動学消費需要関数の計測

朱保華

https://doi.org/10.15017/4494331

出版情報：經濟學研究. 60 (1/2), pp.79-89, 1994-06-10. 九州大学経済学会

動学消費需要関数の計測

朱　保　華

1　はじめに

消費行動の分析は計量分析の重要テーマの一つである。消費行動の分析では品目別の消費関数の計測は無視できないほど重要である。その理由は以下である。経済分析では，かなり安定的なマクロ消費関数に対し，消費構造の変化を表している品目別の消費関数は消費構造の計測にとって重要である。すなわち，マクロ消費関数を品目別の消費関数の集計と考えると，消費構造を数量的に把握するために品目別の消費関数が重要のカギとなる。それで品目別の消費関数の計量分析において消費構造をいかに捉えるかということは計量分析の重要課題となる。これまで，消費構造の不変という仮定のもとで比較動学的な品目別の消費関数の分析が多く行われている。

消費構造が時間を通じて変化すると仮定する場合，動学的需要関数の特定化が利用されることがしばしばある。基本的には消費行動の分析では異時点の消費選択をいかに処理するかということは問題とされている。異時点の消費選択を消費行動の動学分析で取扱うことに関しては，異時点の加法的効用関数アプローチが提案された。しかし異時点の加法的効用関数のもとで，習慣形成仮説が排除されてしまうという欠点がある。また加法的効用関数では危険回避度と異時点間の代替弾力性を区別することはできないという難問が生じるということも指摘された。上記の危険回避度と代替弾力制の識別問題の解決策として非期待効用関数アプローチが Epstein and Zin［1989］によって提案されている。また消費構造の変化を統計的に検証する方法としては，誤差修正モデル (error-correction model) による時系列分析法も提案されている。ただし，計量分析手法では動学的モデルの特定化と推定を通じて消費構造の変化を捉えようとする手法はよく使われる。ここでは，Weissenberger［1986］に提案されたモデルを基礎にして消費関数の動学化モデルを構築し，日本の消費構造を検証してみる。

2　基本モデル

消費者は現在の所与価格，将来の期待価格および生涯の期待所得のもとで自分の望ましい消費行動を行うと仮定される。消費者の望ましい消費行動はその消費支出ベクトル $\boldsymbol{e}^*(t)$ に反映される。現実の消費支出は必ずしも望ましい消費支出と一致するとは限らないので，その間になんらかの調整メカニ

ズムが想定されなければならない。現実的には，多くの調整メカニズムが考えられるが，ここでは簡単化のために二次形式の調整費用モデルを想定しよう。それで，現実の消費支出 $\boldsymbol{e}(t)$ と望ましい消費支出 $\boldsymbol{e}^*(t)$ との間に以下の調整メカニズムが仮定される。

$$\mathrm{L}(t)=\lim_{T\to\infty}\ \mathrm{E}_t\left\{\sum_{\tau=0}^{T}\lambda^{\tau}[(\boldsymbol{e}(t+\tau)-\boldsymbol{e}^*(t+\tau))\boldsymbol{D}(\boldsymbol{e}(t+\tau)-\boldsymbol{e}^*(t+\tau))\right.$$
$$\left.+(\boldsymbol{e}(t+\tau)-\boldsymbol{e}(t+\tau-4))\boldsymbol{F}(\boldsymbol{e}(t+\tau)-\boldsymbol{e}(t+\tau-4))]\right\} \tag{1}$$

ただし，λ は割引要因であり，$\boldsymbol{D}$ と $\boldsymbol{F}$ は調整費用にかかわる $n\times n$ の正値行列であり，E_t は条件付き期待値の演算子である。上記の二次形式の調整関数では，第一項は実際の消費支出と最適消費支出の差による調整費用であるが，第二項は同時期における消費支出の変化に伴う調整費用である。ここでは，四半期ごとの消費者行動を分析対象にするので，四半期ごとの消費支出をモデルの特定化に用いることに注意しておこう。

実際の消費支出に関しては，消費者が上記の調整費用関数(1)を最小化するように行動すれば，消費支出については，以下の条件を満たすことが必要となる。

$$-\lambda^4\boldsymbol{Fe}(t+\tau+4)+[\boldsymbol{D}+\boldsymbol{F}(1+\lambda^4)]\boldsymbol{e}(t+\tau)-\boldsymbol{Fe}(t+\tau-4)=\boldsymbol{De}^*(t+\tau)\quad \tau=1,2,\cdots \tag{2}$$

上式の左辺の行列多項式に関しては，新たな行列 $\boldsymbol{A}$ と $\boldsymbol{V}$ を用いて次式のように分解することができる。

$$-\lambda^4\boldsymbol{F}L^{-4}+\boldsymbol{D}+\boldsymbol{F}(1+\lambda^4)-\boldsymbol{F}L^4=A(I-\lambda^2 VL^{-4})(I-\lambda^{-2}VL^4) \tag{3}$$

