則(10)が成立する. この inner region と outer region の中間に壁法則と速度欠損則が成立する領域がある. そこでは

$$\frac{u}{u_*} = A \ln \frac{u_* z}{\nu} + B = \frac{U}{u_*} - \Psi \left(\frac{z}{\delta} \right)$$

が成立つから

$$\Psi \left(\frac{z}{\delta} \right) = -A \ln \frac{z}{\delta} + \left(\frac{U}{u_*} - A \ln \frac{u_* \delta}{\nu} \right)$$

となる. この式の右辺の2項目および3項目は各速度分布について定数となる. この定数を B_* とおくと, outer region において成立する速度分布の式は

$$\frac{U-u}{u_*} = -A \ln \frac{z}{\delta} + B_* \dots \dots \dots (13)$$

となる.

この A, B の値はおのおのの研究者によって相違があるが Clauser²⁾ によると壁法則, 速度欠損則はそれぞれ次のようになる.

$$\frac{u}{u_*} = 2.44 \ln \frac{u_* z}{\nu} + 4.9 \dots \dots \dots (14)$$

(滑 面)

$$\frac{U-u}{u_*} = -2.44 \ln \frac{z}{\delta} + 2.5 \dots \dots \dots (15)$$

(滑面, 粗面)

(15)式は $z/\delta < 0.15$ の範囲では実験とよく一致するが, $z/\delta > 0.15$ では一致しなくなる. Hama³⁾ は $z/\delta > 0.15$ に対して実験的に次式を出している.

$$\frac{U-u}{u_*} = 9.6 \left(1 - \frac{z}{\delta} \right)^2 \dots \dots \dots (16)$$

壁が滑面であるか粗面であるかは摩擦速度 u_* に影響することから Hama³⁾ は(12)式を次のように変形した.

$$\frac{u}{u_*} = A \ln \frac{u_* z}{\nu} + B - \left(A \ln \frac{u_* k}{\nu} + B - B_1 \right) \dots \dots \dots (17)$$

(粗 面)

この式の右辺第3項以下は各速度分布について定数であることから

$$\frac{u}{u_*} = A \ln \frac{u_* k}{\nu} + B - B_1 \dots \dots \dots (18)$$

とおけば(17)式は

$$\frac{u}{u_*} = A \ln \frac{u_* z}{\nu} + B - \frac{\Delta u}{u_*} \dots \dots \dots (19)$$

(粗面)

以上(11)式, (19)式をまとめると次のようになる.

$$\frac{u}{u_*} = A \ln \frac{u_* z}{\nu} + B \dots \dots \dots (20)$$

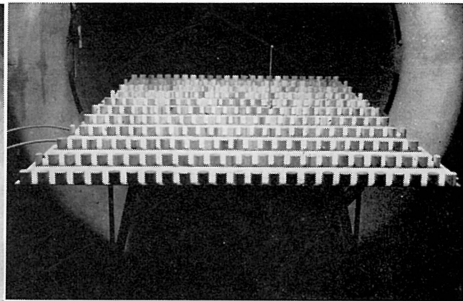
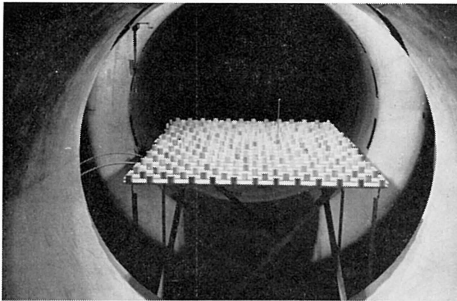
(滑面)

$$\frac{u}{u_*} = A \ln \frac{u_* z}{\nu} + B - \frac{\Delta u}{u_*} \dots \dots \dots (21)$$

(粗面)

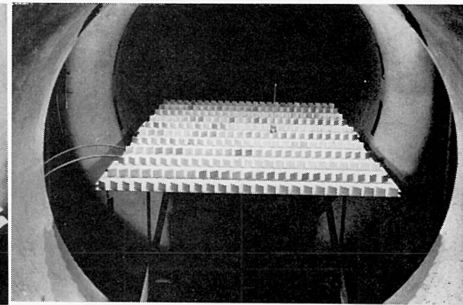
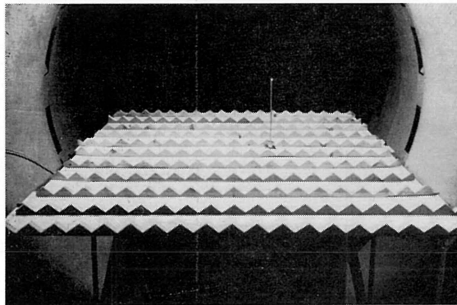
(A) 円筒千鳥型

(B) 円筒型

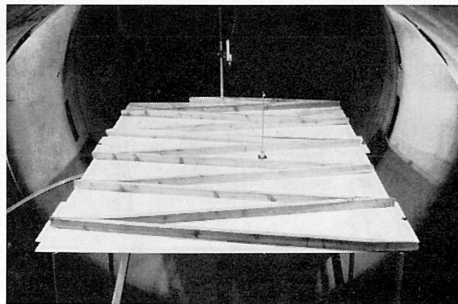


(C) 鋸型

(D) Generator型



(E) 波型



写真(I) 各種の粗面板

5. 実験に使用した各種粗面板の速度分布

ここで行なった実験に使用した粗面板は第1図に示す寸法を持ち、これを風洞の中において面上の速度分布を熱線風速計を用いて測定を行なった。座標軸 x, y, z は図に示す通りである。この地面板に粗さを与えるため写真 (I) に示されるような各種の突起物を配置した。突起物の高さ k はすべて40mmである。この粗い地面板を便宜上、円筒千鳥型、円筒型、鋸型、Generator型、波型と呼ぶことにする。一般流の速度 U は 5, 10, 15, 20 m/sec について実験を行なったが、地面板のみの風速分布を第2図に示す。図において速度 u が外側速度 U の95%まで回復する点を結んで描きこんでいる。この95%線は境界層の厚さを表わしている。各種の粗面板について $U=20\text{m/sec}$ で実験を行なったものを第3図

