

## ポートフォリオ分析エキスパートシステムの構築について

時永, 祥三

<https://doi.org/10.15017/4491808>

---

出版情報：経済學研究. 55 (1/2), pp.57-86, 1989-10-10. 九州大学経済学会  
バージョン：  
権利関係：



# ポートフォリオ分析エキスパートシステムの構築について

時 永 祥 三

## 1. ま え が き

計算機およびネットワーク関連技術の発展と、各国の金融政策の緩和に伴ない、金融・資本市場におけるグローバル化が加速化される状況にある。従来より金融関連業務については数次にわたりオンラインシステムの高度化がなされ、最近ではファームバンキングを中心として資金運用サービス等の充実もはかられてきており、今後においても金融業務と計算機システムの一体化はますます進行するものと思われる。このような金融関連の計算機システム、データベースが高度化されていくと同時に、一方では日本においても経営財務に関する理論を現実の投資問題へと適用する試みがなされている。

経営財務の分野での数理的なポートフォリオ分析の基礎理論は1970年代を中心として米国で確立されてきており、モデル化と実証分析の両面からのアプローチがなされてきている<sup>1)~6)</sup>。日本においては数理解析との乖離が大きいため採用されることは少なかったが、最近のように金融商品と呼ばれるものが多様化し、取引や条件が複雑化するにつれて、データベース化と同時に統合的なアルゴリズムの適用が求められていると言えよう。従って、現実的には企業の財務データをはじめ金利動向、各国の金融政策を大規模データベース化し、これを知識ベ

スとした推論系が構成される傾向にあると言えよう。

本論文ではこのような経営財務におけるデータベースと推論系の結合という問題について、一つのモデル的なシステムを構築する試みについて述べている。具体的にはポートフォリオ選択問題の記述を、金融商品などのデータベース部分（フレーム型知識）と、これを基礎とした推論系の部分（プロダクション型知識）および各種の数理的な処理を行なう部分（数値計算サブシステム）とに分けて行なうことにより、統一的に把握できる形で表現することを目的としている。これによりポートフォリオ分析問題どのように具体的にエキスパートシステムのプログラムとして記述するかという課題についての一つの方法論が与えられるであろう。もちろん、現実には企業においては各種のサブシステムや大規模データベース、証券アナリスト等の経験を基礎とした運用がなされており、結果としてはこの域を出るものではないが、各種のシミュレーションやプロトタイピング、教育の場での教示用システムとしては有効であろう。

以下では2.において本システムの構成方法と要素について述べ、3.では現在まで得られているポートフォリオ理論とそのアルゴリズム化について示している。また、4.では構築したモデルシステム上での推論ルールについて整理し、

例題を示している。なお、モデルシステムで用いている金融商品については、日本の金融・資本市場を参考として商品の種類や先物・オプションについていくつか仮想的なものを導入しており、今後の日本市場での自由化を考慮したものとなっている。

## 2. ポートフォリオ分析エキスパートシステムの構成要素

### 2.1 システム構成の概略

エキスパートシステム記述言語については、最近改善される傾向にあり、特に関係データベースとの結合、FORTRANなどで記述された数値計算サブシステムとのファイルを経した結合など、推論系とデータベース、数値計算が統合できる形態へとすすんできている。本論文でも最終的なシステム構築の手段として富士通(株)製のエキスパートシステム記述言語 E SHELL/X を用いるが<sup>21)</sup>、同様の機能を備えている。そこで、以下ではまず ESHELL/X の利用を前提として、これを中核としたシステム構

成について述べていく。

図1にはシステム構成の概略を示しているが、それぞれの部分の役割は以下のようにになっている。まず、中核をなす ESHELL/X 本体の機能としては大きく知識表現を行なう部分と、これを基礎とした推論を制御する部分とから成り立っており、プログラムの実行を提示したり、実行結果を表示する入出力装置およびそのインターフェイス部分が接続された形となっている。この ESHELL/X を中核として、外部システムとして金融商品などの情報を格納する関係データベースとその管理システム、および数値計算を行なうサブシステムが存在する。これら外部システムと中核システムとの間のデータのやりとりは、それぞれ、AIM/RDB とよばれる関係データベースアクセス用コマンドの実行およびデータファイルを経したデータ交換によって行なわれる。ここで示したシステムで特に関係データベースシステムとの結合を考慮している理由としては、金融商品等の数は一般に多く、エキスパートシェルのフレーム型知識としてす

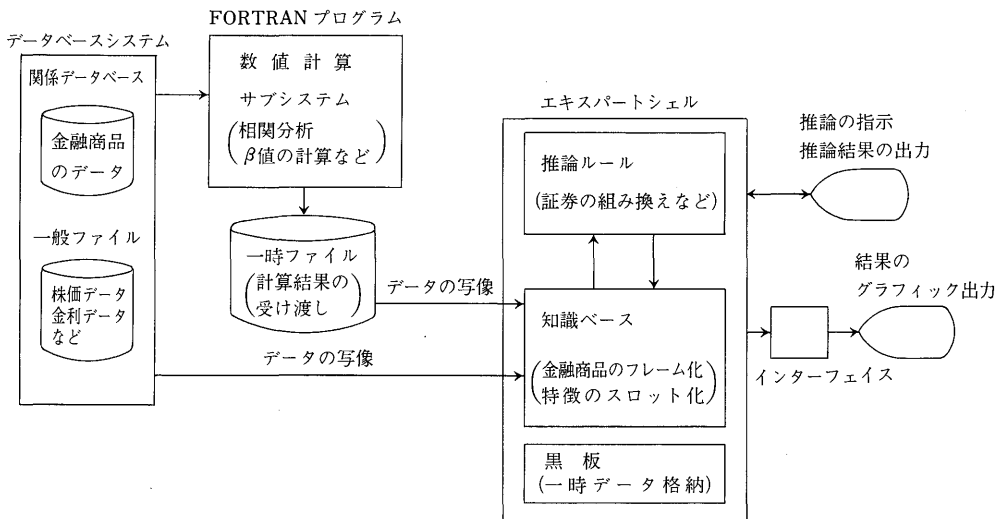


図1 エキスパートシステム構成の概略

べてを組み込むことには無理があること、商品の組みかえなどはデータベースから必要な情報のみを検索しフレーム表現に変換すればよいことなど、システムの効率化を目的としているためである。大規模なデータベースを利用する場合のこの方式の有効性は最近の例でも指摘されている。同時に、シェル内部の数値計算の負担を軽減するためと、数理的な解析部分を高速化する目的で、各種の処理を手続き型言語（具体

的には FORTRAN）により記述することを行っている。このような推論部と数値解析部を分離し、ファイルを介してデータ交換を行なう方式は最近の Prolog III などでも試みられており、有用な方法と言えよう。

次に、ポートフォリオ分析を行なうための処理アルゴリズムとデータとの関係について図2に示している。まず最初に株価や金利などの基本データについて、ポートフォリオ理論を用い

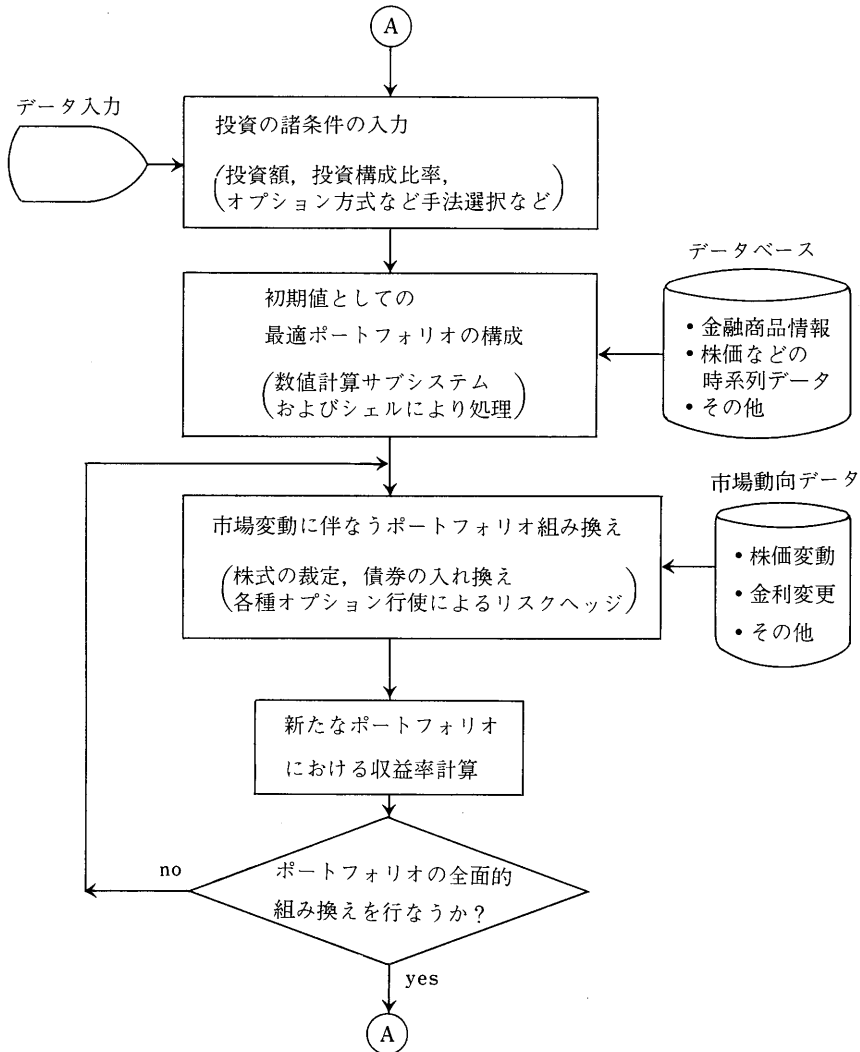


図2 システムの処理フロー

て理論的に最適と思われる組み合わせについて求めておき、同時に証券の各銘柄について必要とされる情報を知識オブジェクトとして格納しておく。これに対し、日々の株価の変動、金利政策の変更などの外的条件の変化が生じ、ポートフォリオの変更が必要となるので、このデータをシェルに受け渡す必要がある。しかしこの種の時系列データは多量でありシェル内部へ全部を写像することは適当でないので、基本的には変動部分のみを知識オブジェクトへ反映させる形としている。これらの情報をもとに、より安定しゲインの大きいポートフォリオへと組み換えを行なっていく。なお、一定の期間が経過したのちにはポートフォリオの組み換え自体が1つのトレンドを含む可能性もあるので、再度全体のルーチンを実行しなおすことにより調整を行なうことも可能であるが、その手続きの詳細についてはここでは述べていない。

## 2.2 エキスパートシェルの機能概要

中核をなすエキスパートシェルでは知識ベースとこれに基づく推論制御が行なわれるが、プログラミングの方法論としてオブジェクト指向の考え方が取り入れられており理解がしやすい。知識表現のうち、以下で利用するものは知識オブジェクトの定義、手続きの定義、ルール集合の定義であり、これらの機能および記述法の概略は、以下のようになっている<sup>21)</sup>。

### (1) 知識オブジェクト

通常のフレーム型知識と同様の形式をしており、記述は図3のように行なう。システムスロットでは知識オブジェクトの種類や他の知識オブジェクトとの関係を表示する。LEVEL スロットではこのオブジェクトが知識の階層表現の中間項であるクラスであるのか、あるいは実際の

物を表示するインスタンスがあるのかを指定する。SUPER-CLASS スロット、SUPER-LEVEL スロットでは、それぞれ上位にあるオブジェクト名を指定し、これによりオブジェクト相互間の接続が表現できる。属性スロットでは、それぞれ知識オブジェクトがもつデータとその値が定義され、初期化属性スロットではクラスオブジェクトがメッセージを受けとったときに生成を開始するインスタンスオブジェクトの属性スロットの値を与えている。メソッドスロットでは、このオブジェクトに関連した手続きを指定する。

