二国モデルにおける課税と資本移動の厚生経済分析

前田，純一

https://doi.org/10.15017/4491714

出版情報：經濟學研究. 55 (3), pp.145-172, 1989-12-10. 九州大学経済学会

二国モデルにおける課税と資本移動の厚生経済分析

前　田　純　一

1. はじめに

国際間での債権，債務の発生（資本の移動）については，その理論的分析の一つの方法として政府の活動に焦点をあてて分析を行う方法がある。本稿においても政府の活動，特に課税に焦点を当てて資本移動の分析を進め，同時に資本移動が経済厚生に及ぼす影響について分析を行う。

資本移動を引き起こす原因の一つとして国際間の利子率の差異が考えられる。これは，より高い利鞘を求めて経済主体が行動するためである。それでは，その国際間の利子率の差異が生じる原因は何であろうか。本稿ではその原因として国際間の課税の違いに焦点をあてる。課税の大きい国ほど資本市場をクラウディング・アウトする割合が大きいので，その分利子率が他国と比べてより高くなるからである。もちろん政府が課税した分をそのままそっくり資本市場へ還元すれば，利子率の変動は生じないが，本稿では課税による政府収入はすべて資本市場に影響を与えない形で支出されるものと仮定する。

さて国際間で課税の違いによるクラウディング・アウトの差異が起こり，その結果利子率の差異が起こり資本が移動したとしよう。このとき資本移動規制はなく，取引費用は小さいと仮定する。資本移動の結果，債権国と債務国が出現するが，それぞれの国はどのような経済効果を受けるだろうか。まず債務国になった国は次のような経済効果を受ける。一つは債務の増加による国内資本の増加，それに伴う労働生産性上昇であり，もう一つは高金利の利益の享受である。債権国になった国は次のような効果を受ける。一つは債権の増加による国内資本の減少，それに伴う労働生産性の下落であり，もう一つは高金利の利益の享受である。それでは債務国の方が資本移動により多くの利益を受けるのだろうか。少なくとも，労働生産性が上昇した分だけ債権国より有利と思われる。しかし債務の償還期には逆のことが起こるので，どちらが有利かは一概にはいえない。そこで経済厚生の分析においては，代表的個人の効用を考察することにする。資本移動を引き起こす課税によって各国の代表的個人の効用はどのように変化するであろうか。課税による可処分所得の減少は，効用に対してマイナスの効果を持ち，利子率の上昇はプラスの効果を持つ。この二つの効果を所得効果，資産効果と呼ぶとき，代表的個人の効用は，所得効果の方が大きければマイナス，資産効果の方が大きければプラスになる。どちらの効果がより大きいかは，代表的個人の効用関数の構造に依存しているので，次節で効用関数についての仮定を設けて分析を進める。

本稿では簡単な二国モデルを用いて分析を進めるので，以上の考察を二国間の分析に置き換えよう。二国間の課税の違いから始まる利子率の変動，債権債務の発生(資本の移動)，利子率の調整過程は以下のようになる。二国を自国，相手国と考えて自国の方が課税が大きいとする。すると自国利子率が相手国利子率より高くなり，自国は対外債務の流入により債務国に，相手国は対外債権の流出により債権国になる。そして自国利子率と相手国利子率が等しくなるまで資本の移動が続き，自国利子率と相手国利子率が等しくなったところで資本の移動が終わる。そして，このとき成立するのが（二国間での）世界利子率である。

以上の考察から，本稿において以下の三つのことを分析対象とする。

1. 毎期，自国の課税の方が相手国の課税より大きいときには，先の考察より毎期世界利子率が成立する。すなわち，世界利子率の時系列が出てくるのだが，その時系列を世界利子率に関する定差方程式によって表し，解の存在条件，局所安定条件を求める。

2. 世界利子率が成立するまで資本が二国間を移動するが，その際に発生する債務（債権）がどのような方程式によって表されるかを短期と長期について分析する。

3. 代表的個人の効用関数を設定し，資本移動を引き起こす課税の変化と資本移動の結果生じる利子率の変化が個人の効用に及ぼす影響を分析する。その際間接効用関数を用いた分析を行う。

以上の三つの分析を第 2 節において構築する二国モデルを用いて行う。第 1 の分析対象については第 3 節，第 4 節で，第 2 の分析対象については第 4 節で，第 3 の分析対象については第 5 節でそれぞれ分析を展開する。

2. モ　デ　ル

分析には以下のモデルを用いる。なお以下の仮定は二国においてそれぞれ当てはまるものとする。すなわち二国は課税以外は同質的である。

〈仮定〉

・人口は n の率で成長する。

・各経済主体は二期間生存し，1 期目は生産活動に参加し，2 期目は引退する。1 期目に生産活動に参加して受け取る賃金，w_t，を効用を最大化するように生涯の二期間の消費に振り分ける。この経済主体の行動を 1 期目の消費を C_1^t，2 期目の消費を C_2^t として定式化すると以下のようになる。

