

船の横揺の運動方程式について

田才, 福造

<https://doi.org/10.15017/4743418>

出版情報：應用力學研究所所報. 25, pp.51-57, 1965. 九州大学応用力学研究所
バージョン：
権利関係：



船の横揺の運動方程式について

田 才 福 造

概 要

Froude-Krilov の理論に基いて導かれた従来の横揺の運動方程式と、2次元物体に対する造波抵抗理論に基く計算結果を用いて sway の連成影響を考慮した横揺の運動方程式との差違及び相互関係について論じたものである。

I. 緒 言

著者は、文献 [1] 或いは [2] において、Beam Sea Conditionにある船体の諸運動について論じた。その中で sway と roll の連成方程式を誘導し、その解と非連成運動方程式の解と、渡辺博士によりて与えられた有効波傾斜係数 r を用いた方程式の解（文献 [3]）と実験結果とを比較して、sway と roll の相互連成影響を調べた。sway と roll に関する主要な結論を再記すれば次の通りである。

1. 田村氏（文献 [4]）の波の強制力についての計算値を用いた非連成の sway の運動方程式の解は、実験値とよく一致する。
2. sway の運動に対する yaw, roll の連成効果は小さい。
3. sway, roll の連成方程式の roll の解は、共揺近傍では実験値と大略一致するが、長波長領域では、多少 under estimate である。
4. 共揺近傍で roll の強制 moment が大きい時は、roll に対する sway の影響は小さいが、逆に roll moment が小さい時は、sway の連成影響は非常に大きい。
5. 渡辺博士の r を用いた従来の運動方程式の解は、共揺点で多少 over estimate であるが、全般的にみて、実験結果を良く説明している。

一方、別所教授（文献 [5]）は、2次元線型理論に基く造波抵抗の理論的研究の面から、Beam Seaにおける横揺の運動方程式を誘導した。その結果、従来の有効波傾斜係数 r に相当する係数を導入すれば、従来の方程式と形式的には一致することを示し、更にその係数の相違は主として波の強制力の水平成分が Froude-Krilov 理論に基く値と違う割合であると論じている。本論文では、渡辺博士の r を用いた運動方程式（ここでは理論④と呼ぶ）と、著者が示した連成方程式（理論⑤と呼ぶ）の差違、ならびに実際の船の横揺においては両者が同じ order の解を与える理論的根拠について論じたものである。

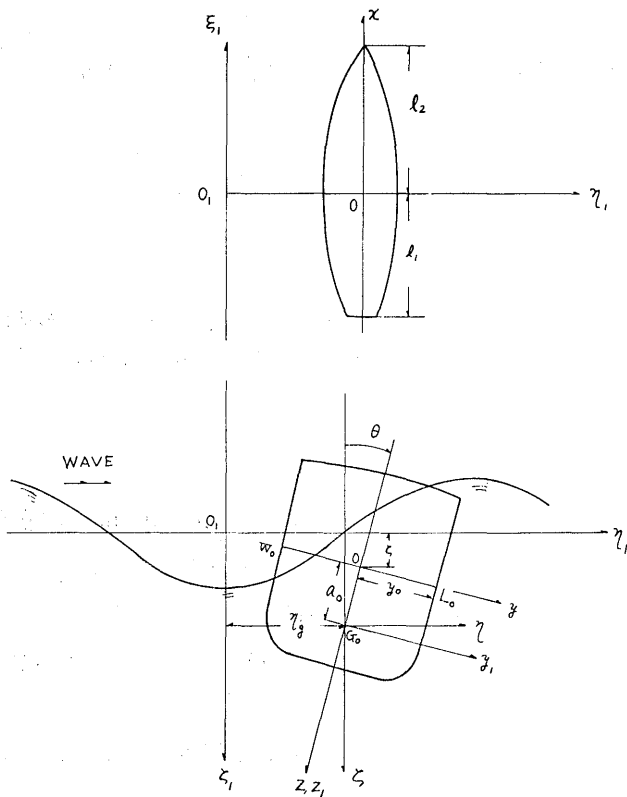


Fig. 1

II. ①, ②理論の比較

Fig. 1 に示す如く, Beam Sea Condition にある船速零の船の sway, roll に関する coupled equation は, 線型理論に基づいて, strip method を用いて誘導すれば, [1] 或は [2] から次の如くなる.

