九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

# 最適契約構造の分析 : 信用供与と長期契約の場合

細江, 守紀

https://doi.org/10.15017/4491807

出版情報：經濟學研究. 55 (1/2), pp.45-55, 1989-10-10. 九州大学経済学会
バージョン：
権利関係：

# 最適契約構造の分析

## ——信用供与と長期契約の場合——

細　江　守　紀

### はじめに

我々は本稿においてエージェンシー関係における最適契約の構造を検討する。とくに，生産機会が確実である場合に限定したうえで，エージェントの行動情報が観察できない場合どのような契約が最適であるかという事を吟味する。この論文でもっとも重要な視点は，エージェントの消費時点と生産の実現時点の違いについてである。消費の時間的先行性があればプリンシパルはエージェントの消費のための資材の貸し出し，したがって，信用供与を考えるかもしれない。しかし，この信用供与はエージェンシー関係の基本的なモラル・ハザード問題に加えて，新たなインセンティブ問題を発生させる。このような問題を克服するための最適な契約形態を特に線型報酬システムの中から導びくことがここでの課題である。

### §1　簡単なエージェンシーモデル

#### 1.1　完全情報の場合

ここでは，まず，簡単なエージェンシーモデルを検討する。いま，エージェントに委譲された生産機会の特性すなわち生産関数をエージェまた，エージェントは収入 $R$ と努力 $e$ に関して強意凹の効用関数 $U(R, e)$ をもち，それは収入に関して $\partial U/\partial R = U_1 > 0$，$\partial^2 U/\partial R^2 = U_{11} < 0$，努力に関して $\partial U/\partial e = U_2 < 0$，$\partial^2 U/\partial e^2 = U_{22} < 0$ とする。一方，プリンシパルは収入そのものを目的関数とするものとしよう。まず，エージェントの行動に関して完全情報が成り立っている場合の最適契約を考えて見よう。ここでいう完全情報とはエージェントの実行する努力がプリンシパルに観察可能でかつ相互に確認可能なものであることを意味する。相互に観察可能でも努力の実現値を双方が同じ値として有無を言わせず確認することができない状態も状況によっては存在しうるが，本稿ではその場合を排除し，観察可能 ＝ 確認可能の場合に限定する。また，以下では観察可能という時はその意味で使用することにする。

さて，この完全情報の時，次のような最大化問題を解くことによって最適契約をエージェントに提供できる。

問題 I　$\underset{e}{\mathrm{Max}}\ X$

$$s.t.\quad U(f(e)-X, e) \geqq \bar{U} \qquad (1)$$

完全情報の場合，エージェントのとるべき努力水準 $e$ と自分の収入 $X$ を設定する問題となり，制約条件は留保効用 $\bar{U}$ に対する参加条件だけになる。この問題の解に対しては参加条件は等号で成立しなければならない。これは $U_1$

が正であることから明らかである。また，最適解 $\mathring{e}$ に対応する最大値 $\mathring{X}$ に対して，エージェントの指定される最適解 $\mathring{e}$ は自分自身の効用を最大にするようにとられたものになっているはずである。というのは，$\mathring{X}$ に対して努力が効用最大にしないように指定されていれば，努力水準を変更することによってエージェントの効用を増加させることが出来る。これは参加条件を厳密に不等式で満たすことになるので，プリンシパルの収入を $\mathring{X}$ から少しあげても参加条件を満たすことなる。したがって，このように契約を変更すればより大きな収入を得ることが出来るので，結局，最適契約のもとではエージェントは自分の効用を最大にするように努力水準が設定されている。この性質は次のように書ける。

$$\mathring{e} \in \arg\operatorname*{Max}_{e}\ U(f(e)-\mathring{X},\ e) \qquad (2)$$

したがって，完全情報の場合の最適条件は

$$U(f(\mathring{e})-\mathring{X},\ \mathring{e}) = \bar{U} \qquad (3)$$

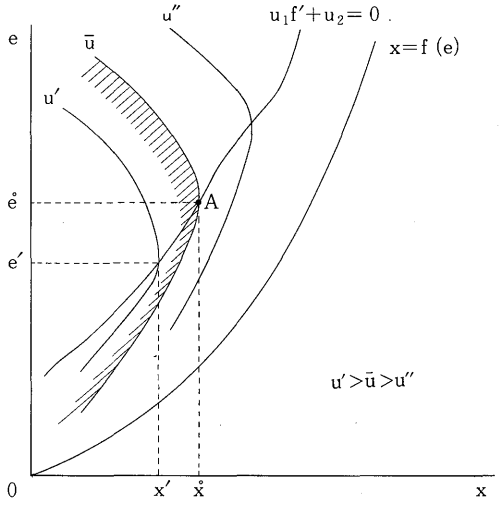
$$U_1 f'(\mathring{e}) + U_2 = 0 \qquad (4)$$

で表わされる。ただし，(4) はエージェントの効用最大化問題の一次条件であり，解の一意性を保つため次の二次条件が常に成り立つものとする。

$$U_{11}f'^2 + 2U_{12}f' + U_1 f'' + U_{22} < 0 \qquad (5)$$

これは $U_{12} \leqq 0$ の時，明らかに成立する。図Iは最適契約点を図示したもので $\lim_{R\to 0} U_1(R,\ e) = +\infty$ とすることによってエージェントの収入が0となる事を排除している。$X = X_1$ でのエージェントにとっての最適努力は $e_1$ となる。この場合は実現するエージェントの効用水準は $U_1$ となり，$\bar{U}$ を上回る。斜線の部分が参加条件を満たす実行可能契約領域である。明らかに，最大の収入は点 $A$ で得られる。

