

風波のスペクトルの発達：有限な吹送距離における 風波のスペクトルの形について

光易, 恒

<https://doi.org/10.15017/4743468>

出版情報：應用力學研究所所報. 34, pp.65-76, 1970. 九州大学応用力学研究所
バージョン：
権利関係：



風波のスペクトルの発達

—有限な吹送距離における風波のスペクトルの形について—

光 易 恒

概 要

この報告は、有限な水域に一樣な風が吹くことによって発生した風波のスペクトル構造を明らかにするために、これまでに行なってきた一連の研究の成果をもとにして、各種の実用的な結果を導いたものである。

2においては、前回の2つの研究においてそれぞれ明らかにされた、風波のスペクトルのピークにおける周波数より低周波側ならびに高周波側のそれぞれの周波数領域におけるスペクトルの基本的性質をもとにして、一つのスペクトル形(I型)が提出される。3においては、2で提出されたI型のスペクトル、ならびに、そのスペクトルを導く際に使用された、波および風に関する基礎資料より、それぞれ、風波の推算式が導かれる。これらの式は、Wilson が、比較的新しい信頼度の高い資料をもとにして最近導いた式 (Formlas VI) に極めて近い性質を有している。4においては、主として3において得られた結果を利用して、2で導いたものとは別の形の実用的なスペクトル(II型)が導かれ、2で提出したI型のスペクトルとの比較検討が行なわれる。また、今回導かれたスペクトル(II型)は無次元吹送距離の値 $gF/u_*^2 \approx 10^7$ において、充分発達して吹送距離に無関係となった風波に関するスペクトルとしてよく使用される Pierson-Moskowitz のスペクトルと極めてよく一致することが示される。さらにまた、今回提出したスペクトル(I型およびII型)と Bretschneider spectrum との比較検討が行なわれ、スペクトル(II型)が Bretschneider スペクトルとほとんど同じであることが示される。

1. 諸 言

風波のエネルギー・スペクトルの標準的な形に関しては、現地観測の結果に基づき、あるいは理論的な考察により、さまざまな形のものが提出されているが、それらは相互に少しづつ違いを示して、現在のところ、いずれが最も適切なものであるかわかっていない実状にある¹⁾。その原因としては、外洋において、風波のスペクトルを精密に測定することが極めて困難であること、たとえそれを測定できたとしても、その波を生じた外的条件が単純でないで、外的条件との関係を明確にすることが困難であること、一方、室内実験においては、このような問題はないが、得られた風波のスペクトルと外洋波のスペクトルとの間の力学的相似性の問題が充分には解決されていないこと、それに加えて、風波のスペクトルを支配する物理的機構に不明の点が残されていることなどがあげられる。

現在のところ、実用的には、外洋で充分発達し、吹送距離に無関係となった風波のスペクトルとしては、Pierson-Moskowitz のスペクトル²⁾ が使用される場合が多いが、有限な吹送距離の場合には、こ

れに対応するような式で十分に検討されたものは少ないように思われる。事実、有限な吹送距離の風波のスペクトルとして、これまでに提出されているものは比較的少なく、よく知られているものとしては、Darbyshire のスペクトル³⁾ ならびに Bretschneider のスペクトル⁴⁾ があげられるにすぎない。しかしながら、Darbyshire のスペクトルでは、他のスペクトルとかなり異なった表現が使用されているし、筆者の考えでは次元的な検討その他の点で再整理する必要があるように思われる。Bretschneider のスペクトルは、実用的には便利な形をしているけれども、その誘導の過程に少しはっきりしない点が残されている。Bretschneider のスペクトルについては本報告で、今回導かれるスペクトルと対比しながら議論が行なわれる。

この報告は、主として筆者等によってこれまでに研究され、明らかにされた風波ならびにそのスペクトルに関する基本的な性質をもとにして、上述のような状況にある風波のスペクトル、特に有限な吹送距離における風波のスペクトルの表現式を導いたものである。ここでその成果を利用した、これまでに行なわれた研究に関しては既に詳しい報告^{5) 7) 8)} が発表されているので、ここでは改めてその内容には触れない。すなわち、この報告では、基礎となる式あるいは風波のスペクトルの力学的発達機構などにはほとんど立ち入ることなく、主として応用的な面にのみ重点がおかれて議論が進められる。

スペクトルの形を決定するに際しては、第一近似として、各種の基本的な性質を表現することに重点がおかれ、スペクトルの微細構造、例えばオーバーシュート効果^{6) 9)} などは無視された。したがって、今後、このオーバーシュート効果の詳しい解析によって、スペクトルの形が部分的に修正される可能性は含まれている。しかしながら、有限な吹送距離における風波のスペクトルの式として、実際的使用に便利で、かつ信頼度の高いものが少ない現在、広範囲な条件のもとにおける風および波の精密な観測とその解析の結果をもとにして、ここに提出される式は、第一近似としては充分実用に供し得るものと考えられる。

