

風車型流速計の特性について

栗谷, 陽一

<https://doi.org/10.15017/4743396>

出版情報：應用力學研究所所報. 16, pp.35-48, 1961. 九州大学応用力学研究所
バージョン：
権利関係：



風車型流速計の特性について

栗 谷 陽 一¹⁾

梗 概

風車型流速計を用いて流速分布を測定する場合には、風車が小型であり、低い流速まで測定が可能であることが望まれる。著者の試作した流速計（直径 13 mm）では、機械的な摩擦が極めて小さく、測定可能な流速の最低限度は、水の粘性の影響で与えられる。このため流速計は従来のものと比較して低い流速まで測定可能であり、また測定しうる流速範囲の殆んど全体にわたって、回転数が流速と直線的な関係にある。流速計が流れに対して傾いているときには、回転数が傾き角の余弦に比例することが望ましいが、このためには風車のピッチを小さくするのがよい。また流れに速度勾配および流速分布の曲りがあるとき風車の直径の大きさによつて生じる誤差について論じられている。

1. 緒 言

種種の水理学的模型実験あるいは流体力学の実験においては、流速の測定はしばしば重要かつ困難な問題となる。乱れなどの変動が流れに伴うときに、ある 1 点における流速の時間的平均値を測定するには、風車型流速計を用いるのが非常に便利でもあり、原理的にもすぐれていると思はれる。しかし、模型実験においては現象が著しく縮小されるために、流速計には小型で低い流速まで測定し得るものを用いなければならない。

従来の風車型流速計では、風車の回転数を計測するための装置が動作するのに、若干のトルクが必要であるが、著者は風車の回転を電気的に検出することにより、これに要するトルクを殆んど無くすることができた。この方法によれば、例えば直径 13 mm のもので、最低約 3 cm/sec の流速を測定することができる。このような風車の構造、特性などについては、既に報告されている。²⁾

この報告では、風車型流速計のもつ 2～3 の性質について考察がなされ、測定能力の限度について述べられている。

2. 流速と回転数との関係

風車型流速計では、流速 v と回転数 n との関係は、流速のあまり小さくない限り殆んど直線的であり、

$$n = av - b \quad (1)$$

の形の計算式が一般に用いられている。さらに低い流速まで比較的よい近似を与える関係式としては、

$$n = av - b - c/v \quad (2)$$

なる形が知られている。

¹⁾ 安川電機製作所研究所 栗原教授紹介

²⁾ 九州大学応用力学研究所所報 第 12 号（昭和 33 年）33～38 頁。

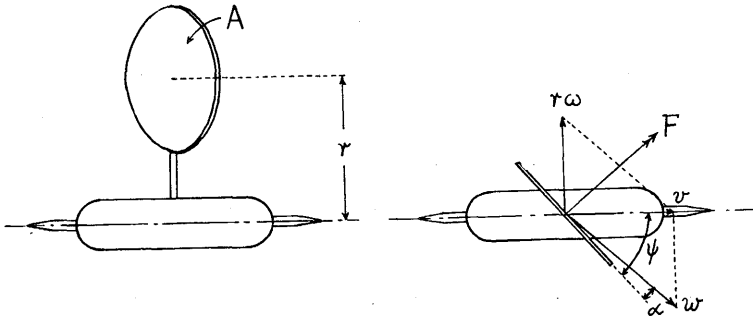
この関係式は次のようにして誘導される．流れの中に風車を入れたときには，風車には，流れが翼にあたつて風車を回転しようとするモーメントと，風車の回転によつて生じる種類の抵抗のモーメントとが働き，両者が釣合つていると考えられる．

