

水面波の変貌について

岡部, 淳一

井上, 進

<https://doi.org/10.15017/4743425>

出版情報：應用力學研究所所報. 26, pp.99-110, 1967. 九州大学応用力学研究所
バージョン：
権利関係：



水面波の変貌について

岡 部 淳 一
井 上 進

水に半ば浸された物体が上下に強制振動を行なう場合、その振幅と振動数とが共に小さい間、水面波は同心円で物体の周りを拡がってゆくが（その波の振動数は物体の振動数と同じ）、物体の振幅または振動数がある限界を越えて増加すると、水面波は放射状に水面を等分する定常波（その振動数は物体の振動数の半分）へと突然変貌することが約30年以前 SCHULER および DIMPKE によつて指摘された。

我々の実験では、直径約4cmの亚克力樹脂製の球を赤道まで水に沈めて、規定の振動数で上下に運動させた。水面の状況を詳細に観察して、我々は次の想定に到達した。同心円形前進波で振幅/波長の比がある一定の限度を越えて増大すると、この波はもはや存在を許されなくなり、倍の波長をもつ新しい波が誕生する。これもまた同心円で拡がる進行波に他ならないが、唯その振幅は球の赤道に沿つて定常的に（言い換えると、腹と節とを固定して）変化している。即ち SCHULER および DIMPKE によつて stehende Welle と呼ばれた所以である。（但し、我々の観るところでは厳密な意味での定常波はある特定の、とびとびの振動数で実現されるだけであつて、その中間の振動数では波型が全体として球のまわりをゆつくり回転する。）これらの‘一様’および‘可変’振幅をもつ同心円波を習慣上それぞれ‘同心円波’および‘定常波（または放射線波）’と呼ぶことにしよう。球の振動数 f を一定に保ち振幅 a を増大して、同心円型から放射線型へ水面波が遷移を起こす時の球の振幅 (a_1) と、振幅を減少することによつて観測される逆の遷移に対応する振幅 (a_2) とを測定し、 a_1 , a_2 と f との関係を 10 cycle/sec から 100 cycle/sec におよぶ f の範囲で図示した。

DIMPKE は2つの波型の間の変化が可逆的に行なわれること（即ち、 $a_1 = a_2 \equiv a$ ）、および a と f との間に直線的な関係が成り立つことを述べているけれども、我々の測定は彼の結論と相反する結果を与えた。即ち a_1 は常に a_2 より大きく、これらの遷移が非可逆的であることを示唆し、また a_1 , a_2 と f との間には a 軸（縦軸）と f 軸（横軸）とを漸近線とする直角双曲線に似た関係が見出された。

1. 水面に浮かんだ物体が上下に強制振動を行なう場合を考えてみよう。振動数も振幅も共に小さい範囲では、よく知られているように、物体の周りにその上下運動と同じ周期で同心円状の波ができて水面を拡がってゆく。しかし振幅を一定に保つたまま振動数を、あるいはまた振動数一定で振幅を、ある限度以上に上げると、水面波は突然変貌して、水面を等分する放射線状の定常波 standing wave となり、しかもその振動数は物体の振動数の半分である。この現象は古く SCHULER¹⁾ および

1) SCHULER, M., Der Umschlag von Oberflächenwellen, *Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech.*, Bd. 13 (1933), 443-446. Erzeugung von Oberflächenwellen durch schwingende Körper, *Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech.*, Bd. 16 (1936), 65-72.

DIMPKER¹⁾の指摘するところとなつたが、それ以後は注意する人も少なく、その変貌機構の流体力学的説明はいまだなお充分には与えられていないように思われる。²⁾

京都大学工学部数理工学教室、山田彦児教授と我々とはかねてから協力してこの現象の解明に当たることを計画し、山田教授はその理論的な、我々はその実験的な、研究を担当している。以下に述べるのは、この問題の予備実験と見なされるべきものの概要であつて、これに引き続いて更に本格的な測定を実施すべく準備を進めている。その結果は山田教授による詳細な理論計算と併せて後日発表する予定である。

写真(1)および(2)³⁾は流動パラフィンの表面でピンポン玉を上下に振動させて生じた放射線状定常波をストロボフラッシュを用いて撮影したもので、球の振動数は(1)で約 20 cycle/sec, (2)で約 40 cycle/sec である。

最後に、長年公私にわたり御懇篤な御指導を忝くした栗原道德先生の九州大学における御定年を記念する論文集に小篇を加えて、感謝の微意を表わし、先生の御健康と御多幸とを祈る機会を与えられたのは我々の最もよろこびとするところである。