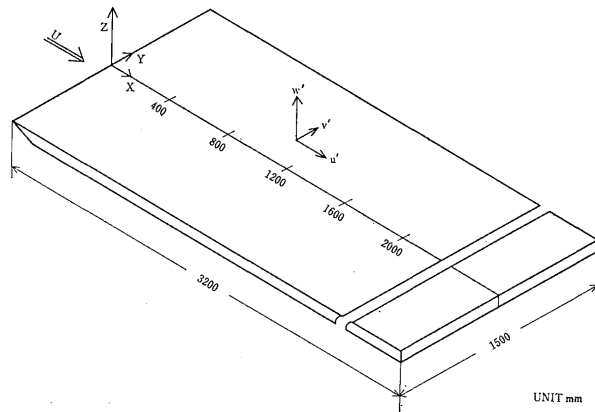


図 1 地 面 板

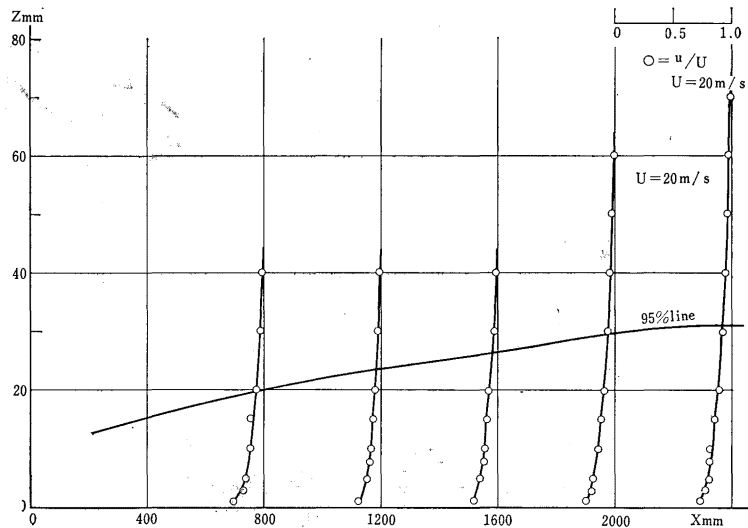


図 2 地面板上の速度分布と境界層厚

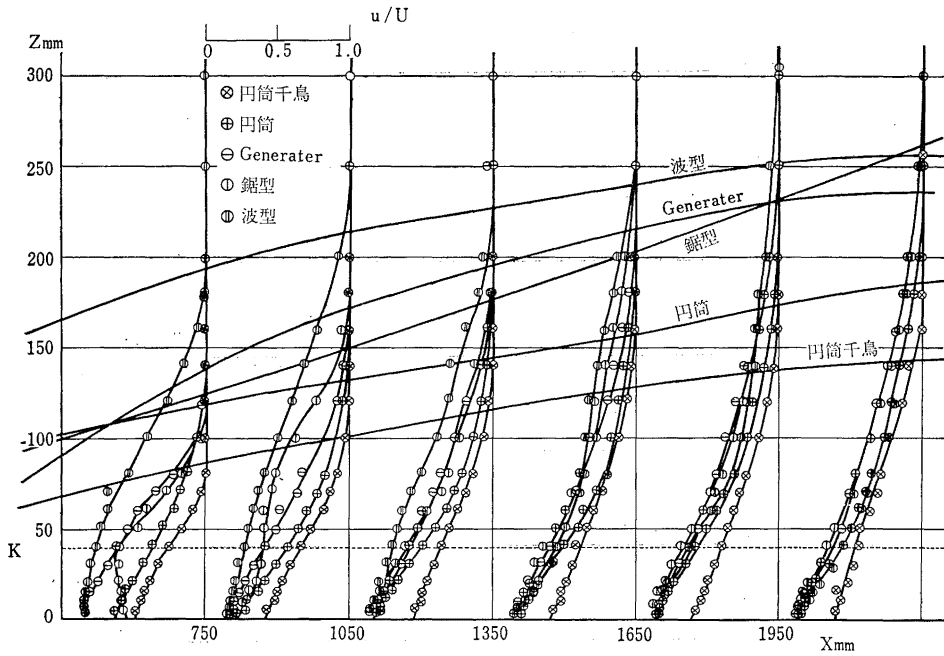


図 3 各種粗面板上の速度分布と境界層厚

波型粗面板のみ、 $x=600, 900, 1200, 1500, 1800, 2100\text{mm}$ における速度分布である。

に示す。95%線の高さの順序は次のようになっている。速度分布の測定点はおのおの roughness element の間の中心である。

$$\text{地面板のみ} < \text{凹筒千鳥型} < \text{凹筒型} < \text{鋸型} < \text{Generator 型} < \text{波型} \dots\dots\dots (22)$$

これは粗さの程度の順序にもなっていることが予想される。

第4図に $x=1200\text{ mm}$ 、あるいは $x=1050\text{ mm}$ の位置における地面板のみ、および各種の粗面板上の速度分布を示す。この速度分布から粗さの程度が(22)式の順序になっていることが予想される。

6. $\frac{u_*}{U}$ の計算

壁の粗さの影響ないし抵抗は u_*/U に見出される。次にこの u_*/U の求め方とその値について述べる。壁に沿う流れの圧力勾配のない場合の運動量方程式は次のようになる。

$$\frac{\tau_0}{\rho U^2} = \frac{d\theta}{dx} \dots\dots\dots (23)$$

ここで θ は境界層の運動量厚で次式で表わされる。

$$\theta = \int_0^{\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dz \dots\dots\dots (24)$$

u_* を導入すれば(23)式は次のようになる。

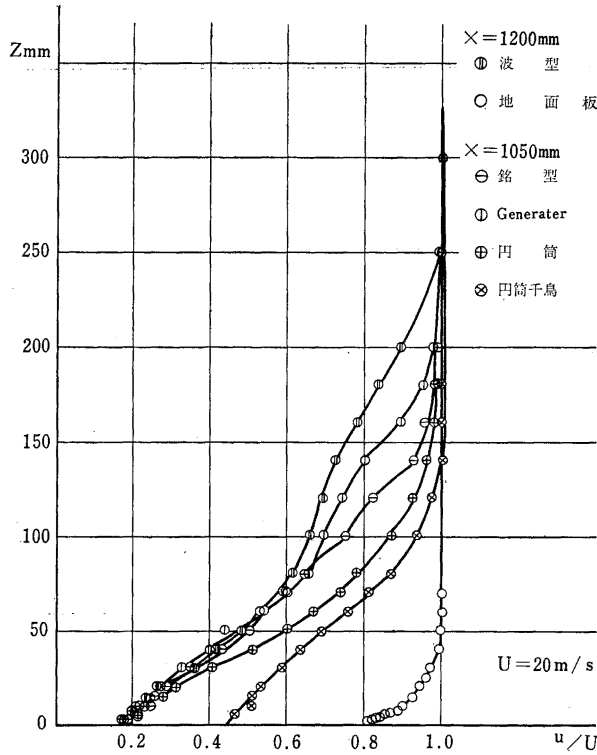


図 4 地面板および各種粗面板上の速度分布

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{\tau_0}{\rho U^2} = \left(\frac{u_*}{U}\right)^2 \dots\dots\dots (25)$$

ここで $d\theta/dx$ は次の方法で求めた。すなわち、 θ/x と $R_x (=Ux/\nu)$ との関係図と θ/k と x/k との関係図を用いた。2 つとも対数目盛上で、ほぼ直線関係にあるのでそれぞれ次の指数近似ができることを示している (第 5 図, 第 6 図)。

$$\theta/x = \alpha \cdot R_x^m, \quad \theta/k = \beta \cdot (x/k)^n \dots\dots\dots (26)$$