2. 有限な吹送距離における風波のスペクトル

2-1) スペクトルの高周波側

風波のスペクトルのピークに対応する周波数 ω_m より高周波側の一部には、ある種の普遍平衡領域が存在し、そこでは周波数スペクトル $\phi_{(\omega)}$ は

$$\phi_{(\omega)} = \beta g^2 \omega^{-5} \dots\dots\dots (1)$$

のような形で表現されることが、Phillips¹⁰⁾ により、主として次元的考察をもとにして導かれた。ここに β は無次元常数で、Phillips が最初に Burling¹¹⁾ の資料をもとにして定めた値は 1.48×10^{-2} であり、その後の各種のデーターを参考にして彼が求めた値は 1.17×10^{-2} である¹²⁾。

最近の多くの観測結果は、風波のスペクトルの高周波側の形が、予想以上に広い周波数範囲にわたって、“大局的には”(1)式とよく一致することを示している¹²⁾。しかしながら、筆者等は、前回の報告の1つ〔文献5)〕において、厳密には β が普遍常数ではなく、無次元吹送距離 gF/u_*^2 (g : 重力加速度, F : 吹送距離, u_* : 海面における風の摩擦速度)の増大とともに減少することを指摘した。その後、Longuet-Higgins¹³⁾ により、同様な指摘が、主として理論的な考察をもとになされた。そこ

で、筆者等は、引き続いた研究〔文献 6〕において、文献 5) に使用された風波のスペクトルの資料を細かく整理して得られた β の値ならびに Longuet-Higgins¹³⁾ がまとめた他の研究者によって求められた β の値などを使用し、Longuet-Higgins の理論をもとにして、 β と無次元吹送距離 gF/u_*^2 との間の関係を具体的に定めた。その関係式は

$$\beta = \left[21.0 \log \frac{gF}{u_*^2} - 34.5 \right]^{-1} \dots\dots\dots (2)$$

で与えられ、 gF/u_*^2 が $10^2 \sim 10^8$ と広い範囲において、多くの観測結果と非常によく一致を示した。

(2) 式を (1) 式に代入することにより、周波数スペクトルのピークより高周波側の形として次式が得られる。

$$\phi_{(\omega)} = \left[21.0 \log \frac{gF}{u_*^2} - 34.5 \right]^{-1} g^2 \omega^{-5} \dots\dots\dots (3)$$

ただ、ここで注意しておかなければならないことは、(2) で示される β の値はスペクトルの高周波側における平均的な値であって、実際には高周波側のスペクトル密度がこの平均的な値を中心として、明瞭に波うっている場合があることである〔文献 6〕 Fig. 1～Fig. 3〕。この現象は、Barnett 等⁹⁾ によって指摘された、いわゆるオーバーシュート効果 “overshoot effect” と密接に関係していることが文献 6) において議論された。現在、その形を定量的に表現することを試みているけれども、まだ充分に信頼できる結果が得られていないので、今回は、第 1 近似として、(3) 式を風波のスペクトルの高周波側の表現式として使用することにする。

2-2) 風波のスペクトルの低周波側

風波のスペクトルの一般的な形を定めるために、乱流スペクトルの場合より類推して、波のスペクトルに相似法則を適用することが Kitaigorodskii¹⁴⁾ により試みられた。彼は、標準的な風波のスペクトルを、それぞれ異なった支配的要素を有する周波数領域に分解し、特に、スペクトルのピークより低周波側にかけての形として次のような形を提出した。

$$\phi_{(\omega)} = g^2 \omega^{-5} F_1 \left(\frac{u_* \omega}{g}, \frac{gF}{u_*^2} \right) \dots\dots\dots (4)$$

さらに、この具体的な形として、Burling のデーターに基づいて、つぎのような表現式を定めた

$$\log \frac{\phi_{(\omega)} \omega^5}{g^2} = a + b \frac{u_* \omega}{g} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 a および b は無次元吹送距離 gF/u_*^2 のみに依存する無次元常数で、彼はこれらの値を Burling のデーターをもとにして決定した。しかしながら Burling のデーターは gF/u_*^2 の値が非常に狭い範囲に限られていたので、 a および b と gF/u_*^2 との関係を明らかにすることはできなかった。

筆者等は文献 5) において、非常に広い範囲にわたる無次元吹送距離の値 ($gF/u_*^2: 10^2 \sim 10^8$) に対応して精密に測定されたスペクトルの形をもとにして常数 a および b と gF/u_*^2 との関係を具体的に定めた。その結果は十分な精度で、

$$a = -8.78 \text{ (一定)} \dots\dots\dots (6)$$

$$b = 1.71 \cdot \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{0.283} \dots\dots\dots (7)$$

で与えられた。さらに (6) 式ならびに (7) 式の a および b の表現式を (5) 式に代入して整理することによって風波のスペクトルのピークより低周波側の形を示す式として

$$\phi(\omega) = 1.66 \times 10^{-9} \cdot g^2 \cdot \omega^{-5} \exp \left[3.94 \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{0.283} \cdot \frac{u_* \omega}{g} \right] \dots\dots\dots (8)$$

が、導かれた。

2-3) 有限な吹送距離における風波のスペクトル (I 型)