ただし，L は $Lx_t=x_{t-1}$ のような演算子である。式(3)の両辺の対応関係から以下のような関係式を得ることができる。

$$\boldsymbol{AV}=\lambda^2\boldsymbol{F}\qquad \boldsymbol{A}+\boldsymbol{AV}^2=\boldsymbol{D}+(1+\lambda^4)\boldsymbol{F} \tag{4}$$

将来の消費支出 $e^*(t+\tau)=0$ の場合，式(2)から次式を得ることができる。

$$-\lambda^{-2}\boldsymbol{FV}^2+[\boldsymbol{D}+\boldsymbol{F}(1+\lambda^4)]\boldsymbol{V}-\lambda^2\boldsymbol{F}=0 \tag{5}$$

ただし，行列 $\boldsymbol{V}$ の固有根が以下の条件を満たすものである。

$$\left|\left(\mu+\frac{1}{\mu}\right)\boldsymbol{I}-\frac{1}{\lambda^2}\boldsymbol{F}^{-1}[\boldsymbol{D}+\boldsymbol{F}(1+\lambda^4)]\right|=0 \tag{6}$$

行列多項式の因子分解式(3)を用いて式(2)から次式を導出することができる。

$$(\boldsymbol{I}-\lambda^{-2}\boldsymbol{V}L^4)\boldsymbol{e}(t+\tau)=\lambda^{-2}(\boldsymbol{I}-\lambda^2\boldsymbol{V}L^{-4})^{-1}\boldsymbol{VF}^{-1}\boldsymbol{De}^*(t+\tau) \tag{7}$$

$|\lambda^2\boldsymbol{V}L^{-4}|<1$ という仮定があれば，以下のような関係式が得られる。

$$\frac{1}{\boldsymbol{I}-\lambda^2\boldsymbol{V}L^{-4}}=\sum_{i=0}^{\infty}(\lambda\boldsymbol{V})^iL^{-4i}$$

上式を利用すると，式(7)を以下のように展開することができる。

$$\boldsymbol{e}(t+\tau)=\lambda^{-2}\boldsymbol{Ve}(t+\tau-4)+\lambda^{-2}\boldsymbol{V}\sum_{i=0}^{\infty}(\lambda^2\boldsymbol{V})^i\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{De}^*(t+\tau+4i) \tag{8}$$

式(4)から，$\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{D}=\lambda^2(\boldsymbol{V}+\boldsymbol{V}^{-1})-(1+\lambda^4)\boldsymbol{I}$ を得ることができる。$\tau=0$ とすれば，上式から次式を得ることができる。

$$\boldsymbol{e}(t)=\lambda^{-2}\boldsymbol{V}\boldsymbol{e}(t-4)+\lambda^{-2}\boldsymbol{V}\sum_{i=0}^{\infty}(\lambda^2\boldsymbol{V})^i(\lambda^2(\boldsymbol{V}+\boldsymbol{V}^{-1})-(1+\lambda^4)\boldsymbol{I})\boldsymbol{e}^*(t+4i)$$
$$=\lambda^{-2}\boldsymbol{V}\boldsymbol{e}(t-4)+\sum_{i=0}^{\infty}(\lambda^2\boldsymbol{V})^i(\boldsymbol{I}-\lambda^2\boldsymbol{V})(1+\lambda^{-2}\boldsymbol{V})\boldsymbol{e}^*(t+4i) \quad (9)$$

上式より，当期の消費支出は過去の消費支出と予想された将来の消費支出との関数となることがわかる。また，労働所得と消費財の価格は消費支出を通じ，各消費財の支出に影響を与えるのである。それと同時に，将来の消費支出が上式を通じて当期の消費支出に影響を及ぼしている。それで，各消費財の支出関数を求めるために，将来の消費支出を予め定めなければならない。

将来の消費支出の特定化にあたっては，Deaton and Muellbauer[1980]に提案された Almost Ideal Demand System(AIDS) の枠組みを採用することにしよう。AIDS の基本枠組みが以下のように与えられる。まず，n種類の消費財のもとで一定の効用水準 U を達成するための最小支出関数を次式のように定義する。

$$\log e(\boldsymbol{p},\ U)=\alpha_0+\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\log p_i+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\gamma_{ij}^*\log p_i\log p_j+u\beta_0\prod_{i=1}^{n}(p_i)^{\beta_i} \quad (10)$$

ここでは，p_i は各消費財の価格である。消費の支出関数の性質から，上記の支出関数が以下の制約条件を満たすものである。

$$\sum_{i=1}^{n}\alpha_i=1 \qquad \sum_{i=1}^{n}\gamma_{ij}^*=0 \qquad \sum_{j=1}^{n}\gamma_{ij}^*=0 \qquad \sum_{i=1}^{n}\beta_i=0$$