従って、定数 α, β, m, n を実験から求めれば(26)式により

$$\frac{d\theta}{dx} = \alpha(1+m) \cdot R_x^m \dots\dots\dots (27)$$

$$\frac{d\theta}{dx} = n \cdot \beta \cdot (x/k)^{n-1} \dots\dots\dots (28)$$

が分り、(25)式から u_*/U の値が求まる。 θ は(24)式で与えられるから第 2 図, 第 3 図より図式的に求まる。

後で必要になる境界層の排除厚 δ_* は

$$\delta_* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dz \dots\dots\dots (29)$$

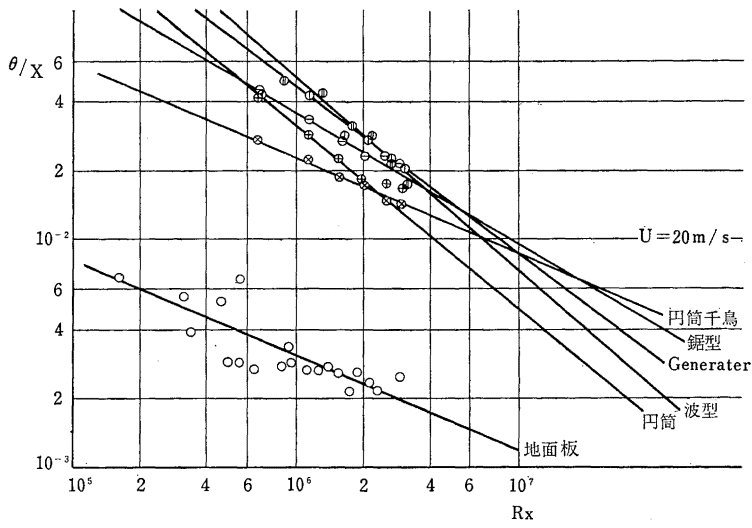


図 5 θ/x と R_x の 関 係

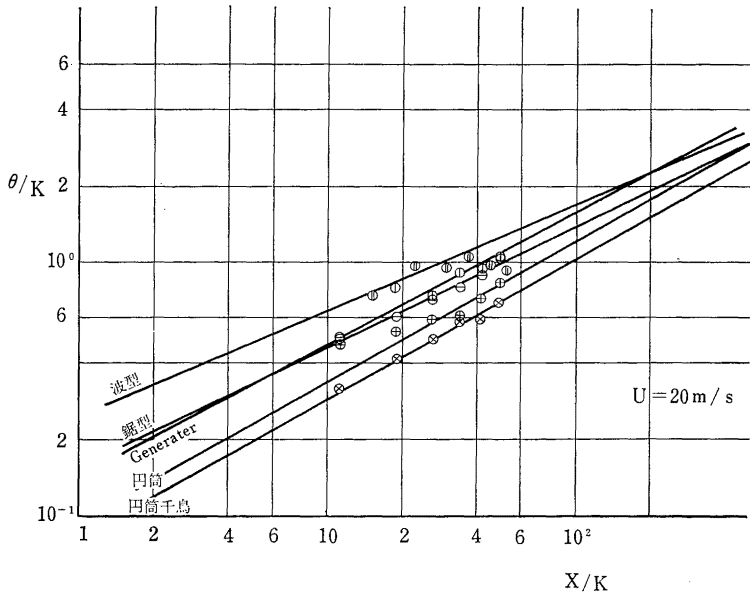


図 6 θ/k と x/k の 関 係

で表わされ、粗さの突起の頂点からの境界層排除厚 $\bar{\delta}_*$ は

$$\bar{\delta}_* = \int_k^{\delta} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dz \dots \dots \dots (30)$$

で表わされ、いずれも同様な方法で計算を行なった。

u_*/U の 値
地 面 板

x_{mm} \ U (m/s)	5	10	15	20
400	6.206×10^{-2}	5.394×10^{-2}	4.986×10^{-2}	4.790×10^{-2}
800	5.353×10^{-2}	4.799×10^{-2}	4.316×10^{-2}	4.145×10^{-2}
1200	4.831×10^{-2}	4.284×10^{-2}	3.953×10^{-2}	3.788×10^{-2}
1600	4.666×10^{-2}	4.039×10^{-2}	3.720×10^{-2}	3.569×10^{-2}
2000	4.394×10^{-2}	3.874×10^{-2}	3.541×10^{-2}	3.403×10^{-2}

$$(\theta/k = \beta(x/k)^n)$$

x_{mm}	円筒千鳥型	円筒型	鋸型	Generater型	波型
450	1.234×10^{-1}	1.431×10^{-1}	1.435×10^{-1}	1.522×10^{-1}	
600					1.459×10^{-1}
750	1.091×10^{-1}	1.300×10^{-1}	1.255×10^{-1}	1.348×10^{-1}	
900					1.297×10^{-1}
1050	1.020×10^{-1}	1.220×10^{-1}	1.155×10^{-1}	1.244×10^{-1}	
1200					1.193×10^{-1}
1350	9.646×10^{-2}	1.164×10^{-1}	1.075×10^{-1}	1.172×10^{-1}	
1500					1.118×10^{-1}
1650	9.220×10^{-2}	1.121×10^{-1}	1.020×10^{-1}	1.118×10^{-1}	
1800					1.060×10^{-1}
1950	8.881×10^{-2}	1.086×10^{-1}	9.762×10^{-2}	1.074×10^{-1}	
2100					1.013×10^{-1}

$$R_k \left(= \frac{Uk}{\nu} \right) = 5.860 \sim 6.129 \times 10^4$$

$$(\theta/k = \alpha R_x^m)$$

x_{mm}	円筒千鳥型	円筒型	鋸型	Generater型	波型
450	1.174×10^{-1}	9.325×10^{-2}	1.382×10^{-1}	1.291×10^{-1}	
600					9.350×10^{-2}
750	1.082×10^{-1}	7.581×10^{-2}	1.214×10^{-1}	1.071×10^{-1}	
900					7.905×10^{-2}
1050	1.007×10^{-1}	6.644×10^{-2}	1.086×10^{-1}	9.425×10^{-2}	
1200					7.016×10^{-2}
1350	9.552×10^{-2}	6.027×10^{-2}	1.009×10^{-1}	8.619×10^{-2}	
1500					6.381×10^{-2}
1650	9.127×10^{-2}	5.468×10^{-2}	9.531×10^{-2}	7.992×10^{-2}	
1800					5.991×10^{-2}
1950	8.841×10^{-2}	5.120×10^{-2}	9.095×10^{-2}	7.521×10^{-2}	
2100					5.533×10^{-2}

これらの値を用いて(25)式から計算した u_* / U を表に示す。すなわち、 u_* / U の値は Reynolds 数が増加するにつれて小さくなる。粗さの影響は u_* / U の値に直接出てくるが、各種の粗面板の場合は地面板のみの場合の2~3倍位になっている。結果的に見れば、 $\theta/k = \beta(x/k)^n$ から計算した u_* / U の値が実情に合っているのです、以後この方法によって計算した。

