ある非凸期待費用関数の最適政策 : II

児玉, 正憲

https://doi.org/10.15017/4493023

出版情報：經濟學研究. 57 (3/4), pp.175-198, 1992-08-10. 九州大学経済学会

ある非凸期待費用関数の最適政策（II）

児　玉　正　憲

目　　　次

はしがき
1．一期間モデル
　1.1　モデルⅠ
　1.2　モデルⅡ
　1.3　モデルⅢ
2．二期間モデル
　2.1　モデルⅠ
　2.2　モデルⅡ
　　（以上　経済学研究，第57巻，第2号）
　2.3　モデルⅢ
3．$n(>2)$ 期間モデル
　3.1　モデルⅠ
　3.2　モデルⅡ
　3.3　モデルⅢ
むすび
参考文献

2.3　モデルⅢ　$H_2'(0)>0,\ H_4'(R_1)>0$

このとき

$$H_2'(R_2)+\alpha\int_0^\infty f_1'(R_2-b)\phi(b)db = H_2'(R_2)-\alpha c_1<0$$

$$H_2''(z)+\alpha\int_0^\infty f_1''(z-b)\phi(b)db \geqq 0$$

となる。以下(a)，(b)の2つの場合に分けモデルⅡと同様な解析を行う。

(a)　**$H_2(\bar{z}_2^1)>H_3(\bar{z}_3^1)$ の場合**

(1)　このとき式(2.10)は

$$H_2'(0)+\alpha\int_0^\infty f_1'(-b)\phi(b)db = H_2'(0)-\alpha c_1\leqq 0$$

$$H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(R_1-b)\phi(b)db = H_4'(R_1)-\alpha\left(c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1} H_3'(R_1-b)\phi(b)db\right)>0$$

となる。モデルⅢの条件 $H_2'(0)>0$，$H_4'(R_1)>0$ を考慮すると，

$$0<H_2'(0)\leqq \alpha c_1,\quad H_4'(R_1)>\max\left(0,\ \alpha\left(c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1} H_3'(R_1-b)\phi(b)db\right)\right) \tag{2.53}$$

のとき(1)が起る。

$$H_3'(\bar{z}_3^1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_3^1-b)\phi(b)db=-\alpha c_1<0$$

$$H_3''(z)+\alpha\int_0^\infty f_1''(z-b)\phi(b)db\geqq 0$$

$$H_3'(\bar{z}_3^2)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_3^2-b)\phi(b)db=0$$

より $\bar{z}_3^1<\bar{z}_3^2$ は明らかである。

(2)　このとき式(2.11)は

$$H_2'(0)+\alpha\int_0^\infty f_1'(-b)\phi(b)db=H_2'(0)-\alpha c_1\leqq 0$$

$$H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(R_1-b)\phi(b)db=H_4'(R_1)-\alpha\left(c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db\right)<0$$

となる。モデルIIIの条件 $H_2'(0)>0$, $H_4'(R_1)>0$ を考慮すると,

$$0<H_2'(0)\leqq\alpha c_1,\quad 0<H_4'(R_1)<\alpha\left(c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db\right)\tag{2.54}$$

のとき(2)が起る（$c_1\leqq\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db\Rightarrow H_4'(R_1)>0$ に反するので(2)は起らない）

$$H_4'(\bar{z}_4^1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_4^1-b)\phi(b)db<0\qquad\text{（モデルⅠ，(2)参照）}$$

$$H_4''(z)+\alpha\int_0^\infty f_1''(z-b)\phi(b)db\geqq 0$$

$$H_4'(\bar{z}_4^2)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_4^2-b)\phi(b)db=0$$

より $\bar{z}_4^1<\bar{z}_4^2$ は明らかである。

(3)　このとき式(2.12)は

$$H_3'(0)+\alpha\int_0^\infty f_1'(-b)\phi(b)db=H_2'(0)-r_1-\alpha c_1>0$$

となる。モデルIIIの条件 $H_2'(0)>0$, $H_4'(R_1)>0$ を考慮すると,

$$H_2'(0)>r_1+\alpha c_1,\quad H_4'(R_1)>0\tag{2.55}$$

のとき(3)が起る。

$$H_2'(\bar{z}_2^1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(-b)\phi(b)db=-\alpha c_1<0$$

$$H_2''(z)+\alpha\int_0^\infty f_1''(z-b)\phi(b)db\geqq 0$$

$$H_2'(\bar{z}_3^2)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_2^2-b)\phi(b)db=0$$

より　$\bar{z}_2^1<\bar{z}_2^2$ は明らかである。

(4)　このとき式(2.13)は

$$H_3'(0)+\alpha\int_0^\infty f_1'(-b)\phi(b)db=H_2'(0)-r_1-\alpha c_1\leqq 0$$

$$H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(R_1-b)\phi(b)db = H_4'(R_1)-\alpha\Big(c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db\Big)>0$$

となる。モデルIIIの条件 $H_2'(0)>0$，$H_4'(R_1)>0$ を考慮すると

$$0<H_2'(0)\leqq r_1+\alpha c_1,\quad H_4'(R_1)>\max\Big(0,\ \alpha\Big(c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db\Big)\Big) \tag{2.56}$$

のとき(4)が起る。

$$H_i'(\bar{z}_i^1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_i^1-b)\phi(b)db = -\alpha c_1<0,\quad i=2,\ 3$$

$$H_i''(z)+\alpha\int_0^\infty f_1''(z-b)\phi(b)db\geqq 0,\quad i=2,\ 3$$

$$H_i'(\bar{z}_i^2)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_i^2-b)\phi(b)db = 0,\quad i=2,\ 3$$

より　$\bar{z}_i^1<\bar{z}_i^2$ $(i=2,\ 3)$ は明らかである。

(5)　このとき式(2.14)は

$$H_2'(0)+\alpha\int_0^\infty f_1'(-b)\phi(b)db = H_2'(0)-\alpha c_1<0$$

$$H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(R_1-b)\phi(b)db = H_4'(R_1)-\alpha\Big(c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db\Big)<0$$

となる。モデルIIIの条件 $H_2'(0)>0$，$H_4'(R_1)>0$ を考慮すると

$$H_2'(0)>\alpha c_1,\quad 0<H_4'(R_1)<\alpha\Big(c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db\Big) \tag{2.57}$$

のとき(5)が起る。

$$H_2'(\bar{z}_2^1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(-b)\phi(b)db = -\alpha c_1<0$$

$$H_4'(\bar{z}_4^1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_4^1-b)\phi(b)db<0 \qquad \text{（モデル I，(2)参照）}$$

$$H_i''(z)+\alpha\int_0^\infty f_1''(z-b)\phi(b)db\geqq 0,\quad i=2,\ 4$$

$$H_i'(\bar{z}_i^2)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_i^2-b)\phi(b)db = 0,\quad i=2,\ 4$$

より　$\bar{z}_i^1<\bar{z}_i^2$　$(i=2,\ 4)$ は明らかである。

(b)　**$H_2(\bar{z}_2^1)\leqq H_3(\bar{z}_3^1)$ の場合**

(1)　このとき式(2.10)は

$$H_2'(0)+\alpha\int_0^\infty f_1'(-b)\phi(b)db = H_2'(0)-\alpha\Big(c_1-\int_{-\bar{z}_{23}^1}^{\bar{z}_2^1}H_2'(-b)\phi(b)db\Big)\leqq 0$$

$(\because -b<\bar{z}_2^1 \rightleftarrows b>-\bar{z}_2^1,\ \bar{z}_2^1\leqq -b<\bar{z}_{23}^1 \rightleftarrows -\bar{z}_2^1\geqq b>-\bar{z}_{23}^1,$
$\bar{z}_{23}^1\leqq -b<0 \rightleftarrows -\bar{z}_{23}^1\geqq b>0$, 式$(1.32)$参照)

$$\begin{aligned}&H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(R_1-b)\phi(b)db\\ &\quad= H_4'(R_1)-\alpha\Big\{c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db-\int_{R_1-\bar{z}_{23}^1}^{R_1-\bar{z}_2^1}H_2'(R_1-b)\phi(b)db\Big\}>0\end{aligned}$$

となる。モデルIIIの条件 $H_2'(0)>0$，$H_4'(R_1)>0$ を考慮すると，

$$\left.\begin{aligned}
&0<H_2'(0)\leqq\alpha\left(c_1-\int_{-z}^{-z_2^1}H_2'(-b)\phi(b)db\right)\\
&H_4'(R_1)>\max\left(0,\ \alpha\left(c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db\right)-\int_{R_1-\bar{z}_{23}^1}^{R_1-\bar{z}_2^1}H_2'(R_1-b)\phi(b)db\right)
\end{aligned}\right\}\tag{2.58}$$

のとき(1)が起る。

$$H_3'(\bar{z}_3^1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_3^1-b)\phi(b)db=0+\alpha\left(-c_1+\int_{\bar{z}_3^1-\bar{z}_{23}^1}^{\bar{z}_3^1-\bar{z}_2^1}H_2'(\bar{z}_3^1-b)\phi(b)db\right)$$

$$\leqq\alpha(-c_1+H_2'(0))<0\quad\left(\because H_2'(0)\leqq\alpha\left(c_1-\int_{-\bar{z}_{23}^1}^{-\bar{z}_2^1}H_2'(-b)\phi(b)db\right)<c_1\right)$$

$$H_3''(z)+\alpha\int_0^\infty f_1''(z-b)\phi(b)db\geqq 0$$

$$H_3'(\bar{z}_3^2)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_3^2-b)\phi(b)db=0$$

より　$\bar{z}_3^1<\bar{z}_3^2$ は明らかである.