この時，




図I

$$\left.\frac{\partial X}{\partial e}\right|_{U=-1} = \frac{U_1 f' + U_2}{U_1} \qquad (6)$$

$$\left.\frac{\partial X}{\partial e}\right|_{U_1 f' + U_2 = 0} = \frac{(U_{11}f' + U_{12})f' + U_1 f'' + U_{21}f' + U_{22}}{U_{11}f' + U_{11}} > 0 \qquad (7)$$

となる。

### 1.2 行動情報が観察不可能な場合

次に，プリンシパルがエージェントの行動を観察できない場合を考察してみよう。ただし，双方は実現した成果 $f(e)$ については観察できるものとする。とくに，契約の型として線型のインセンティブ報酬ルールに限定し，その中で最適なルールを考えてみよう。すなわち，報酬ルールを

$$R = \alpha f(e) - X$$

という型にする。$\alpha$ は歩合率 $(0 \leqq \alpha \leqq 1)$ で $-X$ は固定給である（この場合は $X$ はマイナスであろう）。$\alpha=0$ ではエージェントは固定給を得，$\alpha=1$ ではプリンシパルが固定収入を得ることになり，したがって，$\alpha=1$ はテナンシー契約となっている。さて，不完全情報下の最適線型報

酬ルールは次のように表わすことができる。

問題II　$\underset{\alpha, X}{\mathrm{Max}}\,(1-\alpha)f(e)+X$　(8)

$s.t.\quad e \in \arg\max_{e'} U(\alpha f(e')-X, e')$　(9)

$U(\alpha f(e)-X, e) \geqq \bar{U}$　(10)

(9) はその報酬ルールのもとでエージェントは自分の効用を最大にするように努力する事を条件としたものでインセンティブ・コンパティビリティー条件（以下IC条件という）である。この問題を最適インセンティブ問題というとすれば，この最適インセンティブで契約がどのような性質をもつか検討されねばならない。ところが，この場合，最適インセンティブ契約はテナンシー契約すなわち $\alpha=1$ となることがわかる。

「**定理I**　最適インセンティブ契約はテナンシー契約である。」

（証明）インセンティブ契約としての，テナンシー契約は $\alpha=1$ であり，その時の努力水準は $\alpha=1$ として (9) を満すものである。(9) を満すことは，(4) を満すことになる。したがって，まず，完全情報下の最適契約 $(\mathring{X}, \mathring{e})$ は $\alpha=1$, $X=\mathring{X}$ とした一つのインセンティブ契約である。そこで，最適インセンティブ契約でのプリンシパルの収入を $X^*$ とすると，$\mathring{X} \leqq X^*$ となる。逆に，この最適インセンティブ契約 $(X^*, \alpha^*)$（対応する努力水準を $e^*$ とする。）に対して $\hat{e}=e^*$, $\hat{X}=(1-\alpha^*)f(e^*)+X^*$ とおくと，$U(f(\hat{e})-\hat{X}, \hat{e})=U(\alpha^* f(e^*)-X^*, e^*) \geqq \bar{U}$ となるので，この最適インセンディブ契約は一つの完全情報下の契約 $(\hat{X}, \hat{e})$ になる。したがって，$\mathring{X} \geqq \hat{X}=(1-\alpha^*)f(e^*)+X^*$ である。以上により，

$$X^* \geqq \mathring{X} \geqq \hat{X}-(1-\alpha^*)f(e^*)+X^*$$

となるので，これから $0 \geqq (1-\alpha^*)f(e^*)$ の関係が成り立つ。$\alpha^*$ は $[0, 1]$ 区間内なので $\alpha^*=1$ が成立しなければならない。すなわち，最適インセンティブ契約のテナンシー契約で，それは完全情報下の最適契約に一致している。

(Q. E. D)

こうして，不確実性がない場合，行動に関する完全情報下の最適契約と不完全情報下の最適インセンティブ契約は一致することがわかった。しかし，これは不確実性がない場合にのみ成り立つ命題であることに留意しなければならない。不確実性下の完全情報の最適契約はすでによく知られているようにリスク回避的なエージェントは完全に保険され，プリンシパルがその危険を負担する形でなされるが，不完全情報ではモラルハザードのため，完全情報下の最適契約は実行されないことがわかる。これは努力と成果に一意な関係がないからである。ところが，確実性の世界ではたとえ行動が観察されなくても効率的な努力を実行させることができ，その意味で，確実性下の行動情報の情報価値はゼロになるのである。いずれにしろ，確実性下の最適インセンティブ契約はテナンシー契約に一致し，これは完全情報下の最適契約に対応することがわかった。したがって，問題Iと問題IIと次の問題IIIは同値であること明白であろう。

