

A constitutive representation on the production of glottal waves

田部, 洋祐

<https://doi.org/10.15017/459601>

出版情報 : 九州大学, 2006, 博士 (芸術工学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :

第2章

声帯の2質量モデル

2.1 はじめに

本章では、声門波の生成モデルを構築する際の基本的な考え方を知るために、代表的な生成モデルである、声帯の2質量モデル [14] の説明を行う。2質量モデルでは、声門波の生成過程を、声帯の振動部分の現象と、声門部における流れの現象に分けて考える。そして、それぞれの現象をモデル化した後に、各モデルを連立させることで、声門波の生成モデルを構築する。本論文で提案する声門波の生成モデルも、これと同様のアプローチに基づいて構築する。

本章ではまず、声帯の振動部分に関して、質量・バネ・ダンパからなる2自由度の機械系としてモデル化する。これは実際の声帯組織構造に比べればかなり簡略化されたものであるが、声帯振動を実現するための適切な条件を提供している。次に、声門流の支配方程式を明示した後に、2質量モデルにおける流れのモデル化の過程を明記する。流れのモデル化に際して、声門流を擬似的に定常な1次元流れと仮定する。更に、声門部における流れの現象を巨視的に捉えて、声門出口で流れの剥離が生じると仮定する。このような仮定の基で、声門部における流れの現象を、電気・流体系の対応関係により電氣的な等価回路としてモデル化する。最後に、導出された声帯モデルと声門流モデルを連立して解く事で、声門波の生成過程をシミュレーションする。2質量モデルは構造が簡単である上、生理学的なデータと良く一致するため、声帯振動に関する研究で広く用いられている。

2.2 声帯の振動部分のモデル表現

ここではまず、声帯の振動部分のモデル表現について述べる。2質量モデル [14] では、図 2.1(A) に示すように、左右に並んだ2つの質量 (mass) で声帯の粘弾性を模擬する。それぞれの質量はバネとダンパにより側壁に連結され、側方変位にのみ運動を行う。また、2つの質量はバネにより互いに連結され、質量間の剪断力を実現している。2質量モデルでは2つの自由