7. 各種粗面板の粗度

前節の実験における壁法則、速度欠損法則について述べる。速度欠損法則に対しては(13)式の代りにより正確な

$$\frac{U-u}{u_*} = -A \log \frac{z \cdot u_*}{\delta_* U} + B_* \dots\dots\dots (31)$$

を用いる。

地面板のみの場合の $x=1200 \text{ mm}$ の位置における両法則を第7図、第8図に示す。一般流速 $U=5, 10, 15, 20 \text{ m/sec}$ について、 $x=400, 800, 1200, 1600, 2000 \text{ mm}$ の各点における A, B, B^* の平均をとって壁法則、欠損則を決めると次のようになる。

地面板のみの場合の壁法則

$$\frac{u}{u_*} = 3.36 \log \frac{zu_*}{\nu} + 11.5 \dots\dots\dots (32)$$

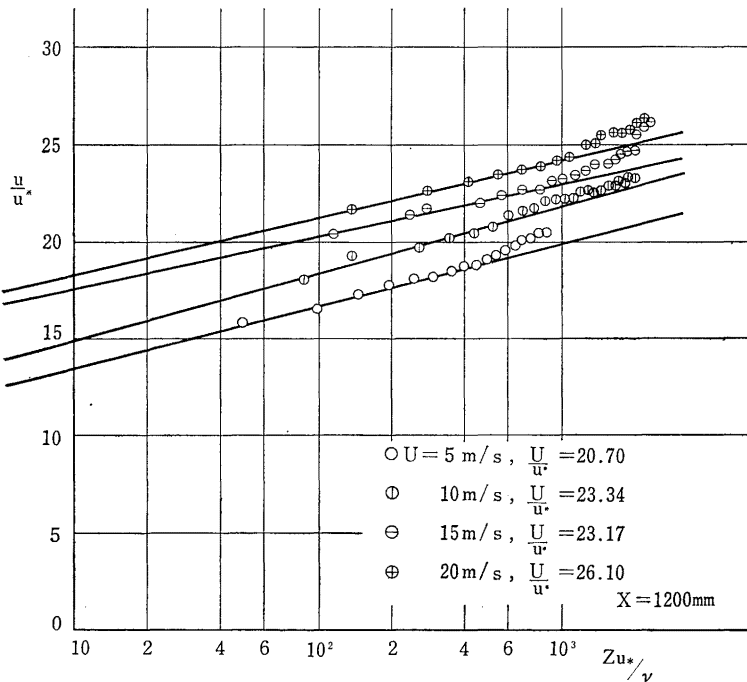


図 7 地面板に対する壁法則

地面板のみの場合の速度欠損法則

$$\frac{U-u}{u_*} = -3.36 \log \frac{z \cdot u_*}{\delta_* U} - 0.08 \dots\dots\dots (33)$$

Clauser の実験結果と比較すると対数曲線の傾斜が可なり小さくなっている. このことについては後でまた述べる.

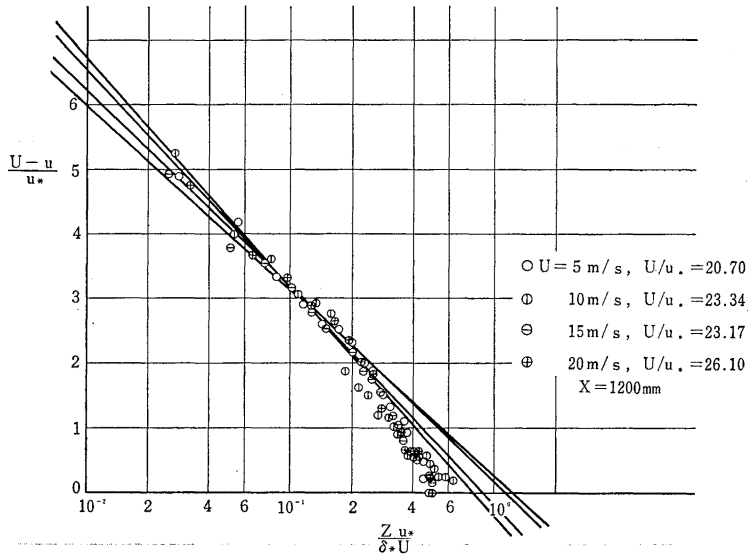


図 8 地面板に対する速度欠損則

次に実験に用いた各種の粗面板に対する速度分布法則について図示すると、第9図のようになる。これから見ると、片対数目盛上で直線になる対数分布法則が成立しているとはいいい難い。それは壁からの距離 z の原点のとり方の問題があり、ここでは原点補正が行なわれていない。原点補正については古屋⁹⁾ は次のように述べている。粗面上の速度を表わす場合、壁に垂直な距離 z の原点のとり方が問題になる。ここでは速度欠損法則の一般性から“ z の原点を適当にえらべば対数直線にのせ得る”という対数法則の存在を前提として定める。古屋の実験においては粗面として金網を使用しているので、粗さの高さ k が小さく

$$\frac{\delta_*}{\delta} \cdot \frac{U}{u_*} = \frac{\delta_*}{\delta} \cdot \frac{U}{u_*} \dots\dots\dots (34)$$

が成立するが、我々の実験では突起の高さ k は 40 mm で古屋の場合の約 20 倍で、しかも地面板のみの場合の境界層厚と同程度になっている。(34) 式の近似が成立つか否かをしらべてみると、成立するとはいいい難い。従って、一応地面板の表面を原点にとって解析をすすめることにするが、他の原点補正法について後述する。

さて、滑面の場合の壁法則は (11) 式で表わされるが、今回の実験に使用した粗さの突起の高さ k は 40 mm で地面板のみのときに生じる境界層厚さと同程度である。従って k が流れの状態を支配するも

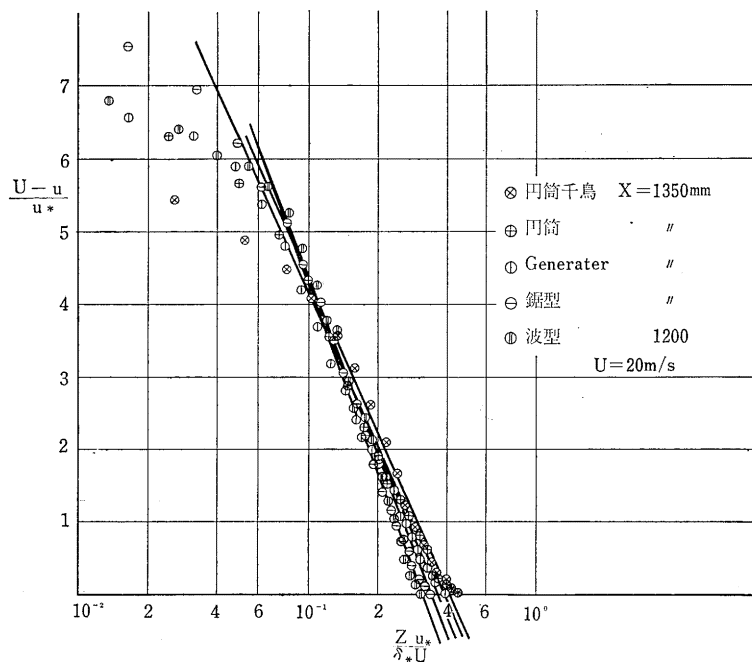


図 9 各種粗面板に対する速度欠損則 (原点補正前)

