

Study on the energetic prediction model of sound propagation

福島, 昭則

<https://doi.org/10.15017/458552>

出版情報 : Kyushu Institute of Design, 2002, 博士 (工学) , 課程博士
バージョン :
権利関係 :

第2章

音圧合成とエネルギー合成

騒音予測では、異なる騒音源や異なる伝搬経路からの騒音をエネルギー合成し評価するのが一般的である。これは各音源からの騒音や各伝搬経路からの騒音には相関がないことを前提としている。騒音源が異なる場合には発生騒音に相関はないと考えるのは自然であるが、1つの音源から発生した騒音が複数の経路を伝搬して観測点に到達する場合には、到達時間差がわずかな場合には到達する音波には相関が考えられ、到達時間差が十分大きくなったときに無相関となる。久野〔2-1〕は帯域雑音の場合は周波数帯域による干渉の平滑化が起こること、および実際の伝搬では気象などの原因によるゆらぎがあるため空間的に離れた経路ほど非干渉性となることから、屋外を伝搬する道路交通騒音などの広帯域雑音についてはかなりの程度干渉は薄められていると述べている。確かに広帯域雑音の屋外伝搬の予測において各伝搬経路からの騒音は非干渉性であると考えて個々の計算値をエネルギー合成する。しかしどのような場合に非干渉性の仮定が成り立つかについては明確でなく、干渉性と非干渉性の関連もはっきりしない。

同様な問題として、有限な面音源からの騒音伝搬が考えられる。一般には面音源からの騒音予測においては面音源をいくつか分割し、その中心に点音源を設定して計算する。そして各点音源からの騒音は無相関であると仮定してエネルギー合成する。しかし拡散音場であっても近接した2点間の音波には相関があり〔2-2〕、2点の距離が十分離れたときに無相関となる。したがって実際には面音源の要素間には何らかの相関があるはずである。

これらを踏まえて、本章では音波の伝搬におけるエネルギー合成と音圧合成の関連について論じる。

2.1節で複数の伝搬経路からの合成音圧の絶対値の2乗値を伝搬経路のインパルス応答と信号の自己相関関数で表現する。またいくつかの代表的な信号について自己相関関数を整理する。

2.2節では音圧合成の2乗平均値がエネルギー合成で近似できる範囲について検討する。

2.3節では2.1節で得られた結果を用いて、帯域雑音を対象とした波動伝搬計算において必要な計算周波数について検討する。

さらに2.4節では面音源からの騒音伝搬で従来はランダム位相点音源の集合として扱われていたケースについて、面音源上の2点間の相互相関関数を整理し、そのような相関をもつ有限な面音源からの騒音伝搬について検討する。

2. 1 合成音圧の2乗平均値

2. 1. 1 2乗平均値の一般式

文献〔2-3〕を参考に合成音圧の2乗平均値について整理する．図 2-1-1 に示すように，音源 Q から放射された音波 $p_{in}(t)$ が，いくつかの経路を伝搬し観測点 P で合成され観測される場合を考える．なお $p_{in}(t)$ は複素数とする．

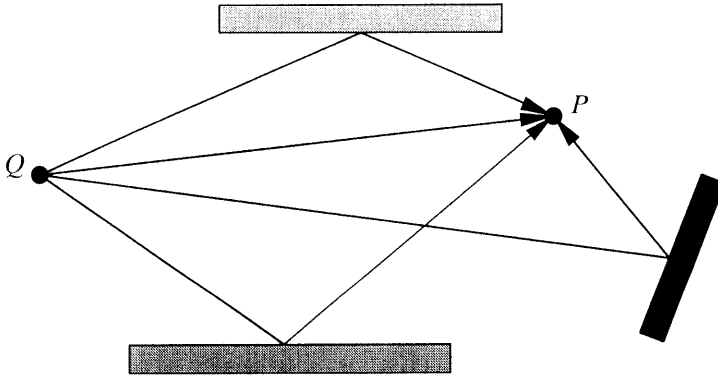


図 2-1-1. 無指向性点音源からの音波の伝搬

このとき合成音圧 $p_{out}(t)$ の絶対値の2乗値は以下ようになる．ここで， $p^*(t)$ は $p(t)$ の複素共役を意味する．

$$|p_{out}(t)|^2 = p_{out}(t) \cdot p_{out}^*(t) \quad (2-1-1)$$

また $|p_{out}(t)|^2$ の時間平均値は以下のように表せる．

$$E\left[|p_{out}(t)|^2\right] = E\left[p_{out}(t)p_{out}^*(t)\right] \quad (2-1-2)$$

ここで $E[x(t)]$ は $x(t)$ の長時間平均であり，次式で定義される．

$$E[x(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (2-1-3)$$

Q からの放射音圧を $p_{in}(t)$ とし， $p_{out}(t)$ を $p_{in}(t)$ とインパルス応答 $h(t)$ を用いて以下のように表わす．

$$p_{out}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{in}(t - \eta) \cdot h(\eta) d\eta \quad (2-1-4)$$

このとき $E\left[|p_{out}(t)|^2\right]$ は以下のとおりとなる．

$$E\left[|p_{out}(t)|^2\right] = E\left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta)h^*(\zeta)p_{in}(t-\eta)p_{in}^*(t-\zeta)d\eta d\zeta\right] \quad (2-1-5)$$

ここで、 $h(\eta)$ および $h^*(\zeta)$ は伝搬経路固有の関数であり t とは無関係であるため、時間平均操作の外に出すことにより、

$$E\left[|p_{out}(t)|^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta)h^*(\zeta)E\left[p_{in}(t-\eta) \cdot p_{in}^*(t-\zeta)\right]d\eta d\zeta \quad (2-1-6)$$

となる。

ここで $p_{in}(t)$ の自己相関関数を $C_{ii}(\eta-\zeta)$ とすると、

$$\begin{aligned} E\left[p_{in}(t-\eta) \cdot p_{in}^*(t-\zeta)\right] &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} p_{in}(t-\eta) \cdot p_{in}^*(t-\zeta) dt \\ &= C_{ii}(\eta-\zeta) \end{aligned} \quad (2-1-7)$$

であり、したがって式(2-1-6)は以下のように表せる。

$$E\left[|p_{out}(t)|^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta)h^*(\zeta)C_{ii}(\eta-\zeta) d\eta d\zeta \quad (2-1-8)$$

すなわち 2 乗音圧の時間平均値は信号の自己相関関数と伝搬経路のインパルス応答により決まる。

ここで、半自由空間での伝搬を考える。図 2-1-2 に示すように、剛な反射面上に音源 Q と観測点 P を考え、直接波の伝搬経路長を R_1 、反射波の伝搬経路長を R_2 とする。このとき、インパルス応答 $h(\tau)$ は、

$$\begin{aligned} h(\tau) &= \frac{\delta(\tau - R_1/c)}{R_1} + \frac{\delta(\tau - R_2/c)}{R_2} \\ &\equiv h_1(\tau) + h_2(\tau) \end{aligned} \quad (2-1-9)$$

と表せる。ここで、 $\delta(\tau)$ は Dirac のデルタ関数、 c は音速(m/s)、 $h_1(\tau)$ および $h_2(\tau)$ は直接波および反射波の伝搬経路に対するインパルス応答である。

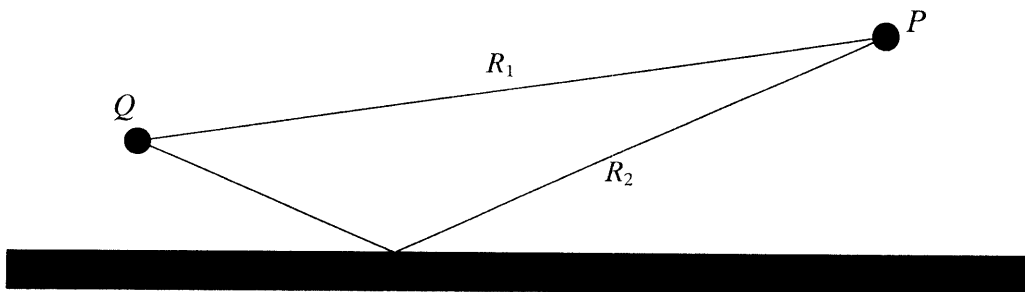


図 2-1-2. 半自由空間での伝搬

このとき式(2-1-8)は以下のとおりとなる.

$$E\left[|p_{out}(t)|^2\right] = \sum_{n=1}^2 \sum_{m=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\eta) \cdot h_m^*(\zeta) \cdot C_{ii}(\eta - \zeta) d\eta d\zeta \quad (2-1-10)$$

$$= C_{ii}(0) \sum_{n=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} |h_n(\eta)|^2 d\eta + \sum_{n=1}^2 \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\eta) \cdot h_m^*(\zeta) \cdot C_{ii}(\eta - \zeta) d\eta d\zeta \quad (2-1-11)$$

$$= C_{ii}(0) \left\{ \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right\} + \frac{2}{R_1 R_2} C_{ii}\left(\frac{R_1 - R_2}{c}\right) \quad (2-1-12)$$

式(2-1-11)で右辺第1項が各伝搬経路からの音圧の絶対値の2乗を、第2項が異なる伝搬経路からの音波の干渉を表しており、干渉の程度は信号の自己相関関数と伝搬経路のインパルス応答により決まる. 第2項の2重積分が全て0となるのがエネルギー合成であり、

図2-1-2の例では、 $C_{ii}\left(\frac{R_1 - R_2}{c}\right) = 0$ であれば2乗音圧はエネルギー合成値と一致する.

2. 1. 2 信号の自己相関関数

合成音圧の絶対値の2乗平均値は信号の自己相関関数に関係することから、以下において帯域雑音の自己相関関数を文献〔2-3〕を参考に整理し、その結果を用いて任意の周波数特性の信号の自己相関関数について検討する.

(1) 帯域雑音

図2-1-3のパワースペクトル $S(\omega)$ の帯域雑音について考える.

$$S(\omega) = \begin{cases} B & , \omega_1 \leq |\omega| \leq \omega_2 \\ 0 & , |\omega| > \omega_2 \text{ or } |\omega| < \omega_1 \end{cases} \quad (2-1-13)$$

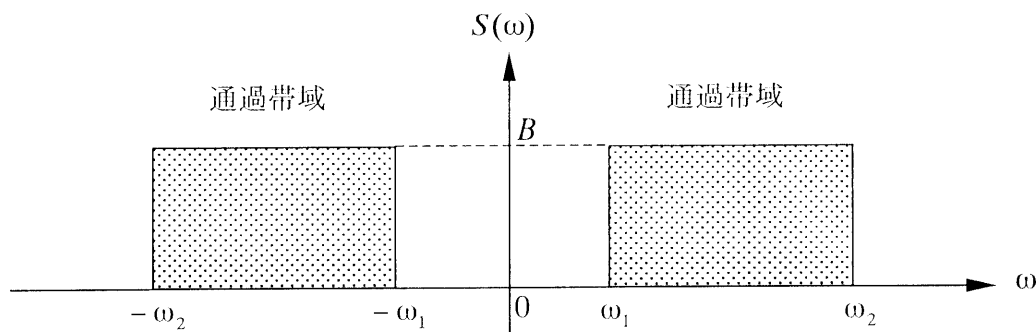


図2-1-3. 帯域内でパワースペクトルが一定な帯域雑音

この帯域雑音の自己相関関数 $C_{ii}(\tau)$ をあらためて $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)$ とすると、 $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)$ は以下のとおりとなる。

$$\begin{aligned} C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \\ &= 2B \int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos \omega\tau d\omega = \frac{4B}{\tau} \cos \omega_0\tau \sin \frac{\Delta\omega}{2}\tau \\ &= 2C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0) \cdot \frac{\cos \omega_0\tau}{\Delta\omega \cdot \tau} \cdot \sin \frac{\Delta\omega}{2}\tau \end{aligned} \quad (2-1-14)$$

ただし、 $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ 、 $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$ 、 $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0) = 2B \cdot \Delta\omega$ である。

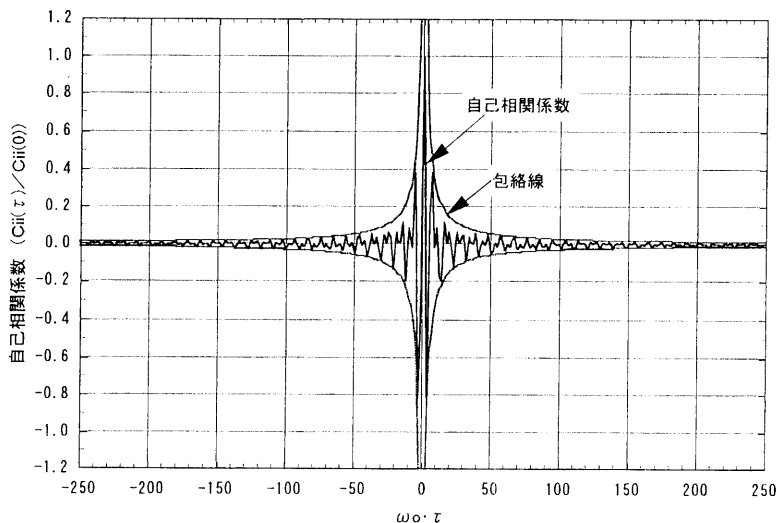
また、 $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)$ の包絡線 $\overline{C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)}$ は、以下のとおりである。

$$\overline{C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)} = \pm \frac{2 \cdot C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0)}{\Delta\omega\tau} \quad (2-1-15)$$

帯域雑音の自己相関関数の一例として、1/1、1/3、1/9 オクターブ帯域雑音の自己相関係数 ($C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)/C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0)$) を図 2-1-4(1)および(2)に示す。図には自己相関係数とあわせて自己相関係数の包絡線も示す。

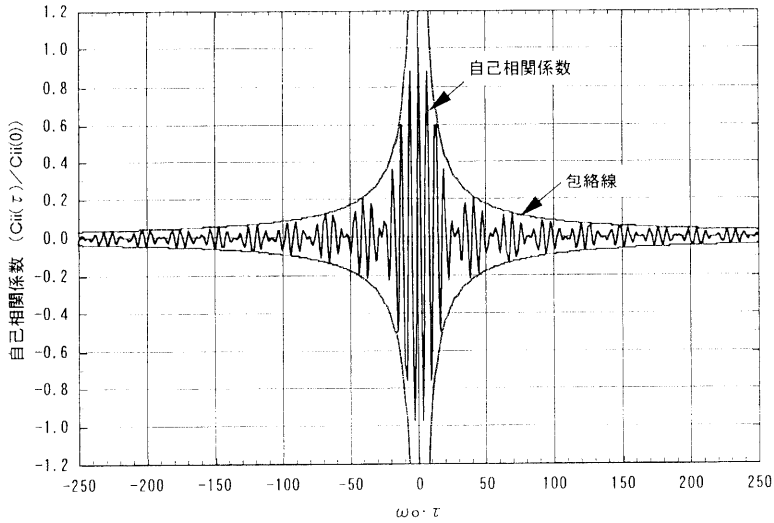
帯域幅が狭くなるにしたがい自己相関係数は広がる。

自己相関係数が 0.1 以上となる範囲は、1/1 オクターブ帯域雑音では $|\omega_0\tau| < 30$ 、1/3 オクターブ帯域雑音では $|\omega_0\tau| < 87$ 、1/9 オクターブ帯域雑音では $|\omega_0\tau| < 260$ のときであり、1/M オクターブ帯域雑音ではおおよそ $|\omega_0\tau| < 30M$ の範囲で自己相関係数が 0.1 以上となる。

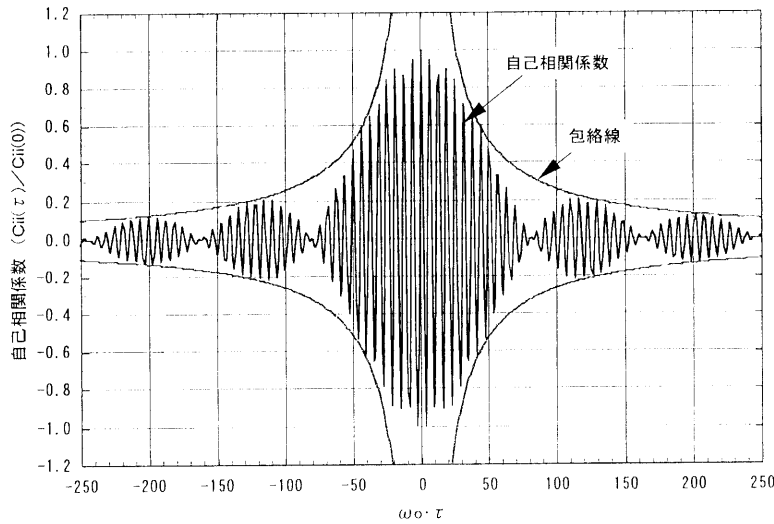


(a). 1/1 オクターブ帯域雑音

図 2-1-4(1). 1/M オクターブ帯域雑音の自己相関係数



(b). 1/3 オクターブ帯域雑音



(c). 1/9 オクターブ帯域雑音

図 2-1-4(2). 1/M オクターブ帯域雑音の自己相関係数

(2) 広帯域雑音

騒音源により発生騒音の周波数特性は異なることから、ここでは任意の周波数特性の騒音について考える。もっとも単純な場合として図 2-1-5 に示すように 2 つの帯域に成分をもつ信号について考える。パワースペクトル $S(\omega)$ は以下のように表せる。

$$S(\omega) = \begin{cases} A & , \omega_1 \leq |\omega| \leq \omega_2 \\ B & , \omega_3 \leq |\omega| \leq \omega_4 \\ 0 & , |\omega| < \omega_1 \text{ or } \omega_2 < |\omega| < \omega_3 \text{ or } \omega_4 < |\omega| \end{cases} \quad (2-1-16)$$

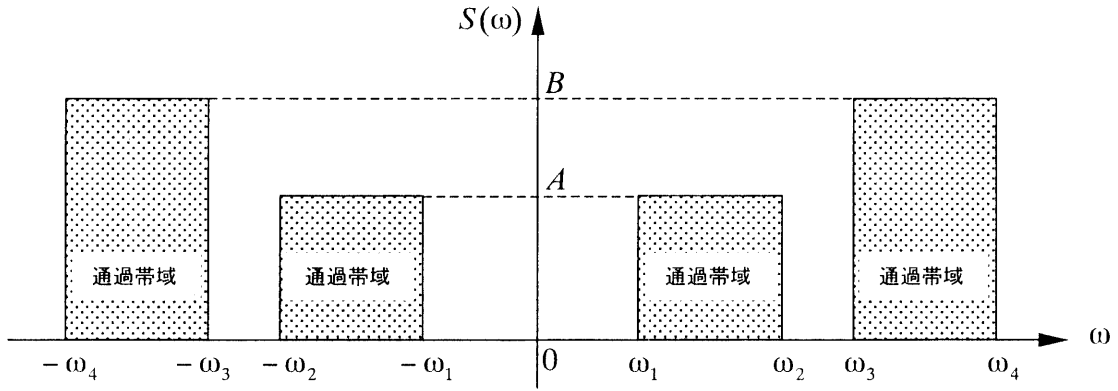


図 2-1-5. 2つの帯域に成分をもつ雑音

この信号の自己相関関数 $C_{ii}(\tau)$ は,

$$\begin{aligned}
 C_{ii}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \cdot e^{i\omega\tau} d\omega \\
 &= 2 \left\{ A \int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos \omega\tau d\omega + B \int_{\omega_3}^{\omega_4} \cos \omega\tau d\omega \right\} \\
 &= C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau) + C_{ii}^{\omega_3-\omega_4}(\tau)
 \end{aligned} \tag{2-1-17}$$

となり、2つの帯域雑音の自己相関関数の和で表される。したがって、任意のパワースペクトルをもつ広帯域雑音の自己相関関数 $C_{ii}^{BB}(\tau)$ は、パワースペクトルが一定とみなせる程度に帯域分割して近似的に以下のように求めることができる。

$$C_{ii}^{BB}(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} C_{ii}^n(\tau) \tag{2-1-18}$$

$$C_{ii}^n(\tau) = 2C_{ii}^n(0) \cdot \frac{\cos \omega_{0,n}\tau}{\Delta\omega \cdot \tau} \cdot \sin \frac{\Delta\omega}{2}\tau \tag{2-1-19}$$

ここで、 $C_{ii}^n(\tau)$ は、分割した n 番目の帯域の信号に関する自己相関関数、 $\omega_{0,n}$ は n 番目の帯域の中心周波数である。

(3) 道路交通騒音

広帯域雑音の例として道路交通騒音を考える。自動車から発生する騒音の周波数特性として ASJ RTN-Model 1998 [2-4] に次式が報告されている。

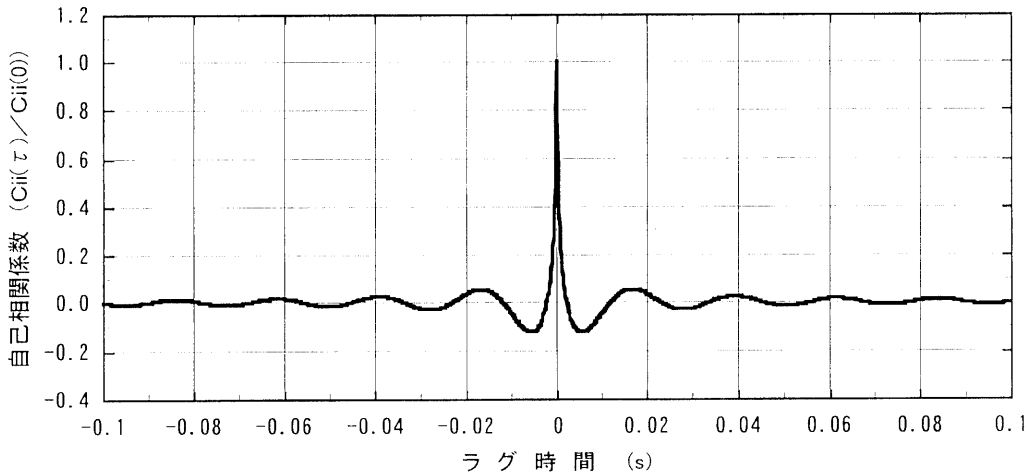
$$\Delta L(f) = 10 \cdot \log_{10} \frac{f_0^2}{f_0^2 + f^2} \tag{2-1-20}$$

ここで、 $\Delta L(f)$ は中心周波数 f (Hz) の 1/1 あるいは 1/3 オクターブバンドの相対音圧レベル (dB) であり、 $f_0=2000$ Hz である。したがって、相対的なパワースペクトル $S(\omega)$ は以下のように表せる。なお、 $\omega=2\pi f$ 、 $\omega_0=2\pi f_0$ である。

