

タービンノズル側壁の境界層

妹尾, 泰利

<https://doi.org/10.15017/4743372>

出版情報：應用力學研究所所報. 13, pp.55-74, 1959. 九州大学応用力学研究所
バージョン：
権利関係：



タービンノズル 側壁の境界層*

妹 尾 泰 利

概 要 タービンノズル側壁**上の境界層を実験的に研究し次のような事柄を明らかにした。

- (1) 上流の境界層が乱流の場合でもノズル喉部では側壁上の境界層は層流である。
- (2) この実験ではノズル側壁上の境界層は上流の境界層によつて余り影響されていない。簡単な理論によれば上流の境界層がノズル側壁上の境界層に及ぼす影響はノズルの形状によつて著しく異なり、ここに用いられたノズルではその影響が小さい。
- (3) 測定された境界層内の流れは、三次元境界層理論によつて推定された値に近いものである。
- (4) 側壁上の境界層はノズル翼の負圧面に向つて流れ、負圧面に達すると巻き上がりながら下流に流れ去る。巻き上げの機構について一つの説を提案した。

記 号

$$a = U/U_0$$

$$L = \text{翼弦長}$$

$$m = \zeta_2/\zeta_1$$

$$n = \xi_2'/\zeta_1$$

$$r = \text{対数ら線中心からの距離}$$

$$R_e = UL/\nu \text{ レイノルズ数}$$

$$t = \text{喉の幅}$$

$$U = \text{任意の位置における主流速度}$$

$$u = \text{境界層内の速度}$$

$$U_0 = \text{上流における主流速度}$$

$$U_c = \text{喉における主流速度}$$

$$w = \text{主流に直角方向の分速度}$$

$$y = \text{側壁からの距離}$$

* Massachusetts Institute of Technology, Gas Turbine Laboratory Report No.35 Sept. 1956. および Trans. ASME vol.80 pp.1711—1720 より要訳。

** 側壁とはタービンのケーシングやハブに相当する部分である。

α = 超過角：境界層内の流れの方向と主流方向との差

δ = 境界層厚さ

δ^* = 主流分速度に基づく境界層排除厚さ

ζ = 側壁に平行で主流に直角な渦

θ = 転向角：流れの方向と上流の流れの方向との差

$\lambda = (\partial^2/\nu)dU/dx$

ν = 動粘性係数

ξ = 主流方向の渦

τ = 壁面上の摩擦力

1. 緒 言

一般に圧力が降下する流れにおいては境界層は薄いから、タービンノズルの設計にあたっては側壁上の境界層を無視した二次元流を考慮すれば十分に精確なものと考えられている。しかしながら Stanitz 等 [7]** および Hansen, Herzig [8] は煙を用いての観察や流れの測定によつて側壁上の境界層は翼の負圧面の隅に集まつて巻き上がることを示し、このために主流は著しく影響を受けるであろうと推論した。

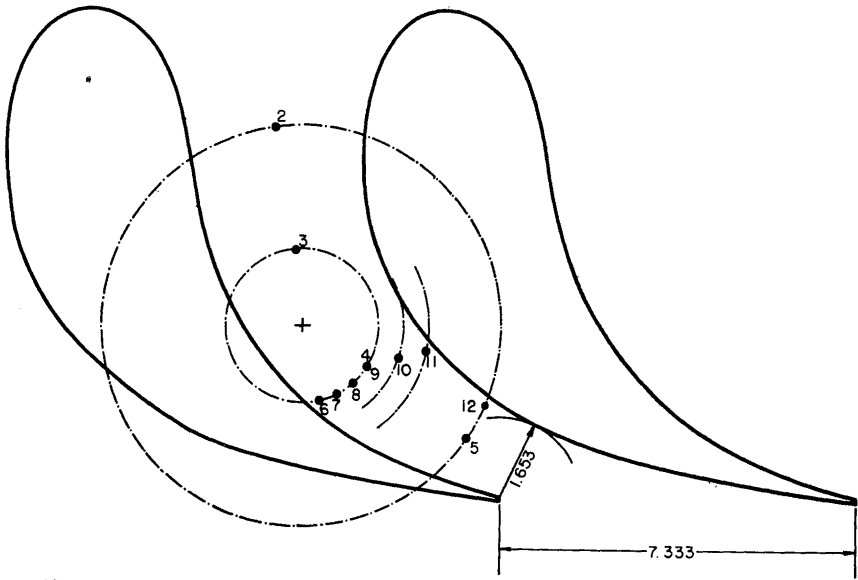
タービンノズル側壁がノズルの性能に及ぼす影響を調べるためには、アスペクト比の異なる一連の翼列の性能を比較して側壁の影響を逆算する方法が普通に用いられている [5,6]。こういう方法は實際的ではあるが、アスペクト比の小さいタービンノズルを發展させるためには側壁の境界層を詳しく調べ基礎的に理解することが必要である。このような目的でこの研究は始められた。

タービン効率に側壁が存在するために二重に低下する。第一は側壁に働く摩擦力のために全圧が低下すること、第二はこうして生じた全圧の低い流体が下流にある翼列に悪影響を与えることである。後者は翼の後流が下流の翼列に及ぼす影響と同種類のもので、未だ充分には理解されていない分野でありこの研究の対称にはしなかつた。

実験に用いられた翼列は弦長が13吋、長さが16吋の翼4枚から成り、低速風洞* に取付けられている。この実験が行われたレイノルズ数は低圧蒸汽タービンやガスタービンで普通に用いられる値である。ノズル形状ならびに測定位置を第1図に示す。境界層内の速度は小形二孔方向管と小型全圧管とを線歪計式圧力計につないで測定した。

** 括弧内の数字は本文末の参考文献番号を示す。

* タービンノズルが適当に計設された場合には、高速度においてもノズル内部では衝撃波は生じない。従つて高速度における性能は低速度で行われた実験結果に圧縮性の影響を加味すれば見当つてることが出来る。



第 1 図 ノズルの形と測定点

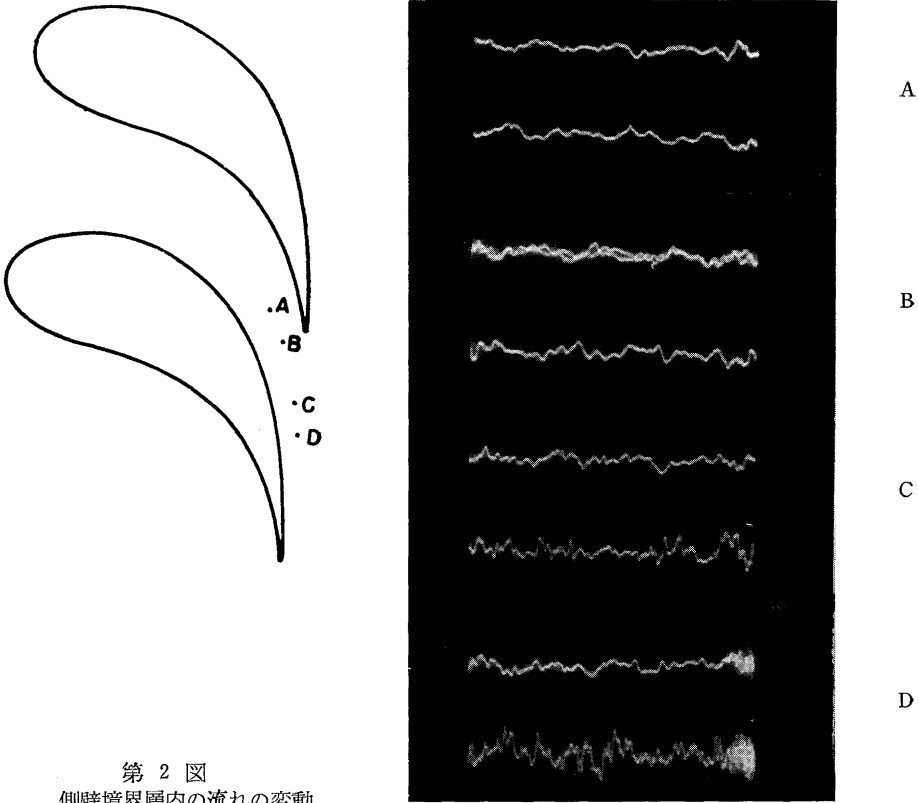
2. 側壁上の境界層の性質

喉部付近における側壁上の境界層の測定結果によれば、たとい上流の境界層が乱流である場合でもこの境界層は層流のような速度分布を示す。しかしながら乱流から層流への遷移は異常な現象と思われたので、この境界層の性質を明らかにするために次の方法が試みられた。