問題III　$\underset{e}{\mathrm{Max}}\, X$

$s.t.\quad U(f(e)-X, e) \geqq \bar{U}$

$e \in \arg\max U(f(\hat{e})-X, \hat{e})$

この問題は以下の拡張されたモデルにおいて重要な役割をもつことになる。

## §2　報酬の前貸しと多期間契約

### 2.1　モラル・ハザード問題

これまでは報酬の支払いは生産後に行なわれるものとして考察していたが，ここでは報酬が

まず支払われ，その後に生産結果が実現する場合を考えてみよう。この場合，完全情報の時には特に問題がないが，不完全情報の時にはモラル・ハザードの問題がでてくる。すなわち，報酬の先払いがあるのなら，努力水準をできるだけ少なくすることがエージェントにとって望ましいことはいうまでもないからである。しかしこうした事態は契約を一期契約に限定せず，長期にすることによって回避できるかもしれない。いま，指定された努力水準から逸脱すると，次の期の初めにその事が確実に発覚すると仮定しよう。この時，次のような制約式を課することによってこのモラル・ハザードは回避される。

$$(1+\beta)U(f(e)-X, e) \geqq U(f(e)-X, \delta) + \beta\bar{U} \qquad (11)$$

左辺はプリンシパルの提供する$(c_1, e)$の組を忠実にエージェントが実行した時，無限期間にわたって得られる効用を表わす。ただし，$\beta$は二期以降の割引因子を表わす($\beta<1$)。また，右辺は第1期目に指定された努力水準から逸脱し，その期の初めに，この節で前提したように第一期の指定された収入（$f(e)-X$）を獲得する。しかし，その後，努力水準が指定通りでない事が発覚するので，長期契約からはずされる。一たん，長期契約からはずれると以降はスポット市場でしか職を得ることができず，$\beta\bar{U}$の効用が実現する。すなわち，我々はここで一たん契約違反をすると以後この長期契約に入れないようなペナルティーを設定している。したがって，この不等式の意味することは，指定された努力水準から逸脱して一時的に高い効用を得る事ができても長い目でみれば，正直に仕事をした方が得であることを保証する条件となっている。勿論，逸脱する場合は短期的に最も高い効用をもたらすように逸脱するので，努力水準はゼロにするであろう。以下，この条件をインセンティブーコンパティビリティー条件II（IC条件II）と呼ぶ。

こうして，報酬の先払いが行なわれる場合はモラル・ハザードを回避するためには長期契約を行う事が考えられる。この場合，この長期契約がモラル・ハザードの回避として実行できるためには（11）かは参加条件を厳密な不等式で成立される必要がわかる。

「**定理2**　報酬が前払いされるとき，モラル・ハザードを回避する条件が満たされれば参加条件は拘束的にはならない。」

（証明）（11）は次のように変形できる。

$$\beta(U(f(e^*)-X^*,\ e^*)-\beta\bar{U}) \geqq U(f(e^*)-X^*, 0^*)-U(f(e^*)-X^*, e^*)$$

ここで，右辺は正となるので

$$U(f(e^*)-X^*, e^*) > \bar{U}$$

が得られる。これは$(1+\beta)U(f(e^*)-X^*, e^*)>(1+\beta)\bar{U}$だから。参加条件が拘束的でない事になる。　(Q. E. D)

### 2.2　最適テナンシー契約

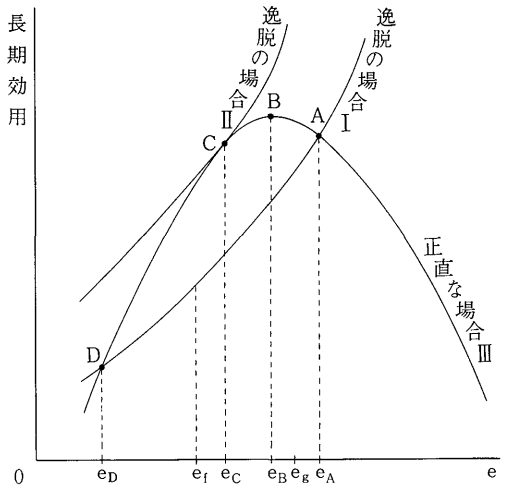
こうしたIC条件IIを満たす契約の中での最適な契約はどのようなものになるであろうか。まず，テナンシー契約に限定してその特徴をさぐってみよう。

問題IV　$\underset{e_1}{\mathrm{Max}}\ X$

$$s.t.\ (1+\beta)U(f(e)-X, e) \geqq U(f(e)-X, 0)+\beta\bar{U}$$

このIC条件IIのそれぞれの辺を$X$を固定した時の$e$の関数としてあらわせば図IIのように表わせる。左辺の正直な場合の長期効用曲線は$U$の性質から凹関数となり，右辺の逸脱した場合の長期効用曲線は右上りになる。