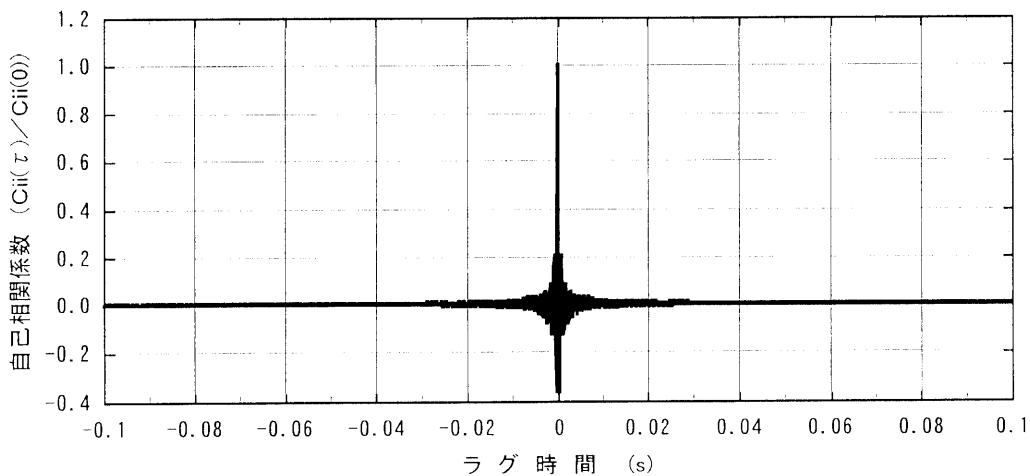
$$S(\omega) = \frac{\omega_0^2}{\omega(\omega_0^2 + \omega^2)} \tag{2-1-21}$$

中心周波数 50~5kHz の 1/3 オクターブバンドに分割し、各帯域内ではパワースペクトルは一定と考えて中心周波数を用いて式(2-1-21)により $S(\omega)$ を求め、式(2-1-14)により 1/3 オクターブ帯域雑音の自己相関関数を計算した。さらに各帯域の自己相関関数を加算し、ラグ時間 $\tau=0$ の自己相関関数で基準化して道路交通騒音の自己相関係数を算出した。また騒音計の A 特性を補正したときの自己相関係数も求めた。結果を図 2-1-6 に示す。(a)は式(2-1-21)のパワースペクトルの信号の自己相関係数であり、(b)は(a)にA特性補正を行ったときの自己相関係数である。

自己相関係数が 0.1 以下となる時のラグ時間はA特性補正を行わない(a)の場合で約 0.01s、A特性補正を行った(b)の場合は 0.001s であった。



(a). 平坦特性での自己相関係数



(b). A特性補正後の自己相関係数

図 2-1-6. 道路交通騒音の自己相関係数

2. 1. 3 広帯域雑音の2乗平均値

(1) 帯域雑音の2乗平均値

帯域幅 $\Delta\omega$ ($\omega_1 \sim \omega_2$) 内でパワースペクトルが一定の信号を考える。

このときの合成音圧の2乗平均値 $E[|p_{out}(t)|^2]$ をあらためて $E[|p_{out,\Delta\omega}(t)|^2]$ とおくと式

(2-1-8)と式(2-1-14)より $E[|p_{out,\Delta\omega}(t)|^2]$ は次式のとおりとなる。

$$\begin{aligned}
 E[|p_{out,\Delta\omega}(t)|^2] &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta) \cdot h^*(\zeta) \cdot C_{ii}^{\omega_1 - \omega_2}(\eta - \zeta) d\eta d\zeta \\
 &= \frac{2C_{ii}^{\omega_1 - \omega_2}(0)}{\Delta\omega} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta) \cdot h^*(\zeta) \cdot \cos \omega_0(\eta - \zeta) \cdot \frac{\sin \frac{\Delta\omega}{2}(\eta - \zeta)}{\eta - \zeta} d\eta d\zeta \\
 &= \frac{2C_{ii}^{\omega_1 - \omega_2}(0)}{\Delta\omega} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta) \cdot h^*(\zeta) \cdot \cos \omega_0(\eta - \zeta) \cdot \int_0^{\frac{\Delta\omega}{2}} \cos \omega(\eta - \zeta) d\omega d\eta d\zeta
 \end{aligned} \tag{2-1-22}$$

この積分は以下のように表せる。

$$\begin{aligned}
 &\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta) \cdot h^*(\zeta) \cdot \cos \omega_0(\eta - \zeta) \cdot \int_0^{\frac{\Delta\omega}{2}} \cos \omega(\eta - \zeta) d\omega d\eta d\zeta \\
 &= \int_0^{\frac{\Delta\omega}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta) \cdot h^*(\zeta) \cdot \cos \omega_0(\eta - \zeta) \cdot \cos \omega(\eta - \zeta) d\eta d\zeta d\omega \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\Delta\omega}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta) \cdot h^*(\zeta) \cdot [\cos(\omega_0 + \omega)(\eta - \zeta) + \cos(\omega_0 - \omega)(\eta - \zeta)] d\eta d\zeta d\omega \\
 &= \frac{1}{4} \int_{-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\frac{\Delta\omega}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta) \cdot h^*(\zeta) \cdot [e^{i(\omega_0 + \omega)(\eta - \zeta)} + e^{-i(\omega_0 + \omega)(\eta - \zeta)}] d\eta d\zeta d\omega \\
 &= \frac{1}{2} \int_{-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\frac{\Delta\omega}{2}} |H(\omega_0 + \omega)|^2 d\omega
 \end{aligned} \tag{2-1-23}$$

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \tag{2-1-24}$$

したがって、式(2-1-22)は次のように表せる。

$$E[|p_{out,\Delta\omega}(t)|^2] = \frac{C_{ii}^{\omega_1 - \omega_2}(0)}{\Delta\omega} \int_{-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\frac{\Delta\omega}{2}} |H(\omega_0 + \omega)|^2 d\omega \tag{2-1-25}$$

(2) 平坦な境界上での帯域雑音の2乗平均値

a. インピーダンス境界上の伝搬

もっとも単純な半自由空間中での2経路の伝搬を考える。図2-1-7に示すような平坦なインピーダンス境界上に点音源 Q と観測点 P を配置する。また音源のインピーダンス境界に対する虚像を Q' とし、 Q から P までの距離を R_1 (m)、 Q' から P までの距離を R_2 (m)とする。

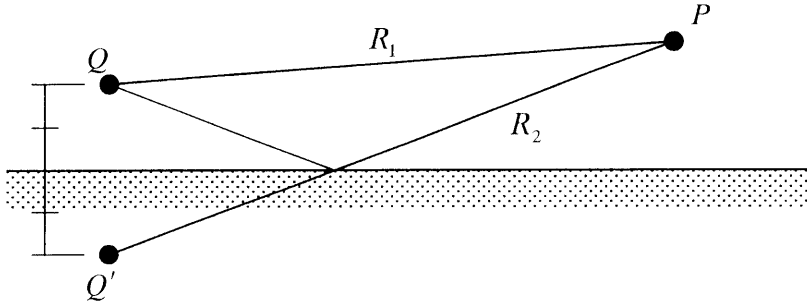


図2-1-7. インピーダンス境界上の騒音伝搬

直接波に関するインパルス応答を $h_1(\tau)$ 、反射波に関するインパルス応答を $h_2(\tau)$ とし、そのフーリエ変換を $H_1(\omega)$ 、 $H_2(\omega)$ とする。また音源から基準距離 R_0 (m)での放射音の自己相関関数を $C_{ii}(\tau)$ 、インピーダンス境界の複素音圧反射係数を $Q_g(\omega)$ とする。

このとき $h_1(\tau)$ と $h_2(\tau)$ は以下のとおりである。なお、 c は音速(m/s)である。

$$h_1(\tau) = \frac{\delta(\tau - R_1/c)}{R_1} \tag{2-1-26}$$

$$\begin{aligned} h_2(\tau) &= \frac{1}{R_2} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau - \eta - R_2/c) \cdot q_g(\eta) d\eta \\ &= \frac{q_g(\tau - R_2/c)}{R_2} \end{aligned} \tag{2-1-27}$$

$$q_g(\eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q_g(\omega) \cdot e^{i\omega\eta} d\omega \tag{2-1-28}$$

$H_1(\omega)$ は $h_1(\tau)$ をフーリエ変換することにより、

$$\begin{aligned} H_1(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{R_1} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau - R_1/c) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \end{aligned} \tag{2-1-29}$$

となり、 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau - \tau_0) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau = e^{-i\omega\tau_0}$ であるから、 $H_1(\omega)$ は以下のとおりとなる。

$$H_1(\omega) = \frac{e^{-ikR_1}}{R_1} \quad (2-1-30)$$

同様に、

$$\begin{aligned} H_2(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{R_2} \int_{-\infty}^{\infty} q_g(\tau - R_2/c) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{1}{R_2} \int_{-\infty}^{\infty} q_g(\tau) \cdot e^{-i(\omega\tau + kR_2)} d\tau \end{aligned} \quad (2-1-31)$$

であり、 $Q_g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} q_g(\eta) \cdot e^{-i\omega\eta} d\eta$ であるから、 $H_2(\omega)$ は以下のとおりとなる。

$$H_2(\omega) = Q_g(\omega) \frac{e^{-ikR_2}}{R_2} \quad (2-1-32)$$

式(2-1-25)において $H(\omega) = H_1(\omega) + H_2(\omega)$ より 2 乗音圧は以下のとおり表せる。

$$\begin{aligned} E\left[|p_{out,\Delta\omega}(t)|^2\right] &= \frac{C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0)}{\Delta\omega} \cdot \left[\int_{-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\frac{\Delta\omega}{2}} |H_1(\omega_0 + \omega)|^2 d\omega + \int_{-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\frac{\Delta\omega}{2}} |H_2(\omega_0 + \omega)|^2 d\omega \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\frac{\Delta\omega}{2}} [H_1(\omega_0 + \omega)H_2^*(\omega_0 + \omega) + H_1^*(\omega_0 + \omega)H_2(\omega_0 + \omega)] d\omega \right] \end{aligned} \quad (2-1-33)$$

式(2-1-33)の各項は以下のとおりである。

$$|H_1(\omega)|^2 = \frac{1}{R_1^2} \quad (2-1-34)$$

$$|H_2(\omega)|^2 = \frac{|Q_g(\omega)|^2}{R_2^2} \quad (2-1-35)$$

$$H_1(\omega) \cdot H_2^*(\omega) = Q_g(\omega) \cdot \frac{e^{-ik(R_1 - R_2)}}{R_1 R_2} = Q_g(\omega) \cdot \frac{e^{-i\omega\Delta t_{12}}}{R_1 R_2} \quad (2-1-36)$$

$$H_2(\omega) \cdot H_1^*(\omega) = Q_g^*(\omega) \cdot \frac{e^{ik(R_1 - R_2)}}{R_1 R_2} = Q_g^*(\omega) \cdot \frac{e^{i\omega\Delta t_{12}}}{R_1 R_2} \quad (2-1-37)$$

ただし、 $\Delta t_{12} = (R_1 - R_2)/c$ 。

$$H_1(\omega) \cdot H_2^*(\omega) + H_2(\omega) \cdot H_1^*(\omega)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{R_1 R_2} \left(Q_g(\omega) \cdot e^{-i\omega \Delta t_{12}} + Q_g^*(\omega) \cdot e^{i\omega \Delta t_{12}} \right) \\
 &= \frac{2}{R_1 R_2} |Q_g(\omega)| \cos(\omega \Delta t_{12} - \theta(\omega)) \quad , \quad \theta(\omega) = \angle Q_g(\omega) \\
 &= \frac{2\sqrt{G(\omega)}}{R_1 R_2} \cdot \cos(\omega \Delta t_{12} - \theta(\omega)) \tag{2-1-38}
 \end{aligned}$$

ここで、 $G(\omega)$ はエネルギー反射率であり、 $G(\omega) = |Q_g(\omega)|^2$ である。

したがって、合成音圧の2乗平均値は次式となる。

$$\begin{aligned}
 E \left[|p_{out, \Delta\omega}(t)|^2 \right] &= \frac{C_{ii}^{\omega_1 - \omega_2}(0)}{\Delta\omega} \cdot \left[\frac{\Delta\omega}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \int_{-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\frac{\Delta\omega}{2}} G(\omega_0 + \omega) d\omega \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2}{R_1 R_2} \int_{-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\frac{\Delta\omega}{2}} \sqrt{G(\omega_0 + \omega)} \cdot \cos((\omega_0 + \omega)\Delta t_{12} - \theta(\omega_0 + \omega)) d\omega \right] \tag{2-1-39}
 \end{aligned}$$

ここで、 $\Delta\omega$ 内で $G(\omega_0 + \omega) \approx G(\omega_0)$ と近似できる場合を考えると、以下のように表せる。

$$\begin{aligned}
 E \left[|p_{out, \Delta\omega}(t)|^2 \right] &\approx C_{ii}^{\omega_1 - \omega_2}(0) \cdot \left[\frac{1}{R_1^2} + \frac{G(\omega_0)}{R_2^2} + \frac{2\sqrt{G(\omega_0)}}{\Delta\omega R_1 R_2} \int_{-\frac{\Delta\omega}{2}}^{\frac{\Delta\omega}{2}} \cos((\omega_0 + \omega)\Delta t_{12} - \theta(\omega_0)) d\omega \right] \\
 &= C_{ii}^{\omega_1 - \omega_2}(0) \cdot \left[\frac{1}{R_1^2} + \frac{G(\omega_0)}{R_2^2} + \frac{4\sqrt{G(\omega_0)}}{\Delta\omega R_1 R_2} \cdot \frac{\cos(\omega_0 \Delta t_{12} - \theta(\omega_0)) \cdot \sin \frac{\Delta\omega}{2} \Delta t_{12}}{\Delta t_{12}} \right] \tag{2-1-40}
 \end{aligned}$$

b. 剛な境界面上の伝搬

境界が剛であれば $G(\omega) = 1.0$ 、 $\theta(\omega) = 0.0$ より、式(2-1-40)は以下ようになる。

$$E \left[|p_{out, \Delta\omega}(t)|^2 \right] = C_{ii}^{\omega_1 - \omega_2}(0) \cdot \left\{ \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} + \frac{4}{\Delta\omega R_1 R_2} \frac{\cos \omega_0 \Delta t_{12} \cdot \sin \frac{\Delta\omega}{2} \Delta t_{12}}{\Delta t_{12}} \right\} \tag{2-1-41}$$

ここで、 $\Delta\omega \rightarrow 0$ とすれば、以下のように純音に対する2乗音圧である。

$$E \left[|p_{out, \Delta\omega}(t)|^2 \right] = C_{ii}^{\omega_1 - \omega_2}(0) \cdot \left\{ \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} + \frac{2}{R_1 R_2} \cos \omega_0 \Delta t_{12} \right\} \tag{2-1-42}$$

また $\Delta\omega \rightarrow \infty$ とすれば、以下のように白色雑音に対する計算式となる。

$$\begin{aligned}
E\left[|p_{out,\Delta\omega}(t)|^2\right] &= C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0) \cdot \left\{ \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} + \frac{2}{R_1 R_2} \cos \omega_0 \Delta t_{12} \cdot \delta(\Delta t_{12}) \right\} \\
&= C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0) \cdot \left\{ \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} + \frac{2\delta(\Delta t_{12})}{R_1 R_2} \right\} \\
&= \begin{cases} C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0) \cdot \left\{ \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right\} & , R_1 \neq R_2 \\ C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0) \cdot \frac{4}{R_1^2} & , R_1 = R_2 \end{cases} \quad (2-1-43)
\end{aligned}$$

(3) 広帯域雑音の2乗平均値

任意のパワースペクトルをもつ広帯域雑音の場合には、帯域幅 $\Delta\omega$ 内でパワースペクトルが一定と仮定できる程度に分割し、分割した各帯域での合成音圧の2乗平均値を合成することにより広帯域雑音の2乗平均値 $E\left[|p_{out,BB}(t)|^2\right]$ は近似的に次式により計算できる。

$$\begin{aligned}
E\left[|p_{out,BB}(t)|^2\right] &\approx \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{l=1}^M h(\eta) \cdot h^*(\zeta) \cdot C_{ii}^l(0) \cdot \cos \omega_{0,l}(\eta - \zeta) \right] d\eta d\zeta \\
&= \sum_{l=1}^M \frac{C_{ii}^l(0)}{\Delta\omega_l} \int_{-\frac{\Delta\omega_l}{2}}^{\frac{\Delta\omega_l}{2}} |H(\omega_{0,l} + \omega)|^2 d\omega \quad (2-1-44)
\end{aligned}$$

ここで、 M は分割した帯域の数、 $\Delta\omega_l$ および $\omega_{0,l}$ は l 番目の帯域の帯域幅と中心角周波数、 $C_{ii}^l(0)$ は l 番目の帯域での信号の自己相関関数のラグ時間 τ が 0 のときの値である。

また各帯域内で $|H(\omega)|$ が $|H(\omega_{0,l})|$ で代表できる場合には式(2-1-44)は次式となる。

$$E\left[|p_{out,BB}(t)|^2\right] \approx \sum_{l=1}^M C_{ii}^l(0) \cdot |H(\omega_{0,l})|^2 \quad (2-1-45)$$

平坦なインピーダンス境界上の場合には式(2-1-40)より、

$$E\left[|p_{out,BB}(t)|^2\right] \approx \sum_{l=1}^M C_{ii}^l(0) \left[\frac{1}{R_1^2} + \frac{G(\omega_{0,l})}{R_1^2} + \frac{4\sqrt{G(\omega_{0,l})}}{\Delta\omega_l R_1 R_2} \cdot \frac{\cos(\omega_{0,l} \Delta t_{12} - \theta(\omega_{0,l})) \cdot \sin \frac{\Delta\omega_l}{2} \Delta t_{12}}{\Delta t_{12}} \right] \quad (2-1-46)$$

であり、剛な境界面上であれば式(2-1-41)より、以下のとおりとなる。

$$E\left[|p_{out,BB}(t)|^2\right] \approx \sum_{l=1}^M C_{ii}^l(0) \left\{ \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} + \frac{4}{\Delta\omega_l R_1 R_2} \frac{\cos \omega_{0,l} \Delta t_{12} \cdot \sin \frac{\Delta\omega_l}{2} \Delta t_{12}}{\Delta t_{12}} \right\} \quad (2-1-47)$$

2. 2 帯域雑音の音圧合成値をエネルギー合成値で近似できる範囲

2. 2. 1 帯域幅による合成音圧の2乗平均値の変化

半自由空間での音場について考える。図 2-2-1 に示すように剛な地表面上に音源 Q と観測点 P を設定する。信号の帯域幅を $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ 、 Q からの直接波を $p_1(t)$ 、地表面での反射波を $p_2(t)$ とし、 P での相対音圧レベルを次式で定義する。

$$\Delta L = 10 \cdot \log_{10} \frac{E[|p_{out, \Delta\omega}(t)|^2]}{E[|p_0(t)|^2]} \quad (2-2-1)$$

ここで、 $p_{out, \Delta\omega}(t) = p_1(t) + p_2(t)$ であり、 $p_0(t)$ は自由空間中の音源から基準距離 R_0 での音圧である。また $E[|p_0(t)|^2]$ は以下のとおりである。

$$E[|p_0(t)|^2] = C_{ii}^{\omega_1 - \omega_2}(0) \quad (2-2-2)$$

同様にエネルギー合成による観測点での相対音圧レベルを次式で定義する。

$$\Delta L = 10 \cdot \log_{10} \frac{E[|p_1(t)|^2] + E[|p_2(t)|^2]}{E[|p_0(t)|^2]} \quad (2-2-3)$$

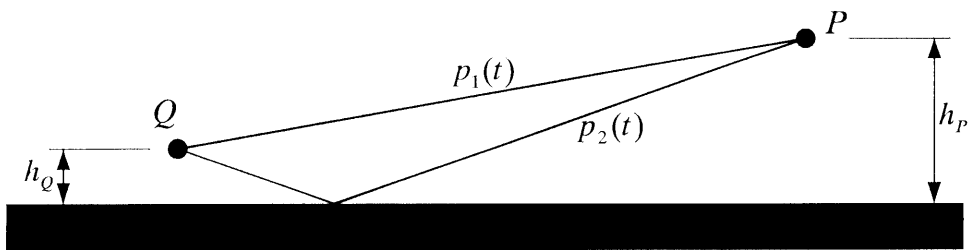
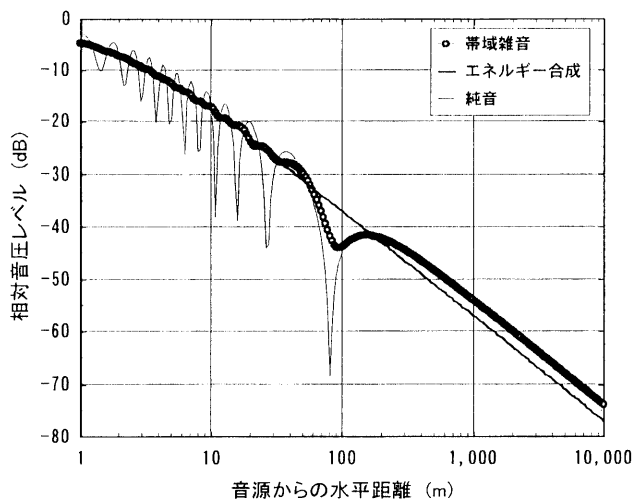


図 2-2-1. 剛な境界上の伝搬

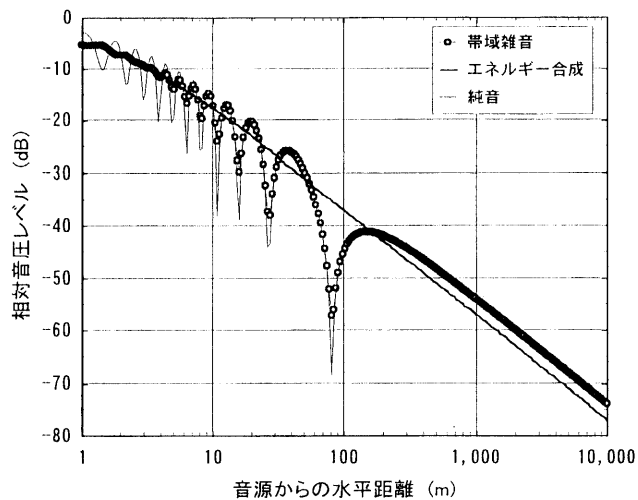
式(2-1-43)と式(2-2-1)を用いて計算した中心周波数 1kHz の $1/M$ オクターブ帯域雑音 ($M=1,3,6,9$) の音圧レベルの距離減衰, 1kHz の純音の距離減衰, および式(2-2-3)によるエネルギー合成による音圧レベルの距離減衰を図 2-2-2 および図 2-2-3 に示す。なお, 図 2-2-2 は $h_Q=2.0\text{m}$, $h_P=3.5\text{m}$ であり, 図 2-2-3 は $h_Q=10.0\text{m}$, $h_P=5.0\text{m}$ である。