$$\left. \begin{aligned} m_0(1+\bar{K}_n)\ddot{\eta} + \bar{N}_n\dot{\eta} + m_0\bar{K}_n\ddot{x}_4 + \bar{N}_n\ddot{x}_5 &= \int_L F'_{ne} dx \\ (J_x + I_x)\ddot{\theta} + 2\bar{N}_{\theta e}\dot{\theta} + W \cdot \bar{G}_0 \bar{M} \cdot \theta + m_0\bar{K}_n\ddot{x}_4 + \bar{N}_n\ddot{x}_5 &= \int_L F'_{ne}(\bar{OG}_0 - l_w) dx \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

但し

m_0 = 船の質量, J_x = 横揺の mass moment of inertia

I_x = 横揺の added mass moment of inertia

$2\bar{N}_{\theta e}$ = 粘性抵抗を考慮した equivalent な線型減衰係数

次に 2 次元物体の単位長さの部分に働く力及び moment に関する記号として

$m'' = mK_n$ = sway motion によつて生ずる付加質量

l_n = sway motion によつて生ずる roll の慣性 moment の lever

l_w = sway motion によつて生ずる roll の減衰 moment の lever

を用いれば

$$m_0 \bar{K}_n = \int_L m'' dx, \quad \bar{N}_n = \int_L N_n dx$$

$$m_0 \bar{K}_n \bar{x}_4 = \int_L m'' (\overline{OG}_0 - l_n) dx, \quad \bar{N}_n \bar{x}_5 = \int_L N_n (\overline{OG}_0 - l_w) dx$$

先ず第一に sway の運動方程式について考察する. (1) の sway の式で roll から来る連成項及び $N_n \dot{\eta}$ を省略しても sway の解には大きな誤差はない. 従て近似的に

$$m_0 (1 + \bar{K}_n) \ddot{\eta} \doteq \int_L F'_{ne} dx = F_{ne} \quad \dots\dots\dots (2)$$

とおくことができる.

(1) の運動方程式は, heave, pitch の場合と同様に, 線型理論に基いて, 次の様な関係から導かれている. 即ち物体の慣性力^(a) = 静水中の運動のために物体に働く hydrostatic 及び dynamic force^(b) + 抗束された物体に働く波の強制力^(c)

(c) の力が F'_{ne} 或は F_{ne} である. Froude-Krilov の理論による swaying force は, 例えば渡辺博士の [3] を参照すれば