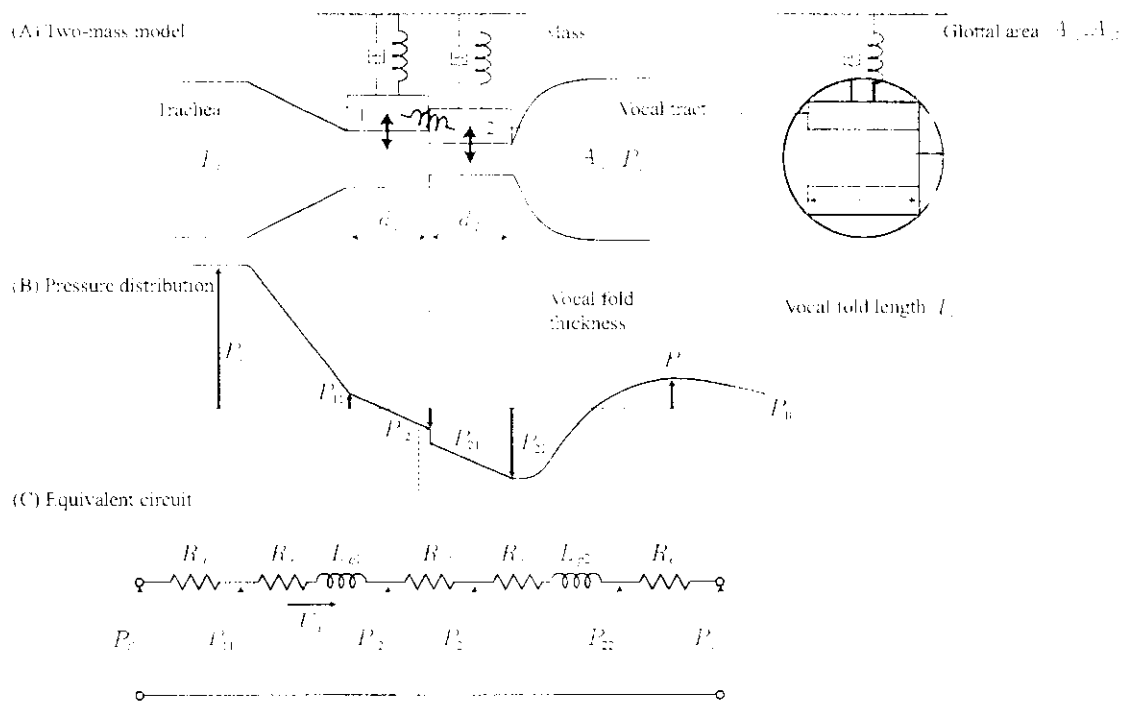


図2.1 声帯の2質量モデルと声門の等価回路。図は、文献 [14] の Fig. 1, Fig. 3, Fig. 4 をまとめたものである。

度を持つため、声帯の側方変位だけでなく、図1.3に示される声帯表面に生じる粘膜波動をうまく表現することができる [30]。

声帯下部、上部の平衡点からの変位をそれぞれ x_1, x_2 とすれば、声帯振動を表す運動方程式は次式で表される [14]。

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + r_1 \frac{dx_1}{dt} + s_1 + k_c(x_1 - x_2) = F_1 \tag{2.1}$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + r_2 \frac{dx_2}{dt} + s_2 + k_c(x_2 - x_1) = F_2 \tag{2.2}$$

ここで、 s_1, s_2 は非線形バネの応力、 k_c は声帯の上下間を連結するステイフネスである。また、声門が開いているとき、声帯下部と上部の間に働く外力は、それぞれ

$$F_1 = \frac{1}{2}(P_{11} - P_{12})l_g d_1, \quad F_2 = \frac{1}{2}(P_{21} - P_{22})l_g d_2, \tag{2.3}$$

で与えられる。ここで、 F_1 は、図2.1(B)の圧力 P_{11} と圧力 P_{12} を、 F_2 は、図2.1(B)の圧力 P_{21} と圧力 P_{22} を平均した力である。

運動方程式(2.1)(2.2)の時間積分より、声帯の変位 x_1, x_2 の時間発展を知ることができる。声帯の変位が変化すると、それに伴って図2.1(C)の等価回路のインピーダンスが更新される。すると、更新された等価回路の特性に従い、声門体積流量 U_g や、声門各部での圧力が再計算され、声帯に働く外力 F_1, F_2 が新たに求まるのである。なお、図2.1(C)の等価回路は、声門流のモデル表現から導かれる。この導出に関しては、次節で述べる。

2.3 声門流のモデル表現

前節では、声帯の振動部分に関して、質量・バネ・ダンパからなる2自由度の機械系としてモデル化した。これにより、声帯の振動機構は、図 2.1(C) の等価回路より得られる圧力を外力として受ける運動方程式で表された。本節では、声門部における流れの現象を、電気・流体系の対応関係により電氣的な等価回路としてモデル化する方法を示す。ここではまず、声門流の支配方程式を明示する。次に、2質量モデルにおける声門流のモデル概念を説明して、その概念に基づいて声門流の支配方程式を簡略化し、図 2.1(C) の等価回路を導出する。

2.3.1 声門流の支配方程式

ここではまず、声門流の支配方程式について述べる。ある時間 t に、位置 $x = (x_1, x_2, x_3)$ に存在する流れを正確に記述するには、流れの速度 $v = (v_1, v_2, v_3)$ と任意の2つの熱力学的量を知る必要がある。ただし、熱力学的量としては、圧力 p と密度 ρ をとることが一般的である。これら5つの量 v, p, ρ は、一般に位置 x と時間 t の関数であり、質量と運動量と熱力学的な量の保存則から導出される5つのスカラー方程式によって決定される。