帯域雑音の計算値は, 帯域幅が広いほど遠い距離までエネルギー合成値とほぼ一致する傾向にあり, また距離が十分大きくなると純音の計算値に一致する。

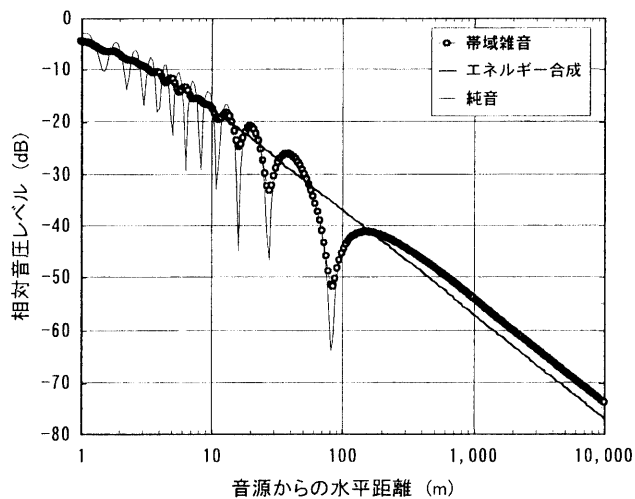
2. 2 帯域雑音の音圧合成値をエネルギー合成値で近似できる範囲



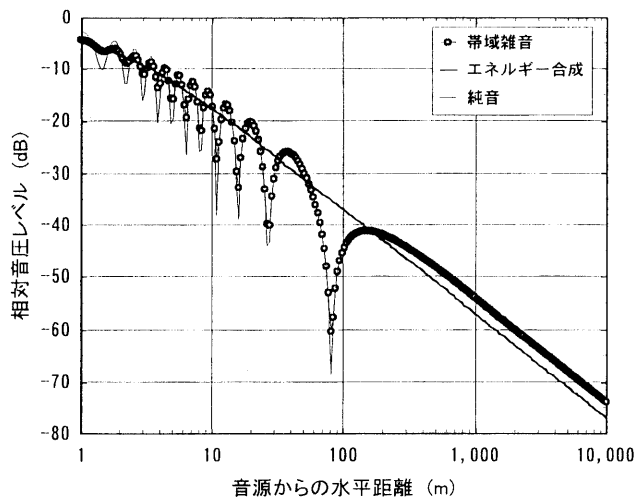
(a). 1 / 1 オクターブバンド



(c). 1 / 6 オクターブバンド



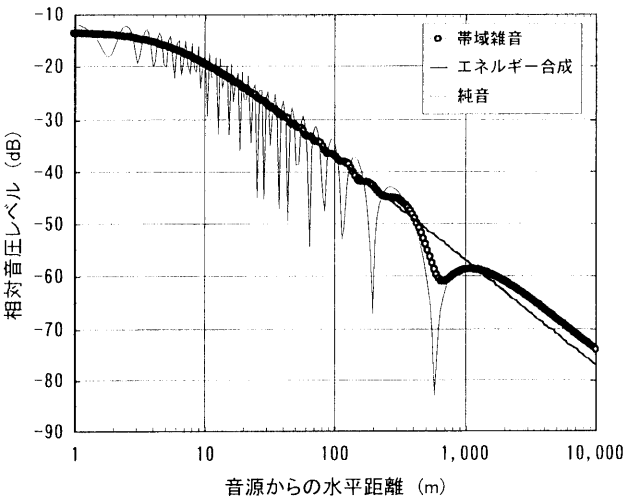
(b). 1 / 3 オクターブバンド



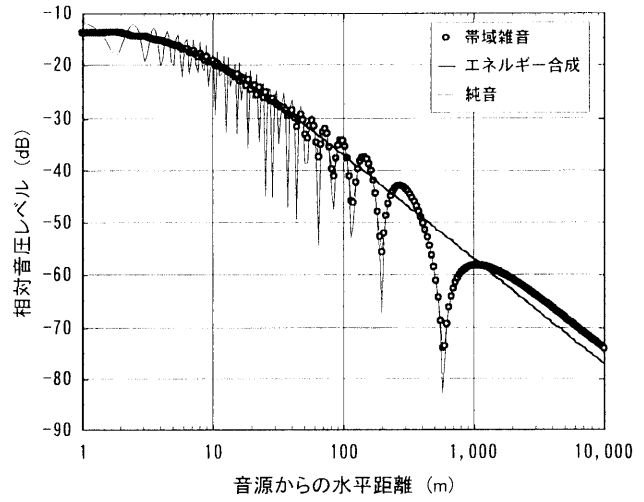
(d). 1 / 9 オクターブバンド

図 2-2-2. 帯域幅の違いによる距離減衰の比較

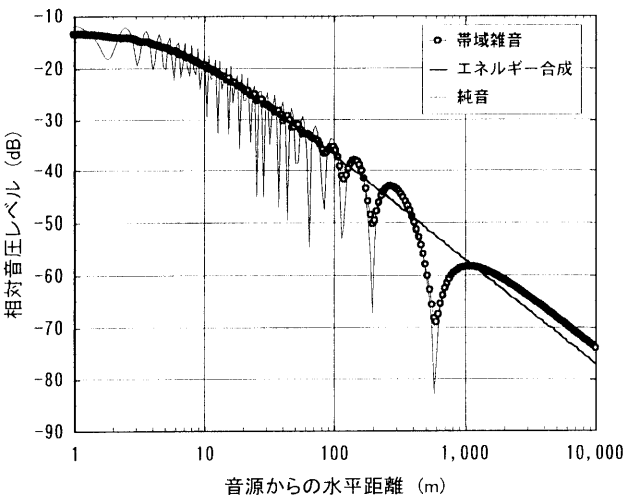
$$h_Q = 2.0\text{m}, h_P = 3.5\text{m}, f_0 = 1\text{kHz}$$



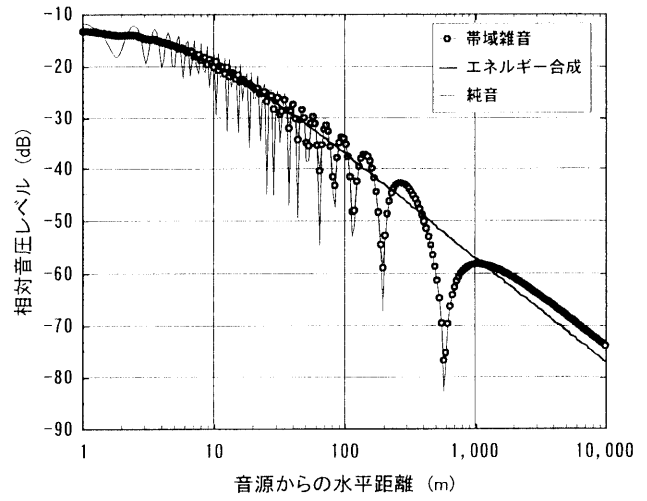
(a). 1 / 1 オクターブバンド



(c). 1 / 6 オクターブバンド



(b). 1 / 3 オクターブバンド



(d). 1 / 9 オクターブバンド

図 2-2-3. 帯域幅の違いによる距離減衰の比較

$$h_Q = 10.0\text{m}, \quad h_P = 5.0\text{m}, \quad f_0 = 1\text{kHz}$$

2. 2. 2 エネルギー合成で近似できる範囲

図 2-2-2 および図 2-2-3 より、音源に近い範囲では帯域雑音の計算値とエネルギー合成による計算値はほぼ等しく、さらに距離が離れると干渉の影響により両者に差が生じる。また帯域幅が広がるほど帯域雑音の計算値とエネルギー合成による計算値は遠い距離まで一致している。

ところで、式(2-1-41)より $E\left[p_{out,\Delta\omega}(t)\right]^2$ は、 $\Delta\omega\Delta t_{12}$ が十分大きくなると式(2-1-41)の右辺

{ } 内の第 3 項は無視でき、エネルギー合成値に漸近する。

また、式(2-1-12)より剛な平面上での $E\left[p_{out,\Delta\omega}(t)\right]^2$ は以下のとおり表せる。

$$E\left[p_{out,\Delta\omega}(t)\right]^2 = C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0) \cdot \left\{ \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right\} + \frac{2C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\Delta t_{12})}{R_1 R_2} \quad (2-2-4)$$

したがって、 $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\Delta t_{12}) \approx 0$ のときがエネルギー合成で近似できる場合である。

ここで、 $E\left[p_{out,\Delta\omega}(t)\right]^2$ におよぼす $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)$ の影響を検討するために、次式で $\Delta(\Delta t_{12})$ を

定義する。式(2-2-5)の分子が音圧合成値に、分母がエネルギー合成値に相当する。

$$\Delta(\Delta t_{12}) = \frac{C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0) \cdot \left\{ \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right\} + \frac{2C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\Delta t_{12})}{R_1 R_2}}{C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0) \cdot \left\{ \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right\}} \quad (2-2-5)$$

$$\begin{aligned} &= 1 + \frac{2R_1 R_2}{R_1^2 + R_2^2} \cdot \frac{C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\Delta t_{12})}{C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0)} \\ &\leq 1 + \frac{C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\Delta t_{12})}{C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0)} \end{aligned} \quad (2-2-6)$$

なお、式(2-2-6)において、相加平均と相乗平均の関係式 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (a, b は正) を用

いた。また式(2-1-15)より、以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} \Delta(\Delta t_{12}) &\leq 1 + \frac{C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\Delta t_{12})}{C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0)} \\ &= 1 + \frac{2}{\Delta\omega\Delta t_{12}} \end{aligned} \quad (2-2-7)$$

式(2-2-7)のデシベル表示値が音圧合成値とエネルギー合成値のレベル差の最大値に相当する。したがって、音圧合成値とエネルギー合成値のレベル差を $D(\text{dB})$ とすると、

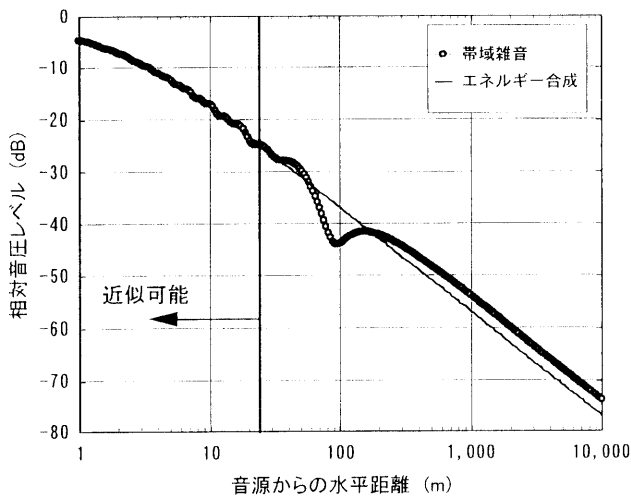
$10 \log_{10} \Delta(\Delta t_{12})$ が D 以下となるときの $\Delta\omega\Delta t_{12}$ は以下のとおりとなる。

図 2-2-2 および図 2-2-3 の計算結果と、表 2-2-1 の $D=1.0$ のときのエネルギー合成で近似できる範囲を比較して図 2-2-4 および図 2-2-5 に示す。

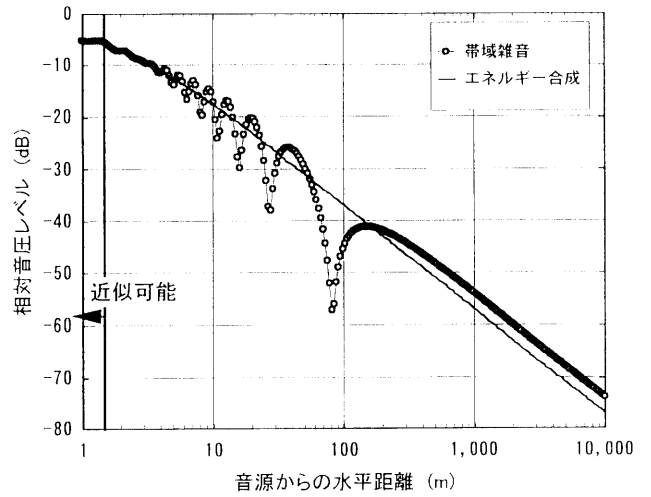
表 2-2-1. エネルギー合成で近似できる範囲

D (dB)	$\Delta\omega\Delta t_{12}$	$\Delta f\Delta t_{12}$
0.5	16.4	2.61
1.0	7.7	1.23
2.0	3.4	0.54
3.0	2.0	0.32

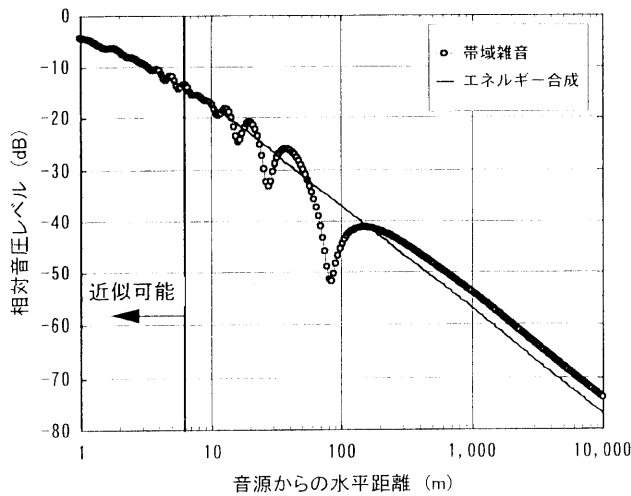
注. $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$



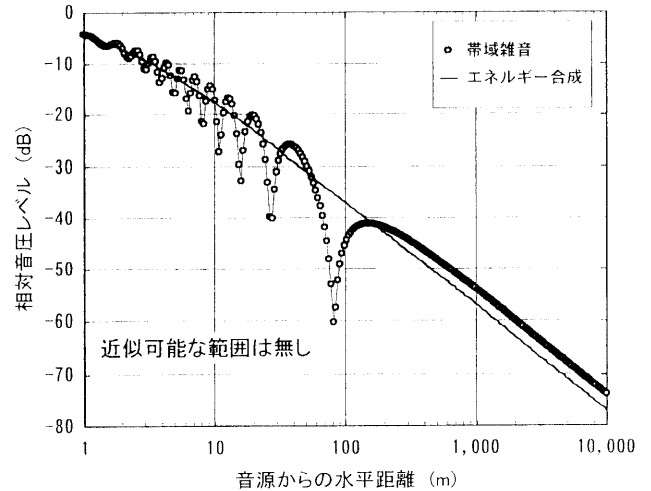
(a). 1 / 1 オクターブバンド



(c). 1 / 6 オクターブバンド



(b). 1 / 3 オクターブバンド

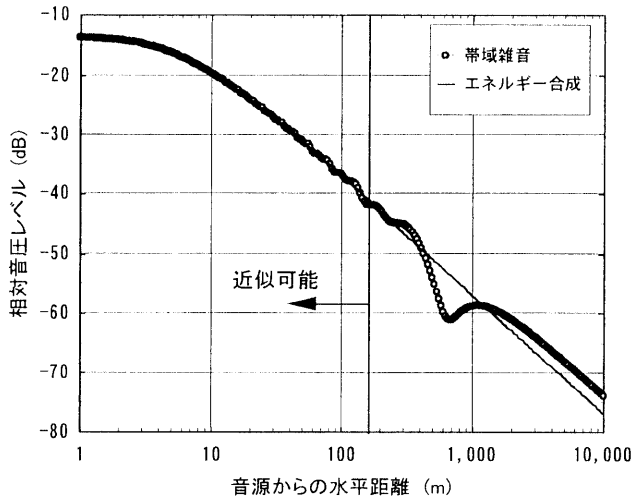


(d). 1 / 9 オクターブバンド

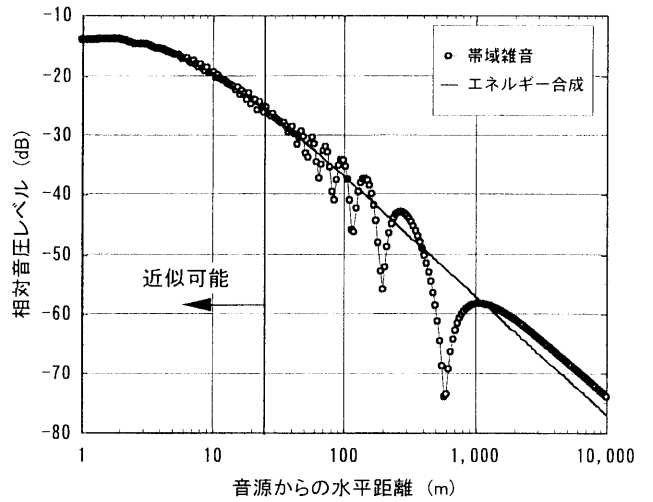
図 2-2-4. エネルギー合成で近似できる範囲

$$h_Q = 2.0\text{m}, h_P = 3.5\text{m}, f_0 = 1\text{kHz}$$

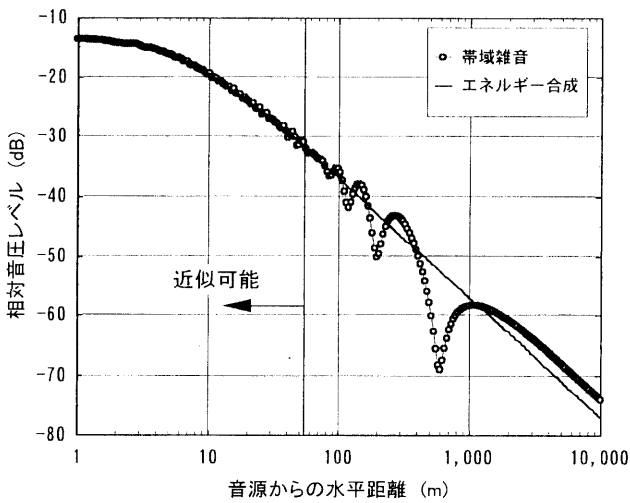
2. 2 帯域雑音の音圧合成値をエネルギー合成値で近似できる範囲



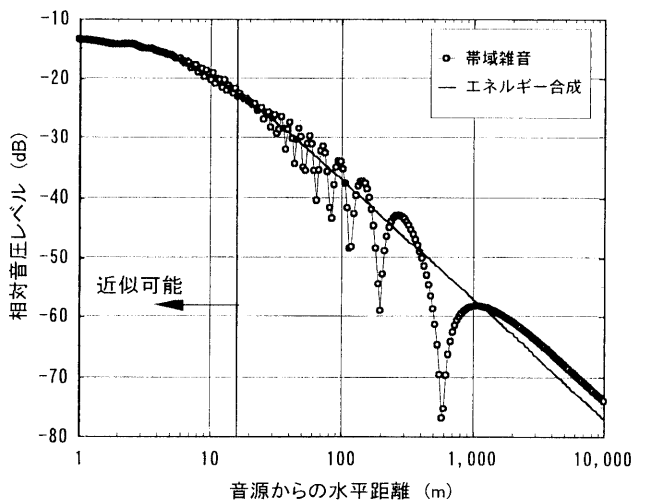
(a). 1 / 1 オクターブバンド



(c). 1 / 6 オクターブバンド



(b). 1 / 3 オクターブバンド



(d). 1 / 9 オクターブバンド

図 2-2-5. エネルギー合成で近似できる範囲

$$h_Q = 10.0\text{m}, \quad h_P = 5.0\text{m}, \quad f_0 = 1\text{kHz}$$

2. 3 帯域雑音の数値計算に必要な計算周波数に関する検討

数値計算により帯域雑音の音圧レベルを求める場合には、純音に対する数値解の絶対値の2乗値を積分してデシベル表示する。松井〔2-5〕は道路交通騒音を対象として、いくつかの道路形状について数値計算し、平面道路では1/3オクターブ間隔で、盛土や切土構造では1/6オクターブ間隔で計算すれば±1dBの精度でオールパス値が計算できることを報告している。しかしながら道路構造により必要な計算周波数が異なる理由や、騒音のスペクトルが異なる場合にも同様な結果が得られるかどうかは不明である。

本節では、帯域雑音を対象として計算周波数により生じる誤差について検討する。計算周波数の決め方は、等間隔で設定した場合と等比間隔で設定した場合を考える。

2. 3. 1 帯域を等間隔に分割して計算した場合

(1) M個の周波数で近似したときの自己相関関数

帯域 $\omega_1 \sim \omega_2$ （帯域幅 $\Delta\omega$ ， $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$ ）を等間隔に M 個の帯域（帯域幅 $\Delta\omega/M$ ）に分割した場合を考える。 $\omega_1 \sim \omega_2$ ではパワースペクトルは一定とする。式(2-2-4)より帯域雑音の絶対値の2乗値は自己相関関数に比例することから、ここでは $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)$ について考える。帯域雑音の自己相関関数 $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)$ を純音の自己相関関数 $C_{ii}(\omega; \tau)$ の積分として次式で表す。

$$\begin{aligned} C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau) &= \int_{-\omega_2}^{-\omega_1} C_{ii}(\omega; \tau) d\omega + \int_{\omega_1}^{\omega_2} C_{ii}(\omega; \tau) d\omega \\ &= 2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} C_{ii}(\omega; \tau) d\omega \\ &= 2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} C_{ii}(\omega; 0) \cos \omega \tau d\omega \end{aligned} \quad (2-3-1)$$

ここで、 $C_{ii}(\omega; 0) = C_{ii}(0)$ とし級数表示すると、 $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)$ は以下のとおりとなる。

$$C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau) = 2C_{ii}(0) \cdot \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{\Delta\omega}{M} \sum_{m=1}^M \cos \left\{ \omega_1 + \frac{\Delta\omega}{2M} (2m-1) \right\} \tau \quad (2-3-2)$$

実際の数値計算においては、分割した帯域の中心周波数 $\omega_{0,m}$ （ $m = 1 \sim M$ ）で計算した自己相関関数 $C_{ii}(\omega_{0,m}; \tau)$ から近似的に $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)$ を求める。帯域を M 分割して近似的に求めた自己相関関数を $C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(\tau)$ とすると $C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(\tau)$ は次式となる。

$$C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(\tau) = \frac{2C_{ii}(0) \cdot \Delta\omega}{M} \sum_{m=1}^M \cos \left\{ \omega_1 + \frac{\Delta\omega}{2M} (2m-1) \right\} \tau \quad (2-3-3)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2C_{ii}(0) \cdot \Delta\omega}{M} \cdot \frac{\cos \omega_0 \tau \cdot \sin \frac{\Delta\omega}{2} \tau}{\sin \frac{\Delta\omega}{2M} \tau} \\
 &= \frac{C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(0) \cos \omega_0 \tau \cdot \sin \frac{\Delta\omega}{2} \tau}{M \sin \frac{\Delta\omega}{2M} \tau} \tag{2-3-4}
 \end{aligned}$$

式(2-1-14)により求めた帯域雑音の自己相関関数 $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)$ を $\tau=0$ のときの自己相関関数で規準化した自己相関係数 $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)/C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0)$ を図 2-3-1 に、帯域を M 分割して求めた自己相関係数 $C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(\tau)/C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(0)$ を図 2-3-2 に示す。対象とした帯域は中心周波数 500Hz の 1/1 オクターブバンドである。

$M=54$ のときの自己相関係数には $\tau=\pm 0.15$ s 付近に帯域雑音の自己相関係数には見られない相関が生じている。また $M=27$ のときには $\tau=\pm 0.15$ s 付近と ± 0.075 s 付近に帯域雑音の自己相関係数にはない相関が見られる。

