均一課税の厚生分析

緒方, 隆
九州国際大学法経学部 : 教授

https://doi.org/10.15017/4493033

出版情報：經濟學研究. 57 (5/6), pp.13-20, 1992-09-10. 九州大学経済学会
バージョン：
権利関係：

均一課税の厚生分析

緒　方　　　隆

［目　　次］

序

本稿では，私的財への税率が均一税率の方向に向かって（toward uniform taxation）変化するときに，社会的厚生がどのように変化するか，また，社会的厚生が増大するための条件は何であるかを検討する。

一括定額税（lump-sum tax）を前提しないとき，私的財のすべてに均一な税率を適用することが必ずしも社会的厚生を最大化するわけではないことは，たとえばラムゼーの比例性の命題にみられる通りである。均一な税率が社会的厚生を最大化するのは，Sadka [5], Atkinson and Stiglitz [1] の第12章にみられるように，ある特別な条件の下でのみであり，必ずしも一般的ではない。これは，最適課税論において均一課税が最適かどうかという議論であるが，租税改革（tax reform）の議論においても均一課税の方向に向かっての各財の税率の変化が必ずしも社会的厚生の増大をもたらさないことも，また同様である。それでは，各財の税率の均一化への変化が社会的厚生の増大をもたらすための条件は何であろうか。Hatta [3] は財の代替性に注目し，財が代替性に関する一定の条件をみたせば社会的厚生が増大することを示した。

われわれは第１節において Hatta [3] のモデルとその議論を概括する。第２節では Hatta [3] の結論が，その複合財（compound goods）の代替性の定義に依存していることを指摘し，より通常的な意味での財の代替性の定義から Hatta [3] の議論を検討する。第３節では以上の議論でなされていた税収不変の仮定を取り除き，税収の変化を認めるときの社会的厚生の変化を検討する。

Ｉ．複合財

ａ）モデルの設定

経済には消費の経済主体として家計が存在する。ここでは議論を簡単にするために単一の家計を想定する。また経済には，余暇（労働）$x^0>0(x^0<0)$，私的財 $x^1, \cdots, x^n$，公共財 r が存在する。家計は一定の予算制約の下で効用を最大にするように行動する。そのとき上記の財の消費の増加は，家計の効用水準を上昇させる。すなわち，財の限界効用は正であると仮定される。消費者価格ベクトルを $q=(q^0, q^1, \cdots, q^n)$，家計の効用水準を u とするとき，家計の補償需要関数は，

$$x = x(q, u) \tag{1}$$

となる。ただし，ここで $x = (x^0, x^1, \cdots, x^n)$，は純需要であるとしよう。消費者価格ベクトル q が与えられたとき，家計の予算制約式は，

$$qx = 0 \tag{2}$$

となる。

生産は単一の企業によって担当される。企業は線型の生産可能フロンティア，すなわち線型の生産関数，

$$px + r = 0 \tag{3}$$

をもつ。ただし，ここで $p = (p^0, p^1, \cdots, p^n)$ は生産者価格ベクトルであり，固定的であると仮定される[1)]。r は公共財の量である。

政府は財に税を賦課する。税は従価物品税 (ad valorem excise tax) と所得（賃金）税とに限定される。それぞれの税率は $t^1, \cdots, t^n$ また t^0 である。一括定額税 (lump-sun tax) は存在しないものと仮定される。したがって，

$$q^i = (t^i + 1)p^i \quad \text{for} \quad i + 0, \cdots, n$$

となる。ただし，$t^i + 1 > 0$, $i = 0, 1, \cdots, n$ である[2)]。ここで生産者価格ベクトルpは固定されているので，

$$q = q(t)$$

となる。ただし，$t \equiv (t^0, \cdots, t^n)$ は財の税率ベクトルである。

政府は税収のすべてを公共財の供給に使用するので，

$$(q - p)x = r, \tag{4}$$

が成立する。

(2) 式と (3) 式から，

$$\begin{cases} qx(qu) = 0, \\ px(q, u) + r = 0, \end{cases} \tag{5}$$

となる。また q を $q(t)$ で置き換えれば，

$$\begin{cases} m(q(t), u) = 0, \\ px(q(t), u) + r = 0, \end{cases} \tag{6}$$

となる。ただし，ここで $m(q, u) \equiv qx(q, u)$ である。(6) 式は $(n+3)$ 個の変数 t, u, r を含む方程式である。したがって，もし $(n+1)$ 個の変数，たとえば税率ベクトル t の値が与えられれば，効用水準 u と税収 r が決定されることになる。