$$F_{n1} = W \theta_w \Phi_n \sin \sigma_e t \quad \dots\dots\dots (3)$$

但し θ_w は最大波傾斜角. [1], [2] において Todd 60 series $C_b = 0.70$ の Condition-

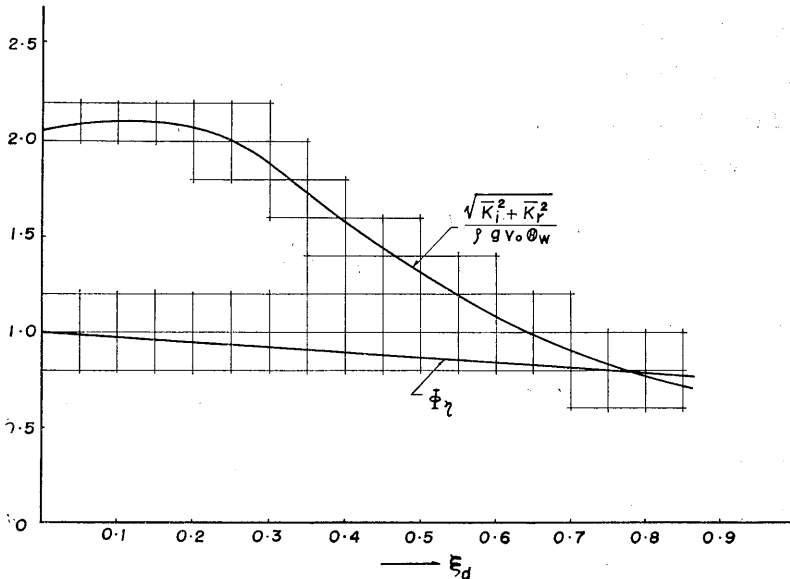


Fig. 2

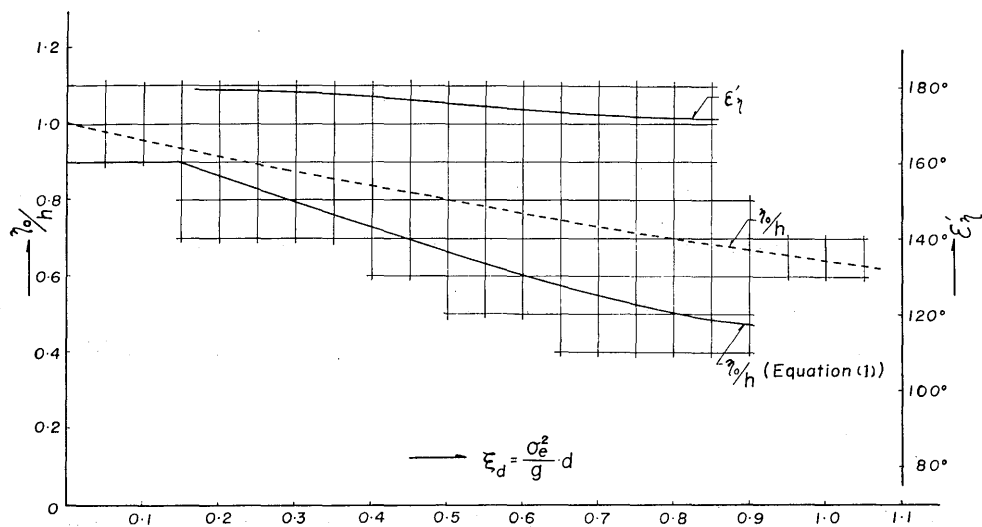


Fig. 3

1 に対して計算された Φ_η を Fig. 2 に示す。 F'_{ne} 或は F_{ne} の中には, (3) の力の外に, 波の orbital motion を制止するために物体に働く力, 即ち物体からの波の反射に基く力がある。船幅に比べて波長が充分長い, 即ち $\xi_B = \frac{\sigma_e^2}{g} \cdot \frac{B}{2}$ が小さい場合についてこの力を近似的に求めてみる。さて, Fig. 1 で水平方向の orbital velocity は近似的に

$$v_\eta = -\sigma h e^{-kz} \cos(ky - \sigma_e t)$$

但し h は波振幅, $k = \frac{\sigma^2}{g} = \frac{2\pi}{\lambda}$

又 $\dot{v}_\eta = -\sigma^2 h e^{-kz} \sin(ky - \sigma_e t)$. ξ_B が小さい時は, 船は, 近似的に $y=0, z=\bar{z}_1$ (例えば $\bar{z}_1 \doteq \frac{d}{2}$, d は吃水) における v_η 即ち $\bar{v}_\eta = -\sigma h e^{-k\bar{z}_1} \cos \sigma_e t$ を制止する, 或は又 $-\bar{v}_\eta$ の速度で船が sway すると考えることができる。この時働く力は,

$$\begin{aligned} F'_{n2} &= m'' \dot{\bar{v}}_\eta + N_\eta \bar{v}_\eta \\ &= m K_\eta \sigma^2 h e^{-k\bar{z}_1} \sin \sigma_e t - N_\eta \sigma h e^{-k\bar{z}_1} \cos \sigma_e t \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4)$$

又船全体について考えれば

$$F_{n2} = \int_L F'_{n2} dx = W \bar{K}_\eta \Theta_\eta e^{-k\bar{z}_1} \sin \sigma_e t - \sigma h \bar{N}_\eta e^{-k\bar{z}_1} \cos \sigma_e t \quad \dots\dots\dots (5)$$

田村氏 [4] は, $\sigma_e = \sigma$ の場合について $F'_{ne} = F'_{n1} + F'_{n2}$ を exact に計算したものである。 F'_{n2} 及び F_{n2} の夫々第一項は, Froude-Krilov の力と同一位相で, 小さい ξ_B の時はその大きさもほぼ同じである。又第 2 項は位相が 90° 異なるが, これは第一項に比べて 1 桁 order の小さい量である。従て(4), (5)の第 2 項を省略し, 更に Φ_η と $e^{-k\bar{z}_1}$ とは, 殆ど

同じ大きさの量であることを考慮すれば、近似的に次の関係式を得る。

$$F'_{ne} = F'_{n1} + F'_{n2} \doteq (1 + K_n) F'_{n1} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{或は} \quad F_{ne} = F_{n1} + F_{n2} \doteq (1 + \bar{K}_n) F_{n1} \quad \dots\dots\dots (7)$$