(2)　このとき式(2.11)は

$$H_2'(0)+\alpha\int_0^\infty f_1'(-b)\phi(b)db=H_2'(0)-\alpha\left(c_1-\int_{-\bar{z}_{23}^1}^{-\bar{z}_2^1}H_2'(-b)\phi(b)db\right)\leqq 0$$

$$H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(R_1-b)\phi(b)db$$

$$=H_4'(R_1)-\alpha\left\{c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db-\int_{R_1-\bar{z}_{23}^1}^{R_1-\bar{z}_2^1}H_2'(R_1-b)\phi(b)db\right\}<0$$

となる。モデルIIIの条件 $H_2'(0)>0$，$H_4'(R_1)>0$ を考慮すると，

$$\left.\begin{aligned}
&0<H_2'(0)\leqq\alpha\left(c_1-\int_{-\bar{z}_{23}^1}^{\bar{z}_2^1}H_2'(-b)\phi(b)db\right)\\
&0<H_4'(R_1)<\alpha\left\{c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db-\int_{R_1-\bar{z}_{23}^1}^{R_1-\bar{z}_2^1}H_2'(R_1-b)\phi(b)db\right\}
\end{aligned}\right\}\tag{2.59}$$

のとき(2)が起る。

次に $\bar{z}_4^1$ と $\bar{z}_4^2$ の順序関係を調べる。

$$\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_4^1-b)\phi(b)db\geqq\int_0^\infty f_1'(R_1-b)\phi(b)db$$

より

$$\int_0^{\bar{z}_4^1-R_1}H_4'(\bar{z}_4^1-b)\phi(b)db+\int_{\bar{z}_4^1-R_1}^{\bar{z}_4^1-\bar{z}_3^1}H_3'(\bar{z}_4^1-b)\phi(b)db+\int_{\bar{z}_4^1-\bar{z}_{23}^1}^{\bar{z}_4^1-\bar{z}_2^1}H_2'(\bar{z}_4^1-b)\phi(b)db$$

$$\geqq\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db+\int_{R_1-\bar{z}_{23}^1}^{R_1-\bar{z}_2^1}H_2'(R_1-b)\phi(b)db$$

式(2.59)を考慮して

$$c_1\underset{(<)}{>}\int_0^{\bar{z}_4^1-R_1}H_4'(\bar{z}_4^1-b)\phi(b)db+\int_{\bar{z}_4^1-R_1}^{\bar{z}_4^1-\bar{z}_3^1}H_3'(\bar{z}_4^1-b)\phi(b)db+\int_{\bar{z}_4^1-\bar{z}_{23}^1}^{\bar{z}_4^1-\bar{z}_2^1}H_2'(\bar{z}_4^1-b)\phi(b)db$$

が成立するとき

$$H_4''(z)+\alpha\int_0^\infty f_1''(z-b)\phi(b)db\geqq 0$$

$$H_4'(\bar{z}_3^2)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_3^2-b)\phi(b)db=0$$

$$H_4'(\bar{z}_4^1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_4^1-b)\phi(b)db$$

$$=-\alpha\Big\{c_1-\int_0^{\bar{z}_4^1-R_1}H_4'(\bar{z}_4^1-b)\phi(b)db-\int_{\bar{z}_4^1-R_1}^{\bar{z}_4^1-\bar{z}_3^1}H_3'(\bar{z}_4^1-b)\phi(b)db+\int_{\bar{z}_4^1-\bar{z}_{23}^1}^{\bar{z}_4^1-\bar{z}_2^1}H_2'(\bar{z}_{24}^1$$

$$-b)\phi(b)db\Big\}\underset{(>)}{<}0$$

より　$\bar{z}_4^1 \underset{(>)}{<} \bar{z}_4^2$ となる。

(3)　このとき式(2.12)は

$$H_3'(0)+\alpha\int_0^\infty f_1'(-b)\phi(b)db=H_2'(0)-r_1-\alpha\Big(c_1-\int_{-\bar{z}_{23}^1}^{-\bar{z}_2^1}H_2'(-b)\phi(b)db\Big)>0$$

となる。モデルIIIの条件 $H_2'(0)>0$，$H_4'(R_1)>0$ を考慮すると

$$\max\Big(0,\ \alpha\Big(c_1-\int_{-\bar{z}_{23}^1}^{-\bar{z}_2^1}H_2'(-b)\phi(b)db\Big)\Big)<H_2'(0),\quad H_4'(R_1)>0 \tag{2.60}$$

のとき(3)が起る

$$H_2'(\bar{z}_2^1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_2^1-b)\phi(b)db=-\alpha c_1<0$$

$$H_2''(z)+\alpha\int_0^\infty f_1''(z-b)\phi(b)db\geqq 0$$

$$H_2'(\bar{z}_2^2)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_2^2-b)\phi(b)db=0$$

より　$\bar{z}_2^1<\bar{z}_2^2$ は明らかである。

(4)　このとき式(2.13)は

$$H_3'(0)+\alpha\int_0^\infty f_1'(-b)\phi(b)db=H_2'(0)-r_1-\alpha\Big(c_1-\int_{-\bar{z}_{23}^1}^{-\bar{z}_2^1}H_2'(-b)\phi(b)db\Big)\leqq 0$$

$$H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(R_1-b)\phi(b)db$$

$$=H_4'(R_1)-\alpha\Big\{c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db-\int_{R_1-\bar{z}_{23}^1}^{R_1-\bar{z}_2^1}H_2'(R_1-b)\phi(b)db\Big\}>0$$

となる。モデルIIIの条件 $H_2'(0)>0$，$H_4'(R_1)>0$ を考慮すると，

$$\left.\begin{aligned}&0<H_2'(0)\leqq r_1+\alpha\Big(c_1-\int_{-\bar{z}_{23}^1}^{-\bar{z}_2^1}H_2'(-b)\phi(b)db\Big)\\&\max\Big(0,\ \alpha\Big(c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db-\int_{R_1-\bar{z}_{23}^1}^{R_1-\bar{z}_2^1}H_2'(R_1-b)\phi(b)db\Big)\Big)<H_4'(R_1)\end{aligned}\right\} \tag{2.61}$$

のとき(4)が起る。

$$H_2'(\bar z_2^1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar z_2^1-b)\phi(b)db=-\alpha c_1<0$$

$$H_2''(z)+\alpha\int_0^\infty f_1''(z-b)\phi(b)db\geqq 0$$

$$H_2'(\bar z_2^2)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar z_2^2-b)\phi(b)db=0$$

より　$\bar z_2^1<\bar z_2^2$ は明らかである。

$$H_3'(\bar z_3^2)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar z_3^2-b)\phi(b)db=0$$

$$H_3''(z)+\alpha\int_0^\infty f_1''(z-b)\phi(b)db\geqq 0$$

$$H_3'(\bar z_3^1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar z_3^1-b)\phi(b)db=\alpha\left(\int_{\bar z_3^1-\bar z_{23}^1}^{\bar z_3^1-\bar z_2^1}H_2'(\bar z_3^1-b)\phi(b)db-c_1\right)$$

であるから

$$\int_{\bar z_3^1-\bar z_{23}^1}^{\bar z_3^1-\bar z_2^1}H_2'(\bar z_3^1-b)\phi(b)db\underset{(>)}{<}c_1 \tag{2.62}$$

ならば

$$\bar z_3^1\underset{(>)}{<}\bar z_3^2$$

となる。

(5)　このとき式(2.14)は

$$H_2'(0)+\alpha\int_0^\infty f_1'(-b)\phi(b)db=H_2'(0)-\alpha\left(c_1-\int_{-\bar z_{23}^1}^{-\bar z_2^1}H_2'(-b)\phi(b)db\right)>0$$

$$H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(R_1-b)\phi(b)db$$

$$=H_4'(R_1)-\alpha\left\{c_1-\int_0^{R_1-\bar z_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db-\int_{R_1-\bar z_{23}^1}^{R_1-\bar z_2^1}H_2'(R_1-b)\phi(b)db\right\}<0$$

となる。モデルIIIの条件 $H_2'(0)>0$，$H_4'(R_1)>0$ を考慮すると

$$\left.\begin{array}{l}\max\left(0,\ \alpha\left(c_1-\displaystyle\int_{-\bar z_{23}^1}^{-\bar z_2^1}H_2'(-b)\phi(b)db\right)\right)<H_2'(0)\\ 0<H_4'(R_1)<\alpha\left(c_1-\displaystyle\int_0^{R_1-\bar z_3^1}H_3'(R_1-b)\phi(b)db-\int_{R_1-\bar z_{23}^1}^{R_1-\bar z_2^1}H_2'(R_1-b)\phi(b)db\right)\end{array}\right\} \tag{2.63}$$

のとき(5)が起る。

$$H_2'(\bar z_2^1)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar z_2^1-b)\phi(b)db=-\alpha c_1<0$$

$$H_2''(z)+\alpha\int_0^\infty f_1''(z-b)\phi(b)db\geqq 0$$

$$H_2'(\bar z_2^2)+\alpha\int_0^\infty f_1'(\bar z_2^2-b)\phi(b)db=0$$

より　$\bar{z}_2^1 < \bar{z}_2^2$ は明らかである。

$$H_4'(\bar{z}_4^2) + \alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_4^2 - b)\phi(b)db = 0$$

$$H_4''(z) + \alpha\int_0^\infty f_1''(z-b)\phi(b)db \geqq 0$$

$$H_4'(\bar{z}_4^1) + \alpha\int_0^\infty f_1'(\bar{z}_4^1 - b)\phi(b)db$$

$$= \alpha\left(\int_0^{R_1 - \bar{z}_3^1} H_3'(R_1 - b)\phi(b)db + \int_{R_1 - \bar{z}_{23}^1}^{R_1 - \bar{z}_2^1} H_2'(R_1 - b)\phi(b)db - c_1\right) < 0 \qquad (\because \text{式}(2.52)\text{より})$$