いま，図のように，ある$X$に対して，逸脱の場合の長期効用が曲線Iとすると，IC条件IIを




図II

満たす努力水準の範囲は〔$e_D, e_A$〕区内となる。すなわち，$X$ の指定と抱きあわせに〔$e_D, e_A$〕内のどの点を指定されても逸脱するインセンティブはない事になる。なお，この場合，もし，成果の実現時に前借りした分だけプリンシパルに返す事にするなら，指定した努力水準以上に努力する可能性をもつ。たとえば，$e_f$ 点を指定すればIC条件IIの意味では逸脱しないが，$e_B$ 点は最も長期効用を高くするのだから，$e_f$ の指定にもかかわらず，$e_B$ まで働き，成果が実現したら，あらかじめ借りた額 $f(e_f)-X$ を返済して，あらためて，$X$ をテナント料として支払い，手元に $f(e_B)-f(e_f)$だけ残りそれが消費できる。したがって，実現した成果の管理をエージェントがする場合には，$f(e_f)-X+(f(e_B)-f(e_f))=f(e_\beta)-X$ だけ消費できる。したがって，このような場合には指定された $e_f$ より $X$ のもとでエージェントが効用最大となるように努力をする方が有利となる。また，こうした管理の場合，$e_g$ のような点が指定されていれば，同様にして，$e_B$ 点を選ぶことはできる。ただ，成果の実現が観察可能としているので，予定していた成果 $f(e_g)$ より少ない成果 $f(e_B)$ しか実現していない事がわかれば，ペナルティーとして解雇が出来るわけだから，$U(f(e_B)-X,\ e_B)+\beta\bar{U}$ が正直な努力の実行による長期効用 $(1+\beta)U(f|e_g)-X, e_g)$ を上回わらない限り，このような逸脱をすることはない。また，このような逸脱があったとしても，実現される努力水準は前の場合と同じになる。

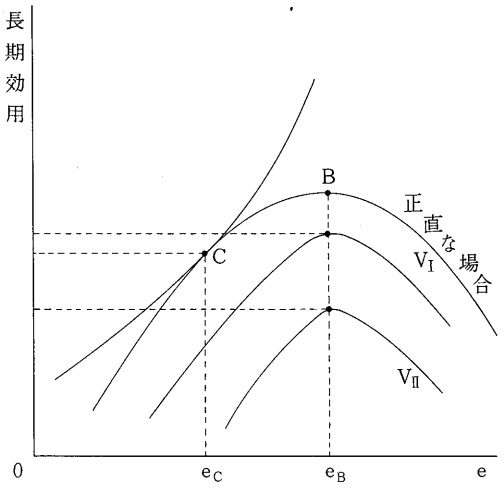
さて，$X$ の値に依存して曲線IIIと曲線Iは連続的にシフトしていくので，たとえば，図IIのように曲線Iがある場合は $X$ を増加することによっても，なお，IC条件IIを満たす努力水準の区間を得ることが出来る。したがって，問題IVにおいてプリンシパルは $X$ を出来るだけ大きくしたいのであるから図IIの曲線IIのように，曲線IIIと接した状態での $X$ を選択しているにちがいない。この場合，$e_c$ が指定されることになり，この時，IC条件IIは等式で成り立つ。指定された点 $e_c$ を逸脱して点 $e_B$ をとる可能性はあるであろうか？　これは，点 $e_B$ をとることによって可能となる。もし成果の実現後，指定以上の成果が生じている事をプリンシパルは知ったとしても（プリンシパルは観察可能であるから），彼は指定の $X$ を受け取る契約なのであり，また，確かに $X$ を受け取っているわけだからより懸命に働くエージェントにペナルティーを課する理由がないように思われる。このような契約を弱い契約と呼び，そうでない場合を強い契約と呼ぼう。そうだとすれば，エージェントがみすみす過大な収入 $(f(e_B)-f(e_C))$ を得ていることを見過ごさざるをえない。もし，$e_B$ 点を指定したとしたら，前払いの条件のもとでは明らかに完全に逸脱する（すなわち，$e=0$）とすることによってより高い効用をエージェント

は得ることができるから，点 $e_B$ の指定はできない。結局，弱い契約の場合，契約以上の利益を得るとわかっていても $e_C$ 点に指定せざるを得ない。すなわち，

「**命題1**　不完全情報下の報酬前払い制度のもとで最適契約においてはエージェントの効用最大点をとることが出来ない。また，弱い契約の場合には，エージェントの実際の努力水準は効用最大点となる。」

より高い産出水準に対してもペナルティーを課すことが出来る強い契約においては，先に述べたように二つのケースが考えられる。この時には，$\underset{e}{\mathrm{Max}}\ U(f(e)-X, e)+\beta\bar{U}$ がエージェントがペナルティー覚悟で得ることが出来る長期効用水準であるので，$V=U(f(e)-X, e)+\beta\bar{U}$ の曲線が図IIIのように $V_I$ の場合には，逸脱が有利になり，$V_{II}$ の場合には指定通りに契約を履行する方が有利になる。

これに対して完全情報の場合の報酬前払い制度のもとでの最適契約については特に付け加えるべき議論はない。この場合は，不完全情報の場合の契約と異なって，事後払いの問題Iと一致する事は明らかであろう。




図III

### 2.3　最適報酬契約とテナンシー契約

最後に，テナンシー契約にとどまらず，一般的線型報酬ルールのもとで最適な契約を求めてみよう。一般的な線型報酬ルールのもとでの最適契約は次のような問題の解によって表わすことが出来る。

問題V　$\underset{\alpha,X,e}{\mathrm{Max}}\ (1-\alpha)f(e)+X$　(12)

$s.t.\ (1+\beta)U(\alpha f(e)-X, e) \geqq U(\alpha f(e)-X, 0)+\beta\bar{U}$　(13)