この知識オブジェクトは、概略的に言えば金融商品や金利などに関する情報を、推論の対象として取り扱いやすいように階層化して管理するものである。具体的には金融商品を現物市場、先物市場、オプション市場という市場ごとに大分類し、更に下層として金融、債券、株式などの小分類を行ない、最下層に具体的商品をインスタンスオブジェクトとして記述している(詳細は後述)。従って金融商品の分類ごとの性質は上位(上層)オブジェクトから下位(下層)オブジェクトへと継承(インヘリタンス)されていく。

### (2) 手続き

具体的な処理を行なう手続きをメソッドとよび、メソッドに起動をかけるものとしてメッセージがある。これらの関係とメッセージの形式を図4、図5に示す。メッセージの送信は、後述するルールの条件部、実行部、LISPで記述された関数の中などで記述が可能である。ユーザーが定義するメソッドに対し、システムが備えているメソッド(システムメソッド)があり、インスタンスの生成(名前はNEW)、知識オブジェクトの削除(DESTROY)、属性値の参照

ポートフォリオ分析エキスパートシステムの構築について

```

(DEFOBJECT 知識オブジェクト名
SYSTEM
  システムスロットの並び. .
PROPERTY
  属性スロットの並び. . .
INITIAL
  初期化属性スロットの並び. . .
METHOD
  メソッドスロットの並び. . .
)

(DEFOBJECT 知識オブジェクト名
SYSTEM
LEVEL
SUPER-CLASS CLASS 上位オブジェクト1, 上位オブジェクト2, . . .
COMMENT "知識オブジェクトに関するコメント"
PROPERTY
  スロット1 MULTI スロット11 (コメント1), スロット値12 (コメント2), . .
    ¥ファシット名11 ファシット値11
    ¥ファシット名12 ファシット値12
    :
  スロット2 SINGLE スロット21 (コメント3)
    ¥ファシット名21 ファシット値21
    ¥ファシット名22 ファシット値22
    :
INITIAL
  初期スロット1 SINGLE *
    ¥初期ファシット11 *
    ¥初期ファシット12 *
    :
  初期スロット2 SINGLE *
    ¥初期ファシット21 *
    ¥初期ファシット22 *
    :
METHOD
  選択子1A 関数1
  選択子2 LAMBDA式
  選択子3 ルール集合
  :
)

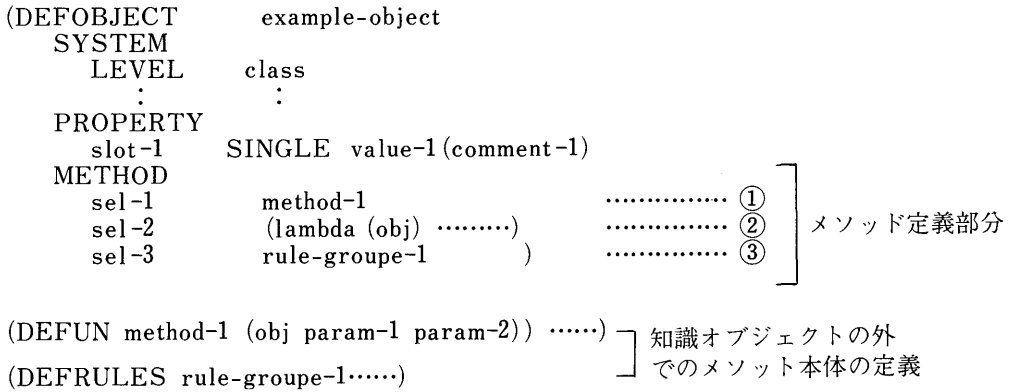
(DEFOBJECT 知識オブジェクト名
SYSTEM
LEVEL INSTANCE
SUPER-LEVEL 上層オブジェクト名
COMMENT "知識オブジェクトに関するコメント"
PROPERTY
  スロット名1 MULT スロット名1, スロット値1
    ¥ファシット名1 ファシット値1
  スロット名2 SINGLE スロット名2, スロット値2
    ¥ファシット名2 ファシット値2
)

```

- 注1) 特に指定するスロット値やファシット値がない場合には値の所に\*を書く。  
 2) スロット値はコメント部分を括弧( )の中に書くことができ付随的な情報(確信度など)をいれる。  
 3) MULTはスロット値を複数もてる場合、SINGLEは1個のみの場合に指定する。

図3 知識オブジェクト定義の方法

(REF), 属性値の設定 (SET) などを行なう。 まりのルールをルール集合として定義する。図  
 (3) ルール集合 6 にはルール集合の記述方法を示している。  
 ルールは推論機構そのものであり、ひとまと DEFRULES に始まり、ルール集合を記述する



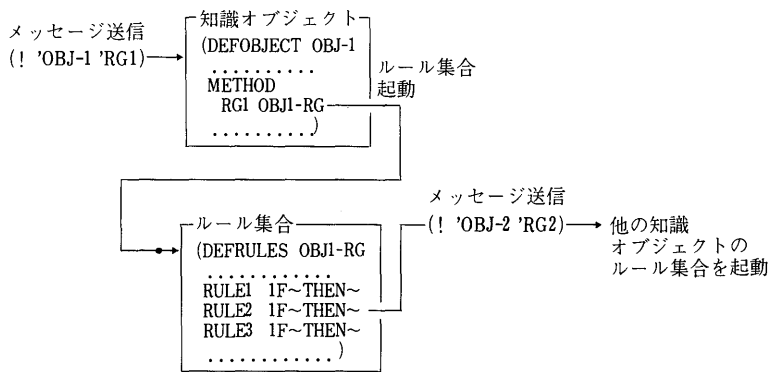
- ① 知識オブジェクト外で定義された関数を関数名で指定する。
- ② ラムダ式で直接記述する。
- ③ ルール集合をルール集合名により指定する。

図4 メソッドの定義と利用方法

( ! オブジェクト 選択子 引数 . . . )

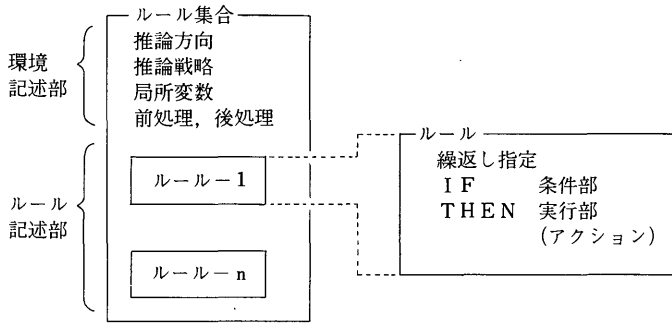
! :メッセージ発信のキーワードである。  
 オブジェクト:メッセージ送信先の知識オブジェクト名を記述する。  
 選 択 子:メッセージの名前, 受信側オブジェクトは, この名前のメソッドを起動する。  
 引 数:メッセージに付加する引数を記述する (メソッドの定義による)。

(a) メッセージの一般形

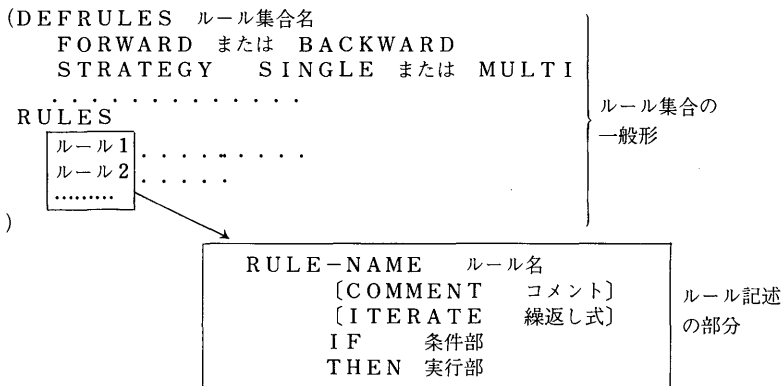


(b) メッセージ送信によるルール集合の起動

図5 メッセージの定義と利用



(a) ルール集合の構成



<実行部を記述するアクションの種類>

- |   |   |
|---|---|
| <p>① OBJECTアクション<br/>知識オブジェクトの生成, 属性値の設定, 変更を行う。</p> <p>② EXECUTEアクション<br/>LISPのS式を評価する。</p> <p>③ CHAINアクション<br/>後ろ向き推論を行う場合に指定する。</p> <p>④ EVENTアクション<br/>即時型のイベントを発行する。</p> <p>⑤ EXPECTアクション<br/>保留型のイベントを発行する。</p> | <p>⑥ COMMENTアクション<br/>注釈を記述する場合に用いられる。</p> <p>⑦ LOOPアクション<br/>あるアクションを繰り返して実行する場合に用いられる。</p> <p>⑧ BBアクション<br/>黒板ノードの生成, 属性値の設定, 変更を行う。</p> <p>⑨ BBCHAINアクション<br/>黒板を利用した後ろ向き推論を行う場合に指定する。</p> |
|---|---|

図6 ルール記述の方法

が, 各ルールは IF (条件部) THEN (実行部) の形で書かれ, 実行部には図6に示す9つのものが可能である。

以下では推論機能を, 主に外的条件の変化に

よるポートフォリオの組み換えの判断に用いることにしているが, その他に会話型によるデータ入力, 推論結果の出力などもルール集合として記述される。ルール集合の中の条件部は

LISPのS式が書かれるが、一般には複雑な計算式などは記述できないし、実行部についてもあまり込みいった記述を行なうことは適当ではない。そこで、本システムでは数値計算の大部分を数値計算サブシステムで行ない、ルール集合ではこの数値計算の結果を参照する形でのアクションの選択をする方式が記述を簡単化している。

### 2.3 関係データベースの概要

関係データベースをエキスパートシェルの外部に付加している理由として、シェル内のオブジェクトが増加するのを防ぎ、推論に必要な部分のみをオブジェクトとしてシステム内に取り入れていく制御を行なうことにある。従って、関係データベースのアイテムとして格納される内容については基本的にはインスタンスオブジェクトの内容と同一であると言える。この関係でデータベースとフレーム型知識(オブジェクト)との間のいわゆるデータの写像問題については最近いくつか報告されている。特に、ここではオブジェクトの量を減少させるのが目的であるので、データの対応がとられており、写像については容易に行なえる。なお、株価など時系列データについては関係データベース化することもできるが、数値計算が行ないやすいように一般ファイルに格納することとし、格納情報のみを関係データベースへ登録する方法をとっている。これらを含めた構成を図7に示している。ここでは関係データベース検索と、オブジェクトへの写像について概略を述べておく。

データベースは検索のみ可能であり検索にはAQL(Advanced Query Language:富士通の関係型コマンド)コマンドを用いる。検索を行なう機能クラスとしてデータベース操作オブ

ジェクトDEFDBがあり、これは図7のように記述される。このオブジェクトにはデータベース名や検索するデータに関する情報などが定義される。関係データベースの1行が1つのスロットの集まりとして定義され、各スロットはAQL変数に対応したものとなっているので、データ型、フィールド長などのカラム属性はファシットで指定しておく必要がある。データベース検索の手順は以下ようになる。

- ①データベース操作オブジェクトに対してデータベースをオープンするメッセージを送る。
- ②データベース実行オブジェクトに対して検索を指示するメッセージを送る。検索条件の書き方はAQLコマンドに従い、検索結果はデータベース実行オブジェクトのスロット値として入る。
- ③データベース実行オブジェクトに対してデータベースをクローズするメッセージを送る。

### 2.4 数値計算サブシステムの概要

数値計算サブシステムはFORTRANにより記述され、ポートフォリオ選択の数理的計算や株銘柄の裁定入れ換えなどを行なう。ポートフォリオのいわば数理的モデルとしては、今日までいくつかのものが知られており、実証レベルでの整合性についても議論されていることである。従って、モデルそのものをプログラム化することが現実の動きを説明するものでないことは言うまでもないことであるが、ここでは理論的背景を教示することを主眼としているので、モデルと定性的、定量的な判断基準を数理的に記述する方法を取っている。ポートフォリオ理論を適用する準備として以下のような計算手順