2.1 境界層内における速度変動

第 2 図に示す 4 組の写真はノズルの中心線上の 4 測定点における速度の変動を熱線風速計によつて示したものである。各組の写真の内、上のものは主流の変動を下のものは壁から 0.02 吋における流の変動を示す。すなわち測定点 A, B においては境界層内の速度変動は主流中の速度変動と区別し難いが、測定点 C, D においては境界層内での流れの変動は主流中での変動よりも著しい。このノズルの翼面には二次元的な層流の部分と乱流の部分とがあるので、これらの部分で測定された流れの変動の様子を層流と乱流の代表的なものとして判断の基準とすれば、側壁上の境界層は測定点 A, B すなわちノズル内で喉部より上流では層流、喉部より下流では乱流と判断される。

速度変動を調べる簡単な方法としては全圧管につながれた医者用聴診器を用いて流れの音を聴く方法がある。全圧管を側壁に密接して主流の流線に沿つて前後に移動すれば、喉



第 2 図
側壁境界層内の流れの変動

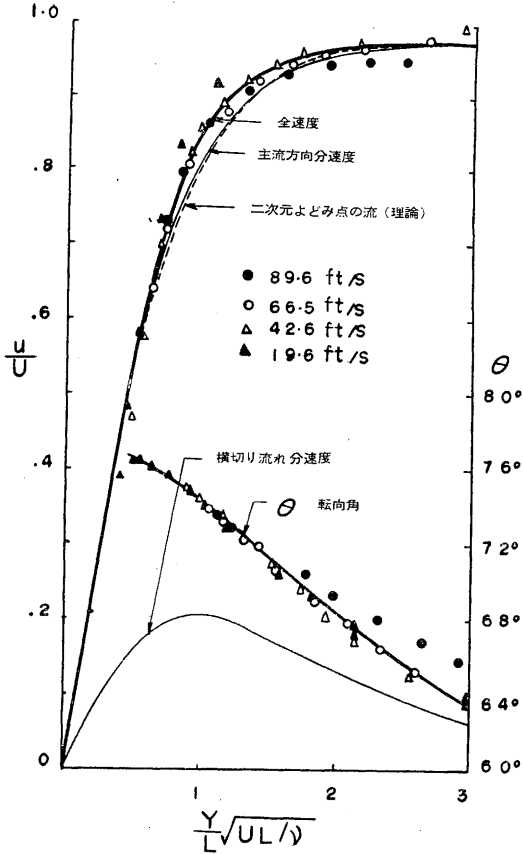
の近くに明らかな境界が認められ、その上流では音は静かで層流と判断され、下流では喧しく乱流と判断される。

側壁を一様に湿し蒸発の状態から層流と乱流との境界を見出す方法も試みられた。このようにして得られる境界線は前に述べた方法によつて認められた境界線とよく合致する。

2.2 速度分布による判断

ノズルのすぐ上流に設けられた溝によつて上流の乱流境界層を取除くと測定点 1 における境界層は層流となることがわかる。すなわち主流の速度を 4 段階に変えると測定点 1 における境界層の厚さは層流法則に従つて変化するし、その速度分布は Pohlhausen 速度分布の $\lambda=5.00$ の場合に一致する。なお境界層厚さと速度勾配 du/dx から算定される λ の値も 5.0 となつた。上流の乱流境界層を取り除かない場合には測定点 1 における速度分布は層流底層を伴う乱流境界層であることが明らかに認められた。

測定点 1 における境界層が層流の場合について、主流の速度を 4 段階に変えた実験が行われた。測定点 5 において測定された流れの方向と大きさを第 3 図に示す。ここに横軸は層



第3図 速度分布（上流が層流の場合）

境界層の場合についても、測定点5において速度分布と流れの方向とが測定されその結果は第4図に示されている。この場合には流れの方向は上流が層流の場合と僅かに異なるが、壁からの距離と速度の大きさとの関係は上流が層流の場合と殆ど異なる。速度分布に関しては次節において更に詳細に検討するが、以上の結果から次のような結論を導くことは許されるであろう。すなわち測定点5における境界層は上流の境界層が厚い乱流境界層の場合でも薄い層流境界層の場合でも本質的には同じ性質のものであつて、層流境界層である。

3. 上流境界層の影響

圧縮機用の翼列では上流の境界層は翼列内および下流の流れ、ひいては翼列の効率に著しい影響を与えることは周知の事実である。しかしながら加速流であるタービンノズルの場合には、上流の境界層が翼列中および下流の流れに及ぼす影響については明らかにされていないようである。

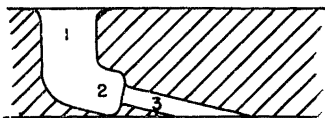
流法則に従つて壁からの距離にレイノルズ数の平方根が乗じてある。測定点の散らばりは測定誤差の程度であるから、測定点5における境界層は層流であると結論できる。測定点5において境界層が層流であることは当然であろう。何となれば上流の境界層は層流であり主流は測定点5に向つて激しく加速される許りで減速されることはなく、また5における排除厚さに基づくレイノルズ数は600以下で二次元層流境界層の遷移の限界値よりも小さい。測定点5における速度分布を主流方向とこれと直角方向の分速度にわけたものも第3図中に示されていて、主流分速度は淀み点付近の二次元層流境界層の速度分布——Hartree分布に殆ど等しいことが認められる。

上流の境界層が厚さ2時の乱流境

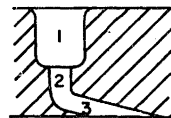
3.1 理論的考察

圧縮機翼列の場合に普通に用いられている方法では、流体は非圧縮性で粘性のない理想流体とし境界層は渦面であらわされる。しかしながらタービンノズルではノズル中の速度は上流速度の数倍に達するから、ノズル中で生じる新しい境界層がノズル内の摩擦力や下流の流れの状態を決定する主要な要素になるものと思われる。従つて理想流体としての解析は必ずしも当を得たものとは言えないであろう。この困難を去除く一つの方法として、境界層を二つの部分にわけて考える。すなわちその第一としては上流の厚い境界層を理想流体として圧縮機の場合と同様に取扱い、ノズル内で加速されるために生じる境界層に関しては別個に取扱い、ノズル全体としては両者の結果を適当に重ね合せる。ここではまず上流の境界層のみの影響を理想流体として理論的に取扱う。

流れが方向を変えると上流では側壁に平行で主流に直角であつた渦 ζ_1 は主流に対する方向を変え、主流に平行な渦 $\zeta_2 \approx 2\zeta_1$ が誘導される [12,13]。下流に行くと共に通路の幅が狭まり流れが加速される場合には主流に直角方向の渦 ζ_1 はかなり弱まり一方主流に平行な渦 ζ_2 は強くなる (付録1)。実際のノズルでは流れの方向変換と加速とが行われるが、ノズルの形状によつてこの二つの影響は色々に組合わされる。上流と下流の速度比や転向



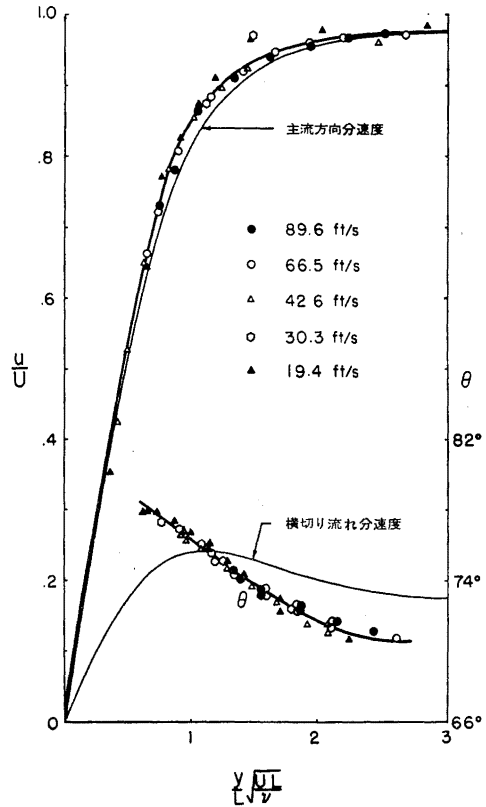
(A) 曲り後増速



(B) 増速後曲り

第 5 図

極端なノズル



第 4 図 速度分布 (上流が乱流の場合)