b）税率の変化

さて，ある財の税率の上昇が他の別の財の税率の低下に伴われて，結果として税率の変化による税収の増減が相殺され，税収が不変に保たれるケースを考えてみよう。たとえば，第1財の税率 t^1 と第 n 財の税率 t^n がつねに税収を不変に保つように変化するものとすれば，税率 t^1 と t^n の間には一定の関数関係があると想定されるので，家計の効用は，

$$u = u^{(n)}(t^0, t^1, \cdots, t^{n-1}, r)$$

と表現される。

(6)を全微分すれば，

$$\begin{cases} \dfrac{\partial m}{\partial q}\dfrac{\partial q}{\partial t}dt + \dfrac{\partial m}{\partial u}du = 0 \\ p\dfrac{\partial x}{\partial q}\dfrac{\partial q}{\partial t}dt + p\dfrac{\partial x}{\partial u}du + dr = 0, \end{cases} \tag{7}$$

となる。したがって，$dt^i = 0 (i \neq 1, n)$, $dr = 0$ とすれば，

$$\begin{cases} (x^1p^1dt^1 + x^np^ndt^n) + \dfrac{\partial m}{\partial u}du = 0, \\ \left(p^1\dfrac{\partial x}{\partial q^1}p^1dt^1 + p\dfrac{\partial x}{\partial q^n}p^ndt^n\right) + p \\ \dfrac{\partial x}{\partial u}du = 0, \end{cases} \tag{8}$$

（1） Hatta [3] では，$p = (p^0, \cdots, p^n)$ は正の定数ベクトルである。完全競争を仮定しているので，この p は生産者価格ベクトルに比例し，さらに貨幣の単位を適当に選ぶことによって比例定数を1にすることができるとしている（101ページ参照）。

（2） $t^i + 1 > 0$ は，$t^i > -1$ であるから補助金のケースを想定している。

が成立する。ただし定義により $\partial m/\partial q^1 = x^1$, $m/\partial q^n = x^n$ である。

ここで記号を簡略化するために $m_u = \partial m/\partial u$, $x^i_j = \partial x^i/\partial q^j$, $x_j = \partial x/\partial q^j$, $x_q = \partial x/\partial q$, $x^i_u = \partial x^i/\partial u$, $x_u = \partial x/\partial u$ として (8) 式を整理すれば,

$$\begin{pmatrix} m_u & x^n p^n \\ p\cdot x_u & px_u p^n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} du \\ dt^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x^1 p^1 \\ -px_1 p^1 \end{pmatrix} dt^1 \quad (9)$$

となる。クラーメルの公式により,

$$du = \frac{\begin{vmatrix} -x^1 p^1 dt^1 & x^n p^n \\ -px_1 p^1 dt^1 & px_n p^n \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} m_u & x^n p^n \\ px_u & px_n p^n \end{vmatrix}} \quad (10)$$

となる。これを展開して整理すれば,

$$du = \frac{p^1 x^1 \left(\frac{px_n}{x^n} - \frac{px_1}{x^1} \right)}{m_u \left(\frac{px_u}{m_u} - \frac{px_n}{x^n} \right)} dt^1 \quad (11)$$

となる。記号を簡略化するために, $c^1 \equiv p^1 x^1$, $N^{1n} = px_n/x^n - px_1 x^1$, $D^n = px_u/m_u - px_n/x^n$ とすれば,

$$\frac{\partial u^{(n)}}{\partial t^1} = \frac{c^1}{m_u}\frac{N^{1n}}{D^n} \quad (12)$$

が成立する。ただし $D^n \neq 0$ と仮定する[3]。

また(7)式で, $dt^j = 0 (j \neq i)$ とすれば,

$$\begin{cases} x^i p^i dt^i + m_u du = 0 \\ px_i p^i dt^i + px_u du + dr = 0 \end{cases} \quad (13)$$

となる。書き換えれば,

$$\begin{pmatrix} m_u & 0 \\ px_u & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} du \\ dr \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x^i p^i \\ -px_i p^i \end{pmatrix} dt^i \quad (14)$$