AIDS 体系では，各消費財の総消費支出に閉める割合を支出関数の価格に対する微分を通じて求めることができる。簡単化のために，γ_{ij} は以下のように定義されておこう。

$$\gamma_{ij}=\gamma_{ji}=\frac{1}{2}(\gamma_{ij}^*+\gamma_{ji}^*)$$

以上の定義を用いて各消費財の総消費支出 C に占める割合 w_i を以下のように計算される。

$$w_i=\frac{\partial\log e(\boldsymbol{p},\ U)}{\partial\log p_i}=\alpha_i+\sum_{j=1}^{n}\gamma_{ij}\log p_j+\beta_i\log\frac{C}{P} \quad (11)$$

ただし，$\log P$ は以下のように定義されている。

$$\log P=\alpha_0+\sum_{i}^{n}\log p_i+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\gamma_{ij}\log p_i\log p_j$$

本論文においては，各消費財の需要関数を動学分析の枠組みで考えるので，消費者の生涯消費行動を考慮しなければならない。それで，異なる時点においては，等量の同じ財は真に同一ではなく，異なる財であると取扱わなければならない。いま，生涯にわたる消費行動では，財の番付が以下のように処理される。各期においては，n 個消費財の約束された並べ方は変化しない。生涯にわたる消費行動の期間 T においては，消費財の総数 m は $(T+1)\times n$ である。将来の消費財価格は $\tilde{\boldsymbol{p}}^E$ と表される。ただし，添字 E は変数の期待値を表す。それで，生涯消費においては，最大生涯効用 U を達成するような最小支出費用関数C(U, $\tilde{\boldsymbol{p}}^E$)は以下のように定式化される。

$$\log C(U,\ \tilde{\boldsymbol{p}}^E)=\tilde{\alpha}_0+\sum_{i=1}^{m}\tilde{\alpha}_i\log\tilde{p}_i^E+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\tilde{\gamma}_{ij}\log\tilde{p}_j^E+U\tilde{\beta}_0\prod_{i=1}^{m}(\tilde{p}_i^E)^{\tilde{\beta}_i} \quad (12)$$

消費者行動の理論により，動学的な AIDS の分析枠組においても下記の制約条件が満たされる。

$$\sum_{i=1}^{m}\tilde{\alpha}_i=1 \qquad \sum_{i=1}^{m}\tilde{\beta}_i=0 \qquad \sum_{i=1}^{m}\tilde{\gamma}_{ij}=0$$

各消費財に対する消費支出の総消費支出 C に占める割合 $w^*{}_i$ は最小支出関数の価格の微分関数であるので，最小支出関数(12)により次式を得ることができる。

$$w_i^*=\frac{\partial \log C(U,\ \tilde{\boldsymbol{p}}^E)}{\partial \log p_i^E}=\frac{p_i^E c_i^*}{C}=\tilde{\alpha}_i+\sum_{j=1}^{m}\tilde{\gamma}_{ij}\log p_j^E+U\tilde{\beta}_0\tilde{\beta}_j\prod_{i=1}^{m}(p_j^E)^{\tilde{\beta}_j} \tag{13}$$

生涯にわたる消費行動を考える際，合理的消費者の生涯の消費支出 C はその生涯所得 W^E に等しいので，式(12)と式(13)により，ある財が生涯の消費支出に占める割合は以下のように求められる。

$$\frac{\partial \log C(u(\tilde{\boldsymbol{p}}^E,\ W^E),\ \tilde{\boldsymbol{p}}^E)}{\partial \log p_i^E}=\tilde{\alpha}_i+\sum_{j=1}^{m}\tilde{\gamma}_{ij}\log p_j^E+\tilde{\beta}_j\log\left(\frac{W^E}{P^E}\right) \tag{14}$$

ただし，$\log P^E$ は以下のように定義されるものである。

$$\log P^E=\tilde{\alpha}_0+\sum_{i=1}^{m}\tilde{\alpha}_i\log p_i^E+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\tilde{\gamma}_{ij}\log p_i^E\log p_j^E$$

このように特定化されたモデル(14)においては，すべてのパラメーター α_i，β_i，γ_{ij} を統計的手法により推定することがかなり困難であるので，モデル(14)を簡単化する必要性がある。ここでは，最小支出関数に制約条件を加えることにより，推定するパラメーターを減らすことを考えてみる。通常，動学モデルにおける各消費財間の代替性に関する制約条件はモデル特定化の方法によって影響される。調整費用による動学消費モデルにおいては，過去と現在の各消費財間の代替可能性が事後的に生じないという意思決定の非対称性が重要である。以上のことを配慮して動学モデルを以下のように簡単化することができる。

