Study on the energetic prediction model of sound propagation

福島, 昭則

https://doi.org/10.15017/458552

出版情報：Kyushu Institute of Design, 2002, 博士（工学）, 課程博士
バージョン：

付録A
干渉性線音源の基本解

図 A-1 に示すように，自由空間中に無限長干渉性線音源 Q_{line}，観測点 P を配置し，Q_{line} と P の最短距離を r とする．また線音源 Q_{line} と z 軸を一致させる．

Q_{line} を同位相の点音源の集合とし，Q_{line} の点音源要素を $q(0,0,z)$，観測点 P の座標を (x,y,z_P)とする．

点音源 $q(0,0,z)$からの基本解を $G(P;q)$ とすると $G(P;q)$ は以下のように与えられる．

$$G(P;q)=A\frac{e^{ik\sqrt{x^2+y^2+(z-z_P)^2}}}{\sqrt{x^2+y^2+(z-z_P)^2}} \tag{A-1}$$

ここで，k は波数であり，A は信号の振幅を表す定数である．また時間項 $e^{-i\omega t}$ は省略している．

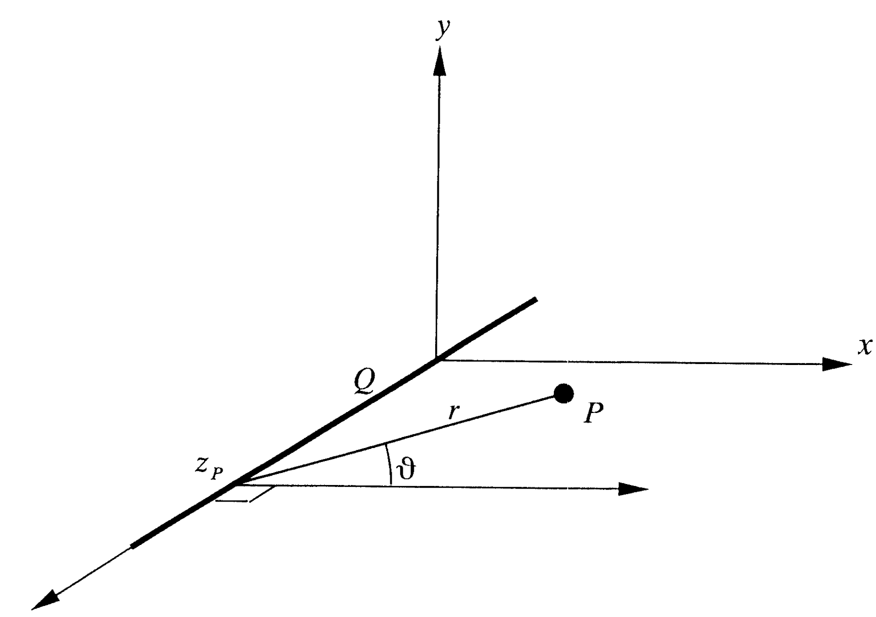

図 A-1．干渉性線音源 Q_{line} と観測点 P の配置

干渉性線音源からの基本解 $G(P;Q_{\text{line}})$ は，式(A-1)を積分することにより次式で表される．

$$G(P;Q_{\text{line}}) = A\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik\sqrt{x^2+y^2+(z-z_P)^2}}}{\sqrt{x^2+y^2+(z-z_P)^2}}dz$$

$$= A\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik\sqrt{r^2+z^2}}}{\sqrt{r^2+z^2}}dz \tag{A-2}$$

ここで，$z = r\sinh\xi$ とおくと

$$r^2 + z^2 = r^2(1+\sinh^2\xi) = r^2\cosh^2\xi$$

$$dz = r\cosh\xi d\xi$$

より，$G(P;Q_{\text{line}})$ は

$$G(P;Q_{\text{line}}) = A\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ikr\cosh\xi}}{r\cosh\xi} r\cosh\xi d\xi$$

$$= A\int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikr\cosh\xi} d\xi \tag{A-3}$$

となる．

ここで，以下に示す *Hankel* 関数の *Heine* の積分表示〔A-1〕を用いる．

$$H_\nu^\kappa(z) = \frac{\mp 2ie^{\mp\nu\pi i/2}}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\pm iz\cosh t}\cosh\nu t dt \tag{A-4}$$

ただし，$|\mathrm{Re}(\nu)| < 1$ で，複号 $\pm[\mp]$ は $(-1)^{\kappa-1}\left[(-1)^\kappa\right]$ を意味する．

このとき $G(P;Q_{\text{line}})$ は

$$G(P;Q_{\text{line}}) = \frac{i\pi A}{2}H_0^{(1)}(kr)$$

$$\equiv iB\cdot H_0^{(1)}(kr) \tag{A-5}$$

となる．ここで，$H_0^{(1)}(z)$ は 0 次第 1 種の *Hankel* 関数である．

また，時間項を $e^{j\omega t}$ とした場合は $G(P;Q_{\text{line}})$ は次式で表される．

$$G(P;Q_{\text{line}}) = \frac{B}{j}H_0^{(1)}(kr) \tag{A-6}$$

ここで，$H_0^{(2)}(z)$ は 0 次第 2 種の *Hankel* 関数である．式(A-5)および式(A-6)は 2 次元境界要素法等の 2 次元音場の数値解析で用いられる基本解であり，円筒波を表す．