風波のスペクトルのピーク, すなわち, スペクトル密度が最大となる点に対応する周波数 ω_m を境界として, スペクトルの ω_m より低周波側に対しては (8) 式を, ω_m より高周波側に対しては (3) 式をそれぞれ適用することによって, 有限な吹送距離における風波に対する一つのスペクトルの表現式がここに提出される。後ほど 4 で導かれるスペクトルと区別するために, このスペクトルを便宜的に I 型と呼ぶことにする。この I 型のスペクトルは図式的に示すと 図-1 のようになる*)。また, 角周波数 ω (ラディアン) のかわりに周波数 f (c/sec) を使用して書き直しておく次のようになる。

$$\phi(f) = 1.07 \times 10^{-12} g^2 f^{-5} \exp \left[24.7 \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{0.283} \cdot \frac{u_* f}{g} \right] \dots\dots\dots (9)$$

$$f \leq f_m$$

$$\phi(f) = (2\pi)^{-4} \left[21.0 \log \left(\frac{gF}{u_*^2} \right) - 34.5 \right]^{-1} g^2 f^{-5} \dots\dots\dots (10)$$

$$f \geq f_m$$

さらに, この提案されたスペクトルのピーク, すなわち, 2つの式の交点に対応する周波数 f_m あるいは ω_m は簡単な計算によりそれぞれ次式で与えられる。

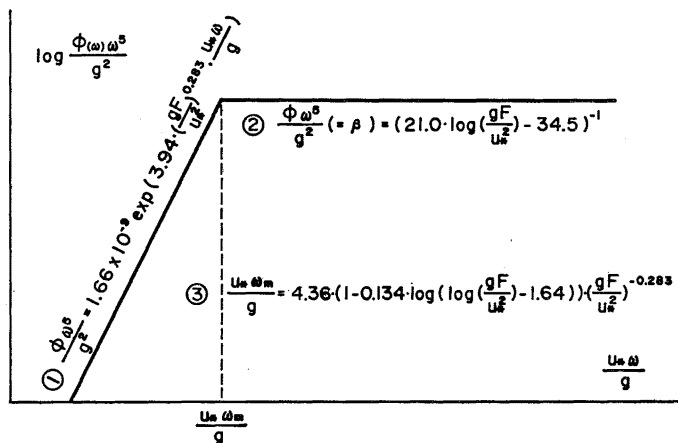


図 1 有限な吹送距離における風波のスペクトル (I 型)

*) 文献 5) において前回提出したスペクトルは ω_m より高周波側の形が異っている。

$$\frac{u_* f_m}{g} = 6.94 \times 10^{-1} \left[1 - 0.134 \log \left\{ \log \left(\frac{gF}{u_*^2} \right) - 1.64 \right\} \right] \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{-0.283} \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{u_* \omega_m}{g} = 4.36 \left[1 - 0.134 \log \left\{ \log \left(\frac{gF}{u_*^2} \right) - 1.64 \right\} \right] \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{-0.283} \dots\dots\dots (12)$$

これらの式は、スペクトルのピーク，すなわち，支配的な波に対応する無次元化された周波数を無次元吹送距離 gF/u_*^2 の関数として与えるもので，いわゆる風波の推算式にほかならない。

3. 風波の推算式

2において提案された有限な吹送距離における風波のスペクトル（I型）をもとにしてスペクトルのピークに対応する周波数を求めるための推算式を（11）式あるいは（12）式のように導くことができた。しかしながら，波高あるいは波のエネルギーを求めるための推算式をI型のスペクトルをもとにして簡単な形で求めることは容易でない。その原因は，（8）式あるいは（9）式が簡単に積分できないためである。そこで，この節では，I型のスペクトルを構成する基礎式を導くために使用した風および波のスペクトルに関する基礎データを直接使用することによって得られた波の推算式を示すことにする。それらは，文献5)によると，

$$\frac{g\sqrt{E}}{u_*^2} = 1.31 \times 10^{-2} \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{0.504} \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{u_* f_m}{g} = 1.00 \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{-0.330} \dots\dots\dots (14)$$

で与えられる。ここに，Eは波の全スペクトル・エネルギーで，筆者等の定義では，周波数スペクトル $\phi(f)$ および水位変動 $\eta(t)$ と次の関係を有する。

$$E = \int_0^\infty \phi(f) df = \overline{\eta^2} \dots\dots\dots (15)$$

（13）式および（14）式は，次の関係式

$$H_{1/3} = 4.00 \sqrt{E} \dots\dots\dots (16)$$

$$U_{10} = 25 u_* \dots\dots\dots (17)$$

$$T_{1/3} = 1/1.05 f_m \dots\dots\dots (18)$$

を使用すると，普通には義波の波高 $H_{1/3}$ および周期 $T_{1/3}$ と吹送距離Fおよび海面上10 mにおける風速 U_{10} との間の無次元関係として示される風波の推算式

$$\frac{gH_{1/3}}{U_{10}^2} = 2.15 \times 10^{-3} \left(\frac{gF}{U_{10}^2} \right)^{0.504} \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{gT_{1/3}}{2\pi U_{10}} = 5.07 \times 10^{-2} \left(\frac{gF}{U_{10}^2} \right)^{0.330} \dots\dots\dots (20)$$