であるから

$\bar{z}_4^1 < \bar{z}_4^2$ は明らかである。

以上の議論から $f_2'(x)$ は $H_2(\bar{z}_2^1)$，$H_4(\bar{z}_4^1)$ の順序関係に依存せず (1)−(5)の場合，次のように与えられる。

(1)

$$\begin{aligned} f_2'(x) &= -c_1, & x &\leqq \bar{z}_3^2 \\ &= -c_1 + H_3'(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)db, & \bar{z}_3^2 &< x \leqq R_1 \\ &= -c_1 + H_4'(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)db, & x &> R_1 \end{aligned} \tag{2.64}$$

(2)

$$\begin{aligned} f_2'(x) &= -c_1, & x &\leqq \bar{z}_4^2 \\ &= -c_1 + H_4'(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)db, & x &> \bar{z}_4^2 \end{aligned} \tag{2.65}$$

(3)

$$\begin{aligned} f_2'(x) &= -c_1, & x &\leqq \bar{z}_2^2 \\ &= -c_1 + H_2'(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)db, & \bar{z}_2^2 &< x \leqq 0 \\ &= -c_1 + H_3'(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)db, & 0 &\leqq x < R_1 \\ &= -c_1 + H'_4(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)db. & x &\geqq R_1 \end{aligned} \tag{2.66}$$

(4)

(a)　$\boldsymbol{H_2(\bar{z}_2^2) + \alpha\int_0^\infty f_1(\bar{z}_2^2 - b)\phi(b)db \geqq H_3(\bar{z}_3^2) + \alpha\int_0^\infty f_1(\bar{z}_3^2 - b)\phi(b)db}$ **の場合**

$$
\begin{aligned}
f_2'(x) &= -c_1, & & x \leqq \bar{z}_3^2 \\
&= -c_1 + H_3'(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)\,db, & & \bar{z}_3^2 < x \leqq R_1 \\
&= -c_1 + H_4'(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)\,db, & & x > R_1
\end{aligned}
\tag{2.67}
$$

(b) $\boldsymbol{H_2(\bar{z}_2^2) + \alpha\int_0^\infty f_1(\bar{z}_2^2 - b)\phi(b)\,db < H_3(\bar{z}_3^2) + \alpha\int_0^\infty f_1(\bar{z}_3^2 - b)\phi(b)\,db}$ **の場合**

$$
\begin{aligned}
f_2'(x) &= -c_1, & & x \leqq \bar{z}_2^2 \\
&= -c_1 + H_2'(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)\,db, & & \bar{z}_2^2 < x \leqq \bar{z}_{23}^2 \\
&= -c_1, & & \bar{z}_{32}^2 < x \leqq \bar{z}_3^2 \\
&= -c_1 + H_3'(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)\,db, & & \bar{z}_3^2 < x \leqq R_1 \\
&= -c_1 + H_4'(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)\,db, & & x > R_1
\end{aligned}
\tag{2.68}
$$

(5)

(a) $\boldsymbol{H_2(\bar{z}_2^2) + \alpha\int_0^\infty f_1(\bar{z}_2^2 - b)\phi(b)\,db \geqq H_4(\bar{z}_4^2) + \alpha\int_0^\infty f_1(\bar{z}_4^2 - b)\phi(b)\,db}$ **の場合**

$$
\begin{aligned}
f_2'(x) &= -c_1, & & x \leqq \bar{z}_4^2 \\
&= -c_1 + H_4'(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)\,db, & & x > \bar{z}_4^2
\end{aligned}
\tag{2.69}
$$

(b) $\boldsymbol{H_2(\bar{z}_2^2) + \alpha\int_0^\infty f_1(\bar{z}_2^2 - b)\phi(b)\,db < H_4(\bar{z}_4^2) + \alpha\int_0^\infty f_1(\bar{z}_4^2 - b)\phi(b)\,db}$ の場合

$$
\begin{aligned}
f_2'(x) &= -c_1, & & x \leqq \bar{z}_2^2 \\
&= -c_1 + H_2'(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)\,db, & & \bar{z}_2^2 < x \leqq \bar{z}_{24}^2 \\
&= -c_1, & & \bar{z}_{24}^2 < x \leqq \bar{z}_4^2 \\
&= -c_1 + H_4'(x) + \alpha\int_0^\infty f_1'(x-b)\phi(b)\,db, & & x > \bar{z}_4^2
\end{aligned}
\tag{2.70}
$$

3. $\boldsymbol{n(>2)}$ 期間モデル

3.1 モデルⅠ $\boldsymbol{H_2'(0)<0,\ H_3'(R_1) = H_4'(R_1)>0}$

$n = k-1\ (k>1)$ のとき，次の $f_{k-1}'(x), f_0'(x), \bar{z}_3^{k-1}$ および $\bar{z}_4^{k-1}$ に関する性質は成立しているものとする　($k = 2, 3$ の場合は証明した)。

(1) $H_4'(R_1) + \alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(R_1 - b)\phi(b)\,db > 0$ の場合

$$
\begin{aligned}
f_{k-1}'(x) &= -c_1, & x \leqq \bar{z}_3^{k-1} \\
&= -c_1 + H_3'(x) + \alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(x-b)\phi(b)db, & \bar{z}_3^{k-1} < x \leqq R_1 \\
&= -c_1 + H_4'(x) + \alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(x-b)\phi(b)db, & x > R_1
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

$f_0'(x)=0$, $\lim_{x\to\infty} f_{k-1}'(x) = h$, $f_{k-1}''(x) \geqq 0$　（点 $\bar{z}_3^{k-1}$, R_2, 0, R_1 を除いて，これらの点で右および左2回微分係数は存在）

ここに $\bar{z}_3^{k-1}$ $(0<\bar{z}_3^{k-1}<R_1)$ は

$$
H_3'(z) + \alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(z-b)\phi(b)db = 0 \tag{3.2}
$$

の唯一の根である。

(2)　$H_4'(R_1) + \alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b)\phi(b)db < 0$ の場合

$$
\begin{aligned}
f_{k-1}'(x) &= -c_1, & x \leqq \bar{z}_4^{k-1} \\
&= -c_1 + H_4'(x) + \alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(x-b)\phi(b)db, & x > \bar{z}_4^{k-1}
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

$f_0'(x)=0$, $\lim_{x\to\infty} f'(x) = h$，$f_{k-1}''(x) \geqq 0$　（点 $\bar{z}_4^{k-1}$，R_2，0，R_1 を除いて，これらの点で右および左2回微分係数は存在）

ここに $\bar{z}_4^{k-1}$　$(>R_1)$ は

$$
H_4'(z) + \alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(z-b)\phi(b)db = 0 \tag{3.4}
$$

の唯一の根である。

このとき

$$
H_2'(z) + \alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(z-b)\phi(b)db = H_2'(z) - \alpha c_1 < 0
$$

$$
H_3'(0) + \alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(-b)\phi(b)db = H_2'(0) - r_1 - \alpha c_1 < 0
$$

$$
H_3''(z) + \alpha\int_0^\infty f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db \geqq 0
$$

となる。したがって $n=k$ の場合は(1)および(2)を検討すれば十分である。

(1)　$H_4'(R_1) + \alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(R_1-b)\phi(b)db > 0$

このとき

$$
\begin{aligned}
&H_3'(R_1) + \alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(R_1-b)\phi(b)db \\
&\quad = H_4'(R_1) + \alpha\left\{\int_0^{R_1-\bar{z}_3^{k-1}} f_{k-1}'(R_1-b)\phi(b)db + \int_{R_1-\bar{z}_3^{k-1}}^\infty f_{k-1}'(R_1-b)\phi(b)db\right\} \\
&\quad = H_4'(R_1) + \alpha\left\{\int_0^{R_1-\bar{z}_3^{k-1}}\left[-c_1 + H_3'(R_1-b) + \alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(v)dv\right]\phi(b)db\right.
\end{aligned}
$$

$$-\int_{R_1-\bar{z}_3^{k-1}}^{\infty} c_1\phi(b)db\Big\}$$

$$=H_4'(R_1)-\alpha c_1+\alpha\int_0^{R_1-\bar{z}_3^{k-1}}\Big[H_3'(R_1-b)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-2}'(R-b-v)\phi(v)dv\Big]\phi(b)db \qquad (3.5)$$

となる。したがってモデルIの条件 $H_2'(o)<0$，$H_4'(R_1)>0$ を考慮すると，(1)は

$$\left.\begin{aligned}&H_2'(0)<0,\\&H_4'(R_1)>\max\Big\{0,\ \alpha\Big[c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^{k-1}}\Big(H_3'(R_1-b)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(v)dv\Big)\phi(b)db\Big]\Big\}\end{aligned}\right\} \qquad (3.6)$$

のとき起る。

このとき

$$H_3'(z)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}'(z-b)\phi(b)db=0$$