又極く概略的には、小さい ξ_B の所では

$$F'_{ne} \doteq 2F'_{n1}, \quad F_{ne} \doteq 2F_{n1} \quad \dots\dots\dots (7)'$$

と考へてもよい。Fig. 2 はこの両者の関係を示す。

$$(2) \text{ より sway の解は} \quad \ddot{\eta} \doteq \frac{F_{ne}}{m_0(1 + \bar{K}_n)} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{更に (7) の関係を用いれば} \quad \ddot{\eta} \doteq F_n / m_0 \quad \dots\dots\dots (8)'$$

となり、Froude-Krilov の力と物体の慣性力のみを考慮した方程式で概略的には近似されることを示している。(8)' の解は ξ_B が大きくなるにつれて次第に過大な値を与えるがその差異は Fig. 3 (前出の模型に対する計算値) の実線と Fig. 2 の Φ_n の違いである (尚 Fig. 3 の点線は Φ_n の代りに $e^{-k\frac{d}{2}}$ を用いた結果である)。

次に roll の運動方程式であるが、(1) 式を書き変えて

$$(J_x + I_x) \ddot{\theta} + 2\bar{N}_{\theta e} \dot{\theta} + W\bar{G}_0\bar{M} \cdot \theta = \bar{M}_\theta \quad \dots\dots\dots (9)$$

とおけば

$$\bar{M}_\theta = \int_L F'_{ne} (\overline{OG_0} - l_w) dx - m_0 \bar{K}_n \bar{x}_4 \ddot{\eta} - \bar{N}_n \bar{x}_5 \dot{\eta}$$

となり、これは、sway の連成影響を考慮した roll の強制 moment である。 I_x にも sway の連成影響があるが、これは小さいので無視すれば、(9) 式の左辺は④理論と同じものである。従て④、⑤理論を比較するには、 $\bar{M}_\theta$ が Froude-Krilov の理論に基く強制 moment と何ういう関係にあるかを調べればよい。さて、減衰項 $\bar{N}_n \bar{x}_5 \dot{\eta}$ は一般には 2nd Order であるから、これを省略すれば roll に対する sway の連成影響は、主として inertia term だけで近似される。即ち

$$\bar{M}_\theta \doteq \int_L F'_{ne} (\overline{OG_0} - l_w) dx - m_0 \bar{K}_n \bar{x}_4 \ddot{\eta} \quad \dots\dots\dots (10)$$

今取扱いを簡単にするために、同一断面を有する長さ L の cylinder の場合について考える。この場合 (10) は

$$\bar{M}_\theta = F'_{ne} (\overline{OG_0} - l_w) \cdot L - m_0 K_n (\overline{OG_0} - l_n) \ddot{\eta}$$

$m_0 = mL$ の関係を用いれば

$$\bar{M}_\theta / L = F'_{ne} (\overline{OG_0} - l_w) - m K_n (\overline{OG_0} - l_n) \ddot{\eta} \quad \dots\dots\dots (11)$$

(6) を用いれば (11) の第 1 項は次の様な形に書くことができる.

$$F'_{n2}(\overline{OG_0} - l_w) = F'_{n1}(\overline{OG_0} - l_{w1}) + F'_{n2}(\overline{OG_0} - l_{w2})$$

$F'_{n1}(\overline{OG_0} - l_w)$ は Froude-Krilov の理論に基く roll moment 即ち④理論の roll moment の主要項であるから, [3] から次の様に書き表わすことができる.

$$F'_{n1}(\overline{OG_0} - l_{w1}) \cdot L = W \cdot \overline{G_0 M} \cdot \gamma \theta_w \sin \sigma_e t$$

(4), (5) 式の所で論じた如く, F'_{n2} は, 小さい ξ_B の時は, 主として orbital velocity に基く inertia force であるから, $l_{w2} \doteq l_n$ であると考えて大きな誤差は無い. 従て④, ⑥両理論の $\overline{M_\theta}$ の差を $\Delta \overline{M_\theta}$ とおけば

$$\begin{aligned} \Delta \overline{M_\theta} &\doteq F'_{n2}(\overline{OG_0} - l_{w2}) L - m K_n \cdot L \cdot (\overline{OG_0} - l_n) \ddot{\eta} \\ &\doteq (\overline{OG_0} - l_n) (F'_{n2} - m K_n \ddot{\eta}) \cdot L \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12)$$