に変換される。上述の変換に用いた（16）式は，Longuet-Higgins¹⁵⁾により理論的に導かれたもの，

（17）式は，海面の抵抗係数 r_{10}^* を

$$r_{10}^* = 1.6 \times 10^{-3} \dots\dots\dots (21)$$

と仮定することによって導かれた式，（18）式は筆者等の観測結果をもとにして定められた実験式であ

る。(21) 式のような仮定が、少なくとも比較的低風速では妥当なことは、筆者等の観測結果⁸⁾ならびに Deacon-Webb 等¹⁰⁾によって集められている結果より確かめられた。

有義波の波高および周期に関する推算式としては、最初の式が Sverdrup および Munk¹⁷⁾により提案されて以来、各種の修正式が提出されている。比較的最近、Wilson¹⁸⁾は信頼度が高いと考えられる資料のみを用いて次のような式(彼の表現によると Formulas IV)を導いた。

$$\frac{gH_{1/3}}{U_{10}^2} = 0.30 \left[1 - \left\{ 1 + 0.004 \left(\frac{gF}{U_{10}^2} \right)^{1/2} \right\}^{-2} \right] \dots\dots\dots (22)$$

$$\frac{gT_{1/3}}{2\pi U_{10}} = 1.37 \left[1 - \left\{ 1 + 0.008 \left(\frac{gF}{U_{10}^2} \right)^{1/3} \right\}^{-5} \right] \dots\dots\dots (23)$$

無次元吹送距離 gF/U_{10}^2 が比較的小さい所では、これらの式は、次のように近似される。

$$\frac{gH_{1/3}}{U_{10}^2} = 2.4 \times 10^{-3} \left(\frac{gF}{U_{10}^2} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (24)$$

$$\frac{gT_{1/3}}{2\pi U_{10}} = 5.48 \times 10^{-2} \left(\frac{gF}{U_{10}^2} \right)^{1/3} \dots\dots\dots (25)$$

(19) 式および (20) 式をそれぞれ (24) 式および (25) 式と比較すると、2組の式は非常によく似ていることがわかる。筆者等が、風波の推算式 (13) 式および (14) 式を導く際に使用した基礎データと比較するため、(24) 式および (25) 式を (16) 式、(17) 式および (18) 式を用いてそれぞれ変換すると、次式が得られる。

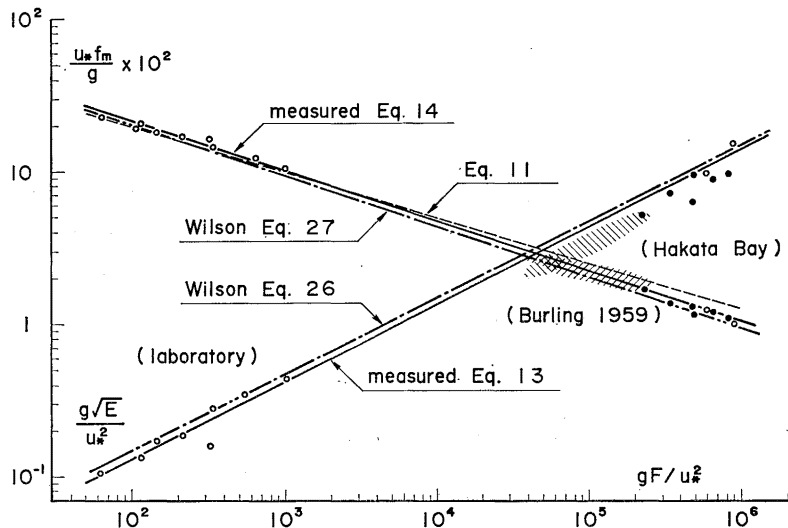


図 2 風波の推算曲線

Eq. 11 はスペクトル (I 型) より導かれたもの。

Eq. 13 および Eq. 14 は実験式 (“●”印のデータは式の決定には使用されてない)。

Eq. 26 および Eq. 27 は Wilson の式。

$$\frac{g\sqrt{E}}{u_*^2} = 1.5 \times 10^{-2} \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (26)$$

$$\frac{u_* f_m}{g} = 9.46 \times 10^{-1} \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{-1/3} \dots\dots\dots (27)$$

これらの式は、筆者等が提出した (13) 式および (14) 式ならびに、それらの式を求める際に使用した筆者等の測定値とともに図-2 に示されている。図-2 の中には、今回提案したスペクトル (I 型) より導かれた f_m に対する推算式 (11) 式も記入されている。図-2 に示された結果より、今回提案したスペクトル (I 型) より導かれた波の推算式 (11) 式が直接に測定値を基にして求めた推算式 (13) 式と、よい一致を示すこと、Wilson の (26) 式および (27) 式と筆者等が求めた (13) 式および (14) 式とは、非常によく似ているが、式からも当然予想されるように、Wilson の式がわれわれの実測値に比較して、波高、周期ともにわずかに大きめの値を与えることなどがわかる。筆者等が、直接に測定データより求めた波の推算式 (19) 式および (20) 式の妥当性は、最近新たに整理した博多湾における冬期季節風による波の資料よりも確かめられたが、これについては別の機会にゆずる。