のと思われ、速度分布は (12) 式で表わされる。そこで、滑面の場合の壁法則を次のように書き直す。

$$\frac{u}{u_*} = A \log \frac{z}{k} \cdot \frac{u_* k}{\nu} + B = A \log \frac{z}{k} + \left(A \log \frac{u_* k}{\nu} + B \right)$$

最後の項 () は各速度分布について定数となるから、これを B とする。また、速度欠損法則 (13) 式を次のように書き直す。

$$\frac{U-u}{u_*} = -A \log \frac{z}{\delta} + B^* = -A \log \frac{z}{k} + \left(B^* - A \log \frac{k}{\delta} \right)$$

最後の項 () は定数となるから、これを B* とおく。結局、壁法則、欠損法則は滑面、粗面を問わず次式となる。

$$\text{壁法則: } \frac{u}{u_*} = A \log \frac{z}{k} + B \dots\dots\dots (35)$$

$$\text{欠損則: } \frac{U-u}{u_*} = -A \log \frac{z}{k} + B^* \dots\dots\dots (36)$$

かくて、粗さの程度は B の値によって表わされることになる。地面板のみに対する壁法則を第 10 図に示す。一般流速 U=10m/sec の場合、先端からの距離 x が大なるにつれて、B の値は 18.9 から少しずつ大きくなり、x=1200 mm 以上では B=22.7 と一定値となる。このことは、x が大なるにつれて粗さは減少するが x=1200 mm 以上では、粗さは一定となることを意味する。

実験に使用した各種の粗面板に対する壁法則を図示すれば第 11 図のようになる。これから、粗さの

突起高さ k より外側は対数直線となり、壁法則が成立しているが、 k の内側では対数法則からはずれていることが分る。

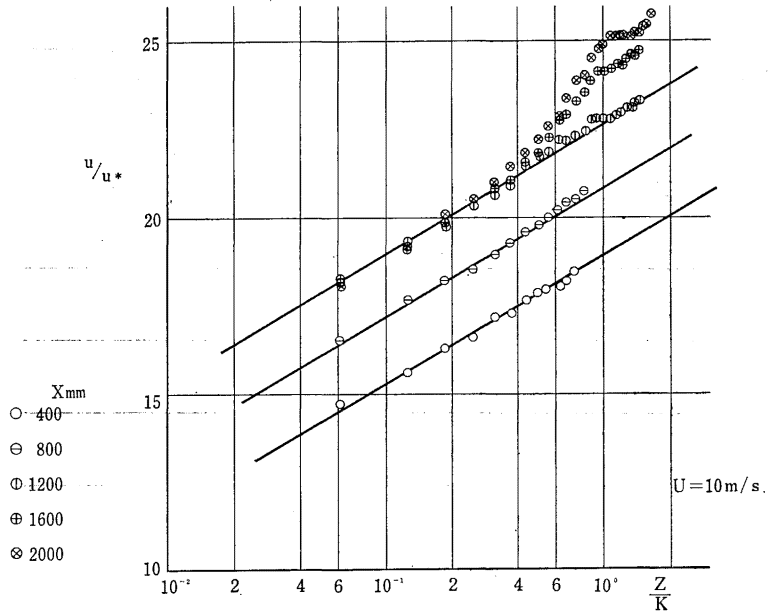


図 10 地面板に対する壁法則

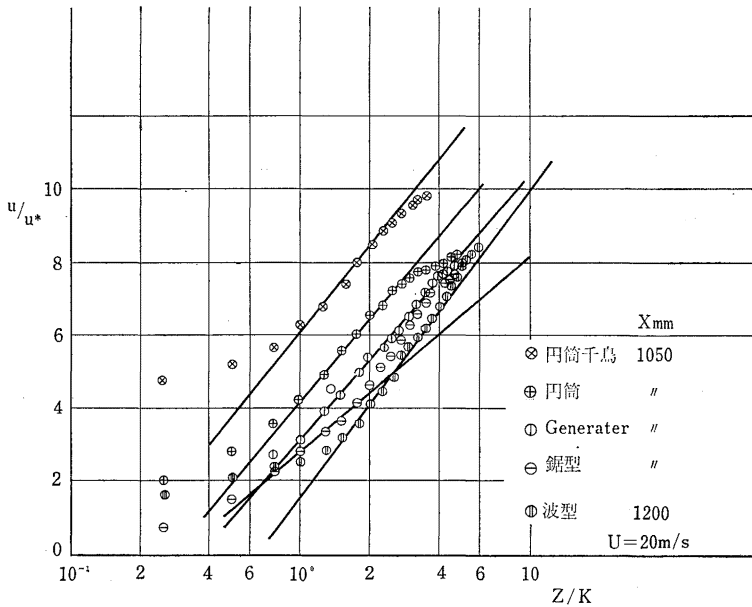


図 11 各種粗面板に対する壁法則 (原点補正前)

そこで、 k の外側で壁法則が成立するものとして、粗さの程度を表わす B の値を求めると次のようになる。

	x_{mm}	B	$B_r (=1/B)$
地面板のみ	1200	25.25	0.0396
円筒千鳥型	1050	6.10	0.165
円筒型	1050	4.20	0.238
鋸型	1050	3.80	0.263
Generater型	1050	3.10	0.323
波型	1200	1.50	0.667

($U=20\text{m/sec}$)

B の値が小さい程、粗いことになるのは感覚的に合わないので、 $B_r=1/B$ で粗さを定義すれば合理的であろう。

速度欠損則を $x=1050\text{ mm}$ の点において表示すれば第12図になり、壁法則と同様に、 k の内側では対数直線からはずれる。この方法では、 z を k で除して無次元化しているのので、どんな型の粗さも $z=k$ で $z/k=1$ となり、これを基準として対数直線が決まるので一般性があり、しかも図表示が簡単である。この方法によって、 A, B が定まれば、従来の(20)式、(21)式に移行するのは簡単である。

すなわち

$$\frac{u}{u_*} = A \log \frac{z}{k} + B = A \log \frac{u_* z}{\nu} + \left(B - A \log \frac{u_* k}{\nu} \right)$$

ここで

$$C = B - A \log \frac{u_* k}{\nu}$$

とおけば、粗さの影響は C の値に表われる。 C の値を $U=20\text{ m/sec}$ に対して計算すれば

	x_{mm}	A	B	C
地面板	1200	3.0	25.3	15.3
円筒千鳥型	1050	7.7	6.1	-17.0
円筒型	1050	7.8	4.2	-21.6
鋸型	1050	7.0	3.8	-23.1
Generater型	1050	7.4	3.1	-25.7
波型	1200	8.5	1.5	-31.2