角が同一で形状が異なる二つの極端なノズルを第 5 図に示す。すなわちノズル A では流れは先

ず方向を変えて後に加速され、ノズル B では流れは先ず加速されて後に方向を変える。ノズル A を通る流れについて先ず考える。主流が 1 から 2 の位置に達し角度 θ だけ

方向を変えた時に渦 ζ_1 は互に直角な二つの渦 ζ_2 および ξ_2' となる. なお ζ_2 や ξ_2' は ζ_1 と次の関係を有する. $\zeta_2/\zeta_1=m$, $\xi_2'/\zeta_1=n\cong 2\theta$. もともと流れに平行な渦 ξ_1 は主流の方向変換によつて変らないから, 2 の位置における渦の主流に平行な成分は $\xi_2=\xi_1+\xi_2'$ となり, これと直交して壁に平行な成分は ζ_2 となる. ノズル A では 2 から 3 に向つて通路幅が狭まるから, 付録 1 に示されるように 3 の位置の渦と 2 の位置の渦との間には次の関係がある.

$$\int_0^{\delta_3} \xi_3 dy = a \int_0^{\delta_2} \xi_2 dy = a \int_0^{\delta_1} \xi_1 dy + an \int_0^{\delta_1} \zeta_1 dy \quad (1A)$$

$$\int_0^{\delta_3} \zeta_3 dy \cong \frac{\delta_3}{\delta_1} \frac{m}{a} \int_0^{\delta_1} \zeta_1 dy \quad (2A)$$

ここに a は下流と上流とでの主流の速度比 $a=U_3/U_1$ であり, δ_1 と δ_3 は上流と下流における境界層厚さであつて加速流においては δ_3/δ_1 は 1 よりも小さい.

ノズル B を通る場合には渦は次のように変化する. 1 から 2 に加速されるために

$$\int_0^{\delta_2} \xi_2 dy = a \int_0^{\delta_1} \xi_1 dy, \quad \int_0^{\delta_2} \zeta_2 dy \cong \frac{\delta_2}{\delta_1} \frac{1}{a} \int_0^{\delta_1} \zeta_1 dy$$

2 から 3 に向つて角度 θ だけ主流が方向を変えることによつて 3 における渦は

$$\int_0^{\delta_3} \xi_3 dy = \int_0^{\delta_2} \xi_2 dy + n \int_0^{\delta_2} \zeta_2 dy = a \int_0^{\delta_1} \xi_1 dy + \frac{\delta_3}{\delta_1} \frac{n}{a} \int_0^{\delta_1} \zeta_1 dy \quad (1B)$$

$$\int_0^{\delta_3} \zeta_3 dy = m \int_0^{\delta_2} \zeta_2 dy \cong \frac{\delta_3}{\delta_1} \frac{m}{a} \int_0^{\delta_1} \zeta_1 dy \quad (2B)$$

となる. この場合 $\delta_2=\delta_3$ である.

(2A) と (2B) とは同一であるから ζ_3 はノズルの形状によつて影響されない.

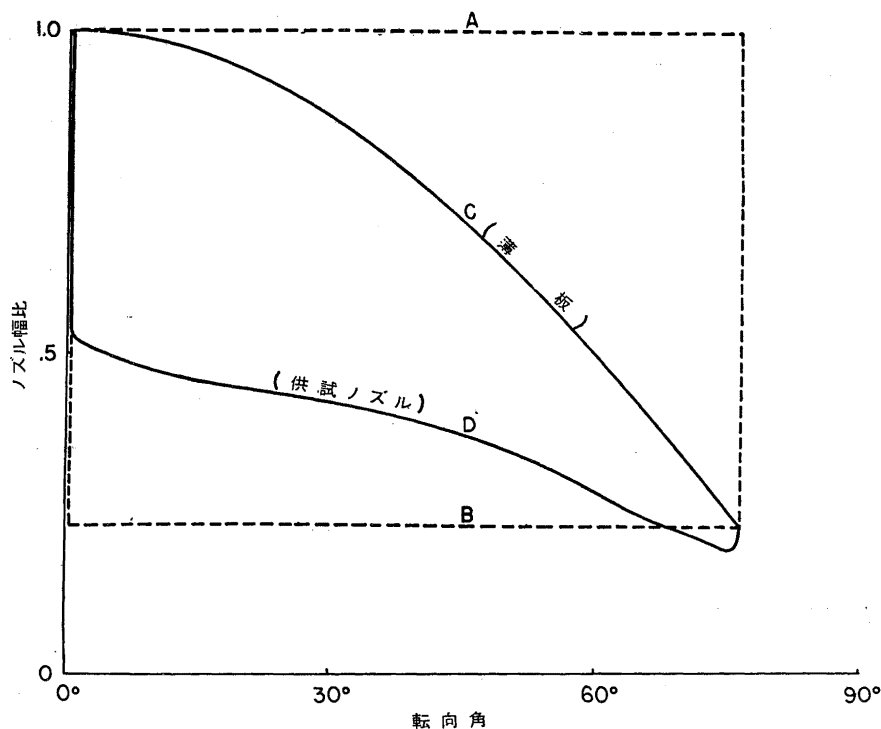
しかしながら (1A) と (1B) とは甚しく異なる. すなわちノズル A では下流に生じる二次流 $\int_0^{\delta_3} \xi_3 dy$ は主流の加速比 a に比例して増加するのに反して, ノズル B では

$\int_0^{\delta_3} \xi_3 dy$ は $\delta_2/a\delta_1 < 1/a$ に比例するから主流の加速比に逆比例して減少する. すなわち上流の境界層が下流の二次流におよぼす影響はノズル A では主流の加速によつて強められ, ノズル B では加速によつて弱められる.

上流の境界層に基ずく二次流を抑制するためにはノズル B の形状が最も望ましい. しかしこのことは直ちにノズル B が最良のノズルであることを意味しない. 第 5 図を見れば明らかなようにノズル B では高速で流れる通路がノズル A よりも遙かに長いから, それだけ壁面に生じる摩擦損失は大きい. また主流の速度が増し壁面では速度が 0 であるために新しい渦 ζ' が作られる. こののち主流が方向を変えると新しい渦 ζ' もまた二次流を誘導する. このような壁の近くの流れには粘性の影響が大きいから非粘性の仮定に基ずく渦理

論を用いて簡単にノズルの優劣を決めることは出来ない。しかしながら以上の考察から次のように言うことが出来る。ノズル A のように先ず方向を変えて後に加速する形式のノズルでは上流の境界層は下流の流れにかなりの影響を及ぼし、ノズル B のように先ず加速して後に方向を変える形式のノズルでは上流の境界層が下流の流れに影響を及ぼすことは少ない。