4. 有限な吹送距離における風波のスペクトル (II 型)

4-1 スペクトル (II 型) の誘導

風波のスペクトルの具体的な形として、最初に Neumann スペクトル¹⁹⁾ が提出されて以来、非常に多くのスペクトルの形が発表されているが、それらの多くは次のような形を有している。

$$\phi(f) = k_1 f^{-m} \exp\{-k_2 f^{-n}\} \dots\dots\dots (28)$$

ただし、この式における k_1 , k_2 , m および n の形ならびに値は提案者によって少しずつ異なっている。例えば Neumann スペクトルでは、(単位: m, sec.)

$$\begin{array}{ll} k_1 = 30.2(2\pi)^{-6} & k_2 = 2(g/2\pi U)^2 \\ m = 6 & n = 2 \end{array} \dots\dots\dots (29)$$

Pierson-Moskowitz スペクトル²⁾ では、(単位: cm, sec.)

$$\begin{array}{ll} k_1 = 8.10 \times 10^{-3}(2\pi)^{-4}g^2 & k_2 = 0.74(g/2\pi U)^4 \\ m = 5 & n = 4 \end{array} \dots\dots\dots (30)$$

である。

風波のスペクトルが (28) 式のような形をとるという根拠は現在のところ考えられないが、風波のスペクトルを大局的にみると、(28) 式にかなり近い形を示すことも事実である。そこで、この章では Pierson-Moskowitz のスペクトルと同様に、 $m=5$, $n=4$, とおいて^{*)}, k_1 および k_2 の形を 3 で求めた風波の特性をもとにして定めることにする。

(28) 式の $\phi(f)$ を周波数 f に関して 0 から ∞ の範囲で積分することによりスペクトルの全エネルギー E が、また $\phi(f)$ が極大値を示す周波数として f_m がそれぞれ容易に計算され、それらは次のように与

*) ここで、 $n=4$ とおくことにはあまりはっきりした根拠はないが、 $m=5$ とおくことは、2 に示されたスペクトルの特性と対比して考えると妥当なものと考えられる。

えられる。

$$E = \frac{k_1}{n} \frac{\Gamma'(\frac{m-1}{n})}{k_2^{\frac{m-1}{n}}} \dots\dots\dots (31)$$

$$f_m = \left(\frac{n}{m} k_2 \right)^{\frac{1}{n}} \dots\dots\dots (32)$$

ここに $\Gamma'(\frac{m-1}{n})$ はガンマー関数である。

これらの式を変形して、 k_1 および k_2 を求めそれぞれ、(28) 式に代入すると、(28) 式は結局次のように変形される。

$$\phi(f) = \frac{nE}{\Gamma'(\frac{m-1}{n})} \left(\frac{m}{n} \right)^{\frac{m-1}{n}} \left(\frac{f_m}{f} \right)^m \frac{1}{f_m} \exp \left[-\frac{m}{n} \left(\frac{f}{f_m} \right)^{-n} \right] \dots\dots\dots (33)$$

$m=5$, $n=4$ の場合には、この式は

$$\phi(f) = 5E f_m^4 f^{-5} \exp \left[-\frac{5}{4} f_m^4 f^{-4} \right] \dots\dots\dots (34)$$

となる。この (34) 式の E および f_m に、3 で決定した最も信頼度が高い関係式と考えられる、(13) 式および (14) 式をそれぞれ代入して計算すると、(33) 式は最終的に、次のようになる。

$$\phi(f) = \left[8.58 \times 10^{-4} \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{-0.312} \right] g^2 f^{-5} \exp \left[-1.25 \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{-1.32} \left(\frac{u_* f}{g} \right)^{-4} \right], \dots\dots\dots (35)$$

この (35) 式が、今回ここに、有限な吹送距離における風波のスペクトルの表現式 (Ⅱ型) として提案するものである。この (35) 式は、2 において、直接測定されたスペクトルを忠実に表わす式として導かれたスペクトルの表現式 (Ⅰ型) とかなり類似した性質を有している。すなわち、周波数の高い所では (35) 式は

$$\phi(f) = \left[8.58 \times 10^{-4} \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{-0.312} \right] g^2 f^{-5} \dots\dots\dots (36)$$

に漸近し、(1) 式の無次元常数 β に対応する部分すなわち (36) 式の [] の部分が、無次元吹送距離 gF/u_*^2 の増大とともに減少することがわかる。ただし、図-3 に示されるように定量的には必ずしも一致しない。

