

A constitutive representation on the production of glottal waves

田部, 洋祐

<https://doi.org/10.15017/459601>

出版情報 : 九州大学, 2006, 博士 (芸術工学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :

付録 A

声門流からの音波の発生機構

A.1 はじめに

第2章では、声帯振動によって声門流が変調される過程を、声帯の2質量モデル [14] を基に解説した。付録 A では、変調された声門流から音波が発生する機構を、流体音響学 [46] に基づいて検討する。1950年頃、Lighthill はジェットエンジンの騒音の発生機構を説明する方程式を、圧縮性流体の支配方程式 (2.4)(2.5) から導いた。この方程式は Lighthill 方程式と呼ばれ、流体音響学の基礎方程式になっている。本論文においても、Lighthill 方程式を基礎方程式として、声門流から音波が発生する機構について検討を行う。

ここでは、まず、圧縮性流体の支配方程式 (2.4)(2.5) を変形して、Lighthill 方程式を導出する。Lighthill 方程式は音源項を含む波動方程式の形をしており、流れからの音波の発生機構を説明することができる。次に、音声の発声機構の検討に利用できる様に、境界の影響を考慮した Curle の式を導出する。最後に、Curle の式の音源項の評価を通じて、喉頭内部の乱流によって4重極子音源が、乱流が壁面と相互作用することで2重極子音源が、喉頭の入力端における流量変化により単極子音源が生じることを示す。また、その音響的な効率を評価することで、単極子音源が最も効率が良く、それ故、音声の基本的な音源であることを示す。

A.2 Lighthill 方程式の導出

付録 A では、Lighthill 方程式を基礎方程式として、声門流から音波が発生する機構について検討を行う。したがって本節では、本付録の議論の基礎となる Lighthill 方程式の導出を行う。

まず、圧縮性流体の運動の運動方程式 (2.5) を以下のように変形する。

$$\begin{aligned}
\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \\
&= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + 2\mu \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right\} \\
&= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + 2\mu \left\{ \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right\} \\
&= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + 2\mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right\} \\
&= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \\
&= -\frac{\partial}{\partial x_j} (p \delta_{ij} - \sigma_{ij}) \tag{A.1}
\end{aligned}$$

ここで δ_{ij} は Kronecker のデルタであり、 $i = j$ のときに 1 を、 $i \neq j$ のときに 0 を返す。また、 σ_{ij} は粘性応力テンソル (viscous stress tensor)

$$\sigma_{ij} = 2\mu \left(e_{ij} - \frac{1}{3} e_{kk} \delta_{ij} \right), \tag{A.2}$$

e_{ij} は変形速度テンソル (rate of strain tensor)

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \tag{A.3}$$

である。次に、圧縮性流体の連続の式 (2.4) に v_i をかけたものを式 (A.1) を加えると

$$\begin{aligned}
\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + v_i \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j) &= -\frac{\partial}{\partial x_j} (p \delta_{ij} - \sigma_{ij}) \\
\Leftrightarrow \frac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_i v_j)}{\partial x_j} &= -\frac{\partial}{\partial x_j} (p \delta_{ij} - \sigma_{ij}) \\
\Leftrightarrow \frac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j + p \delta_{ij} - \sigma_{ij}) \\
\Leftrightarrow \frac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} &= -\frac{\partial \pi_{ij}}{\partial x_j} \tag{A.4}
\end{aligned}$$

となり、Reynolds 形式の運動方程式 (A.4) が得られる [22]。ここで

$$\pi_{ij} = \rho v_i v_j + (p - p_0) \delta_{ij} - \sigma_{ij} \tag{A.5}$$

は、運動量流束テンソル (momentum flux tensor) である。式 (A.5) の第 2 項の p_0 は大気圧であり、音響現象の解析のために、便宜的に導入されたものである。 π_{ij} の成分より、流れの運動量 ρv_i は、流れの非線形性、圧力勾配、そして粘性の影響を受けて時間的に変化することが分かる。