風車の翼の面積を A ，回転軸に対する翼の面の傾きを ψ ，平均の半径を r とし，軸方向の流れ v により角速度 ω で回転するとすれば，翼に対する流れの相対速度 w および迎え角 α は，それぞれ

$$w = \sqrt{v^2 + r^2 \omega^2} \quad (3)$$

$$\alpha = \psi - \tan^{-1} \frac{r\omega}{v} \quad (4)$$

で与えられる(第 1 図参照)．流速 v が十分大きくて，迎え角 α があまり大きくない範囲



第 1 図

では，流れが翼におよぼす力 F は α に比例し， w の 2 乗に比例するから，

$$F = C \rho A \alpha w^2 \quad (5)$$

とかくことができる．ただし C は比例常数， ρ は水の密度である．(5) に (3)，(4) を代入し， α に関して高次の項を省略すると

$$F = C \rho A v \tan \psi (v - r\omega \cot \psi) \quad (6)$$

となる．この力は翼の面にほぼ垂直に働くと考えられるから， m 個の翼にこのような力が働いて生じる回転軸のまわりのモーメント M は

$$M = mrF \cos \psi = mC \rho r A \sin \psi \cdot v (v - r\omega \cot \psi) \quad (7)$$

となる．

一方風車の回転を妨げようとする諸抵抗によるモーメントには，流速および回転数に殆んど無関係な機械的摩擦と，速度に比例する粘性抵抗，および速度の 2 乗に比例する渦抵抗とがある．風車の翼の迎え角 α があまり大きくなければ，これらの抵抗によるモーメントは

$$M = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 \quad (8)$$

とかくことができる。

(7) と (8) とが等しいと置いて、風車の回転数 n を流速 v の関数として求めると、

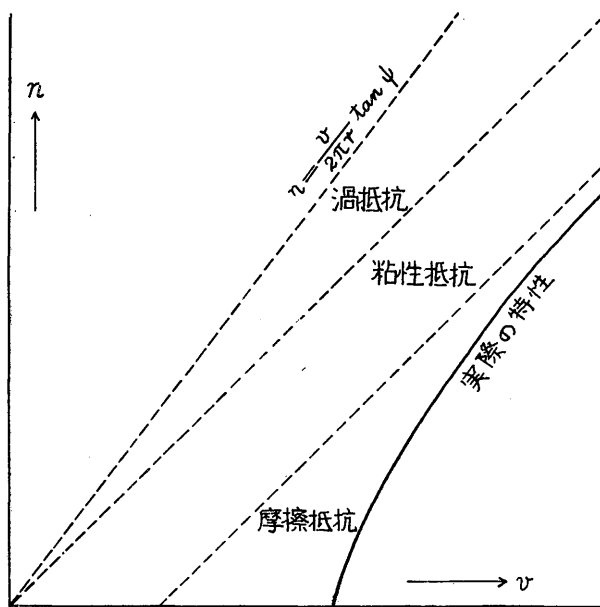
$$u = \frac{\omega}{2\pi} = (K - a_2 B)v - a_1 B - \frac{a_0}{Bv} \quad (9)$$

となり、(2) の形の式を得る。ただし K および B は

$$\left. \begin{aligned} 1/K &= 2\pi r \cot \psi \\ 1/B &= 2\pi m C \rho r^2 A \cot \psi \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

で与えられる風車についての常数である。

これを見ると、渦抵抗は流速計の特性の係数 $K - a_2 B$ だけに関係するもので、低い流速に対する測定能力にはほとんど関係しない。また粘性抵抗は、流速と回転数との関係をあらわす特性曲線の直線部分が座標原点からはずれるへだたりを与えるものと見ることができる。これに対して機械的な摩擦は、低い流速における特性が直線からはずれて、一定の曲りを生じる原因となるものである (第2図)。

