

二自由度フラッタとしての円柱のうず励振

中村, 泰治

<https://doi.org/10.15017/4743467>

出版情報：應用力學研究所所報. 34, pp.53-63, 1970. 九州大学応用力学研究所
バージョン：
権利関係：



二自由度フラッタとしての円柱のうず励振

中 村 泰 治

概 要

2次元円柱のうず励振を、流体—円柱系よりなる2自由度系の連成自励振動(2自由度フラッタ)として取り扱った。流体振動系を代表するものとして Birkhoff の死水領域振動子モデルを採用した。フラッタ解析によれば、静止円柱に対するうず振動数が円柱固有振動数に一致する流速を含むある流速範囲に限り2自由度フラッタが発生する。この範囲は、流体—円柱の質量比に依存する。2自由度フラッタの他の一つの特徴として、発振中における振動揚力の流速に対する変化を挙げることができる。この変化は、強制振動中の円柱に作用する振動揚力と明らかに異なる。

1. ま え が き

円柱等、流れに置かれた鈍い物体の背後にうず列を生じ、物体に対して流れに直角方向の振動揚力を生ずることはよく知られている。この振動揚力による物体の励振(以下にうず励振という)は、理論上、応用上ともに重要な現象であり、すでに多くの研究があるが、その励振機構の詳細については未だ不明である¹⁾。

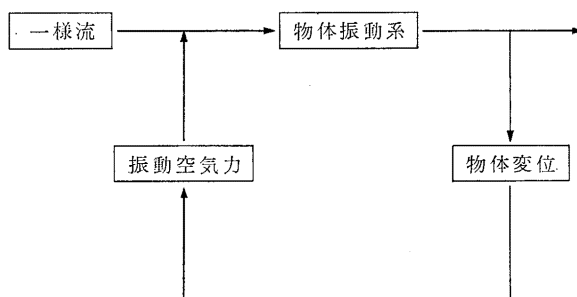
観察によれば、流速変化によってうず振動数が物体の固有振動数に近づくとき、物体の流れに直角方向の振動振幅が著しく増大する。しかし、この現象を単なるうずによる強制振動と見做すことは適切でない。それは物体振動によりうず自身の振動が増幅されるからである。換言すれば、振動揚力は物体の振動によって制御される。したがって、うず励振の問題は、流体—物体系の自励振動としてとらえる方がより妥当である²⁾。

本論文はこのような立場によるうず励振の一数学的モデルを呈出する。最近、船川は円柱のうず励振の問題を、Birkhoff の死水領域振動子モデルに基づく1自由度フラッタとして説明した³⁾。本論文は同様に Birkhoff のモデルに立脚する。かつ、連成項の導入において船川モデルに負う所が大きい。しかし、本論文におけるフラッタは船川の提唱するモデルと本質的に異なるものである。それは、流体—物体系に関する連成自励振動、すなわち2自由度フラッタである。

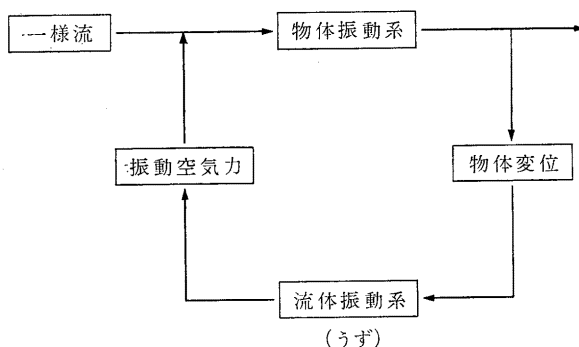
2. うず励振の空力弾性学的特徴

第1図は、通常のフラッタの発生機構を示す。すなわち、一様流の中で構造物の変位による付加空気力が振動空気力として逆に構造物自身に作用する。この動的循環現象がフラッタに外ならない。ただし、付加空気力は構造物の変位によるものであるから、物体が静止する限り振動空気力は生じ得ない。