ポートフォリオ分析エキスパートシステムの構築について

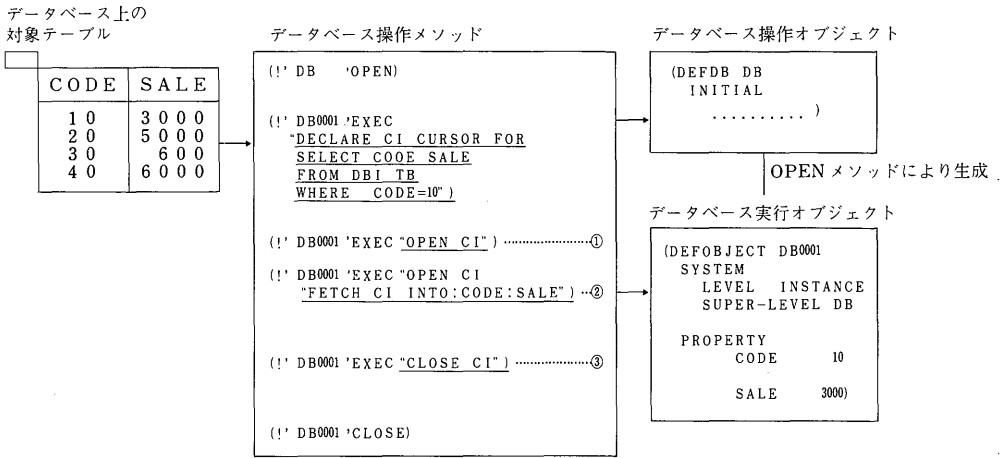


図7 関係データベースからのデータ入力

が必要となる。

- 1) リスク・リターン平面上にそれぞれのリスク資産（株式）の組み合わせにより得られるポートフォリオの前縁を描く。
- 2) 無リスク資産を含ませる場合には上で求めた結果との組み合わせにより最適ポートフォリオを求める。あるいは、これらを総合して平均の市場ポートフォリオと個々の銘柄との関連性を求め、与えられたリスク・リターン条件に従ったポートフォリオを構成する。
- 3) 債券については金利変動との相互関係を考慮しながら、いわゆるデュレーション（duration）の計算および債券の組み合わせを行なう。
- 4) 株式についてはポートフォリオ・イン

シュランス (PI: Portofolio Insurance) の視点から OBPI (Option Based Portofolio Insurance) あるいは CPPI (Constant Proportional Portofolio Insur-ance) によるリスクヘッジの評価を行ない、先物・オプションを含めた株式の組み合わせを行なう。ここでは最近のこの種の手法についても数理モデルとして組み入れている。

なお、数値計算に必要な数値データについては、あらかじめファイルの形式で蓄積されているとし、モデルに必要な計算を行なう他に、オプション戦略における傾向曲線なども随時参考できる形式としている。これらの関係を図8に示している。

なお、FORTRAN による数値計算の結果は

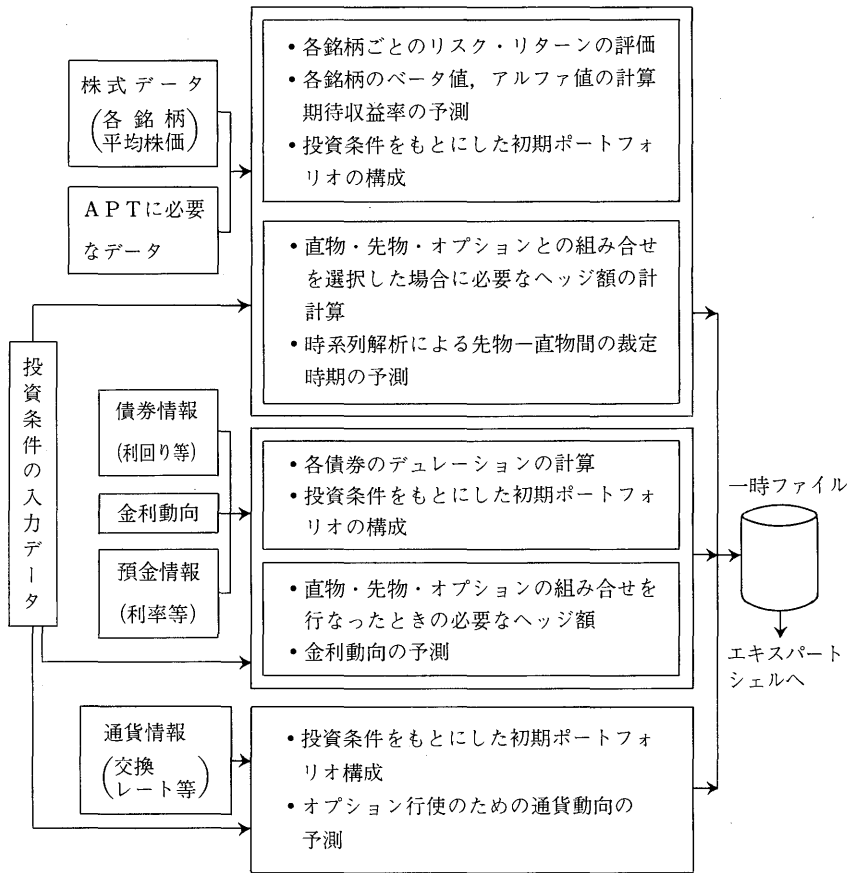


図8 数値計算サブシステムの概要

データファイル（順編成または区分編成）を介してエキスパートシェルに渡される。この方法は基本的にはデータファイルのレコードの各項目をファイルアクセス用の知識オブジェクト（機能クラス）である DEFIO の中で定義し、このファイルを知識オブジェクトへ写像する操作メソッドに対してメッセージを出してデータ移動の実行を指示する。通常の高級言語と同様に、機能クラスの利用にあたってはこれをオープンする操作メソッド（OPEN）が、また利用が終了したのちにはクローズするメソッド（CLOSE）が必要となる。データの写像においては機能オブジェクトに定義されているスロッ

トに対応するもののみが対象となり、定義されていないければ無視されることになる（この他、データ単位の入力も可能であるが使用しないで省略する）。これらの概要を図9に示している。

### 3. ポートフォリオ分析のアルゴリズム

#### 3.1 ポートフォリオ理論の組み込み

Markowitz [1] によりポートフォリオ理論の定式化が開始されて以来、最近のオプション・先物取引を含むまでさまざまな理論が展開されてきている。ここでは、以下の議論に必要な範囲でこれらについて述べ、アルゴリズムとして

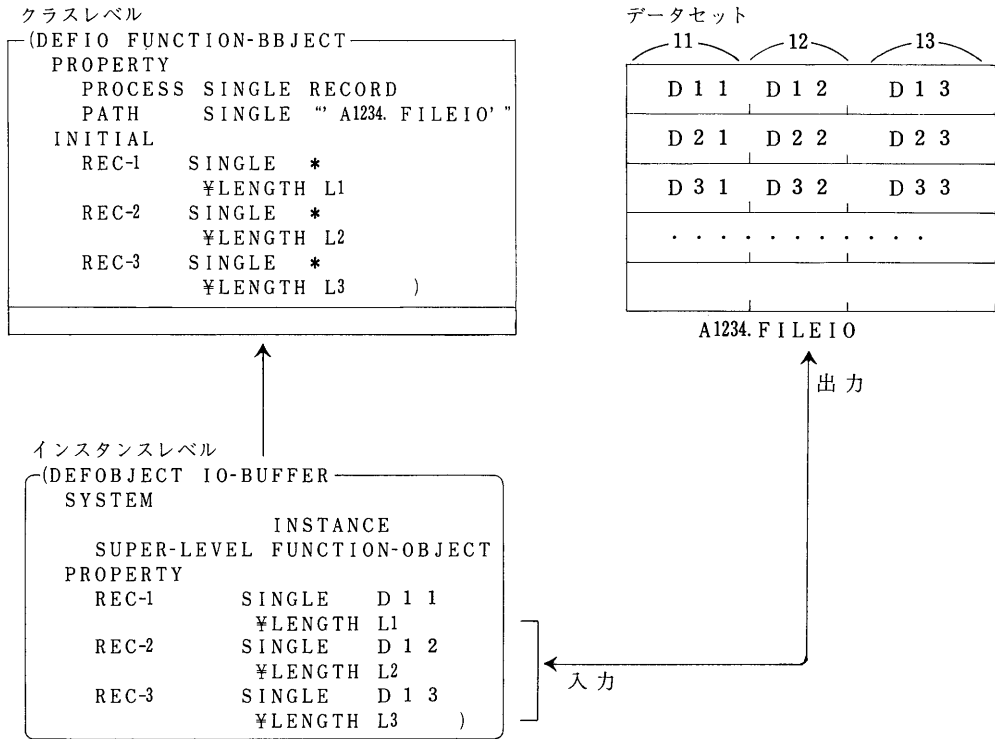


図9 ファイルからのデータ入力

システムに組み込む手順について示していく。  
 なお、本システムは教示的な目的をもっている  
 ので、ポートフォリオ理論についていくつかの  
 考え方を並列的に選択できる形としている。例  
 えば、代表的な CAMP (Capital Asset Pricing  
 Model)<sup>9)</sup> に対し多くの指標を含むモデルであ  
 る APT (Arbitrage Pricing Theory)<sup>11)12)</sup>, あ  
 るいは更に効果的フロンティアの求め方を簡略  
 化した単一指標モデルについても、ユーザの戦  
 略として選択できるようにしている。

(1) リスク・リターン平面と効果的フロン  
 ティア

リスク資産として証券  $i(i=1, 2, \dots, n)$  の組  
 み合わせを考えた場合、これらの構成比をさま  
 ざまに変化させたときにリターンである期待収  
 益率  $E_p$  とこの分散  $V_p$  の取り得る領域が、 $E_p$

—  $V_p$  平面上に描かれている<sup>1)</sup>。ここで

$$E_p = \sum_i^n x_i E_i$$

$$\left( \begin{array}{l} E_i : \text{証券 } i \text{ の期待収益率} \\ x_i : \text{証券 } i \text{ の構成比率} \end{array} \right)$$

$$V_p = \sum_i^n x_i^2 V_i + 2 \sum_k \sum_{l < k} x_k x_l \text{COV}(k, l)$$

$V_i$  : 証券  $i$  の収益率の分散

$\text{COV}(k, l)$  : 証券  $k, l$  の収益率の共分散

(ただし平均、分散の計算に  $m$  期の変化を用い  
 る)

各種のリスク・リターンの組み合わせが可能であ  
 るが、最適なポートフォリオのリスク・リター  
 ンは一方の境界領を示す線である効果的フロン  
 ティア (Efficient Frontier) である。

リスク資産に加えて無リスク資産が含まれて  
 いる場合には最適なポートフォリオ (Optimal  
 Portfolio) は、無リスク資産の期待収益率  $R_f$

を切片として効果的フロンティアへ向けて引いた接線との接点で表わされる。

(2) CAPM

一方、資金運用者の側からはリスクの許容度に応じたリターンを測定することにより、種々の資産の組み合わせが選択されることになる<sup>9)10)</sup>。CAPMは効果的な投資を決定するためのいくつかの指標を与えることはよく知られている。いま図10において点Mを債券、株式など市場にあるすべての銘柄を組み合わせたポートフォリオ、即ち市場ポートフォリオとし、点Pを無リスク資産の期待収益率  $R_f$  とする。このとき直線PMZは無リスク資産の貸付、借り入れを含めた場合に得られるリスク・リターンを表わす資本市場線 (CML: Capital Market Line) である。このときポートフォリオを最適化する組み合わせ、即ち

$$U - R_f = (E_p - R_f) - \lambda V_p$$

( $\lambda$ : リスク許容の係数)