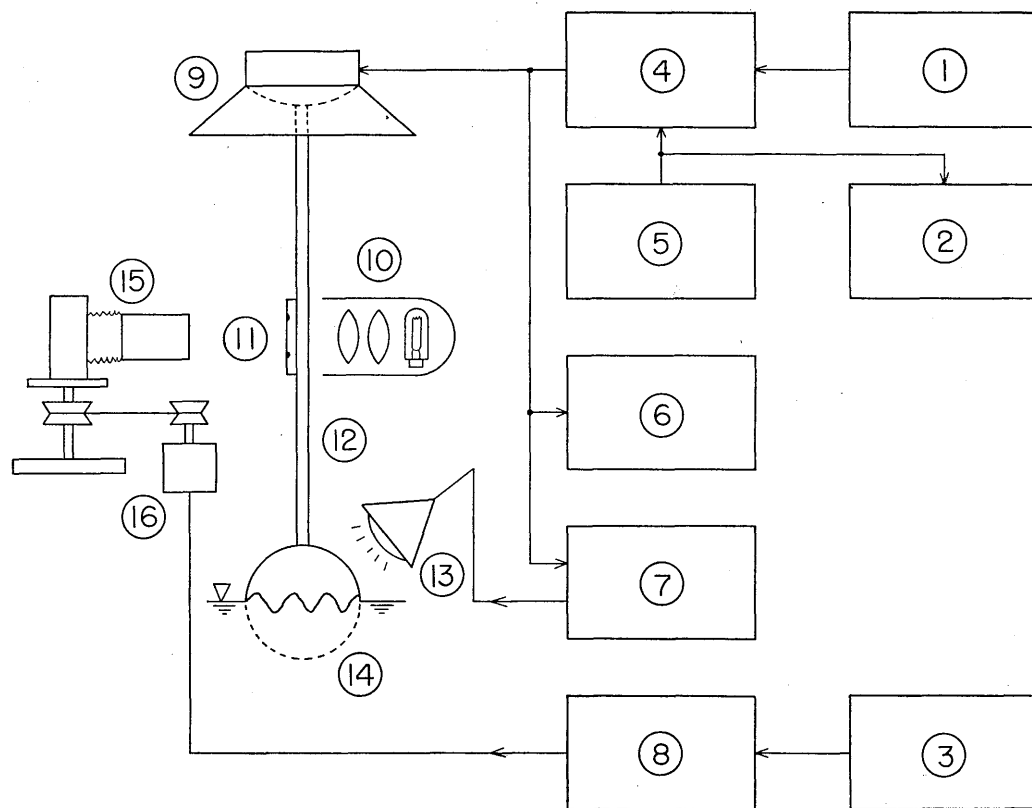
2. 我々の実験では波を起こす物体の形状として、将来の数値計算の便宜をも考慮して、球形を選んだ。数回の試作の後に作製された球は直径 39.85 mm (10ヶ所での測定の平均)、最大誤差 ± 0.07 mm のアクリル樹脂製(中空)で、表面は非常に滑らかに仕上げられている。その上下運動は電気的方法によつて起こされ、運動を測定するには光が用いられた。電気回路および測定装置の配置を第1図に示す。

この図によつて測定法の概略を説明すると次のようである。低周波発振器 ⑤ によつて所定の振動数の電圧を発生し、これをダイナミックスピーカー ⑨ に導く。スピーカーコーンの振動はそれに貼り付けられた円棒 ⑫ を介して、そのまま球の上下振動となる。振動電圧の波形は回路の途中に入れられたブラウン管オシロスコープ ⑥ を用いて常に監視され、またその振動数はフリケンシカウンター ② によつて測定される。(但し実際には読み取りの精度を高めるために、振動数の代わりに周期を計測した。)一方球の上下振動の振幅(以下すべて複振幅を言う)を測るには次の方法を用いる。うすいアルミ箔を貼つた枠 ⑭ が円棒に固定されていてそれと運動を共にし、その箔には直径約 0.05 mm のピンホール2個が、円棒の軸と平行に 4.73 mm の距離をおいてあけられている。ピンホールのうしろに光源 ⑩、光源とピンホールを結ぶ線上にカメラ ⑮ がある。円棒⑫に平行な軸の周りにカメラを回転させると、2つのピンホールを通つた光はフィルムの上に2本の平行な振動曲線を画がく。球の振動数に

1) DIMPKER, A., Über schwingende Körper an der Oberfläche des Wassers, *Werft Reederei Hafen*, 15. Jg. (1934), 15-19.

2) 我々の知る限りでは次の報告がある。WEBER, C., Theoretischer Ansatz für die Schulerschen Umschlagwellen, *Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech.*, Bd. 15 (1935), 379-380. 又この現象は水路の造波板の作用に関連して注目されている。例えば LIN, J. D. 及び HOWARD, L. N., Non-Linear Standing Waves in a Rectangular Tank Due to Forced Oscillation, *Technical Report No. 44* (1960), Hydrodynamics Laboratory, Department of Civil and Sanitary Engineering, M. I. T.