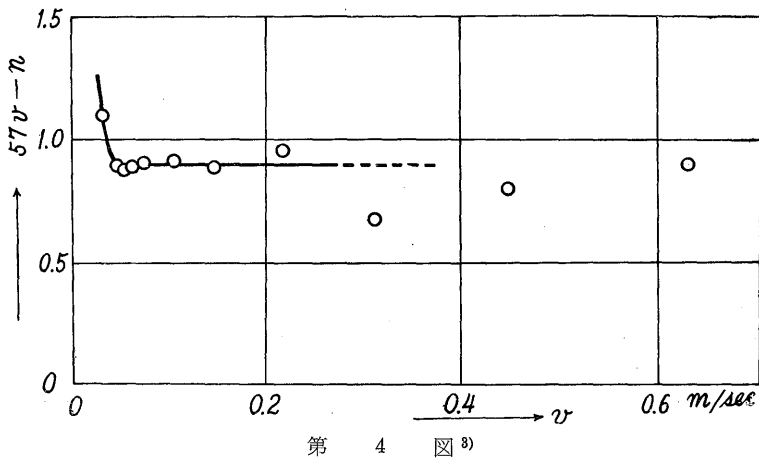
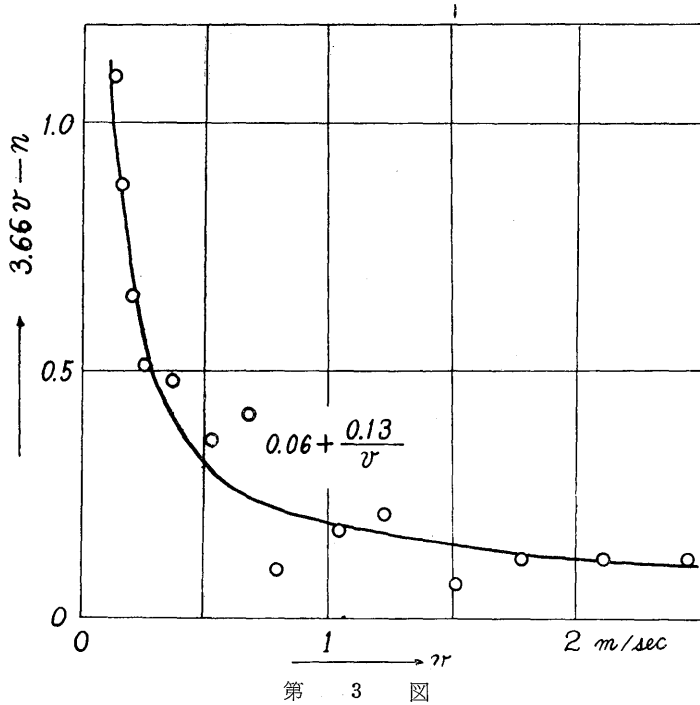


第 2 図

従来の流速計の特性を見ると、低い流速において特性からはずれる様子が $1/v$ に比例する項であらわされるので、(2) あるいは (9) がよい近似を与えている。このような特性の例は第3図に示されている。この例で見られるように、従来の流速計では、機械的摩擦は測定可能な流速の最低限度を与える大きな原因となるだけでなく、低い流速において特性に曲りを与えるものである。この特性の曲りは、流速に変動のある場合における平均流

速の測定に、著しい障害となるものである。

これに対して、電極を用いた小型流速計では、第 4 図に示されている通り、回転数と流速との関係は、低い流速まで直線性が保たれており、ある流速以下で急激に直線からはずれる。このような特性は、(2) におけるような $1/v$ に比例する項では近似することができない。したがって、この流速計では測定可能な流速の最低限度、および特性の曲りが、従



³⁾ 脚註²⁾ の報告の第 5 図 (a) より計算されたものである。

来の流速計におけるように機械的な摩擦によつて生じるのではなく、別の事情によるものと考えなければならない。

このような事情を説明するものとしては、低い流速では水の粘性の影響により風車の周囲の流状が変化すること、および流速計の平衡が不完全であることが考えられる。これらの2点についてさらに検討する。

a) 粘性の影響 風車型流速計の特性に対する水の粘性の影響は、前述の通り特性曲線の直線部分の延長が原点からはずれることに見られるのであるが、小型の流速計を低い流速の測定に用いる場合には、さらに次のような影響があると考えられる。