は唯一の根 $\bar{z}_3^k$　$(0<\bar{z}_3^k<R_1)$ をもつ。$\bar{z}_3^{k-1}\leqq\bar{z}_3^k$ であることは，

$$H_3'(\bar{z}_3^{k-1})+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}'(\bar{z}_3^{k-1}-b)\phi(b)db$$

$$\leqq H_3'(\bar{z}_3^{k-1})+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-2}'(\bar{z}_3^{k-1}-b)\phi(b)db=0 \qquad (3.7)$$

$$(\because\quad x\leqq\bar{z}_3^{k-1}\Rightarrow f_{k-1}'(x)-f_{k-2}'(x)=-c_1-f_{k-2}'(x)\leqq -c_1+c_1=0)$$

$$H_3''(z)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db\geqq 0$$

および(1)より明らかである。

最適政策は

$x\leqq\bar{z}_3^k$ ならば $\bar{z}_3^k-x$ だけ発注，

$x>\bar{z}_3^k$ ならば発注しない

ことである。

また，

$$\begin{aligned}f_k'(x)&=-c_1, && x\leqq\bar{z}_3^k\\&=-c_1+H_3'(x)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}'(x-b)\phi(b)db, && \bar{z}_3^k<x\leqq R_1 \qquad (3.8)\\&=-c_1+H_4'(x)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}'(x-b)\phi(b)db, && x>R_1\end{aligned}$$

$\lim_{x\to\infty}f_k'(x)=h$，$f_k''(x)>0$　(点 $\bar{z}_3^k$，R_2，0，R_1 を除いて，これらの点で右および左2回微分係数は存在)

(2)　このとき，モデルIの条件 $H_2'(0)<0$，$H_4'(R_1)>0$ および式(3.5)を考慮すると，(2)は

$$\left.\begin{aligned}&H_2'(0)<0,\\&0<H_4'(R_1)<\alpha\Big\{c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^{k-1}}\Big[H_3'(R_1-b)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(v)dv\Big]\phi(b)db\Big\}\end{aligned}\right\} \qquad (3.9)$$

のとき起る。また，

$$H_3'(R_1) = H_4'(R_1)$$

$$H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(R_1-b)\phi(b)db<0$$

$$H_4''(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db\geqq 0$$

$$\lim_{z\to\infty}\left\{H_4'(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(z-b)\phi(b)db\right\} = \lim_{z\to\infty}H_4'(z)+\alpha h$$
$$= c_1+(1+\alpha)h>0$$

したがって

$$H_4'(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(z-b)\phi(b)db = 0 \tag{3.10}$$

は唯一の根 $\bar{z}_4^k$ $(>R_1)$ をもつ

また

$$H_4''(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db\geqq 0$$

$$H_4'(\bar{z}_4^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(\bar{z}_4^{k-1}-b)\phi(b)db$$

$$\leqq H_4'(\bar{z}_4^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(\bar{z}_4^{k-1}-b)\phi(b)db = 0 \tag{3.11}$$

$(\because\ f_{k-2}'(x)\geqq -c_1,\ x\leqq \bar{z}_4^{k-1}\Rightarrow f_{k-1}'(x)-f_{k-2}'(x) = -c_1-f_{k-2}'(x)\leqq -c_1+c_1 = 0)$

より $\bar{z}_4^{k-1}\leqq \bar{z}_4^k$ は明らかである。

最適政策は

$x\leqq \bar{z}_4^k$ ならば $\bar{z}_4^k-x$ だけ発注，

$x>\bar{z}_4^k$ ならば発注しない

ことである。

また，

$$\begin{aligned} f_k'(x) &= -c_1, & x\leqq \bar{z}_4^k \\ &= -c_1+H_4'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(x-b)\phi(b)db, & x>\bar{z}_4^k \end{aligned} \tag{3.12}$$

$\lim_{x\to\infty}f_k'(x) = h$，$f_k''(x)\geqq 0$（点 $\bar{z}_4^k$，R_2，0，R_1，を除いて，これらの点で右および左2回微分係数が存在）

3.2 モデルII　$H_2'(0)>0$，$H_4'(R_1)<0$

$n = k-1(k>1)$ のとき，次の $f_{k-1}'(x)$，$f_0'(x)$，$\bar{z}_3^{k-1}$ および $\bar{z}_4^{k-1}$ に関する性質は成立しているものとする。

(1)　$H_2'(0)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(-b)\phi)db \leqq 0,\ H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b)\phi(b)db>0$ の場合

$$
\begin{aligned}
f_{k-1}'(x) &= -c_1 & & x \leqq \bar{z}_3^{k-1} \\
&= -c_1+H_3'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(x-b)\phi(b)db, & & \bar{z}_3^{k-1}<x\leqq R_1 \\
&= -c_1+H_4'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(x-b)\phi(b)db, & & x>R_1
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

$f_0'(x)=0,\ \lim_{x\to\infty} f_{k-1}'(x)=h,\ f_{k-1}''(x)\geqq 0$ (点$\bar{z}_3^{k-1}$, R_2, 0, R_1, を除いて，これらの点で右および左2階微分係数が存在)。ここに $\bar{z}_3^{k-1}(0<\bar{z}_3^{k-1}<R_1)$ は式(3.2)の唯一の根である。

(2)　$H_2'(0)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(-b)\phi(b)db \leqq 0,\ H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b)\phi(b)db<0$の場合

$$
\begin{aligned}
f_{k-1}'(x) &= -c_1, & & x \leqq \bar{z}_4^{k-1} \\
&= -c_1+H_4'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(x-b)\phi(b)db' & & x>\bar{z}_4^{k-1}
\end{aligned}
\tag{3.14}
$$

$f_0'(x)=0,\ \lim_{x\to\infty} f_{k-1}'(x)=h,\ f_{k-1}''(x)\geqq 0$ (点 $\bar{z}_4^{k-1}$, R_2, 0, R_1, を除いて，これらの点で右および左2階微分係数が存在)。ここに $\bar{z}_4^{k-1}(>R_1)$ は式(3.4)の唯一の根である。

(3)　$H_3'(0)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(-b)\phi(b))db>0$ の場合，

$$
\begin{aligned}
f_{k-1}'(x) &= -c_1, & & x \leqq \bar{z}_2^{k-1} \\
&= -c_1+H_2'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(x-b)\phi(b)db, & & \bar{z}_2^{k-1}<x\leqq 0 \\
&= -c_1+H_3'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(x-b)\phi(b)db, & & 0<x\leqq R_1 \\
&= -c_1+H_4'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(x-b)\phi(b)db, & & x>R
\end{aligned}
\tag{3.15}
$$

$f_0'(x)=0,\ \lim_{x\to\infty} f_{k-1}'(x)=h,\ f_{k-1}''(x)\geqq 0$ (点 $\bar{z}_2^{k-1}$, R_2, 0, R_1, を除いて，これらの点で右および左2回微分係数が存在)。ここに $\bar{z}_2^{k-1}(R_2<\bar{z}_2^{k-1}<0)$ は式(3.16)の唯一の根である。

$$
H_2'(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(z-b)\phi(b))db=0 \tag{3.16}
$$

(4)　$H_3'(0)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(-b)\phi(b)db \leqq 0,\ H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b)\phi(b)db>0$ の場合

(a)　$H_2(\bar{z}_2^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(\bar{z}_2^{k-1}-b)\phi(b)db \geqq H_3(\bar{z}_3^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(\bar{z}_3^{k-1}-b)\phi(b)db$ のとき

$$
\begin{aligned}
f_{k-1}'(x) &= -c_1, & & x \leqq \bar{z}_3^{k-1} \\
&= -c_1+H_3'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(x-b)\phi(b)db, & & \bar{z}_3^{k-1}<x\leqq R_1 \\
&= -c_1+H_4'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(x-b)\phi(b)db, & & x>R_1
\end{aligned}
\tag{3.17}
$$

$f_0'(x)=0,\ \lim_{x\to\infty} f_{k-1}'(x)=h, f_{k-1}''(x)\geqq 0$ (点$\bar{z}_3^{k-1}$, R_2, 0, R_1, を除いて，これらの点で右および左2回微分係数が存在)。ここに $\bar{z}_3^{k-1}(0<\bar{z}_2^{k-1}<R_1)$ は式(3.2)の唯一の根であり，$\bar{z}^{k-1}$ $(R_2<\bar{z}_2^{k-1}<$

0) は式(3.16)の唯一の根である。

(b) $H_2(\bar{z}_2^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(\bar{z}_2^{k-1}-b)\phi(b))db<H_3(\bar{z}_3^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}(\bar{z}_3^{k-1}-b)\phi(b)db$ のとき

$$
\begin{aligned}
f'_{k-1}(x) &= -c_1 & & x\leqq \bar{z}_2^{k-1} \\
&= -c_1+H'_2(x)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(x-b)\phi(b)db, & & \bar{z}_2^{k-1}<x\leqq \bar{z}_{23}^{k-1} \\
&= -c_1, & & \bar{z}_{23}^{k-1}<x\leqq \bar{z}_3^{k-1} \\
&= -c_1+H'_3(x)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(x-b)\phi(b)db, & & \bar{z}_3^{k-1}<x\leqq R_1 \\
&= -c_1+H'_4(x)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(x-b)\phi(b)db, & & x>R_1
\end{aligned}
\tag{3.18}
$$

$f'_0(x)=0$, $\lim_{x\to\infty}f'_{k-1}(x)=h$, $f''_{k-1}(x)\geqq 0$ (点 $\bar{z}_2^{k-1}$, $\bar{z}_3^{k-1}$, R_2, 0, R_1, を除いて，これらの点で右および左 2 回微分係数が存在)。ここに $\bar{z}_3^{k-1}$ $(0<\bar{z}_3^{k-1}<R_1)$ は式(3.2)の唯一の根で $\bar{z}_2^{k-1}$ $(R_2<\bar{z}_2^{k-1}<0)$ は式(3.16)の唯一の根である。また $\bar{z}_{23}^{k-1}$ は式(3.19)をみたす $\bar{z}_2^{k-1}$ より大きいzの値である。

$$
H_3(\bar{z}_3^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}(\bar{z}_3^{k}-b)\phi(b)db = H_2(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}(z-b)\phi(b)db \tag{3.19}
$$