代表的個人の生涯サイクルに関する最適化行動

$$\max_{c_1^t,\, c_2^t} U_t(C_1^t, C_2^t) \quad \text{s.t } C_1^t + S_t = w_t - \tau_t$$

$$C_2^t = (1+r_t)S_t\,;\ S_t：1\text{期目の貯蓄},\ r_t：t\text{期の利子率}$$

・生産関数は，新古典派成長理論でよく用いる生産関数

$Y_t = F(K_t, L_t)$；Y_t：総生産額，K_t：総資本，L_t：労働力

を仮定する。生産関数の1次同次性を仮定すると，生産関数は以下のようになる。

$y_t = f(k_t)$ ， $f' > 0$ ， $f'' < 0$; $y_t = Y_t/L_t$ ， $k_t = K_t/L_t$

・資本・労働市場における完全競争と需給均衡を仮定すると，利子率と賃金は以下のようになる。

$r_{t-1} = f'(k_t)$ ， $w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t)$

・政府は毎期の税収，$\tau_t L_t$（τ_t：一人当り課税），を政府支出，$g_t L_t$（g_t：一人当り政府支出），に当てる。ただし政府支出は資本市場に影響を与えない形で支出されるものとする。そして自国の課税の方が相手国の課税より大きいと仮定する。すなわち

$\tau_t = g_t$ ， $\tau_t > \tau_t^*$（τ_t：自国の課税，τ_t^*：相手国の課税）

・財市場では貯蓄と投資の均衡式が成り立っていると仮定する。

$S_t L_t = K_{t+1} - H_{t+1}$; S_t：一人当り貯蓄量，L_t：t 期の労働人口，K_{t+1}：$t+1$ 期の資本ストック，H_{t+1}：$t+1$ 期の対外債務

上式を一人当りに書き換えて以下のようになる。

$S_t = (1+n)(k_{t+1} - h_{t+1})$; $k_{t+1} = K_{t+1}/L_{t+1}$ ， $h_{t+1} = H_{t+1}/L_{t+1}$

2.1 関数の特定化および計算

この節では後の分析のために効用関数と生産関数を特定化する。そしてその関数型から計算される消費関数，賃金，利子率を導出しておく。

まず効用関数を以下のように特定化する。

$U_t(C_1^t, C_2^t) = \alpha_1 \log C_1^t + \alpha_2 \log C_2^t$; $\alpha_1 + \alpha_2 = 1, \alpha_1, \alpha_2 > 0$

この関数を用いて個人の最適化問題を解くと以下のような消費関数を得る。

①$C_1^t = \alpha_1(w_t - \tau_t)$

②$C_2^t = \alpha_2(1+r_t)(w_t - \tau_t)$

次に生産関数を以下のように特定化する。

$y_t = f(k_t) = k_t^\beta$; $0 < \beta < 1$

この生産関数を用いると賃金，利子率は以下のように表せる。

③$r_t = \beta k_{t+1}^{\beta-1}$ ， $w_t = (1-\beta) k_t^\beta$

3. 経済の動学モデル（閉鎖経済のケース）

まず分析の基礎となる一国動学モデルを以下のようにおく。

(1) $w_t = C(w_t - \tau_t\,;\, \alpha_1) + (1+n)k_{t+1} + \tau_t$; $C(w_t - \tau_t\,;\, \alpha_1) = C_1^t$

(2) $r_{t-1} = f'(k_t)$

(3) $w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t)$

(4) $\tau_t = g_t$; $\tau_t = \tau$（τ は定数で毎期同じ値をとると仮定する。）

(1) は資本市場における資本の供給式であり，(2) は資本の需要式である。t 期の資本供給量，k_{t+1}，が (1) より決定され，資本需要量が (2) より決定される。そして (1) と (2) によって t 期の

利子率が決定されるのである。このことを (1)～(3) の動学プロセスを用いてもう少し詳しく言及しよう。まず t 期の先決変数として r_{t-1} を所与とする。すると (2) より k_t が決定される。つぎに，その k_t によって (3) より w_t が決定される。そして，その w_t によって (1) より k_{t+1} が決定され，最後に (1) と (2) より r_t が決定されるのである。$t+1$ 期にはこの r_t を先決変数として同様のプロセスが繰り返される。$t+1$ 期以後も同様である。このようにして各期の r_t は決定される。それでは，このプロセスを (1) より r_t に関する定差方程式で表してみよう。(1)～(3) の動学プロセスに関する考察より明らかなように (1) の各項は以下のように書ける。

$$(1')\quad w_t = w_t(r_{t-1}),\quad C(w_t - \tau_t\,;\,\alpha_1) = C(w_t(r_{t-1}) - \tau_t\,;\,\alpha_1),\quad k_{t+1} = k_{t+1}(r_t)$$

(1′) を (1) へ代入すると以下のようになる。

$$(1'')\quad w_t(r_{t-1}) = C(w_t(r_{t-1}) - \tau_t\,;\,\alpha_1) + (1+n)k_{t+1}(r_t) + \tau_t$$

(1″) は r_t，r_{t-1} の一階定差方程式である。(1)″ を①，③を用いて書き直すと以下のようになる。

$$(5)\quad (1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}} r_t^{\frac{1}{\beta-1}} - (1-\alpha_1)(1-\beta)\beta^{\frac{\beta}{1-\beta}} r_{t-1}^{\frac{\beta}{\beta-1}} + (1-\alpha_1)\tau_t = 0$$