いま、発声において、重力などの外力の影響は無視できると仮定する。更に、流れの粘性は Stokes の関係 [31] を満たすものとし、応力は流体粒子の変形速度の1次式で表されると考える (Newton 流体 [31])。すると、声門流の支配方程式は、粘性流体の支配方程式を用いて次式で表される [31]。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j) = 0 \quad (2.4)$$

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left\{ \nabla^2 v_i + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) \right\} \quad (2.5)$$

$$p = p(\rho, s), \quad s = \text{const.} \quad (2.6)$$

ただし

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial t} + v_j \frac{\partial}{\partial x_j}$$

$$\nabla \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right)$$

である。ここでは総和規則に従い、同じ項に等しい添え字が表れた場合は1から3まで総和をとる。式 (2.4) は連続の式、式 (2.5) は運動方程式であり、 μ は空気の粘性率を示す。また、式 (2.6) はバロトロピー関係といい、 s はエントロピーを示す。本論ではエントロピーは一定とし、声門波の生成過程において熱量の交換が何ら影響しないと仮定する。

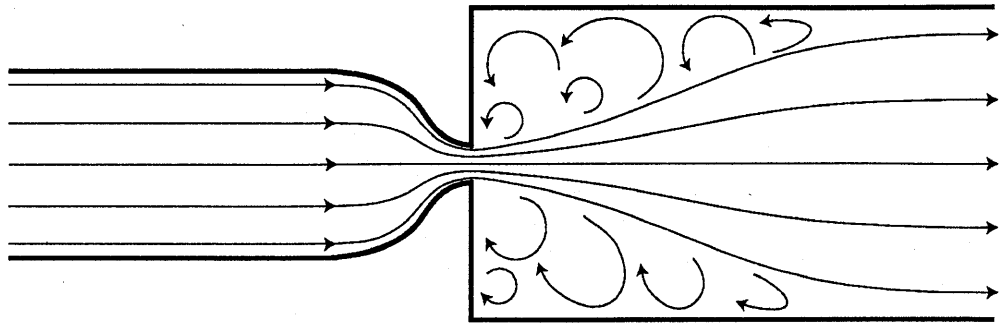


図 2.2 Ishizaka らの 2 質量モデル [14] における声門流のモデル概念

ここで、声門流の流速は音速の 10^{-1} 程度であるため、声門流は縮まない流れとみなすと (3.2.2 節参照)、密度 $\rho = \rho_0 = \text{const.}$ より、式 (2.4) は

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.7)$$

となり、式 (2.5) の中括弧第 2 項も 0 となって

$$\rho_0 \frac{Dv_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 v_i \quad (2.8)$$

となる。以上、式 (2.7)(2.8) の 4 つの方程式が声門流の支配方程式である。これらの式をもとに速度 \mathbf{v} 、圧力 p の 4 つの量を決定すれば、声門流の物理的な挙動の解析が可能となる。

2.3.2 流れの等価回路表現

次に、前節に示した声門流の支配方程式を簡略化し、声門部における流れのインピーダンスを導出する。これにより、図 2.1(C) の等価回路表現が求められる。

2 質量モデル [14] における声門流のモデル概念を図 2.2 に示す。ここで、図 2.2 は、喉頭を前額面から見た状態での声門流の様子を示している。図 2.2 では流れは 2 次元的に表現されているが、実際には図 2.2 下側の x 軸に沿って、1 次元的に流れの評価を行う。ここで、 $x = 0$ は声門の入口、 x_d は声門の出口、 x_s は流れの剥離位置、 x_r は流れの再付着位置を表している。

剥離位置より上流側のインピーダンス表現

ここではまず、剥離位置 x_s よりも上流側の流れのインピーダンス表現について説明する。

図 2.2 のモデル概念より、剥離位置よりも上流側では、声門流は乱れておらず、層流的であると考える。このような流れ場では、圧力抵抗を生じる主要因は、声門の形状によって決定される Bernoulli 圧である。いま、声門流を図 2.2 下側の x 軸に沿った定常的な 1 次元流と仮定する。また、粘性の影響を無視すると、声門流の運動方程式 (2.8) は次式に簡略化される。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.9)$$