このようにして C の値を定めて速度分布を図示すれば、第13図のようになる。

8. 速度分布の対数直線の傾斜

今までは B の値のみを問題にしたが、次に速度分布の対数直線の傾斜 A について考察してみる。壁法則を導いた理論的過程から明らかのように、傾き A の値は乱流域の乱れのスケール、すなわち混合

距離に依存する。壁の近傍では、Prandtl の仮設

$$l = \kappa z$$

が成立つものとするれば、壁法則は

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{zu_*}{\nu} + B$$

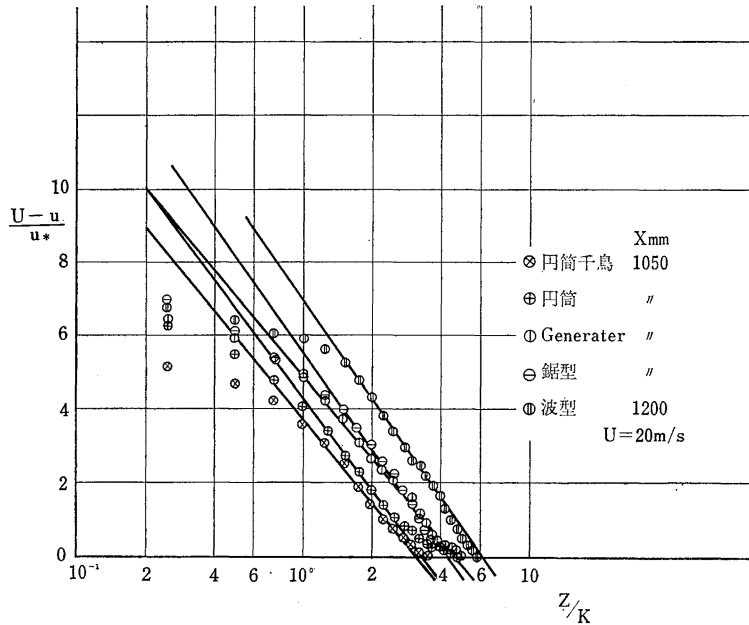


図 12 各種粗面板に対する速度欠損則 (原点補正前)

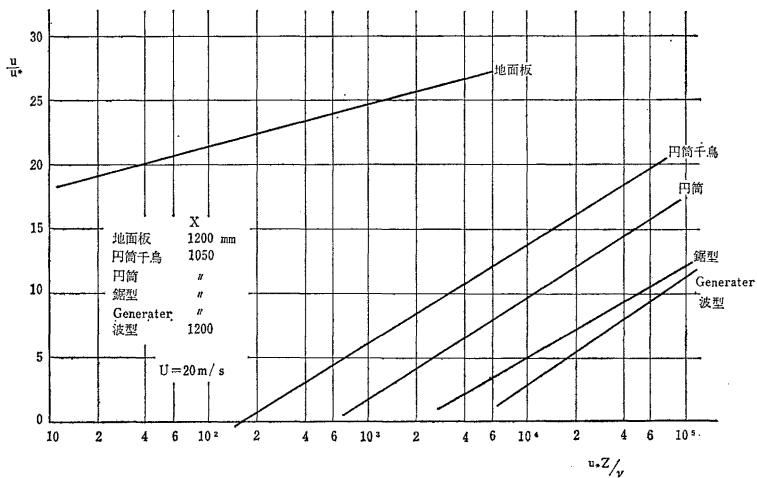


図 13 地面板および各種粗面板に対する壁法則

で表わされる。κ の値として 0.4 をとれば

$$\frac{u}{u_*} = 2.5 \ln \frac{z \cdot u_*}{\nu} + B$$

または
$$\frac{u}{u_*} = 5.8 \log \frac{z \cdot u_*}{\nu} + B$$

となる。

壁に roughness element がある場合、これによって作りだされる渦によって乱れは特長づけられ、おのこの roughness element による乱れはそのスケールを異にするであろう。乱流領域において Prandtl の仮設が成立と仮定すれば、比例常数 κ は roughness element の種類、密度、あるいは roughness element に対する相対位置などによって変化する。このことはこれらによって対数直線の傾斜 A が異なることを意味する。

各種の roughness element に対して Prandtl の仮設に基づき、乱流領域における乱れのスケール κ を求めると次表のようになる。

	x _{mm}	A	κ
地面板のみ	1200	3.0	0.773
円筒千鳥型	1050	7.7	0.301
円筒型	1050	7.8	0.297
鋸型	1050	7.0	0.331
Generater 型	1050	7.4	0.313
波型	1200	8.5	0.273

以上のこと柄から κ の値は粗さによっても変るのではないかと思われる。同時に粗さの突起物付近における混合距離 l がどんな値になっているかという問題も残されている。

9. 粗度長および零面偏位

粗面上の速度分布を表わすのに粗度長 z₀ を用いて

$$\frac{u}{u_*} = A \ln \frac{z-d}{z_0} \dots\dots\dots (37)$$

のように対数則が用いられている。ここで d は零面偏位と呼ばれ、速度分布が対数直線になるように地面を移動させる高さである。z₀ は粗度長と呼ばれ、u=0 になる高さを与える。この z₀ 値が粗さの度合を示すものとされている。

そこで、高さが d 以下の領域について考えてみる。この領域では流れが極めて複雑な時間的変動を行っているが、物体の受ける抵抗は時間的にほとんど変化しないという実験の事実がある。このことは微小な変動はあっても流れの場は平均的に定常性を示す。しかし、はげしい渦流によって運動量が運ばれるから、みかけの上で流体の粘性が大きくなるものと予想される。すなわち、

roughness element によって作り出される渦が地面の摩擦応力を決定し、流体自身の粘性の効果

は小さくなる。そこでd以下の高さの領域では渦粘性 ϵ の定常流と考えることができる。この領域は、laminar sublayer に対応して turbulent sublayer と呼ぶことができるであろう。しかし、渦粘性 ϵ をどんなにえらぶかという問題が残るが、Clauser, Corrsin 等の研究によれば、種々の型の乱流運動について有効 Reynolds 数

$$R^* = \frac{\rho U k}{\epsilon}$$

を定義すると、 $R^* = 40 \sim 50$ 程度になる⁴⁾。従って平均の速度分布を定める限りにおいてはこの turbulent sublayer においては渦粘性 ϵ は一定と考えることができる。そして roughness element の後方を第 14 図のように3つの領域に分けて考えることができる。