ここで、線形な音波が伝搬する媒質（これを音響媒質と呼ぶ）における運動量流速テンソルについて考察する。音響媒質においては、圧力 p と密度 ρ は式 (2.6) の断熱的な関係を満たし、以下の関係を持つと仮定する [22]。

$$p - p_0 = c_0^2(\rho - \rho_0) \quad (\text{A.6})$$

c_0 は音速である。また、一般の音響問題において、空気の粘性の効果は考えないので、音響媒質における流体の運動量流束テンソルは、式 (A.5) において、非線形項と粘性の項を省略した次式で与えられる。

$$\pi_{ij}^0 = (p - p_0)\delta_{ij} = c_0^2(\rho - \rho_0)\delta_{ij} \quad (\text{A.7})$$

今、音響媒質における運動量 ρv_i の変化は、流体の乱流場から生じるものだとすると、以下のテンソルが運動量の変化を与える具体的な力だと考えられる。

$$\begin{aligned} T_{ij} &= \pi_{ij} - \pi_{ij}^0 \\ &= \rho v_i v_j + \delta_{ij} [(p - p_0) - c_0^2(\rho - \rho_0)] - \sigma_{ij} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

ここで、 T_{ij} は Lighthill の応力テンソル (Lighthill stress tensor) と呼ばれる。これが Lighthill の音響アナロジーである。

実際に、式 (A.4) の両辺に $\partial \pi_{ij}^0 / \partial x_j$ を加えると、

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial \{c_0^2(\rho - \rho_0)\}}{\partial x_j} = -\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{A.9})$$

を得る。これより、連続の式 (2.4) の両辺を時間 t で微分したものと式 (A.9) の両辺の発散との差をとれば、次式の Lighthill 方程式が得られる [22]。

$$\left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) [c_0^2(\rho - \rho_0)] = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (\text{A.10})$$

上式は非同次波動方程式であり、右辺が音源を、左辺が音波の伝搬を表している。 T_{ij} の成分より、第一項が流れの非線形性に基づく音源を、第二項が音波の非線形性に基づく音源を、第三項が粘性の影響に基づく音源を表している。したがって、何らかの影響によって流体場に乱れが生じると、式 (A.10) 右辺の音源項が生じ、それによって密度変動 $\rho - \rho_0$ が音速 c_0 で伝搬することが分かる。

A.3 Curle の式の導出

前節では、流体音響学の基礎方程式である Lighthill 方程式の導出を行った。この式が提案されてからは、様々な流体音響の現象が、数学的に定式化されるようになった。本節で紹介する Curle の式は、流体中に剛壁が存在する場における流体音の発生機構を解析する為に、

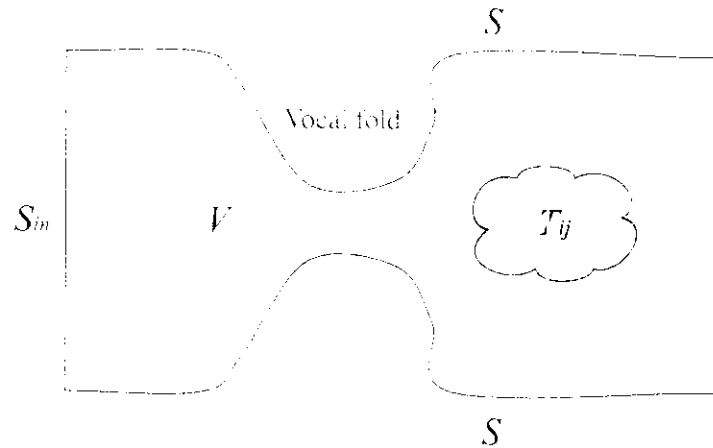


図 A.1 喉頭周辺の流れ場。 T_{ij} は声帯振動などによって変調された流れによる Lighthill テンソル (A.8) である。

Curle(1955) が導出したものである。本論文では、Curle の式を用いて、声門流から音波の発生する機構について検討を行う。

音声の発声においては、声帯は振動しているため、移動する境界を持つ物体と相互作用する流体から生じる流体音の問題を考える必要がある。しかし、3.2.4 節の Strouhal 数に基く議論より、声帯振動による流れの非定常性の影響は小さいと考えられ、声門形状は擬似的に定常と仮定することができる。このような仮定の下で、Curle の式を、声門流からの音波の発生機構の検討に用いる事ができる。なお、移動する境界を持つ物体と相互作用する流体から生じる流体音の問題は、Ffowcs Williams-Hawkings の式 [47] により解析する事ができる。この方程式は Zhao ら [24] らによって音声の発声の解析に用いられた。彼らは、声帯の移動により生じる音波は、声門流が壁面と相互作用する際に生じる音波よりも、音圧にして 1/3 程度小さい事を報告している。これより、声門形状を擬似的に定常とする本論文の仮定は、近似として妥当であると考えられる。