(5) $H'_2(0)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(-b)\phi)db>0$, $H'_4(R_1)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(R_1-b)\phi(b)db<0$ の場合

(a) $H_2(\bar{z}_2^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}(\bar{z}_2^{k-1}-b)\phi(b)db\geqq H_4(\bar{z}_4^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}(\bar{z}_4^{k-1}-b)\phi(b)db$ のとき

$$
\begin{aligned}
f'_{k-1}(x) &= -c_1, & & x\leqq \bar{z}_4^{k-1} \\
&= -c_1+H'_4(x)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(x-b)\phi(b)db, & & x>\bar{z}_4^{k-1}
\end{aligned}
\tag{3.20}
$$

$f'_0(x)=0$, $\lim_{x\to\infty}f'_{k-1}(x)=h$, $f''_{k-1}(x)\geqq 0$ (点 $\bar{z}_4^{k-1}$, R_2, 0, R_1, を除いて，これらの点で右および左 2 回微分係数が存在)。ここに $\bar{z}_4^{k-1}(>R_1)$ は式(3.4)の唯一の根である

(b) $H_2(\bar{z}_2^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}(\bar{z}_2^{k-1}-b)\phi(b))db<H_4(\bar{z}_4^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}(\bar{z}_4^{k-1}-b)\phi(b)db$ のとき

$$
\begin{aligned}
f'_{k-1}(x) &= -c_1, & & x\leqq \bar{z}_2^{k-1} \\
&= -c_1+H'_2(x)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(x-b)\phi(b)db, & & \bar{z}_2^{k-1}<x\leqq \bar{z}_{24}^{k-1} \\
&= -c_1, & & \bar{z}_{24}^{k-1}<x\leqq \bar{z}_4^{k-1} \\
&= -c_1+H'_4(x)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(x-b)\phi(b)db, & & x>\bar{z}_4^{k-1}
\end{aligned}
\tag{3.21}
$$

$f'_0(x)=0$, $\lim_{x\to\infty}f'_{k-1}(x)=h$, $f''_{k-1}(x)\geqq 0$ (点 $\bar{z}_2^{k-1}$, $\bar{z}_4^{k-1}$, R_2, 0, R_1, を除いて，これらの点で右および左 2 回微分係数が存在)。ここに $\bar{z}_2^{k-1}$ および $\bar{z}_4^{k-1}$ はそれぞれ式(3.16)および式(3.4)の唯一の根である。また $\bar{z}_{24}^{k-1}$ は式(3.22)をみたす $\bar{z}_2^{k-1}$ より大きい z の値である。

$$H_4(\bar{z}_4^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}(\bar{z}_4^{k-1}-b)\phi(b)db = H_2(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}(z-b)\phi(b)db \tag{3.22}$$

モデルIIの場合

$$H_2'(R_2)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(R_2-b)\phi(b)db = H_2'(R_2)-\alpha c_1<0,$$

$$H_2''(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db \geqq 0$$

となる。したがって $n=k$ の場合(1)—(5)の5つの場合を検討すれば十分である。

(1)　$H_2'(0)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(-b)\phi(b)db \leqq 0$,　$H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(R_1-b)\phi(b)db>0$

このとき

$$H_3'(0)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(-b)\phi(b)db = H_2'(0)-r_1-\alpha c_1<0 \qquad (\because \text{条件(1)より})$$

$$H_i''(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db \geqq 0,\ \ i=3,\ 4$$

より

$$H_3'(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(z-b)\phi(b)db = 0 \tag{3.23}$$

は唯一の根 $\bar{z}_3^k(0<\bar{z}_3^k<R_1)$ をもつ。

最適政策は

$x<\bar{z}_3^k$ ならば $\bar{z}_3^k-x$ だけ発注,

$x\geqq\bar{z}_3^k$ ならば　発注しない。

ことである。

また,

$$\begin{aligned} f_k'(x) &= -c_1, & x\leqq\bar{z}_3^k \\ &= -c_1+H_3'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(x-b)\phi(b)db, & \bar{z}_3^k<x\leqq R_1 \\ &= -c_1+H_4'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(x-b)\phi(b)db, & x>R_1 \end{aligned} \tag{3.24}$$

$\lim_{x\to\infty}f_k'(x) = h$, $f_k''(x)\geqq 0$(点 $\bar{z}_3^{k-1}$, R_2, 0, R_1, を除いて，これらの点で右および左2回微分係数が存在)

また

$$H_2'(0)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(-b)\phi(b)db = H_2'(0)-\alpha c_1\leqq 0$$

$$\begin{aligned} &H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(R_1-b)\phi(b)db \\ &\quad = H_4'(R_1)+\alpha\Big\{\int_0^{R_1-\bar{z}_3^{k-1}}[-c_1 \\ &\qquad +H_3'(R_1-b)+\alpha\int_0 f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(v)dv]\phi(b)db \end{aligned}$$

$$-c_1\int_{R_1-\bar{z}_3^{k-1}}^{\infty}\phi(b)db\Big\}$$

$$=H_4'(R_1)-\alpha C_1+\alpha\int_0^{R_1-\bar{z}_3^{k-1}}[H_3'(R_1-b)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(v)du]\phi(b)db\geqq 0$$

およびモデルIIの条件 $H_2'(0)>0$，$H_4'(R_1)<0$ を考慮すると

$$\left.\begin{aligned}&0<H_2'(0)\leqq\alpha c_1\\&\alpha\Big\{c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^{k-1}}[H_3'(R_1-b)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(v)dv]\phi(b)db\Big\}\leqq H_4'(R_1)<0\end{aligned}\right\}\tag{3.25}$$

のとき(1)が起る。

また $\bar{z}_3^{k-1}\leqq\bar{z}_3^k$ であることは

$$H_3'(\bar{z}_3^{k-1})+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}'(\bar{z}_3^{k-1}-b)\phi(b)db$$

$$\leqq H_3'(\bar{z}_3^{k-1})+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-2}'(\bar{z}_3^{k-1}-b)\phi(b)db=0 \qquad (\because 式(3.7)参照)$$

$$H_3''(z)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db\geqq 0$$

および(1)より明らかである。

(2) $H_2'(0)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}'(-b)\phi(b)db\leqq 0,\quad H_4'(R_1)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}'(R_1-b)\phi(b)db<0$

このとき

$$H_3'(0)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}'(-b)\phi(b)db=H_2'(0)-\mathrm{r}_1-\alpha c_1<0,$$

$$H_3'(R_1)=H_4'(R_1)$$

$$H_i''(z)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db\geqq 0,\quad i=3,4$$

$$\lim_{z\to\infty}\Big\{H_4'(z)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}'(z-b)\phi(b)db\Big\}=c_1+(1+\alpha)h>0$$

より

$$H_4'(z)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}'(z-b)\phi(b)db=0\tag{3.26}$$

は唯一の根 $\bar{z}_4^k(>R_1)$ をもつ。

最適政策は

$x<\bar{z}_4^k$ ならば $\bar{z}_4^k-x$ だけ発注

$x\geqq\bar{z}_4^k$ ならば　発注しない

ことである。

また

$$f_k'(x)=\begin{cases}-c_1, & x\leqq\bar{z}_4^k\\ -c_1+H_4'(x)+\alpha\int_0^{\infty}f_{k-1}'(x-b)\phi(b)db, & x>\bar{z}_4^k\end{cases}\tag{3.27}$$

$\lim_{x\to\infty} f'_k(x) = h$, $f''_k(x) \geqq 0$ (点 $\bar{z}_4^k$, R_2, 0, R_1 を除いて，これらの点では右および左 2 回微分係数が存在)

また

$$H'_2(0)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(-b)\phi(b)db = H'_2(0)-\alpha c_1 \leqq 0$$

$$H'_4(R_1)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(R_1-b)\phi(b)db$$

$$= H'_4(R_1)-\alpha c_1+\alpha\int_0^{R_1-\bar{z}_4^{k-1}}[H'_4(R_1-b)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(R_1-b-v)\phi(v)dv]\phi(b)db<0$$

およびモデルIIの条件 $H'_2(0)>0$, $H'_4(R_1)<0$ を考慮すると

$$\left.\begin{aligned} &0<H'_2(0)\leqq \alpha c_1 \\ &H'_4(0)<\min\left\{0,\ \alpha\left[c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_4^{k-1}}[H'_4(R_1-b)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(R_1-b-v)\phi(v)dv]\phi(b)db\right]\right\}\end{aligned}\right\} \tag{3.28}$$

のとき(2)が起る。

また，$\bar{z}_4^{k-1} \leqq \bar{z}_4^k$ であることは

$$H'_4(\bar{z}_4^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(\bar{z}_4^{k-1}-b)\phi(b)db$$

$$\leqq H'_4(\bar{z}_4^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(\bar{z}_4^{k-1}-b)\phi(b)db = 0 \qquad (\because 式(3.11)参照)$$

$$H''_4(z)+\alpha\int_0^\infty f''_{k-1}(z-b)\phi(b)db \geqq 0$$

および(2)より明らかである。

(3)　$H'_3(0)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(-b)\phi(b)db>0$