実際には流れの方向が変わるとこれに伴つて通路幅が変化するから、翼の後縁が薄い翼列で

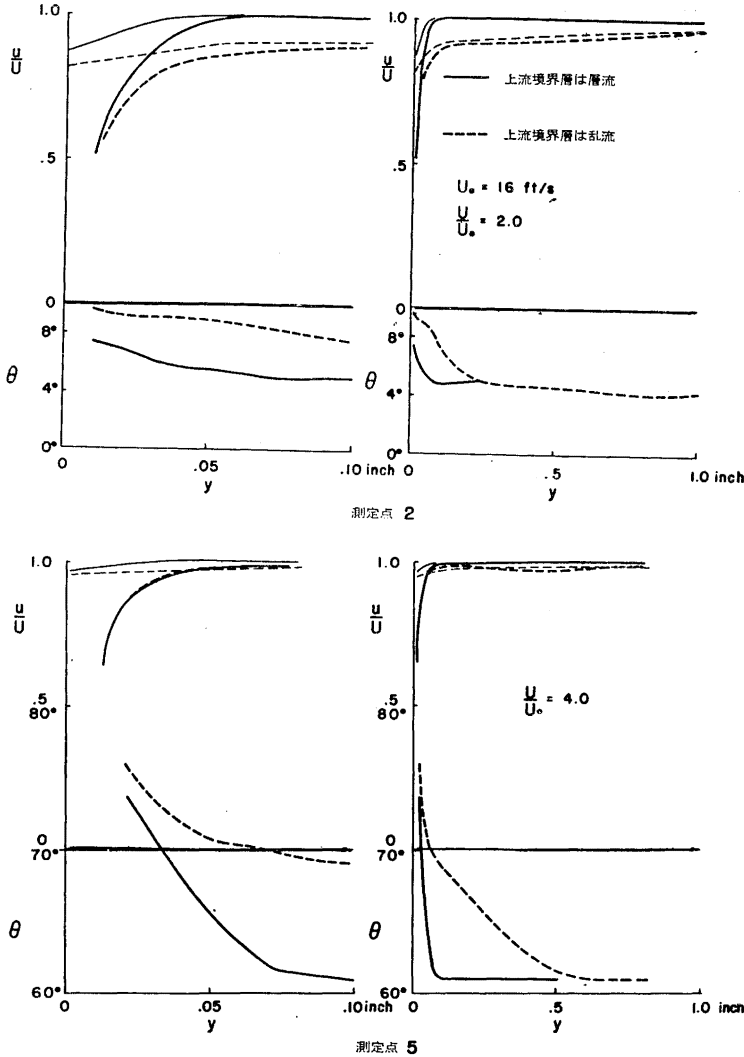


第 6 図 轉向角とノズル幅の関係

ノズル A のような形を実現することは出来ない。第 6 図に 4 種類のノズルについてノズル通路幅と流の轉向角との関係を示す。曲線 A と B とは前述のノズル A および B に対応するものであり、曲線 C は薄板で作られた翼列の場合である。すなわちノズル A は架空のものであつてこれに最も近い特性のノズルで実現できるものが C である。この研究の対象として用いられたノズル (第 1 図) の通路幅と轉向角との関係は曲線 D で示される。この曲線は曲線 B に似ているから、上流の境界層は下流の流れの状態に著しい影響は及ぼさないものと推測される。

3.2 上流境界層の影響に関する実験結果

上流の境界層が層流の場合と乱流の場合とについて、ノズルの中心線にそつた 5 ケの測



第 7 図 上流が層流および乱流の場合ノズル側壁上の境界層速度分布

る速度の差は主として壁の摩擦によるものであり、幾分かは二次流に基づく流線のずれによるであろう。上流が層流の場合でも乱流の場合でも細い線と太い線との差は殆ど同様であるから、壁の近くでは全圧損失の機構は同一、すなわち層流摩擦によるものと思われる。上流が乱流の場合には、壁からやや離れた $y=0.5 \sim 1.0$ 吋の範囲でも全圧損失が認められる。これは上流の乱流に基づく乱流摩擦による全圧損失であろう。測定点 5 では摩擦がないとして計算された速度よりも実測された速度の方が大きい部分がある。これは二次流によつて全圧の大きい流が全圧の小さい流の下流に運び込まれたために生じたものであろう。これらの速度分布の測定値から言えることは、下流における全圧損失は主として層

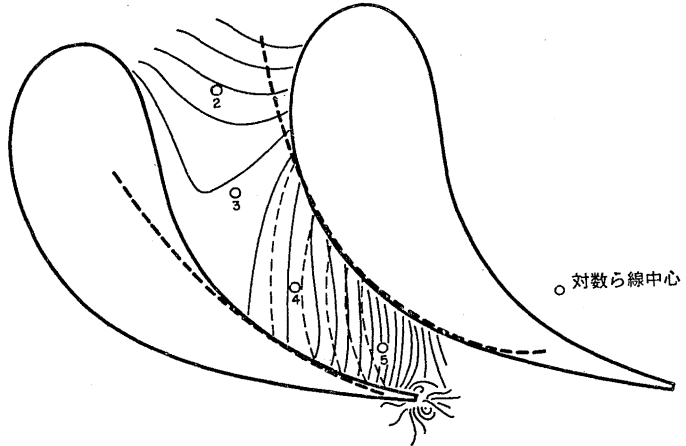
定点で境界層の測定が行われた。第 7 図において左側の図は右図の横軸を拡大して示したものである。また上部の曲線は速度の大きさを下部の曲線は流れの転向角を示す。太い実線と点線とは上流境界層が層流の場合と乱流の場合とに測定された値である。測定点 1 の下流では摩擦もなく二次流もないと仮定して Bernoulli の式と連続の式を用いて計算された速度分布を細い実線および点線で示す。従つて細い線と太い線とによつて示され

流摩擦によるもので上流の境界層が層流であるか乱流であるかには大して拘らないと言うことである。

第 7 図によれば、上流境界層が厚い乱流の場合には角超過すなわち二次流を伴う層が厚く上流境界層が薄い層流の場合には二次流を伴う層が薄い。また壁面に生じる最大転向角は上流の状態に拘らずほぼ同一である。このことは簡単な渦理論によつて説明できる。

4. 理論値との比較

この研究に関連して三次元層流境界層の近似解に関する理論が導かれた。[8] この翼列について得られた実験結果をその理論と比較するために、翼列が構成する通路は一对の対数ら線によつて近似された。第 8 図において、太実線は実際の通路の形を示し太破線はら線角が 45° の一对の対数ら線を示す。通路を横切る細実線は干渉計 [2] によつて測定された等密度（等圧）線であり、細破線は対数ら線の場合の等圧線を示す。実際の場合と理論解のために用いられた模型とでは圧力場が精確には一致しないが、理論解から得られる結果を実物に適用出来る程度に密接な関係にある。

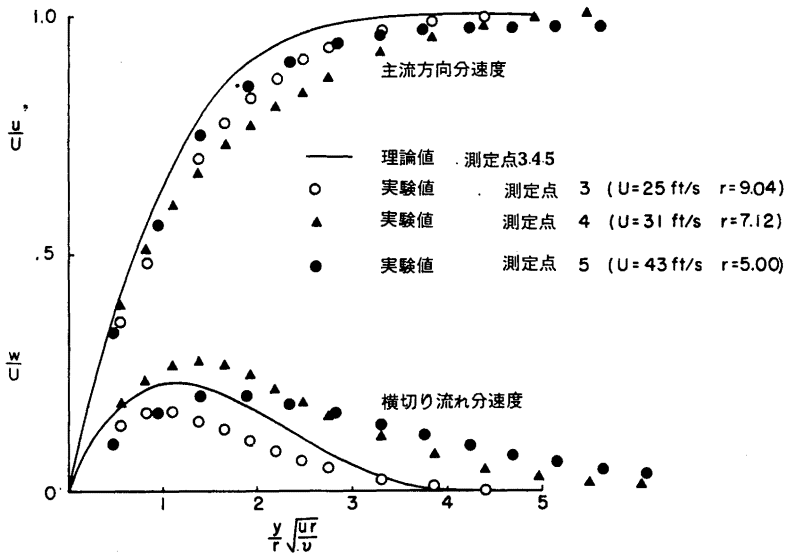


第 8 図 ノズルの形と理論模型

4.1 境界層内の速度分布

ノズル側壁上の速度分布は上流が層流の場合について測定点 4（又は 9）における主流速度を 31.0 ft/s（喉部速度は 49.4 ft/s）に保つて行われた。比較に用いられる三次元境界層理論によればノズル中心線にそつて速度分布は相似であつて、主流方向の分速度 u/U およびこれと直角方向の分速度 w/U を $(y/r)(Ur/\nu)^{1/2}$ に対して描けば、* この関係は中心線上のすべての点で同一である。第 9 図において理論的に得られた主流方向および直角方向の分速度を実線で示し、測定点 3 で得られた結果を白丸で、測定点 4 で得られた結果