まず，異時点間の消費財の代替可能性がないと想定する。すなわち，$\tilde{\gamma}_{ij}=0$ と仮定する。$m\times m$ の行列 $\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}$ は以下のような $T+1$ 個 $n\times n$ の部分行列 $\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_i$ から構成される対角行列となる。

$$\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}=|\tilde{\gamma}_{ij}|_{i,j=1}^{m}=\begin{vmatrix} \tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_1 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ & & \tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_2 & & & \\ & & & & \tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_{T-1} & \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & \tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_T \end{vmatrix} \tag{15}$$

消費者の選好が生涯にわたって変化しなければ，かつ正の時間選好率 $\lambda^{-1}-1$ のもとで，以下のことを仮定することができる。

$$\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_\tau=\lambda^{2\tau}\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_0 \qquad \tilde{\boldsymbol{\Gamma}}_0=\boldsymbol{\Gamma}=|\gamma_{ij}|_{i,j=1}^{n} \qquad \tau=0,1,2,\cdots,\mathrm{T} \tag{16}$$

同様に，動学モデルのパラメーター $\tilde{\alpha}_i$ と $\tilde{\beta}_i$ については，以下の仮定を行うことにしよう。

$$\tilde{\alpha}_i=\tilde{\alpha}_{\tau n+k}=\lambda^\tau\alpha_k \qquad \tilde{\beta}_i=\tilde{\beta}_{\tau n+k}=\lambda^\tau\beta_k \tag{17}$$
$$i=1,2,\cdots,m \qquad k=1,2,\cdots,n \qquad \tau=0,1,2,\cdots,T$$

以上の仮定のもとで，式(14)から $t+\tau$ 期の消費財 k の最適支出割合は次式のように与えられる。

$$\tilde{w}_k^*(t+r)=\lambda^\tau\alpha_k+\lambda^{2\tau}\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}\log p_j^E(t+r)+\lambda^\tau\beta_k\log\left(\frac{W^E(t)}{P^E(t)}\right) \tag{18}$$

ここでは，$W^E(t)$ と $P^E(t)$ は t 期に予測される生涯所得と価格である。各期の消費支出を同一基準で評価すると，$\tilde{w}_k^*(t+\tau)$ は生涯消費期間における割引価格で評価されるものと理解される。無限期間の

消費行動を考える場合，初期の消費行動はこれからの消費行動にあまり影響を及ぼさないと考えられる。それで，消費者が各期に同じ最適化問題を解くと想定することができるようになる。無限期間にわたる最適消費計画は初期の消費計画の決定から影響をうけないとすれば，無限期間の最適化問題は毎期ごとの最適化問題となるわけである。ここでは，消費財価格の割引因子は実質利子率 r を通じて，$(1+r)^{-1}$ と定義されると，次式を得ることができる。

$$w_k^*(t+\tau)=\lambda^\tau\alpha_k+\lambda^{2\tau}\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}\log\left(\frac{p_l^E(t+\tau)}{(1+r)^\tau}\right)+\lambda^\tau\beta_k\log\left(\frac{W^E(t)}{P^E(t)}\right) \tag{19}$$

主観的時間選好率 $\lambda^{-1}-1$ は実質利子率 r と等しくなる場合，$\lambda=(1+r)^{-1}$ となる。生涯所得 W^E と各消費財の支出割合 w_k^* を用いて，各消費財の名目支出関数は以下のように得られる。

$$e_k^*(t+\tau)=\left\{\alpha_k+\lambda^\tau\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}\log\left(\frac{p_l^E(t+\tau)}{(1+r)^\tau}\right)+\beta_k\log\left(\frac{W^E(t)}{P^E(t)}\right)\right\}W^E(t) \tag{20}$$

消費財価格に関する静学的期待 $(p_k^E(t+\tau)=p_k(t))$ のもとで，将来価格に依存する $P^E(t)$ は現在価格の関数となり，$P^E(t)=P(t)$ となる。この際，各消費財の最適消費計画は以下のように表現される。

$$e_k^*(t+\tau)=\left\{\alpha_k+\lambda^\tau\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}\log\left(\frac{p_l(t)}{(1+r)^\tau}\right)+\beta_k\log\left(\frac{W^E(t)}{P(t)}\right)\right\}W^E(t) \tag{21}$$

いま，無限将来 $(\tau\to\infty)$ の各消費財の最適支出関数(21)を考えることにしよう。価格の静学的期待と定数の割引因子のもとで，次式が得られる。

$$\lim_{\tau\to\infty}\lambda^\tau\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}\log\left(\frac{p_l(t)}{(1+r)^\tau}\right)=0 \tag{22}$$