帯域雑音の自己相関係数には見られない相関が生じるときのラグ時間 τ の間隔は帯域の分割数 M が小さいほど短い。

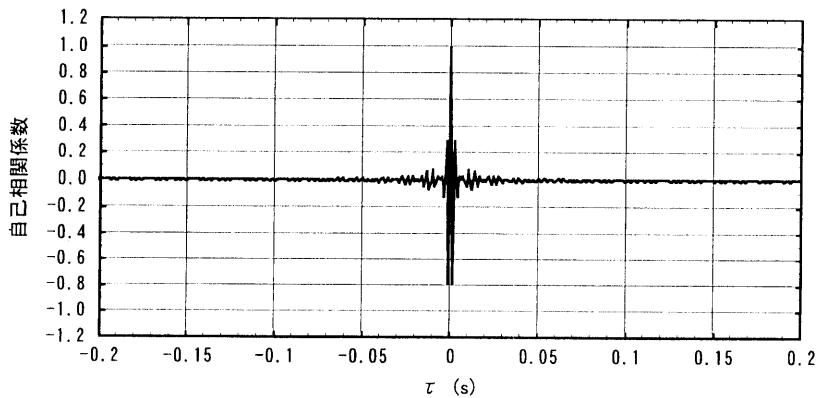
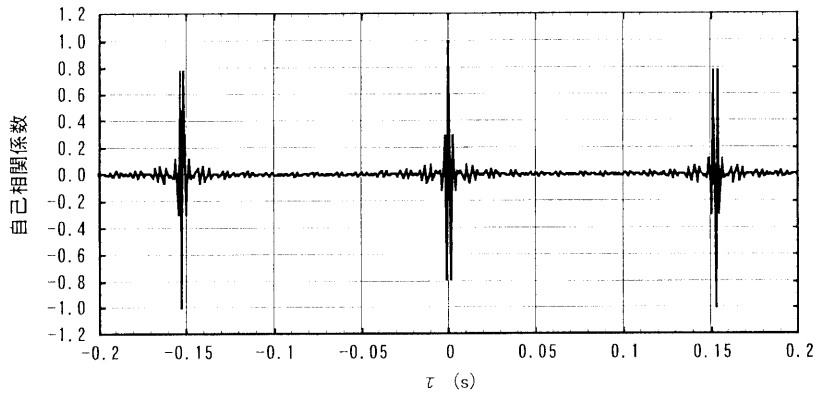
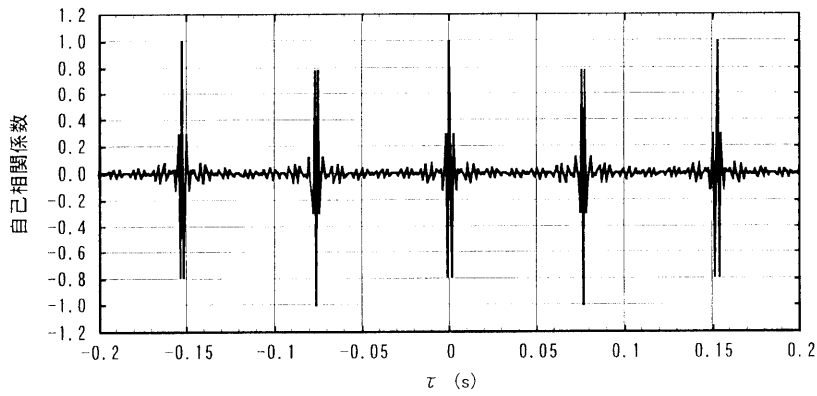


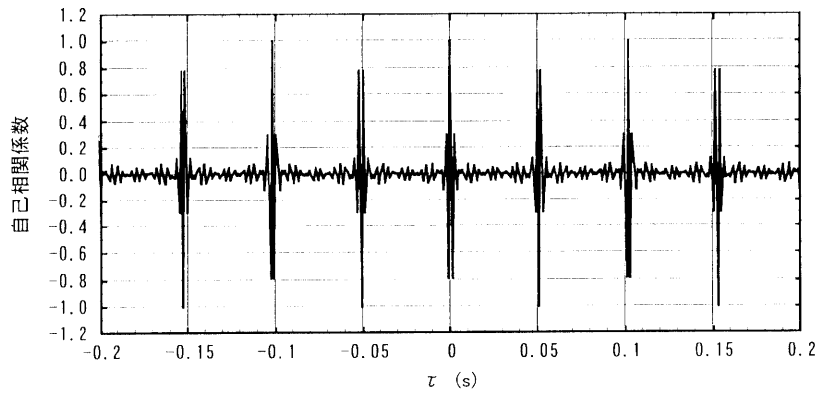
図 2-3-1. 帯域雑音の自己相関係数 $(C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)/C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0))$
中心周波数 500Hz の 1/1 オクターブ帯域雑音



(a). M=54



(b). M=27



(c). M=18

図 2-3-2(1). M個の周波数での計算値から求めた自己相関係数 $C_{ii}^{M \cdot \Delta \omega}(\tau) / C_{ii}^{M \cdot \Delta \omega}(0)$
 対象帯域：中心周波数 500Hz の 1/1 オクターブバンド

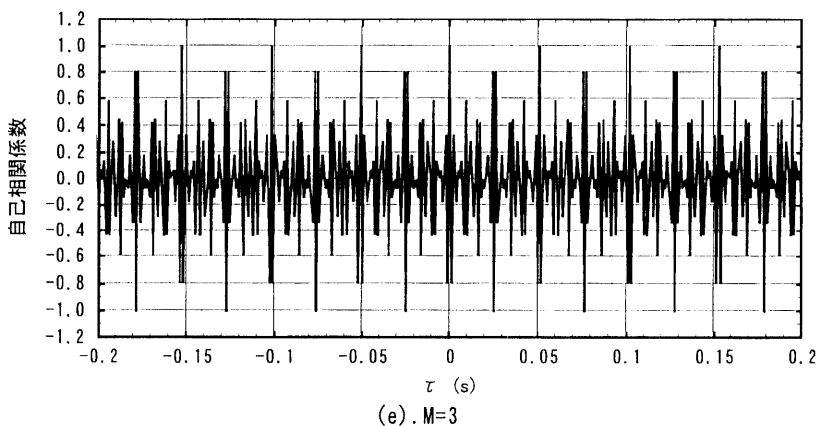
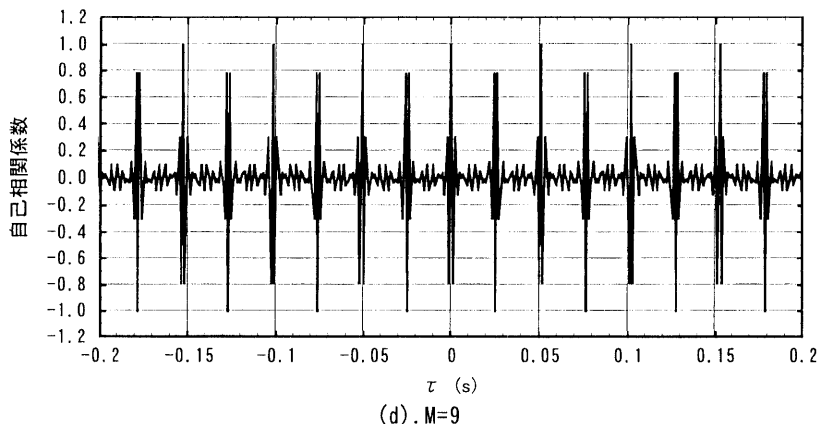


図 2-3-2(2). M個の周波数での計算値から求めた自己相関係数 $C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(\tau) / C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(0)$
 対象帯域：中心周波数 500Hz の 1/1 オクターブバンド

(2) M個の周波数で近似できる範囲

図 2-3-1～図 2-3-2 より帯域雑音の自己相関係数を帯域分割して近似計算する場合には分割数と近似できるラグ時間 τ の間に一定の関係があることが分かる。

ところで、次式に示すように周波数間隔 $\hat{\omega} (= \Delta\omega / M)$ の級数は周期 $2\pi / \hat{\omega}$ のパルス列になることが知られている [2-6]。

$$\begin{aligned} \frac{\hat{\omega}}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{jn\hat{\omega}t} &= \frac{\hat{\omega}}{\pi} \sum_{n=0}^{+\infty} \cos(n\hat{\omega}t) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(t - \frac{2n\pi}{\hat{\omega}}\right) \end{aligned} \tag{2-3-5}$$

この式と式(2-3-3)を比較すると、式(2-3-3)は周期 $2\pi M / \Delta\omega = M / \Delta f$ ($\Delta\omega = 2\pi \cdot \Delta f$) の周期変動であることが分かる。したがって、図 2-3-2 の相関成分は、 $\tau = nM / \Delta f$ (n は自然数) のときに生じている。

一方、式(2-3-2)で表される $C_{ii}^{\omega_1 - \omega_2}(\tau)$ は $M \rightarrow \infty$ の場合である。

式(2-2-4)より剛で平坦な境界上の帯域雑音の2乗音圧 $E\left[|p_{out,\Delta\omega}(t)|^2\right]$ は次式により求まる.

$$E\left[|p_{out,\Delta\omega}(t)|^2\right] = C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0) \cdot \left\{ \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right\} + \frac{2C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\Delta t_{12})}{R_1 R_2} \quad (2-3-6)$$

$C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0) = C_{ii}^{M\cdot\Delta\omega}(0)$ であるから, M 個の計算周波数で近似するためには $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\Delta t_{12}) \approx C_{ii}^{M\cdot\Delta\omega}(\Delta t_{12})$ でなければならない.

$C_{ii}^{M\cdot\Delta\omega}(\tau)$ と $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)$ の比を $\Delta C_{ii}(\tau)$ とすると, $\Delta C_{ii}(\tau)$ は以下のとおりとなる.

$$\begin{aligned} \Delta C_{ii}(\tau) &= \frac{C_{ii}^{M\cdot\Delta\omega}(\tau)}{C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)} \\ &= \frac{\Delta\omega \cdot \tau}{2M \sin \frac{\Delta\omega \cdot \tau}{2M}} \end{aligned} \quad (2-3-7)$$

$|\Delta C_{ii}(\tau)|$ を図 2-3-3 に示す. $|\Delta C_{ii}(\tau)|$ は $\Delta\omega \cdot \tau / 2M = n\pi$ (n は自然数) のとき発散する.

ところで, 図 2-3-2(1),(2)で $\tau \neq 0$ のときにみられる相関は, サンプリングにおけるエイリアシング(aliasing)の現象である. 以下ではこのような帯域雑音には見られない相関を $\tau = 0$ の本来の相関と区別する意味で「エイリアシング相関」とよぶ.

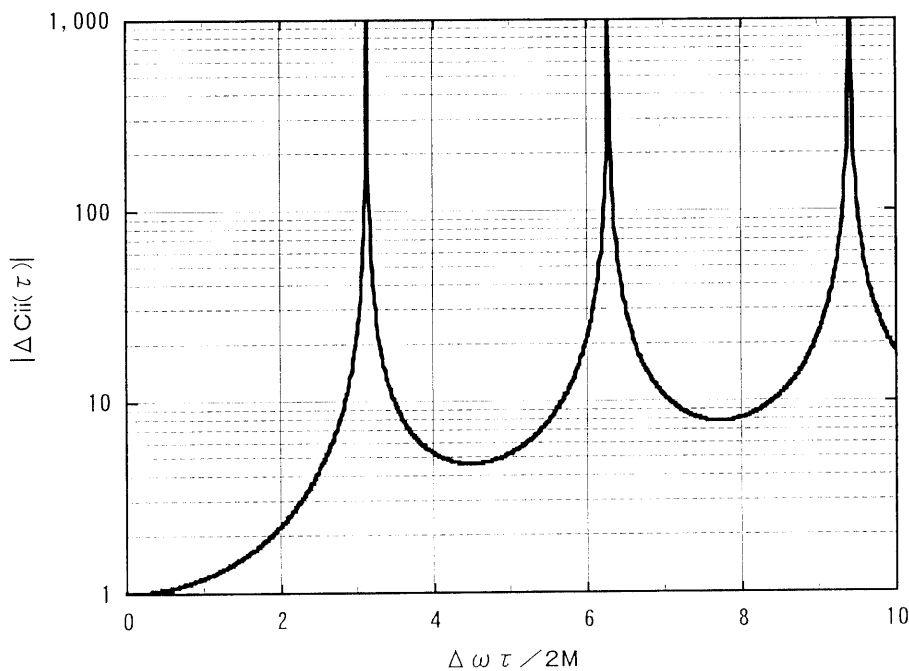


図 2-3-3. $C_{ii}^{M\cdot\Delta\omega}(\tau)$ による $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)$ の近似精度の検討

当然のことながら離散的に取り扱う場合にはサンプリング定理を考慮しなければならない。サンプリング定理によれば、周波数間隔 \hat{f} で離散的に求めることができるラグ時間の最大値 τ_{\max} は \hat{f} と以下の関係にある。エイリアシング相関は $\tau = \frac{nM}{\Delta f}$ で生じており、 τ_{\max} はエイリアシング相関が最初に生じるラグ時間の 1/2 である。

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2\hat{f}} = \frac{M}{2 \cdot \Delta f} \quad (2-3-8)$$

なお、 $\tau = \tau_{\max}$ のとき $\Delta C_{ii}(\tau) = \pi/2$ である。

(3) ケーススタディ

図 2-3-4 に示す 2 ケースについて、計算周波数の設定間隔が帯域雑音の音圧レベルに及ぼす影響を検討する。図で Q が音源、 P が観測点である。対象とした信号は中心周波数 500Hz の 1/1 オクターブ帯域雑音である。

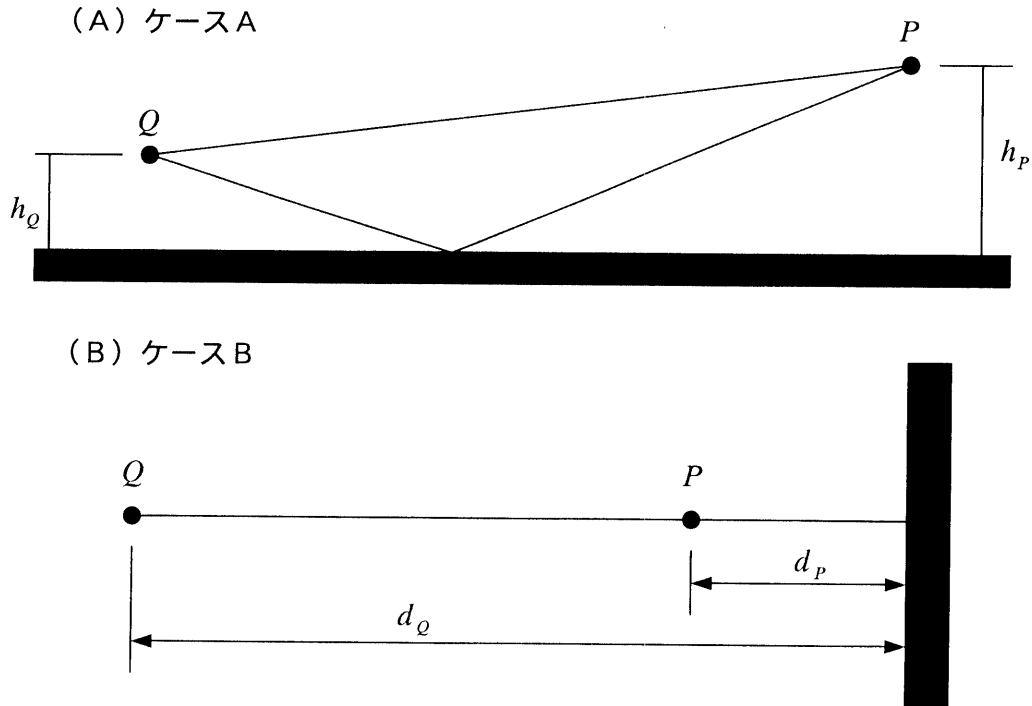


図 2-3-4. 帯域の分割数が計算値におよぼす影響を検討するための計算ケース

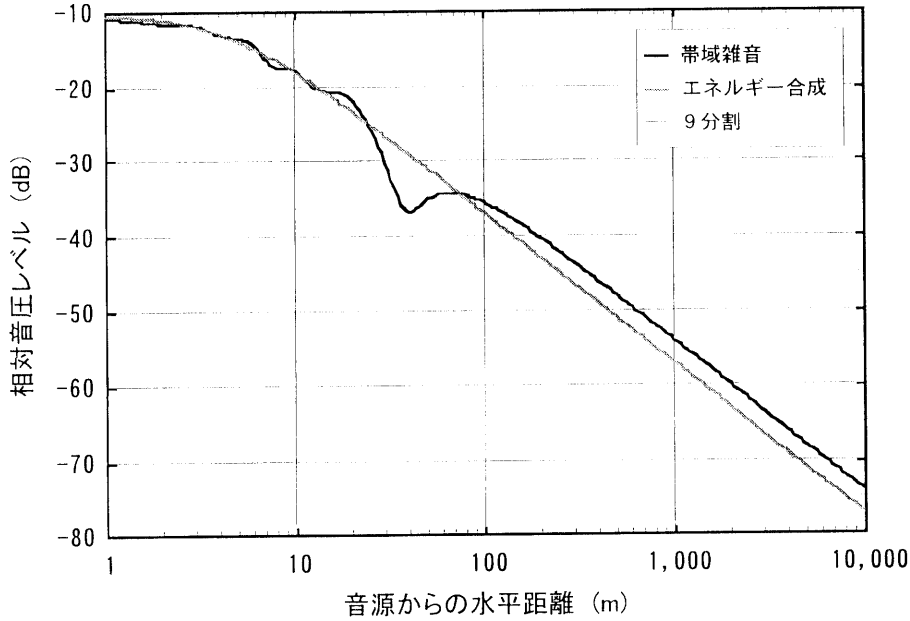
帯域雑音、エネルギー合成、帯域を等しい周波数間隔で 9 分割し中心周波数での計算値を合成した場合の 3 ケースを比較して図 2-3-5 および図 2-3-6 に示す。なお、式(2-3-8)より 9 分割で近似できるのは時間差が 12.7ms までとなる。

図 2-3-5 はケース A の計算結果である。

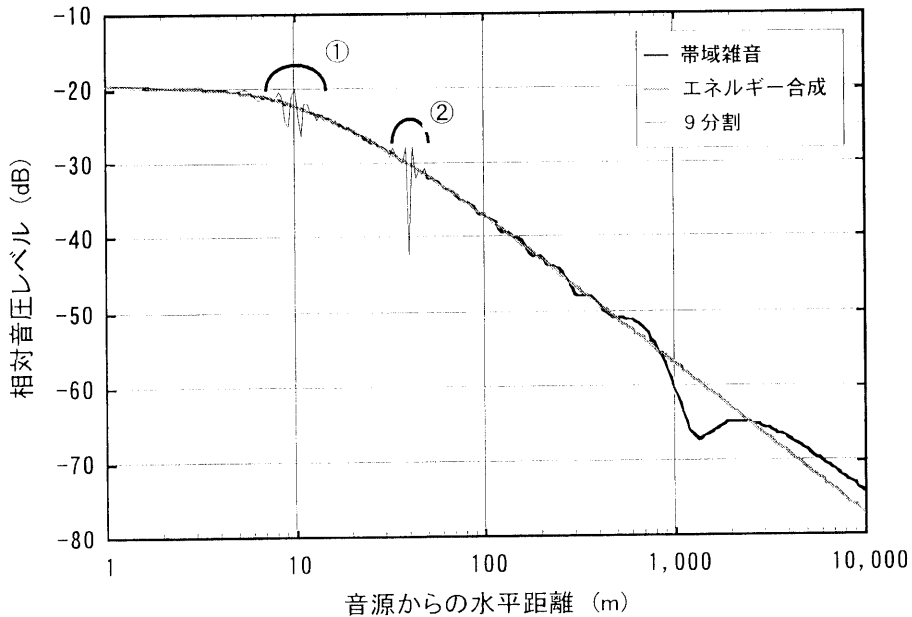
(a)は $h_Q = 5\text{m}$, $h_P = 1.2\text{m}$ の場合である。帯域雑音の計算結果と帯域を 9 分割した計算結果はよく一致している。図に示した範囲での直接波と反射波の時間差は最大で 6.8ms であり、こ

これは式(2-3-8)で求めた近似できる時間差の上限の約 1/2 以内である。

(b)は $h_q=20\text{m}$, $h_p=10\text{m}$ の場合である。観測点が 10m 付近の場合 (①) と 40m 付近の場合 (②) において誤差が見られ、その最大値は 12dB である。誤差が 1dB 以上となる時の直接波と反射波の時間差は、①では 50~53ms であり、また②では 22ms である。①は式(2-3-8)で求めた近似できる時間差の上限の 4 倍付近、②は 2 倍付近であり、エイリアシング相関が生じるラグ時間に対応している。



(a). ケース A ($h_q=5.0\text{m}$, $h_p=1.2\text{m}$)



(b). ケース A ($h_q=20.0\text{m}$, $h_p=10.0\text{m}$)

図 2-3-5. 帯域の分割数が帯域雑音の音圧レベルに及ぼす影響の検討例 (ケース A)
中心周波数 500Hz の 1 / 1 オクターブバンド

図 2-3-6 はケース B で $d_0=30\text{m}$ の計算結果である。図中の③の範囲で帯域雑音の計算値と帯域を 9 分割した計算値に差が見られ、差の最大値は 6dB である。1dB 以上の近似誤差が生じるのは観測点が 4~4.5m の範囲であり、そのときの直接波と反射波の時間差は 23~26ms である。これは式(2-3-8)で求めた近似できる時間差の上限の 2 倍前後に相当する。また剛壁からの水平距離が 9m と 13m 付近で不連続になっているが、この位置での直接波と反射波の時間差はそれぞれ 50ms と 75ms 程度であり、これは $2M/\Delta f$ および $3M/\Delta f$ の時間に相当する。これらはいずれもエイリアシング相関が生じるラグ時間に対応している。

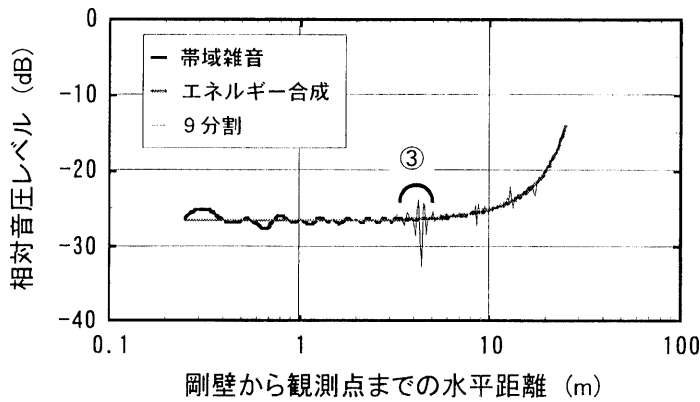


図 2-3-6. 帯域の分割数が帯域雑音の音圧レベルに及ぼす影響の検討例 (ケース B)
中心周波数 500Hz の 1 / 1 オクターブバンド, $d_0=30.0\text{m}$

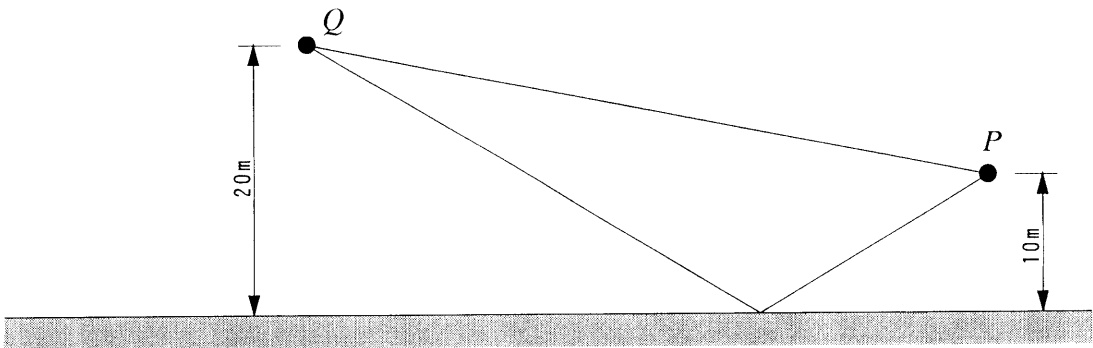
ところで、式(2-1-8)に示したように、2乗音圧は信号の自己相関関数の他に伝搬経路のインパルス応答 $h(\tau)$ にも関係する。インパルス応答の継続時間を Δt とすると、 $\tau=0\sim\Delta t$ の範囲で $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau) \approx C_{ii}^{M\cdot\Delta\omega}(\tau)$ と近似できる必要がある。