流れが風車の翼におよぼす力 F を (5) の形にかくとき、 C が常数であるとして (2) の形をもつ特性の式を導いた。しかし C の値が相対速度 w にあまり関係しないのは、水の粘性の影響が十分に小さい場合であり、一般には C は翼のレイノルズ数 $R=w \cdot L/\nu$ (L はたとえば翼弦の長さ、 ν は水の動粘性係数) と迎え角 α の関数として与えられるべきものである。したがつて F は

$$F=C'(R, \alpha) \rho A w^2 \quad (5')$$

の形で与えなければならず、さらに力 F が翼に作用する方向も、 R および α に関係する。

小型の流速計の低い流速における特性を前と同様に求めようとすれば、(5') における C' の値および F の方向を、 R および α の関数として与えなければならない。これは非常に困難な問題であるので、若干の簡単な考察を行うに止める。

速度 u のような流れの中で、流れに平行に置かれた長さ L の平板に沿つて発達する層流境界層の厚さ δ は、Blasius の解析にしたがえば、⁴⁾

$$\delta=5.2\sqrt{\nu L/u}$$

で与えられる。風車の翼についてこの式を用いるならば、流速 u に対する翼の後縁における δ の値はつぎのようになる。ただし翼弦の長さを 1 cm とし、水に対して $\nu=0.01$ cm²/sec とする。

u (cm/sec)	1	2	5	10
δ (mm)	5.2	3.7	2.3	1.6

この程度の低いレイノルズ数に対して、境界層の式が成立つとは考えられないが、翼弦の長さにくらべて境界層の厚さは無視出来なくなるに相違ない。一定の迎え角 α がある場合にも、このような低い流速に対しては粘性の影響が著しく、このため (5') における C' の値は非常に小さくなると考えられる。

⁴⁾ Blasius: Z. Math. Phys. 56 (1908) p. 1.

流速計には翼以外に、ボス・軸受・支持装置および電極が流れの中に置かれている。流速が非常に低いときには、流速計の周囲の流れの様子はそれらの影響をも受けて、流速計をとりまく水が一塊となつて、流速計を包んでいるように見える。⁵⁾

このように風車に対する水の粘性の影響は、単に (8) および (9) における a_1 を含む項で表わされるように、風車の回転に対する抵抗となるだけでなく、(7) で表わされると考えたモーメントを、低速において著しく減少させる。

このことは、風車型流速計の低い流速を測定する能力の最低限度を与えるものと考えられる。すなわち風車の軸受などにおける摩擦を完全に除き、風車の水中における平衡を完全に調整したとしても、測定可能な最低の流速、あるいは特性の直線性が保たれる流速の最低限度をある程度以上に低くすることは、原理的に不可能であることを示すものであろう。

前述の小型流速計のもつ特性は、このような限度に近いものであると考えられる。

b) 不平衡の影響 流速計が低い流速に対しても良好な特性をもつためには、水中における風車の平衡が正確にとられていなければならない。しかし実際には、よほど注意して平衡がとられているものでも、僅かな不平衡は大抵あるものである。このような不平衡が流速計の特性におよぼす影響について考察する。

簡単のために、流れが翼にあたつて風車を回転しようとするモーメントは (7) で与えられるとする。また風車の回転を妨げようとする抵抗は、機械的摩擦は十分小さいとして無視し、

$$M = a_1 v + a_2 v^2 \quad (8')$$

とする。

流速計の回転軸が水平の場合には、風車にはさらに不平衡によるモーメントが働く。静水中における、浮力を考慮した見掛けの重心が、風車の回転軸の鉛直下方にあるような位置から測つて、任意の向きにある風車の回転角を ϕ とすると、不平衡によるモーメントは

$$M = M_0 \sin \phi \quad (11)$$

で表わされる。

風車およびその附加質量の慣性能率が十分小さいとすれば、(7) のモーメントは (8') および (11) と釣合い、

$$mC\rho r A \sin \psi \cdot v \left(v - r \cot \psi \frac{d\phi}{dt} \right) = a_1 v + a_2 v^2 + M_0 \sin \phi \quad (12)$$