図-3 は、測定された風波のスペクトルのピークより高周波側ならびに低周波側の特性をそれぞれ忠実に表現する式として、2 において導いた (9) 式および (10) 式で与えられるスペクトル (Ⅰ型) と本節で導いた (35) 式で与えられるスペクトル (Ⅱ型) との比較を、無次元吹送距離の広い範囲について行なったものである。これより、スペクトル (Ⅰ型) とスペクトル (Ⅱ型) とは定量的には少し異なっているが、定性的にはかなり類似していることがわかる。図-3 の中には、また、後述する Bretschneider スペクトルならびに Pierson-Moskowitz のスペクトルも記入されているが、この図より Pierson-Moskowitz スペクトルは、スペクトル (Ⅱ型) において、 $gF/u_*^2 = 10^7$ とした場合に近似的に対応することがわかる。事実、Pierson-Moskowitz のスペクトルを導く基礎として、Moskowitz が整理した資料より、無次元吹送距離を計算してみると、 $gF/u_*^2 = 10^7$ 付近の資料が大部分である。

ここで、スペクトル (Ⅱ型) を誘導するに際しては、 $m=5$, $n=4$ と仮定して、いわゆる波の推算式 fetch graph のみを使用して k_1 および k_2 を定めるという方法によった。すなわち、実測されたスベ

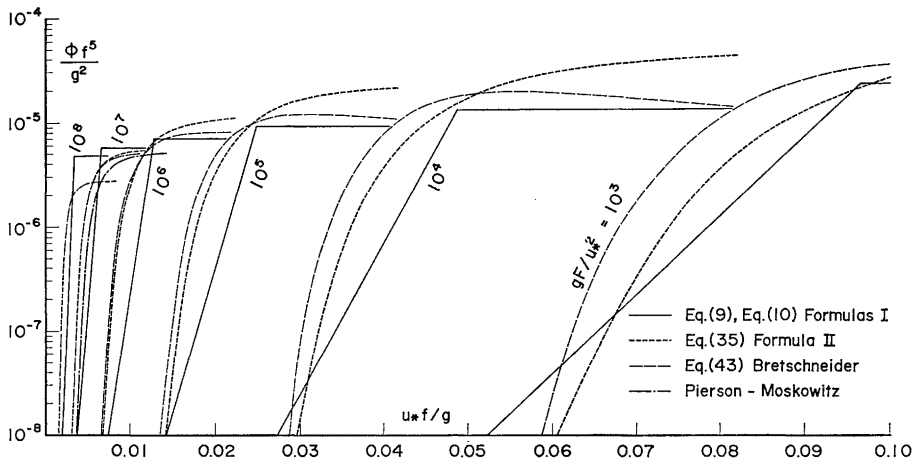


図 3 各種のスペクトル形の比較

“—” (実線) スペクトル (I 型), “.....” (点線) スペクトル (II 型), これは Bretschneider スペクトルで $r=0$ としたものにほとんど等しい. “- - -” (破線) Bretschneider スペクトル, “- . -” (鎖線) Pierson-Moskowitz スペクトル. 各スペクトルは $\phi(f) f^5 / g^2 = \Phi(u_* f / g)$ の形に無次元化しており, 無次元吹送距離 gF/u_*^2 がパラメーターとなっている.

クトルより得られた情報 (それは I 型のスペクトルの誘導に際しては充分に利用されたものであるが) は, II 型のスペクトルの誘導に際してはほとんど使用されていない. したがって, I 型と II 型のスペクトルの間のある程度の差異は当然予想されるものである. そこで, I 型のスペクトルを導くに際して利用した実測された風波のスペクトルの特性と, 波の推算式として与えられている関係式との相方をできるだけ満足するように, k_1, k_2, m , および n を定めるという方法も当然考えられる. しかしながら, 今回ここでは, それは試みないことにした. その理由は, まえに, 少しふれた, オーバershoot 効果の性質, 特にその定量的な表現法がもう少しはっきりしないことには, あまり有望な結果は期待されないと考えたからである.

4-2 スペクトル (II 型) と Bretschneider スペクトル⁴⁾²⁰⁾ との比較

Bretschneider は, 波による水位変動 $\eta(t)$ のスペクトル解析を行なって, 波の周波数スペクトルを求める普通の方法ではなく, 実現された波の形に関する統計的な性質をもとにして, 波の一次元スペクトルを導いた⁴⁾. 彼のスペクトルと普通の方法で求められるスペクトルとの関連については少しははっきりしない点があるけれども, 彼の導いたスペクトルは, 記号を本報告で使用しているものに統一し, さらに $\int_0^\infty \phi(f) df = \bar{\eta}^2$ となるように常数を変更して示すと次のようになる*).

*) 彼の元の式では $\int_0^\infty \phi(f) df = 8\bar{\eta}^2$ となるように周波数スペクトルが定義されている.

$$\phi_{(f)} = 0.430 \left(\frac{\bar{H}}{g\bar{T}^2} \right)^2 \left\{ \frac{[(1-r) + 0.927r(\bar{T}f)^{-2}]^2}{1 + 0.273r^2} \right\} g^2 f^{-5} \exp[-0.675(\bar{T}f)^{-4}] \dots\dots\dots (37)$$