ここでは、中心周波数500Hzの1/1オクターブバンドを対象とし、図2-3-7の2つのケースについて検討する。なお、帯域の分割数は9分割と81分割であり、81分割したときの計算結果を基準とする。

〔ケースA〕平坦で均一な地表面上の場合（2経路の音波の和）

流れ抵抗推定値 σ が $75\text{kPa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ と $1250\text{kPa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ の2種類。

音源高さ $h_Q = 20\text{m}$ ，観測点高さ $h_P = 10\text{m}$ （図2-3-6の(b)に相当）。



〔ケースB〕遮音壁が設置された場合（4経路の音波の和）

観測点側地表面の流れ抵抗推定値 σ が $75\text{kPa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ と $1250\text{kPa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ の2種類。

音源側地面は剛とする。

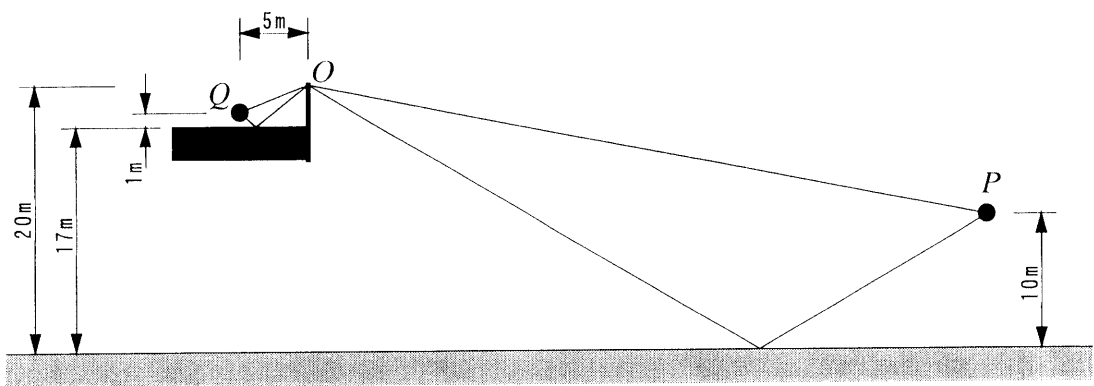


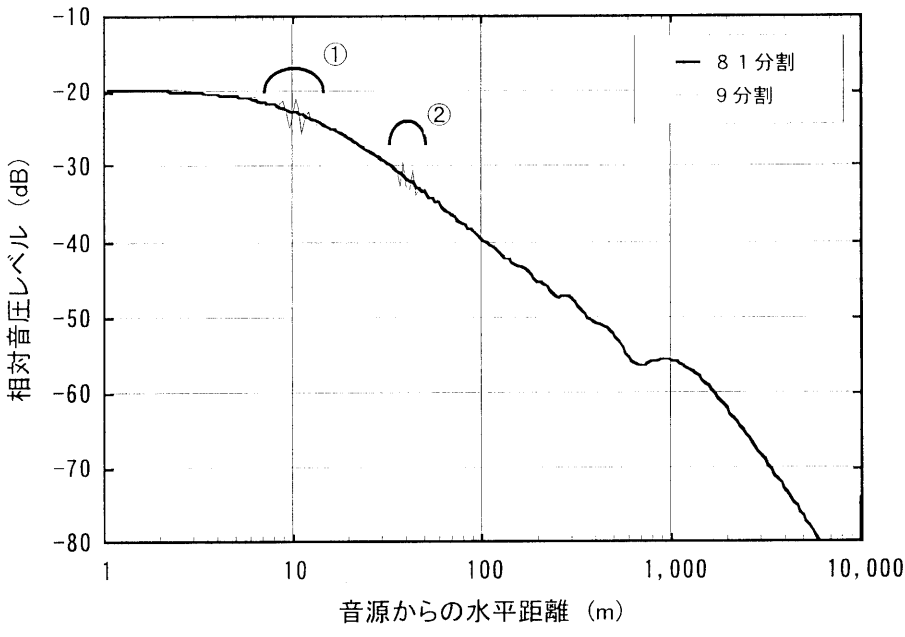
図2-3-7. 剛でない地表面上の騒音伝搬の計算ケース

インピーダンス境界の音圧反射係数は川井の漸近解を用い、境界面の音響インピーダンスは *Miki* の提案式を、回折の計算は *Kouyoumjian* の漸近解を用いた。なお、境界面の音圧反射係数と音響インピーダンスについては第 5 章で、回折の計算方法については第 4 章で述べるので、ここでは割愛する。

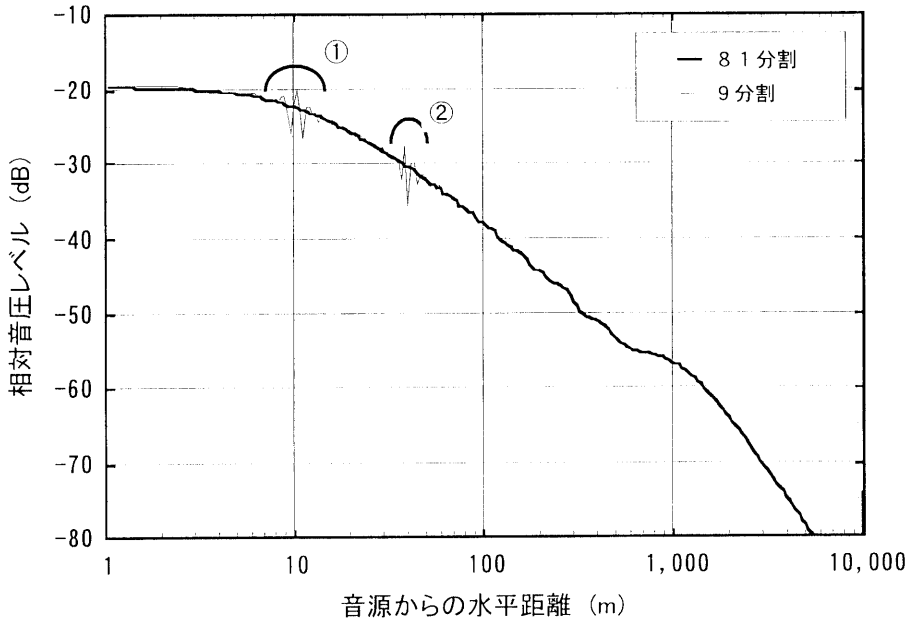
ケース A の計算結果を図 2-3-8 に示す。同様な配置で地表面が剛な場合の計算結果（図 2-3-6(b)）と同様に、9 分割した計算値には①と②の位置で誤差が生じている。誤差の最大値は $\sigma=75\text{kPa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ のケースで 2dB, $\sigma=1250\text{kPa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ のケースで 3dB であり、剛な反射面の場合よりも小さい。差が 1dB を超えるときの観測点の位置は、いずれの地表面性状の場合も①が 9~13m, ②が 35~45m である。また、このときの直接波と反射波の時間差は①が 47~53ms, ②が 23~28ms であり、剛な反射面上の場合とほぼ同じである。

ケース B の計算結果を図 2-3-9 に示す。①と②の位置に差が見られる。誤差が 1dB 以上となるのは、①が観測点が障壁から 7~13m 離れた場合であり、②が 30~50m 離れた場合である。図 2-3-6 において、 $Q \rightarrow O \rightarrow P$ と $Q \rightarrow O \rightarrow \text{地面} \rightarrow P$ の経路差はケース A と同じであるので、誤差もケース A と同様な位置に生じている。ただし、ケース B は伝搬経路が 4 経路であり 2 経路であるケース A に比べるとインパルス応答の継続時間は長くなる。このため誤差が生じる範囲が広がったと考えられる。一方、誤差の最大値は小さくなっており、これは 4 経路からの音波の干渉により誤差が平滑化されたものと考えられる。 $Q \rightarrow O \rightarrow P$ の経路を基準とした他の 3 経路の到達時間は、①で 47~58ms, ②で 22~35ms であり、いずれも式(2-3-8)の近似可能な上限値 τ_{\max} を上回っている。

以上より、帯域を M 個の周波数で近似する場合には、インパルス応答の継続時間あるいは伝搬経路の経路差に相当する時間差が式(2-3-8)で決まる τ_{\max} 以下となるように分割数 M を決める必要がある。

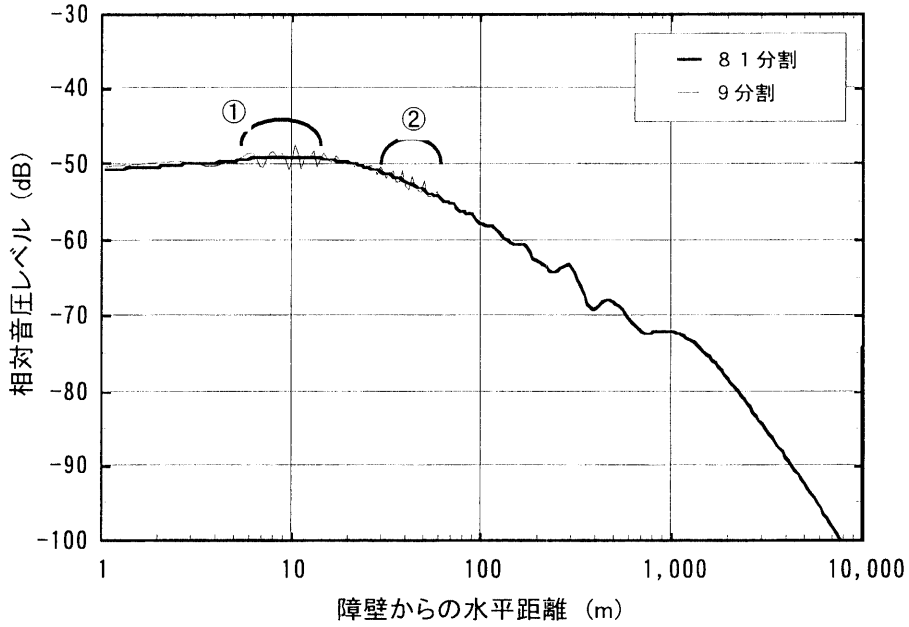


(a). $\sigma = 75 \text{ kPa} \cdot \text{s} / \text{m}^2$

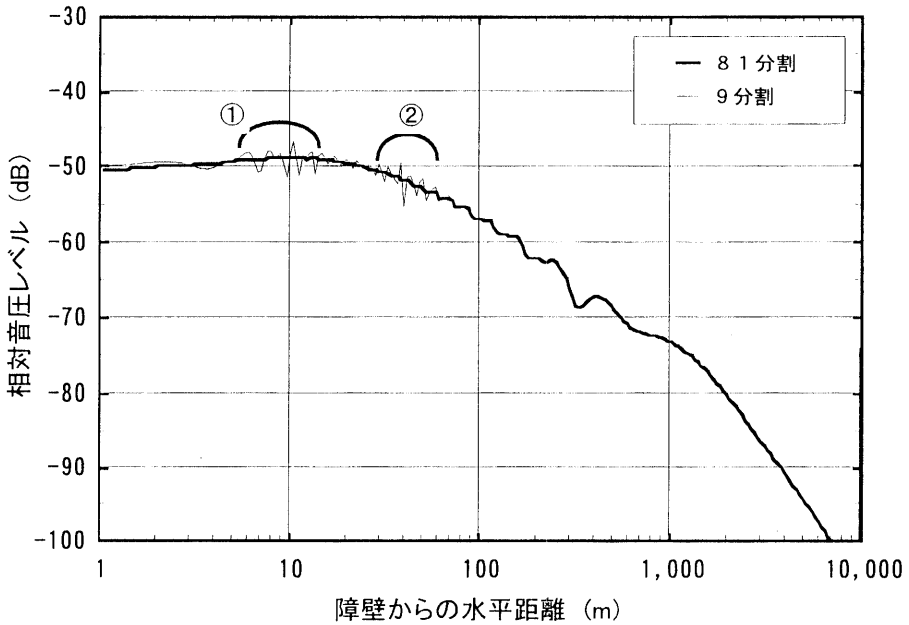


(b). $\sigma = 1250 \text{ kPa} \cdot \text{s} / \text{m}^2$

図 2-3-8. 有限なインピーダンス境界上の音圧レベルの計算結果 (ケースA)



(a). $\sigma=75\text{kPa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$



(b). $\sigma=1250\text{kPa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$

図 2-3-9. 障壁がある場合の音圧レベルの計算結果 (ケース B)

2. 3. 2 帯域を等比間隔に分割して計算した場合

(1) M個の周波数で近似したときの自己相関関数

帯域 $\omega_1 \sim \omega_2$ (帯域幅 $\Delta\omega$) を等比間隔に M 個の帯域に分割した場合を考える。

このときの個々の帯域の中心角周波数 $\omega_{0,m}$ ($m = 1 \sim M$) は以下のとおりである。

$$\omega_{0,m} = \omega_1 \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{\frac{2m-1}{2M}} \quad (2-3-9)$$

また下限角周波数 $\omega_{0,m}$, 上限角周波数 $\omega_{0,m}$, および帯域幅 $\Delta\omega_m$ は以下のとおりである。

$$\omega_{1,m} = \omega_1 \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{\frac{m-1}{M}} \quad (2-3-9) \quad \omega_{2,m} = \omega_1 \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{\frac{m}{M}} \quad (2-3-10)$$

$$\Delta\omega_m = \omega_{1,m} \cdot \left\{ \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{\frac{1}{M}} - 1 \right\} \quad (2-3-11)$$

$\omega_1 \sim \omega_2$ では分割した帯域のバンドレベルは一定とし, その自己相関関数 $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)$ を純音の自己相関関数 $C_{ii}(\omega; \tau)$ の無限級数として次式で表す。

$$\begin{aligned} C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau) &= 2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} C_{ii}(\omega; 0) \cos \omega \tau \, d\omega \\ &= 2 \cdot C_{ii}(0) \cdot \lim_{M \rightarrow \infty} \sum_{m=1}^M \Delta\omega_m \cos \omega_{0,m} \tau \\ &= 2\omega_1 \cdot C_{ii}(0) \cdot \lim_{M \rightarrow \infty} \left[\sum_{m=1}^M \left\{ \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{\frac{m}{M}} - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{\frac{m-1}{M}} \right\} \cdot \cos \left\{ \omega_1 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{\frac{2m-1}{2M}} \tau \right\} \right] \end{aligned} \quad (2-3-12)$$

ここで, $C_{ii}(\omega; 0) = C_{ii}(0)$ である。

分割した帯域の中心周波数 $\omega_{0,m}$ で計算した自己相関関数 $C_{ii}(\omega_{0,m}; \tau)$ を加算して自己相関関数 $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)$ を近似する。そのときの自己相関関数 $C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(\tau)$ は次式である。

$$C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(\tau) = 2\omega_1 \cdot C_{ii}(0) \cdot \sum_{m=1}^M \left\{ \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{\frac{m}{M}} - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{\frac{m-1}{M}} \right\} \cdot \cos \left\{ \omega_1 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^{\frac{2m-1}{2M}} \tau \right\} \quad (2-3-13)$$

式(2-3-13)により求めた自己相関係数 $C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(\tau) / C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(0)$ を図 2-3-10 に示す。対象とした帯域は中心周波数 500Hz の 1/1 オクターブバンドである。

帯域を等間隔に分割したときと同様，帯域雑音の自己相関係数 $C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(\tau)/C_{ii}^{\omega_1-\omega_2}(0)$ (図 2-3-1) には見られないエイリアシング相関が生じている．また，エイリアシング相関が生じ始めるまでのラグ時間は等間隔に分割したときに比べ短く，またそのラグ時間以上で連続している．

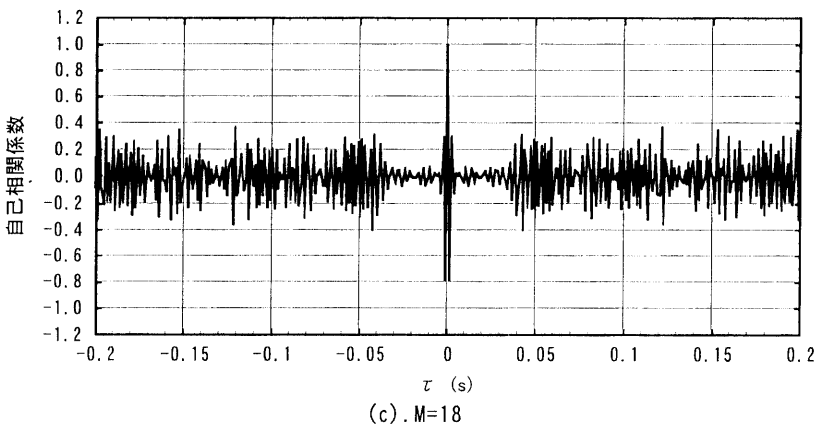
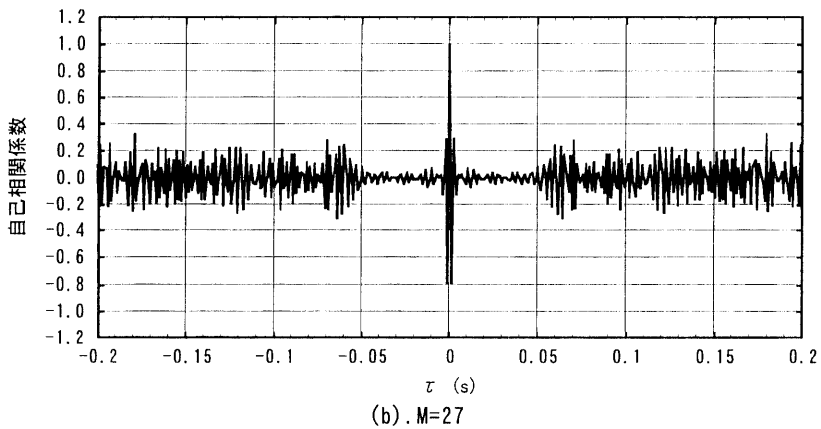
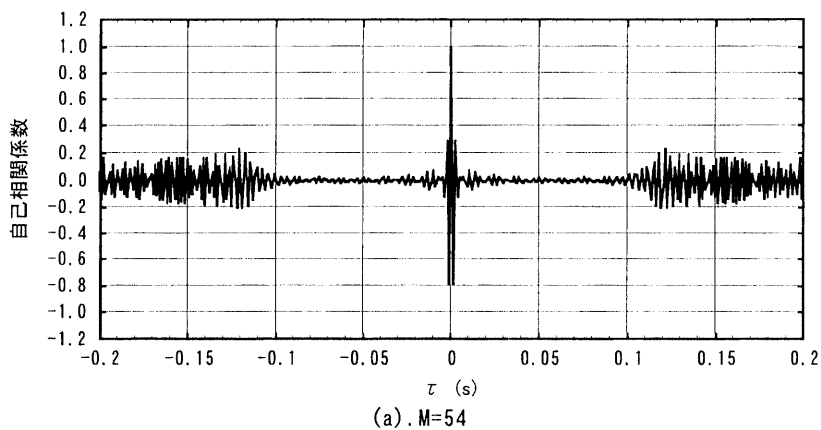


図 2-3-10(1). 1/M オクターブバンド中心周波数での計算値から求めた
 自己相関係数 $C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(\tau)/C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(0)$
 対象帯域：中心周波数 500Hz の 1/1 オクターブバンド

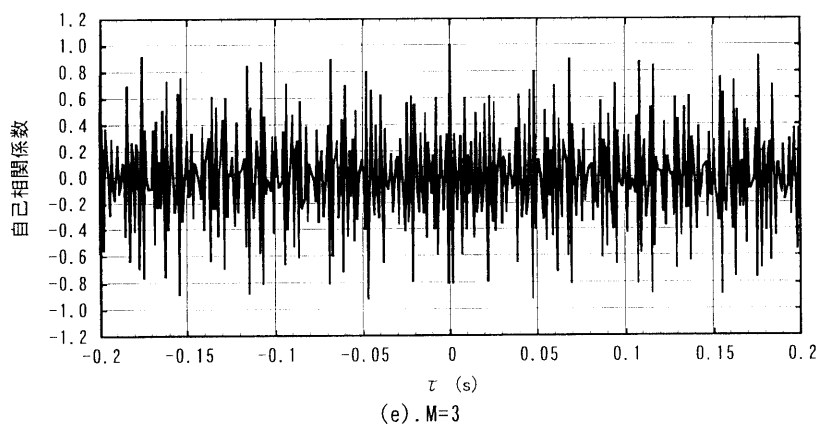
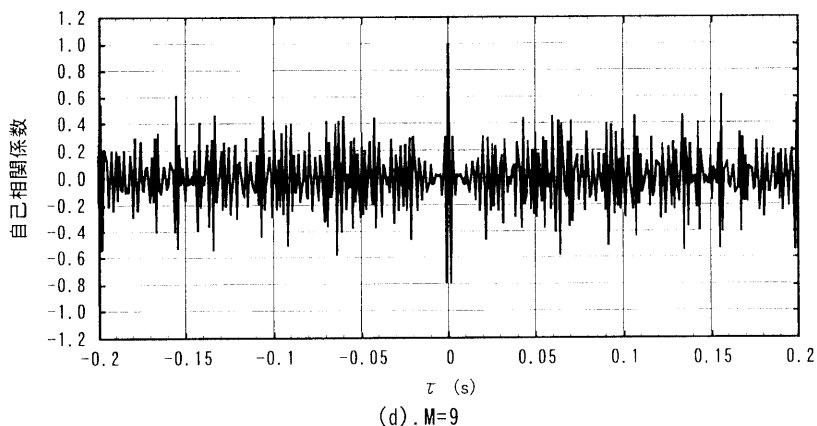


図 2-3-10(2). 1/M オクターブバンド中心周波数での計算値から求めた

$$\text{自己相関係数 } C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(\tau) / C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(0)$$

対象帯域：中心周波数 500Hz の 1/1 オクターブバンド

(2) M個の周波数で近似できる範囲

図 2-3-10 より、帯域を等比間隔で M 分割して求めた自己相関関数 $C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(\tau)$ にエイリアシング相関が生じはじめるラグ時間 τ はおおよそ以下のとおりである。表には等間隔で帯域を分割したときにエイリアシング相関が生じるラグ時間 ($\tau = M/\Delta f$) もあわせて示す。

等比間隔で分割したときにエイリアシング相関が生じはじめるラグ時間は等間隔で分割したときの約 2/3 程度である。

表 2-3-1. 分割数 M と $\Delta\tau$ の関係

M	エイリアシング相関が生じはじめるラグ時間 τ (s)	
	等比分割	等分割
54	0.11	0.153
27	0.05	0.076
18	0.03	0.051
9	0.015	0.025