これに対して、うず励振の特徴は静止物体においても振動空気力が作用する点にある。すなわち、全



第 1 図 通常のフラッタ



第 2 図 フラッタとしてのうず励振

体の系は流体系と物体系からなり、重要なことは、流体部分系がそれ自身振動系を構成していることである。これら二つの部分系は独立であり得ず、明らかに互いに連成している。物体変位の流体系への影響、逆に、流体系より物体系への影響（振動揚力）は、二つの部分系の連成作用に外ならない。

第 1 図に対応して、うず励振機構を書けば第 2 図のようになる。したがって、このような系の自励振動（フラッタ）は流体—物体系の連成自励振動（多自由度フラッタ）としてとらえられなければならない。

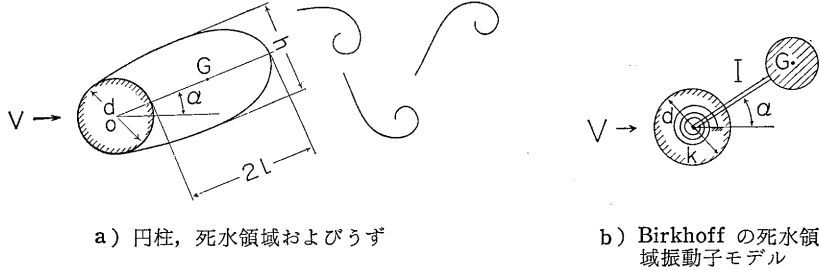
今、物体系は質量ばね振動系で代表することができる。流体系は、本来、非定常 Navier-Stokes 方程式で記述されるであろう。しかし、Navier-Stokes 方程式を直接解くことは大きな困難がある。したがって、流体系のモデル化が必要となる。本論文では流体振動系を代表するものとして、Birkhoff の死水領域振動子モデルを採用する。

3. Birkhoff の死水領域振動子モデル

流れに直角に置かれた静止円柱の背後にうず列を生ずることは既述のとおりである。観察によれば、円柱とうず列の間に存在する所謂 early wake（以下に死水領域と略称する）は、あたかも水中の魚の尾のように首振り運動を呈し、その振動数はうず振動数に等しい。

Birkhoff は上記の観察結果に基づき、死水領域の振動を以下の剛体振子に置き換えることを提案し

た⁴⁾.



第 3 図

第3図aは、流れに置かれた2次元静止円柱を示す。今、死水領域の大きさを $h \times 2l$ とし、その重心を G とする。仮定により、うず放出に伴い死水領域が円柱中心 O のまわりに回転振動をするとすれば、その運動方程式は次式で与えられる。

$$I\ddot{\alpha} + k\alpha = 0. \quad (1)$$

ここに、 α は一様流に対する死水領域の傾き、 I は円柱中心 O に関する死水領域の慣性モーメント、 $k\alpha$ は流体力学的復元モーメントである。第3図b参照。今、船川にしたがい³⁾,

$$I = \rho \cdot 2lh \left(\frac{d}{2} + l \right)^2, \quad (2)$$

$$k = \frac{1}{2} \rho V^2 \cdot 2\pi \left(\frac{d}{2} + l \right), \quad (3)$$

と置くと、流体振動系の固有振動数は次式で与えられる。

$$f_a = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{I}} = \frac{V}{\sqrt{4\pi h \left(\frac{d}{2} + l \right)}}. \quad (4)$$

ここで、実験結果^{3),5)}を参照して、

$$h = 1.25d, \quad (5)$$

$$l = 1.1d, \quad (6)$$

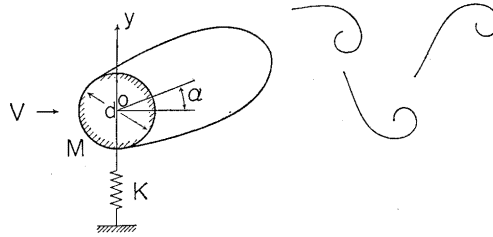
と与えると、

$$S = \frac{f_a d}{V} = 0.2, \quad (7)$$

となり、亜臨界レイノルズ数における円柱ストローハル数の実験値にほぼ一致する。以上述べた Birkhoff の死水領域振動子モデルは、流体振動系を代表する簡単で要を得たモデルと考えられる。