となる。クラーメルの公式により,

$$dr = \frac{\begin{vmatrix} m_u & -x^i p^i dt^i \\ px_u & -px_i p^i dt^i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} m_u & 0 \\ px_u & 1 \end{vmatrix}} \quad (15)$$

となる。整理すれば,

$$dr = p^i x^i \left(\frac{px_u}{m_u} - \frac{px_i}{x_u} \right) dt^i \quad (16)$$

となる。ゆえに,

$$\frac{\partial r}{\partial t^i} = p^i x^i \left(\frac{px_u}{m_u} - \frac{px_i}{x_u} \right) = c^i D^i \quad (17)$$

が成立する。これは,第 i 財の税率の変化が税収に与える影響は右辺 $c^i D^i$ の符号と同じ方向であることを意味する[4]。

さて $x^j_i = \partial x^j/\partial q^i > 0$ のときに, 第 j 財は第 i 財の代替財であり, $x^j_i < 0$ のときに補完財であると定義する。すなわち第 j 財が第 i 財の代替財であるとは, 第 i 財の価格 q^i の上昇が第 j 財の補償需要 x^j を増加させることを意味し, 第 j 財がその補完財であるとは第 i 財の価格 q^i の上昇が第 j 財の補償需要 x^j を減少させることを意味する。

ここで, 第 j 財がその中に含まれていない一定の財のグループを G とする。また, 財の価格ベクトル q を, パラメータ s の関数であるとすれば,

$$q = \gamma^j(s) = (\gamma^{0j}(s), \cdots, \gamma^{nj}(s))$$

となる。ただし,

$$\frac{d\gamma^{ij}}{ds} = \begin{cases} |t^i - t^j| p^i, & i \in G \\ 0 \quad , & i \notin G \end{cases}$$

となる。すなわち, 第 i 財が G に属していれば第 j 財からの距離 $(|t^i - t^j|)$ に比例してその価格 p^i が上昇することを意味する。したがって, 第 j 財の税率 t^j と比較して第 i 財の税率 t^i が

(3) この結果は, Hatta [3] の Lemma 1 である。(101ページ参照)。

(4) この結果は Hatta [3] の Lemma 2 である(103ページ参照)。

より大きいにせよ，より小さいにせよ税率 t^j との差が大きければ大きいほど第 i 財の価格 p^i の上昇は大きいことを意味する。われわれはこの税率上昇の規則にしたがって，G の中の各財の価格上昇が第 j 財の補償需要を増加させるとき，第 j 財は複合財（compound goods）G の代替財であると定義する。すなわち，第 j 財が複合財 G の代替財であれば，

$$\sum_{i\in G}\frac{\partial x^j}{\partial q^i}\frac{d\gamma^{ij}}{ds}=\sum_{i\in G}x_i^j|t^i-t^j|p^i>0 \tag{18}$$

となる。ここで，定義により，もし第 j 財が複合財 G の中のすべての財の代替財であれば，第 j 財は複合財 G の代替財である。逆は成立しない。

さて，上述の代替性の定義と関連させて，第 i 財の税率の上昇が家計の効用を上昇させるための条件，すなわち，

$$\frac{\partial u^{(n)}}{\partial t^i}=\frac{c^1}{m_u}\frac{N^{1n}}{D^n}>0 \tag{19}$$

が成立するのための条件を求めてみよう。このことは，$m_u>0,\ c^1=p^1x^1>0$，また上述の議論による財の税率の上昇が税収を増加させることを考慮すれば $c^iD^i>0$ であるので，結局 $N^{1n}>0$ であるための条件を求めることになる。そこで N^{1n} を展開すると，

$$\begin{aligned}N^{1n}&=\frac{px_n}{x^n}-\frac{px_1}{x^1}\\&=\frac{1}{x^n}\sum_{i=0}^{n}p^ix_n^i-\frac{1}{x^1}\sum_{i=0}^{n}p^ix_1^i\\&=\frac{1}{x^n(t^n+1)}\sum_{i=0}^{n}(t^n+1)p^ix_n^i\\&\quad-\frac{1}{x^1(t^1+1)}\sum_{i=0}^{n}(t^1+1)p^ix_1^i\end{aligned} \tag{20}$$

となる。ここで需要関数 x は消費者価格ベクトルに関して零次同次であるので，

$$qx_j=q\frac{\partial x}{\partial q^j}=\sum_{i=0}^{n}q^i\frac{\partial x^j}{\partial q^i}=0 \tag{21}$$