(8)' 式を用い, 更に $F_{n1} = L F'_{n1}$ 及び $\overline{K_n} = K_n$ であることを考慮すれば,

$$\Delta \overline{M_\theta} \doteq (\overline{OG_0} - l_n) (F'_{n2} - K_n F'_{n1}) \cdot L$$

従て (6) 式によりて, $\Delta \overline{M_\theta} = 0$ となる. 即ち船幅に比べて波長が極めて大きい場合は④, ⑥理論は一致する. 又 (12) 式は次に様に書きかえることができる.

$$\Delta \overline{M_\theta} \doteq (\overline{OG_0} - l_n) \cdot m_0 \cdot K_n (\dot{v}_n - \ddot{\eta})$$

即ち船の sway motion と波の orbital motion の水平変位が等しい様な場合には, ④, ⑥理論は一致する.

船体の場合は

$$\Delta \overline{M_\theta} = \int_L (\overline{OG_0} - l_n) (F'_{n2} - m K_n \ddot{\eta}) dx \quad \dots\dots\dots (13)$$

となるが, これは矢張り orbital velocity を制止するために物体に働く水平力と swaying 慣性力の G_0 の周りの moment の差である. ξ_B の小さい場合 (一般の船の固有横揺周期の近傍では ξ_B は小さい) は $\Delta \overline{M_\theta}$ は小さく, 従て④, ⑥理論の差異は小さいものと推定される. ξ_B の増大と共に $\Delta \overline{M_\theta}$ が大きくなることは当然である.

III. 結論並びに考察

本論では, 船幅に比べて波長が充分長い場合について諸種の近似的取扱いをしながら論じてきたが, 次の様な結論が得られる.

1. ξ_B が小さい時は, sway の解は, 物体の慣性力と Froude-Krilov の力とを考慮した式の解で, 概略的には近似され得る (しかしこれは多少過大な値を与えるが).

2. Roll に関する④, ⑥理論の差異は, 近似的には, 水の水平の orbital motion と物体の sway との相対運動に基く慣性力の差によるものである. roll 強制 moment の差異

は ξ_B の小さい時は小さく, ξ_B の増大と共に大きくなるものと推論される.

船の安全性の基準, その他横揺に関する諸問題が, ④理論を中心として, 今日迄の数多くの研究によりて解明されて来た. ④理論は, 物体の sway と orbital motion との相對運動は小さいとして, これに基く moment は省略し, r を便利な形で与えて, 樹立されたことに敬意を表する次第である. 一方, 2次元造波抵抗理論により, restrained body について計算された exciting force [4] を用いて導かれた roll, sway の連成方程式⑤が, $\xi_B \rightarrow 0$ では④理論と一致することが確められた. しかも, この⑤理論からは, G_0 の周りの純回転 moment と sway による回転 moment が, どの様に船の横揺に寄与しているかが, よく判る.

本論では取扱わなかつたが, Bilge Keel を有する場合, $4M_0$ がどの様になるか, 今後調べて見たいと思う. 又一方, 斜波の中の sway, yaw, roll の運動を論ずるに当つては⑤理論を発展させる必要があるのではないかと著者は考える.

この小論を終るに当り, 有益な御討論を頂いた渡辺恵弘博士に深甚の謝意を表するものである.

参 考 文 献

- [1] 田才福造: "Ship Motions in Beam Seas" Reports of Research Institute for Applied Mechanics, Vol. XIII, No. 45, 1965.
- [2] 田才福造: "Beam Sea における船体運動" 西部造船会々報 30号, 昭和40年.
- [3] 渡辺恵弘: "横動揺に於ける船の重心の運動と波の有効傾斜について" 造船協会々報 49号, 1932. 及び "Some Contributions to the Theory of Rolling and its Related Problems" Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyushu Imperial University, 1939.
- [4] 田村欣也: "The Calculation of Hydrodynamical Forces and Moments acting on the Two-Dimensional Body"—According to the Grim's Theory— 西部造船会々報, 26号, 昭和38年9月.
- [5] 別所正利: "波の中の船の横揺れ運動の理論について" 防衛大学校理工学研究報告, 昭和40年.

(昭和40年8月17日受理)