ここで $\alpha$ はシェアリング比率 $(0\leqq\alpha\leqq1)$ である。定理2より (13) が満たされれば参加条件が成立する事はいうまでもない。この時，最適シェアリング比率は $\alpha=1$，即ち，最適契約はテナント契約であることを示す。

「**命題2**　報酬前貸し制度のもとで最適線型報酬契約はテナンシー契約である。」

(証明) いま，最適線型報酬契約を $(\alpha^*, X^*, e^*)$ とすると，プリンシパルの収入は $(1-\alpha^*)f(e^*)+X^*$ となる。そこで，$\hat{X}=(1-\alpha^*)f(e^*)+X^*$ とおいて，これをあらためてテナント契約のプリンシパルの取り分とし，$(\hat{X}, e^*)$ をこのテナンシー契約の内容とすると，

$$\alpha^*f(e^*)-X^* = f(e^*)-\hat{X}$$

の関係から，

$$(1+\beta)U(f(e^*)-\hat{X}, e^*) \geqq U(f(e^*)-\hat{X}, 0)+\beta\bar{U}$$

が成り立つので，このテナンシー契約は確かに実行可能である。したがって，最適テナンシー契約を $(\mathring{X}, \mathring{e})$ とすると，$\mathring{X}\geqq\hat{X}=\alpha^*f(e^*)-X^*$ となる。一方，どんなテナンシー契約も $\alpha=1$ とした線型報酬契約の一つであるので，そ

の時のプリンシパルの取り分は最適線型報酬契約の $\hat{X}$ を上回わらない。とくに，最適テナンシー契約 $\mathring{X}$ に対して $\mathring{X} \leqq \hat{X}$ となる。したがって，$\hat{X} = \mathring{X}$ となることがわかる。これは最適テナンシー契約が最適線型報酬契約となっていることを意味している。　　(Q. E. D.)

こうして，報酬の前貸しがある場合でも，テナンシー契約は最適線型報酬契約となっていることがわかった。次の節では生産と成果さらに消費の時間的隔離がもたらす問題をより詳しく考察してみよう。

## §3　二期間生産モデルでの最適契約

### 3.1　信用供与と二期間生産モデル

この節においては，エージェントの行動の観察可能性を考慮した二期生産モデルでの最適契約を考えよう。このモデルは A. Richards [13] M. Esmaran = A. Kotwal [8] において見られる農業経済での地主と小作人間の関係を基礎としている。我々の二期間生産モデルでは第一期目にエージェントは労働投入を行ない，第二期目にその成果＝収穫が実現する。二期目にはなんの労働投入もいらないものとする(注1)。この時，プリンシパルは第一期のエージェントの労働投入を仕事の地域性，技術的原因などの理由で観察できないとする。ただし，第二期目の成果から第一期目の労働投入は推察できるものとする。これは§1と同様，労働投入一成果の構造に不確実性を導入していないからである。また，エージェントは他の就業機会として各期に短期の就業機会をもっているとし，それが留保効用，参加条件を形成する。二期間生産に従事した場合，成果は二期目に生じるのであるから第一期の消費がエージェントに対して保証されなければならない。これには二つの方法がある。一つはプリンシパルが第一期の消費のための資金を前貸しすることであり，もう一つは外部の信用機関を利用して資金を借りることである。いずれの場合も二期目に得るであろう所得を担保として借りるわけである。P. K. Mitra [12] は，農村社会にしばしば見られる地主による信用供与がたんなる社会的伝統，制度というより経済的正当性をもつものとしてその根拠を与えた。すなわち，地主による土地貸与と信用貸与の連結は信用市場へのアプローチよりパレート優越的であることを示している。我々はこの点に注目して，信用借与を考慮に入れた最適契約の特性を考察してみよう。

### 3.2　完全情報下の最適契約

いま，二期間にわたるエージェントの効用関数を $U(c_1, c_2, e)$ で表わす。$c_i$ は第 i 期の消費で，$e$ は第一期の努力水準である。努力水準 $e$ が設定されれば第二期に $f(e)$ の成果が生じるので，もし，プリンシパルの取り分が $X$ とすれば，エージェントは $f(e)-X$ の収入を得る。したがって，利子率を $r$ とすると，エージェントの消費計画（$c_1, c_2$）の予算制約式は

$$(1+r)c_1 + c_2 = f(e) - X$$

となる。利子率は貨幣市場の利子率を使うものとする。このとき，エージェントの第一期の努力水準が観察可能なので信用供与をする場合の最適契約は次の問題を解くことによって得られる。

(注1)　Eswaren＝Kotwal [8] などの農業モデルは第一期の労働投入は複雑労働で，プリンシパルには観察できず，第二期の労働投入は単純で（たとえば稲刈など）観察可能でプリンシパルによって確実に固定できるとしている。ここでは，この点を考慮し，一般性を失わず第二期の労働投入をゼロとした。

問題Ⅵ　$\underset{e,c,}{\mathrm{Max}}\ X$

$$s.t.\ U(c_1, f(e)-X-(1+r)c_1, e) \geqq \bar{U} \tag{14}$$

ここで，$\bar{U}$ はスポット市場での二期間にわたる活動から生じる効用で，この制約式が参加条件となる。この問題は§1の問題Ⅰと同様で，プリンシパルが指定する最適努力水準は，エージェント自身が $X$ を与えられたものとして考えた最適水準に一致するはずである。これは $c_1$ の決定，したがって，消費計画の決定についても言えるわけで，完全情報の場合，この問題Ⅵは次のようなエージェントの裁量を拡張した場合と同値になる。