となる。ただし，x は家計の補償需要ベクトルである。したがって，

$$\begin{aligned}&(t^j+1)\sum_{i=0}^{n}p^ix_j^i\\&=\sum_{i=0}^{n}(t^j+1)p^ix_j^i-\sum_{i=0}^{n}q^ix_j^i\\&=\sum_{i=0}^{n}(t^j-t^i)p^ix_j^i\end{aligned} \tag{22}$$

となる。ここで，各財の税率 t^i に関して，

$$t^1<\cdots<t^n,$$

と仮定する[5]。また，上述の代替性の議論に関して第1財と第 n 財はこれを除く他の財から成る複合財の代替財であると仮定すれば，

$$\sum_{i\neq 1,n}x_i^1|t^i-t^1|p^i>0,$$

$$\sum_{i\neq 1,n}x_i^n|t^i-t^1|p^i>0$$

となる。したがって，

$$\begin{aligned}N^{1n}&=\frac{1}{x^n(t^n+1)}\sum_{i=0}^{n}(t^n-t^i)p^ix_i^n\\&\quad+\frac{1}{x^1(t^1+1)}\sum_{i=0}^{n}(t^i-t^1)p^ix_i^1>0\end{aligned} \tag{23}$$

となる。ただし，$\partial x^i/\partial q^j=\partial x^j/\partial q^j$ である。

以上の議論を要約すれば，税収 r を一定に保つように第1財の税率 t^1 を上昇させ第 n 財の税率 t^n を低下させるときに，もし第1財と第 n 財がともにこれらの2財を除く他の財から成る複合財の代替財であるならば，家計の効用すなわち社会的厚生は上昇するということになる[6]。

II．通常の財

前節の議論において複合財（compound goods）の代替性を定義するために一定の税率

(5) Hatta [3] の104ページ参照。ここでは，$t^1<t^0<t^n$，つまり最低税率の財が私的財であって余暇(労働）ではないケースを取り扱っている。

(6) この結果は Hatta [3] の Theorem 1 である(104ページ参照)。

上昇の規則が用いられている。ここで，われわれは複合財の代替性ではなくて通常の財の代替性（補完性）に基づいて財の税率の均一税率への収束が厚生の改善をもたらすための条件を検討してみよう。

(23)式

$$N^{1n}=\sum_{i=0}^{n}(t^n-t^i)p^ix_i^n/x^n(t^n+1)$$
$$+\sum_{i=0}^{n}(t^i-t^1)p^ix_i^1/x^1(t^1+1)$$

において，すべての財の税率は第1財と第 n 財との税率の間にあることが，すなわち，

$$t^1<t^2<\cdots<t^{n-1}<t^n,$$

が仮定されているので，

$$t^n-t^i>0,$$
$$t^i-t^1>0,$$

となる。

ここで，第1財と第 n 財以外の財が，それぞれ第1財と第 n 財の代替財であるならば，すなわち，$x_i^n>0(i\neq n)$, $x_i^1>0(i\neq 1)$ であるならば，

$$N^{1n}>0$$

となる。すなわち社会的厚生の改善がもたらされる。

(23)式の前項において第 n 財の代替財のグループを S_n,第 n 財の補完財のグループを C_n とすれば，

$$\sum_{i=0}^{n}(t^n-t^i)p^ix_i^n/x^n(t^n+1)$$
$$=\sum_{i\in Sn}(t^n-t^i)p^ix_i^n/x^n(t^n+1)$$
$$+\sum_{i\in Dn}(t^n-t^i)p^ix_i^n/x^n(t^n+1) \qquad (24)$$

と書き換えられる。

同様に，後項において第1財の代替財のグループを S_1,第1財の補完財のグループを C_1 とすれば，

$$\sum_{i=0}^{n}(t^i-t^1)p^ix_i^1/x^1(t^1+1)$$
$$=\sum_{i\in S_1}(t^i-t^1)p^ix_i^1/x^1(t^1+1)$$
$$+\sum_{i\in C_1}(t^i-t^1)p^ix_i^1/x^1(t^1+1) \qquad (25)$$

と書き換えられる。

第 i 財が第 n 財の代替財であれば，すなわち $i\in S_n$ であれば $x_i^n>0$ であり，第 n 財の補完財であれば，すなわち $i\in C_n$ であれば $x_i^n<0$ である。第 i 財が第1財の代替財，補完財であるときも同様の結果が成立する。