3) 写真はまとめて論文の最後につける。



- ① 交流増幅器電源
- ② フリケンシカウター
- ③ 低周波振器
- ④ 交流増幅器
- ⑤ 低周波振器
- ⑥ ブラウン管オシロスコープ
- ⑦ ストロボスコープ
- ⑧ 交流増幅器
- ⑨ ダイナミックスピーカー (直径 38 cm, 出力 30 w)
- ⑩ 光源
- ⑪ ピンホール (直径 0.05 mm, 2 個, 間隔 4.73 mm) のあるアルミ箔
- ⑫ ジュラルミン円棒 (直径 6 mm)
- ⑬ ストロボライト
- ⑭ アクリル樹脂球 (直径 39.85 ± 0.07 mm)
- ⑮ カメラ (望遠レンズ 135 mm, ペロスコープ)
- ⑯ シンクロサモーター

第 1 図

対して予め計算された角速度でカメラを回転させて、1 駒のフィルムの中に大体 3 波長の振動曲線を入れるようにする。¹⁾ 写真 (3) の 12 枚はこのようにして撮影されたものである。印画紙の上で 2 本の振動曲線の間隔と複振幅とを測定すれば、ピンホール間隔の実尺が知られているので、前者をそれと比較することによつて、複振幅の実際の大きさを容易に計算することができる。各々の写真の下に f, a と記されたのは、それぞれ振動数 cycle/sec および複振幅 mm の値である。

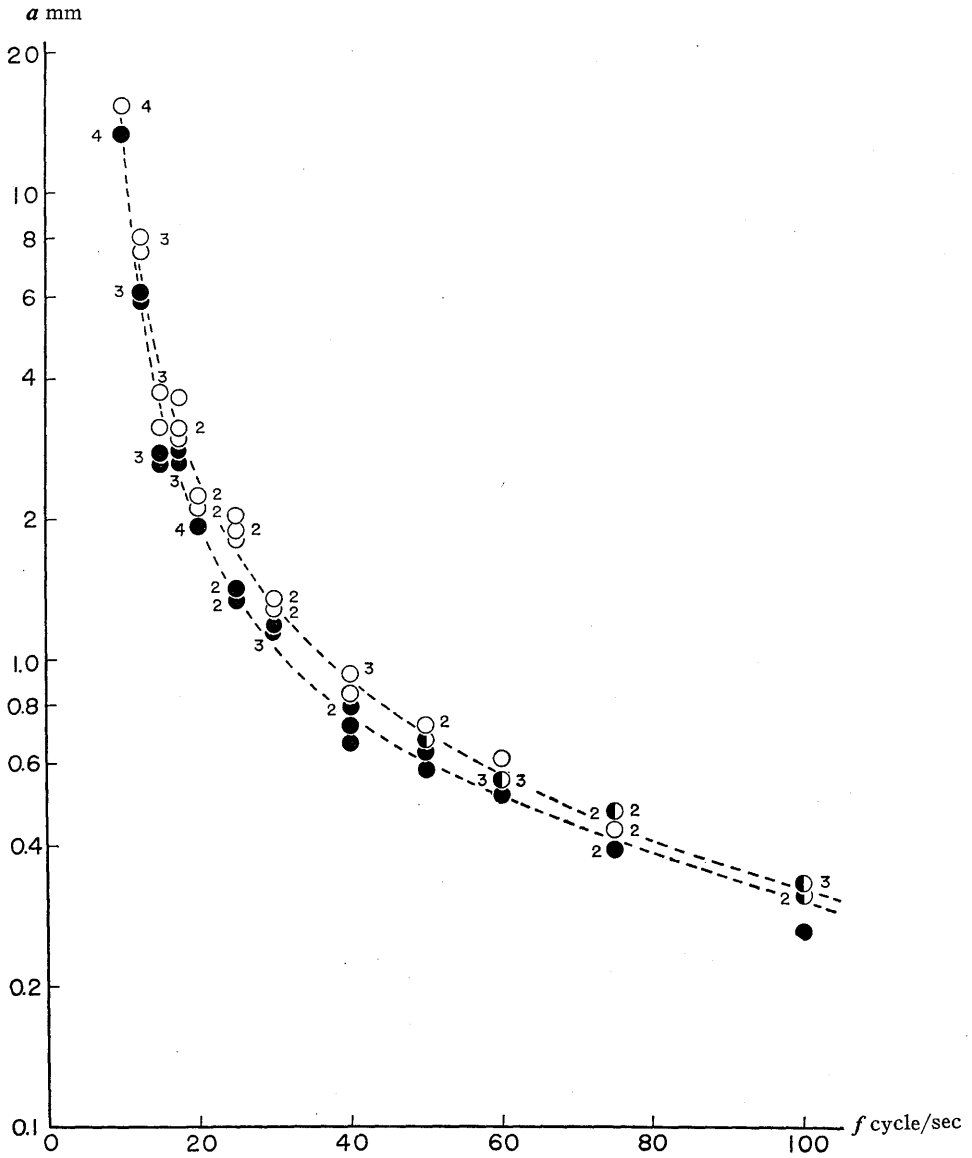
波形の遷移点は次のようにして観測した。球の振動数を予め定められた値に保ちつつ、その振幅を零から出発して出来るだけ緩やかに増加してゆく。初めは同心円状の波が出てゆくけれども、振幅がある大きさに達すると、円形の波の山の上に小じわのようなこまかな不安定波 (SCHULER の所謂 Kräusel) が発生し、見る見るうちにそれが発達して、²⁾ それまで球の赤道上の各点から一樣な大きさに送り出されていた波の振幅は赤道に沿つて周期的に変化し、球のまわりに放射線状の定常波を作るに至る。³⁾ スピーカーに加えられる振動電圧をそのままストロボライト⑬に入れると、ライトが球の運動と完全に同調して、球と波とは停止して見えるので、波型の遷移の瞬間を割合容易に見つけることができる。次に球の振幅を十分に上げて、強い定常波を発達させた後、同じ要領で今度は逆に振幅を次第に減少してゆくと、上と全く逆の遷移が見られる。第 2 図には球の振動数 f cycle/sec (横軸) を一定に保ちつつ、球の振幅 a mm (縦軸) を増加して行き、第 1 の遷移 (同心円→放射線) がほぼ完了したと観測された瞬間の球の振幅を ○ で、反対に振幅を減少して、第 2 の遷移 (放射線→同心円) がほぼ完了したと見られた瞬間の振幅を ● で示す。これらの振幅の大きさは、遷移の起こつた瞬間に前に述べた方法でピンホールの像を撮影し、それから計算する。