において  $U$  を最大化するには

$$\left. \begin{aligned} E_i - R_f &= \beta_{ip}(E_p - R_f) \\ \beta_{ip} &= COV(j, p) / V_p \end{aligned} \right\}$$

となればよい (Sharp-Lintner モデル)<sup>7)</sup>。添字

$p$  はポートフォリオを表わすが、いまこれが市場ポートフォリオに等しいとすれば  $M$  に置きかえればよい。 $\beta_{im}$  はベータ値であり、ポートフォリオ  $q$  としてこれらを組み合わせるものを選べば

$$\beta_{qp} = \sum_i x_{iq} \beta_{ip}$$

となる。このように得られたベータ値をもとにして、リターンとベータ値との関係から証券市場線 (SML: Security Market Line) が得られ、最終的に種々のベータ値をもつポートフォリオの理論的期待収益率は、次の証券  $i$  の理論的期待収益率より求められる。

$$E_i^e = R_f + [E_m - R_f] \beta_{im}$$

一方、理論的期待収益率と現実の期待収益率との差は証券のアルファ値として定義される。

$$\alpha_i = E_i - E_i^e$$

アルファ値は市場よりこの分だけ大きい収益率をあげるものであり、この証券を組み入れると高い収益が期待される。

以上の計算を行なうには市場ポートフォリオを知る必要があるが、実際には日経平均株価やTOPIXなどが使われている。その他のデータ

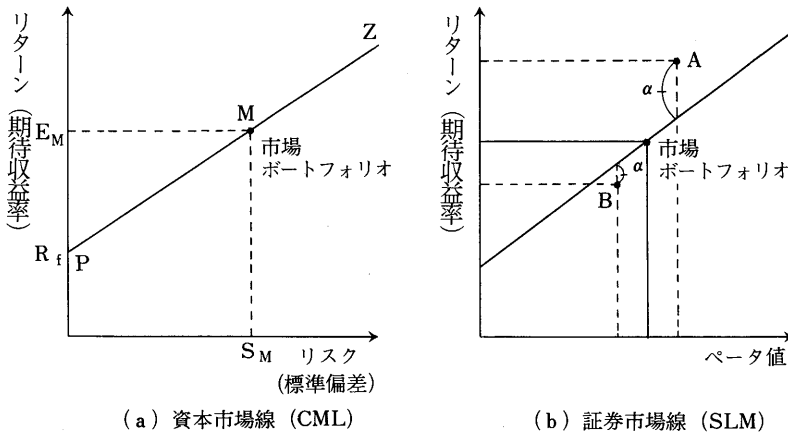


図10 資本市場線と証券市場線

についてはすでに日経 NEED の株価データなどとしてデータベース化されており、特に利用上の問題はない。

### (3) APT

CAPM がベータ値だけにより、期待収益率を説明しているのに対し現実の市場分析ではこれを否定する事例が出されるに至り、APT が提案された<sup>12)13)14)</sup>。市場収益率とは無関係の複数の変数（因子）によって、各証券ごとの収益率  $R_i$  が記述できると仮定する。

$$R_i = a_i + b_{i1}\delta_1 + b_{i2}\delta_2 + \dots + b_{in}\delta_n + \varepsilon_i$$

$a_i$  : 定数項

$b_{ij}$  : 証券  $i$  の価格変動率の共通因子  $j$  の変動率に対する感応度

$\delta_j$  : 共通因子  $j$  の変動率（確率変数）

$\varepsilon_i$  : 証券  $i$  の価格変動誤差項

ここで  $b_{ij}$  は

$$b_{ij} = \text{COV}(x_i, \delta_j) / \text{VAR}(\delta_j)$$

により与えられる。このとき収益率は  $x_i$  を証券  $i$  への投資金額として

$$G = \sum_i^n x_i R_i$$

となる。利益率  $R_f$  の無リスク資産を含む場合の証券  $i$  の期待収益率は

$$ER_i = R_f + b_{i1}(E\delta_1 - R_f) + b_{i2}(E\delta_2 - R_f) + \dots + b_{in}(E\delta_n - R_f)$$

となる。ここで因子  $\delta_j$  は互いに独立であると仮定しているので、実際にはこれを検定しなければならない（しかし株式の変動要因は4個～7個と言われており、通常これが用いられる）。APTの式は見方を変えれば、証券  $i$  の価格変動は無リスクの期待収益率と  $n$  個のリスクベクトルにより決定されていると言える。ただし、APTの条件としてはリスク分散に必要な証券が十分多いこと、 $b_{ij}$  が証券ごとに異なること、

資金の借入れと証券の空売りを許すことがある。

### (4) OPT

直物や先物についての取引の他に、これらを対象としたオプション取引が行なわれている。最近の金融の証券化に伴ない特にリスクヘッジング (risk hedging) の手段として注目されている<sup>15)16)17)</sup>。米国ではすでに1980年代前半に制度化されているが、日本では今後状況をにらみながら適用、拡大されていく予定である。オプション取引には権利行使期間内であれば時期を問わず行使できるアメリカンオプションと満期日にのみ権利行使が可能なユーロピアンオプションがあるが、ここではユーロピアンオプションも概念として含むアメリカンオプションを考える。

オプションの対象となる原資産 (underlying asset) に対しオプションを行使する行使価格 (exercise price) で購入する権利を担保するオプション価格 (プレミアム: premium) を支払うコールオプション (call option) と、これとは逆に行使価格で売り手に対して買い手が将来のある時点で売却できる権利を担保するプットオプション (put option) とがあるが、これらを利用したリスクヘッジングの概要は図11(a)のようになる。いま株式の場合を考えると、現物を買ってオプションを同時に担保する（コールの買いかプットの売り）場合がリスクヘッジングの基本的手法として考えられる。これは図11(b)のような動きとなる。現物とオプションの比率を種々に変化させることにより、異なったヘッジングが可能となる（バリエブルヘッジ）。更に、コール、プットのそれぞれの売りと買いを種々の比率で組み合わせることによって、いろいろなオプション戦略をとることが可能である。この一部を図11(c)に示している。これ



$T$  : 将来時点 ( $\tau = T - t$ )

$\gamma$  : 無リスク資産利子率  $k$  : 行使価格

$N(x)$  : 累積正規確率密度関数

$\sigma$  : 株価の標準偏差

このようにしてモデル化できるオプション取引の理論をそのまま適用すれば、現物ポートフォリオに対応してプットオプションを組み合わせる方法が考えられる。満期時でのポートフォリオの価値は満期時の現物価格かプットオプションの行使価格になり安定である（プロテクティブプット：protective put）。しかしながらこの方法はプレミアムが高すぎる、市場に作用されやすいという問題があり、現実にはリスク回避に適用するポートフォリオインシュランス（PI：Portfolio Insurance）としては、次に示すOBPIとCPPIがある。本モデルシステムではどちらかを選択できるようにしている。

#### i) OBPI

現物  $m$  単位と先物  $n_t$  単位の組み合わせによるポートフォリオが示す現物（先物）価格の変動に対する価値変化を、現物（リスク資産） $m$  単位、プットオプション  $m$  単位を組み合わせたりリスク回避（プロテクティブ）プットにできるだけ近づけようとするものである。このとき必要となる先物の  $t$  時点における必要投資単位  $n_t$  は

$$n_t = e^{-r\tau} \{mN(d_t) - \phi_t\}$$

となる。ここで

$$d_t = \{\log(S_t/ke^{-r\tau}) + \sigma^2\tau/2\} / \sigma\sqrt{\tau}$$

$$\phi_t = \phi_{t-1} + n_{t-1}(F_{t-1} - F_{t-2})/S_{t-1}$$

$$(\phi_t = 0; t = 0, 1)$$

$$F_t = S_t e^{r\tau} \quad (t \text{ 時点での先物価格})$$

このときの損益の動きについて見るとわかるように、基本的にプロテクティブプットと同じ効果が期待できる。

#### ii) CPPI

$t$  時点での現物ポートフォリオの価格  $E_t$  に対して、 $t$  時点でのヘッジ必要額  $H_t$  を与えるものであり

$$H_t = S_t - k(S_t - F)$$

となる。ここで  $F$  はフロアーであり、値下がりのリスクを回避する境界値である。 $k$  は実数であり投資の場合の（積極投資部分金額）/ $(S_t - F)$  により与えられる。このことにより現物（先物）の価格変動、およびこれに伴う  $(S_t - F)$  の変動が生じて先物の比率（ヘッジ比率）を調整することにより、プロテクティブプットと同様の効果をあげることができる。

#### (5) 債券とデュレーション

債券は市中金利との関係で利回りが変動していくので市中金利の変化がどの位の期間影響を及ぼすかということが重要になる<sup>18)19)20)</sup>。このような金利変動がおこっても債券の将来価値が変わらないある将来の一時点が存在することが示され、投資開始からこの時点までの期間をデュレーション(duration)と呼ぶ。クーポンを再投資する場合のデュレーションの一般式は次で与えられる<sup>20)</sup>。

$$D = \{\sum t \cdot PV(C_f, r, t) / PV(C_f, r, t)\}$$

$$PV(C_f, r, t) = C_f / (1+r)^t$$

$D$  : デュレーション

$t$  : 時間

$C_f$  : キャッシュフロー（クーポン収入、売却益など）

$r$  : 市中金利

この式の導出については、金利変動に対して、債券の実質価値変化のうち償還（満期）になるほど再投資収益変化に大きく作用し、債券価格の変化は投資時点に近いほど大きく影響され、これら2つの作用が相殺される時点が存在する

ことから示される。

このようにして各債券に対するデュレーションが計算されれば、債券ポートフォリオの組み換えアルゴリズムは以下ようになる。

- i) 将来の金利変化によってこうむるリスクを回避したいときには債券の投資期間をそのデュレーションと一致させておく (immunization)。
- ii) 逆に金利上昇、金利低下に対して積極的に利益を伸ばしたいのであればデュレーションに長短のある債券とを入れ換える。即ち、金利低下が見込めればデュレーションの長い債券を、金利上昇が見込めるのであればデュレーションの短い債券を組み入れる。

なお、資金として無リスクの借入金を含む(即ち、資産と負債の両方をもつ)場合には固定金利と変動金利の比率を考慮する必要がある。金利上昇が見込まれる場合には資産側の変動金利の比率を高め、金利低下が見込まれるのであれば負債側の変動金利の比率を高める。この割合は投資家の希望する収益率より求められる。

### 3.2 ポートフォリオ理論の適用方法

これまで述べてきたような各種のポートフォリオ分析の理論を現実の投資に対して適用する場合には、投資家によるいくつかの選択が必要となる。投資の比率として選択されるものとしては、リスク資産、無リスク資産が大分類としてあり、更にリスク資産の中に先物やオプションを含ませるのかといった選択、およびこの場合の比率を決定する必要がある。オプション取引を含めた場合にはリスクヘッジを行なうための投資配分が計算される。このような投資比率の決定問題自体が一つの最適化問題であると

言えるが、実際にはリターンとリスクに対する投資家の選好度に依存している。従って、ここで述べるモデルシステムでは投資比率は入力データ、あるいは決定アルゴリズムにもとづいて、あらかじめ与えることとし、この範囲内での最適ポートフォリオ選択を行うように手順化している。

最近の議論においてもポートフォリオに大きく影響を与えるものとして投資期間と運用資金量が指摘され、例えば長期資金の投資家である生保とスプレッド貸しを業務とする銀行との差異は拡大するであろうと言われている。このようなことからポートフォリオ構成の方法も当然いくつかのパターンがありうる。以下の議論では投資の構成比や考え方について投資家が選択できるパターンとしているが、デフォルト値として採用される投資計画については、次のような基本的性質を考慮している。