ここで、 u と P はそれぞれ、 x 軸上の声門流の流速と圧力である。ここで、加速度 $u \partial u / \partial x$ に関しては、次式の変形が成立する。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} u^2 \right)$$

上式を式 (2.9) の左辺に代入し、 x に関して積分を行うと

$$\frac{1}{2} \rho_0 u^2 + P = \text{const.} \quad (2.10)$$

の関係式が得られる [31]。式 (2.10) は Bernoulli の定理と呼ばれ、 x 軸上での声門流のエネルギー保存を表している。

式 (2.10) の関係式より、図 2.1(C) の等価回路における抵抗 R_{12} を求める。2 質量モデル [14] の声門流モデルでは、流れは非圧縮であると仮定している。すると、 x 軸の各位置において、単位時間あたりの流量 U_g は一定である。今、図 2.1(A) において、流れの軸上での管の断面積は、声帯下部 (mass 1) における声門面積 (glottal area) A_{g1} から、声帯上部 (mass 2) における声門面積 A_{g2} に不連続的に変化する。したがって、この 2 つの断面に対して

$$\frac{1}{2} \rho u_{12}^2 + P_{12} = \frac{1}{2} \rho u_{21}^2 + P_{21}, \quad A_{g1} u_{12} = A_{g2} u_{21} = U_g \quad (U_g > 0) \quad (2.11)$$

が成り立つ。ただし、 P_{12}, P_{21} は図 2.1(B) に示す圧力であり、 u_{12}, u_{21} はそれぞれの添え字に対応する位置での流速である。これより、管の断面積の変化による圧力差を

$$P_{12} - P_{21} = \frac{1}{2} \rho_0 U_g^2 \left(\frac{1}{A_{g2}^2} - \frac{1}{A_{g1}^2} \right) \quad (2.12)$$

のように与えられることから、抵抗として

$$R_{12} = \frac{P_{12} - P_{21}}{U_g} = \frac{1}{2} \rho_0 U_g \left(\frac{1}{A_{g2}^2} - \frac{1}{A_{g1}^2} \right) \quad (2.13)$$

が挿入される。

また、声門の入口では気管の断面積が急激に減少する。この結果、呼気が気管から声門に流れ込むと、声門の入口において流れのくびれ (vena contracta) が生じる。これは、流れの実効的な面積 A_{jet} が、声門入口の幾何学的な面積 A_o よりも小さくなることを意味している。したがって、式 (2.10) の Bernoulli の定理により、くびれの存在によって流速はより増加し、圧力はより減少することになる。くびれの係数 $k = A_{jet} / A_o$ は、理論的には、 $0.5 \leq k \leq 1$ の範囲の値をとる [31]。van den Berg らの模型実験 [16] では、声門のくびれの係数として $k = 0.85$ という値が得られ、圧力の低下は $1.37 P_{B1}$ という値が実験的に求められた。ここで、 P_{B1} は、声帯下部での声門面積 A_{g1} が気管の断面積 A_t よりも十分に小さい ($A_{g1} \ll A_t$) として求めら

れた Bernoulli 圧である。

$$\begin{aligned}
 P_{B1} &= \frac{1}{2} \rho_0 U_g^2 \left(\frac{1}{A_{g1}^2} - \frac{1}{A_t^2} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \rho_0 \left(\frac{U_g}{A_{g1}} \right)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{A_{g1}}{A_t} \right)^2 \right\} \\
 &\approx \frac{1}{2} \rho_0 \left(\frac{U_g}{A_{g1}} \right)^2
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

したがって、声門入口での抵抗 R_c は

$$R_c = \frac{P_s - P_{11}}{U_g} = \frac{1.37 P_{B1}}{U_g} = 1.37 \frac{\rho_0}{2} \frac{U_g}{A_{g1}^2} \tag{2.15}$$