* こゝに U は問題点の主流速度、 u と w は境界層の主流方向とこれと直角方向の分速度、 r は対数ら線中心からの距離、 y は壁からの距離である。



第 9 図 中心線上 3 ケの測定点における速度分布——理論値と実験値との比較

て、実際のノズル形状が対数線と違っていることがあげられる。測定点 6, 7, 8, 9, 10, 11 における速度分布を理論的に推定したものを第 10(左) 図に、実測値を第 10(右) 図に示す。図中、横軸は壁からの距離をその儘示す。この理論においては、通路外側の翼の影響としてはその位置で境界層厚さが 0 でかつ翼面を横切る流れがないとして取扱われている。第 10 図に示される干渉計の写真によれば翼の圧力面（通路の外側面）上の境界層は乱流で厚く、測定点 6 はこの境界層の中にあるかそのすぐ近くにある。従つて外側壁の実際の影響はこの理論で仮定されたものとはある程度異なるものと考えられる。このこともまた理論で得られた速度分布と実測値とが相違する原因の一つと考えられるし、殊に測定点 6 で得られた特異な速度分布はたぶん測定点が翼面の境界層内にあることに基づくものであろう。

4.2 境界層厚さと壁面摩擦係数

全圧管の寸法が充分に小さくないから壁の極く近くの流速は測定できないが、測定された境界層の速度分布を付録 2 に述べる方法で壁面に迄延長すれば、壁面の速度勾配から壁面摩擦係数が算定できる。この方法に伴う誤差は約 5 % であつた。第 11(上) 図で横軸は中心線に沿つての位置を、縦軸は摩擦係数 τ を示す。図中黒丸は実測値、白丸をつなぐ破線は三次元層流境界層理論から推定された値である。理論に用いられた対数線ノズルと実際のノズルとは測定点 3 から 5 迄の間ではかなり似た形をしているがこれより上流ではその形が著しく異なるから、理論が適用できるのは 3 から 5 迄の範囲に限られる。図中細実線は中心線にそつての圧力分布を用いて二次元層流境界層理論 (Walz の方法 [11]) によ

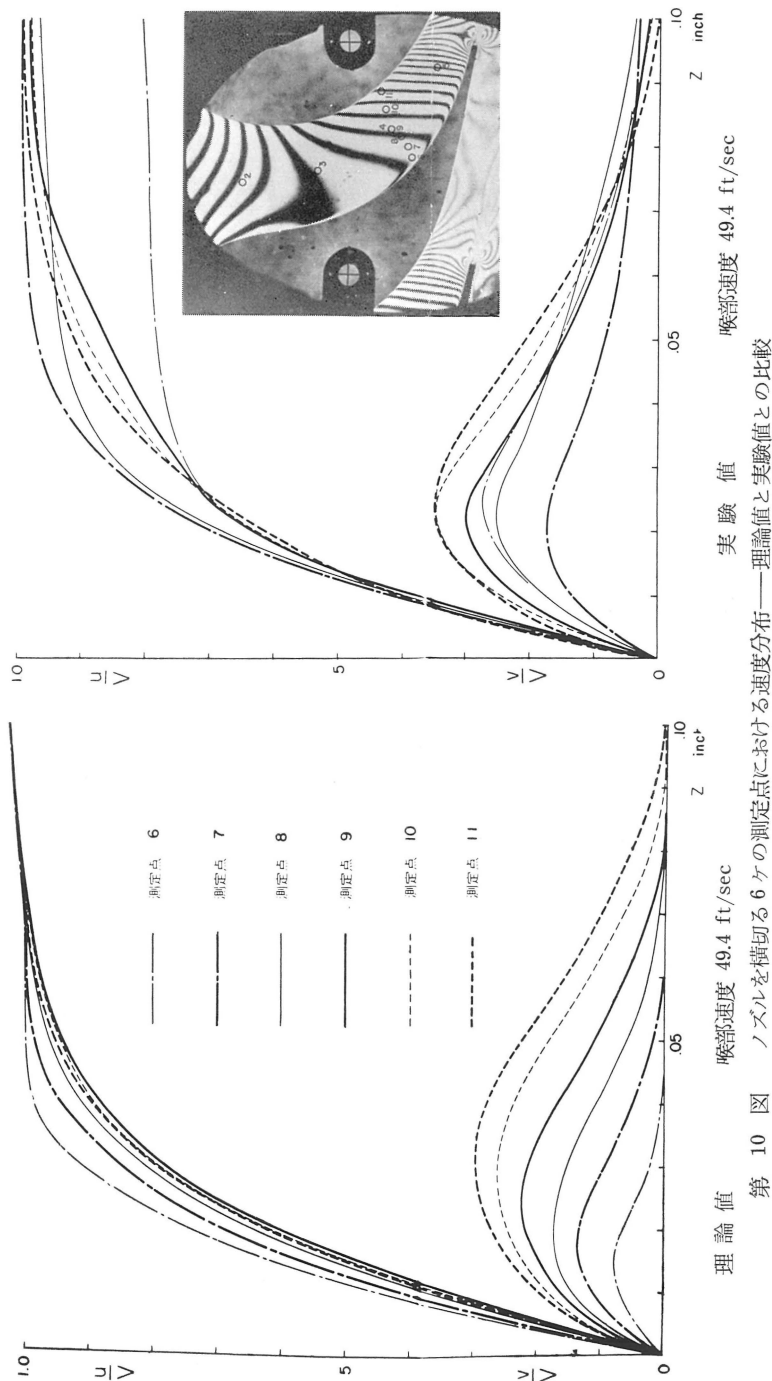
を三角点で、測定点 5 で得られた結果を黒丸で示す。

理論値と実験値との相違は異なる測定点で得られた実験値相互間の相違と同じ程度である。このような相違の主な原因とし

つて推定された
壁面摩擦力であ
る。

摩擦力の主流
方向の成分に関
して言えば、二
次元理論も実測
値とよく合致し
ている。しかし
ながら二次元理
論が実測値と合
つたことは偶然
によるものであ
ろう。一般に狭
まり流れでは上
流の境界層の流
体は下流では狭
い通路を流れる
から、これと同
一の圧力分布を
有する二次元流
よりも境界層は
厚くなる筈であ
る。一方主流が
方向を変えると
主流に直角方向
の流れが誘導さ
れて境界層を主
流の曲率中心に
向つて押し流す
ために境界層は

薄くなる傾向を有する。ノズル中の流れは狭まると共に方向を転じるから、この二つの影
響は互に打ち消し合つて、たまたま二次元理論で推定された値に近い摩擦力が得られたも