これらの測定において、ストロボライトを使つた観測の他に、念のために普通の電灯の下で波を観察して遷移点を定めた。しかしこの方法によつても、ストロボライトによるものと系統的な差を生じないことがわかつたので、第 2 図にはこれら 2 つの観測結果を特に区別せずに記入した。○ も ● も各々 4 個を原則とし、そのうちストロボライトによるもの 3 個、電灯によるもの 1 個という場合が多い。また図に記入するに当たつて、丸の位置が重なつてしまうことが多いので、○ にはその右側に、● にはその左側に、重複数を記入する (重複しないものは数字を記入しない)。従つて例えば ○ 3 とは、大体この ○ の位置に 3 個の白丸が重なつていてものと了解していただきたい。なお、また ● は同じ点に白丸と黒丸とが重なつてゐることを意味する。

1) そのためには低周波発振器 ⑧ によつて適当な振動数の交流を作り、これをシンクロンモーター⑨に入れて回転を起こす。モーターを数種用意し、これと種々のプリーとを適当に組み合わせることによつて、相当広い範囲の角速度を得ることが出来た。ついでながら、2 つのピンホールを結ぶ直線が円棒の軸に平行であることは、カメラの回転を停めて振動曲線を撮影することによつて容易に確認される。即ちその場合 2 つのピンホールの像は 1 本の直線となるからである。

2) 不安定現象であるため、擾乱が発達するのに僅かの時間を要する。振幅を徐々に変化させる必要がある所以である。

3) 球の振動に含まれる僅かの擾乱やその他の原因によつて、一般にこの放射線波のパターンは全体として一方向又は交互方向にゆつくりと回転する。この波の性質については次節に於いて詳しく述べることにして、本節では単に定常波 (SCHULER 等の所謂 stehende Welle) 又は放射線波と呼ぶことにしておく。



第 2 図

- 附記 i) 100 v, 60 cycle の電源電流はすべて定電圧装置を通して使用し, 入力不安定による水面波の乱れを出来るだけ取り去るように努めた。
- ii) 水を貯めたのは直径約 58 cm の円形の水盤で, 水深は約 12 cm に保たれる。水盤の内側の水面にはしゅろの波消しを取り付けたので, 水盤の内壁における波の反射の影響は殆ど無視されるものと思う。
- iii) 球は静止の状態赤道まで水に沈むように水深を調節した。また写真撮影の効果を考慮して

球は赤色とした。

- iv) 外界の条件を出来るだけ一定に保つために、実験は空気調節された部屋の中で行なつた。水温はすべての測定にわたつて最高 27.5°C 、最低 25.2°C であつた。但し、水表面の温度は光源の照明によつて幾分それよりも上昇していたと思われるが、その詳細は不明である。
- v) 定常波の山の数について。我々の実験では、照明の都合で定常波の水面は最大の高さとなつた瞬間の光の反射だけが最も強く目に印象づけられ、山と谷とが並んで見えるべきところも、2つの山として見えることになつた。従つて普通の電灯、または球の運動と同じ周期で点滅するストロボライトで観察すると、放射線波の山は実際の数の丁度倍に見えた。正しい数を知るには、ストロボフラッシュを用いて写真撮影をするか、またはストロボライトを球の振動数の $1/2$ に合わせて観察しなければならなかつた。