問題Ⅶ　$\mathrm{Max}\ X$

$$s.t.\ U(c_1,\ f(e)-X-(1+r)c_1, e) \geqq \bar{U}$$
$$(c_1\ e) \in \arg\max_{c_1',e'} \mathrm{U}(c_1', f(e')-X$$
$$-(1+r)c_1', e') \tag{15}$$

この問題の最適努力水準一消費計画の一条件は

$$U_1-(1+r)U_2=0 \tag{16}$$
$$U_2f'+U_3=0 \tag{17}$$

で表わされる。これから，プリンシパルによる $X$ の提示はエージェントの努力水準と消費計画を決定する。この関係を $e_1(X)$，$c_1(X)$ で表わせば

$$\begin{pmatrix}(U_{11}-U_{12}(1+r)-(1+r)(U_{21}-(1+r)U_{22}), & U_{12}f'+U_{13}-(1+r)(U_{22}f'+U_{23}) \\ (U_{21}-(1+r)U_{23})f'+\mathrm{U}_{31}-U_{32}(1+r), & (U_{22}f'+U_{23})f'+U_2f''+U_{32}f'+U_{33})\end{pmatrix}\begin{pmatrix}dc\\de\end{pmatrix}$$
$$=-\begin{pmatrix}-U_{12}+(1+r)U_{22}\\-U_{22}f'-U_{32}\end{pmatrix}dX \tag{18}$$

より

$$\frac{\partial e}{\partial X}>0 \tag{19}$$

$$\frac{\partial c}{\partial X}<0 \tag{20}$$

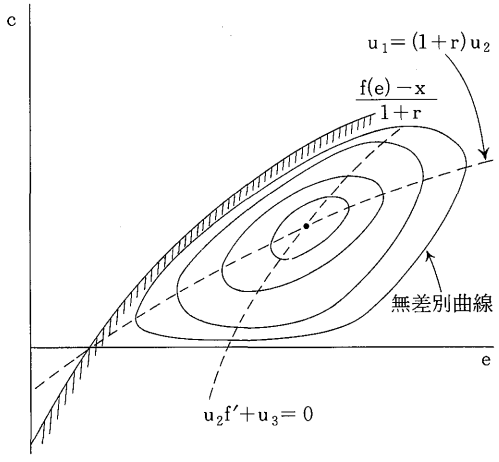
となる。また，この $c_1(X)$，$e(X)$ に対して，エージェントの効用 $U=U(c_1(X), f(e(X)-X-(1+r)c_1(X),\ e(X))$ は $X$ の関数として，

$$\frac{\partial U}{\partial X}=U_1\frac{\partial c}{\partial X}+U_2\Big(f'\frac{\partial e}{\partial X}-1$$
$$-(1+r)\frac{\partial c}{\partial X}\Big)+U_3\frac{\partial e}{\partial c}=-U_2<0$$

となるので，参加条件が等号で成立するように $X$ を設定することになる。こうして，次の事がわかる。

「**定理3**　二期間生産モデルにおいても完全情報下の最適契約は不完全情報でのテナント契約によって実行できる。」

これは§1の場合と同様である。また，信用供与に関しても完全情報下の最適信用供与はテナント契約であれば外部の信用をエージェントが利用する場合と一致することがわかった。下の図は，ある $X$ に対するエージェントの二期間効用の無差別曲線を表わしている。さらに線型報酬ルールのもとで考えた場合，命題2と同様に，最適線型報酬契約はテナント契約となることがわかる。これは最適線型報酬契約を $(\hat{a}, \hat{e}, \hat{X}, \hat{c}_1)$ とすれば $X^*=(1-\hat{a})f(\hat{e})+\hat{X}$ として $(\hat{e}, X^*, \hat{c}_1)$ を考えれば命題2と同様の証明によって示すことができる。




図Ⅲ

「**命題 3**　二期間生産モデルにおいて最適線型報酬契約はテナント契約である。」

これは定理 3 と合わせれば，最適線型報酬契約がファースト・ベストとなっている事を意味している。

### 3.3　不完全情報下の最適契約

エージェントの行動が観察されない場合でも上の議論では完全情報下の最適契約と一致する契約が考えられることが示されたが，§2におけるモラル・ハザードの問題を考慮するとどのようになるであろうか。この場合，二つの問題がある。常に報酬が前払いされているという事で第一期目の努力をエージェントができるだけ少なくするという点である。報酬前払いであればこれを防ぐには§2で述べたような継続契約の破棄というおどしにたよらざるをえない。すなわち，

$$(1+\beta)U(c_1, f(e)-X-(1+\alpha)c_1,\ e) \geqq U(c_1,\ f(e)-X-(1+r)c_1,\ 0)+\beta\bar{U} \quad (22)$$