#### i) リスク・リターン水準の比較

実証データによってもリスク水準が高い順に株式、公社債、預金・貸付金の順序にある。従って、高いリターンを期待するなら株式の比率を高めていく必要があるが、これに伴ないリスクも増大する(投資対象として不動産は株式に次いで2番目のリスク水準であるが、ここでは省略している)。また、同一のリスクであっても投資期間が長いほど実質的なリスク負担は低くてすむ。従って投資期間の長短、投資額の大小に応じた構成比をパターン化しておくことは意味がある。このようなことから投資額、投資期間をパラメータとして入力した場合のリスク・リターン水準を与える仕組みとしておき、ポートフォリオ構成の初期値とすることが考えられる。

#### 2) 分散投資

運用期間が比較的長期(数年)にわたる投資

対象を選んだ場合には短期的予測によるリスクヘッジングが困難であるので分散投資されることが多い。従って、株価動向の情報だけでなく、上場と非上場、大型と小型、市場などの違いを考慮したポートフォリオを構成することが必要となる。これについても、リスク・リターン水準に応じたパターンとして標準化しておき、これから選択する方法とすることが考えられる。

### 3) リスクとリスクフリー

リスクフリーの投資を選択するのであれば、基本的には無リスク資産から成るポートフォリオを構成すればよいことになるが、実際にはコストがかかるわりにはリターンが少ないことになる。従って、投資は何らかの意味で他の投資家との差異を求めるものであり、株式を中心とした運用となるであろう。また、最近の金融の証券化のもとでは貸付によるリターンは一時的なリスク回避の手段と見なされる場合も多い。このようなことから、先物・オプションの取り扱いを組み込んだ短期的ポートフォリオの重要性は増大していると言える。

以上のようなことを考慮すると投資家の投資期間、投資額、リスク選好度を基準として何種類かのポートフォリオ構成案を提供する方式が望ましい。従って本モデルシステムでは次に示す項目を入力させることにより、これをベースとしたポートフォリオを構成する方法をとっている。

#### 1) 構成比の入力

ポートフォリオ構成の比率について投資家が指定するのであれば入力値により設定する。入力されない場合には投資額と投資期間により決定する（市場での平均値）。

#### 2) 銘柄の選択

何も指定しなければ中心的と考えられる銘柄

を中心に、これと相関の少ない銘柄を順次組み入れていく。この場合、市場、規模などを考慮する。銘柄を入力した場合にはこれを中心とした構成とする。

#### 3) リスク・リターン水準

どの程度のリスク・リターンを期待しているかを入力させる。もし1)、2)の操作で水準に満たないポートフォリオであることがわかれば再構成を行なう。特に、ベータ値が1、即ち市場ポートフォリオと同じ動きをして確実なリターンが得られる組み合わせも選択できるようにしておく。

このようにして初期ポートフォリオが決定されるが、これはいわば静的な選択であり株価や金利の変動に伴う動的な組み換えアルゴリズムを用いる必要がある。これについては先述のOPTなどの理論を適用することになるが、ユーザに対してはその方法を選択させるにとどめ、特に制限条件などを付加させるようなことは行わないものとする。これは理論のアルゴリズム化を目的としているという理由にもよるが、もともとエキスパートシステムそのものが、いわば自動化された最適化ルーチンであるという考え方をとるからである。金利商品や債券については、ほぼ理論どりの処理をすることになるが、株式の裁定あるいはオプション理論を市場に適用する場合のやり方として以下のような方法が用いられている。

1) 株式の売買の効率を高めるため投資家が設定した投資モデル（価格、数量等）に適合する商品の自動売買が行なわれる（プログラム売買）。

2) 株価指数の上昇率を上回っているかをチェックし、下回っていればポートフォリオの組み換え処理が行なわれる。この

場合、市場での  $\alpha$  値などが参考にされる。

- 3) 株価指数先物取引を考慮した場合には現物と先物との間の鞘取り売買を行なう(裁定取引: arbitrage) ことによりリスクヘッジを行なう。短期金利が年率配当額以上であれば先物の理論価格は現物より高くなるので、先物が割安となっていれば先物を売り現物を買う(バイ・プログラム), 逆に先物が割高となっているときには現物を売却し先物を買戻す。これには現物を株価指数の動きに完全に一致させることができないことによるトラッキング・エラーが生じる。
- 4) オプションによるPIの代表的な方法としては①プロテクティブプット (PP: Protective Put) ②ダイナミック・アセット・アロケーション (DAA: Dynamic Asset Allocation) ③ダイナミック・ヘッジング (DH: Dynamic Hedging) の3つがある<sup>9)</sup>。実際には③が多用され、①は相場上昇時もプレミアムを負担する必要があること、②は下落時に債券を組み入

れるためコストが増加するため相対的に比率が低い。

### 3.3 処理アルゴリズムと市場データ

ポートフォリオ選択について理論式をもとにアルゴリズム化された部分について処理する場合に、必要となる各種の市場データの特性について述べておく。これらの財務データの基本的部分については知識オブジェクトの中に組み込まれるものであるが、株価の時系列データなどのように数理モデル解析部分でのみ利用されるものもある。従って、後の記述で行なう知識オブジェクトの記述と重複する部分もあることを注意しておく。市場データを蓄積する場合の基本的な考え方として、市場別(現物市場、先物市場、オプション市場)を大分類とし、この階層の下に株式市場、債券市場という小分類を行なっていくことにする。この概要を図12に示している。

ポートフォリオ選択においては基本的には最初の段階で現在の市場データから得られる最適ポートフォリオを決定することとし、以降はこの最適値を基準として市場の動向に応じて証券、債券の組み換えを行なっていくこととしている。

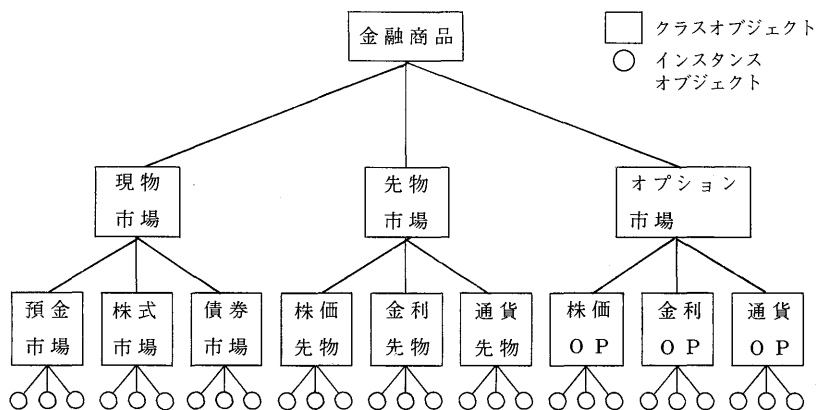


図12 金融商品の知識オブジェクトの構成

これは実際の市場での処理方式とも対応しており、数百の銘柄のうち基本的部分を中心として状況に応じた裁定が行なわれることになる。もちろん、市場の動向があるトレンドをもって変化している場合などにはそれぞれが小幅な入れ換えであっても全体としては最適値から大きくはずれる可能性があるため、一定期間が経過したら、改めて最初の段階から計算をくり返し、新たな最適ポートフォリオを初期組み合わせとした処理ループを開始する。

なお、計算アルゴリズムのうちエキスパートシェルの内部の実行部で行なう処理と、外部の数値計算部で行なうものがあるが、基本的には複雑な数値計算を必要とする部分は外部のプログラムで処理し、結果のみをシェルに渡すこととしており、逆に複雑な計算を必要とせず、かつ、後述する知識オブジェクトを頻繁に利用する計算アルゴリズムについては、シェル内部のメソッドとして組み込むことにしている。

1) 株式

株式の場合には基本データとしては株価の情報とこれらの市場ポートフォリオ点、および先物取引やオプションの対象となっているかの情報である。しかし APT を適用する場合にはモデルを説明する要因が 4 個～7 個必要であり、これらを時系列として蓄積しておく必要がある。これらを含めて株式の組み合わせを行なう場合に用いるデータを表 1～表 3 に示している。

2) 債券

株式に対して債券の場合には満期となる期間や発行している主体（自治体など）の種類があり、データベースあるいは知識オブジェクトとして組み込む場合には注意が必要である。これらの分類を表 4 に示している。債券についてもリスクを伴うために一部をリスク資産として

表 1 株式市場オブジェクトの基本データ

スロット名	指定法, 用途など
株式名	固有名詞またはコードにより識別する。
ベータ値	市場ポートフォリオを参考として求め初期ポートフォリオ構成に利用する。
アルファ値	市場ポートフォリオを参考として求めポートフォリオ組み換えのときに参考とする。
当初株価	初期ポートフォリオ構成時の株価であり将来時点での収益率の計算に用いる。
当初株数	初期ポートフォリオ構成時の株数であり将来時点での収益率の計算に用いる。
現在株価	市況データとして得られたものを写像したものでありポートフォリオ組み換えやオプション取引の情報として用いる。
現在株数	ポートフォリオ組み換えやオプション取引の結果により変更されたのちでの株数であり収益率の計算に利用する。
株購入日	現在の株数で所有するようになった期日をいれる。

表 2 株価先物オブジェクトの基本データ

スロット名	指定法, 用途など
株先日	固有名詞またはコードにより識別する。
株先対象指数	取引の対象となる株の取引契約の金額を算出するための株価指数や平均株価を指す。
株先契約金額	先物取引の 1 契約の単位となる金額であり、ここではこれに達しない取引は行使しない。
株先決済期限	取引できる限月を記入する。
株先取引所	取引が可能な場所を示す。本来は大証などであるがここでは特にチェックをしない。
株先購入数	現在所有するようになった株数をいれる。
株先購入日	現在の株数で所有するようになった期日をいれる。
株先相場	市場の株価の動向分析で上昇か下落かを入れる。判別の基準値を設定して株価の時系列解析の結果を写像する。

表3 株価オプションオブジェクトの基本データ

スロット名	指定法, 用途など
株オブ名	固有名詞またはコードにより識別する。
株オブ対象指数	取引の対象となる株の取引契約の金額を算出するための株価指数や平均株価を指す。
株オブ契約金額	先物取引の1契約の単位となる金額であり, ここではこれに達しない取引は行使しない。
株オブ決済期限	取引できる限月を入れる。
株オブ購入数	現在所有するようになった株数をいれる。
株オブ購入日	現在の株数で所有するようになった期日を入れる。
株オブ相場	市場の株価の動向分析で上昇か下落かを入れる。判別の基準値を設定して株価の時系列解析の結果を写像する。
株オブ種類	取引の対象となる株が現物か先物かを示す。
株オブ取引所	取引が可能な場所を示す。ここでは特にチェックしない。

表4 債券オブジェクトの基本データ

スロット名	指定法, 用途など
債券名	固有名詞またはコードにより識別する。
債券期限	債券の元本償還までの期間を入れる。満期までの期間や他への運用の可能性を検討する参考とする。
最低債券額	購入できる債券の最低額
債券種類	普通, 新規株購入権利付, 転換などの種類を入れる。
債券利回り	債券の利回りであり満期までの利回りとする。
債券決済制限	払いだしの場合の限度額を示す。
債券金額	現在所有するようになった債券金額をいれる。
債券開始日	現在の金額で債券を所有するようになった期日を入れる。

表5 預金オブジェクトの基本データ

スロット名	指定法, 用途など
預金名	固有名詞またはコードにより識別する。
預金期限	預金期間を入れる。満期までの期間や他への運用の可能性を検討する参考とする。
最低預金額	預金できる最低金額
利率	預金の利率であり期限付の場合には満期までの利率とする。
預金決済制限	払いだしの場合の限度額を示す。
預金額	現在預金するようになった金額をいれる。
預金開始日	現在の金額で預金するようになった期日を入れる。