3. 水面の状況を仔細に観察することによつて、水に半ば浸されて上下振動を行なう球の周りに作られる水面波の変貌について、我々は次のような仮説を立てるに至つたが、この想像が正しいかどうかは今後の実験によつて逐次に確かめてゆく予定である。即ち球の振幅も振動数も共に小さい間、物体の上下運動と同じ周期で創られ、その周囲に拡がつていた同心円波の振幅対波長の比は、物体の振幅、あるいはその振動数が大きくなるにつれて、次第に増加してゆく。そしてその比が未知の一定値を越えると、そのような波は最早存在を許されなくなるもののようである。その代わりとして現われる波は、まず第一に、波長が今までの波の2倍（換言すると、振動数は球の振動数の半分）であり、第二に、それまで球の赤道に沿つて一様であつた振幅の上に、こまかな不安定波が発生し、この不安定波は球の赤道上を、時計と反時計との2つの方向に重畳して伝播する。とびとびに存在するある特定の振動数で球が上下運動する時に限つて、これら2つの波の伝播速度は丁度相等しく、同心円波の振幅変化は球の赤道に沿つて所謂定常波（即ち、一定の位置に腹と節とをもつ）を形作るに至る。SCHULER および DIMPKER によつて *stehende Welle* と呼ばれた所以である。即ち正確に言うと、変貌後の波は球の赤道に沿つて定常波的に変化する振幅を以て、同心円的に球のまわりに拡がつてゆく。¹⁾

上に述べたように、振幅が厳密に定常波的に変化するのには、球がある特定の振動数で上下する時だけであつて、この場合、定常波の山または谷を連ねる放射線は同じ角度をはさんで水面を等分する。それ以外の振動数では、放射線は固定した位置に止まることができないうで、水面波の模様は全体として、ゆつくり回転する。従つて、この場合正確には定常波とは言えないのであるが、SCHULER, DIMPKER 以来の習慣に従つて、この報告でも、変貌以前の一様な振幅をもつ同心円波と、不安定波の発生以後の不均一な振幅の同心円波とを、それぞれ‘同心円波’（C と略記）および‘定常波（または放射線波）’（S

1) 物体の振動数が大きく（我々の使用した装置で振幅にこの様な変化が起こるのは球の振動数が 10 cycle/sec より大きい範囲であつた）、又水の表面はその最高の位置だけが鮮明である（本頁上欄 v 参照）という2つの原因から、この放射線形の波は恰も固体表面の様に見える。然しストロボライトの周期を球の運動から少しはずしてみると、これが放射線方向に伝播する前進波であることが判る。但し変貌以後に於ては同心円波の振幅は円の直径が大きくなるに従つて急速に減衰し、波の運動は事実上球のごく近傍だけに限られる、写真 (1) (2) 参照。

と略記)と呼ぶことにした(頁102脚註3参照)。

DIMPKER がその実験結果について述べていること(原論文, 頁18~19)を我々の記号を使つて書くと次のようになる. i) CとSとの間の遷移は可逆的であり, ii) 遷移の起こる瞬間の物体の振幅 a とその振動数 f との間には直線関係が成立する.¹⁾ しかし, 我々の測定結果はこれらの結論と一致しない. 即ち $C \rightarrow S$ 遷移の起こる瞬間の球の振幅を a_1 , $C \leftarrow S$ のそれを a_2 (前に掲げた第2図において, それぞれ $\bigcirc$ および $\bullet$ に対応する)と書くことにしよう. その時, $\bigcirc$ は全体として $\bullet$ の上方に在り, 従つて同じ f に対して常に $a_1 > a_2$ という関係がある. このことはCとSとの間の変化が不可逆であることを示すものに他ならない. 次にまた, a_1, a_2 と f との関係は直線的ではない. 大まかに言つて $a_1(f), a_2(f)$ は a 軸(縦軸)と f 軸(横軸)とを漸近線とする直角双曲線に似た曲線である.²⁾

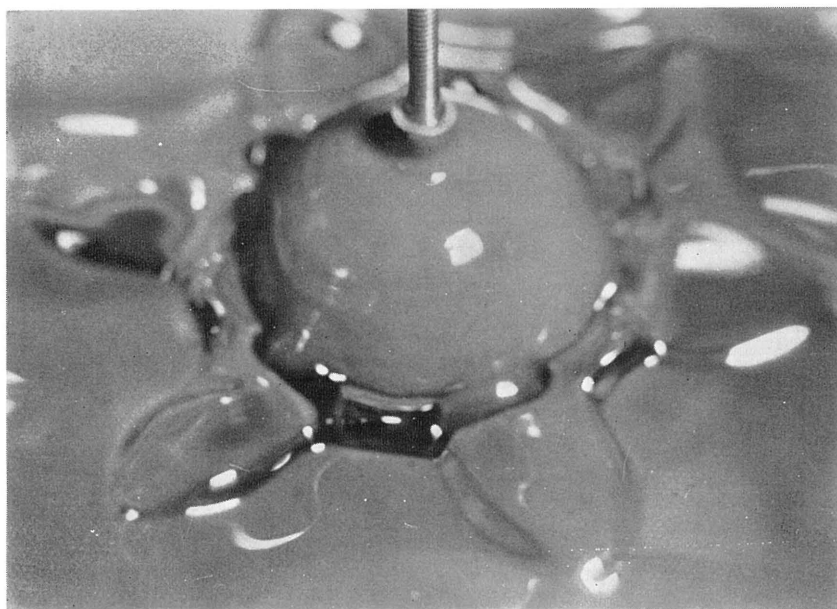
これらの相違は DIMPKER が2次元的なシリンダーを用いて測定を行なつたのに対して, 我々が球を使用したことによつて起こつたのであるか, またはその他の原因, 例えば彼が 15 乃至 30 cycle/sec という f の比較的せまい範囲を測定してそれを外挿したこと, によるのか, は後日の検討に俟つべきである. 併せて次のことも注意しておきたい. 我々の測定で a_1 曲線の $f = 25$ 附近と a_2 曲線の $f = 17.5$ 附近に平均曲線からのかなり著しい逸脱が見られる. これが偶然混入した実験誤差によるものか, または他の本質的な原因に基づくものか, これもまた後日の検討を要する.