それで，$\log P^E$ の定義により，価格指数 $\log P(t)$ は以下のように表される。

$$\begin{aligned}\log P(t)=\alpha_0&+\sum_{\tau=1}^{\infty}\lambda^\tau\sum_{k=1}^{n}\alpha_k\{\log p_k(t)-\tau\log(1+r)\}\\&+\frac{1}{2}\sum_{\tau=0}^{\infty}\lambda^{2\tau}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}\{\log p_k(t)-\tau\log(1+r)\}\{\log p_l(t)-\tau\log(1+r)\}\end{aligned} \tag{23}$$

価格指数を計算するために，以下の関係式を導出しておくことが必要である。

$$\sum_{\tau=0}^{\infty}\lambda^\tau\sum_{k=1}^{n}\alpha_k\log p_k=(1-\lambda)^{-1}\sum_{k=1}^{n}\alpha_k\log p_k$$

$$\sum_{\tau=0}^{\infty}\lambda^{2\tau}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}\log p_k\log p_l=(1-\lambda^2)^{-1}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}\log p_k\log p_l$$

支出関数に関する制約条件と $\log(1+r)\cong(1-\lambda)$ を用いれば，下記の関係式が得られる。

$$\sum_{\tau=0}^{\infty}\lambda^\tau\tau\sum_{k=1}^{n}\alpha_k\log(1+r)=\lambda(1-\lambda)^{-2}\log(1+r)\cong\lambda(1-\lambda)^{-1}$$

$$\sum_{\tau=1}^{\infty}\lambda^{2\tau}\tau\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}\log p_k\log(1+r)=0$$

$$(\log(1+r))^2\sum_{\tau=0}^{\infty}\lambda^{2\tau}\tau^2\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}=0$$

以上の関係式を利用して式(23)から次式を導出することができる。

$$\log P(t)=\alpha_0-\lambda(1-\lambda)^{-1}+(1-\lambda)^{-1}\sum_{k=1}^{n}\alpha_k\log p_k(t)+\frac{1}{2}(1-\lambda^2)^{-1}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}\log p_k(t)\log p_l(t) \tag{24}$$

以上の計算結果から価格指数 $P(t)$ の極限が存在することがわかる。それで，各消費財の最適支出関

数(21)の極限を次式のように表現することができる。

$$\lim_{\tau\to\infty} e_k^*(t+\tau)=\left\{\alpha_k+\beta_k\log\left(\frac{W^E(t)}{P(t)}\right)\right\}W^E(t) \tag{25}$$

上式から将来の消費支出の決定においては，相対価格効果が消えることがわかる。この際，支出関数の制約条件が以下のようになる。

$$\sum_{k=1}^{n}\alpha_k=1-\lambda \qquad \sum_{k=1}^{n}\beta_k=0 \qquad \sum_{l=1}^{n}\gamma_{lk}=\sum_{k=1}^{n}\gamma_{lk}=0$$

各消費財の最適支出(21)を式(9)に代入すると，以下のような簡単化された動学モデルを得ることができる。

$$e_k(t)=\lambda^{-2}\boldsymbol{V}\boldsymbol{e}(t-4)+\lambda^{-2}\boldsymbol{V}\sum_{j=0}^{\infty}(\lambda^2\boldsymbol{V})^j\boldsymbol{F}^{-1}\boldsymbol{D}\left\{\boldsymbol{\alpha}+\lambda^{4j}\boldsymbol{\Gamma}\log\left(\frac{\boldsymbol{p}(t)}{(1+r)^{4j}}\right)+\boldsymbol{\beta}\log\left(\frac{W^E(t)}{P(t)}\right)\right\}W^E(t) \tag{26}$$

ただし，表記記号が以下のように定義される。

$$\boldsymbol{\alpha}=\begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \vdots\\ \alpha_n\end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{\beta}=\begin{pmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ \vdots\\ \beta_n\end{pmatrix} \qquad \log\boldsymbol{p}(t)=\begin{pmatrix}\log p_1(t)\\ \log p_2(t)\\ \vdots\\ \log p_n(t)\end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{\Gamma}=|\ \gamma_{kl}\ |_{k,l=1}^{n}$$

3　実証分析

以上導出された非線形モデル(26)を実証分析に適用する際，動学モデルを一層簡単化することが望ましい。ここでは，調整費用行列の非対角線要素が無視できるという各消費財間の調整過程が独立であるという仮定を設けたいのである。この仮定を以下のように統計的に実証することが可能である。まず，導出された理論モデル(26)を以下のように消費財別に表現することにしよう。

$$e_k(t)=\lambda^{-2}\sum_{l=1}^{n}v_{kl}e_l(t-4)+\left\{a_k+\sum_{l=1}^{n}b_{kl}\log p_l(t)+b_k\log\left(\frac{W(t)}{P(t)}\right)\right\}W(t) \tag{27}$$