のように表される。

粘性摩擦による声門抵抗と声門インダクタンス

前節では圧力変化を生じる要因として、式 (2.10) の Bernoulli の定理によるものを考察した。ここでは更に、圧力変化を生じる要因のひとつとして、空気と壁面の粘性摩擦による損失を考える。2質量モデル [14] では、図 2.1(C) における空気の流れに対する摩擦抵抗 R_{v1}, R_{v2} は、無限に長い平板間を流れる定常な粘性層流をモデルとして定められる。

いま、無限に長い2枚の平行な板の間の、定常な流れを考える。板の間は、 h の隔りがあるとする。ここで、流れの方向に x 軸を、その垂直方向に y 軸をとる。また、 x 軸上での流速を u で表し、流速 u は y にのみ依存すると考える。すなわち、 $u(y)$ で表す。これより、流れの運動方程式 (2.8) は次式で表される。

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad 0 = -\frac{\partial P}{\partial y} \tag{2.16}$$

ここで、 $P(x)$ は、 x 軸上での圧力である。上式の解は

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y^2 + Ay + B \tag{2.17}$$

で与えられる [31]。ただし、 A, B は任意定数である。いま、上下の板で流れは粘性により静止していると考えられるので、境界条件は

$$y = 0, h: \quad u = 0 \tag{2.18}$$

である。これより、式 (2.17) の A, B は

$$A = -\frac{h}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad B = 0$$

となり、板の間の速度 u は

$$u = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (h - y)y \tag{2.19}$$

で表される。また、板の間を流れる流量を U とすると

$$U = \int_0^h u dy = \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.20)$$

であることが分かる。したがって、圧力勾配 $\partial P/\partial x$ と流量 U との間には

$$\frac{\partial P}{\partial x} = 12 \frac{\mu}{h^3} U \quad (2.21)$$

の関係が成り立つ。

式 (2.21) を、図 2.1(C) の等価回路に対応させ、 R_{v1} の導出に利用する。図 2.1(C) の圧力 P_{11}, P_{12} の間の圧力降下は、式 (2.21) によって表されると仮定する。ここで、式 (2.21) において、板の間の幅 h と流量 U は、図 2.1(C) との対応において

$$h \leftrightarrow \frac{A_{g1}}{l_g}, \quad U \leftrightarrow \frac{U_g}{l_g}$$

の関係がある。ここで、 A_{g1} は声帯下部での声門面積、 l_g は声帯の長さ (vocal fold length) である。したがって、これらの対応関係を式 (2.21) に代入すると、次式が得られる。

$$P_{12} - P_{11} = 12 \frac{\mu l_g^2 d_1}{A_{g1}^3} U_g$$

ただし、 d_1 は声帯下部の流れの軸方向の厚さである。これより、摩擦抵抗 R_{v1} 、同様にして R_{v2} は以下のように定められる [16]。

$$R_{v1} = 12 \frac{\mu l_g^2 d_1}{A_{g1}^3}, \quad R_{v2} = 12 \frac{\mu l_g^2 d_2}{A_{g2}^3} \quad (2.22)$$

また、図 2.1(C) の L_{g1}, L_{g2} は、声門内部に含まれる少量の空気の慣性を表す音響インダクタンスである [32]。

$$L_{g1} = \frac{\rho_0 d_1}{A_{g1}}, \quad L_{g2} = \frac{\rho_0 d_2}{A_{g2}} \quad (2.23)$$

剥離位置より下流側のインピーダンス表現

最後に、剥離位置 x_s よりも下流側の流れのインピーダンス表現について説明する。図 2.2 より、声門の出口 $x = x_d$ では、管の断面積が急激に増加する。このとき、声門から流れ出る呼気流は、すぐに管の広い部分を満たすことができず、噴流の状態となって $x = x_s$ で管壁から離れ、噴流の周辺に渦流の領域 (伴流) を生じる。図 2.1(B) の声門下圧 P_s と声道入口での圧力 P_1 の間の圧力差は、このような渦流の発生によってエネルギーが消費されることが原因である。さらに下流では、渦流の運動エネルギーが粘性の影響によって散逸することで弱まり、流れは $x = x_r$ で再び管壁に付着して平行な一様流になると考える。このときの、図 2.1(C) の等価回路における抵抗 R_e を、図 2.2 を用いて求める。