これで動学分析の基礎となる利子率に関する一階定差方程式がえられた。

(5) をもとにして，この閉鎖経済モデルの解の存在条件と局所安定条件について考察しよう。(5) を変形すると次式を得る。

$$r_t^{\frac{1}{\beta-1}} = \frac{(1-\alpha_1)(1-\beta)}{(1+n)\beta} r_{t-1}^{\frac{\beta}{\beta-1}} - \frac{(1-\alpha_1)}{(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}}\tau_t$$

上式において，$r_t^{\frac{1}{\beta-1}} = R_t$ とおくと次式を得る。

$$(5')\quad R_t = \frac{(1-\alpha_1)(1-\beta)}{(1+n)\beta} R_{t-1}^{\beta} - \frac{(1-\alpha_1)}{(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}}\tau_t$$

(5′) を図示すると図1と図2の二つのケースが考えられる[1)]。

ここでは図1のケースを仮定して分析を進めたいので，図1のように安定な解が存在するための条件を求めよう。

3.1　閉鎖経済モデルでの利子率の局所安定条件と解の存在条件

図1のように安定的な解が存在するための条件を求めよう。そのために (5) において定常状態を想定して，定常解について考察する。そして定常解が実根になる条件を求める。

(5) において $r_t = r_{t-1} = r, \tau_t = \tau$ とおく。

$$(5'')\quad (1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}} r^{\frac{1}{\beta-1}} - (1-\alpha_1)(1-\beta)\beta^{\frac{\beta}{1-\beta}} r^{\frac{\beta}{\beta-1}} + (1-\alpha_1)\tau = 0$$

このままでは r について整理できないので，β を特定化した場合の考察を行う。

---

1)　(5′) より R_{t-1} について微分すると以下のようになる。

$$\frac{dR_t}{dR_{t-1}} = \frac{(1-\alpha_1)(1-\beta)}{\beta(1+n)} R_{t-1}^{\beta-1} > 0$$

$$\frac{d^2Rt}{dR_{t-1}^2} = -(1-\beta)\frac{(1-\alpha_1)(1-\beta)}{\beta(1+n)} R_{t-1}^{\beta-2} < 0$$

よって (5′) は図1，図2のようなグラフになる。

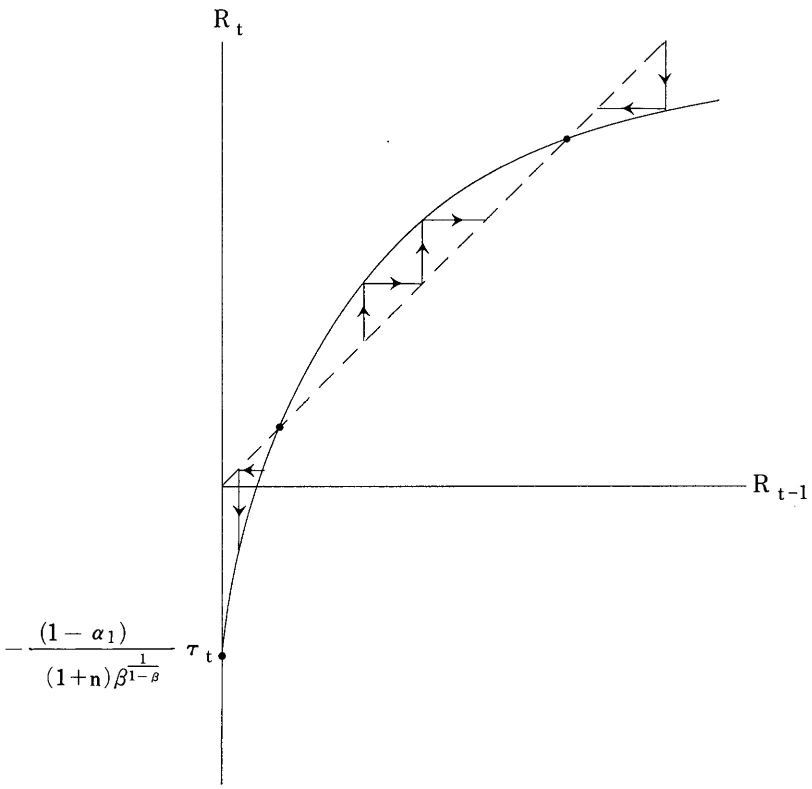


図 1　安定的な解が存在するケース

〈例：$\beta = \dfrac{1}{2}$ のケース〉

(5″) において $\beta = \dfrac{1}{2}$ とおくと次式を得る。

(6)　$4(1-\alpha_1)\tau r^2 - (1-\alpha_1)r + (1+n) = 0$

(6) より

$$r = \frac{(1-\alpha_1) \pm \sqrt{(1-\alpha_1)^2 - 16(1-\alpha_1)\tau(1+n)}}{8(1-\alpha_1)\tau}$$