4. 運動方程式

第4図に示すように、2次元円柱が流れに直角方向に振動し得るものとする。流体部分系として、前節に述べた Birkhoff の死水領域振動子モデルを採用する。このとき、流体—円柱系は、円柱変位 y と死水領域の傾き α よりなる2自由度系となる。したがって、問題は、円柱変位と死水領域の傾きの連成作用——死水領域の傾きによる揚力およびその逆——の決定に帰着される。



第 4 図 一様流中の振動円柱

4.1 円柱に作用する揚力

死水領域が一様流に対して傾くことは、円柱表面上で境界層のはく離点が前後に移動することに対応し、このことは円柱まわりの循環の変化を意味する。よって、円柱には一種の Magnus 効果による揚力が発生し、その大きさ L (単位長さ当たり) は死水領域の傾きに比例すると仮定する。すなわち、 f_m を常数として、

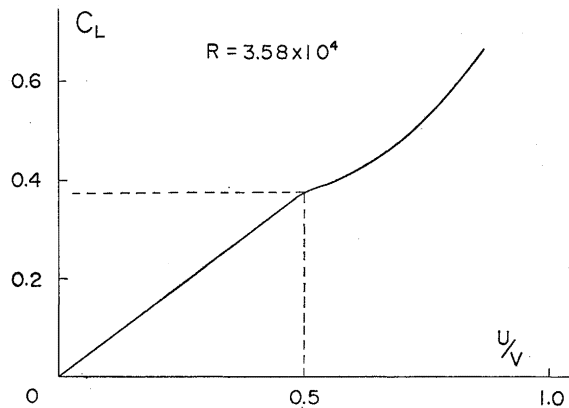
$$L = -f_m \alpha, \dots\dots\dots (8)$$

f_m の値は、一様回転円柱に関する実験結果を参照して定める³⁾。第 5 図に示すように、亜臨界レイノルズ数においては、揚力は円柱回転速度 U にほぼ比例する⁶⁾。さらに、流れの写真より、 $U/V=0.5$ の時、死水領域の傾き α は約 20° であった⁷⁾。これらより、 f_m の概略値として、

$$f_m = \frac{1}{2} \rho V^2 d \frac{dC_L}{d\alpha} = 0.58 \rho V^2 d, \dots\dots\dots (9)$$

が得られる。このとき、円柱を支配する運動方程式は、

$$M\ddot{y} + Ky = -f_m \alpha, \dots\dots\dots (10)$$



第 5 図 一様回転円柱の揚力、文献 6 による

4.2 円柱振動の死水領域に対する影響

まず、支点が水平運動をする複合振子を考える。このとき、振子には、支点の水平方向の加速度に比

例したモーメントが作用する。よって、円柱が流れに直角方向に振動する場合の死水領域の運動は、支点が水平運動をする複合振子に同等であると仮定する。かくして、死水領域に関する運動方程式として、

$$I\ddot{\alpha} + k\alpha = -\frac{I\ddot{y}}{(\frac{d}{2} + l)}, \dots\dots\dots (11)$$

を得る。

4.3 流体—円柱系の運動方程式

前2節の議論により、第4図に示す流体—円柱系を支配する運動方程式を得た。改めて書けば、

$$M\ddot{y} + Ky = -f_m\alpha, \dots\dots\dots (10)$$

$$I\ddot{\alpha} + k\alpha = -\frac{I\ddot{y}}{(\frac{d}{2} + l)}. \dots\dots\dots (11)$$