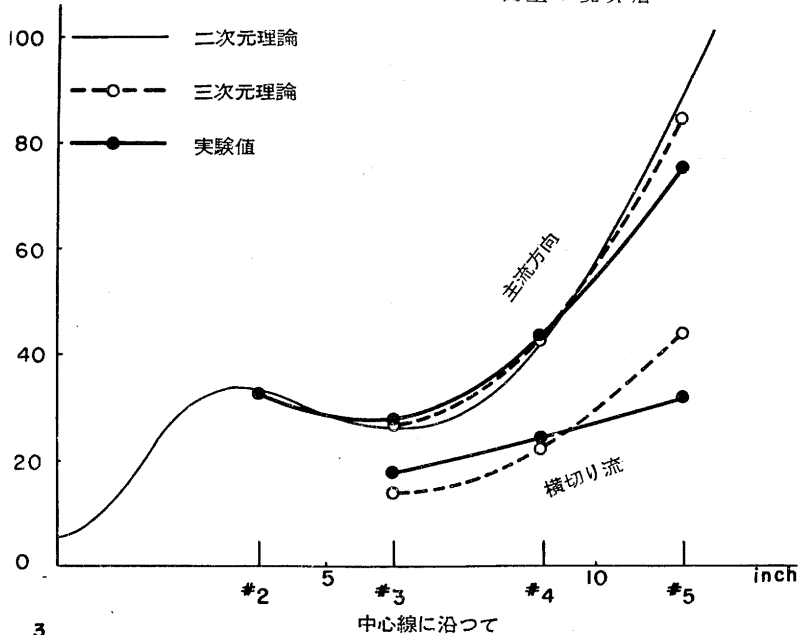


第 10 図 ノズルを横切る 6 ケの測定点における速度分布——理論値と実験値との比較

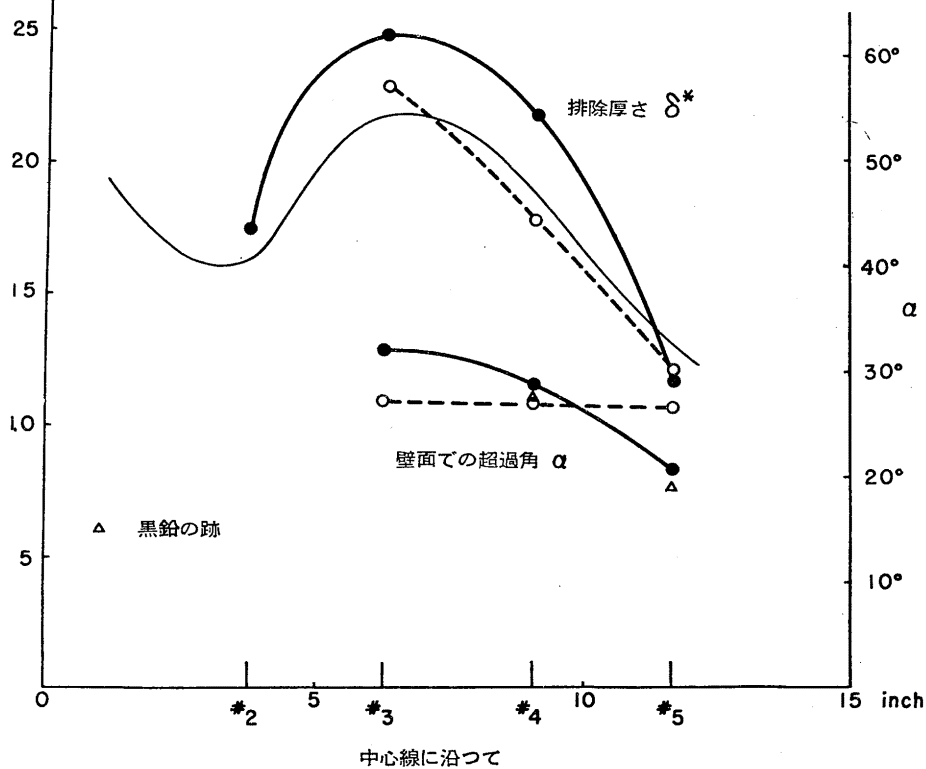
$\tau \times 10^6$ psi

タービンノズル側壁の境界層

67



$\delta^* \times 10^3$ inch



第 11 図 中心線にそつて境界層特性値の変化

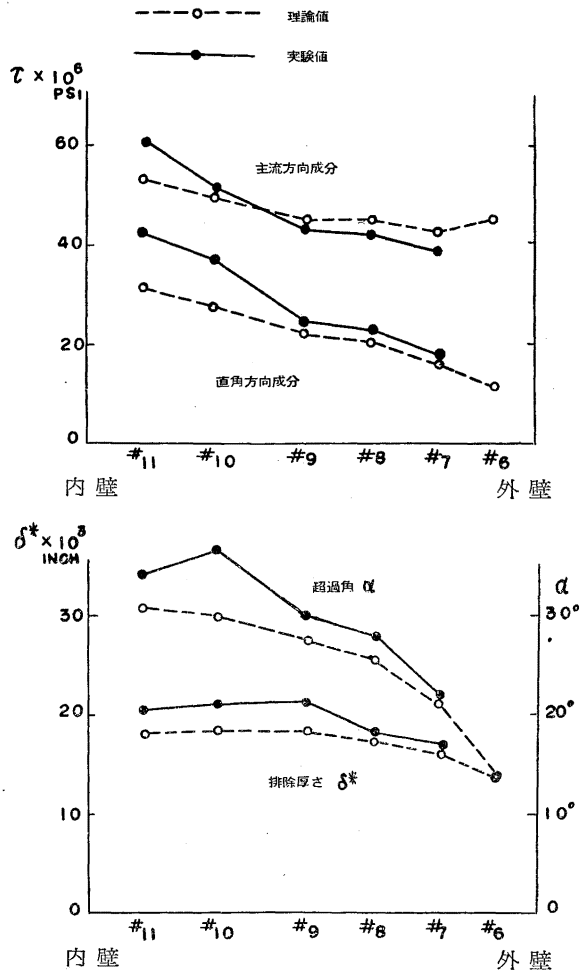
のと考えられる。

二次元理論では主流に直角方向の摩擦力は勿論求めることが出来ない。三次元理論によつて推定された直角方向の摩擦力は、測定点 3 および 4 で得られた実測値に一致する。測定点 5 では相違がやや大きくなるのは、一つには圧力分布が理論模型と実際の場合とで異なるためであろう。

境界層排除厚さおよび壁面上での流れの方向を第11(下)図に示す。二次元境界層によつて推定された排除厚さは三次元理論によるものに近いが、これらの理論値は摩擦力の場合程よく実測値と合わない。測定点 4 で相違がやや著しいのは、この位置での速度分布が特異で他の測定点のものと異なっていることによる。(第 9 図および第10図測定点 9)

壁面上での流れの方向は直角方向摩擦力と主流方向摩擦力との比を正切とする角度として求められる。理論値と実測値とは第11(下)図に黒丸と白丸とで示されている。この方向はまた壁に塗られた黒鉛が空気によつて流される方向を直接測定する事によつても求めることが出来る。このようにして得られた方向を三角点で示す。測定点 3 では主流の速度が小さいので黒鉛の流れが明らかでない。理論値と実測値との相違は大きなものではなく、主として圧力分布の相違に基づくものと思われる。

ノズルを横切つて配置された測定点で測定された排除厚さ、壁面摩擦力および壁面上の流れの方向は第10図から計算され第12図に示される。通路を形成する翼が流れにおよぼす影響は複雑であるが、理論ではこの影響を簡単化して取扱うために、理論値と実測値との間には若干の



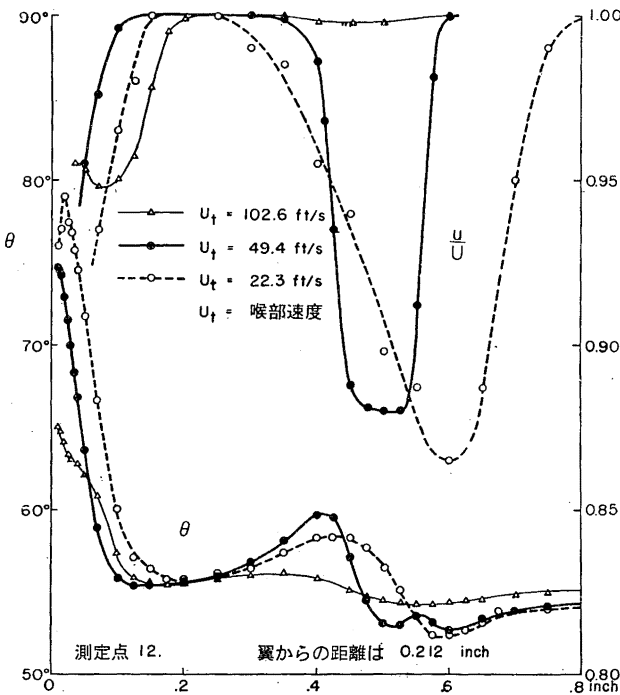
第 12 図 ノズルを横切つて境界層特性値の変化

開きがある。

5. 境界層の集積

前節の実験結果から明らかなように側壁の影響は壁の極く近傍の薄い層——喉の幅の約 $1/20$ の厚さ——に限られている。しかしながら翼列の下流の全圧分布を測定した結果——[1] の第4図——によれば壁から喉の幅程離れた距離においても全圧の低い大きな領域が認められる。この全圧の低い流体は側壁を横切る流れによつて側壁上の境界層が集められたものに違いない。このような堆積の機構について一つの理論模型が考えられる。すなわち側壁に平行にノズルを横切る流れは主流に平行な渦が側壁に平行に並んで出来た多数の渦板によつて置き換えられる。このような渦板はそれ自体、それ以外の渦板、およびこれらの鏡像による誘導速度によつて移動する。すなわち負圧翼面に達した渦板は丁度だ円翼から流出した渦板が両端で巻き上がるように巻き上がり始めると考えられる。水槽中でベルトを走らせることによつてベルトの近くに薄い渦板を作りこの渦板を障碍物によつてさえぎれば、渦板はベルトから離れて巻き上がるのが容易に観察される。この渦板の運動は前述の理論模型の渦板の運動の合理性を示す。