本稿を終るに際し, 終始御指導と御鞭撻とをいただいた山田彦児先生と, 有益な助言を与えられた本研究所種子田定俊所員とに深甚の謝意を表する. また技官深町信尊君は実験装置の設計製作から測定に至るまで, 常に熱心な助力を惜しまなかつたのみならず, 屢々新しいアイデアを提供して種々の困難をとり除いた. 特に記してその労を多とする.

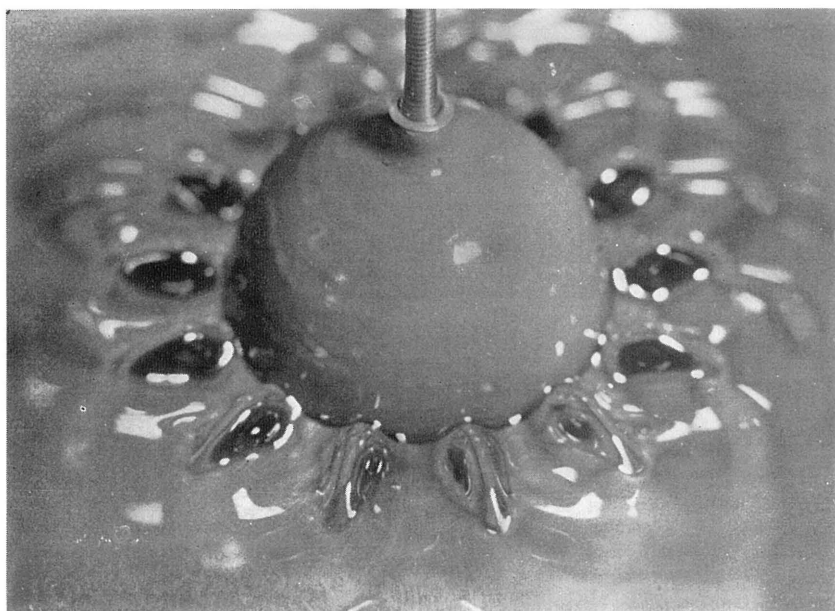
(昭和42年2月23日 受理)

1) 原著, 第13図からこの直線は大体 $a = -0.10f + 5.0$ と読みとられる.

2) 第2図の縦軸は対数目盛で刻まれているが, ここに述べたことは縦横軸を普通目盛にした場合(図は省略)に関してである.



写 真 (1)



写 真 (2)