ただし，パラメーター a_k, b_k, b_{kl} は理論モデルの構造パラメーターと割引要因の複雑な関数であることに注意しなければならない。上式を生涯所得と消費財価格の平均値 $\overline{W}$ と $\overline{\log p_l}$ のところで線形近似を行うと次式を得ることができる。

$$e_k(t)=constant+\lambda^{-2}\sum_{l=1}^{n}v_{kj}e_l(t-4)+\bar{a}_k W(t)+\sum_{l=1}^{n}\bar{b}_{kl}\log p_l(t) \tag{28}$$

ただし，$\bar{a}_k$ と $\bar{b}_k$ は以下のように定義されるものである。

$$\bar{a}_k=a_k+b_k\left(1+\log\frac{\overline{W}}{\overline{P}}\right)\sum_{j=1}^{n}b_{kl}\overline{\log p_l}$$

$$\bar{b}_{kl}=\left\{b_{kl}-b_k\left(a_l+\sum_{h=1}^{n}\gamma_{lh}\overline{\log p_h}\right)\right\}\overline{W(t)}$$

上式から $\bar{a}_k$ と $\bar{b}_k$ は標本平均値の如何によって変化するものであることがわかる。推定において上記のモデルに定数項と攪乱項を加えて以下のように特定化されるものを利用することにしよう。

$$e_k(t)=\bar{a}_0+\lambda^{-2}\sum_{l=1}^{n}v_{kl}e_l(t-4)+\bar{a}_k W(t)+\sum_{l=1}^{n}\bar{b}_{kl}\log p_l(t)+\varepsilon_k(t) \tag{29}$$

いま，動学消費関数は生涯消費を分析対象とされており，生涯消費が生涯所得に制約されているので，実証分析を進めるために生涯所得を定義しなければならない。簡単化のために生涯所得は労働所得のみによって形成されると考えることにしよう。そうなると，生涯所得は以下のように定義することができる。

$$W(t)=\sum_{\tau=0}^{\infty}\left(\frac{1}{1+r}\right)^{\tau}y(t+\tau) \tag{30}$$

生涯所得の定義式を式(29)に代入すると，次式を得ることができるのである。

$$e_k(t)=\bar{a}_0+\lambda^{-2}\sum_{j=1}^{n}v_{kj}e_j(t-4)+\bar{a}_k\sum_{\tau=0}^{\infty}\left(\frac{1}{1+r}\right)^{\tau}y(t+\tau)+\sum_{j=1}^{n}\bar{b}_{kj}\log p_j(t)+\varepsilon_k(t) \tag{31}$$

実証分析に利用される統計資料は基本的に『国民経済計算年報』にある「家計の採集消費支出の構成」によるものである。推定期間は1970・I～1990・I 年までの81期の四半期である。具体的には家計消費の形態別の時系列データを用いて，耐久財・半耐久財・非耐久財・サービス財の支出を計測する。形態別の消費支出の価格としては，そのデフレーターを用いることにする。家計所得は『国民経済計算年報』の国民可処分所得とみなされる。計測においては，一人あたりの消費支出を分析対象にしている。価格指数 $\log P(t)$ は以下のように各消費財の支出割合 w_k を通じて計算される。

$$\log P(t)=\sum_{k=1}^{n}w_k\log p_k(t)$$

生涯所得に関しては，所得の静学的期待 $(y(t+\tau)=y(t))$ と一定の割引率を仮定して，式(30)により，以下のように計算される。

$$W(t)=\left(1+\frac{1}{r}\right)y(t)$$

実証分析では，割引率を分析期間における利付電電債の四半期の平均利回り（r＝0.0185）を使うことにする。このような準備のもとで，方程式(29)を推定して各消費財の調整過程の独立性に関する統計検定を行ってみる。調整費用関数の係数 v_{ij} の検定に関しては，線形近似のことを配慮した上で，Wald統計検定量を利用することにしよう。反復 SURE による調整費用行列 $\boldsymbol{V}$ の推定結果と検定統計量は表1にまとめてある。

調整費用関数の推定結果から，有意水準1%のもとで，各消費財の調整過程が独立であるという統計仮説 $(v_{ij}=0,\ i\neq j)$ は棄却されないことがわかる。以上の統計推定においては，調整費用の係数以外の係数推定値が統計的に有意にならないものが含まれているが，ここでは，あくまでもモデルの推定を簡単化するために，各消費財の調整過程が独立であるという仮定を受入れることにしよう。以下は各消費財の調整過程が独立であるという仮定をふまえて，理論モデル(26)の実証分析を行うことにしよう。