ここに、 $\bar{H}$ および $\bar{T}$ は平均波高および平均周期で、それぞれ有義波の波高および周期と次の関係にある。

$$\bar{H} = 0.625H_{1/3} \dots\dots\dots (38)$$

$$\bar{T} = 0.9T_{1/3} \dots\dots\dots (39)$$

r は、波高と波長との結合分布関数で、無次元吹送距離 gF/U_{10}^2 の関数として彼の論文⁴⁾ に数値的に与えられている。

Bretschneider は、最近、(37) 式で r に依存する $\{ \}$ の部分を除いた次の式 [(37) 式で $r=0$ とした式に相当する] を風波のスペクトルの一般形として提出した²⁰⁾。

$$\phi_{(f)} = 0.430 \left(\frac{\bar{H}}{g\bar{T}^2} \right)^2 \cdot g^2 \cdot f^{-5} \exp[-0.675(\bar{T}f)^{-4}] \dots\dots\dots (40)$$

ところで、筆者等が、この章の初めにおいて、スペクトルの一般形を (28) 式のようにおき、 $m=5$, $n=4$ とおいた以外には、何ら仮定することなく導いた (34) 式をこの (40) 式と比べてみると、両者は非常に類似した形をしていることがわかる。そこで、以下に (34) 式を (40) 式のような形に変換することを試みてみる。

3) において示した、(16) 式および (18) 式をそれぞれ (34) 式に代入すると (34) 式は次のような有義波の波高 $H_{1/3}$ および周期 $T_{1/3}$ をパラメーターとして含む周波数スペクトルの表現式に変換される。

$$\phi_{(f)} = 0.257 \left(\frac{H_{1/3}}{gT_{1/3}^2} \right)^2 \cdot g^2 f^{-5} \exp[-1.03(T_{1/3}f)^{-4}] \dots\dots\dots (41)$$

この (41) 式に (38) 式および (39) 式を代入すると、

$$\phi_{(f)} = 0.432 \left(\frac{\bar{H}}{g\bar{T}^2} \right)^2 \cdot g^2 f^{-5} \exp[-0.675\bar{T}^{-4}f^{-4}] \dots\dots\dots (42)$$

が得られる。この (43) 式と Bretschneider のスペクトル (40) 式とを比較すると、ほとんど完全に一致していることがわかる。

以上のようにして、風波のスペクトルの形を (28) 式のようにおき、近似的には妥当と考えられる若干の仮定ならびに実験的に定められた関係式を利用して、Bretschneider の式とほとんど変わらない式を導くことができた。

ところで、筆者等がこの章の初めに導いた (35) 式、すなわち、スペクトル (II 型) は、(42) 式を導いた元の式と同じものから導かれているので、それぞれの式を導いた計算をたどってゆけば、波の推算式 (13) 式および (14) 式を介して、お互いに一方の式より他方の式を導くことができる。このことより、筆者等が求めたスペクトル (II 型) は Bretschneider の式 (40) 式と形としてはほとんど完全に同じものであることがわかる。したがって、筆者等が実験的に測定したスペクトルをもとにして導いたスペクトル (I 型) とスペクトル (II 型) との比較を行なった。図-3 は、スペクトル (I 型) と Bretschneider スペクトル (40) 式との比較を示すものと做すこともできる。

以上は, Bretschneider のスペクトルの一つ (40) 式に関連した議論であるが, 彼が最初に導いたのは, (40) 式ではなく, (37) 式の方である*). この (37) 式の誘導に関する議論は, この報告では一応さしおいて, この (37) 式により与えられるスペクトルと, 筆者等が提出したスペクトル (I 型) との比較が, 図-3 の中に示されている. ただし, (37) 式は (13) 式, (14) 式, (16) 式, (18) 式, (38) 式および (39) 式を用いて次のように変形され, r の値は Bretschneider の論文⁴⁾ によった.

$$\phi(f) = 8.58 \times 10^{-4} \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{-0.812} \left\{ \frac{[(1-r) + 1.26r(gF/u_*^2)^{-0.660}(u_*f/g)^{-2}]^2}{1 + 0.273r^2} \right\} \\ \times g^2 f^{-5} \exp \left[-1.25 \left(\frac{gF}{u_*^2} \right)^{-1.32} \cdot \left(\frac{u_* f}{g} \right)^{-4} \right] \dots \dots \dots (43)$$

図-3 に示された結果より Bretschneider が最初に提出した (37) 式の方が, スペクトル (I 型) により近いこと, 特に, 高周波側では, (43) 式とスペクトル (I 型) とはかなりよい一致を示すことがわかる.

5. 結 語

主として, 筆者等がこれまでにやって来た一連の研究の結果を利用して, 有限な吹送距離における風波のスペクトルの形を定めた.

最初に提出したスペクトル (I 型) は, 測定されたスペクトルの高周波側ならびに低周波側の基本的性質をできるだけ忠実に表現するように定めたもので, (3) 式および (8) 式, あるいは, (9) 式および (10) 式のそれぞれ 1 組の式で与えられる. このスペクトル (I 型) よりスペクトルのピークに対応する周波数に対する推算式 (11式) および (12) 式を導くことができるが, スペクトル全エネルギーに対する推算式は簡単な形では導けない.