したがって，税率に関しては第 i 財が第 n 財の代替財であれば第 n 財と第 i 財の税率の乖離 (t^n-t^i) が大きければ大きいほど，また第 i 財が第 n 財の補完財であれば，第 i 財と第 n 財の税率の乖離が小さければ小さいほど，(23)式の前項の値が正となる可能性が高い。すなわち，各財の税率の均一税率への収束が社会的厚生の改善をもたらす可能性が高い。同様のことが第 i 財と第 n 財の関係についても成立する。

うえでは，われわれは第1財と第 n 財とを取上げ，これらの財と他の財との代替，補完関係に基づいて議論を進めたが，つぎに，われわれは，第 j 財と第 k 財のケースに議論を一般化して検討してみる。まず，

$$t^1<\cdots<t^j<\cdots<t^k<\cdots<t^n$$

と仮定する。ここで N^{1n} のかわりに N^{jk} を検討してみよう。

$$N^{jk}=\sum_{i=0}^{n}(t^k-t^i)p^ix_i^k/x^k(t^k+1)$$
$$+\sum_{i=0}^{n}(t^i-t^j)p^ix_i^j/x^j(t^j+1) \qquad (26)$$

(26)式の前項において第 k 財の代替財のグループを S_k，補完財のグループを C_k とすれば，前項はつぎのように書き換えられる。

$$\sum_{i=0}^{n}(t^k-t^i)p^ix_i^k/x^k(t^k+1)$$
$$=\sum_{i\in Sk}(t^k-t^i)p^ix_i^k/x^k(t^k+1)$$

$$+\sum_{i\in C_k}(t^k-t^i)p^i x_i^k/x^k(t^k+1) \qquad (27)$$

ここで定義により第 i 財について $i\in S_k$ であれば $x_i^k>0$, $i\in C_k$ であれば $x_i^k<0$ となる。第 k 財と第 i 財の税率については，$t^k-t^i\gtreqless 0$ となる。すなわち，第 k 財の税率が第 i 財の税率よりも大きい場合もあり得るし，逆の場合もあり得る。第 k 財の代替財である第 i 財について，$t^k-t^i>0$, 第 k 財の補完財である第 i 財について，$t^k-t^i<0$ である財が多くあればあるほど，上式の値が正となる可能性が高い。したがって，各財の税率の均一税率への収束が社会的厚生の改善をもたらす可能性が高い。

同様に，上式の後項においても第 j 財の代替財のグループを S_j，補完財のグループを C_j とすれば，後項はつぎのように書き換えられる。

$$\sum_{i=0}^{n}(t^i-t^j)p^i x_i^j/x^j(t^j+1)$$
$$=\sum_{i\in S_j}(t^i-t^j)p^i x^j/x_i^j(t^j+1)$$
$$+\sum_{i\in C_j}(t^i-t^j)p^i x_i^j/x^j(t^j+1) \qquad (28)$$

ここで定義により第 i 財について $i\in S_j$ であれば $x_i^j>0$, $i\in C_j$ であれば $x_i^j<0$ となる。第 j 財と第 i 財の税率については，$t^i-t^j\gtreqless 0$ となる。すなわち，第 i 財の税率が第 k 財の税率よりも大きい場合もあり得るし，逆の場合もあり得る。第 j 財の代替財である第 i 財について，$t^i-t^j>0$, 第 j 財の補完財である第 i 財について，$t^i-t^j<0$ である財が多くあればあるほど，上式の値が正となる可能性が高い。したがって，各財の税率の均一税率への収束が社会的厚生の改善をもたらす可能性が高い。

図1に示されるように，上式の値が正となる可能性が高くなるためには，つまり各財の税率の均一税率への収束が社会的厚生の改善をもたらす可能性が高くなるためには，つぎの条件をみたすことが要求される。

←(補完財)—+————(代　替　財)———→

$t^1<\cdots\cdots<t^j<\cdots\cdots<t^k<\cdots\cdots<t^n$

←—(代　替　財)————+—(補完財)→

|←— (1) —→|←— (2) —→|←— (3) —→|

図1

(1)　第 i 財の税率 t^i が第 j 財の税率 t^j よりも低い場合には，第 i 財と第 j 財とは代替財の関係にあり，第 i 財と第 k 財とは補完財の関係にある。