取り扱う場合もあるが, ここでは一般的な考え方に従い無リスク資産としての取り扱いを行なう。無リスク資産として考えた場合には, 市場で設定されている, いわゆる利回りをもとに  $R_f$  を求め, 最適ポートフォリオを求めるデータとして利用する。この利回りをもとに市中金利との較差, 市中金利の変化が債券の実質価格に及ぼす影響をデュレーションの形で整理をする。デュレーションが得られた後の債券ポートフォリオの組み方については先述したアルゴリズムを用いることにする。このルールは4章において推論ルールとしてシェルに組み込まれる。

### 3) 預金商品

預金, コールローン, 貸付などについてまとめたものであり, この分類を表5に示している。これらは基本的には一定額の利子(あるいは利益率)を与えるものと考えられ, 構成比率を決

定することにより  $R_f$  が決定される。この組み合わせについては文字どおりリスク無しの収益を投資家がどの程度選好するかによって決定されていると言える。

しかし現実の金利商品市場では預金金利の自由化に伴って商品の多様化と運用の複雑化が進行しており, 本来の意味でのポートフォリオ調整の役割を果す部分が小さくなっているのも

事実である。従って、無リスク資産としての本来の性格は持ちながらも、新種の利付決済性預金が増大する傾向にあり、貯蓄手段としても利用できる決済性勘定が大きな位置を占めるようになってきている。このように貯蓄と決済という両面を持ったものとして見なければならぬが、本モデルシステムでは貯蓄の面のみに注目することとし、商品の属性値を用いてポートフォリオ調整をする場合のデータについて表5に示している。金利商品の場合には、このように構成比率を与えれば収益率への寄与率が求められるので、処理アルゴリズムは簡単化できる。

4) 金利先物・オプション

金利商品を対象とした先物・オプションについて知識オブジェクトの属性スロットを整理したものを表6～表7に示している。金利先物・オプションでは商品取引の単位や限月などの条件をルールによってチェックする必要があるが、この他に3個ほど制限条件を知識オブジェクト

自身に付加するものとしている。

5) 通貨先物・オプション

通貨についての先物取引、オプション取引についてはやや特殊な面を持っているので、ここでは形式的に取引が実行できるものと仮定してオブジェクトを作成している。つまり通貨先物取引の場合にはオープン・アウト・クライ (open out cry) 方式により特定の場所でセリによって売買され、しかも建値方式が金利先物取引とは異なっている。取引きは電話を介してブローカーとトレーダーとでやり取りされる。また、株価といった証券市場そのものの情報ではなく外国為替市場の市況データを反映させなければならない。従って、ここでは取り扱いを簡単にしたモデルを考え、外国為替市場でのレートの変動を受けて先物やオプション取引が行使されるようにルールを作ることとし、そのための知識オブジェクト構成について述べておく。この

表6 金利先物オブジェクトの基本データ

スロット名	指定法, 用途など
金利先物名	固有名詞またはコードにより識別する。
金先取引対象名	取引の対象となる現物名を入れる。
金先取引単位	取引の1契約の金額を入れる。これに達しない取引は行わない。
金先限月	取引のできる限月を記入する。
金先取引最終日	取引のできる最終日を入れる。
金先取引制限1~3	取引に関する条件を LISP 関数の形でいれておき当該する取引が可能かどうかをチェックする。ここでは簡単のため3個以内としている。
金先金額	現在所有するようになった金先の金額を入れる。
金先開始日	現在の金額で金先を所有するようになった期日を入れる。

表7 金利オプションオブジェクトの基本データ

スロット名	指定法, 用途など
金オブ名	固有名詞またはコードにより識別する。
金オブ取引対象名	取引の対象となる現物あるいは先物名を入れる。
金オブ取引区分	取引の対象となる現物か先物かを入れる。
金オブ取引単位	取引の1契約の金額を入れる。これに達しない取引は行わない。
金オブ限月	取引のできる限月を記入する。
金オブ取引最終日	取引のできる最終日を入れる。
金オブ取引制限1~3	取引に関する条件を LISP 関数の形でいれておき当該する取引が可能かどうかをチェックする。ここでは簡単のため3個以内としている。
金オブ金額	現在所有するようになった金先の金額を入れる。
金オブ開始日	現在の金額で金先を所有するようになった期日を入れる。

表8 通貨先物オブジェクトの基本データ

スロット名	指定法, 用途など
通貨名	固有名詞またはコードにより識別する。
通貨取引対象名	取引の対象となる現物あるいは先物名を入れる。
通貨取引単位	取引の1契約の金額を入れる。これに達しない取引は行わない。
通貨限月	取引のできる限月を記入する。
通貨取引最終日	取引のできる最終日をいれる。
通貨取引制限1~3	取引に関する条件をLISP関数の形でいれておき当該する取引が可能かどうかをチェックする。ここでは簡単のため3個以内としている。
通貨金額	現在所有するようになった通貨の金額をいれる。
通貨開始日	現在の金額で通貨を所有するようになった期日をいれる。

表9 通貨オプションオブジェクトの基本データ

スロット名	指定法, 用途など
通貨オブ名	固有名詞またはコードにより識別する。
通貨オブ対象名	取引の対象となる現物あるいは先物名を入れる。
通貨オブ取引区分	取引の対象となる現物が先物かを入れる。
通貨オブ取引単位	取引の1契約の金額を入れる。これに達しない取引は行わない。
通貨オブ限月	取引のできる限月を記入する。
通貨オブ取引最終日	取引のできる最終日をいれる。
通貨オブ取引制限1~3	取引に関する条件をLISP関数の形でいれておき当該する取引が可能かどうかをチェックする。ここでは簡単のため3個としている。
通貨オブ金額	現在所有するようになった通貨オブの金額をいれる。
通貨オブ開始日	現在の金額で通貨オブを所有するようになった期日をいれる。

ような前提条件のもとでは通貨先物・オプションの知識オブジェクトは表8~表9のように与えられる。

### 3.4 知識オブジェクトによる金融商品の表現

数値計算ルーチンを中心として初期の最適ポートフォリオが得られたあと、市場の動向に合わせて組み合わせの入れ換えを行なっていくプロダクションルールの対象となる知識オブジェクトについて以下に述べていく。知識オブジェクトそのものは、前述した各金融商品の情報と同様であるが、推論に必要な階層型のオブジェクト構造をなしていると同時に、銘柄の入れかえやこれに伴う評価式を実行するメソッドの起動部分なども含んでいる。知識オブジェクトはプロダクションルールにより行なわれる推論の対象となるので、本来ならルールあるいはルール集合と並行的に記述するのが望ましいが、

ここでは便宜上知識オブジェクトとして表現されるべき商品の情報とその相互関連についてのみ述べる。なお、それぞれの商品の階層性や相互関係については図12に示しているの、知識オブジェクトの含むスロット値について主として述べている。まず図13に全体の知識オブジェクトについて示しておく。

#### 1) 金融商品オブジェクト

金融商品のすべてのトップレベルオブジェクトでは下位のオブジェクトとの関係が示される。これを金融商品オブジェクトとよび基本データを表10に示す。スロットには各種の金融商品への投資比率、全商品の組み合わせの結果として得られる投資資産額合計が入れられる。

#### 2) 現物オブジェクト

金融商品を現物、先物、オプションという3つに分類にした場合の2番目のレベルのフレームである。このオブジェクトでは下位のオブ

ポートフォリオ分析エキスパートシステムの構築について

(DEFOBJECT 金融商品 SYSTEM LEVEL CLASS PROPERTY 投資開始期日 8901 現在期日 24 現物投資配分 50 先物投資配分 20 オプション投資配分 30 ポートフォリオ理論 1 オプション理論 2	(DEFOBJECT 東芝 SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 株式市場 PROPERTY ベータ値 45 アルファ値 7 当初株価 1320 現物株価 45 現在株価 56 所有日数 100	(DEFOBJECT T-BOND先物 SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 株価先物 PROPERTY 金先取引単位 34 金先限月 54 金先金額 34 金先日数 57	(DEFOBJECT 円 SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 通貨先物 PROPERTY 通貨取引単位 3 通貨限月 * 通貨金額 * 通貨日数 *
(DEFOBJECT 現物市場 SYSTEM LEVEL CLASS 金融商品 SUPER-CLASS PROPERTY 預金投資配分 10 株式投資配分 70 債券投資配分 20	(DEFOBJECT 債券市場 SYSTEM LEVEL CLASS 現物市場 PROPERTY 債券種類 MULTI 国債23, 地方債2	(DEFOBJECT 90日物T-BILL SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 株価先物 PROPERTY 金先取引単位 34 金先限月 54 金先金額 54 金先日数 3	(DEFOBJECT オプション市場 SYSTEM LEVEL CLASS 金融商品 SUPER-CLASS PROPERTY 株先オプション投資配分 * 金先オプション投資配分 * 通貨オプション投資配分 *
(DEFOBJECT 先物市場 SYSTEM LEVEL CLASS 金融商品 SUPER-CLASS PROPERTY 株先投資配分 40 金先投資配分 40 通貨先物投資配分 20	(DEFOBJECT 国債23 SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 債券市場 PROPERTY 債券期限 20 最低償還額 4 債券利回り 760 債券金額 70 債券所有日数 789	(DEFOBJECT 3月物CD SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 株価先物 PROPERTY 金先取引単位 4 金先限月 24 金先金額 42 金先日数 43	(DEFOBJECT 株価オプション SYSTEM LEVEL CLASS 株価オプション市場 SUPER-CLASS PROPERTY 株価オプション種類 MULTI *
(DEFOBJECT オプション市場 SYSTEM LEVEL CLASS 金融商品 SUPER-CLASS PROPERTY 株先オプション投資配分 40 金先オプション投資配分 20	(DEFOBJECT 地方債2 SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 債券市場 PROPERTY 債券期限 8 最低償還額 3 債券利回り 670 債券金額 40 債券所有日数 560	(DEFOBJECT 通貨先物 SYSTEM LEVEL CLASS 先物市場 SUPER-CLASS PROPERTY 通貨先物種類 MULTI ドイツマルク 、英ポンド	(DEFOBJECT 株先50オプション SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 株価オプション PROPERTY 株先対象指数 * 株先契約金額 * 株先購入日数 * 株先相場 * 株先相場 * 株先日数 *
(DEFOBJECT 預金市場 SYSTEM LEVEL CLASS 現物市場 SUPER-CLASS PROPERTY 預金種類 MULTI 定期預金 、スーパーエムエム	(DEFOBJECT 株式先物 SYSTEM LEVEL CLASS 先物市場 SUPER-CLASS PROPERTY 株価先物種類 MULTI 株先50	(DEFOBJECT ドイツマルク SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 通貨先物 PROPERTY 通貨取引単位 43 通貨限月 6 通貨金額 46 通貨日数 6	(DEFOBJECT 金利オプション SYSTEM LEVEL CLASS オプション市場 SUPER-CLASS PROPERTY 金利オプション種類 MULTI *
(DEFOBJECT 定期預金 SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 預金市場 PROPERTY 預金期限 360 最低預金額 2 利率 340 預金額 30 預金日数 130	(DEFOBJECT 株先50 SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 株価先物 PROPERTY 株先対象指数 1 株先契約金額 23 株先購入日数 45 株先さき日数 35	(DEFOBJECT スイスフラン SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 通貨先物 PROPERTY 通貨取引単位 5 通貨限月 9 通貨金額 34 通貨日数 56	(DEFOBJECT T-NOTEオプション SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 金利オプション PROPERTY 金先取引単位 4 金先金額 * 金先相場 * 金先日数 *
(DEFOBJECT スーパーエムエム SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 預金市場 PROPERTY 預金期限 90 最低預金額 30 利率 450 預金額 230 預金日数 60	(DEFOBJECT TOPIX SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 株価先物 PROPERTY 株先対象指数 2 株先契約金額 34 株先購入日数 30 株先さき日数 56	(DEFOBJECT 英ポンド SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 通貨先物 PROPERTY 通貨取引単位 4 通貨限月 12 通貨金額 23 通貨日数 4	(DEFOBJECT T-BONDオプション SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 金利オプション PROPERTY 金先取引単位 2 金先金額 * 金先相場 * 金先日数 *
(DEFOBJECT 株式市場 SYSTEM LEVEL CLASS 現物市場 SUPER-CLASS PROPERTY 株式種類 MULTI 日立、東芝	(DEFOBJECT 日経平均先物 SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 株価先物 PROPERTY 株先対象指数 2 株先契約金額 54 株先購入日数 67 株先さき日数 78	(DEFOBJECT カナダドル SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 通貨先物 PROPERTY 通貨取引単位 3 通貨限月 * 通貨金額 * 通貨日数 *	(DEFOBJECT ユーロ預金オプション SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 金利オプション PROPERTY 金先取引単位 3 金先金額 *
(DEFOBJECT 日立 SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 株式市場 PROPERTY ベータ値 30 アルファ値 6 当初株価 1567 当初株数 70 現在株数 1670 現在株数 89 所有日数 100	(DEFOBJECT 金利先物 SYSTEM LEVEL CLASS 先物市場 SUPER-CLASS PROPERTY 金利先物種類 MULTI T-BOND先物 、90日物T-BILL	(DEFOBJECT フランスフラン SYSTEM LEVEL INSTANCE SUPER-LEVEL 通貨先物 PROPERTY 通貨取引単位 5 通貨限月 * 通貨金額 * 通貨日数 *	