固有根 r が実根であるための条件（根号内が正になるための条件）は以下のようになる。

(7)　$\tau < \dfrac{1-\alpha_1}{16(1+n)}$（解の存在条件）

以後，閉鎖経済分析において，常にこの条件が成り立っていると仮定する。(7) が成立しているときの r_t の二つの実定常解を A，B とすると以下のように位相図が書ける[2)]。

$$A = \frac{(1-\alpha_1) - \sqrt{(1-\alpha_1)^2 - 16(1-\alpha_1)\tau(1+n)}}{8(1-\alpha_1)\tau}$$

$$B = \frac{(1-\alpha_1) + \sqrt{(1-\alpha_1)^2 - 16(1-\alpha_1)\tau(1+n)}}{8(1-\alpha_1)\tau}$$

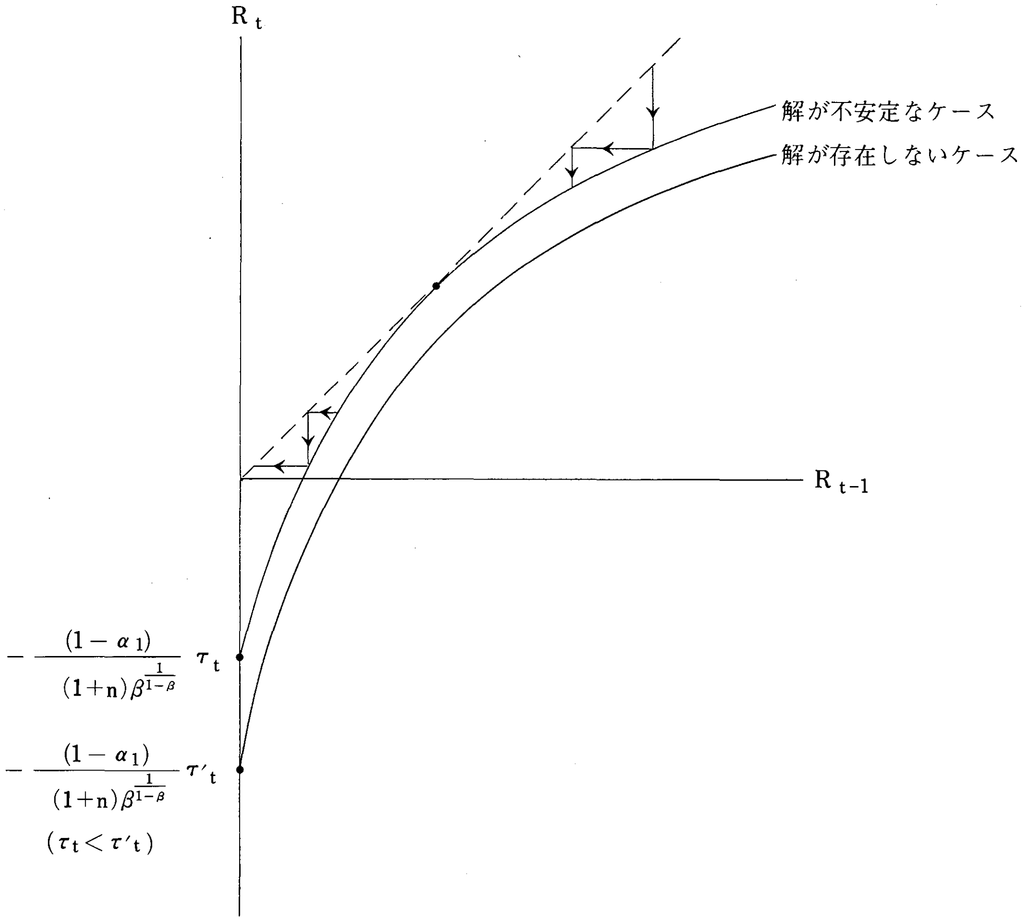


図 2　解が不安定または存在しないケース

以上で解の存在条件 (7) が確認できたので，次の解の局所安定条件を求めよう。この条件は図 1 における右側の交点での (5′) の傾きが 1 より小になる条件である。しかし，ここでは計算の便宜上 (5) を用いてその条件を求めてやろう。

(5) は非線形なので

$$G(r_t, r_{t-1}) = (1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}} r_t^{\frac{1}{\beta-1}} - (1-\alpha_1)(1-\beta)\beta^{\frac{\beta}{1-\beta}} r_{t-1}^{\frac{\beta}{\beta-1}} + (1-\alpha_1)\tau_t$$

---

2)　(5) より $\beta = 0.5$ のとき dr_t/dr_{t-1} は以下のようになる。

$$\frac{dr_t}{dr_{t-1}} = \frac{(1-\alpha_1)r_t^3}{2(1+n)r_{t-1}^2}$$

上式を A 点，B 点で評価して，1 との大小関係を調べると次のようになる。

$$\left.\frac{dr_t}{dr_{t-1}}\right|_{r_t=r_{t-1}=A} = \frac{(1-\alpha_1)-\sqrt{(1-\alpha_1)^2-16(1-\alpha_1)\tau(1+n)}}{16(1+n)\tau} < 1$$

$$\left.\frac{dr_t}{dr_{t-1}}\right|_{r_t=r_{t-1}=B} = \frac{(1-\alpha_1)+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-16(1-\alpha_1)\tau(1+n)}}{16(1+n)\tau} > 1$$