簡単のため、(10)、(11)式では系に内在する構造減衰力ならびに流力減衰モーメント（ともに正と仮定）は省略する。流力減衰モーメントを正とする理由は以下の通りである。

実際の流れでは、静止円柱においても死水領域はある小振幅で振動している。すなわち、死水領域の振動は安定なリミット・サイクルをもつ。今、死水領域に攪乱を加え、リミット・サイクルの振幅以上にこれを傾けたとすれば、ただちに減衰振動を生じ、元のリミット・サイクルに落ちつくものと考えられる。換言すれば、死水領域の振動は、リミット・サイクルの振幅以上では正減衰である。現在のモデルでは、静止円柱に対する死水領域の振動を微小と考慮して無視し、振動円柱ではそれ以上の振動振幅を対象とする。ゆえに、系の流力減衰モーメントは正と考えてよい。

さて、式(10)、(11)を考察するに、右辺の連成項は系の自由度 y, α に関して対称でない。空力弾性学によれば、このような系では、自由度間の位相差により揚力のなす仕事が正となる可能性がある。すなわち、2自由度フラッタの発生である。一般に、2自由度フラッタにおいては、系の減衰力の影響は小さく、これを省略しても本質が失われることがないことを付記する。

5. フラッタ解析

式(10)、(11)で代表される系の安定性を調べる。

まず、(10)、(11)を変形して

$$\ddot{y} + \omega_y^2 y = -\frac{f_m}{M}\alpha, \dots\dots\dots (12)$$

$$\ddot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha = -\frac{\ddot{y}}{(\frac{d}{2} + l)}, \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $\omega_y = 2\pi f_y$, $\omega_\alpha = 2\pi f_\alpha$, はそれぞれ、円柱および死水領域の非連成固有円振動数である。系の変位を以下のように表わす。

$$y = y_0 e^{i\omega t}, \dots\dots\dots (14)$$

$$\alpha = \alpha_0 e^{i\omega t}. \dots\dots\dots (15)$$

ただし, ω , y_0 , α_0 は一般には複素数である. (14), (15) を (12), (13) に代入して, y_0 と α_0 に関する次の同次方程式を得る.

$$(-\omega^2 + \omega_y^2)y_0 + \frac{f_m}{M}\alpha_0 = 0, \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$-\frac{\omega^2}{(\frac{d}{2} + l)}y_0 + (-\omega^2 + \omega_a^2)\alpha_0 = 0. \quad \dots\dots\dots (17)$$

(16), (17) より系の固有振動数 ω に関する特性方程式として次式を得る.

$$A = \begin{vmatrix} -\omega^2 + \omega_y^2 & \frac{f_m}{M} \\ -\frac{\omega^2}{(\frac{d}{2} + l)} & -\omega^2 + \omega_a^2 \end{vmatrix} = 0. \quad \dots\dots\dots (18)$$

(18) を展開すれば,

$$\omega^4 - \left[(\omega_y^2 + \omega_a^2) - \frac{f_m}{M(\frac{d}{2} + l)} \right] \omega^2 + \omega_y^2 \omega_a^2 = 0. \quad \dots\dots\dots (19)$$

以下の無次元量を導入する.

$$\sigma = \frac{\omega}{\omega_y}, \quad \bar{V} = \frac{V}{f_y d}, \quad \mu = \frac{\rho d^2}{M}. \quad \dots\dots\dots (20)$$

それらは, それぞれ, 無次元振動数, 無次元流速および質量比である. (20) を用いて (19) を書き直せば,

$$\sigma^4 - [(1 + 0.04\bar{V}^2) - 0.00915\mu\bar{V}^2]\sigma^2 + 0.04\bar{V}^2 = 0. \quad \dots\dots\dots (21)$$