となる。これより (10) で与えられる常数 K および B を用いれば、

$$t = r \cot \psi \int \frac{K d\phi}{(K - a_2 B)v - a_1 B - \frac{M_0 K}{v} \sin \phi} \quad (13)$$

⁵⁾ 一様な流れの中における球に対する Stokes あるいは Oseen の解は、この事情を説明するものと考えられる。

が得られる。したがってこの場合に対する回転数 n は (13) より

$$\frac{1}{n} = r \cot \psi \int_0^{2\pi} \frac{K d\phi}{(K - a_2 B)v - a_1 B - \frac{M_0 K}{v} \sin \phi} \quad (14)$$

で与えられる。完全に平衡のとれている場合の回転数を n_0 とすれば, n_0 は (9) において $a_0 = 0$ とおけば得られる。すなわち

$$n_0 = (K - a_2 B)v - a_1 B \quad (15)$$

となり, n_0 は v に対して直線的な関係にある。これを用いれば (14) は

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{2\pi n_0} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{1 - \frac{M_0 B}{n_0 v} \sin \phi} \quad (16)$$

となる。

(16) を見ると, 流速の大きいときには n は n_0 に等しいが, 流速 v が小さくなると不平衡の影響は急激にあらわれ, $M_0 B = n_0 v$ すなわち

$$v = \frac{a_1 B}{2(K - a_2 B)} \left\{ 1 + \sqrt{\frac{4M_0(K - a_2 B)}{a_1^2 B}} \right\} \quad (17)$$

で与えられる流速以下では, 風車は回転しえなくなることがわかる。

不平衡の影響があらわれる流速を, 前述の粘性の影響があらわれる流速と同程度にするためには, よほど精密に平衡を調節しなければならない。著者の経験によれば, 直径 1 ~ 2 cm 程度の風車に対するこのような M_0 の値は, 0.1 ~ 0.5 mg-cm 程度のものである。

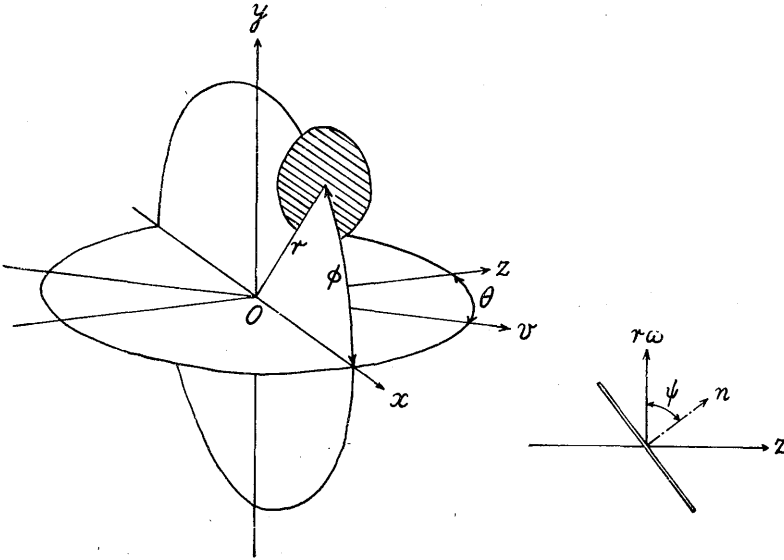
測定可能な流速の最低限度が, 水の粘性によつてきめられる場合でも, 不平衡によつてきめられる場合でも, 機械的な摩擦の影響が大きい場合にくらべれば, 低い流速における特性が直線的でない部分はせまく, その部分の特性は (2) の形では近似されない。

3. 流れの方向と回転数との関係

流速の方向に時間的な変動のある流れの平均流速を測定する場合などには, 流速計の回転数が, 特定の方向 (回転軸の方向) に対する流速の成分に比例することが望ましい。しかし実際の風車では, 回転数が軸方向に対する流速成分に正しく比例しない。⁶⁾ 風車型流速計のこのような方向特性について, 次に簡単な解析を試みる。