B 点での dr_t/dr_{t-1} の評価値と 1 の大小関係については，(7) より得られる。なお図において安定な解の位置が図 1 と逆になっているのは $r_t = R_t^{\frac{1}{\beta-1}}$ という関係のためである。

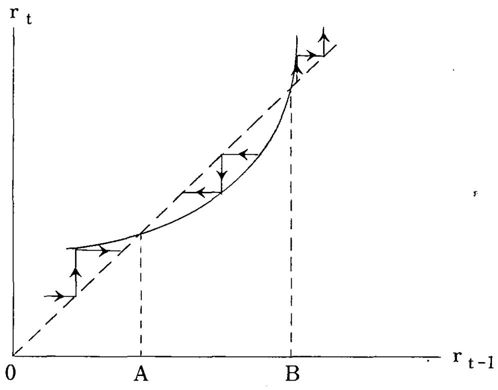


図 3

とおいて定常解 r で線形近似すると次式を得る。

$$
\begin{aligned}
G(r_t,\, r_{t-1}) &= G(r)+\frac{\partial G}{\partial r_t}(r)(r_t-r)+\frac{\partial G}{\partial r_{t-1}}(r)(r_{t-1}-r)\\
&= \frac{1}{\beta-1}(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}r^{\frac{\beta-2}{1-\beta}}r_t+(1-\alpha_1)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}r^{\frac{1}{\beta-1}}r_{t-1}\\
&\quad +\frac{\beta-2}{\beta-1}(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}r^{\frac{1}{\beta-1}}-(1-\alpha_1)\beta^{\frac{\beta}{1-\beta}}r^{\frac{\beta}{\beta-1}}+(1-\alpha_1)\tau_t
\end{aligned}
$$

$G(r_t,\, r_{t-1})$ より局所安定条件を求める。局所的に安定になるためには以下の条件がみたされていればよい。

$$
\frac{(1-\beta)(1-\alpha_1)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}r^{\frac{1}{\beta-1}}}{(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}r^{\frac{\beta-2}{1-\beta}}}<1
$$

上式を整理すると次のようになる。

$$
(8)\quad r<\frac{1+n}{(1-\beta)(1-\alpha_1)}\ \text{（局所安定条件）}
$$

以後，閉鎖経済分析において，この条件が常に成り立っていると仮定する。

4.　経済の動学モデル（二国モデルのケース）

第 3 節の分析を参照しながら閉鎖経済モデルを二国モデルへと拡張しよう。前節の閉鎖経済モデルと本節の二国モデルとの違いは，財市場に対外債務，h_{t+1}，が導入される点だけである。すなわち，ここでは課税以外は同質的な二国を考察の対象にする。

まず本節の分析の基礎となる二国動学モデルを閉鎖経済モデルをもとに以下のようにおく。

《自国》

(9)　$w_t = C(w_t-\tau_t\,;\ \alpha_1)+(1+n)(k_{t+1}-h_{t+1})+\tau_t\,;\ C(w_t-\tau_t\,;\ \alpha_1) = C_1^t$

(10)　$r_{t-1} = f'(k_t)$

(11)　$w_t = f(k_t)-k_tf'(k_t)$

(12)　$\tau_t = g_t\,;\ \tau_t = \tau$（$\tau$ は定数で毎期同じ値をとると仮定する。）

《相手国》（式，変数ともすべて＊をつけて表す。）

(9*)　$w_t{}^* = C^*(w_t^* - \tau_t^*\,;\ \alpha_1^*) + (1+n^*)(k_{t+1}^* - h_{t+1}^*) + \tau_t^*\,;\ C^*(w_t^* - \tau_t^*\,;\ \alpha_1^*) = C_1^{t\,*}$

(10*)　$r_{t-1}^* = f'^*(k_t^*)$

(11*)　$w_t^* = f^*(k_t^*) - k_t{}^* f'^*(k_t^*)$

(12*)　$\tau_t^* = g_t^*\,;\ \tau_t^* = \tau^*$（$\tau^*$ は定数で毎期同じ値をとると仮定する。）

(9)～(12)，(9*)～(12*) の動学プロセスについては第3節の閉鎖経済のケースと全く同じである。

課税については自国の方が相手国より，より多く課税していると仮定する。すなわち次の (13) を仮定する。

(13)　$\tau_t > \tau_t^*$

また資本移動規制は全く存在せず，取引費用が小さいと仮定して，次の (14)，(15) 式を仮定する。

(14)　$h_{t+1} + h_{t+1}^* = 0$

(15)　$r_t = r_t^*$

(15) は二国間で資本が移動した後，世界利子率が成立したことを意味している。そこで，まずこの世界利子率の動学方程式を導出しよう。

自国と相手国における利子率の決定式はそれぞれ以下のようになる[3]。

(16)　$(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}} r_t^{\frac{1}{\beta-1}} - (1+\alpha_1)(1-\beta)\beta^{\frac{\beta}{1-\beta}} r_{t-1}^{\frac{\beta}{\beta-1}} + (1-\alpha_1)\tau_t - (1+n)h_{t+1} = 0$