今、声帯振動により声門流が変調され、下流側に式 (A.8) の音源 T_{ij} が分布している状況を考える (図 A.1)。図 A.1 で V は喉頭内部の領域、 S は声帯表面の曲面、 S_{in} は入力境界の曲面を示している。 S は無限遠まで伸びており、全体として、領域 V を取り囲む閉曲面とする。

ここで、以下のような Heaviside 関数を導入する。

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{for } \mathbf{x} \text{ in } V \\ 0 & \text{for } \mathbf{x} \text{ within } S \text{ and } S_{in} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ は位置ベクトルである。上式を式 (A.9) につけて、Lighthill テンソルの定義式 (A.8) を用いると、以下の式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_i H) - \frac{\partial}{\partial x_i} \{H c_0^2 (\rho - \rho_0)\} = -\frac{\partial}{\partial x_j} (H T_{ij}) + (\rho c_i c_j - \rho'_{ij}) \frac{\partial H}{\partial x_j} \quad (\text{A.12})$$

ここで

$$p'_{ij} = (p - p_0)\delta_{ij} - \sigma_{ij} \quad (\text{A.13})$$

である。連続の式 (2.4) にも同様に H をかけると

$$\frac{\partial}{\partial t}\{H(\rho - \rho_0)\} + \frac{\partial}{\partial x_i}(H\rho v_i) = (\rho v_i)\frac{\partial H}{\partial x_i} \quad (\text{A.14})$$

が得られる。式 (A.12) と式 (A.14) の $H\rho v_i$ を消去すると、Lighthill 方程式 (A.10) とよく似た形の方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right)[Hc_0^2(\rho - \rho_0)] &= \frac{\partial^2(HT_{ij})}{\partial x_i\partial x_j} \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial x_i}\left[(\rho v_i v_j + p'_{ij})\frac{\partial H}{\partial x_j}\right] + \frac{\partial}{\partial t}\left(\rho v_j\frac{\partial H}{\partial x_j}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

この方程式は、全ての領域で適用可能である。何故なら領域 V の外部、すなわち S , S_{in} の内部の領域では $H = 0$ となるからである。また、上式は Green 関数の手法により、容易に積分することができる [22]。

$$\begin{aligned} Hc_0^2(\rho - \rho_0) &= \frac{\partial^2}{\partial x_i\partial x_j} \int_V [T_{ij}] \frac{d^3\mathbf{y}}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S [p'_{ij}] \frac{dS_j(\mathbf{y})}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial t} \int_{S_{in}} [\rho v_j] \frac{dS_j(\mathbf{y})}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

ここでブラケット $[\]$ は音波の伝搬遅延を含むことを表しており、例えば $[T_{ij}] \equiv T_{ij}(\mathbf{y}, t - |\mathbf{x} - \mathbf{y}|/c_0)$ である。なお、上式の導出には、 S 上で流速 $v_i = 0$ であり、 S_{in} 上での反射波を取り除くため、 $p'_{ij} = 0$ であるという条件を課した。

A.4 音源項の評価

前節では、声帯振動に伴い生じた喉頭周辺の乱流場から音波が生成する機構を、Curle の式 (A.16) を用いて定式化した。本節では、式 (A.16) 右辺の音源項の評価として、音源の指向性と、その音響的な効率について検討する。

今、通常の発声において、声門流の Mach 数は $\mathcal{O}(10^{-1})$ のオーダーであり、また、Reynolds 数が $\mathcal{O}(10^3)$ のオーダーである事を考慮し、声門流を近似的に非圧縮の非粘性流体であると仮定する (3.2 参照)。すると、式 (A.16) の右辺音源項において $\rho \approx \rho_0$, $\sigma_{ij} \approx 0$ より、次式に改