(3) ケーススタディ

剛な境界面での反射が考えられる場合の音圧レベルを計算した。対象とした信号は中心周波数 500Hz の 1/1 オクターブバンドである。

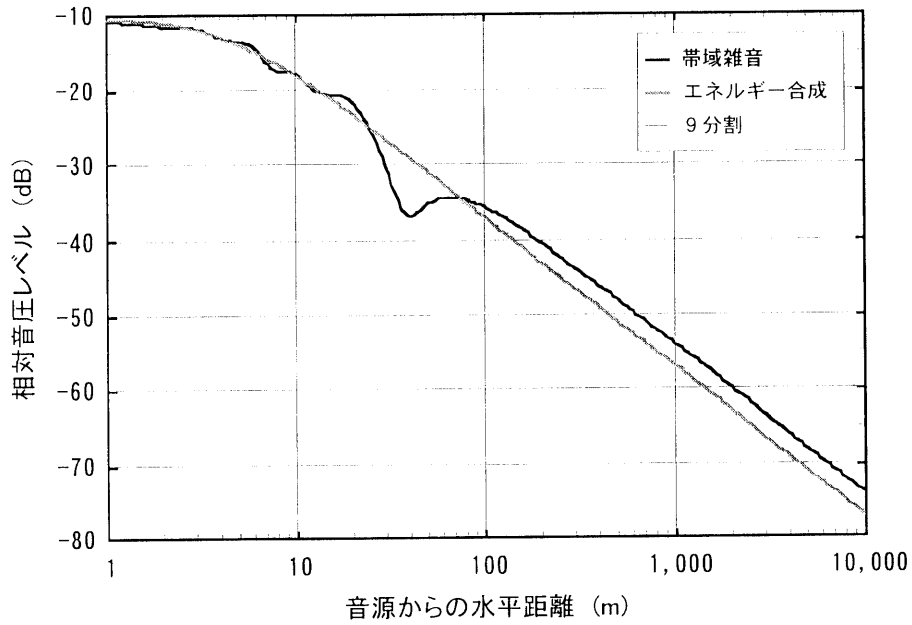
計算ケースは、図 2-3-3 に示したとおりである。

帯域雑音、エネルギー合成、帯域を等比間隔で 9 分割して計算した結果を図 2-3-11 に示す。なお、等間隔で計算周波数を設定した場合には、9 分割で近似できるのは時間差が 12.7ms までである。

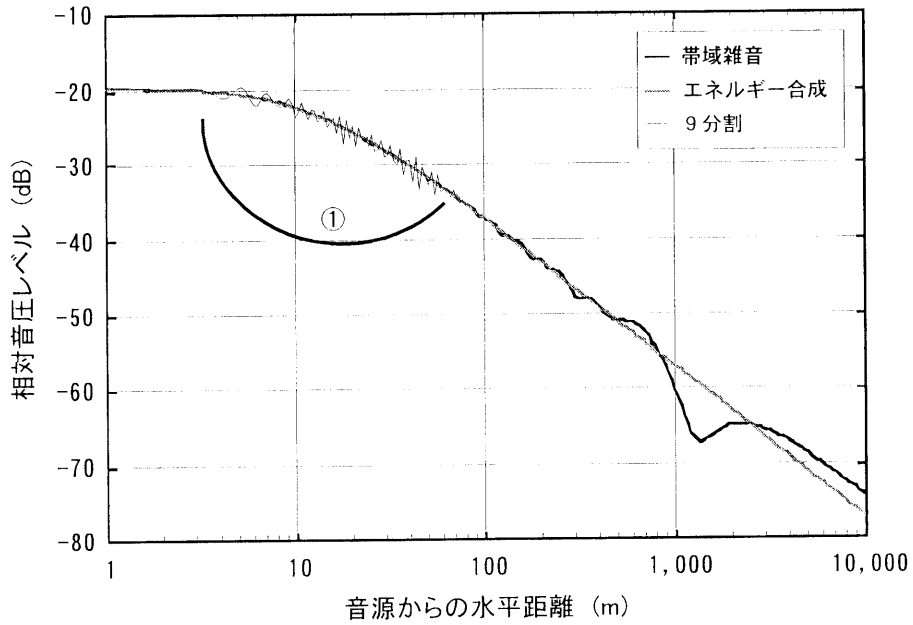
図 2-3-11 はケース A の計算結果である。

(a)は $h_Q=5\text{m}$, $h_P=1.2\text{m}$ の場合である。帯域雑音の計算結果と帯域を 9 分割した計算結果はよく一致している。また図 2-3-3(a)と比較しても等間隔に分割した場合との差はほとんどない。図に示した範囲での直接波と反射波の時間差は最大で 6.8ms であり、これは等間隔で分割した場合の近似できる時間差の上限以下である。

(b)は $h_Q=20\text{m}$, $h_P=10\text{m}$ の場合である。図中の①の範囲で帯域雑音の計算値との差が見られる。①の範囲で 1dB 以上の差が生じるのは観測点が 4~55m の範囲であり、この場合の直接波と反射波の時間差は 20~57ms である。これは等間隔で分割した場合の近似できる時間差の上限を超えている。等間隔に分割した場合に比べ、音源に近い位置から差が生じている。また誤差が生じる範囲が広くなると共に、誤差の最大値は等間隔に分割した場合よりも小さくなっている。



(a). ケースA ($h_0=5.0\text{m}$, $h_p=1.2\text{m}$)



(b). ケースA ($h_0=20.0\text{m}$, $h_p=10.0\text{m}$)

図 2-3-11. 帯域の分割数が帯域雑音の音圧レベルに及ぼす影響の検討例 (ケースA)
中心周波数 500Hz の 1 / 1 オクターブバンド

図 2-3-12 はケース B において $d_0 = 30\text{m}$ の場合である。図中の②の範囲で帯域雑音の計算値と帯域を 9 分割した計算値に差が見られる。②での直接波と反射波の時間差は 17ms 以上で、等間隔で分割した場合の近似できる時間差の上限を超えている。帯域雑音の計算値との差の最大値は約 3dB であり、等間隔に分割したときの最大値 6dB に比べると小さい。

ケース A と同様、等比間隔で分割した場合には等間隔で分割した場合よりも短い時間差から誤差が生じ、その範囲も広くなるが、誤差の最大値は小さくなる傾向にある。

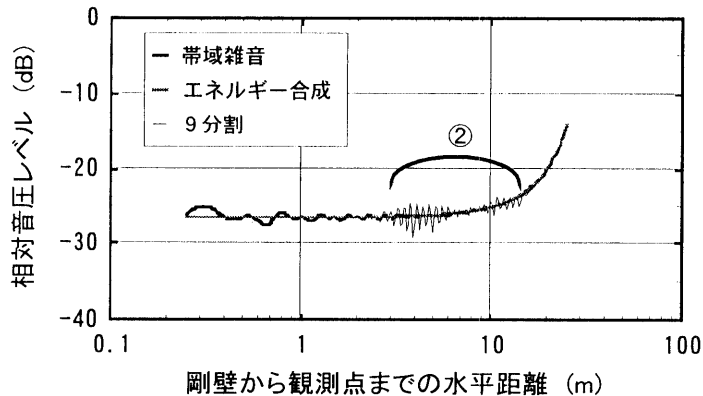
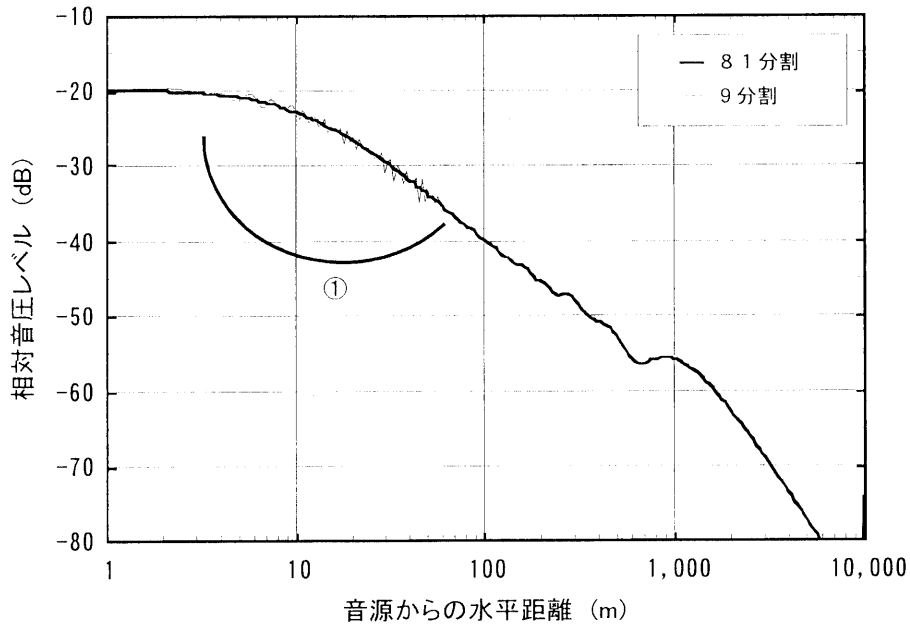


図 2-3-12. 帯域の分割数が帯域雑音の音圧レベルに及ぼす影響の検討例（ケース B）
中心周波数 500Hz の 1 / 1 オクターブバンド， $d_0 = 30.0\text{m}$

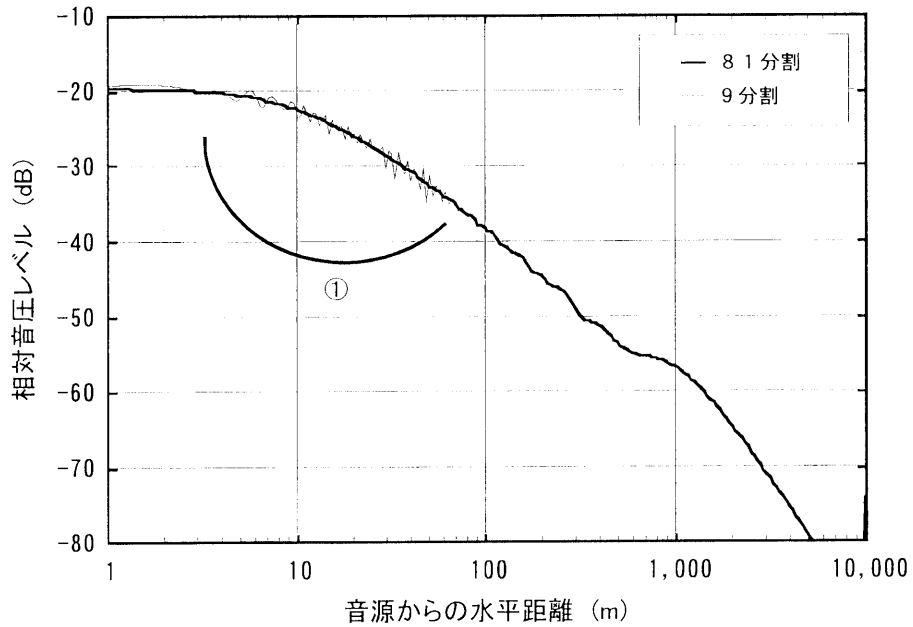
インパルス応答が有限な時間幅をもつ図 2-3-6 のケースについて検討する。

中心周波数 500Hz の 1/1 オクターブバンドを対象とし、帯域の分割数は 9 分割と 81 分割とし、81 分割したときの計算結果を基準とする。

図 2-3-6 のケース A の計算結果を図 2-3-13 に示す。同様な配置で地表面が剛な場合の計算結果（図 2-3-11(b)）と同様に、9 分割した計算値には①の位置で誤差が生じている。誤差の最大値は 3dB で、剛な地表面の場合よりも小さい。



(a). $\sigma = 75 \text{ kPa} \cdot \text{s/m}^2$



(b). $\sigma = 1250 \text{ kPa} \cdot \text{s/m}^2$

図 2-3-13. 有限なインピーダンス境界上の音圧レベルの計算結果 (ケース A)

図 2-3-6 のケース B の計算結果を図 2-3-14 に示す。図 2-3-6 で $Q \rightarrow O \rightarrow P$ と $Q \rightarrow O \rightarrow$ 地面 $\rightarrow P$ の経路差はケース A と同じであるので、ケース A と同様な位置に 9 分割した計算値には誤差が見られる (①)。また、伝搬経路が 2 経路であるケース A に比べると、誤差が生じる範囲が広がり、また誤差の最大値は小さくなっている。

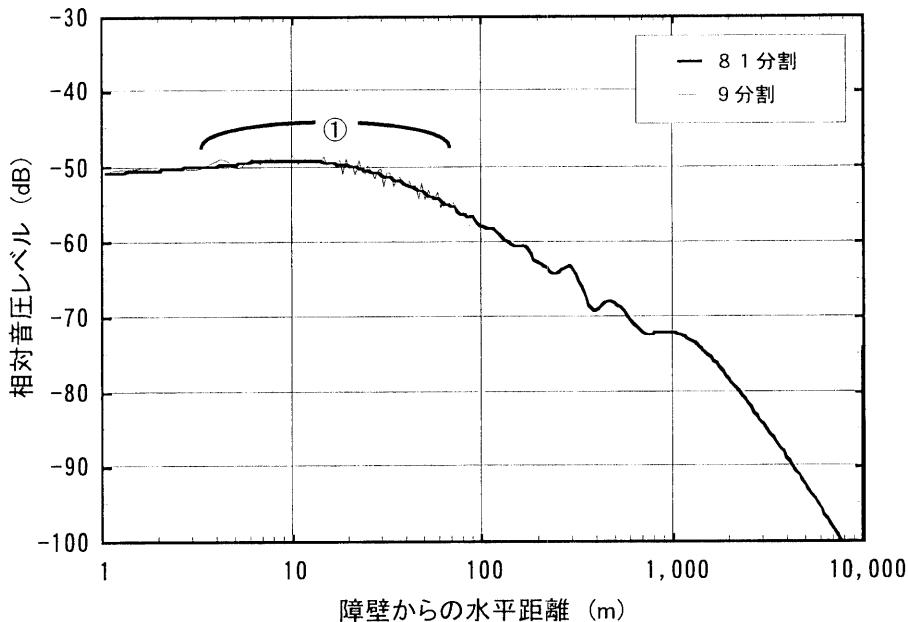
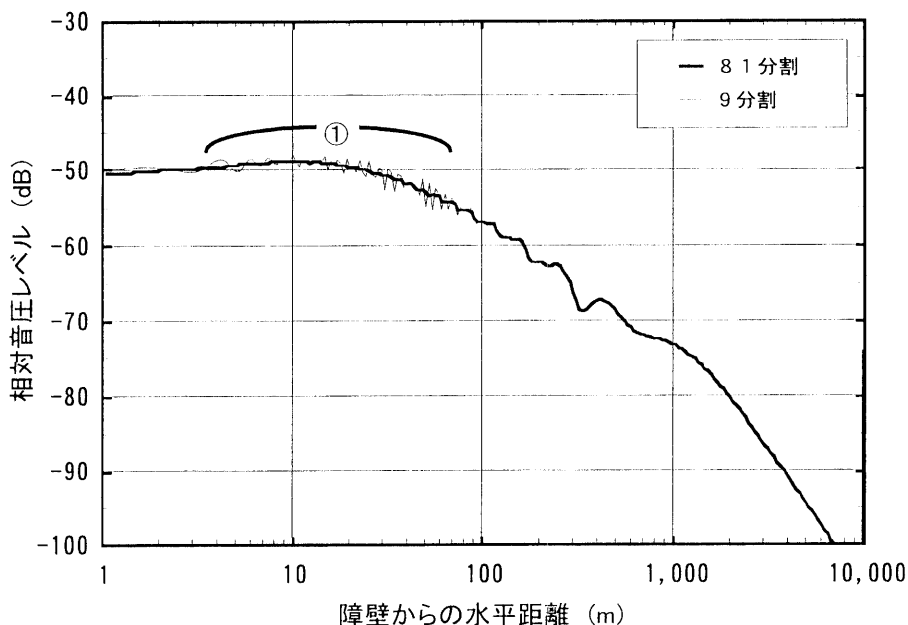
(a). $\sigma = 75 \text{ kPa} \cdot \text{s} / \text{m}^2$ (b). $\sigma = 1250 \text{ kPa} \cdot \text{s} / \text{m}^2$

図 2-3-14. 障壁がある場合の音圧レベルの計算結果 (ケース B)

2. 3. 4 道路交通騒音を対象とした検討

(1) M個の周波数で近似したときの自己相関関数

式(2-1-20)に示す道路交通騒音のスペクトルを有する信号に A 特性補正した信号を対象とする。周波数帯域は 1/1 オクターブバンド中心周波数で 63~4kHz の 7 オクターブバンドとする。なお、周波数帯域幅 Δf は 5612Hz である。

a. 帯域を等間隔に分割したとき

周波数帯域を等間隔に M 個に分割して計算した道路交通騒音の自己相関係数の計算例を図 2-3-15 に示す。なお、図は 0.125ms 間隔に離散的に求めた計算値である。帯域雑音の計算結果と同様に、(b)~(d)の計算結果には 0.1Hz 間隔での計算により求めた(a)の結果にはみられない強いエイリアシング相関が生じており、分割数 M が小さいほどエイリアシング相関が生じる時間間隔も短い。またエイリアシング相関の発生周期は $M/\Delta f$ (s) である。

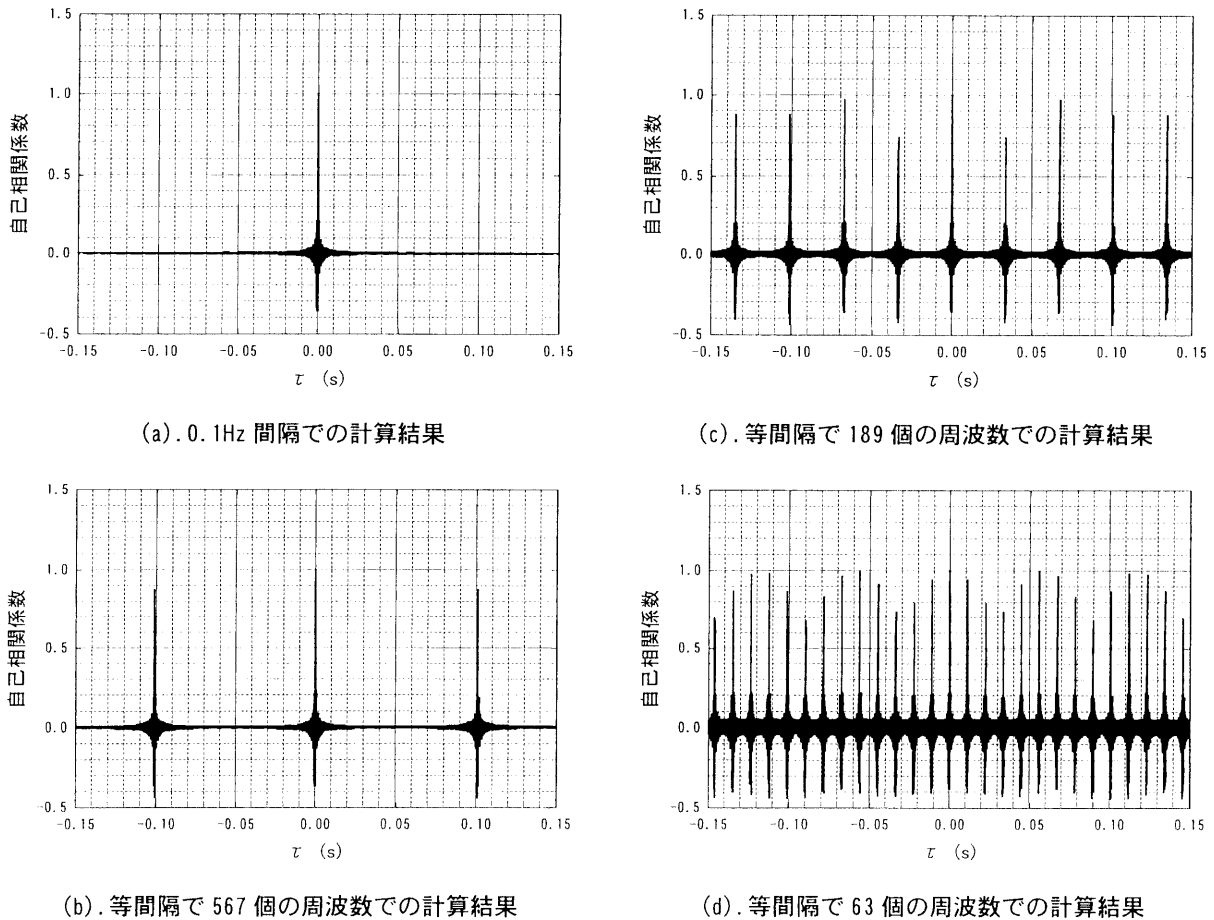
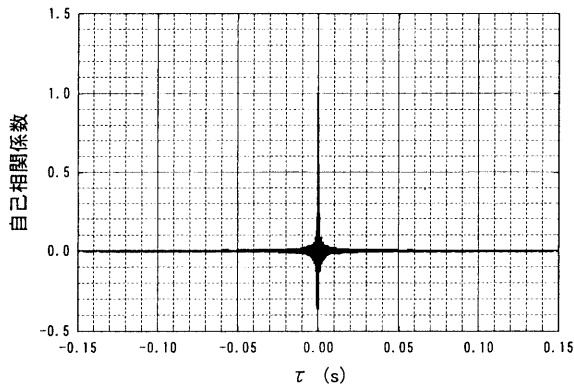


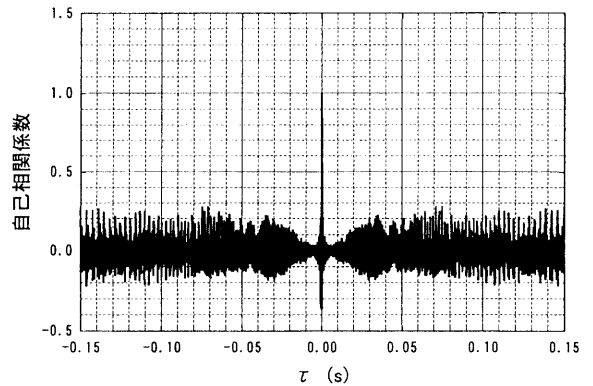
図 2-3-15. 帯域を等間隔に分割したときの道路交通騒音の自己相関係数 $C_{ii}^{M \cdot \Delta \omega}(\tau) / C_{ii}^{M \cdot \Delta \omega}(0)$

b. 帯域を等比間隔に分割したとき

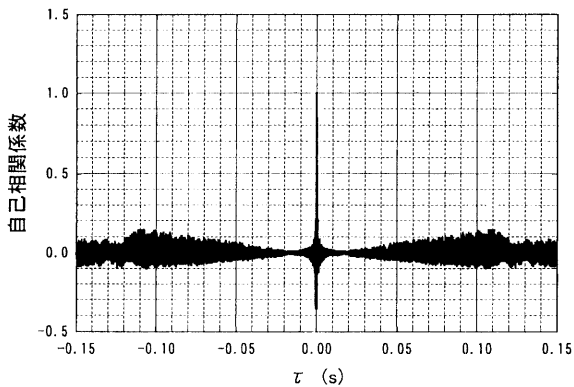
周波数帯域を等比間隔に M 個の帯域に分割しその中心周波数で計算した道路交通騒音の自己相関係数の計算例を図 2-3-16 に示す. なお, 図は 0.125ms 間隔に離散的に求めた計算値である. 帯域雑音の計算結果と同様に, (b)~(d)の計算結果には, 0.1Hz 間隔での計算により求めた(a)の結果にはみられないエイリアシング相関が生じている. エイリアシング相関が生じ始めるラグ時間は等間隔に分割した場合よりも短く, またエイリアシング相関の強さの最大値は等間隔に分割した場合よりも小さい.