(16*)　$(1+n^*)\beta^{\frac{1}{1-\beta}} r_t^{*\frac{1}{\beta-1}} - (1-\alpha_1)(1-\beta)\beta^{\frac{\beta}{1-\beta}} r_{t-1}^{*\frac{\beta}{\beta-1}} + (1-\alpha_1)\tau_t^* - (1+n)h_{t+1}^* = 0$

(16)，(16*) を (14)，(15) を用いて1つの式にして，世界利子率（$\hat{r}_t$）の動学方程式を求める。(16)，(16*) において $r_t = r_t^* = \hat{r}_t,\ r_{t-1} = r_{t-1}^* = \hat{r}_{t-1}$ とおき，(14)を用いて整理すると次式を得る。

(17)　$(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}} \hat{r}_t^{\frac{1}{\beta-1}} - (1-\alpha_1)(1-\beta)\beta^{\frac{\beta}{1-\beta}} \hat{r}_{t-1}^{\frac{\beta}{\beta-1}} + \frac{1}{2}(1-\alpha_1)(\tau_t + \tau_t^*) = 0$

(17) をもとにして第3節と同様の方法で，この二国モデルの解の存在条件と局所安定条件について考察しよう。

(17) を変形すると次式を得る。

$$r_t^{\frac{1}{\beta-1}} = \frac{(1-\alpha_1)(1-\beta)}{(1+n)\beta} r_{t-1}^{\frac{\beta}{\beta-1}} - \frac{1}{2}\,\frac{(1-\alpha_1)}{(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}}(\tau_t + \tau_t^*)$$

上式において，$r_t^{\frac{1}{\beta-1}} = R_t$ とおくと次式を得る。

(17′)　$R_t = \dfrac{(1-\alpha_1)(1-\beta)}{(1+n)\beta} R_{t-1}^{\beta} - \dfrac{1}{2}\,\dfrac{(1-\alpha_1)}{(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}}(\tau_t + \tau_t^*)$