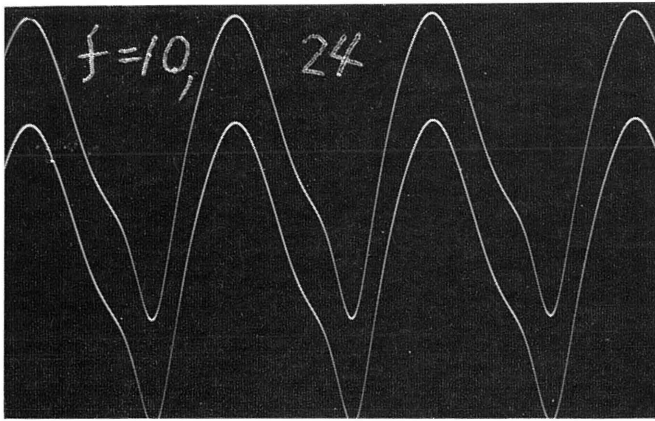


写真 (3-1) $f=10, a=13.34$

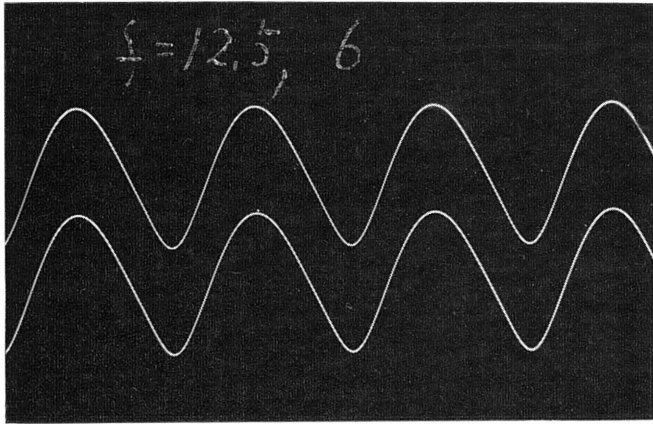


写真 (3-2) $f=12.5, a=6.25$

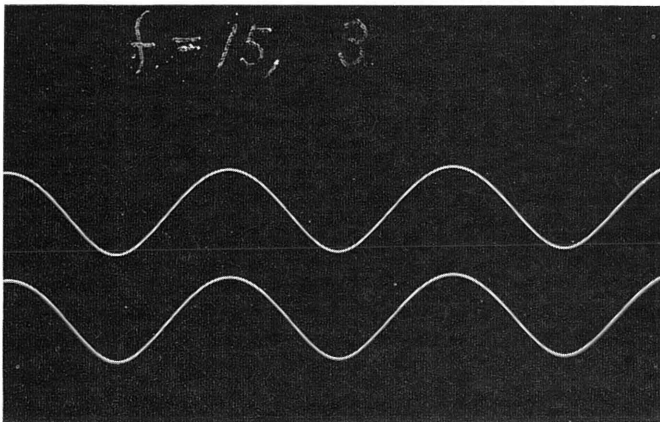
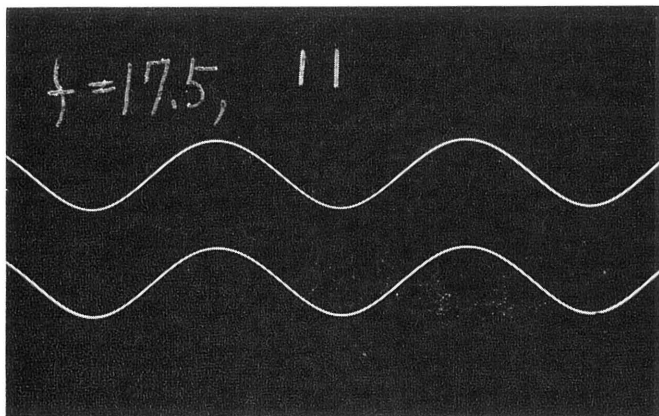
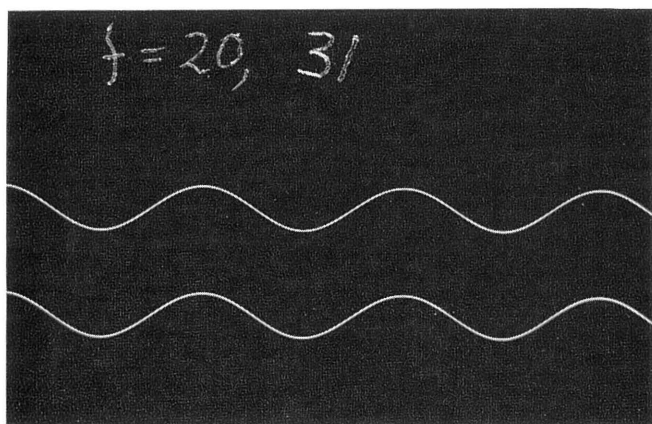