で表わされるインセンティブ・コンパティビリティ条件（IC 条件Ⅲと呼ぶ）が必要になる。しかし，インセンティブ問題を考えた場合，これだけでは不十分である。第一期に借りた消費支出分 $c_1$ を返済せず，第二期に他の市場（＝スポット市場）に流出していく事が考えられるからである。さらに，第二期において報酬の前借りがなければ

$$(1+\beta)U(c_1 f(e)-X-(1+\alpha)c_1, e) \geqq \underset{e'}{\mathrm{Max}}\ U(c_1, f(e')-X-(1+r)c_1, e')+\beta\bar{U} \quad (23)$$

によって，インセンティブ制約を書くことが出来る。これはあらかじめ指定された努力水準 $e$ に対して，それから逸脱して短期的に最も高い効用をもたらす努力水準に実行し，その逸脱が事後的に発覚することにより解雇され，以後，スポット市場に行く場合を排除する条件である。したがって，この場合のテナンシー契約は次のように書ける。

問題Ⅷ　$\underset{c_1, e}{\mathrm{Max}}\ X$

$$s.t.\ (1+\beta)U(c_1, f(e)-X-(1+\alpha)c_1, e) \geqq \underset{e'}{\mathrm{Max}}\ U(c_1, f(e')-X-(1+r)c_1, e')+\beta\bar{U} \quad (24)$$

$$(1+\beta)U(c_1, f(e)-X-(1+r)c_1, e) \geqq (1+\beta)\bar{U} \quad (25)$$

ここでは，プリンシパルが第一期の消費の前貸しを自分の裁量で行なっているものとする。実は，この問題は問題Ⅶの単純な権限委譲のケースと一致することが示される。したがって，定理 3 から問題Ⅷは完全情報下の最適契約に一致することがわかる。

「**定理 4**　問題Ⅷは完全情報下の最適契約に一致する。」

（証明）問題Ⅷの解を（$\mathring{X}$, $\mathring{c}$, $\mathring{e}$）とするとこの解は制約式（24），（25）を満すので問題Ⅷの解を $X^*$ とすると

$$X^* \geqq \mathring{X} \quad (26)$$

となる。他方，問題Ⅷの解（$X^*, e^*, c_1^*$）について考えると二つのケースがある。まず，

$$U(c_1^*, f(e^*)-X^*-(1+r)c_1^*, e^*)= \underset{e}{\mathrm{Max}}\ U(c_1^*, f(e')-X-(1+r)c_1, e')$$

となっている場合を考える。この場合は（24）は（25）に一致するので，明らかに問題Ⅶの二つの制約式を満たす。したがって問題Ⅶの解 $\mathring{X}$ に対して $\mathring{X} \geqq X^*$ となり，結局 $\mathring{X}=X^*$ となる。また，$U(c_1^*, f(e^*)-X^*-(1+r)c_1^*, e^*) \neq \mathrm{Max}\ U(c_1^*, f(e')-X-(1+r)c_1^*, e')$ の場合は（24）は，

$$\beta(U(c_1^*,\ f(e^*)-X^*-(1+r)c_1^*,\ e^*)-\bar{U} \geqq \mathrm{Max}\ U(c_1^*,\ f(e')-X-(1+r)c_1^*,\ e')-U(c_1^*, f(e^*)-X^*-(1+r)c_1^*, e^*)$$

と変形できる。仮定から右辺は正であるから

$$U(c_1^*, f(e^*)-X^*-(1+r)c_1^*, e^*) > \bar{U}$$

となり，参加条件は拘束的ではないことがわかる。そこで，完全情報下の最適契約問題Ⅵの解とこの $X^*$ を比較すると参加条件が拘束的でない分だけこの解は $X^*$ より大きい事がわかる。しかるに，完全情報下の最適契約は定理3より問題Ⅶの解であるから，結局，$X^* < \hat{X}$ となり，(26)を考察すればこのケースはありえないことになる。したがって，問題Ⅷの解は，二期の効用最大化条件を満す努力水準を設定することになり，しかも問題Ⅶ，したがって，問題Ⅵの解とも一致する。(Q. E. D.)

さらに，最適線型報酬契約との比較を試みなければならないが，これまでの議論と同様な手続で問題Ⅷとの同値が得られるのでここでは証明は省略しておく。

「**定理5**　二期間生産モデルにおいて最適線型報酬契約はファースト・ベスト契約となる。」

### 3.4　逃散制約とテナンシー契約

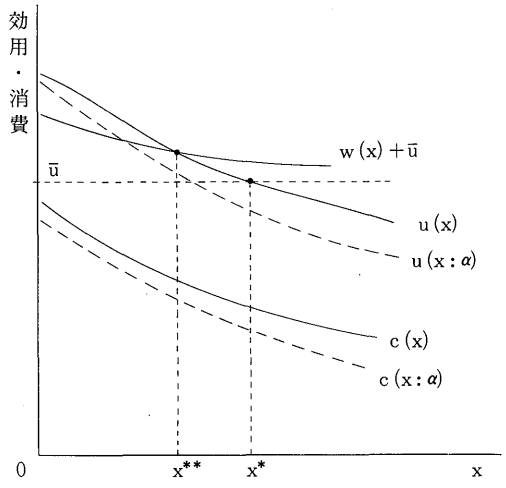
最後に，第二期に成果観察後に報酬が支払われる場合でも，第一期の消費貸し付き段階でそうすることが有利な場合は第一期の債務の踏み倒しの可能性が考えられる。これは強い逸脱であるが逸脱による罰則が軽いものであればその可能性を考慮しなければならない。この場合，考えられる逸脱は第二期に特定のプリンシパルとの関係を断って他の生産機会へおもむく事であるから，そうした逸脱が有利にならないような契約を作る以外にない。現実に，プリンシパルから借金を踏み倒して他の地へ逃げこむことはそれだけで民事訴訟の対象となり，また，土地移動のコストを考えると全体として高いコストであり，それ自体がこうした逸脱の抑止力となっているであろう。しかし，第二期目に出来るだけ契約しているプリンシパルのもとで少なく働き，その間，他の場所で働くという事は考えられなくはない。この時，こうした逸脱を防ぐための条件は次のように書ける。