(17′) を図示すると図4と図5の二つのケースが考えられる[4]。

4.1　二国モデルでの利子率の局所安定条件と解の存在条件

まず図4のように安定的な解が存在するための条件を求めよう。そのために (17) において定常状

3)　(16)，(16*) の導出については第3節の (5) の導出法と全く同じである。

4)　(17′) の形については注1) と全く同様に考察される。

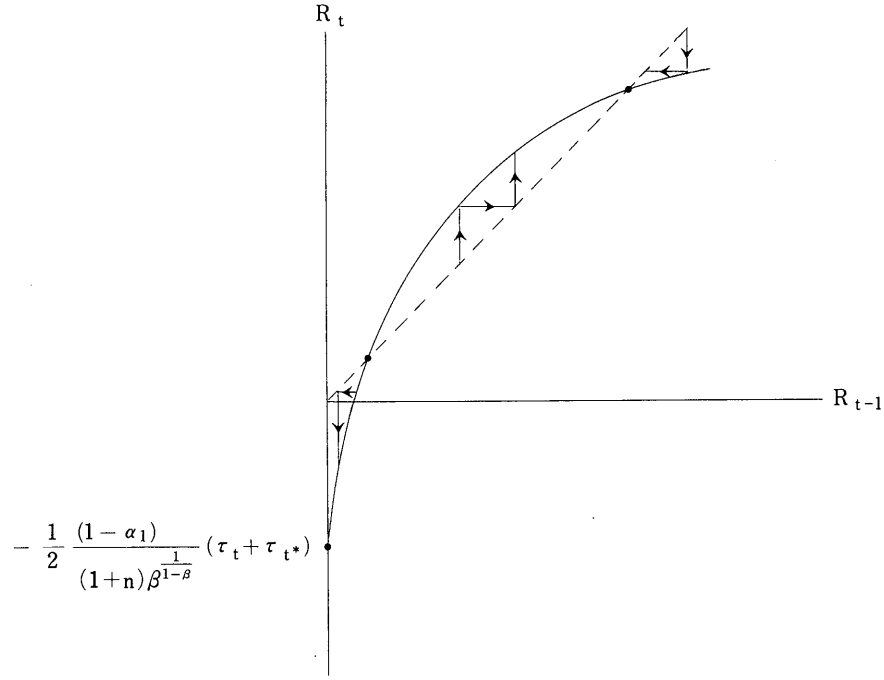


図 4　安定的な解が存在するケース

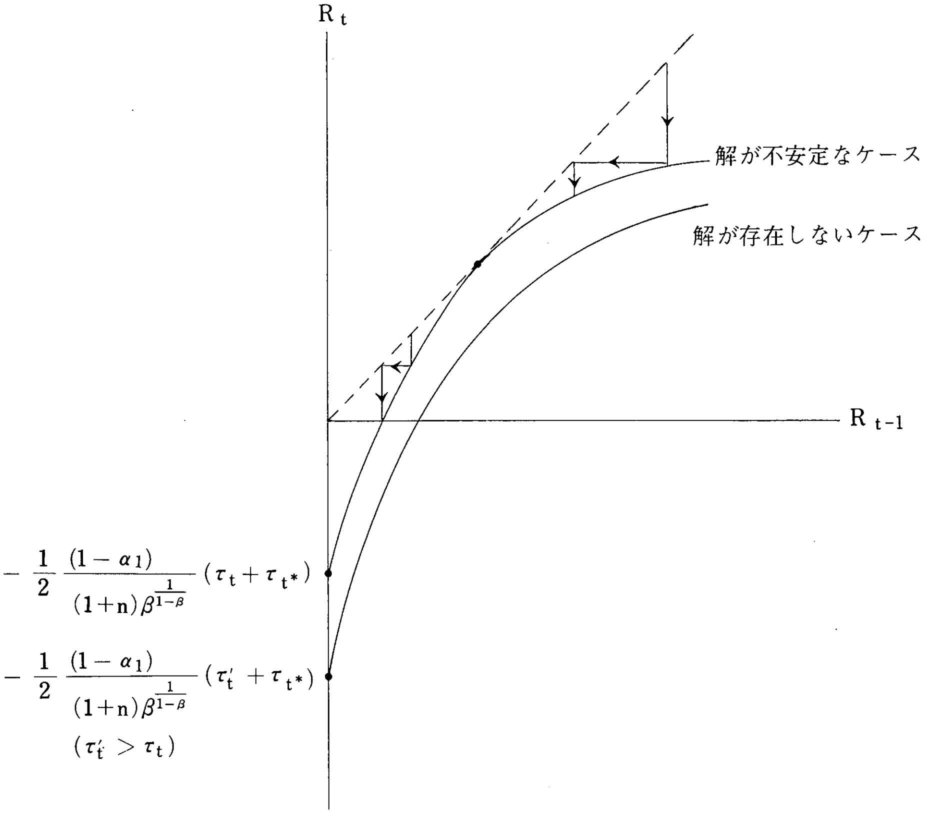


図 5　解が不安定または存在しないケース

態を想定して，定常解について考察する。

(17) において $r_t = r_t^* = \hat{r}$，$\tau_t = \tau$，$\tau_t^* = \tau^*$ とおくと次式を得る。

$$(18)\quad (1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}\hat{r}^{\frac{1}{\beta-1}}-(1-\alpha_1)(1-\beta)\beta^{\frac{\beta}{1-\beta}}\hat{r}^{\frac{\beta}{\beta-1}}+(1-\alpha_1)\tau-\frac{(1-\alpha_1)(\tau-\tau^*)}{2}=0$$

このままでは $\hat{r}$ について整理できないので，β を特定化した場合の考察を行う。

〈例：$\beta=\dfrac{1}{2}$ のケース〉

(18) において $\beta=\dfrac{1}{2}$ とおくと次式を得る。

$$(19)\quad 2(1-\alpha_1)(\tau+\tau^*)\hat{r}^2-(1-\alpha_1)\hat{r}+(1+n)=0$$

(19) より $\hat{r}$ について整理すると次式を得る。

$$\hat{r}=\frac{(1-\alpha_1)\pm\sqrt{(1-\alpha_1)^2-8(1-\alpha_1)(1+n)(\tau+\tau^*)}}{4(1-\alpha_1)(\tau+\tau^*)}$$

固有根，$\hat{r}$，が実根であるための条件（根号内が正になるための条件）は以下のようになる。

$$(20)\quad \tau+\tau^*<\frac{1-\alpha_1}{8(1+n)}\ \text{（解の存在条件）}$$

以後，二国経済の分析において，常にこの条件がみたされていると仮定する。

(20) が成立しているときの r_t 二つの実定常解を C，D とすると以下のように位相図が書ける[5)]。

$$C=\frac{(1-\alpha_1)-\sqrt{(1-\alpha_1)^2-8(1-\alpha_1)(1+n)(\tau+\tau^*)}}{4(1-\alpha_1)(\tau+\tau^*)}$$

$$D=\frac{(1-\alpha_1)+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-8(1-\alpha_1)(1+n)(\tau+\tau^*)}}{4(1-\alpha_1)(\tau+\tau^*)}$$

以上で解の存在条件が確認できたので，次に解の局所安定条件を求めよう。この条件は図4における右側の交点での（17′）の傾きが1より小になる条件である。しかし，ここでは計算の便宜上（17）を用いて局所安定条件を求めよう。

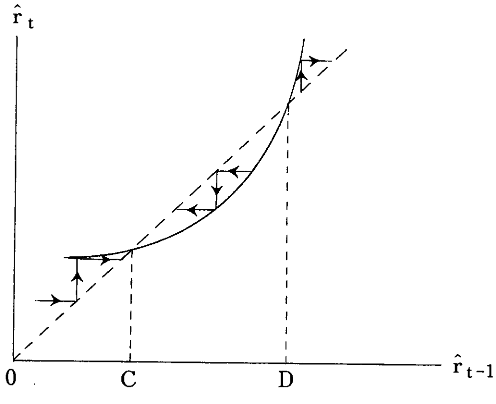


図6

5) グラフの導出については注2）と全く同様に考察される。

(17) は非線形なので

$$F(\hat{r}_t,\ \hat{r}_{t-1}) = (1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}\hat{r}_t^{\frac{1}{\beta-1}} - (1-\alpha_1)(1-\beta)\beta^{\frac{\beta}{1-\beta}}\hat{r}_{t-1}^{\frac{\beta}{\beta-1}} + \frac{1}{2}(1-\alpha_1)(\tau_t+\tau_t^*)$$