表1：調整費用行列の推定結果

	制約なし		制約付き	
v_{ij}	推定値	標準誤差	推定値	標準誤差
v_{11}	0.70293	0.08470	0.88088	0.05510
v_{12}	-0.02442	0.03864		
v_{13}	0.07770	0.02965		
v_{14}	-0.00029	0.04237		
耐久財	R^2=0.9862		R^2=0.9843	
v_{21}	-0.10575	0.11751		
v_{22}	0.90316	0.05360	0.94615	0.02862
v_{23}	0.07979	0.04114		
v_{24}	-0.05714	0.05878		
半耐久財	R^2=0.9648		R^2=0.9628	
v_{31}	-0.17869	0.14288		
v_{32}	0.04221	0.06518		
v_{33}	0.96199	0.05002	0.92783	0.02145
v_{34}	0.03340	0.07148		
非耐久財	R^2=0.9849		R^2=0.9843	
v_{41}	-0.09391	0.17716		
v_{42}	-0.04135	0.08081		
v_{43}	0.10419	0.06202		
v_{44}	0.54178	0.08863	0.60289	0.06801
サービス	R^2=0.9955		R^2=0.9953	
Wald 検定統計量$\chi^2(12)$=22.5933　P値=0.0314				

実証分析の際，式(26)から次式を導出することができる。

$$e_k(t)=\lambda^{-2}v_ke_k(t-4)+(1-\lambda^{-2}v_k)[\alpha_k^{**}+(1-\lambda^2v_k)v_k\lambda^6(1-\lambda^6v_k)^{-2}\log(1+r)\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}]W(t)$$
$$+(1-\lambda^{-2}v_k)(1-\lambda^2v_k)(1-\lambda^6v_k)^{-1}\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}\log p_l(t)W(t)+(1-\lambda^{-2}v_k)\beta_kW(t)\log\left(\frac{W(t)}{P(t)}\right)+\varepsilon_k(t) \quad (32)$$

支出関数に関する制約条件を利用すれば，推定式が以下のようになる。

$$e_k(t)=\lambda^{-2}v_ke_k(t-4)+\alpha_k^{**}(1-\lambda^{-2}v_k)W(t)+(1-\lambda^{-2}v_k)(1-\lambda^2v_k)(1-\lambda^6v_k)^{-1}$$
$$\times\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}\log p_l(t)W(t)+(1-\lambda^{-2}v_k)\beta_kW(t)\log\left(\frac{W(t)}{P(t)}\right)+\varepsilon_k(t) \quad (33)$$

以上の推定式を用いて動学モデルのパラメーターを計測してみる。推定においては，支出関数における γ_{kl} の対称性条件を生かすことにする。反復 SURE による推定結果は表2のとおりである。

表２：推定結果

	対称性条件なし		対称性条件あり	
	推定値	推定誤差	推定値	推定誤差
v_1	0.90408	0.06606	0.95350	0.01406
α_1^{**}	0.01662	0.01185	0.02019	0.01336
γ_{11}	0.00094	0.00462	0.03661	0.09065
γ_{12}	-0.00022	0.00105	-0.00978	0.02244
γ_{13}	0.00032	0.00166	0.01242	0.02991
γ_{14}	-0.00074	0.00380	-0.02730	0.06845
β_1	0.00015	0.00012	0.00011	0.00010
耐久財	$R^2=0.9824$		$R^2=0.9810$	
v_2	1.04544	0.04565	1.05702	0.04246
α_2^{**}	0.00157	2.47527	0.05894	0.20986
γ_{21}	-0.03196	0.49783		
γ_{22}	0.17130	2.13034	0.04621	0.14457
γ_{23}	0.05603	0.82219	0.00449	0.02461
γ_{24}	-0.14467	1.83061	-0.02409	0.07431
β_2	-0.00005	0.00080	-0.00013	0.00022
半耐久財	$R^2=0.8912$		$R^2=0.9267$	
v_3	0.99484	0.02491	1.02771	0.02682
α_3^{**}	0.05914	0.08459	-0.18139	0.41216
γ_{31}	-0.00713	0.01969		
γ_{32}	-0.00726	0.02936		
γ_{33}	-0.01713	0.02971	0.02522	0.05675
γ_{34}	0.01578	0.02288	-0.06049	0.10837
β_3	0.00014	0.00035	-0.00026	0.00016
非耐久財	$R^2=0.9766$		$R^2=0.9771$	
v_4	1.01103	0.30325	0.96768	0.01878
α_4^{**}	0.08281	2.28831	0.06081	0.04064
γ_{41}	0.00549	0.40997		
γ_{42}	0.00264	0.60056		
γ_{43}	0.01036	0.53584		
γ_{44}	-0.00911	0.47684	0.04939	0.09892
β_4	0.00309	0.00587	0.00020	0.00026
サービス	$R^2=0.9231$		$R^2=0.9928$	
Wald 検定統計量 $\chi^2(6)=0.6707$　P値$=0.9951$				