第 5 図に示されているように, 風車の中心を原点 O とし, 回転軸の方向に z 軸をとる。 Oz 軸に垂直に直交軸 Ox , Oy をとり, 流れの方向が $O_{-x,y}$ 面内にあるようにし, 流れの方向と回転軸 Oz とのなす角を θ とする。翼の面については第 1 図と同様とし, 1 つの翼の位置を, Ox 軸の位置からの回転角 ϕ であらわす。このとき流速 $\vec{v}$ の x, y および z 方向の成分は $(v \sin \theta, 0, v \cos \theta)$ となり, また角速度 ω で回転する翼の速度成分は,

⁶⁾ 脚註 ²⁾ の報告の第 6 図 (a) および (b) 参照。



第 5 図

$(-r\omega \sin \phi, r\omega \cos \phi, 0)$ となる。したがって翼に対する流れの相対速度 $\vec{w}$ の直交成分は

$$(v \sin \theta + r\omega \sin \phi, -r\omega \cos \phi, v \cos \theta)$$

となる。流れが翼におよぼす力は、簡単のために迎え角 α が小さいとして、(5) で与えられるとする。ここに、翼面に垂直な単位ベクトルを $\vec{n}$ とすれば、 $\vec{n}$ の成分は $(-\cos \psi \sin \phi, \cos \psi \cos \phi, \sin \psi)$ であり、迎え角 α は

$$\alpha = \frac{1}{w} (\vec{w} \cdot \vec{n})$$

で与えられるから、(5) は

$$F = C_p A \sqrt{v^2 + r^2 \omega^2 + 2r\omega v \sin \theta \sin \phi} \{v(-\sin \theta \cos \psi \sin \phi + \cos \theta \sin \psi) - r\omega \sin \psi\} \quad (18)$$

となる。この力は $\vec{n}$ の方向に働くと考えられるから、 m 個の翼によるような力が働いて生じるモーメントの平均値 $\bar{M}$ は

$$\bar{M} = \frac{m}{2\pi} r \cos \psi \int_0^{2\pi} F d\phi \quad (19)$$

で与えられる。(19) に (18) を代入して θ に関する高次の項を省略すると、

$$\bar{M} = m C_p r A \cos \psi \sqrt{v^2 + r^2 \omega^2} \{v \cos \theta \sin \psi - r\omega \cos \psi (1 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta \cos^2 \psi)\} \quad (20)$$

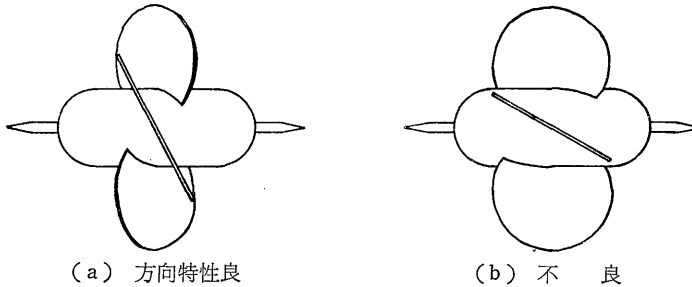
となる。

これが (8) で与えられる諸抵抗のモーメント釣合うのであるが、流速があまり低くなければ、回転に対する抵抗はあまり考慮する必要がない。それで (20) において $\bar{M} = 0$ とおいて流速計の回転数 n を求めれば、

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi r} \cos \theta \cdot \frac{\tan \psi}{1 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta \cos^2 \psi}$$

$$= \frac{v \tan \psi}{2\pi r} \left(1 - \frac{1 + \cos^2 \psi}{2} \theta^2 \right) \quad (21)$$