このとき

$$H'_2(0)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(-b)\phi(b)db>0 \qquad (\because H'_2(0)>H'_3(0))$$

$$H'_3(R_1)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(R_1-b)\phi(b)db>0 \qquad (\because H'_3(R_1)\geqq H'_3(0))$$

$$H'_3(R_1) = H'_4(R_1)$$

$$H''_i(z)+\alpha\int_0^\infty f''_{k-1}(z-b)\phi(b)db \geqq 0 \qquad i = 2, 3, 4$$

より

$$H'_2(z)+\alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(z-b)\phi(b)db = 0 \tag{3.29}$$

は唯一の根 $\bar{z}_2^k(R_2<\bar{z}_2^k<0)$ をもつ，

最適政策は

$x<\bar{z}_2^k$ ならば $\bar{z}_2^k-x$ だけ発注

$x\geqq \bar{z}_2^k$ ならば発注しない

ことである。

また

$$
\begin{aligned}
f'_k(x) &= -c_1, & x &\leqq \bar{z}_2^k \\
&= -c_1 + H'_2(x) + \alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(x-b)\phi(b)db, & \bar{z}_2^k &< x \leqq 0 \\
&= -c_1 + H'_3(x) + \alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(x-b)\phi(b)db, & 0 &< x \leqq R_1 \\
&= -c_1 + H'_4(x) + \alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(x-b)\phi(b)db, & x &> R_1
\end{aligned}
\tag{3.30}
$$

$\lim_{x\to\infty} f'_k(x) = h$，$f''_k(x) \geqq 0$（点 $\bar{z}_2^k$，R_2，0，R_1 を除いて，これらの点では右および左 2 回微分係数が存在）

また，

$$
H'_3(0) + \alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(-b)\phi(b)db = H'_2(0) - r\bar{z}_2^{k-1} - \alpha c_1
$$

$$
+\alpha\left\{\int_0^{-\bar{z}_2^{k-1}} [H_2(-b) + \alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(-b-v)\phi(v)dv]\phi(b)db\right\}
$$

およびモデルIIの条件 $H'_2(0)>0$，$H'_4(R_1)<0$ を考慮すると，

$$
\left.\begin{aligned}
&\max\{0,\ \alpha[c_1 - \int_0^{-\bar{z}_2^{k-1}} [H_2(-b) + \alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(-b-v)\phi(v)dv]\phi(b)db] + r_1\} \\
&H'_4(R_1) < 0
\end{aligned}\right\}
\tag{3.31}
$$

このとき(3)が起る。

また $\bar{z}_2^{k-1} < \bar{z}_2^k$ であることは

$$
\begin{aligned}
&H'_2(\bar{z}_2^{k-1}) + \alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(\bar{z}_2^{k-1} - b)\phi(b)db \\
&\leqq H'_2(\bar{z}_2^{k-1}) + \alpha\int_0^\infty f'_{k-2}(\bar{z}_2^{k-1} - b)\phi(b)db = 0 \\
&\qquad (\because\ x \leqq \bar{z}_2^{k-1} \Rightarrow f'_{k-1}(x) = -c_1,\ \text{また}\ f'_{k-2}(x) \geqq -c_1 \\
&\qquad \therefore\ x \leqq \bar{z}_2^{k-1} \Rightarrow f'_{k-1}(x) - f'_{k-2}(x) = -c_1 + c_1 = 0) \\
&H''_2(z) + \alpha\int_0^\infty f''_{k-1}(z)\phi(b)db \geqq 0
\end{aligned}
\tag{3.32}
$$

および(3)より明らかである。

(4) $H'_3(0) + \alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(-b)\phi(b)db \leqq 0$，$H'_4(R_1) + \alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(R_1 - b)\phi(b) > 0$

このとき

$H'_2(0) + \alpha\int_0^\infty f'_{k-1}(-b)\phi(b)db > 0$ 　（$\because H'_2(0) > 0 > H'_4(R_1)$，および(4)）

$H'_3(R_1) = H'_4(R_1)$

$H''_i(z) + \alpha\int_0^\infty f''_{k-1}(z-b)\phi(b)db \geqq 0$，　$i = 2, 3$

より

$$H_i'(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(-b)\phi(b)db=0, \qquad i=2,\ 3 \tag{3.33}$$

はそれぞれ唯一の根 $\bar{z}_2^k$ $(R_2<\bar{z}_2^k<0)$，$\bar{z}_3^k$ $(0<\bar{z}_3^k<R_1)$ をもつ

次の2つの場合に分けて検討しなければならない。

(a) $\boldsymbol{H_2(\bar{z}_2^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(\bar{z}_2^k-b)\phi(b)db \geqq H_3(\bar{z}_3^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(\bar{z}_3^k-b)\phi(b)db}$

このとき　最適政策は

$x<\bar{z}_3^k$ ならば $\bar{z}_3^k-x$ だけ発注，

$x\geqq\bar{z}_3^k$ ならば発注しない

ことである。

また

$$\begin{aligned} f_k'(x) &= -c_1, & & x\leqq\bar{z}_3^k \\ &= -c_1+H_3'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(x-b)\phi(b)db, & & \bar{z}_3^k<x\leqq R_1 \\ &= -c_1+H_4'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(x-b)\phi(b)db, & & x>R_1 \end{aligned} \tag{3.34}$$

$\lim_{x\to\infty}f_k'(x)=h$，$f_k''(x)\geqq0$ (点 $\bar{z}_3^k$，R_2，0，R_1 を除いて，これらの点では右および左2回微分係数が存在)

さらに

$$H_3'(\bar{z}_3^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(\bar{z}_3^{k-1}-b)\phi(b)db$$

$$\leqq H_3'(\bar{z}_3^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(\bar{z}_3^{k-1}-b)\phi(b)db=0 \qquad (\because \text{ 式(3.7)参照})$$

$$H_3''(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db\geqq0$$

および(4)より $\bar{z}_3^{k-1}\leqq\bar{z}_3^k$ は明らかである。

(b) $\boldsymbol{H_2(\bar{z}_2^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}(\bar{z}_2^k-b)\phi(b)db<H_3(\bar{z}_3^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}(\bar{z}_3^k-b)\phi(b)db}$

このとき最適政策は

$x<\bar{z}_2^k$ ならば $\bar{z}_2^k-x$ だけ発注

$\bar{z}^k\leqq x<\bar{z}_{23}^k$ ならば発注しない

$\bar{z}_{23}^k\leqq x<\bar{z}_3^k$ ならば $\bar{z}_3^k-x$ だけ発注

$x\geqq\bar{z}_3^k$ ならば発注しない

ことである。ただし z_{23}^k は式(3.35)をみたす $\bar{z}_2^k$ より大きい z の値である。

$$H_3(\bar{z}_3^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}(\bar{z}_3^k-b)\phi(b)db=H_2(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}(z-b)\phi(b)db \tag{3.35}$$

また

$$
\begin{aligned}
f_k'(x) &= -c_1, & x \leqq \bar{z}_2^k \\
&= -c_1 + H_2'(x) + \alpha \int_0^\infty f_{k-1}'(x-b)\phi(b)db, & \bar{z}_2^k < x \leqq \bar{z}_{23}^k \\
&= -c_1, & \bar{z}_{23}^k < x \leqq \bar{z}_3^k \\
&= -c_1 + H_3'(x) + \alpha \int_0^\infty f_{k-1}'(x-b)\phi(b)db, & \bar{z}_3^k < x \leqq R_1 \\
&= -c_1 + H_4'(x) + \alpha \int_0^\infty f_{k-1}'(x-b)\phi(b)db, & x > R_1
\end{aligned}
\tag{3.36}
$$

$\lim_{x\to\infty} f_k'(x) = h$, $f_k''(x) \geqq 0$（点 $\bar{z}_2^k$, $\bar{z}_3^k$, R_2, 0, R_1 を除いて，これらの点では右および左 2 回微分係数が存在）

$$H_2'(\bar{z}_2^{k-1}) + \alpha \int_0^\infty f_{k-1}'(\bar{z}_2^{k-1}-b)\phi(b)db$$

$$\leqq H_2'(\bar{z}_2^{k-1}) + \alpha \int_0^\infty f_{k-2}'(\bar{z}_2^{k-1}-b)\phi(b)db = 0 \qquad (\because \text{ 式(3.32)参照})$$

$$H_2''(z) + \alpha \int_0^\infty f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db \geqq 0$$

および(4)より $\bar{z}_2^{k-1} < \bar{z}_2^k$ は明らかである。

$$H_3''(z) + \alpha \int_0^\infty f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db \geqq 0$$

$$H_3'(\bar{z}_3^{k-1}) + \alpha \int_0^\infty f_{k-1}'(\bar{z}_3^{k-1}-b)\phi(b)db = \alpha \int_0^\infty \left[f_{k-1}'(\bar{z}_3^{k-1}-b) - f_{k-2}'(\bar{z}_3^{k-1}-b) \right]\phi(b)db$$

となるから，$x \leqq \bar{z}_3^{k-1}$ のとき $f_{k-1}(x) \underset{(\geqq)}{\leqq} f_{k-2}(x)$ ならば(4)より $\bar{z}_3^{k-1} \underset{(\geqq)}{\leqq} \bar{z}_3^k$ となる。

モデルIIの条件 $H_2'(0) > 0$, $H_4'(R_1) < 0$ および式(3.17)，式(3.18)を考慮すると(4)は(a)の場合

$$
\left.
\begin{aligned}
&0 < H_2'(0) \leqq \alpha c_1 + r_1 \\
&\alpha\left\{ c_1 - \int_0^{R_1 - z^{k-1}} [H_3'(R_1-b) + \alpha \int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(b)dv]\phi(b)db \right\} < H_4'(R_1) < 0
\end{aligned}
\right\}
\tag{3.37}
$$