図13 オブジェクトの記述 (一部のみ示す)

ジェクトとの接続状況を示すスロットを含むと同様に、現物の組み換えを行なうときの処理を実行するメソッドを起動するデモンが含まれている。また、現物の構成比率がスロット値として記憶されている。この現物オブジェクトには更に預金オブジェクト、および証券取引に属する商品を示すオブジェクト (株式市場オブジェクト、債券オブジェクト) が接続されている。

更にこれらのオブジェクトの下位に具体的な商品を示すインスタンスオブジェクトが接続されることになる。金利オブジェクト、株式、債券オブジェクトについては、それぞれのスロットを以前に示しているが、内容については自明であろう。インスタンスフレームには個々の商品の特徴を示すスロットとスロット値が記入されている必要がある。

表10 金融商品オブジェクトの基本データ

スロット名	指定法, 用途など
投資開始期日	投資を開始した期日を入れておく。
現在期日	シエルが動作されている現在の日付を入れる。
現物投資配分	現物への投資額を入れる。
先物投資配分	先物への投資額を入れる。
オプション投資配分	オプションへの投資額を入れる。
ポートフォリオ理論	どのポートフォリオ理論を選択して初期のポートフォリオ構成を行うかを指定させる。省略すればCAPMを採用する。
オプション理論	どのオプション理論を選択してオプションを行うかを指定させる。省略すればOBPIを採用する。

### 3) 先物オブジェクト

先物商品だけを統合するオブジェクトとして存在するオブジェクトを簡単のため先物オブジェクトと呼ぶことにすると、この下位には更に金利先物、株価先物、通貨先物の3種類のオブジェクトが接続されている。更にこれらのオブジェクトの下位に具体的な商品を示すインスタンスオブジェクトが接続されることになる。先物オブジェクトのスロットの基本データについて表12に示している。なお、日本においては株価先物などはごく少数であり限られた銘柄であるが、今後商品が多様化しても同様の記述により対応が行なえる。

### 4) オプションオブジェクト

オプション取引の対象となる商品を統合するオブジェクトとして1つを仮定し、これを簡単のためオプションオブジェクトと呼ぶことにする。この下位には更に金利オプション、通貨オプション、株価オプションに対応するオブジェクトを接続しておく。更にこれらのオブジェクトの下位にオプションの対象となる商品が直物

表11 現特市場オブジェクトの基本データ

スロット名	指定法, 用途など
預金投資配分	預金市場への投資額合計を入れる。
株式投資配分	株式市場への投資額合計を入れる。
債分投資配分	債券市場への投資額合計を入れる。

表12 先物市場オブジェクト基本データ

スロット名	指定法, 用途など
株先投資配分	株価先物市場への投資額合計を入れる。
金先投資配分	金利物市場への投資額合計を入れる。
通貨先物投資配分	通貨先物市場への投資額合計を入れる。

表13 オプション市場オブジェクトの基本データ

スロット名	指定法, 用途など
株先オプション投資配分	株価オプション市場への投資額合計を入れる。
金先オプション投資配分	金利オプション市場への投資額合計を入れる。
通貨オプション投資配分	通貨オプション市場への投資額合計を入れる。

なのか先物なのかを示すスロットをもったインスタンスオブジェクトを接続する。オプションオブジェクト自体のスロットについては表13に示している。

なお、現実の市場ではこの他に通貨スワップ市場や米国のモーゲージ関連証券など多様な商品が出現しつつあるが、ここでの目的から外れるので省略するが、取引方法などを定式化すればここまで述べてきた方法により知識オブジェクトとして組み入れることができる。

## 4. モデルシステムとその動作

### 4.1 動作環境の設定

エキスパートシェルを中核としたポートフォリオ分析モデルシステムの動作確認を行なうため、対象とする金融商品の数を限定した場合の例を以下で示していく。なお、対象とする商品については基本的には日本国内の株価データなどを使用しているが、日本の場合には米国などに比べ自由化が遅れており、本論文で対象としている商品が全部そろっているわけではない。このような場合にはある仮想的な商品を導入した分析を行なっている。従って現実の市場の分析といった例ではないが、モデルシステムの動作を確認するものとしては十分である。

図14には推論方式を示している。

エキスパートシェル自体の実行速度は現在のところあまり早いとは言えないので、シェルに組み入れる知識オブジェクトの数も制限している。なお、結果の出力については数値データとして出力させるにとどめており、グラフィックなどによる表示は行っていないが、シェル自体のもつインターフェイスを用いれば可能である。ここでは結果を外部ルーチンによりグラフの形を示すにとどめシェルの実行時間の改善をはかっている。

更に、モデルシステムとしての簡略化について、株などの取引単位をまとまった単位とせず

に、小さい単位でも可能としている。また株などの入れ換えによる再投資のみを考え、現金として回収されることはないと仮定している。これは現実の市場とは大きく異なっている点であるが、モデルシステムでは各種のポートフォリオ理論を教示することが目的であること、従って数千などの単位での取引を前提とすると別の視点からの最適化理論が必要となり、かなり適応的な最適化となり見通しがよくないことが主な理由である。従って、運用資金についても少額でもよいと仮定しており、期待できる「利益率」を示すことが目的となっている。この問題については現実の市場分析についても議論が残っている所であり、例えば単一指標モデルによりアプローチする場合に、線型計画法によるか整数計画法によるかといったことと同様である。

#### 4.2 推論の組み込みとルール記述

推論とルールの考え方については前述したが、ここでは推論の制御の方法について述べる。推論の方法には大きく分けて前向き推論 (FORWARD) と後向き推論 (BACKWARD) があり、これらのどちらを取るかが個々のルールにおいて選択され記述されている。これらルールは1つの集合として管理されルール集合をなす。オブジェクトやルールの中にはメソッドが含まれ、それぞれに応じた処理動作が実行される。

ルール集合を順序づけて適用する制御を行う方法としては、順序どりにルール集合名を記述していけばよい。順序の制御にはこの他にイベントキュー (event queue) によるやり方があり、図15のように示される。本論文ではこのどちらも用いているが、目的に応じて使い分ければよい。ルール集合の適用順序そのものがエキ

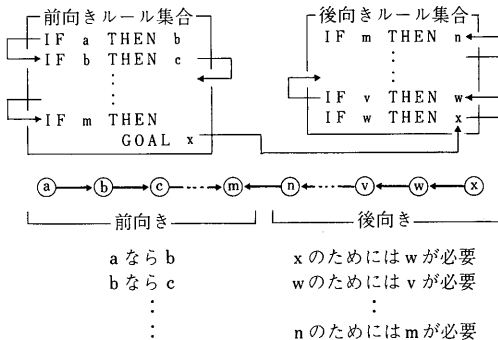
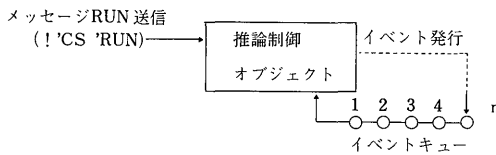


図14 推論の方式

スパートシエルの実行順序ということになるので、以下では全体のルールを図16に示し、そのち個々のルール集合の記述について述べていく。

1) 全体の利益管理と各ブロック

ルール集合としてはデータ入力から推論の実行、推論結果の出力までの大まかな部分ごとに



- 注1) イベントキューにつなげられたルール集合1,2,..., nについて、この順序で実行可能となった場合に実行される。
- 2) 推論制御オブジェクトに対してメッセージRUNを送信することによりこの制御が開始される。

図15 イベントキューによる実行制御

作成すればよく、図16のような関係になる。図にはルール集合間で制御が移動するときの条件を示しているが、例えば株式や債券などの組み換え、オプションの行使の判断などといったものである。これらの相互関係についてはすでに前述しているので、ルール集合間での制御の移動にのみ注意しておけばよい。

ルールの実行によってポートフォリオの再構成が行なわれ、これに伴う投資構成額の再計算が行なわれる。この場合、市場ごとのオプション行使などがリスク回避の手段として基本的であるが、相場下落に対し無リスク資産の構成比を高めるなどの処理も行なわれる。従って、投資家のリスク回避選択に応じて全体的な投資構成額の変更が行なわれていく。

```

CDEFUN RUN NIL
  (LOOP
    (FORMAT "ポートフォリオ分析エキスパートシステム /N")
    (投資計画設定)
    (ポートフォリオ作成)
    (EXIT))
  (DEFUN 投資計画設定 NIL
    (FORMAT "/N-投資計画の設定---/N")
    (! '投資家 'SET '前回の投資額 (! '投資家 'REF '投資目標))
    (! '投資家 '投資計画を立てる))
  (DEFUN ポートフォリオ作成 NIL
    (FORMAT "/N-ポートフォリオ作成--/N")
    (DEFOBJECT 投資家
      SYSTEM
      LEVEL CLASS
      PROPERTY
      投資総額 10000
      目標利益率 *
      目標リスク *
      ポートフォリオ理論 *
      インシュランス理論 *
      METHOD
      投資計画を立てる
      (LAMBDA (OBJ)
        (! OBJ '株式相場を考慮)
        (! OBJ '金利相場を考慮)
        (! OBJ '通貨相場を考慮)
        投資目標を設定
        (LAMBDA (OBJ)
          (! OBJ 'SET '目標利益率)
          (! OBJ 'SET '目標リスク)
          (! OBJ 'SET 'ポートフォリオ理論)
          (! OBJ 'SET 'インシュランス理論)
          株式相場を考慮 株式ポートフォリオ組み換え
          金利相場を考慮 金相ポートフォリオ組み換え
          通貨相場を考慮 通貨ポートフォリオ組み換え
        )
      )
    (DEFRULES 株式ポートフォリオ組み換え
      STRATEGY SINGLE
      LOCALS 投資家 = *FOCUSOBJ*
             株式相場 = (! '国内株式相場 *NEW)
      RULES
        RULE-NAME 株式相場は上昇
        IF (< 株価傾向 <= 100)
        THEN
        <OBJECT>
        PROCESS SET
        OBJECT 投資家
        SLOT 株入れ換え率 = 0.0
        RULE-NAME 株式相場は普通
        IF (<= 70 株価傾向 100)
        THEN
        <OBJECT>
        PROCESS SET
        OBJECT 投資家
        SLOT 株入れ換え率 = 0.3
        RULE-NAME 株式相場は下落
        IF (<= 40 株価傾向 70)
        THEN
        <OBJECT>
        PROCESS SET
        OBJECT 投資家
        SLOT 株先購入 = 10
        RULE-NAME 株先物が上昇
        IF (< 株先価格傾向 100)
        THEN
        <OBJECT>
        PROCESS SET
        OBJECT 投資家
        SLOT 株先購入 = 90
        RULE-NAME 株先物が普通
        IF (<= 60 株先価格傾向 100)
        THEN
        <OBJECT>
        PROCESS SET
        OBJECT 投資家
        SLOT 株先購入 = 90
        RULE-NAME 株先物が下落
        IF (<= 60 株先価格傾向)
        THEN
        <OBJECT>
        PROCESS SET
        OBJECT 投資家
        SLOT 株先購入 = 10
        SLOT 株入れ換え率 = 0.7
        RULE-NAME 株式相場は下落
        IF (<= 株価傾向 40)
        THEN
        <OBJECT>
        PROCESS SET
        OBJECT 投資家
        SLOT 株入れ換え率 = 0.90
        (DEFRULES
          STRATEGY SINGLE
          LOCALS 投資家 = *FOCUSOBJ*
                 インシュランス理論 = (! 投資家 'REF
                 'インシュランス理論)
        )
      )
    )
  )