$$(1+\beta)U(c_1, f(e)-X-(1+r)c_1, e) \geqq W(c_1)+\bar{U}+\beta\bar{U} \qquad (26)$$

右辺は，第一期に $c_1$ の前借りをオファーされその消費した後にスポット市場におもむき，以後，$\bar{U}+\beta\bar{U}$ の効用が得られることを示している。便宜上，$c_1$ の消費による効用の増分を $W(c_1)$ で表わしている。($W'(\cdot)>0$) この制約式を逃散制約式と呼ぼう。したがって，(24)と一緒に書けば，

$$(1+\beta)U(c_1, f(e)-X-(1+r)c_1, e) \geqq \mathrm{Max}\{W(c_1)+\bar{U}, \underset{e'}{\mathrm{Max}}\ U(c_1, f(e')-X-(1+r)c_1, e')\}+\beta\bar{U} \qquad (27)$$

という不等式制約が得られる。問題Ⅷの解は必らず (25) の参加条件式を等式で成立させることになるので，この解は必らず逃散制約式を満さないことになる。したがって，問題Ⅷの解 $X^*$




図Ⅳ

より小さな値となる。下図は問題Ⅷにおいて（24）の代わりに（27）の条件が課せられた場合の最適契約での $X$ の値 $X^{**}$ を図示している。

また，線型報酬ルールの場合にこの逃散制約を入れても $\alpha=1$ の時が，したがって，テナンシー契約がやはり最適となることがわかる。これは図Ⅳの破線で示しているように，各 $X$ に対して，エージェントの効用最大化行動によって得られる効用水準（$U(X:\alpha)$），消費水準 $c(X:\alpha)$ が $\alpha$ の増加関数になるからである。

## お わ り に

以上において，生産機会が確実である場合の最適契約のあり方を，行動情報の差，信用の導入，および，生産構造の長期化にともなうモラル・ハザードの克服という視点から検討して来た。1つの結論としては生産機会が確実である場合は前貸しがなければテナンシー契約によってファースト・ベストが得られるという事であった。また，前貸しが導入されると，モラルハザードのためファースト・ベストは得られないが，セカンド・ベストとしてテナンシー契約が実行されることがわかった。勿論，このテナンシー契約の頑強性は生産機会が不確実になった場合には失なわれる事はすでに述べたようによく知られている。不確実な生産機会の場合に，本文で検討したような様々な設定のもとでどのような契約が実行されるかという点を検討することが次の課題として残されている。

## 参 考 文 献


[1] Allen, F. (1985) "On the fixed nature of sharecropping contracts", *Economic Journal*, 95: 30-48.

[2] Bardhan, P. K. (1980) "Interlocking factor markets and agrarian development: A review of issues", *Oxford Economic Paper*, 32: 82-98.

[3] Bardhan, P. K. and Rudra, A. (1978) "Interlinkage of land, labour and credit relations: An analysis of village survey data in India", *Economic and Political Weekly*, 13: 367-384.

[4] Bardhan, P. K. and Rudra, A. (1980) "Terms and conditions of sharecropping contracts: An analysis of village survey data in India", *Journal of Development Studies*, 16: 287-302.

[5] Basu, K. (1983) "The emergence of isolation and interlinkage in rural markets", *Oxford Economic Papers*, 35: 262-280.

[6] Braverman, A. and Stiglitz, J. (1982) "Sharecropping and the interlinking of agrarian market's", *American Economic Review*, 72: 695-715.

[7] Cheung, S. N. S. (1969) *The theory of share tenancy.* University of Chicago Press.

[8] Esmaren, M. and Kotwal, A. (1985) "A theory of two-tier labor markets in agrarian economies", *American Economic Review*, vol 75, No. 1,

[9] Hallagan, W. (1978) "Self selection by contractual choice and the theory of sharecropping", *Bell Journal of Economics*, 9: 344-354.

[10] Hart, O. and Holmstrom, B. (1985) "The theory of contracts", presented at the Fifth World Conference of the Econometric Society, Boston.

[11] Holmstrom, B. (1979) "Moral hazard and observability", *Bell Journal of Economics,* 10: 74-91.

[12] Mitra, P. (1983) "A theory of interlinked rural transactions", *Journal of Public Economics*, 20: 169-191.

[13] Otsuka, K. and Hayami, Y. (1988) "Theory of share tenancy: A Critical Survey", *Economic Development and Cultural Change*, 37: 31-68.

[14] Richards, A., *Egypt's Agricultural Development*, 1800-1980, Westview Press, 1982.