以上の推定結果をみると，各推定式のあてはまりが悪くないものの，推定された係数には統計的に有意ではないものが少なくないようである。これは動学モデルの特定化と密接な関係があると思われる。上記の推定結果に関しては，消費理論の諸仮定の統計的検定を行うのが可能である。ここでは，需要構造の変化を検証するために，各消費財の価格弾力性と所得弾力性を計測して，動学モデルの善しあしを判断してみよう。そのために，価格弾力性と所得弾力性の計測式を導出する。いま，各消費財の最適支出関数は以下である。

$$p_k(t)c_k^*(t)=\{\alpha_k+\sum_{l=1}^{n}\gamma_{kl}\log p_l(t)+\beta_k[\log W(t)-\log P(t)]\}W(t) \tag{34}$$

上式を価格に関して微分すると，自己価格弾力性の計測式は以下のように得られる。

$$s_{kk}=(\gamma_{kk}-\beta_k w_k)\frac{W}{p_k c_k^*}-1 \tag{35}$$

同様に，生涯所得に関して微分すると，所得弾力性の計測式は以下のように得られる。

$$s_k=\beta_k\frac{W}{p_k c_k^*}+1 \tag{36}$$

補償された価格弾力性は財の支出割合を w_k 通じて次式によって与えられる。

$$\tilde{s}_{kk}=s_{kk}+s_k w_k \tag{37}$$

以上導出された弾力性の計測式にしたがい，標本期間における平均的弾力性が計測されると，結果は表3のとおりである。

表3：弾力性の計測結果

	自己弾力性	補償された弾力性	所得弾力性
耐久財	145.6563	145.6798	1.4337
半耐久財	81.2479	81.2794	0.7637
非耐久財	16.0096	16.0980	0.8280
サービス	20.7843	20.9498	1.0891

以上の弾力性の推定結果をみると，価格の弾力性については，符号条件が満たされないことばかりではなく，弾力性の数値そのものが大きすぎることがわかる。所得の弾力性に関しては，符号条件が満たされており，耐久財とサービスの所得弾力性が1より大きく，通常の仮説と合致するのである。計測された弾力性からいえば，本論文で提示された動学モデルが日本の経済にうまく適用されていないのではないかと思われる。ただし，実証分析では，統計データの利用が多少再検討される余地があり，生涯所得の計測がそれほど厳密ではないことを考えてみると，動学モデルの有効性そのものについては慎重に取扱わなければならない。

4　むすび

本論文では，動学的消費財モデルを用いて日本経済の消費行動の変化を計量的に分析してみた。動学モデルの複雑さのゆえに，統計データの処理がむずかしくなり，必ずしも思わしい結果が得られるとはいえない。これから『国民経済計算年報』の家計消費の目的別の統計データを用いて，動学モデルの実証分析の結果を改善することが考えられる。また，残された課題としては，実証分析で簡単に利用できる消費需要の動学モデルの構築があげられる。これらのことは今後の研究課題としよう。

参考文献

[1] Davidson, J. E. H., D. F. Hendry, F. Srba, and S.Yeo [1978] "Econometric Modelling of the Aggregate Time -Series Relationship between Consumers' Expenditure and Income in the United Kingdom,"*Economic Journal*, Vol. 88, pp, 661-692.

[2] Deaton, A. S. and J. Muellbauer, [1980], "An Almost Ideal Demand System, "*American Economic Review*, Vol. 70, pp. 312-326.

[3] Deaton, A. S. [1992], *Understanding Consumption*, Oxford University Press.

[4] Epstein, L. G., and S. E. Zin, [1989], "Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Assest Returns : A Theoretical Framework, "*Econometrica*, Vol. 57, pp. 937-969.

[5] Epstein, L. G., and S. E. Zin, [1991], "Substitution, Risk Aversion, and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns : An Empirical Analysis, "*Journal of Political Economy*, Vol. 99, pp. 263-286.

[6] Flavin, M. A. [1981], "The Adjustment of Consumption to Changing Expectations about Future Income, " *Journal of Political Economy*, Vol. 89, pp. 974-1009.

[7] Hayashi, F.[1982], "The Permanent Income Hypothesis : Estimation and Testing by Instrumental Variables, " *Journal of Political Economy*, Vol. 90, pp. 895-916.

[8] Nickell, S. [1984], "An Investigation of the Determinants of Manufacturing Employment in the United Kingdom, "*Review of Economic Studies*, Vol. 51, pp. 529-557.

[9] Weissenberger, E. [1986], "An Intertemporal System of Dynamic Consumer Demand Functions, "*European Economic Review*, Vol. 30, pp. 859-891.