スペクトル (I 型) を構成する, 基本式を導くために使用した. 風および波のスペクトルに関する基礎データを使用しては波の推算式が導かれた. それらは (13) 式および (14) 式, あるいは (19) 式および (20) 式で与えられ, Wilson の Formulas IV に極めて近いものである.

(28) 式で与えられる風波のスペクトルの表現式としてよく使用される一般的な式より出発して, 近似的には妥当と考えられる若干の仮定ならびに, 筆者等が実験的に定めた波の推算式 (13) および (14) 式を使用して, 風波のスペクトル (II 型) (35) 式を導いた. Pierson-Moskowitz の式は, このスペクトル (II 型) において無次元吹送距離を $gF/u_*^2 \doteq 10^7$ とおいたものに近似的に対応することが確かめられた. また, このスペクトル (II 型) は, Bretschneider が別の方法で導いたスペクトル (40) 式とほとんど完全に同じ形であることが示された. さらに, Bretschneider が最初に提出したスペクトル (37) 式についても検討が行なわれ, 今回提出されたスペクトル (I 型) に非常に類似した性質を示すことが明らかにされた.

終りに, 本研究における数値計算の大部分を受持ち, さらに, 図面の作成を行ない研究の補助をいた

*) (40) 式をスペクトルの一般形として提出した根拠は, 筆者の知る限りでは, 彼自身ははっきりとは示していない.

だいた、小森利雄、ならびに、原稿の作成に関し色々と補助をいただいた根来義子の両氏に対して厚く謝意を表わします。

参 考 文 献

- 1) Walden, H.: Comparison of one-dimensional wave spectra recorded in the German bight with various "theoretical" spectra, *Ocean Wave Spectra*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1963, 67-94.
- 2) Pierson, W. J. and Moscovitz, L.: A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii, *J. Geophys. Res.*, Vol. 69, No. 24, 1964, 5181-5190.
- 3) Darbyshire, J.: The one-dimensional wave spectrum in the Atlantic Ocean and in coastal waters, *Ocean Wave Spectra*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1963, 27-39.
- 4) Bretschneider, C. L.: Wave variability and wave spectra for wind-generated gravity waves, *Beach Erosion Board Tech. Memo. No. 118*, 1959.
- 5) Mitsuyasu, H.: On the growth of the spectrum of wind-generated waves (I), *Rep. Res. Inst. Appl. Mech.*, Kyushu Univ., Vol. XVI, No. 55, 1968, 459-482.
- 6) Mitsuyasu, H.: On the growth of the spectrum of wind-generated waves (II), *Rep. Res. Inst. Appl. Mech.*, Kyushu Univ., Vol. XVII, No. 59, 1969, 235-248.
- 7) 光易恒, 中山竜三: 風波のスペクトルの発達, 第16回海岸工学講演会講演集, 1969, 53-58.
- 8) 光易恒, 中山竜三: 博多湾における波および風の観測, 九州大学応用力学研究所, 所報第33号, 1969, 33-66.
- 9) Barnett, T. P. and Sutherland, A. J.: A note on an overshoot effect in wind-generated waves, *J. Geophys. Res.*, Vol. 73, No. 22, 1968, 6879-6885.
- 10) Phillips, O. M.: The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves, *J. Fluid Mech.*, 4, 1958, 426-434.
- 11) Burling, R. W.: The spectrum of waves of short fetches, *Deutsche Hydrogr. Zeit.*, 12, 1959, 44-64, 96-117.
- 12) Phillips, O. M.: *The dynamics of upper ocean*, Cambridge Univ. Press, 1966, 261 pp.
- 13) Longuet-Higgins, M. S.: On wave breaking and the equilibrium spectrum of wind-generated waves, *Proc. Roy. Soc. A*, 310, 1969, 151-159.
- 14) Kitaigorodskii, S. A.: Applications of the theory of similarity to the analysis of wind-generated wave motion as a stochastic process, *Izv. Geophys. Ser. Acad. Sci. USSR*, I, 1962, 105-117.
- 15) Longuet-Higgins, M. S.: On the statistical distribution of height of sea waves, *J. Mar. Res.*, Vol. 11, No. 13, 1952, 245-266.
- 16) Deacon, E. L. and Webb, E. K.: Interchange of properties between sea and air, small scale interactions, *The Sea*, Vol. 1, Interscience Publishers, 1962, 57-64.
- 17) Sverdrup, H. U. and Munk, W. H.: Wind sea and swell, theory of relation for forecasting, *U. S. Navy Hydrographic Office, Pub. No. 601*, 1947, 44 pp.
- 18) Wilson, B. W.: Numerical prediction of ocean waves in the North Atlantic for December 1959, *Deutsche Hydrogr. Zeit.*, 18, 3, 1965, 114-130.
- 19) Neumann, G.: On wind generated ocean waves with reference to the problem of wave forecasting, *N. Y. U. Coll. of Eng. Res. Div. Dept. Meteorol. and Oceanogr.* Prepared for the Office of Naval Res. 1952, 136 pp.
- 20) Bretschneider, C. L.: Significant waves and wave spectrum, *Fundamental in Ocean Engineering-Part 7*, Ocean Industry, Feb. 1968, 40-46.