められる。

$$\begin{aligned}
 Hc_0^2(\rho - \rho_0) = & \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V [\rho_0 v_i v_j] \frac{d^3 \mathbf{y}}{4\pi |\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \\
 & - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S [(p - p_0) \delta_{ij}] \frac{dS_j(\mathbf{y})}{4\pi |\mathbf{x} - \mathbf{y}|} \\
 & + \frac{\partial}{\partial t} \int_{S_{in}} [\rho_0 v_j] \frac{dS_j(\mathbf{y})}{4\pi |\mathbf{x} - \mathbf{y}|}
 \end{aligned} \tag{A.17}$$

以下では、上式の右辺音源項の評価を順に行う。

A.4.1 喉頭内部の流れの乱れによる音源の評価

まず、式 (A.17) 右辺第一項目の音源に関する評価を行う。第一項目の音源による音波の音圧を p_1 と置く。

$$p_1(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{[\rho_0 v_i v_j]}{4\pi |\mathbf{x} - \mathbf{y}|} d^3 \mathbf{y} \tag{A.18}$$

上式は、声帯振動により変調された声門流が非線形な流れ場 $v_i v_j$ を形成し、そこから発生する音波を表現している。ここで、 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)$ は音源の位置、 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ は受音点の位置を表している。ただし、 \mathbf{x} は領域 V の内部に取られている。また、ブラケット $[\]$ は音波の伝搬遅延を含むことを表しており、例えば

$$[T_{ij}] \equiv T_{ij} \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|}{c_0} \right)$$

である。いま、受音点 \mathbf{x} は、音源の位置より十分遠いと仮定すると ($|\mathbf{x}| \gg |\mathbf{y}|$)、 \mathbf{x} の近傍におけるテイラー展開より

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} &= \frac{1}{|\mathbf{x}|} + \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{|\mathbf{x}|^3} + \mathcal{O}(y^2) \\
 &\approx \frac{1}{|\mathbf{x}|} + \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{|\mathbf{x}|^3}
 \end{aligned} \tag{A.19}$$

$$|\mathbf{x} - \mathbf{y}| \approx |\mathbf{x}| - \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{|\mathbf{x}|} \tag{A.20}$$

の関係を得る (音源のコンパクト性 [22])。これらの関係を式 (A.18) に代入すると

$$p_1(\mathbf{x}, t) \approx \frac{1}{4\pi |\mathbf{x}|} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \rho_0 v_i v_j \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0} + \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{c_0 |\mathbf{x}|} \right) d^3 \mathbf{y} \tag{A.21}$$

を得る。上の導出の際は、 $1/|\mathbf{x}|$ で減衰する項のみを抽出した。それ以外の項は、音源のコンパクト性の仮定により急激に減衰してしまう。ここで、式 (A.21) の $\partial^2 / \partial x_i \partial x_j$ についても音

源のコンパクト性の仮定を考慮して、音源の指向性について検討を行う。テスト関数として、以下のような式変形をする。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_j}{\partial x_j} \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0} + \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{c_0 |\mathbf{x}|} \right) &= \frac{\partial f_j}{\partial t} \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0} + \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{c_0 |\mathbf{x}|} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} \left(t - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0} + \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{c_0 |\mathbf{x}|} \right) \\ &= \frac{\partial f_j}{\partial t} \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0} + \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{c_0 |\mathbf{x}|} \right) \left(-\frac{x_j}{c_0 |\mathbf{x}|} + \frac{y_j}{c_0 |\mathbf{x}|} - \frac{(\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}) x_j}{c_0 |\mathbf{x}|^3} \right) \\ &\approx -\frac{x_j}{c_0 |\mathbf{x}|} \frac{\partial f_j}{\partial t} \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0} + \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{c_0 |\mathbf{x}|} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

これより、音源がコンパクトである場合

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \leftrightarrow -\frac{1}{c_0} \frac{x_j}{|\mathbf{x}|} \frac{\partial}{\partial t} \quad (\text{A.23})$$