となる．これにより，流速計の方向特性をあらわす曲線が， $\theta = 0$ の近傍で余弦曲線より大きい曲率をもつことが説明される．また (21) より，方向特性を余弦曲線に近づけるためには，第 6 図 (a) に示されているように， ψ の値をなるべく大きくとる方がよいことがわかる．ただし ψ の値をあまり大きくすると，低い流速に対しては風車を回転するモーメントが得難く，速い流速に対しては回転数が著しく大きくなるなどの不都合を生じる．



第 6 図

4. 速度勾配と回転数との関係

流速を測定するのに小型の流速計を必要とするのは，模型実験などのように，流速の分布が細かく変化している場合である．流速分布の尺度があまり小さいと，流速計の風車内においても，流速が一樣であると思ふことができなくなる．このような場合における流速計の回転数と流速分布との関係について考察する．

流速計の中心を原点とし，回転軸の方向に z 軸をとり，これに垂直に直交軸 x, y をとる．流速計の近傍では流速 v は z 軸の方向をもち， y 軸の方向に速さが変化しており，

$$v = v(y) \quad (22)$$

で与えられるとする．

風車に関する諸量を 2 節におけると同様にとれば，流れが翼におよぼす力 F はこの場合にも (6) で与えられる．簡単のために翼に働く諸抵抗を無視すれば，翼が 1 周する間に迎え角が符号を変えて，トルクの平均は零となるから，翼の回転の角度を ϕ とすると

$$\int_0^{2\pi} r F \cos \psi d\phi = 0 \quad (23)$$

となる筈である．これより

$$\int_0^{2\pi} v(v - r\omega \cot \psi) d\phi = 0 \quad (24)$$

を得る. ここに v は $y = r \sin \phi$ の関数である. (22) を y について展開して 2 次の項までとり,

$$v(y) = v_0 + v_1 y + v_2 y^2 \quad (25)$$

とおき, これが $-r < y < r$ の範囲内で符号を変えないとすれば, (24) より

$$r\omega \cot \psi = \frac{v_0^2 + \frac{r^2}{2}(v_1^2 + 2v_0 v_2) + \frac{3}{8}r^4 v_2^2}{v_0 + \frac{r^2}{2}v_2} \quad (26)$$

となり, さらに $(rv_1/v_0)^2$ と $r^2 v_2/v_0$ とが同じ位数の微小量であるとすれば,

$$r\omega \cot \psi = v_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{rv_1}{v_0} \right)^2 + \frac{r^2 v_2}{2v_0} \right\} \quad (27)$$

となる.

このように, 流速の勾配, あるいは流速分布の曲りが著しいときには, 流速計の指示する値は, 流速計の中心における流速とは, 若干相違することになる. このような指示値の性質は, 一様でない流れの流速を測定するに当つて, 使用する流速計の直径をきめる場合に十分考慮を要する.

5. 結 語

種類の水理実験において, 平均流速を測定するには風車型流速計が非常に便利である. しかし従来のこの種の流速計では, 軸受および回転数を数えるための装置による機械的な摩擦が大きく, このため風車の直径は大きくなり, しかも低い流速の測定が困難であつた. 電極を利用した風車型流速計では, 機械的摩擦を非常に小さくすることができるので, 従来のものに比べて著しく小型のもので, 相当に低い流速まで測定し得るが, 水の粘性によつて測定し得る最低流速が限定される.

水理学的な模型実験などにおいては, 多くの場合流れの規模が非常に小さく, 流速も低いのが常である. したがつて流速の測定に前述の風車型流速計を用いる場合には, 流れの状況に適した風車の直径のものを運ぶことが重要である. さらに流速だけでなく流れの方向にも動揺のある場合に, 時間的な平均流速を求める場合には, 風車の流れに対する方向特性の良いことが必要であるが, これには風車翼面の回転軸に対する傾きが大きく関係していると考えられる.

風車型流速計についてこれまでに述べられた諸点は, 風車の大きさおよび形状をきめるために, あるいはまた測定値を吟味する上に, 考慮すべきことであると思われる.