(21) は σ^2 に関する 2 次方程式であるから, その根は簡単に求められて,

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{2} \{ [(1 + 0.04\bar{V}^2) - 0.00915\mu\bar{V}^2] \\ &\quad \pm \sqrt{[(1 + 0.04\bar{V}^2) - 0.00915\mu\bar{V}^2]^2 - 4 \times 0.04\bar{V}^2} \} \\ &= \frac{1}{2} [(1 + 0.04\bar{V}^2 - 0.00915\mu\bar{V}^2) \\ &\quad \pm \sqrt{(1 - 0.04\bar{V}^2)^2 - 2 \times (1 + 0.04\bar{V}^2) \times 0.00915\mu\bar{V}^2 + (0.00915\mu\bar{V}^2)^2}]. \quad (22) \end{aligned}$$

さて, ここで, 流速 $\bar{V}$ による振動数 σ の変化を調べよう. まず, (22) において μ を含む項は (19) の連成項に対応する. ゆえに, (22) において $\mu = 0$ とすれば,

$$\sigma^2 = 1 \text{ または } 0.04\bar{V}^2, \quad \dots\dots\dots (23)$$

を得る. 当然ながら, (23) で前者は非連成円柱固有振動数, 後者は非連成うず振動数である. $\bar{V} = 5$ において, (23) における二つの振動数は一致する.

次に, $\mu \neq 0$ のとき, (22) の根号内の値の変化に注目する. 質量比 μ の数値は一般に 1 に比して極めて小さいので, 流速 $\bar{V}$ の小さい範囲では連成作用は小さい. したがって, σ^2 は二つの正実数でそれらの値はそれぞれ (23) で与えられるものと余り変わらない. 換言すれば, 系は二つの調和振動 (その意味で安定な振動) の和よりなる.

しかし, 流速が増し $\bar{V} = 5$ に近づくと, (22) の根号内の値が次第に減少し, ついに 0 となる. 換言

すれば、二つの振動数は互いに接近し、ついに一致する。その限界流速は、

$$\bar{V} = \frac{0.2 \pm 0.0957\sqrt{\mu}}{0.04 - 0.00915\mu}, \dots\dots\dots (24)$$

で与えられる。ここで限界流速は、大小二つあることに注意する。(24)に対応する振動数を次式に示す。

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{(1 \pm 0.478\sqrt{\mu})^2}{1 - 0.228\mu} \right]. \dots\dots\dots (25)$$

(24)で示される二つの限界流速の間では、(22)の根号内の値が負値となるので、 σ^2 は二つの共軛複素数となる。これを改めて書けば、

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} [(1 + 0.04\bar{V}^2 - 0.00915\mu\bar{V}^2) \mp i\sqrt{4 \times 0.04\bar{V}^2 - (1 + 0.04\bar{V}^2 - 0.00915\mu\bar{V}^2)^2}]. \dots\dots\dots (26)$$

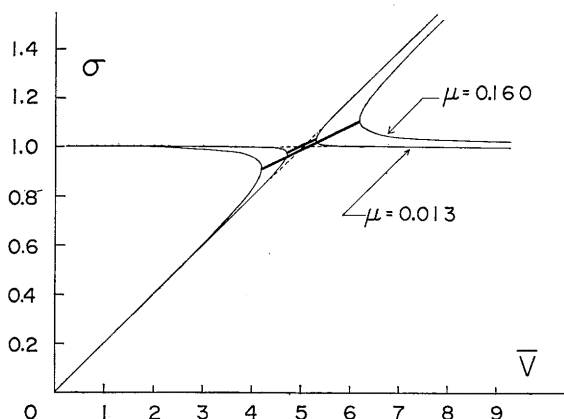
したがって、 $\sigma = \bar{\sigma} \mp i\bar{\lambda}$ と表わすと

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2} \sqrt{(1 + 0.2\bar{V})^2 - 0.00915\mu\bar{V}^2}, \dots\dots\dots (27)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\sqrt{4 \times 0.04\bar{V}^2 - (1 + 0.04\bar{V}^2 - 0.00915\mu\bar{V}^2)^2}}{2 \times \sqrt{(1 + 0.2\bar{V})^2 - 0.00915\mu\bar{V}^2}}. \dots\dots\dots (28)$$