(2)　第 i 財の税率 t^i が税率 t^j よりも高く，税率 t^k よりも低い場合には，第 i 財は，第 j 財とも，また，第 k 財とも代替財の関係にある。

(3)　第 i 財の税率 t^i が税率 t^k よりも高い場合には第 i 財は第 j 財と代替財の関係にあり，第 k 財と補完財の関係にある。

上述の議論は，第 j 財と第 k 財が $j<k$ の条件を除けば任意であるので，第1財と第 n 財とを取り上げた，Hatta [3] の場合よりもより一般的である。この議論の適用の一つのケースとして，すべての財を代替性をもつ財のグループに分割し，このグループごとにそれぞれ均一化を図る部分的均一化があげられる。

もちろん，部分的均一化であるから，たとえそれぞれのグループで税率が均一化しても，一般的にはグループごとに税率が異なる。

この方法の問題点の一つとして，各財の税率を小さい方から大きい順に並べるのであるから，たとえば第 j 財の税率 t^j と第 k 財の税率 t^k と

(均一化)　　(均一化)　　(均一化)
↑　　　　↑　　　　↑
［グループA］,［グループB］,［グループC］

図2

のあいだに両財の代替財のみが存在するとは限らないことがあげられる。代替財と補完財が混在している場合があるであろう。しかしながら，代替関係または補完関係にある財は，現実にはさほど多くはないと考えられるであろう。もし，第 i 財と第 k 財とが代替関係でも補完関係でもなければ，$x_i^k = 0$ となる。少なくとも関係が希薄であれば，$x_i^k \fallingdotseq 0$ となるであろう。もっとも，このような議論は一般均衡分析の枠組の趣旨に反するとも考えられる。

第2の問題点として，第 i 財の税率と第 i 財と補完関係にある財との税率とが乖離してしまうことがあげられる。しかしながら，代替財のグループ内では税率が均一化するのであるから，税率の乖離の問題は代替財グループ相互間の関係が補完関係にある場合に限られてくる。

III．税　収　可　変

第2節において，われわれは税収が不変であると仮定した。すなわち，第1財の税率 t^1 を上昇させるとき，税収 r が不変になるように第 n 財の税率 t^n を低下させると仮定した。この仮定によって税収により政府が提供する公共財の水準も不変であり，したがって家計の効用にも，その効用を変動させないという意味で影響を与えないこととなった。

ここでは，税収 r が税率の変動に応じて変化するケースを検討してみよう。税収が変動すれば公共財の水準も変動し，これは家計の効用に影響を与える。税率については，

$$t^1 < t^2 < \cdots < t^{n-1} < t^n$$

として，第1財の税率 t^1 のみを上昇させていくものとしよう。上昇の結果 $t^1 = t^2$ に到達すれば第2財の税率 t^2 を上昇させるものとしよう。もし，これらの上昇によって家計の効用が上昇するならば，これは税率の均一税率への接近によって家計の効用，すなわち，ここでは単一家計を想定しているので社会的厚生が増大していくことを意味する。

ここで，われわれは新たに公共財 y，公共財の価格 q_y を導入しよう。その他の記号については以前と同じである。家計の効用関数は，

$$u = u(x, y)$$

となる。すなわち，私的財とともに公共財がその変数となる。この効用関数から補償需要関数を求めれば，

$$x = x(q, r, u) \tag{29}$$

$$y = y(q, r, u) \tag{30}$$

となる。家計の予算制約式は，

$$qx = 0 \tag{31}$$

である。生産関数は，

$$px + q_y y = 0 \tag{32}$$

となる。ただし，以下において議論を簡単にするために q_y は一定であるとされる。上式において q を $q(t)$ で，r を $r(t)$ で置き換えれば，

$$\begin{cases} q(t)x(q(t), r(t), u) = 0 \\ px(q(t), r(t), u) \\ \qquad + q_y y(q(t), r(t), u = 0 \end{cases} \tag{33}$$

となる。これを整理して全微分すれば，

$$\begin{aligned} x(\cdot)dt + t\Big(&\frac{\partial x}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial t}dt \\ &+ \frac{\partial x}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial t}dt + \frac{\partial x}{\partial u}du\Big) \\ &- q_y\Big(\frac{\partial y}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial t}dt + \frac{\partial y}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial t}dt \\ &+ \frac{\partial y}{\partial u}du\Big) = 0 \end{aligned} \tag{35}$$