図 2.2 において、位置 x における管の面積、流速、圧力をそれぞれ $A(x), u(x), P(x)$ とする。また、声門の出口、流れの剥離位置、再付着位置をそれぞれ $x = x_d, x_s, x_r$ と表す。流量は一定であることから、これを U_g とすると、剥離位置における噴流の流速は声門出口の流速と同一であり、

$$u(x_s) = u(x_d) = \frac{U_g}{A(x_d)}, \quad u(x_r) = \frac{U_g}{A(x_r)} \quad (2.24)$$

と表すことができる。いま、図 2.2 の x_s から x_r までの声道管の領域についての運動量保存の法則を考える。一般に、1次元流体の運動量の流れは単位面積、単位時間あたり $P + \rho_0 u^2$ である。問題の領域については、 x_s, x_r を通過する運動量だけを考えれば良い。したがって、図 2.2 より

$$P(x_s)A(x_r) + \rho_0 u(x_s)^2 A(x_d) = P(x_r)A(x_r) + \rho_0 u(x_r)^2 A(x_r) \quad (2.25)$$

が成り立つ [31]。ここで、左辺は断面 $A(x_s)$ に流れ込む単位時間あたりの運動量、右辺は断面 $A(x_r)$ から流れ出る単位時間あたりの運動量である。したがって、両辺を $A(x_r)$ で割り、面積比を $N = A(x_d)/A(x_r)$ と定めれば

$$\begin{aligned} P(x_r) - P(x_s) &= \rho_0 u(x_s)^2 N(1 - N) \\ &= \rho_0 \left(\frac{U_g}{A_d} \right)^2 N(1 - N) \end{aligned} \quad (2.26)$$

を得る。上式を図 2.1(C) の等価回路において対応させると、

$$P_1 - P_{22} = 2P_{B2}N(1 - N) \quad (2.27)$$

が得られる。ここで、 P_{B2} は Bernoulli 圧

$$P_{B2} = \frac{1}{2} \rho_0 \left(\frac{U_g}{A_{g2}} \right)^2 \quad (2.28)$$

であり、 N は面積比 $N = A_{g2}/A_1$ 、 A_1 は声道入口の断面積を表す。したがって、ここでの等価的な抵抗は

$$R_e = \frac{P_{22} - P_1}{U_g} = -\frac{\rho_0}{2} \frac{2}{A_{g2}A_1} \left(1 - \frac{A_{g2}}{A_1} \right) U_g \quad (2.29)$$

となる。

2.4 声門波の生成シミュレーション

これまでに説明した声帯モデルと声門流モデルを連立して解くことで、声門波の生成シミュレーションを行うことができる。本節では、2質量モデル [14] より得られる声門波のシミュレーション結果を示す。なお、ここでは声道の音響的なカップリングを無視し、図 2.1(C) において、声門入口での圧力 $P_1 = 0$ としてシミュレーションを行った。