以上のような理論模型の妥当性を確かめるために、ノズルの負圧面に近い二測定点で流



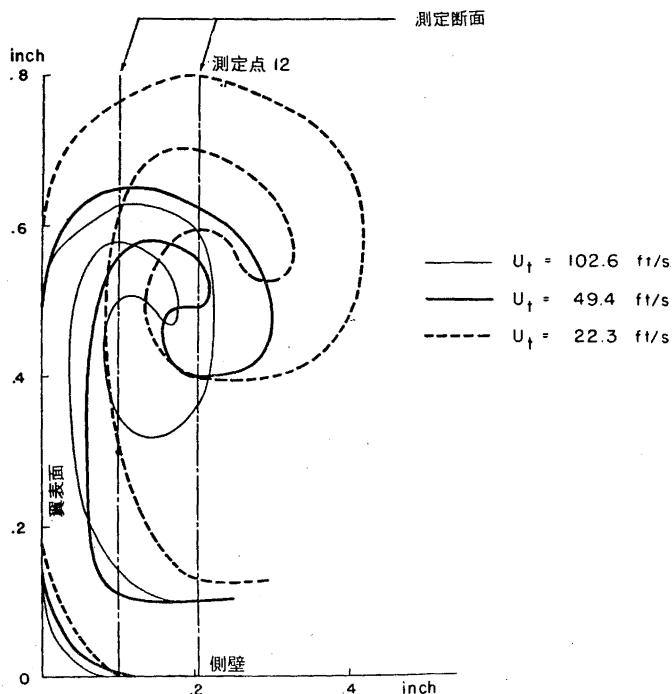
第 13 図 翼負圧面と側壁との隅近くの流れ

れの方角と全圧とが側壁からの距離に応じて変化する有様を測定し、その結果の一部を第13図に示す。この結果から明らかなように、側壁から主流に達する迄の間に流れの方角は数回変化する。このことは隅に出来た境界層の堆積は単一の渦ではなくて、前述の理論模型が示すように渦板が巻き上がったものであることを示している。

第13図の三つの曲線はレイノルズ数が異なる三つの場合に得られた結果である。側壁上の境界層は層流法則に従つてレイノルズ数の平方根に比

例して変化しているが、巻き上がった渦板は層流法則に従わない。巻き上がりの機構は渦理論によるものであるから、層流法則に従わないのは当然である。渦板の巻き上がり直径と渦板の厚さとの関係については何等の理論も導かれていないが、直観的に薄い渦板は厚い渦板よりも小さい直径に巻き上がるものと思われ、実測値はこのような傾向を示す。第13図に得られた流れの方向と全圧の分布から渦板（かつては側壁上の境界層であつた流体）が巻き上がった形を推定して第14図に示す。この形状は [1] の第4図の全圧分布とよく似た形をしている。

一度び渦板が巻き上がれば、渦板が次々に送り込まれなくても渦の誘導速度によつて巻き上がり直径は次第に大きくなる。従つてノズルにおいては主流が方向変換を済ませて境界層の横切り流れが弱くなつてもノズルの隅に生じた全圧の低い流体の集まりは次第に拡がっていく。第15図の翼の負圧面上端に見られる黒鉛が薄い三角形の部分の巻き上がった流体の跡と考えられ、予想されるよう



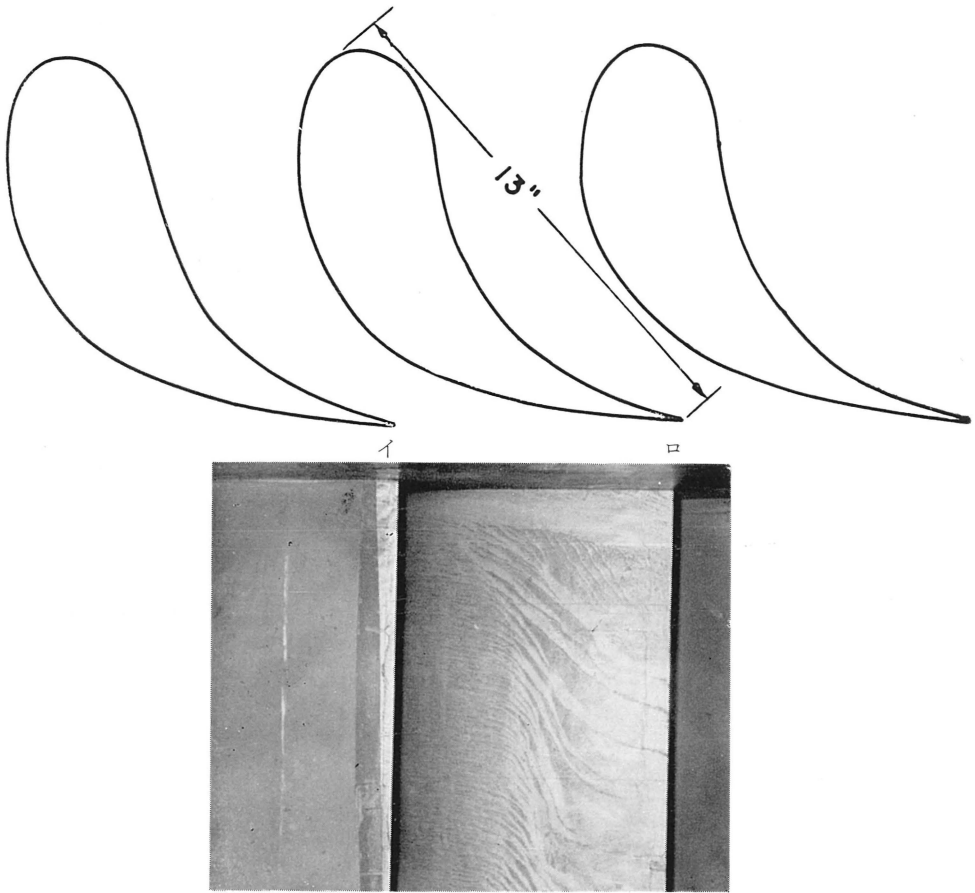
第 14 図 隅における渦面の巻き上り状態

にこの幅は下流に向かい拡がっている。

黒鉛が薄い部分は、油に浮いている黒鉛が速かに吹き流された所、すなわち摩擦力が大きい所である。主流が圧力に逆らつて流れる場合には三次元境界層は二次元境界層よりも薄いから、三次元境界層が巻き上がった渦の板も薄い。巻き上がった板の間には全圧の高い主流が含まれているからノズルの翼面と主流とは薄い渦板を介して隣合っているわけで、そのために摩擦力は二次元境界層によるものよりも大きいものと思われる。

6. 流量係数

ノズルを設計する場合にはノズル喉部における有効面積と幾何学的面積との比すなわち流量係数が必要である。幾何学的面積と有効面積との差は三部からなる。第一は翼表面の



第 15 図 黒鉛によつて示される翼負圧面上の流れの跡

境界層排除厚さ，第二は側壁面上の境界層排除厚さであり第三は翼の負圧面と側壁面との隅に集まつた低い全圧の流体による等価排除面積である．これらの三つは互に干渉するけれども，ここでは干渉の影響は無視する．

このノズルの流量係数は実験的には調べられていない．しかしながら三次元層流境界層理論を用いて側壁上の境界層排除厚さならびに隅に堆積した低い全圧の流体の等価排除面積を求めることが出来る[3]．その結果によればこのノズルでは隅に堆積した流体が喉部において占める等価排除面積は，喉部における側壁の排除面積（排除厚さと喉幅との積）の13%である．