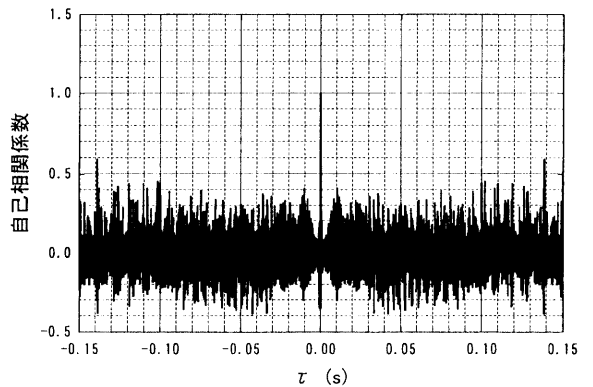
(a). 0.1Hz 間隔での計算結果



(c). 1/27 オクターブバンド中心周波数での計算結果
M=189



(b). 1/81 オクターブバンド中心周波数での計算結果
M=567



(d). 1/9 オクターブバンド中心周波数での計算結果
M=63

図 2-3-16. 等比間隔に M 個に分割した帯域の中心周波数での道路交通騒音の自己相関係数

$$C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(\tau) / C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(0)$$

(2) オールパス音圧レベル算出のための計算周波数の検討

これまでの検討で、周波数帯域を等間隔に分割した方が等比間隔に分割したよりも広いラゲ時間の範囲において自己相関係数を近似できることがわかった。またエイリアシング関連の強さは等比間隔に分割した方が等間隔に分割するよりも小さいことがわかった。

ここで、剛で無限大平面上のオールパス音圧レベルの算出について考える。2つの伝搬経路から音波が到達することから、式(2-1-11)より2乗音圧は次式で与えられる

$$E\left[|p_{out, BB}(t)|^2\right] = C_{ii}^{BB}(0) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} |h_1(\eta)|^2 d\eta + \int_{-\infty}^{\infty} |h_2(\eta)|^2 d\eta \right\} + 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\eta) \cdot h_2^*(\zeta) \cdot C_{ii}^{BB}(\eta - \zeta) d\eta d\zeta \quad (2-3-14)$$

ここで、 $h_n(\tau) = \frac{\delta(\tau - R_n/c)}{R_n}$ より、

$$E\left[|p_{out, BB}(t)|^2\right] = C_{ii}^{BB}(0) \left\{ \frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right\} + C_{ii}^{BB}\left(\frac{R_1 - R_2}{c}\right) \cdot \frac{2}{R_1 R_2} \quad (2-3-15)$$

である。いま自乗項である第1項と干渉を表す相互項である第2項の比を ΔE とし、次式で定義する。

$$\Delta E = \frac{C_{ii}^{BB}\left(\frac{R_1 - R_2}{c}\right)}{C_{ii}^{BB}(0)} \cdot \frac{\frac{2}{R_1 R_2}}{\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2}} \quad (2-3-16)$$

このとき相加平均と相乗平均の関係より以下の関係が成り立つ。

$$|\Delta E| \leq \frac{\left| C_{ii}^{BB}\left(\frac{R_1 - R_2}{c}\right) \right|}{C_{ii}^{BB}(0)} \quad (2-3-17)$$

同様に、 $C_{ii}^{BB}(\tau)$ の代わりに M 個の計算周波数での計算値から近似的に求めた自己相関関数 $C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(\tau)$ を用い、このときの ΔE を ΔE_a とする。

$$|\Delta E_a| \leq \frac{\left| C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}\left(\frac{R_1 - R_2}{c}\right) \right|}{C_{ii}^{M \cdot \Delta\omega}(0)} \quad (2-3-18)$$

図 2-3-15 あるいは図 2-3-16 の(a) において、 $\frac{C_{ii}^{BB}(\tau)}{C_{ii}^{BB}(0)} \approx 0$ ($\Delta E \approx 0$) となる $|\tau| > 0.01$ の範囲

について考える。

対象とする信号は、式(2-1-20)の道路交通騒音のスペクトルを有する信号に A 特性補正した信号とする。周波数帯域は 1/1 オクターブバンド中心周波数で 63~4kHz の 7 オクターブバンドで、周波数帯域幅 Δf は 5612Hz である。0.1ms 間隔に $C_{ii}^{M \cdot \Delta \omega}(\tau)$ を求め、 $|\tau|$ がある範囲内のときの $C_{ii}^{M \cdot \Delta \omega}(\tau)$ の最大値と最小値を表 2-3-2 に示す。

計算周波数を等間隔に設定する場合には、式(2-3-8)に示すサンプリング定理を満足する必要がある、表 2-3-2 に示す ΔE_a の最大・最小値は全てサンプリング定理より求まる最大ラグ時間 τ_{\max} よりも τ が大きくなるときに生じている。

一方、計算周波数を等比間隔に設定する場合には、計算周波数の数 M が大きくなるにつれて ΔE_a の範囲も小さくなる傾向にある。また ΔE_a の範囲も等間隔に設定したときに比べると小さい。

表 2-3-2. $|\tau| > 0.01$ のラグ時間において ΔE_a がとりうる範囲

分割方法	考慮する $ \tau $ の最大 値(s)	ΔE_a			
		$M=567$ (1/81Oct.)	$M=189$ (1/27Oct.)	$M=126$ (1/18Oct.)	$M=63$ (1/9Oct.)
等間隔	0.15	-0.404~+0.871	-0.436~+0.971	-0.861~+0.997	-0.450~+0.997
	0.5	-0.543~+0.948	-0.592~+0.980	-0.922~+0.997	-0.605~+0.997
	1.0	-0.829~+0.948	-0.881~+0.980	-0.922~+0.997	-0.901~+0.997
	3.0	-1.000~+0.999	-1.000~+0.999	-0.929~+1.000	-1.000~+0.999
等比間隔	0.15	-0.097~+0.149	-0.215~+0.283	-0.350~+0.346	-0.398~+0.568
	0.5	-0.142~+0.149	-0.271~+0.283	-0.350~+0.432	-0.438~+0.568
	1.0	-0.142~+0.156	-0.296~+0.321	-0.356~+0.455	-0.438~+0.579
	3.0	-0.203~+0.176	-0.337~+0.361	-0.366~+0.455	-0.468~+0.659

M 個の周波数で代表させて計算したことが音圧レベルに及ぼす誤差 ΔL は次式で与えられ、おおよそ表 2-3-3 に示すとおりである。

$$\Delta L \leq 10 \cdot \log_{10}(1 + \Delta E_a) \quad (2-3-19)$$

$C_{ii}^{M \cdot \Delta \omega}(\tau)$ は 0.1ms 間隔に求めているが、十分細かく求めれば計算周波数を等間隔に設定し、サンプリング定理を満足しない場合には ΔE_a は -1.0~+1.0 の値となる。したがって、誤差 ΔL は $-\infty \sim +3.01$ (dB) となる。

一方、計算周波数を等比間隔に設定した場合を考えると、誤差 ΔL は、対象とする τ が $|\tau| \leq 1.0$ の場合で、 $M=63$ で -2.5~+2.0(dB) , $M=126$ で -1.9~+1.6(dB) , $M=189$ で -1.5~+1.2(dB) となる。

したがって、平坦な地表面上の伝搬のように直接波と反射波の時間差が特定できる場合は、サンプリング定理 (式(2-3-8)) を満足するように等間隔で計算周波数を設定する方が望ましい。しかし半地下道路からの騒音伝搬や高架裏面反射音のように多重反射が生じインパルス

応答の継続時間が長くなるときには、等間隔で計算周波数を設定すると非常に多数の周波数で計算する必要がある。このような場合には等比間隔で設定する方が誤差は小さく抑えられる。

表 2-3-3. M 個の代表周波数での計算が音圧レベルに及ぼす誤差

分割方法	考慮する $ t $ の最大 値(s)	ΔL (dB)			
		$M=567$ (1/81Oct.)	$M=189$ (1/27Oct.)	$M=126$ (1/18Oct.)	$M=63$ (1/9Oct.)
等間隔	0.15	-2.25~+2.72	-2.49~+2.95	-8.57~+3.00	-2.59~+3.00
	0.5	-3.40~+2.90	-3.89~+2.97	-11.08~+3.00	-4.04~+3.00
	1.0	-7.66~+2.90	-9.25~+2.97	-11.08~+3.00	-10.05~+3.00
	3.0	-37.17~+3.01	-37.17~+3.01	-11.46~+3.01	-37.17~+3.01
等比間隔	0.15	-0.44~+0.60	-1.05~+1.08	-1.87~+1.29	-2.21~+1.95
	0.5	-0.66~+0.60	-1.38~+1.08	-1.87~+1.56	-2.51~+1.95
	1.0	-0.66~+0.63	-1.52~+1.21	-1.91~+1.63	-2.51~+1.98
	3.0	-0.99~+0.70	-1.78~+1.34	-1.98~+1.63	-2.74~+2.20

2. 4 音源の大きさの影響

2. 4. 1 既往の研究

騒音予測では音源を点音源、線音源、面音源のいずれかで設定する。また線音源や面音源の場合にはそれらの音源を微小な点音源の集まりとし、各々の点音源はランダム位相で非干渉性と考えてエネルギー合成する。

図 2-4-1 に示す矩形面音源 S と観測点 P を考える。次式は矩形面音源からの伝搬計算式である [2-7]。

$$E = \frac{W}{2\pi c} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{dxdy}{d^2 + x^2 + y^2} \quad (2-4-1)$$

ここで、 W は単位面積当たりの音響出力である。

Maekawa [2-8] は式(2-4-1)の面積分について計算チャートを示している。また高木 [2-9] は式(2-4-1)を近似し誤差がほぼ 2dB 以内の近似式を報告している。さらに、松井は面音源がインピーダンス境界にある場合の伝搬について、面音源を点音源の集合とし、各点音源からの伝搬を波動解を用いて計算し、ランダム性を仮定して合成する予測式を報告している [2-10]。

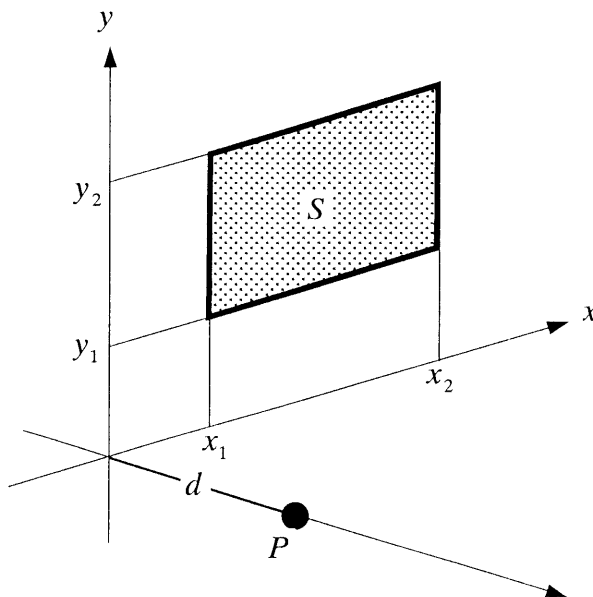


図 2-4-1. 矩形上面音源からの騒音伝搬

これらの研究は、いずれも面音源をランダム位相点音源の集合として扱っている。しかし、もっとも相関が小さい拡散場を考えても近接した 2 点間には相関があり [2-2]、2 点間の距離が十分離れたときに無相関となる。

板振動による音響放射を考え、板を面音源と仮定すると、板のあらゆる方向に均等に振動が伝搬している場合がもっとも板上の2点間の振動の相関が小さい。また建物の窓のような開口からの音響放射を考え、開口を面音源と仮定すると、開口にあらゆる方向から均等に音波が入射するときが開口面の2点間の相関はもっとも小さい。すなわち、ランダム位相点音源の集合としての面音源は現実にはありえず、それに最も近いのが拡散場である。

本節では、拡散場の相互相関を有する面音源からの音響伝搬について検討し、ランダム位相点音源の集合である非干渉性面音源との比較を行い、面音源内の相互相関が伝搬におよぼす影響を検討する。

2. 4. 2 拡散場中の2点間の相互相関関数 [2-2]

(1) 2次元拡散場

図2-4-2に示すように、平面内に P_n と P_m の2点を考え、2点の間隔を D とし、平面波 $p(t)$ が入射する場合を考える。 P_n と P_m を結ぶ軸と波面が成す角度を θ とすると、 P_n と P_m に平面波が到達する時間差 Δt は、音速を c とすれば以下のとおりである。

$$\Delta t = \frac{D \cdot \sin \theta}{c} \tag{2-4-2}$$

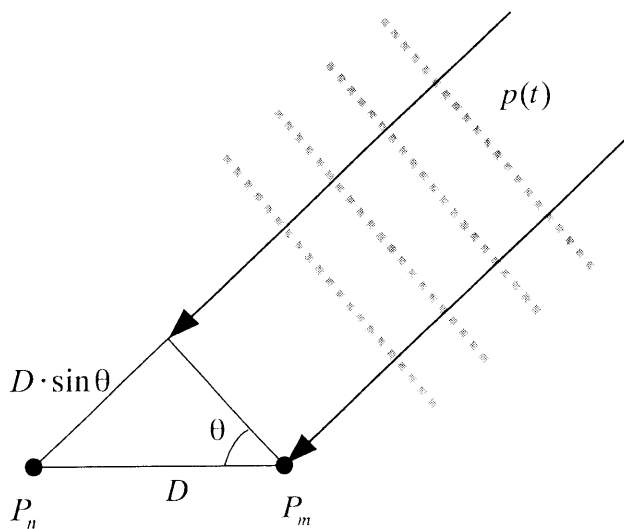


図 2-4-1. 2次元空間での平面波の入射

P_n と P_m に入射する平面波を $p_n(t)$ および $p_m(t)$ とすれば、

$$p_m(t) = p_n(t + \Delta t) \tag{2-4-3}$$

であり、したがって、 $p_n(t)$ と $p_m(t)$ の相互相関関数 $C_{n,m}(\tau)$ は、

$$\begin{aligned}
C_{n,m}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} p_n(t) \cdot p_m^*(t + \tau) dt \\
&= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} p_n(t) \cdot p_n^*\left(t + \frac{D \sin \theta}{c} + \tau\right) dt \\
&= C_{ii}\left(\tau + \frac{D \sin \theta}{c}\right)
\end{aligned} \tag{2-4-4}$$

となる。ここで、 $C_{ii}(\tau)$ は入射波の自己相関関数である。

また、 $p(t) = Ae^{i\omega t}$ とすると、以下のようにも表せる。

$$\begin{aligned}
C_{n,m}(\tau) &= e^{ikD \sin \theta} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} A^2 e^{i\omega t} e^{-i\omega(t+\tau)} dt \\
&= C_{ii}(\tau) \cdot e^{ikD \sin \theta}
\end{aligned} \tag{2-4-5}$$

あらゆる方向から平面波が均一に入射するとし、 $\theta = 0 \sim 2\pi$ の範囲で上式の平均をとる。

この相互相関関数の平均を $\overline{C_{n,m}(\tau)}$ とすると、

$$\begin{aligned}
\overline{C_{n,m}(\tau)} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C_{n,m}(\tau) d\theta \\
&= \frac{C_{ii}(\tau)}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \{\cos(kD \sin \theta) + i \sin(kD \sin \theta)\} d\theta \\
&= \frac{2C_{ii}(\tau)}{\pi} \cdot \int_0^{\pi/2} \cos(kD \sin \theta) d\theta \\
&= C_{ii}(\tau) \cdot J_0(kD)
\end{aligned} \tag{2-4-6}$$

となる。ここで $J_0(z)$ は 0 次 Bessel 関数である。

$\overline{C_{n,m}(\tau)}$ を $C_{ii}(\tau)$ で基準化した値を図 2-4-3 に示す。 $kD=1.5$ で $\overline{C_{n,m}(\tau)}/C_{ii}(\tau)$ は 0.5 であり、

kD が大きくなるにつれて振動しながら 0 に漸近する。

なお入射波が白色雑音の場合には $\overline{C_{n,m}(\tau)} = C_{ii}(0) \cdot \delta(\tau D)$ となり、このときのみ非干渉性

面音源となる。

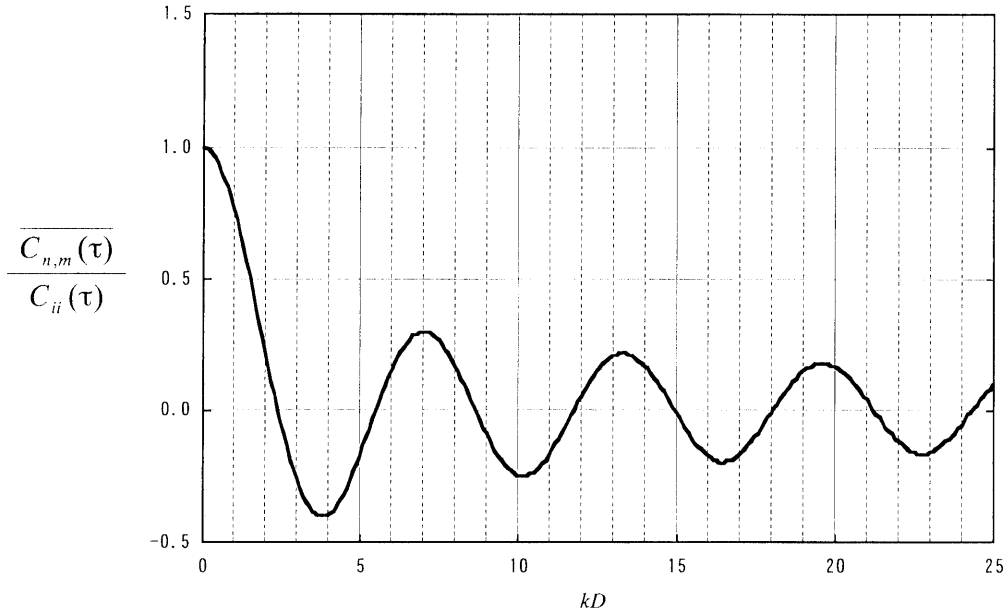


図 2-4-3. 2次元拡散場での2点間の相互相関

(2) 3次元拡散場

図 2-4-4 に示すように、3次元空間に P_n と P_m の2点を考え、2点の間隔を D とし、平面波 $p(t)$ が入射する場合を考える。 P_n と P_m を結ぶ軸を z 軸とし、波面の入射方向を (θ, φ) とする。 P_n と P_m に平面波が到達する時間差 Δt は、音速を c とすれば以下のとおりである。

$$\Delta t = \frac{D \cdot \cos \theta}{c} \tag{2-4-7}$$

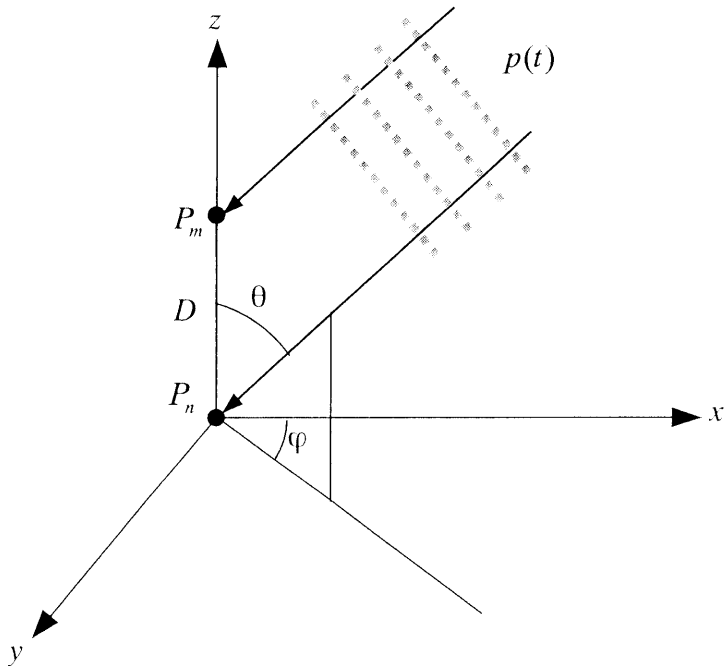


図 2-4-4. 3次元空間での平面波の入射

P_n と P_m に入射する平面波を $p_n(t)$ および $p_m(t)$ とすれば、 $p_n(t)$ と $p_m(t)$ の相互相関関数 $C_{n,m}(\tau)$ は、

$$\begin{aligned} C_{n,m}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} p_n(t) \cdot p_m^*(t + \tau) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} p_n(t) \cdot p_m^*\left(t + \frac{D \cdot \cos \theta}{c} + \tau\right) dt \\ &= C_{ii}(\tau) \cdot e^{ikD \cos \theta} \end{aligned} \quad (2-4-8)$$

となる。なお、 $p(t) = Ae^{i\omega t}$ とした。

あらゆる方向から平面波が入射するとし、 $\theta = 0 \sim \pi$ 、 $\varphi = 0 \sim 2\pi$ の範囲で上式の平均をとる。このときの相互相関関数 $\overline{C_{n,m}(\tau)}$ は以下のとおりとなる。

$$\begin{aligned} \overline{C_{n,m}(\tau)} &= \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi C_{n,m}(\tau) \sin \theta d\theta d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\varphi} \\ &= \frac{\int_0^\pi C_{n,m}(\tau) \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi \sin \theta d\theta} \\ &= \frac{C_{ii}(\tau)}{2} \int_0^\pi e^{ikD \cos \theta} \sin \theta d\theta = \frac{C_{n,n}(\tau)}{2} \int_{-1}^1 e^{ikDu} du \quad (\cos \theta = u \text{ とおく}) \\ &= \frac{C_{ii}(\tau)}{kD} \cdot \frac{e^{ikD} - e^{-ikD}}{2i} \\ &= C_{ii}(\tau) \cdot \frac{\sin(kD)}{kD} \end{aligned} \quad (2-4-9)$$

$\overline{C_{n,m}(\tau)}$ を $C_{n,n}(\tau)$ で基準化した値を図 2-4-5 に示す。図には 2 次元の場合の結果も併せて示している。3 次元拡散場で kD が約 2 のときに $\overline{C_{n,m}(\tau)}/C_{ii}(\tau)$ は 0.5 となり、 kD が大きくなるにつれて振動しながら 0 に漸近する。

なお入射波が白色雑音の場合には $\overline{C_{n,m}(\tau)} = C_{ii}(0) \cdot \delta(\tau D)$ となり、このときのみ非干渉性面音源となる。