の関係が成立することが分かる。式 (A.23) の関係を式 (A.21) に代入すると

$$p_1(\mathbf{x}, t) \approx \frac{x_i x_j}{4\pi c_0^2 |\mathbf{x}|^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_V \rho_0 v_i v_j \left(\mathbf{y}, t - \frac{|\mathbf{x}|}{c_0} + \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{c_0 |\mathbf{x}|} \right) d^3 \mathbf{y} \quad (\text{A.24})$$

が得られる [22]。上式の

$$\frac{x_i x_j}{4\pi c_0^2 |\mathbf{x}|^3} = \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{x_i}{|\mathbf{x}|} \frac{x_j}{|\mathbf{x}|} \frac{1}{|\mathbf{x}|}$$

において、 $x_i/|\mathbf{x}|$ は単位ベクトル $\mathbf{x}/|\mathbf{x}|$ の i 番目の成分を表している。したがって、その方向に音波の指向性が表れていることを示している。ここで、上では i 番目と j 番目のベクトル成分の内積がとられているので、直交する成分は音波として伝搬しない。したがって、式 (A.17) 右辺第一項目は、4重極子の性質を持つ音源であることが分かる。

式 (A.17) 右辺第一項目の音響的な効率についても検討する。いま、音源項の乱れのスケールは l 、その代表的な速度は u で与えられているとする。すると、乱流に起因する音波の特徴周波数は $\partial/\partial t \sim u/l$ であり、波長は l/M であることが分かる。ここで M は Mach 数 u/c_0 である。これらのスケールを式 (A.24) に代入すると被積分関数の項のオーダーは $\rho_0 u^2 l^3$ で与えられるので

$$p_1 \sim \frac{l}{|\mathbf{x}|} \rho_0 u^2 M^2$$

が、式 (A.17) 右辺第一項目の音源が誘起する音波の遠方場での音圧のオーダーである。また、一般に、音源から放射される音響的なパワー Π は

$$\Pi = \oint \frac{p^2}{\rho_0 c_0} dS \quad (\text{A.25})$$

という式で評価される [22]。ここで S は音源をとり囲む閉曲面である。上式に同様のオーダー計算を施すと

$$\Pi_p \sim 4\pi |\mathbf{x}|^2 \frac{p^2}{\rho_0 c_0} \sim l^2 \rho_0 \frac{u^8}{c_0^5} = l^2 \rho_0 u^3 M^5$$

を得る。音響的なパワーは乱れの代表的な速度 u の 8 乗に比例する。これは Lighthill の速度 8 乗則 [22] と呼ばれる。さて、流体の乱れた運動が持続されるために使われている力学的なエネルギーは、乱れの領域 l^3 において

$$\Pi_0 = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \int \rho_0 u^2 dV \sim l^2 \rho_0 u^3 \quad (\text{A.26})$$

で表されるであろう。これより、式 (A.17) 右辺第一項目の音源が音波へと変換されるエネルギーの効率 $\Pi_p/\Pi_0 \sim \mathcal{O}(M^5)$ と求められる。

A.4.2 流れと喉頭壁の相互作用による音源の評価

式 (A.17) 右辺第二項目の音源を、前節と同様に評価を行う。

まず、音源のコンパクト性を仮定し、式 (A.19)(A.20)(A.23) の関係を式 (A.17) の右辺第二項に代入し、次式を得る。

$$p_2(\mathbf{x}, t) \approx \frac{1}{4\pi c_0} \frac{x_i}{|\mathbf{x}|} \frac{1}{|\mathbf{x}|} \frac{\partial}{\partial t} \int_S [[\rho_0 v_i v_j + (p - p_0) \delta_{ij}]] dS_j(\mathbf{y}) \quad (\text{A.27})$$