のとき起る。(b)の場合

$$
\left.
\begin{aligned}
&0 < H_2'(0) < \alpha\left\{ c_1 - \int_{\bar{z}_{23}^{k-1}}^{-\bar{z}_2^{k-1}} [H_2'(-b) + \alpha \int_0^\infty f_{k-2}'(-b-v)\phi(v)dv]\phi(b)db \right\} + r_1 \\
&\alpha\left\{ c_1 - \int_0^{R_1 - \bar{z}_3^{k-1}} [H_3'(R_1-b) + \alpha \int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(v)dv]\phi(b)db \right. \\
&\qquad \left. - \int_{R_1 - \bar{z}_{23}^{k-1}}^{R_1 - \bar{z}_2^{k-1}} [H_2'(R_1-b) + \alpha \int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(v)dv]\phi(b)db \right\} < H_4'(R_1) < 0
\end{aligned}
\right\}
\tag{3.38}
$$

のとき起る。

(5) $H_2'(0) + \alpha \int_0^\infty f_{k-1}'(-b)\phi(b)db > 0$, $H_4'(R_1) + \alpha \int_0^\infty f_{k-1}'(R_1-b)\phi(b)db < 0$

このとき

$$H_3'(0) + \alpha \int_0^\infty f_{k-1}'(-b)\phi(\phi(b)db < 0 \qquad (\because\ H_3'(0) < H_3'(R_1) \text{ および条件(5)})$$

$$H_3'(R_1) = H_4'(R_1)$$

$$H_i''(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db \geqq 0, \quad i=3, 4$$

$$\lim_{z\to\infty}\{H_4'(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(z-b)\phi(b)db\} = c_1+(1+\alpha)h>0$$

より

$$H_i'(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(z-b)\phi(b)db = 0 \quad i=2, 3 \tag{3.39}$$

はそれぞれ唯一の根 $\bar{z}_2^k$ $(R_2<\bar{z}_2^k<0)$，$\bar{z}_4^k(>R_1)$ をもつ

次の2つの場合に分けて検討しなければならない。

(a) $\boldsymbol{H_2(\bar{z}_2^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}(\bar{z}_2^k-b)\phi(b)db \geqq H_4(\bar{z}_4^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}(\bar{z}_4^k-b)\phi(b)db}$

このとき最適政策は

$x<\bar{z}_4^k$ ならば $\bar{z}_4^k-x$ だけ発注，

$x\geqq\bar{z}_4^k$ ならば発注しない

ことである。

また

$$\begin{aligned} f_k'(x) &= -c_1, & x\leqq\bar{z}_4^k \\ &= -c_1+H_4'(x)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(x-b)\phi(b)db, & x>\bar{z}_4^k \end{aligned} \tag{3.40}$$

$\lim_{x\to\infty}f_{k-1}'(x) = h$，$f_{k-1}''(x)\geqq 0$（点 $\bar{z}_4^k$，R_2，0，R_1 を除いて，これらの点での右および左2回微分係数が存在）

さらに，$\bar{z}_4^{k-1}\leqq\bar{z}_4^k$ であることは

$$H_4'(\bar{z}_4^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(\bar{z}_4^{k-1}-b)\phi(b)db$$

$$\leqq H_4'(\bar{z}_4^{k-1})+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(\bar{z}_4^{k-1}-b)\phi(b)db = 0 \qquad (\because \text{ 式(3.11)参照})$$

$$H_4''(z)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db \geqq 0$$

および(5)より明らかである。

モデルIIの条件 $H_2'(0)>0$ の，$H_4'(R_1)<0$ を考慮すると(5)は

$H_2'(0)>\alpha c_1$，$H_4'(R_1)<0$

のとき起る。

(b) $\boldsymbol{H_2(\bar{z}_2^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}(\bar{z}_2^k-b)\phi(b)db < H_4(\bar{z}_4^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}(\bar{z}_4^k-b)\phi(b)db}$

このとき最適政策は

$x<\bar{z}_2^k$ ならば $\bar{z}_2^k-x$ だけ発注，

$\bar{z}_2^k\leqq x<\bar{z}_{24}^k$ ならば　発注しない

$\bar{z}_{24}^k\leqq x<\bar{z}_4^k$ ならば $\bar{z}_4^k-x$ だけ発注

$x \geqq \bar{z}_4^k$ ならば　発注しない

ことである。ただし，$\bar{z}_{24}^k$ は式(3.42)をみたす $\bar{z}_2^k$ より大きい z の値である。

$$H_4(\bar{z}_4^k)+\alpha\int_0^{\infty} f_{k-1}(\bar{z}_4^k-b)\phi(b)db = H_2(z)+\alpha\int_0^{\infty} f_{k-1}(z-b)\phi(b)db \tag{3.42}$$

また，

$$\begin{aligned} f_k'(x) &= -c_1, & x \leqq \bar{z}_2^k \\ &= -c_1+H_2'(x)+\alpha\int_0^{\infty} f_{k-1}'(x-b)\phi(b)db, & \bar{z}_2^k < x \leqq \bar{z}_{24}^k \\ &= -c_1, & \bar{z}_{24}^k < x \leqq \bar{z}_4^k \\ &= -c_1+H_4'(x)+\alpha\int_0^{\infty} f_{k-1}'(x-b)\phi(b)db, & x > \bar{z}_4^k \end{aligned} \tag{3.43}$$

$\lim_{x\to\infty} f_k'(x) = h$，$f_k''(x) \geqq 0$（点 $\bar{z}_{23}^k$，$\bar{z}_4^k$，R_2，0，R_1 を除いて，これらの点で右および左２回微分係数は存在）

また，$\bar{z}_2^{k-1} \leqq \bar{z}_2^k$であることは，

$$H_2'(\bar{z}_2^{k-1})+\alpha\int_0^{\infty} f_{k-1}'(\bar{z}_2^{k-1}-b)\phi(b)db$$

$$\leqq H_2'(\bar{z}_2^{k-1})+\alpha\int_0^{\infty} f_{k-2}'(\bar{z}_2^{k-1}-b)\phi(b)db = 0 \quad (\because \text{ 式(3.32)参照})$$

$$H_2''(z)+\alpha\int_0^{\infty} f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db \geqq 0$$

および(5)より明らかである。

$$H_4'(\bar{z}_4^{k-1})+\alpha\int_0^{\infty} f_{k-1}'(\bar{z}_4^{k-1}-b)\phi(b)db = \alpha\int_0^{\infty}\Big[f_{k-1}'(\bar{z}_4^{k-1}-b)-f_{k-2}'(\bar{z}_4^{k-1}-b)\Big]\phi(b)db$$

$$H_4''(z)+\alpha\int_0^{\infty} f_{k-1}''(z-b)\phi(b)db \geqq 0$$

および(5)より

$x \leqq \bar{z}_4^k$のとき$f_{k-1}'(x) \underset{(\geqq)}{\leqq} f_{k-2}'(x)$ならば$\bar{z}_3^{k-1} \underset{(\geqq)}{\leqq} \bar{z}_3^k$となる。

モデルIIの条件$H_2'(0)>0$，$H_4'(R_1)<0$を考慮すると(5)は

$$\left.\begin{aligned} &H_2'(0) > \max\{0,\ \alpha[c_1-\int_{\bar{z}_{24}^{k-1}}^{-\bar{z}_2^{k-1}}(H_2'(-b)+\alpha\int_0^{\infty} f_{k-2}'(-b-v)\phi(v)dv)\phi(b)db]\} \\ &H_4'(R_1) < \min\{0,\ \alpha[c_1-\int_{R_1-\bar{z}_{24}^{k-1}}^{R_1-\bar{z}_2^{k-1}}(H_2(R_1-b)+\alpha\int_0^{\infty} f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(v)dv)\phi(b)db]\} \end{aligned}\right\} \tag{3.44}$$

のとき起る。

3.3　モデルIII　$H_2'(0)>0$，$H_4'(R_1)<0$

モデルIIおよびモデルIIIのこれまでの議論から(1)〜(5)の起る条件がモデルIIおよびモデルIIIの条件の違い，すなわち $H_4'(R_1)$ 正負に依存していることがわかる。したがって(1)〜(5)の起る条件を列記するにとどめる。

(1)　$H_2'(0)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(-b)\phi(b)db$，$H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(R_1-b)\phi(b)db$

は

$$\left.\begin{array}{l} 0<H_2'(0)\leqq \alpha c_1 \\ \max\{0,\ \alpha[c_1-\int_0^{R_1-z_3^{k-1}}(H_3'(R_1-b)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(v)dv)\phi(b)db]\}<H_4'(R_1) \end{array}\right\} \qquad (3.45)$$

のとき起る。

(2)　$H_2'(0)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(-b)\phi(b)db\leqq 0$，$H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(R_1-b)\phi(b)db<0$

は

$$\left.\begin{array}{l} 0<H_2'(0)\leqq \alpha c_1 \\ 0<H_4'(R_1)<\alpha\{c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_4^{k-1}}(H_3'[H_4'(R_1-b)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(v)dv]\phi(b)db\} \end{array}\right\} \qquad (3.46)$$

のとき起る。

(3)　$H_3'(0)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(-b)\phi(b)db>0$

は

$$\left.\begin{array}{l} \max\{0,\ \alpha[c_1-\int_0^{-\bar{z}_2^{k-1}}H_2'(-b)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(-b-v)\phi(v)dv)\phi(b)db]+r_1\} \\ 0<H_4'(R_1) \end{array}\right\} \qquad (3.47)$$