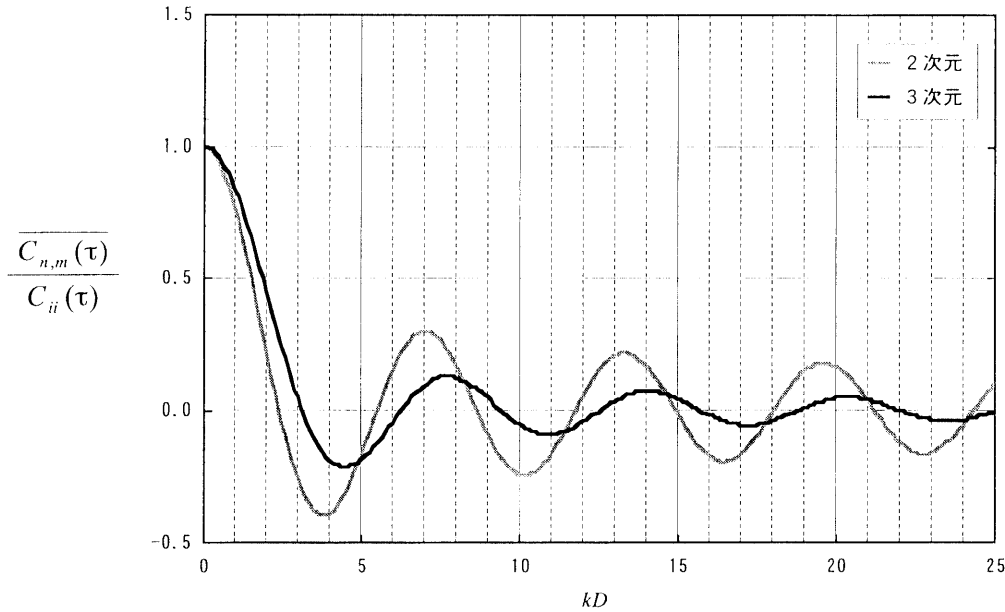


図 2-4-5. 3次元拡散場での2点間の相互相関

(3) 一次マルコフ過程に基づく場

これまでの2つのケースは波動としての相互相関関数であったが、ここでは文献〔2-3〕を参考にして、確率論的な相互相関関数について述べる。

面音源を多数の点音源の集合と考える。面音源 Q 上に仮定した点音源 Q_n からの放射音圧 $p_{in,n}(t)$ と、 Q_n から微小距離 Δd 離れた点音源 $Q_{n+\Delta d}$ からの放射音圧 $p_{in,n+\Delta d}(t)$ は一次マルコフ過程に基づく次式で示される関係にあるとする。

$$\begin{aligned} p_{in,n+\Delta d}(t) &= \rho \cdot p_{in,n}(t) + A \cdot n_n(t) \\ &= \rho_0 \cdot e^{j\theta} \cdot p_{in,n}(t) + A \cdot n_n(t) \end{aligned} \quad (2-4-10)$$

ここで、 $\rho_0 = |\rho|$ (ただし $\rho_0 \leq 1$)、 A は定数、 $n_n(t)$ はランダム位相雑音である。

$p_{in,n}(t)$ と Q_n から微小距離 $m \cdot \Delta d$ 離れた位置 $Q_{n+m \cdot \Delta d}$ の音圧 $p_{in,n+m \cdot \Delta d}(t)$ との関係は、

$$\begin{aligned} p_{in,n+m \cdot \Delta d}(t) &= \rho \cdot p_{in,n+(m-1)\Delta d}(t) + A \cdot n_{n+(m-1)\Delta d}(t) \\ &= \rho^m \cdot p_{in,n}(t) + \rho^{m-1} A \cdot n_n(t) + \rho^{m-2} A \cdot n_{n+\Delta d}(t) + \dots + A \cdot n_{n+(m-1)\Delta d}(t) \end{aligned} \quad (2-4-11)$$

となる。

$m \cdot \Delta d$ 離れた2点に仮定した点音源の放射信号の相互相関関数を $C_{n,n+m \cdot \Delta d}(\tau)$ とすれば、

$$\begin{aligned} C_{n,n+m \cdot \Delta d}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} p_{in,n}(t) \cdot p_{in,n+m \cdot \Delta d}(t + \tau) dt \\ &= \rho^m \cdot C_{ii}(\tau) \\ &= \rho_0^m \cdot e^{im\theta} \cdot C_{ii}(\tau) \end{aligned} \quad (2-4-12)$$

である。

2点間の距離が大きくなるほど相関は低減することから、相関の低減率 α を ρ_0 と Δd を用いて次式で定義する。

$$\alpha = \frac{1 - \rho_0}{\Delta d} \quad (2-4-13)$$

このとき ρ^m は以下のとおりとなる。

$$\begin{aligned} \rho_0^m &= (1 - \alpha \cdot \Delta d)^m \\ &= \left\{ (1 - \alpha \cdot \Delta d)^{-1/\alpha \cdot \Delta d} \right\}^{-m\alpha \cdot \Delta d} \end{aligned} \quad (2-4-14)$$

ここで、 $m \cdot \Delta d \equiv D$ とし、 $\Delta d \rightarrow 0$ とすれば、 $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} (1 + \epsilon)^{1/\epsilon} = e$ より、 $\rho_0^m = e^{-\alpha D}$ である。

また、 $\frac{\theta}{\Delta d} = \gamma$ とすると、

$$m\theta = D\gamma \quad (2-4-15)$$

となる。

したがって、式(2-4-12)は以下のとおりとなる。

$$C_{n,n+D}(\tau) = C_{ii}(\tau) \cdot e^{(j\gamma - \alpha)D} \quad (2-4-16)$$

ここで、 $\alpha=0$ で $\gamma=0$ のときが同位相面音源であり、 $\alpha=\infty$ のとき

$$C_{n,n+D}(\tau) = C_{ii}(\tau) \cdot \delta(D) \quad (2-4-17)$$

となり非干渉性面音源となる。

2. 4. 3 有限大面音源からの音圧

図 2-4-5 に示すように、大きさ S の面音源 Q からの音波について考える。なお Q の単位面積あたりの放射パワーは場所によらず一定であるとする。 Q の微小要素の中心を Q_n 、要素の面積を ΔS_n とする。また Q_n からの観測点 P での音圧を $p_n(t)$ とする。

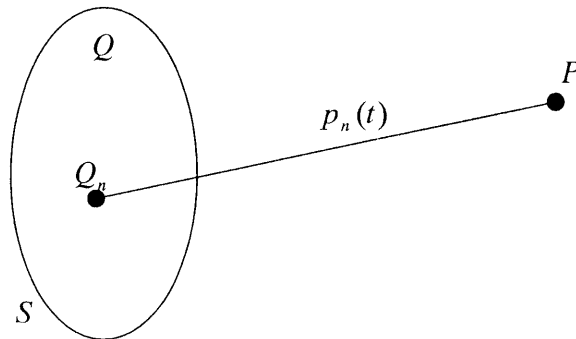


図 2-4-5. 有限の大きさの面音源からの音波

観測点 P での面音源 Q からの音圧を $p_{out}(t)$ とすると、2乗平均値は以下のように表せる。

$$E\left[|p_{out}(t)|^2\right] = E\left[\left|\int_S p(t) dS\right|^2\right] \quad (2-4-18)$$

式(2-4-18)の代わりに、面音源 Q を N 個の微少な要素に分割し、各要素の中心に点音源 Q_n を考え微小要素からの音圧を代表させる。全ての Q_n からの音圧 $p_n(t)$ の和で表すと、2乗平均値は、

$$E\left[|p_{out}(t)|^2\right] = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N E\left[p_n(t) p_m^*(t)\right] \quad (2-4-19)$$

音圧 $p_n(t)$ は、 Q_n からの放射音圧 $p_{in,n}(t)$ と伝搬経路のインパルス応答 $h_n(t)$ を用いて以下のように表わせる。

$$p_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{in,n}(t-\eta) \cdot h_n(\eta) d\eta \quad (2-4-20)$$

したがって、式(2-4-19)の $E\left[p_n(t) \cdot p_m^*(t)\right]$ は

$$\begin{aligned} E\left[p_n(t) \cdot p_m^*(t)\right] &= E\left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\eta) \cdot h_m^*(\zeta) \cdot p_{in,n}(t-\eta) \cdot p_{in,m}^*(t-\zeta) d\eta d\zeta\right] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\eta) \cdot h_m^*(\zeta) \cdot E\left[p_{in,n}(t-\eta) \cdot p_{in,m}^*(t-\zeta)\right] d\eta d\zeta \end{aligned} \quad (2-4-21)$$

となる。また、面音源内の2点間の放射音圧の相互相関関数を $C_{nm}(\eta-\zeta)$ とすると、

$$\begin{aligned} E\left[p_{in,n}(t-\eta) \cdot p_{in,m}^*(t-\zeta)\right] &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} p_{in,n}(t-\eta) \cdot p_{in,m}^*(t-\zeta) dt \\ &= C_{nm}(\eta-\zeta) \end{aligned} \quad (2-4-22)$$

であることから、式(2-4-19)は以下のように表せる。

$$E\left[|p_{out}(t)|^2\right] = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\eta) \cdot h_m^*(\zeta) \cdot C_{nm}(\eta-\zeta) d\eta d\zeta \quad (2-4-23)$$

$$\begin{aligned} &= C_{ii}(0) \sum_{n=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} |h_n(\eta)|^2 d\eta \\ &\quad + \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\eta) \cdot h_m^*(\zeta) \cdot C_{nm}(\eta-\zeta) d\eta d\zeta \end{aligned} \quad (2-4-24)$$

ここで第2項は面音源 Q 上の異なる要素からの音波の干渉を表し、音源がランダム位相点音源の集合とみなせる場合には $C_{nm}(\tau) = 0 (n \neq m)$ であり、式(2-4-24)第1項のみとなる。

2. 4. 4 音圧の2乗平均値

図 2-4-6 に示すように、面音源 Q 上に点音源 Q_n と Q_m を考え、2 点の間隔を D_{nm} とする。また、帯域幅 $\Delta\omega$ 内でのパワースペクトルは一定とする。

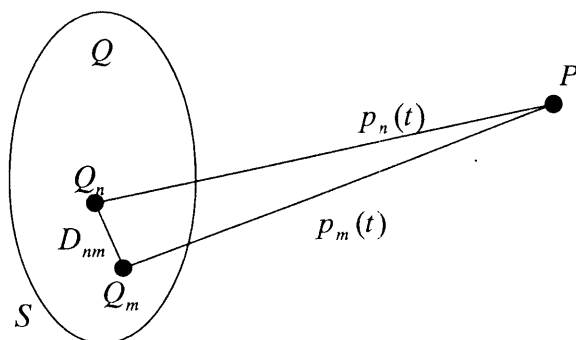


図 2-4-6. 有限の大きさの面音源からの伝搬

点音源 Q_n および Q_m に関するインパルス応答を $h_n(\tau)$ および $h_m(\tau)$ とすると、

$$h_n(\tau) = \frac{\delta(\tau - R_n/c)}{R_n} \quad (2-4-25)$$

$$h_m(\tau) = \frac{\delta(\tau - R_m/c)}{R_m} \quad (2-4-26)$$

このとき、合成音圧の2乗平均値は、式(2-4-22)より次式のとおりとなる。

$$E\left[|P_{out}(t)|^2\right] = \sum_{n=1}^N \frac{C_{n,m} \left(\frac{R_m - R_n}{c}\right)}{R_n R_m} \quad (2-4-27)$$

したがって、2次元および3次元拡散場や一次マルコフ過程に基づく場の相互相関関数にしたがう面音源の場合には、合成音圧の2乗平均値は表 2-4-1 に示すとおりとなる。

表 2-4-1. 合成音圧の 2 乗平均値の計算式

相互相関	計 算 式
2次元拡散場	$E\left[p_{out}(t) ^2\right] = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \frac{C_{ii}(\tau_{nm})}{R_n R_m} \cdot J_0(kD_{nm}) \quad (2-4-28)$
3次元拡散場	$E\left[p_{out}(t) ^2\right] = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \frac{C_{ii}(\tau_{nm})}{R_n R_m} \cdot \frac{\sin(kD_{nm})}{kD_{nm}} \quad (2-4-29)$
一次マルコフ過程	$E\left[p_{out}(t) ^2\right] = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \frac{C_{ii}(\tau_{nm})}{R_n R_m} \cdot e^{(j\gamma-\alpha)D_{nm}} \quad (2-4-30)$
ランダム位相場	$E\left[p_{out}(t) ^2\right] = \sum_{n=1}^N \frac{C_{ii}(0)}{R_n^2} \quad (2-4-31)$

いくつかのケースについて、矩形面音源からの距離減衰を計算し比較する。

矩形面音源の大きさを $X(m) \times Y(m)$ とし、観測点を矩形面音源の幾何中心から面音源に垂直な軸上に考える。

計算ケースは以下の 4 とおりとした。

- ①. 矩形面音源の幾何中心に点音源を仮定した場合
- ②. ランダム位相の点音源の集合の面音源の場合
- ③. 2次元拡散場の相互相関を有する面音源の場合
- ④. 3次元拡散場の相互相関を有する面音源の場合

面音源を波長の 1/5 以下で分割した要素の中心に点音源を考えた。矩形面音源の大きさは 1.0m×5.0m, 5.0m×5.0m, 10.0m×5.0m の 3 ケースとした。計算周波数は 250Hz と 500Hz の 2 種類である。

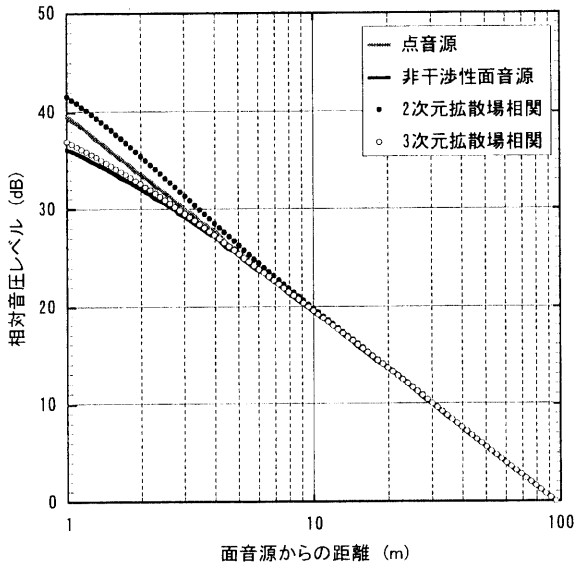
計算周波数 250Hz の場合の計算結果を図 2-4-7 に、500Hz の場合の計算結果を図 2-4-8 に示す。図の縦軸は面音源から 100m 地点の計算値を基準として相対音圧レベルで表している。

いずれのケースでも面音源に近い位置で面音源の微小点音源要素間での相互相関の影響がみられる。非干渉性面音源の場合がもっとも音圧レベルが小さく、2次元の拡散場の相互相関を考えたときがもっとも音圧レベルが大きい。また、面音源の大きさが大きくなるほど相互相関の仮定による違いは顕著である。さらに 500Hz よりも 250Hz の方が遠方まで相互相関の仮定による違いがみられる。これは周波数が低いほど面音源上の広い範囲で相互相関が生じるため非干渉性面音源とは考えにくくなるためである。

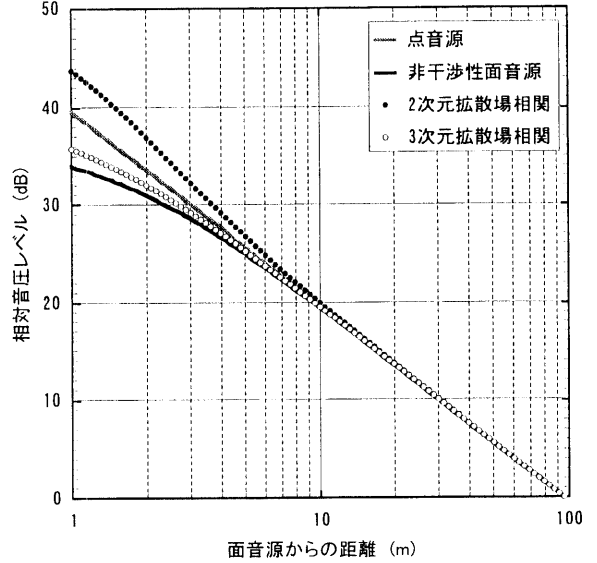
2次元の拡散場の相互相関を仮定したときと非干渉性面音源を仮定したときのレベル差が 1dB 以内となるのは以下のとおりである。一概にはいえないが、少なくとも面音源の長

辺よりも近い位置では面音源上の相互相関の影響が生じると考えられる。

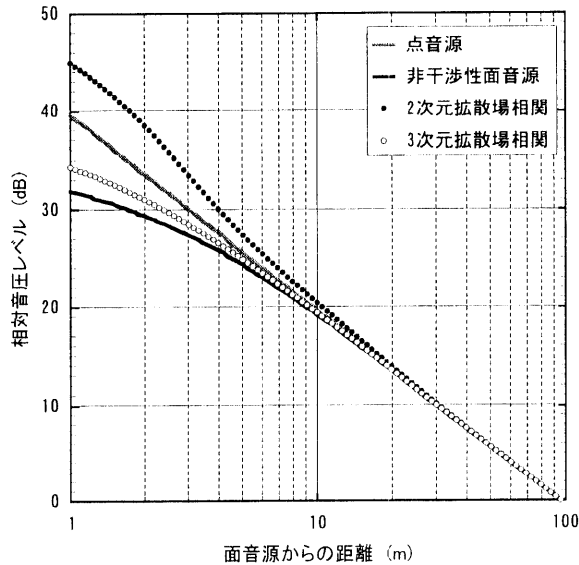
	250Hz	500Hz
1.0m×5.0m の場合	: 5.0m 以遠	2.4m 以遠
5.0m×5.0m の場合	: 7.0m 以遠	4.3m 以遠
10.0m×5.0m の場合	: 11.5m 以遠	7.0m 以遠



(a) 1.0m×5.0m の矩形面音源の場合

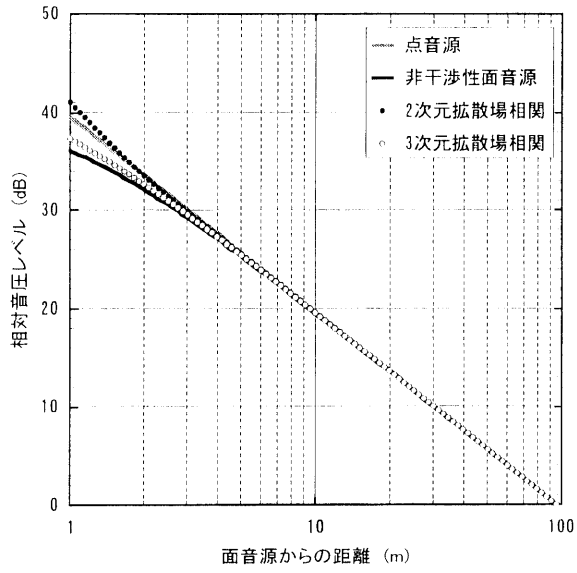


(b) 5.0m×5.0m の矩形面音源の場合

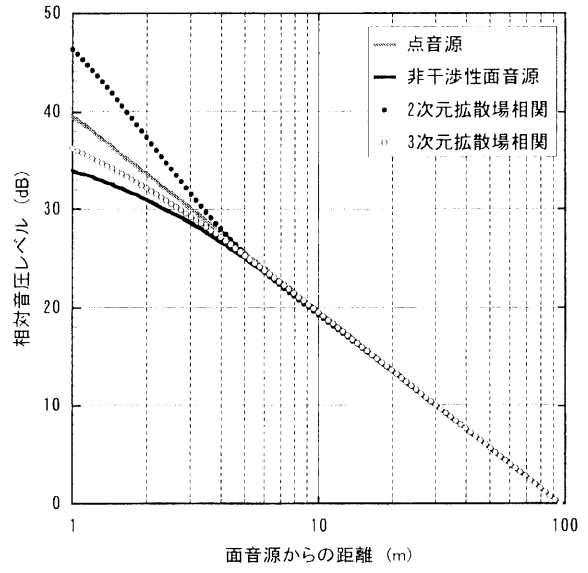


(c) 10.0m×5.0m の矩形面音源の場合

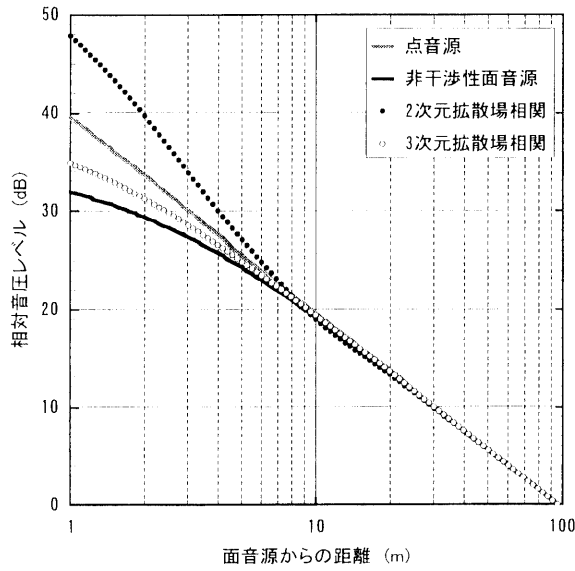
図 2-4-7. 面音源からの距離減衰 (計算周波数 : 250Hz)



(a) 1.0m×5.0m の矩形面音源の場合



(b) 5.0m×5.0m の矩形面音源の場合



(c) 10.0m×5.0m の矩形面音源の場合

図 2-4-8. 面音源からの距離減衰 (計算周波数 : 500Hz)

2. 5 第2章のまとめ

エネルギーモデルを検討するのに先立ち、音圧合成とエネルギー合成の関連について考察した。

最初に、複数の伝搬経路からの合成音圧の絶対値は、伝搬経路のインパルス応答と信号の自己相関関数で表現できることを示した。したがって、個々の伝搬経路に関するインパルス応答の時間差に相当するラグ時間での信号の自己相関係数が0と見なせるときのみ合成音圧の絶対値の2乗値はエネルギー合成値と一致する。また各種信号の自己相関係数について整理するとともに、道路交通騒音の自己相関係数を示した。自己相関係数が0.1以下となるラグ時間はA特性補正を行った場合で1ms、行わない場合で10msであった。

次に、半自由空間において波動解による音圧レベルの計算値をエネルギー合成で近似できる範囲について検討した。その結果、近似誤差の最大値は直接波と反射波の伝搬時間差 Δt_{12} と帯域幅 Δf で決まることが分かった。

帯域雑音の合成音圧の絶対値は伝搬経路のインパルス応答と信号の自己相関関数で決まることから、数値計算において自己相関関数を近似的に計算するのに必要な計算周波数を検討した。数値計算は離散的に計算周波数を設定する。帯域を等間隔で分割する場合には周波数間隔と自己相関関数を近似できるラグ時間の最大値とはサンプリング定理を満足する必要がある。ラグ時間の最大値は帯域幅と計算周波数の数（帯域の分割数）で決まることを確認した。サンプリング定理を満足しない場合には本来あり得ないエイリアシング相関が生じるため、合成音圧の計算値に誤差が生じることを示した。また帯域を等比間隔に分割した場合にも、ラグ時間が大きくなると自己相関関数にエイリアシング相関が生じ、その相関が生じ始めるラグ時間は等間隔に計算周波数を設定したときよりも短い。その大きさの最大値は等間隔に分割したときほど大きくはない。道路交通騒音のスペクトルを有する信号について考えると、1/9 オクターブバンド中心周波数で計算すれば、おおよそ $\pm 2\text{dB}$ 以内で近似できることが分かった。

最後に、有限長面音源からの騒音伝搬について検討した。従来は有限長面音源からの騒音伝搬はランダム位相の点音源の集合として扱われていたが、もっともランダム性が高い拡散音場を考えても近傍の2点間では相関がある。そのため音源近傍では面音源上の相互相関の程度により音圧レベルの距離による変化の傾向が異なること、また長方形の面音源を考えたときに長辺以上距離が離れると距離減衰の傾向はランダムな位相の場合と拡散音場の相関の場合でほぼ等しくなることを示した。