ここで p_2 は式 (A.17) 右辺第二項の音源によって遠方場で観測される音圧変化、ダブルブラケット $[[\]]$ は音源のコンパクト性を仮定したときの音波の伝搬遅延を表しており、例えば $[[T_{ij}]] \equiv T_{ij}(\mathbf{y}, t - |\mathbf{x}|/c_0 + \mathbf{x} \cdot \mathbf{y}/c_0 |\mathbf{x}|)$ である。式 (A.27) の

$$\frac{x_i}{|\mathbf{x}|} \frac{1}{|\mathbf{x}|}$$

において、 $x_i/|\mathbf{x}|$ は単位ベクトル $\mathbf{x}/|\mathbf{x}|$ の i 番目の成分を表している。したがって、その方向に音波の指向性が表れている。上のような指向性は、2重極子の性質を持つことが分かる。これより、式 (A.16) 第二項、声門流が喉頭壁面に作用して生じる音源は2重極子であることが分かる。

この音源の効率について検討してみる。前節と同様に、乱れのスケールを l 、その代表的な速度を u で与えると、音圧 p_2 のオーダーは

$$p_2 \sim \frac{l}{|\mathbf{x}|} \rho_0 u^2 M$$

で与えられる。ここで $M = u/c_0$ は Mach 数である。これより、音源から放射される音響的なパワー Π_{p_2} は

$$\Pi_{p_2} = \oint \frac{p_2^2}{\rho_0 c_0} dS \sim l^2 \rho_0 \frac{u^6}{c_0^3}$$

で表される。これより、この音源の効率は式 (A.26) の声門流の運動を持続させるために用いられるエネルギー Π_0 との比より $\Pi_{p_2}/\Pi_0 \sim \mathcal{O}(M^3)$ と求められる。したがって、式 (A.16) 右辺第二項の音源は、第一項の Mach 数の 5 乗に比例する 4 重極子に比べて、効率が良いことが分かる。

A.4.3 入力端の流量の時間変化による音源の評価

式 (A.17) 右辺第三項の音源についても、前節同様に評価を行う。音源のコンパクト性を仮定すると、遠方場では次式で表される音圧変化 p_3 が観測される。

$$p_3 \approx \frac{\rho_0}{4\pi|\boldsymbol{x}|} \frac{\partial}{\partial t} \int_{S_{in}} [[\rho_0 v_j]] dS_j(\boldsymbol{y})$$

上式には音波の指向性は表れておらず、単純に距離減衰 $1/|\boldsymbol{x}|$ をする単極子音源であることが分かる。入力境界 S_{in} において上式の面積積分を行うと

$$p_3 = \frac{\rho_0}{4\pi|\boldsymbol{x}|} \frac{\partial [[U_g]]}{\partial t}$$

を得ることができる。ここで U_g は声門体積流量である。したがって、声門体積流量の時間微分が単極子音源として働くことが分かる。この音源の効率を先の議論と同様に検討すると $\Pi_{p_3}/\Pi_0 \sim O(M)$ である。これより、単極子音源は、式 (A.16) 右辺の音源項において最も効率が良く、それゆえ声門波の基本的な音源であるといえる。

A.5 まとめ

付録 A では、変調された声門流から音波が発生する機構を、Lighthill の音響アナロジー [46] に基づいて検討を行った。声帯振動によって声門流は変調され、喉頭周辺には乱れた流れ場が生じる。この場は、声道を含めた発話系全体からみるとコンパクトであると仮定し、Lighthill 方程式によって声門波の生成機構の理論的定式化を行った。これより、声帯振動によって変調された声門流の乱れの成分が音声の音源としての効果を持つことが示された。また、Lighthill 方程式を領域積分して得られる Curle の式 [22] を用いて、流体音源に関する評価を行った。これより、喉頭内部の流れの乱れによって 4 重極子音源が、流れの乱れが喉頭壁と作用することで 2 重極子音源が、入力端の流量の時間変化によって単極子音源が生じることを示した。とくに、声帯振動によって、声門の体積流量は時間的に変化する。このことから、声門体積流量の時間変動は単極子音源として働くことが示された。また、音源の効率に関して検討した結果、単極子音源は Mach 数と同程度、2 重極子は Mach 数の 3 乗の程度、4 重極子は Mach 数の 5 乗の程度の効率があることが分かった。それゆえ、低 Mach 数流れである声門流では、体積流量の変動に基づく単極子が、基本的な音源として振る舞うことが示された。