のとき起る。

(4)　$H_3'(0)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(-b)\phi(b)db\leqq 0$，$H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(R_1-b)\phi(b)db>0$

(4)は(a)の場合，式(3.47)が成立するとき起る。

(a)　$H_2(\bar{z}_2^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(\bar{z}_2^k-b)\phi(b)db\geqq H_3(\bar{z}_3^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(\bar{z}_3^k-b)\phi(b)db$

$$0<H_2'(0)\leqq \alpha c_1+r_1$$

$$\left.\max\{0,\ \alpha[c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^{k-1}}(H_3'(R_1-b)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(v)dv)\phi(b)db]\}\right\} \qquad (3.48)$$

(4)は(b)の場合，式(4.48)が成立するとき起る。

(b)　$H_2(\bar{z}_2^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(\bar{z}_2^k-b)\phi(b)db<H_3(\bar{z}_3^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(\bar{z}_3^k-b)\phi(b)db$

$$\left.\begin{array}{l} 0<H_2'(0)<\alpha\{c_1-\int_{\bar{z}_{23}^{k-1}}^{-\bar{z}_2^{k-1}}[H_2'(-b)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(-b-v)\phi(v)dv]\phi(b)db\}+r_1 \\ \max\{0,\ \alpha[c_1-\int_0^{R_1-\bar{z}_3^{k-1}}[H_3'(R_1-b)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(u)dv]\phi(b)db \\ \qquad -\int_{R_1-\bar{z}_{23}^{k-1}}^{R_1-\bar{z}_2^{k-1}}(H_2'(R_1-b)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(u)dv)\phi(b)db\}]<H_4'(R_1)<0 \end{array}\right\} \qquad (3.49)$$

(5) $H_2'(0)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(-b)\phi(b)db>0$, $H_4'(R_1)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}'(R_1-b)\phi(b)db<0$

(5)は(a)の場合，式(4.49)が成立するとき起る。

(a) $H_2(\bar{z}_2^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}(\bar{z}_2^k-b)\phi(b)db \geqq H_4(\bar{z}_4^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}(\bar{z}_4^k-b)\phi(b)db$

$$H_2'(0)>\alpha c_1,\quad 0<H_4'(R_1)<\alpha c_1 \tag{3.50}$$

(4)は(b)の場合，式(4.50)が成立するとき起る。

(b) $H_2(\bar{z}_2^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}(\bar{z}_2^k-b)\phi(b)db<H_4(\bar{z}_4^k)+\alpha\int_0^\infty f_{k-1}(\bar{z}_4^k-b)\phi(b)db$

$$\begin{aligned}&H_2'(0)>\max\{0,\ \alpha[c_1-\int_{\bar{z}_{24}^{k-1}}^{\bar{z}_2^{k-1}}(H_2'(-b)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(-b-v)\phi(v)dv)\phi(b)db]\}\\&0<H_4'(R_1)<\alpha[c_1-\int_{R_1-\bar{z}_{24}^{k-1}}^{R_1-\bar{z}_2^{k-1}}(H_2'(R_1-b)+\alpha\int_0^\infty f_{k-2}'(R_1-b-v)\phi(v)dv)\phi(b)db]\end{aligned} \tag{3.51}$$

む　す　び

需要量が連続的な多期間在庫モデルの最適政策を検討した。期待費用関数が凸関数であると最適政策は簡単な型になるが　非凸関数の場合は複雑な型になる。期待費用関数が非凸関数となる多期間在庫モデルの最適政策の求め方を動的計画法を援用して与えた。前提条件をさらに一般化した場合の検討は今後の課題である。

参　考　文　献

〔1〕K.J. Arrow, S. Kalin and H. Scharf: Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production. Stanford, Calf. Stanford Univ. Press. 1958.

〔2〕—— : Studies in Applied Probability and Management Science, Stanford Calf. Stanford Univ. Press, 1962.

〔3〕R. Bellman: Dynamic Programming, Princetion, N.J., Princetion Univ. Press, 1957.

〔4〕Kabak, I. W.: "Partial Returns in the Single Period Inventory Model," *IE News*, Vol. 19, No. 2, 1984, pp. 1-3.

〔5〕Kabak, I.W. and Weinberg, C.B.: "The Generalized Newsboy Problem, Contract Negotiations and Secondary Vedors, "*AIIE Trans.*, Vol. 4, No. 2, 1972, pp. 154-157.

〔6〕M. Kodama: A delivery-lag inventory control process with emerqency and non-stationary stochastic demands, Bull. Math. Statist., Vol. 12, No. 1, 2, 1965, pp. 69-88.

〔7〕M. Kodama: A delivery-lag inventory control process with emergency and non-stationary stochastic demands II, Kumamoto J. Sci., Ser. A, Vol. 7, No. 3, 1966, pp. 43-72.

〔8〕M. Kodama: A type of statistical inventory problem with emergency and delivery-lags, Memoirs of the Faculty of General Education, Kumamoto University, Series of Natural Science, No. 1, 1966, pp. 7-21.

〔9〕M. Kodama: The optimality of (S, s) policies in the dynamic inventory problem with emergency and non-stationary stochastic demands, Kumomoto, J. Sci., Ser. A. Vol.: 8, No. 1, 1967, pp. 1-10.

〔10〕M. Kodama: A delivery-lag inventory control process with emergency and non-stationary stochastic demands III, Memoirs of the Faculty of General Education, Kumamoto University, Series of Natural Science, No. 3, 1968, pp. 9-23.

〔11〕M. Kodama : Optimal policies for dynamic inventory processes with random delivery-lag and non-stationary stochastic demands, Kumamoto J. Sci., Ser. A, Vol. 8, No. 2, 1967, pp. 84-105.

〔12〕北原貞輔・児玉正憲：「OR により在庫管理システム」九州大学出版会，1982。

〔13〕児玉正憲・北原貞輔：「種々の需要形態に関する統一的在庫モデルの研究」経済学研究，Vol. 47，No. 5—6，九州大学経済学会，1983，pp. 49-72。
〔14〕児玉正憲：「種々の需要形態に関する確率的在庫モデル」，経済学研究，Vol. 51，No. 5，九州大学経済学会，1986，pp. 35-44。
〔15〕——：「確率的在庫モデルの最適政策（I）」経済学研究，Vol. 52，No. 1〜4，九州大学経済学会，1986，pp. 551〜567。
〔16〕——：「確率的在庫モデルの最適政策（II）」経済学研究，Vol. 52，No. 5，九州大学経済学会，1986，pp. 13-19。
〔17〕——：「動的在庫モデルの最適政策（I）連続編」経済学研究，Vol. 53，No. 4•5，九州大学経済学会，1987，pp. 51-68。
〔18〕——：「動的在庫モデルの最適政策（II）連続編」経済学研究，Vol. 53，No. 6，九州大学経済学会，1987，pp. 15-30。
〔19〕——：「リードタイムのある動的在庫モデルの最適政策」経済学研究，Vol. 54，No. 1・2，九州大学経済学会，1988，pp. 93-118。
〔20〕——：「リードタイムのある動的在庫モデルの定常政策」経済学研究，Vol. 54，No. 3，九州大学経済学会，1988，pp. 45-62，
〔21〕——：「一般的生産・需要形態に関する静動的在庫モデル」経済学研究，Vol. 54，No. 4・5，九州大学経済学会，1988，pp. 211-230。
〔22〕——：「リードタイムのある確率的在庫モデル」経済学研究，Vol. 54，No. 6，九州大学経済学会，1989，pp. 53-70。
〔23〕——：「リードタイムのある確率的在庫モデル（離散編）」経済学研究，Vol. 55，No. 1・2，九州大学経済学会，1989，pp. 1-19。
〔24〕——：「離散確率的在庫モデルの同値変換」経済学研究，Vol. 55，No. 3，九州大学経済学会，1989，pp. 23-39。
〔25〕——：「離散確率的在庫モデルに関する同値変換の一般化」経済学研究，Vol. 55，No. 4・5，九州大学経済学会，1989，pp. 161-185。
〔26〕——：「返品および追加注文を許す一期間確率的在庫モデル（I）」経済学研究，Vol. 55，No. 6，九州大学経済学会，1990，pp. 31-48。
〔27〕——：「返品および追加注文を許す一期間確率的在庫モデル（II）」経済学研究，Vol. 56，No. 1•2，九州大学経済学会，1990，pp. 277-293。
〔28〕——：「種々の返却および追加注文を許す確率的在庫モデル（I）」経済学研究，Vol. 56，No. 3，九州大学経済学会，1990，pp. 17-48。
〔29〕——：「返却および追加注文を許す多期間確率的在庫モデル」経済学研究，Vol. 56，No. 4，九州大学経済学会，1991，pp. 1-26。
〔30〕——：「種々の返却および追加注文を許す確率的在庫モデル（II）」経済学研究，Vol. 56，No. 5•6。九州大学経済学会，1992，pp. 305-388
〔31〕Monks, J. G.: Operations Management, Theory and Problem, McGraw. Hill, 1977.
〔32〕Nadder, E: Inventory System, John Wiley, 1966.
〔33〕Scarf, H. E., D. M, Gilford, and M.W. Shelly: Multistage Inventory Models and Techniques, Stanford, Calif. Stanford Univ, Press, 1963.
〔34〕狙徠三十六，有薗育生，大田宏：「返却および追加注文を許す一期間モデルの解法」日本経営工学会誌，Vol. 37，No. 2，1986，pp. 100-105。
〔35〕Taha, H. A.: Operations Research, An Introduction, Macmillan, 1976.