故に、(24)に示される流速範囲では、系は $e^{i\bar{\sigma}t} \sin \omega t$ 型の二つの振動モードの重ね合わせである。この内、一つは $\bar{\lambda} < 0$ で安定であるが、他は $\bar{\lambda} > 0$ で不安定である。つまり、2自由度フラッタの発生である。

(24)に明らかなように、非連成うず振動数が非連成円柱固有振動数に一致する流速 ($\bar{V}=5$) を含むある範囲に限り、フラッタは発生する。その範囲は流体—円柱の質量比に関係し、 μ が大きい程フラッタ発生の範囲は広がる。また、(27)より、フラッタ発生中の振動数 $\bar{\sigma}$ は二つの非連成固有振動数の



第 6 図 2 自由度フラッタの発生

平均値にほぼ等しい。第 6 図は質量比 μ の二つの値に対するフラッタ限界を示す。太線はフラッタ発生域における振動数 $\bar{\sigma}$ の値を示す。

6. フラッタ発生中の円柱に作用する揚力

前節で述べたフラッタの特性をさらに詳しく知るために、円柱変位に対する揚力の変化を求めてみよう。揚力 L は (10) を用いて得られる。

$$\begin{aligned} L &= -f_m \alpha = M \ddot{y} + Ky \\ &= M \omega_y^2 (-\sigma^2 + 1) y. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (29)$$

フラッタ発生領域以外の流速では、前節に述べたように σ^2 は正実数である。よって揚力と円柱変位の位相差は 0 または 180° である。

フラッタ発生領域においては、 σ^2 は複素数ゆえ、(29) に (26) を代入して、

$$\begin{aligned} L &= \frac{M}{2} \omega_y^2 [(1 - 0.04 \bar{V}^2 + 0.00915 \mu \bar{V}^2) \\ &\quad + i \sqrt{4 \times 0.04 \bar{V}^2 - (1 + 0.04 \bar{V}^2 - 0.00915 \mu \bar{V}^2)^2}] y. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (30)$$

(30) より、フラッタ発生中の揚力係数を求めることができる。揚力係数の円柱変位に対する位相差は次式で定義される。

$$\tan \phi = \frac{\sqrt{4 \times 0.04 \bar{V}^2 - (1 + 0.04 \bar{V}^2 - 0.00915 \mu \bar{V}^2)^2}}{1 - 0.04 \bar{V}^2 + 0.00915 \mu \bar{V}^2}. \quad \dots\dots\dots (31)$$

明らかに、

- 1) 限界流速下限以下では、 $\tan \phi = 0$ 。すなわち、 $\phi = 0^\circ$ 。
- 2) フラッタ発生領域では、 ϕ は 0 より 180° まで変化する。何故ならば、(31) 右辺の分母の符号が $\bar{V} = 5$ 付近で正より負へと変化するからである。
- 3) 限界流速上限以上では、ふたたび $\tan \phi = 0$ 。ゆえに、 $\phi = 180^\circ$ 。

揚力係数の絶対値は同様に (30) より、

$$\begin{aligned} C_L &= \frac{L}{\frac{1}{2} \rho V^2 d} \left(= -\frac{f_m \alpha}{\frac{1}{2} \rho V^2 d} = -\frac{f_m}{\frac{1}{2} \rho V^2} \frac{\alpha_0}{y_0} \frac{y}{d} \right) \\ &= \frac{7.54}{\sqrt{\mu} \bar{V}} \frac{y}{d}. \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (32)$$

すなわち、揚力係数の絶対値は $\bar{V}$ と $1/\sqrt{\mu}$ に逆比例する。特に、揚力係数が流体—円柱の質量比に関係することは興味深い。このことは、揚力係数が振幅比 α_0/y_0 によることに基づくもので、1 自由度フラッタでは考えられず 2 自由度フラッタの特徴である。(31)、(32) は、また、フラッタ発生中の円柱変位の時間記録より実験的に揚力係数を得る方法を与えている。