```

図16 ルール記述 (一部のみ示す)

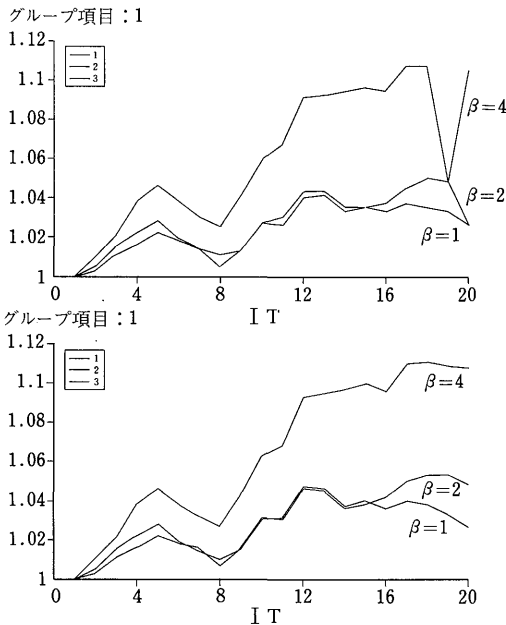


図17 シミュレーションの結果 (上図：銘柄の入れ換え等の適応的方策を取らない場合，下図：取った場合。縦軸：利益率の変化，横軸：基数)

## 2) 初期値と結果の出力

ユーザからのデータ入力や推論の結果を出力するルール集合について，図17にまとめて示している。ユーザとのデータの直接的なやりとりとしては，入力としての運用資金額，運用期間，リスク回避度，先物・オプションを取るかといった情報である。データ入力は会話型で行なわれる。これらの入力データをもとに最初の最適ポートフォリオを構成するため外部ルーチンが起動され，結果がシェル内部の知識オブジェクトへと写像される。この外部ルーチンのプログラム自体はここに示さないが，3.で示したような数値計算を行ない，ファイルを介してルール集合とのデータのやりとりを行なう。

データ出力を行なうルール集合では，時間進行に応じた株，債券，預金の比率と金額が示されると同時に，運用総額が出力されていく。仮

表14 シミュレーションに用いた各種データの概要

データ区分	主なデータ
株値	東証第1部上場企業のうち建設，化学，電気機器，金融・保険の合計450社の2カ月分の株値変動。
株値先物	東証 TOPIX，株先50の2カ月間の変動。
平均株値	225銘柄，東証平均など2カ月間の変動。
株値オプション	225オプションの動きを最近のデータを参考に2カ月の模擬データとして作成した。
債券	国債で代表させることとし，種々の発行時期について20銘柄を選択した。民間債券については同様に取扱えるので省略した。
債券先物	国債10年物/20年物の6月，9月，12月の限月で取り引きのあるものについて2カ月間の変動。
短期金融	CD 新発および現先だけで代表させた。2カ月間の変動を入力した。
為替相場	各国通貨の対ドルレートの2カ月間の変動。
金利先物	シカゴ金融市場でのユーロ3カ月物，TB 90日物，Tノート，TB (6月，9月)の2カ月間の変動。
海外預金金利	米国の例で代表させ，CD，CP，BA，(各1カ月)，TB，CD，CP，BA (各3カ月)の2カ月間の変動を入力
金利	日本と米国の金利および政府保証債の利回りなどをまとめて入力した。
金利オプション	米国の T-Bond 先物オプション，T-Note 先物のオプション，3カ月コロダラ預金先物のオプションで代表させる。
通貨オプション	米国のシカゴ市場 (CME) における通貨先物オプションで代表させる。

定として述べたように，このモデルでは利益は再投資され現金として回収されることはないとしているので，初期値として入力した運用資金

と現在の運用総額との比を利益率としてみなしている。従ってユーザの運用方針についての選択のやり方によりこの利益率がどのように変化していくかを見ることによって、ポートフォリオ間の性能を比較することができる。この出力データについてはファイルの形で外部ルーチンへわたされる。

### 3) 商品の入れ換え

ポートフォリオインシュランスの基準に基づいて行なわれる商品の入れ換えルール集合である。このルール集合では実際に入れ換えを行わない、新たな商品のデータを知識オブジェクトに写像する部分の他に、入れ換えの結果、期待される利益率などについても計算を行なうルールが含まれている。このルール集合についても推論の基礎となる数値データは外部の数理モデル解析ルーチンからファイルを介して入力されることになり、こののち実際の商品の入れ換えが行なわれる。

### 4) オプションの実行

オプションの実行にあたっては基本的な方法をルール化することのみ行なっており、図17に示されている。この推論のもとになるデータ(株価の時系列時変化)についても外部ルーチンにより処理された結果のみがファイルを介してルール集合へ渡される形としている。

## 4.3 実行結果

各種の選択条件を入力したときに、数期にわたって収益率が変化していくかを例題として図18に示している。推論の過程をトレースすることもできるが、ここでは省略している。現実には金利変化などは頻繁におこることはないが、ここではたまたま数期後に金利変化があった場合を仮定している。

例題では無リスク資産を同率で含む場合について、 $\beta$  値のみが1および2, 3となる3つのケースを取りあげている。データの概要は表に示しているが、最近の市場の短期的状況を参考としている。 $\beta$  値が2, 3というのはやや極端な例であるが、現在の日本の市場では必ずしも高いリスクを反映したものはなっておらず、数値例を見る限りでは一定程度の安定した収益率をあげていることがわかる。しかし標準偏差そのものは大きく、収益率の変動幅が問題となる。ここではリスク回避のルール化の原則を次のように考えている。

- (1) 同じ幅の収益率の低下であっても $\beta$  値が大きい場合とは将来とも変動が続くと予想のもとに、直ちにポートフォリオインシュランス等の手段をとる。これに対し $\beta$  値が1の場合には安定した収益が期待されるのでこのリスク回避操作を取るトリガレベルをやや高く設定しておく。
- (2) 収益率の低下の幅が小さい範囲では銘柄の入れ換えにより対応する。ある一定の幅に上の収益率の低下が生じればオプション行使や先物との入れ換え処理を行なう。
- (3) 債券や短期金融などの無リスク資産についても一定割合を必ず含ませておくこととし、リスク資産の利益率が大幅に低下したときにはこれらの比率を高める。このようなケース以外では利回り等を考慮した債券ポートフォリオの組み換えの範囲にとどめておく。
- (4) 海外の金融商品および通貨市場については種々の制限を考慮した。具体的には投資金額の制限値をもうけ、この範囲内で

のみ行使可能であるという判断を行なっている。このような条件を除けば時間的、空間的な区別なく取引が可能であると仮定している。

図のシミュレーション結果を見てわかるように、 $\beta$  値が大きい場合においてもリスクヘッジを行なうことにより収益率の安定化がはかれることが確認できる。当然のことながら  $\beta$  値が大きいほどオプション行使の回数等は増加している。

## 5. む す び

ポートフォリオ分析エキスパートシステムの構築方法について1つのモデルシステムを示し、簡単な例題を示した。日本では現在金融関連の活動が非常に活発となっているが、それを理論的に整理し、従来から得られている数理モデルを用いて分析、投資を行なっていくことは今後の課題となっていくであろう。本論文ではその方法論的な所を整理したものとなっており、投資理論などを把握したり教示する場合に有効であろう。もちろん、米国の金融市場も見てもなく、商品の多様化と取引の広範囲化は急激に進行しており、本モデルシステムではこれらのごく一部を取扱ったことにしかかかっていないことは注意しておく必要がある。これについては単に対象を拡大するだけではなく処理アルゴリズム自体の見直しが必要となろう。

なお、今回は株価と企業の経営指標との関連性による予測や、現実の企業の投資戦略といったものを定式化するには至っていないが、今後、このような分野についても分析をすすめ、推論のルール化をはかっていく予定である。

## 参 考 文 献

- 1) H. Markowitz: "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment", John Wiley (1959)
- 2) W. F. Sharpe: "Investments (3rd ed.)", Prentice-Hall (1985)
- 3) 久保田敬一: "ポートフォリオの理論", 日本経済評論社, (1981年)
- 4) 諸井勝之助・若杉敬明編: "現代経営財務論", (1984年)
- 5) 竹内一郎監修: "国際金融・資本市場", 有斐閣, (1988年)
- 6) 石井吉文: "証券投資の基礎と概要 (1)~(6)", 日本オペレーションズリサーチ学会誌 (1988年8月~1989年2月)
- 7) W. F. Sharpe: "Asset Allocation Tools" Scientific Press. (1985)
- 8) M. Rubinstein and H. Leland. "Replicating options with positions in stock and cash." *Financial Analysts Journal* 37 (July-August 1981), pp. 63-72.
- 9) S. A. Ross: "The current status of the capital asset pricing model (CAPM)," *Journal of Finance*, (1978)
- 10) N. Chen., R. Roll and S. A. Ross: "Economic forces and the stock market" *Journal of Business*, 59, p. 383-403 (July 1986)
- 11) S. A. Ross: "The arbitrage theory of capital asset pricing." *Journal of Economic Theory*, 13, pp. 341-60 (1976)
- 12) R. Roll. and S.A. Ross.: "An empirical investigation of the arbitrage pricing theory." *Journal of Finance* 35, pp. 1073-1103 (1980)
- 13) M. Jensen and M. Scholes: "The capital asset pricing model: some empirical results." In Michael C. Jensen (ed.), *Studies in the Theory of Capital Market*. New York: Praeger, pp. 79-121 (1972)
- 14) F. Black: "Capital market equilibrium with restricted borrowing" *Tournal of Business*, 45, pp. 445-54 (1972)
- 15) F. Black and M. Scholes: "The pricing of options and corporate liabilities." *Journal of Political Economy*, 81, pp. 637-54 (1973)
- 16) J. Cox and M. Rubinstein: "Option Markets", Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall (1985)
- 17) R. Jarrow and A. Rudd: "Option Pricing", Richard D. Irwin (1983)
- 18) S. J. Brown, and P. H. Dybvig.: "The Empirical Implications of the Cox, Ingersoll, Ross

- Theory of the Term Structure of Interest Rates”  
*Journal of Finance* 41 (June 1986), pp. 617-30.
- 19) H. G. Fong, and O. Vasicek. “Term Structure Modeling.” *Journal of Finance* 37, pp. 339-38 (1982)
- 20) J. Cox, M. Ingersoll, R. Ross: “Duration and Measurement of Basis Risk,” *Journal of Business*, pp. 51-61 (1979)
- 21) 富士通(株): “ESELL/X 説明書(V10用)” (1988年)