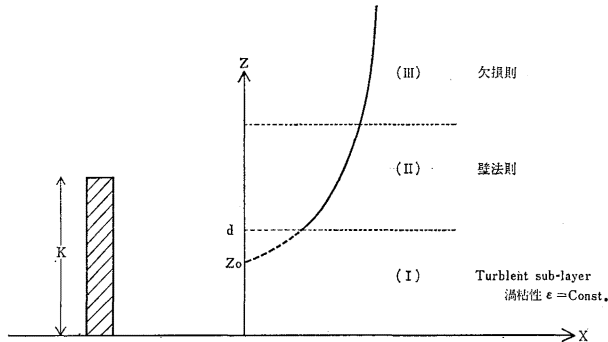


図 14 roughness element 後方の速度分布

領域 (I) については次のような基礎式が成立する。

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) = 0$$

$$\frac{\tau}{\rho} = \epsilon \cdot \frac{du}{dz}$$

$$\epsilon = \text{const.}$$

領域 (II) では

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) = 0$$

$$\frac{\tau}{\rho} = \epsilon \cdot \frac{du}{dz}$$

$$\epsilon = u_* l = k u_* (z - d)$$

これらの方程式を解けば

領域 (I) では

$$\frac{u}{u_*} = \text{const} \cdot z + c \dots \dots \dots (38)$$

(c: 積分常数)

領域 (II) では

$$\frac{u}{u_*} = A \log \frac{z-d}{z_0} \dots\dots\dots (39)$$

となり, 領域 (III) では欠損則が成立することが分っている. すなわち

$$\frac{U-u}{u_*} = -A \log \frac{z}{k} + B_* \dots\dots\dots (40)$$

さて, (38) 式の成立する限界の z の値を零面偏位の値と考える. 各種の粗面板に対し (38) 式を表示すれば第 15 図となる. d は突起の高さ k より大なる値をとることができないと考え, $d > k$ のときは $d = k$ とする. すなわち, みかけの地面は k より高くなることはないものとする. この d を用いて, (39) 式を表示すれば第 16 図のようになる. これから粗度長 z_0 を求めると次のようになる.

	x_{mm}	d_{mm}	修正 d_{mm}	z_{0mm}
円筒千鳥型	1350	70	40	0.46
円筒型	1350	60	40	0.62
鋸型	1350	40	40	3.0
Generater型	1350	30	30	3.6
波型	1200	50	40	5.9
地面板	1200	0	0	1.8×10^{-7}

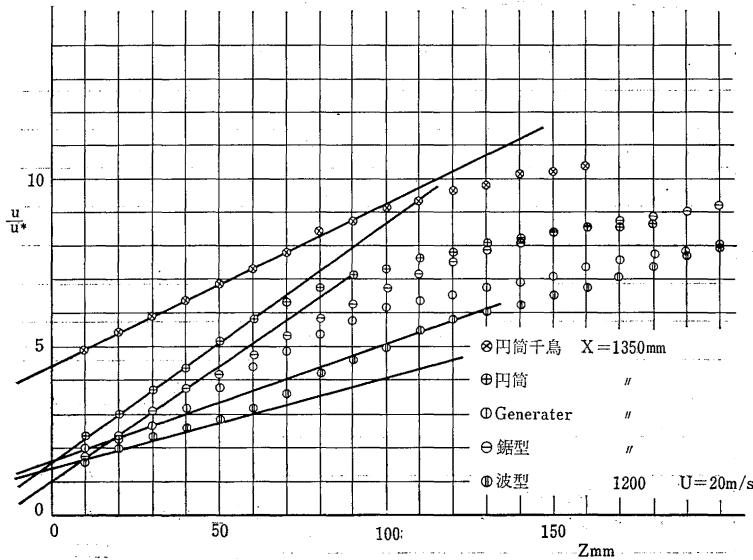


図 15 u/u_* と z の 関 係

この修正 d を用いて $u/u_* \sim z/k$ の図示を修正すれば第 17 図となる. d に対する制限 $d \leq k$ をはずした場合の (39) 式を図示すれば第 18 図となる.

次に地上の建造物などの場合実際に領域 (I) が存在するか否かという問題がおこる. 都市内部の上

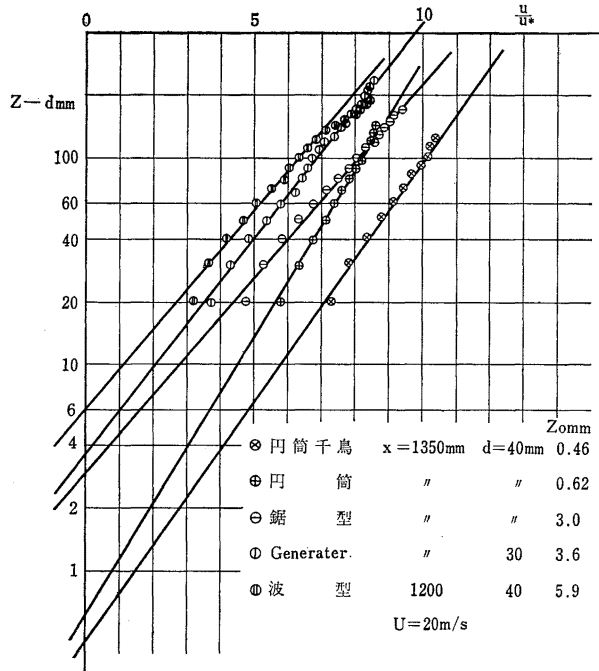


図 16 $u/u_* = A \log(z-d)/z_0$ による壁法則表示 (修正 d)

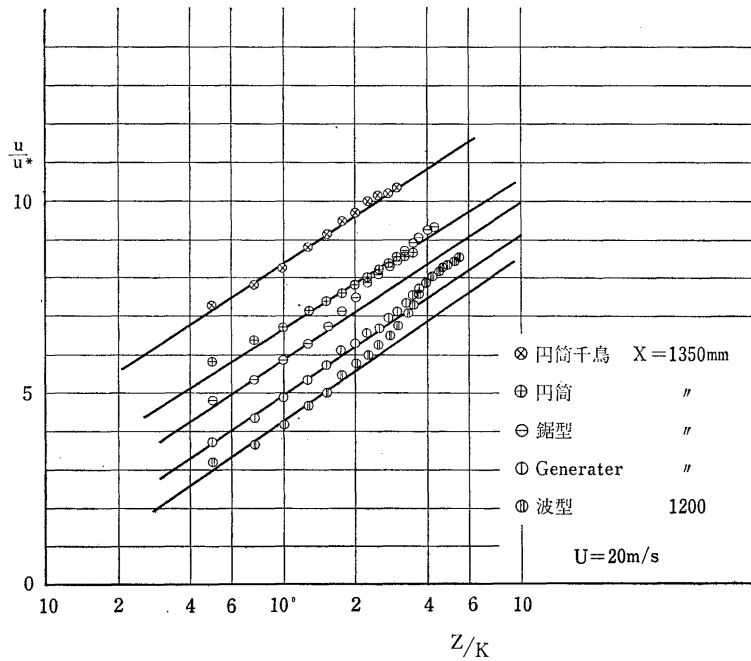


図 17 $u/u_* = A \log z/k + B$ による壁法則表示 (修正 d を用いて原点補正後)