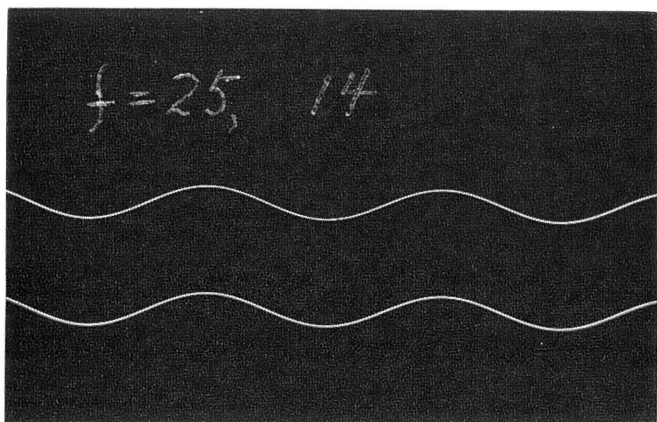
写真 (3-3) $f=15, a=3.74$



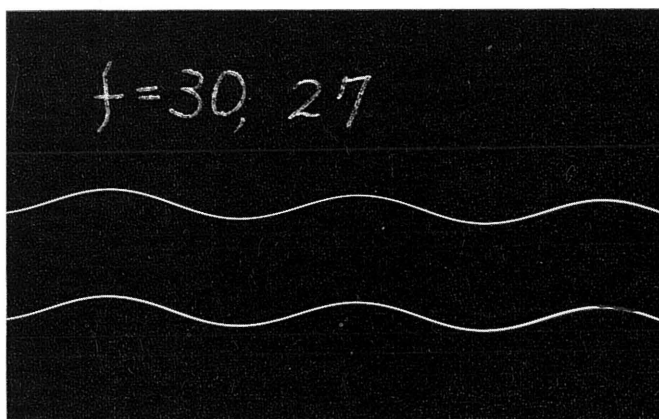
写 真 (3-4) $f = 17.5$, $a = 2.99$



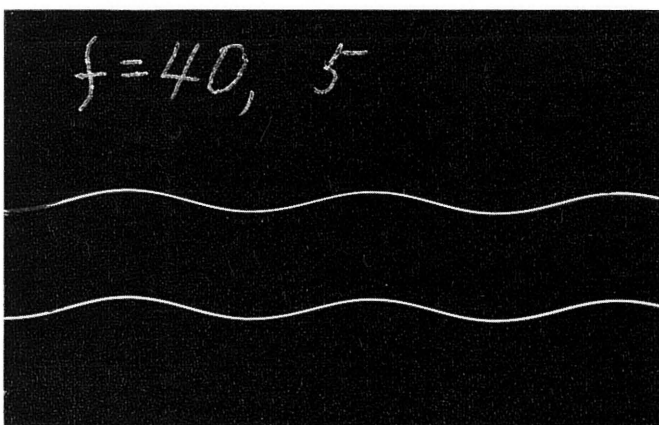
写 真 (3-5) $f = 20$, $a = 1.96$



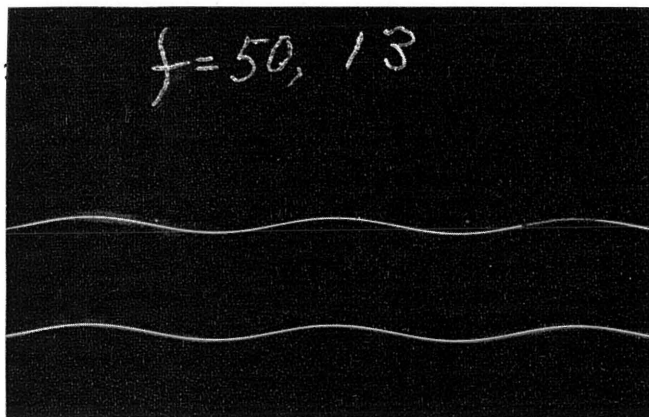
写 真 (3-6) $f = 25$, $a = 1.34$



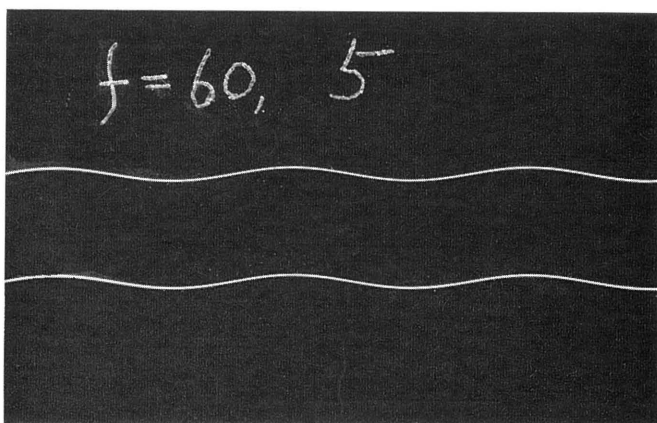
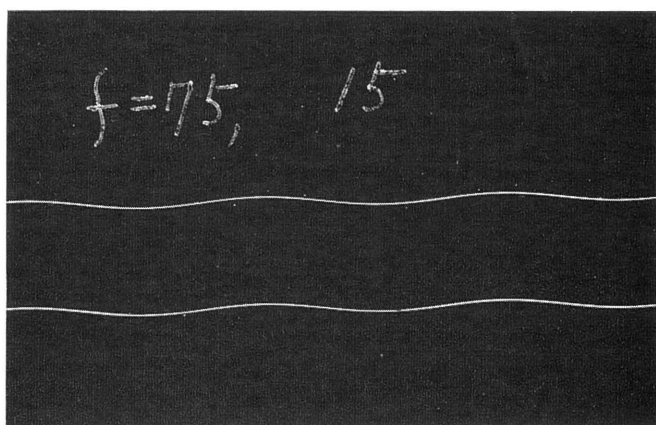
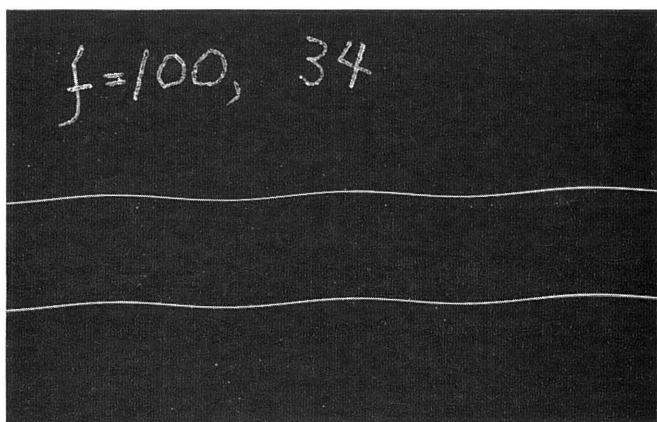
写 真 (3-7) $f=30$, $a=1.14$



写 真 (3-8) $f=40$, $a=0.93$



写 真 (3-9) $f=50$, $a=0.69$

写 真 (3-10) $f=60, a=0.54$ 写 真 (3-11) $f=75, a=0.39$ 写 真 (3-12) $f=100, a=0.26$