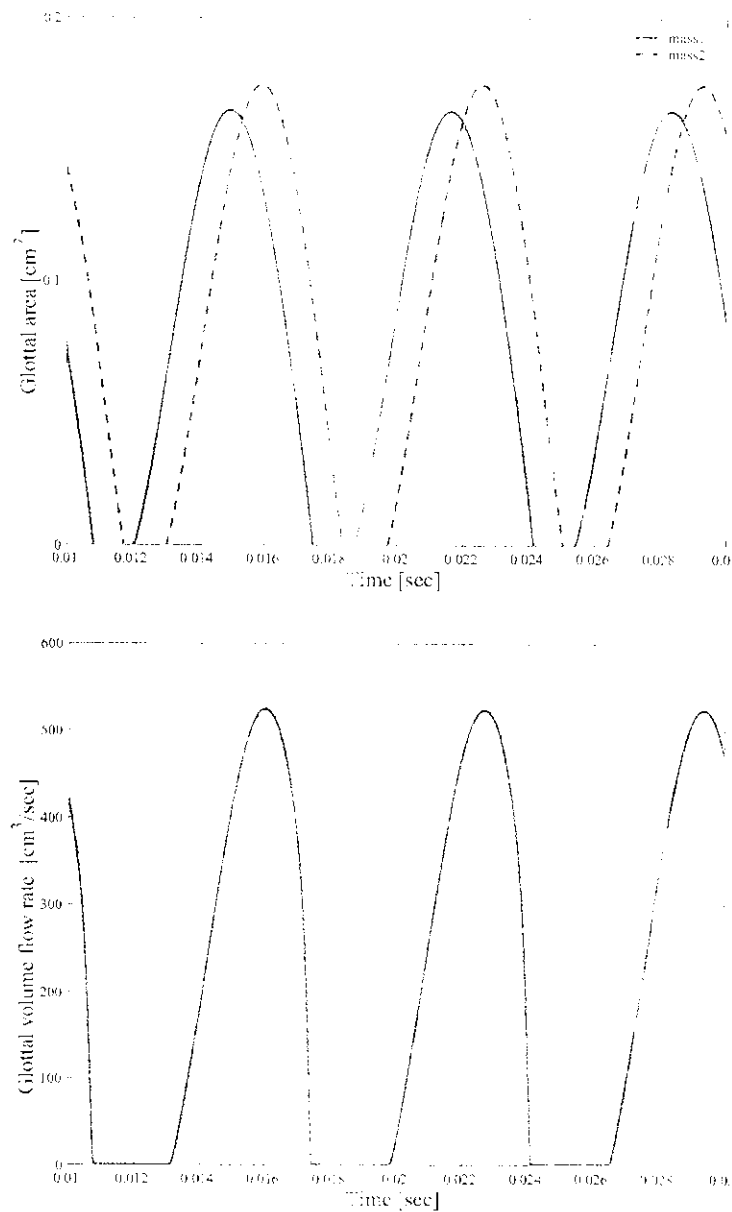


図 2.3 声帯の 2 質量モデル [14] から得られた声門開口面積 (上段) と声門体積流量 (下段) の時間波形

図 2.3 は、通常の発声におけるパラメータ値 [14] を与えたときの、2 質量モデルから得られる声門波の生成シミュレーションの結果である。図 2.3 の横軸は時間 (time) であり、縦軸は上段に関してはそれぞれの質量の部位における声門面積 (glottal area)、下段は声門体積流量 (glottal volume flow rate) を示している。図 2.3 の上段より、質量 1 (mass1) が質量 2 (mass2) に先行して振動していることが分かる。これは図 1.3 の生理学的なデータと一致している。また、図 2.3 の下段より、声帯振動によって声門流が変調されて、声門波が生成されていることが分かる。なお、声門波が音源として働く詳細なメカニズムに関しては、流体音響学 [46] に基づいて検討する必要がある。これに関しては、付録 A で述べることにする。

2.5 まとめ

本章では、声門波の生成モデルを構築する際の基本的な考え方を知る為に、声帯の2質量モデルの説明を行った。2質量モデルでは、声門波の生成過程を、声帯の振動部分の現象と、声門部における流れの現象に分けてモデル化する。まず、声帯の振動部分の現象に関しては、質量・バネ・ダンパらなる機械系が連結された2自由度の振動モデルとして表現した。一方、声門部における流れの現象に関しては、流れを定常的な1次元流と仮定し、更に声門出口に流れの剥離位置を固定することで、電気・流体系の対応関係により電氣的な等価回路としてモデル化した。これより、声門上下間の圧力差が既知の条件で、声門を通過する呼気の流量や、声門各部における圧力を算出することが可能になった。声帯の機械モデルは、声門各部における圧力を外力として受ける運動方程式で表される。この運動方程式を数値積分することで、声門の変位が更新され、それに伴い流れのインピーダンスも更新される。すると、呼気の流量や、声門各部における圧力が再計算され、声帯の機械モデルに働く外力が新たに求まるのである。このように、声帯モデルと声門流モデルの両者を連立して解くことで、声門波の生成過程のシミュレーションを行った。