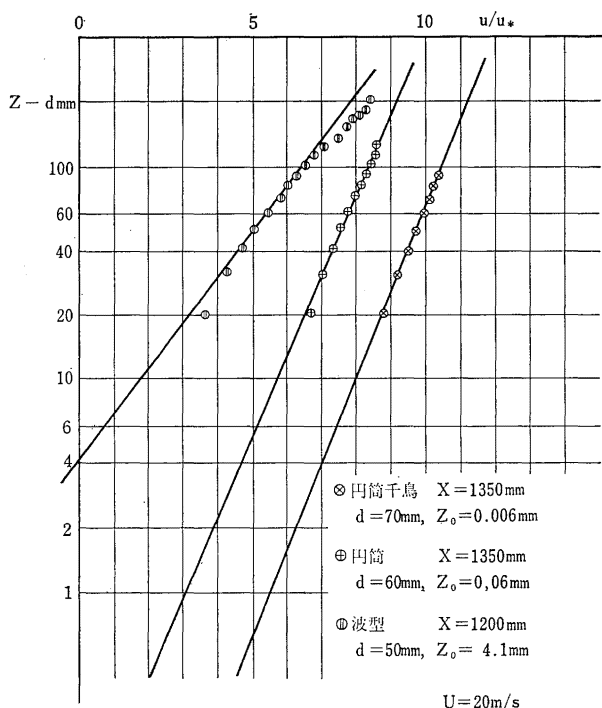


図 18 $u/u_* = A \log(z-d)/z_0$ による壁法則表示 (d)

空の風の垂直構造を見ると、風速分布の対数法則ないしベキ法則は成立しないので、多くの場合 50～60 m から 100 m の高度で、風速の極大が存在する。その上では風速は再び減少し、100～130 m 付近で極小になり、それから上空では対数法則、ベキ法則が成立つことが多い(関口)⁹⁾。

都市の構造物を地表の roughness element と考えると、領域 (I) に相当する領域が存在する。勿論、この場合この領域において、ここで行なった実験の場合のように、渦粘性 ϵ の定常流れの場で、風速分布 (38) 式が成立するかどうか定かでない。この風速極大層の存在は、その下の都市の上空をつつんでいる気層が地表にへばりつき動き難いことを意味し、この風速極大層をさかいにして、相異なる空気塊の存在にその原因がある。このような場合には d は k より大であろう。

谷⁹⁾は人工粗度により粗面板について風洞実験を行ない、人工粗度の密度、粗度長 z_0 、零面偏位 d の間に次のような関係があることを明らかにした。すなわち、粗度の密度が低くれば、 z_0 は小さくなり、密度が高くなれば z_0 は大きくなる。更に、密度が高くなれば d を必要とするようになり、 z_0 はむしろ小さくなる傾向がある。

関根⁷⁾は粗度の間隔を変えて d, z_0 の関係を求めた。それによると、高さと同隔とが等しいとき z_0 が極大値になる。 d, z_0 は roughness element の並び方、密度、種類およびその相対位置の関数である。

相対位置による d の変化、或は領域 (I), (II), (III) は第 19 図のようにになっていることが予想さ

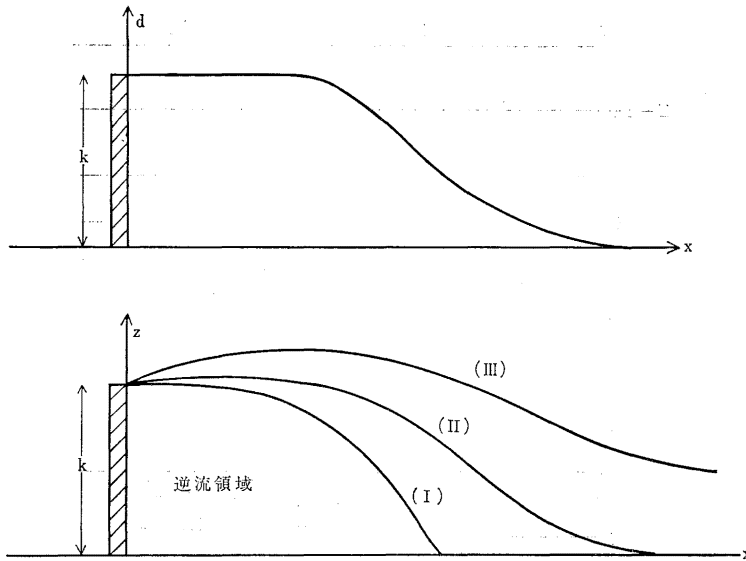


図 19 roughness element に対する相対位置による d の変化
および領域 (I), (II), (III) と逆流領域

領域 (I) : turbulent sublayer, 領域 (II) : turbulent region,
領域 (III) : outer region

れる。問題は逆流領域であるが、この領域に関しては、これまで実験データがほとんどなく、領域 (I) についての考えがそのままあてはまるか否か、また、層流底層と領域 (II), (III) とがそのまま逆流域の中に生じているものかどうか定かではない。ただ、図のように逆流域の外側に領域 (I) が存在するので、逆流域の外端から領域 (I) が始まると考えれば d を求める上では差支えはない。

10. 結 言

粗面板の roughness element の高さ k が大きい場合、roughness element の内側と外側とで流れの様子が異なるということに注目して次のことが考えられた。すなわち、速度分布に対する対数表示図における直線の傾斜は乱れのスケールに関係し面の粗さにも影響されるのではないかと。また、速度分布はある種の原点補正を行なって可なり良好な対数表示ができた。最後に roughness element の後の流れの型を 4 領域に区分して考えることにより、未知の問題が残されてはいるが、更に詳細な考察がきるのでないかと思われる。

最後に、実験の方を行なっていただいた佐田喜一郎、吉田勝彦両君に感謝の意を表したい。

参 考 文 献

- 1) 古屋善正, 藤田秀臣: 金網粗面上の乱流境界層, 日本機械学会論文集 (第 2 部), 32 巻 237 号, (昭 41-5).
- 2) F. H. Clauser: Advances in Appl. Mechanics, 4, 1 (1956).
- 3) F. R. Hama: Trans. Soc. Naval Architects Marine Engr., 62 (1954), 333.
- 4) 今井 功: 流体抵抗の理論, 科学, vol. 28, No. 3, 1958.

- 5) 関口 武: 都市建築と気象シンポジウム (1969-11).
- 6) 谷 信輝: 模型防風垣の風洞実験, 農業技術研究所報告, A第6号 (1958).
- 7) 1954年, 風に関するシンポジウムにて講演.
- 8) SHIH-I PAI, Ph. D.: Viscous Flow Theory II-Turbulent flow.
- 9) J. O. Hinze: Turbulence.
- 10) Herman Schlichting: Boundary layer theory.
- 11) 谷 一郎: 乱流理論.
- 12) 谷 一郎: 流れ学.
- 13) 岡本哲史: 応用流体力学.
- 14) 古屋善正, 藤田秀臣, 中島 洋: 二次元針金粗面上の乱流境界層, 日本機械学論文集 (第2部), 33巻250号(昭42-6).

(昭和45年7月3日 受理)