となる。これを移項して整理すれば，

$$\left(t\frac{\partial x}{\partial u} - q_y\frac{\partial y}{\partial u}\right)du$$

$$= \left\{\left(q_y\frac{\partial y}{\partial q} - t\frac{\partial x}{\partial q}\right) + \left(q_y\frac{\partial y}{\partial r} - t\frac{\partial x}{\partial r}\right)\frac{\partial r}{\partial t} - x(\cdot)\right\}dt \tag{36}$$

となる。第 i 財の税率 t^i の変化のみ考慮すれば，

$$\left(t\frac{\partial x}{\partial u} - q_y\frac{\partial y}{\partial u}\right)du = \left\{\left(q_y\frac{\partial y}{\partial q^i} - t\frac{\partial x}{\partial q^i}\right) + \left(q_y\frac{\partial y}{\partial r} - t\frac{\partial x}{\partial r}\right)\frac{\partial r}{\partial t^i} - x^i(\cdot)\right\}dt^i \tag{37}$$

となる。ここで $\partial u/\partial t^i > 0$ となる条件，すなわち第 i 財の税率 t^i の上昇が家計の効用の上昇をもたらすための条件を求めてみよう。まず，

$$t\frac{\partial x}{\partial u} - q_y\frac{\partial y}{\partial u} > 0 \tag{38}$$

と仮定する。これは家計の効用 u を1単位増加させるために必要とされる私的財の量 x を各財の税率 t で評価した値が，家計の効用 u を1単位増加させるために必要とされる公共財の量 y を公共財の価格 q_y で評価した値よりも大きいことを意味する。

このとき，第 i の量 $x^i > 0$ とすれば，

$$q_y\frac{\partial y}{\partial q^i} - t\frac{\partial x}{\partial q^i} > 0 \tag{39}$$

$$q_y\frac{\partial y}{\partial r} - t\frac{\partial x}{\partial r} > 0 \tag{40}$$

であり，かつ，値が十分に大きいことが要求される。これは，第 i 財の価格 q^i の1単位の増加がもたらす公共財の量 y の変化を公共財の価格 q_y で評価した値が，第 i 財の価格 q^i の1単位の増加がもたらす私的財 x の変化を税率 t で評価した値よりも大きいこと，また税収 r の1単位の増加が公共財の量 y にもたらす変化を公共財の価格 q_y で評価した値が，税収 r の1単位の増加が私的財 x にもたらす変化を税率 t で評価した値よりも大きいこと，しかも，この2つの値が十分大きいことを意味する。以上の関係は図3のように示すことができる。

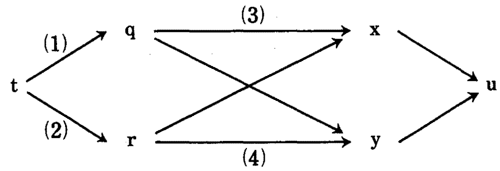

図3

第2節において，われわれは税収 r を一定と想定した。これは図において，税率の変化が家計の効用に影響を与えるルート(1)，(2)の中で，(1)のルートのみが作用することを意味する。

ここでも，財の代替性が家計の効用に与える影響，すなわち図のルート(3)，(4)が家計の効用に与える影響が大きいことが式(39)，(40)からわかる。

参 考 文 献

[1] Atkinson, A. B. and J. E. Stiglitz, *Lectures on Public Economics*, New York, McGraw-Hill, 1980.

[2] Berglas E, "Harmonization of Commodity Taxes", *Journal of Public Economics*, 16, pp. 377-384, 1981.

[3] Hatta T., "Welfare Effects of Changing Commodity Tax Rates toward Uniformity", *Journal of Public Economics*, 29, pp. 99-112, 1986.

[4] Ramsey, F. P., "A Contribution to the Theory of Taxation", *Economic Journal*, 37, pp. 47-61, 1927.

[5] Sadka E., "A Theorem of Uniform Taxation", *Journal of Public Economics*, 7, pp. 387-391, 1977.

[6] Whalley J., "Uniform Domestic Tax Rates, Trade Distortions and Economic Integration", *Journal of Public Economics*, 11, pp. 213-221, 1979.

（九州国際大学法経学部教授）