7. 調和振動中の円柱に作用する揚力

次に、第 4 図において、フラッタ発生領域で円柱に強制的に外力 F を加え調和振動を与えた場合を考

察する。円柱変位を $y=y_0 e^{i\omega t}$ とすると、運動方程式は次式ようになる。

$$M\ddot{y} + Ky = -f_m \alpha + F, \quad \dots\dots\dots (33)$$

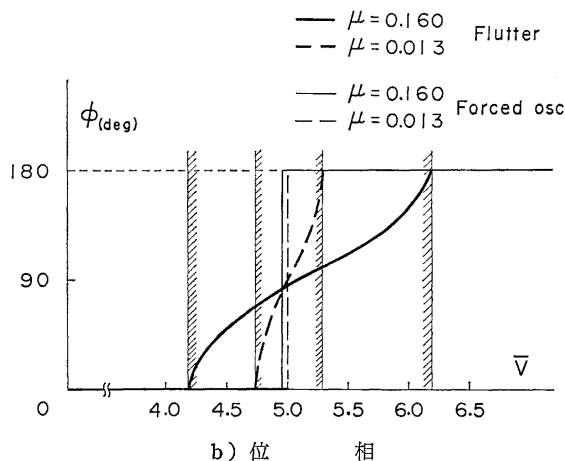
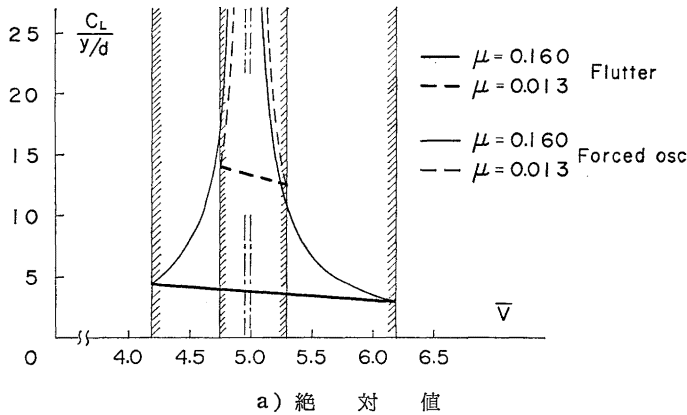
$$I\ddot{\alpha} + k\alpha = -\frac{I\ddot{y}}{(\frac{d}{2} + l)}. \quad \dots\dots\dots (34)$$

(34) より明らかなように、この場合、死水領域の運動は円柱振動による強制振動である。よって、

$$\alpha = \frac{\omega^2}{-\omega^2 + \omega_a^2} \frac{y}{(\frac{d}{2} + l)} = \frac{\sigma^2}{-\sigma^2 + 0.04\bar{V}^2} \frac{y}{(\frac{d}{2} + l)}, \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$C_L = -\frac{f_m \alpha}{\frac{1}{2}\rho V^2 d} = -0.725 \frac{\sigma^2}{-\sigma^2 + 0.04\bar{V}^2} \frac{y}{d}. \quad \dots\dots\dots (36)$$

§ 4.3 で説明したように、死水領域系では正減衰流力モーメントを仮定しているので、(35) は死水領域自身の固有振動を含まない。(35) より、加振振動数がうず振動数に一致するとき、すなわち、 $\sigma =$



第 7 図 フラッタする円柱と強制加振円柱に働く揚力

$0.2\bar{V}$ において、死水領域の共振が生ずる。この結果、加振振動数を増加するとき、 $\sigma=0.2\bar{V}$ において、揚力傾斜 $C_L/y/d$ の大きさは無限大となり、その位相は 180° より 0 へ不連続的に変化する。強制加振円柱に作用する揚力の測定は Bishop and Hassan²⁾ および田中—高原⁸⁾ によってなされている。それらの結果は定性的に (35) および (36) に一致する。