翼列下流の全圧分布を示す[1]の第4図によれば低い全圧の流体は側壁や翼の後流以外の部分でも広い面積を占めていて，巻き上がりによる等価排除面積は喉部側壁の排除面積の13%よりも大きいように思われる．この測定は翼列の下流で行われたものであつて，喉部から測定位置に到る間に側壁上の境界層の一部は巻き上がっているから，[1]の第4図

で認められる堆積した流体が喉部に堆積していたものよりも多いのは当然である。

7. 結 論

タービン翼列の側壁上の境界層を実験的に測定し、得られた結果を一般化するために理論的考察を合せ行つた。主な結果は次の通りである。

(1) 側壁の上流の境界層が乱流の場合でも、実験した範囲では喉部付近の側壁の境界層は層流であつた。これは急な圧力降下に基づくものである。

(2) 主流が方向を変えると共に加速される場合、上流の境界層が下流に及ぼす影響を非粘性流体の場合について理論的に考察した。その結果によれば流れが先ず加速されて後に方向を変える場合には上流の影響は重要でない。

(3) 実験結果によれば上流の乱流境界層はノズル内の流れの内、主流方向の分速度には殆んど影響しないが、これと直角方向の流れに僅か許りの影響を及ぼす。尤もその影響は境界層の上層のみであるから壁面の摩擦力には何等の影響も認められない。

(4) [3] に述べられた三次元層流境界層理論を用いて実験に用いられたノズル側壁の境界層を求めた。理論値と実測値とはかなりよく合致する。

(5) 主流方向の成分のみに関して言えば、二次元層流境界層理論を用いても三次元境界層理論と同様に摩擦力や境界層排除厚さを正しく算定することが出来た。これは偶然の一致と思われるが、このノズルと似た形状の多くのノズルでも同様なことが言えるかも知れない。

(6) 彎曲した通路の内側の隅に低い全圧の流体が堆積する機構について一つの仮説を樹てた。この仮説によれば側壁に平行にノズルを横切る境界層の分速度は渦板と見做され、渦板は特性としてその端で巻き上がる。境界層内にある低い全圧の流体はこの渦板により運ばれる。

(7) 壁からある距離の範囲で測定された速度分布を用いて壁面上の摩擦力を算定する方法が提案された (付録2)

この研究は General Electric Company, Westinghouse Electric Corporation, Curtis-Wright Corporation および Allison Division of General Motors Corporation 各社の経済的援助によつて Massachusetts Institute of Technology の Gas Turbine Laboratory において行われた。研究を行うに当り種々便宜を計り助言を与えられた Taylor 教授, Dean 助教授ならびに実験を手伝つた Bussi 君に深い感謝の意を表する。

付録 1 狭まり通路内の渦

非粘性非圧縮性流体が高さは一定で巾が変化する通路中を流れる場合に、流体中に含まれる渦の強さが変化する様子について考える。なお簡単のために、通路幅は変化しても流れは準二次元的、すなわち巾の方向には同一な流れが生じるものと仮定する。

(a) 流れに平行な渦 ξ

通路内に断面が矩形でその一辺が通路の底面に接する流管を考える。この際矩形流管の高さは境界層の厚さ δ よりも大きくえらび、流管の巾を b とする。この流管の周りの循環は $2b \int_0^\delta \xi dy$ で一定である。通路幅が変化すれば流管の幅 b もこれに比例して変化するから、 $\int_0^\delta \xi dy$ は b に逆比例して、すなわち主流の速度に比例して増加する。

(b) 壁に平行で主流に直角方向の渦 ζ

壁からの距離が y_1 および $y_1 + dy_1$ の二点を通る二枚の流面に挟まれた厚さが dy_1 で中心線が主流に直角な巾 l_1 の流体の薄い帯を考える。この薄い帯の長さは通路の幅に等しい。この帯状の層が下流に移動して通路の巾が $1/a$ 倍になれば、この層の中の体積が一定である為にその断面積は変化して $l_2 dy_2 = a l_1 dy_1$ となる。一方この管の周りの循環は一定であるから

$$2l_1 \zeta_1 dy_1 = 2l_2 \zeta_2 dy_2 = 2l_1 (dy_1 / dy_2) a \zeta_2 dy_2$$

境界層全体について積分すれば

$$\int_0^{\delta_2} \zeta_2 dy \equiv (1/a) (\partial_2 / \partial_1) \int_0^{\delta_1} \zeta_1 dy$$

となる。すなわち渦の強さは主流の速度にほぼ逆比例する。

付録 2 壁から離れた部分の速度分布から壁面摩擦力を推定する方法

全圧管によつて測定される圧力は全圧管の中心よりも外側の圧力を示すから、壁から約 0.01 吋の範囲の速度を測定するのは困難なことが多い。測定された範囲の速度分布曲線から速度勾配 du/dy を求め、壁からの距離 y との関係をグラフに描く。

境界層は層流でも乱流でも壁面の摩擦力は圧力勾配と次の関係にある。 $\mu d^2u/dy^2 = -dp/dx$ 。こゝに dp/dx は圧力分布から測定できるから壁面上における d^2u/dy^2 の値がわかる。この値は du/dy 曲線が壁面においてとるべき勾配であるから、実験的に得られた du/dy と y との関係を示す曲線は壁においてこの勾配を満足するように壁迄延長される。このようにして延長された曲線は今一つの条件——この曲線の任意の点より左下の面積はその点の速度に等しい——によつて妥当性が検討される。この実験の例によればこれらの条件は滑

らかな曲線によつて容易に満足されるから、この方法を用いて壁面上の du/dy を求めることが出来るのは勿論、速度分布曲線から逆に $y=0$ の位置を算出することも出来るから速度勾配がある流れの中で全圧管が示す実質上の圧力中心を求めることも可能である。

参 考 文 献

1. J.R. Turner, "An Investigation of End-Wall Boundary Layer of a Turbine-Nozzle Cascade," Trans. ASME vol.79, 1957, pp. 1901—1806.
2. C. R. Faulders and E. G. Cole, "Interferometer Study of Flow Through a Steam Turbine Nozzle Cascade," MIT Gas Turbine Laboratory, 1950.
3. Y. Senoo, "Three-Dimensional Laminar Boundary Layer on Curved Channels with Acceleration" Trans. ASME vol.80, 1958, pp. 1721—1733.
妹尾泰利, 速度勾配のある曲り通路内の三次元層流境界層, 応用力学研究, 所報第14号.
4. Y. Senoo, "The Boundary Layer on the End-Wall of a Turbine Nozzle Cascade" MIT. Gas Turbine Laboratory Report 35, 1956.
5. N. Scholz, "Secondary Flow Losses in Turbine Cascades" J. of Aero. Sci., vol.21, 1954, pp. 707—708.
6. M. I. Zhukovskii and N. A. Sknar, "New Cascade of Turbine Profiles" Teploenergetika, vol.2, 1955, pp. 7—12.
7. J. D. Stanitz, W. M. Osborn and J. Mizisin, "An Experimental Investigation of Secondary Flow in an Accelerating, Rectangular Elbow with 90° of Turning" NACA TN3015.
8. H. Z. Herzig, and A. G. Hansen, "Experimental and Analytical Investigation of Secondary Flow in Ducts" Institute of Aeronautical Sciences, Preprint 593, January 1956.
9. J. R. Bussi, "An Investigation of the Boundary Layer at the End Wall of a Turbine Nozzle Cascade" MIT. Gas Turbine Laboratory SM thesis, 1956.
10. H. Schlichting, "Boundary Layer Theory" McGraw-Hill Co. p. 209.
11. A. Walz, "Anwendung des Energiesatzes von Wieghardt auf einparametrische Geschwindigkeits Profile in Laminaren Grenzschichten" Ingenieur Archiv, vol.16, 1947, pp. 243—248.
12. H. B. Squire and K. G. Winter, "The Secondary Flow in a Cascade of Airfoil in a Non-Uniform Stream" J. of Aero. Sci., vol.18, 1951, pp. 271—277.
13. W. R. Hawthorne, "Secondary Circulation in Fluid Flow" Proc. Royal Society of London, A, vol.206, 1951, pp. 374—387.

(昭和 34 年 3 月 13 日 受理)