しかしながら、本節における結果と前 § 6 における結果との相異は注目すべきである。すなわち、強制加振中の円柱に作用する振動揚力は、フラッタにおける振動揚力と絶対値、位相ともに全く異なるのである。第 7 図 a, b に両者の比較を示す。図中、太線は自由円柱のフラッタ発生領域における揚力傾斜である。質量比 $\mu=0.16$ および 0.013 の場合で、第 6 図に対応するものである。これに対して細線は、加振振動数を第 6 図の太線に沿って変化させた場合の加振円柱に対する揚力傾斜を示す。両者の差異は明らかである。すなわち、うず励振を流体—円柱系の 2 自由度フラッタと考えた場合、加振円柱の揚力測定によりフラッタ発生の機構を知ることはできない。このことは興味深いことと考えられる。

8. 補 足

1) 式 (24), (31), (32) および (36) を実験により検討することが望まれる。

2) モデルの改善——第一に、Birkhoff モデルに代わる高次のモデルが望まれる。また、Magnus 効果による揚力のみでなく、例えば virtual mass の影響を考慮すること、円柱変位に対する死水領域応答の時間遅れを考慮すること、適当な非線型項の導入により、振動数の引込み現象等の非線型現象の説明をはかることが考えられる。

3) まえがきに述べたように、船川は Birkhoff モデルに基づき、円柱のうず励振を 1 自由度フラッタとして説明した。そこでは、死水領域の移動は円柱振動による強制振動としてとらえられている。したがって、そこで与えられた振動揚力は、本質的に本論文の (36) に示すもののようである。このように、本論文に示すモデルは船川のモデルと物理的に異なるものである。

9. 結 論

円柱のうず励振を、流体—円柱系の 2 自由度連成自励振動 (2 自由度フラッタ) として取り扱った。流体振動系として Birkhoff の死水領域振動子モデルを採用した。うず振動数が円柱固有振動数に一致する流速を含むある流速範囲に限り、フラッタが発生する。フラッタ発生中の振動揚力は 2 自由度フラッタに固有な特徴を示す。通常のフラッタが物体変位による付加空気力に基づくのに対して、この種のフラッタの特徴は、静止物体に対しても振動空気力が作用する点にある。

最後に数値計算と図面作製に協力された九州大学応用力学研究所、加来忍、沢井テルヨ氏に感謝する。

参 考 文 献

- 1) Marris, A. W.: "A Review on Vortex Streets, Periodic Wakes, and Induced Vibration Phenomena", J. of Basic Engineering, Trans. ASME, Series D, vol. 86, 1964, p. 185.
- 2) Bishop, R. E. D. and Hassan, A. Y.: "The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder Oscillating in a Flowing Fluid", Proc. Roy. Soc. A, vol. 277, 1964, p. 51.
- 3) 船川正哉: "流れの中の弾性支持円筒の励振機構", 日本機械学会論文集, vol. 35, No. 270, 1969, p. 303.
- 4) Birkhoff, G.: "Formation of Vortex Streets", J. of Applied Physics, vol. 24, No. 1, 1953, p. 98.
- 5) 辰野正和, 種子田定俊: "Reynolds 数 $50 \sim 10^4$ における円柱後方の逆流域の測定", 九州大学応用力学研究所所報, 第31号, 1969, p. 29.
- 6) Swanson, W. M.: "The Magnus Effect: A Summary of Investigation to Date", J. of Basic Engineering, Trans. ASME, Series D, vol. 83, 1961, p. 461.
- 7) Tietjens, O. G.: "Applied Hydro-and Aeromechanics", Dover Pub., Inc., New York, 1957, p. 286.
- 8) 田中博喜, 高原茂: "振動する円柱に作用する動的空気力について", 第19回日本応用力学連合会, 1969, p. 171.

(昭和 45 年 6 月 30 日 受理)