とおいて定常解 $\hat{r}$ で線形近似すると次式を得る。

$$\begin{aligned} F(\hat{r}_t,\ \hat{r}_{t-1}) &= F(\hat{r}) + \frac{\partial F}{\partial \hat{r}_t}(\hat{r})(\hat{r}_t - \hat{r}) + \frac{\partial F}{\partial r_{t-1}}(\hat{r})(\hat{r}_{t-1} - \hat{r}) \\ &= \frac{1}{\beta-1}(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}\hat{r}^{\frac{\beta-2}{1-\beta}}\hat{r}_t + (1-\alpha_1)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}\hat{r}^{\frac{1}{\beta-1}}\hat{r}_{t-1} \\ &\quad + \frac{\beta-2}{\beta-1}(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}\hat{r}^{\frac{1}{\beta-1}} - (1-\alpha_1)\beta^{\frac{\beta}{1-\beta}}\hat{r}^{\frac{\beta}{\beta-1}} + \frac{1}{2}(1-\alpha_1)(\tau_t+\tau_t^*) \end{aligned}$$

$F(\hat{r}_t,\ \hat{r}_{t-1})$ より局所安定条件を求める。局所的に安定になるためには，以下の条件がみたされればよい。

$$\frac{(1-\beta)(1-\alpha_1)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}\hat{r}^{\frac{1}{\beta-1}}}{(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}\hat{r}^{\frac{\beta-2}{1-\beta}}} < 1$$

上式を整理すると次のようになる。

(21) $\hat{r} < \dfrac{1+n}{(1-\beta)(1-\alpha_1)}$ (局所安定条件)

以後，二国モデル分析において，この条件 (21) が常に成り立っていると仮定する。

4.1 債務（債権）決定式

この節では，二国モデルにおける債務（債権）決定式が，短期と長期においてそれぞれどの様に表されるかを考察する。

まず短期から考察しよう。(14)，(15)，(16)，(16*) より h_{t+1} の決定式を求める。

(16)，(16*) より次式を得る。

(22) $$r_t = \left\{ \frac{(1-\alpha_1)(1-\beta)\beta^{\frac{\beta}{1-\beta}} r_{t-1}^{\frac{\beta}{\beta-1}} - (1-\alpha_1)\tau_t + (1+n)h_{t+1}}{(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}} \right\}^{\beta-1}$$

(22*) $$r_t^* = \left\{ \frac{(1-\alpha_1)(1-\beta)\beta^{\frac{\beta}{1-\beta}} r_{t-1}^{*\frac{\beta}{\beta-1}} - (1-\alpha_1)\tau_t^* + (1+n)h_{t+1}^*}{(1+n)\beta^{\frac{1}{1-\beta}}} \right\}^{\beta-1}$$

(22)，(22*)，を (15) へ代入したあと (14) を用いて整理すると次式を得る。

(23) $h_{t+1} = \dfrac{(1-\alpha_1)(\tau_t - \tau_t^*)}{2(1+n)}$ (自国の債務決定式)

(23*) $h_{t+1}^* = -\dfrac{(1-\alpha_1)(\tau_t - \tau_t^*)}{2(1+n)}$ (相手国の債権決定式)

(23)，(23*) が短期の債務，債権決定式である[6)]。(23) より自国の課税の変更の効果，時間選好率，

---

6) ここでは計算によって (23)，(23*) の債務 (債権) 決定式を導出したが，この二国モデルの原点である (7)，(7*) を検討することによっても導出することができる。(7)，(7*) において(13)が成り立っているので，$w_t = w_t^*$，$k_{t+1} = k_{t+1}^*$ となっている。よって (7) から (7*) を引くことによって次式を得る。
$C_1^{t*} - C_1^t = (1+n)(h_{t+1} - h_{t+1}^*) + (\tau_t - \tau_t^*)$
次に上式に①と (12) を代入すると (17) が導出される。

α_1，の変更の効果は次のようになる[7]。

(24) $\dfrac{\partial h_{t+1}}{\partial \tau_t} = \dfrac{(1-\alpha_1)}{2(1+n)} > 0$

(25) $\dfrac{\partial h_{t+1}}{\partial \alpha_1} = -\dfrac{(\tau-\tau_t^*)}{2(1+n)} < 0$

次に，長期での債務（債権）決定式について考察しよう。(23) において $h_{t+1}=\hat{h}$，$\tau_t=\tau$，$\tau_t^*=\tau^*$ とおくと次式を得る。

(26) $\hat{h} = \dfrac{(1-\alpha_1)(\tau-\tau^*)}{2(1+n)}$

(26) より

(26′) $\tau = \tau^* + \dfrac{2(1+n)}{(1-\alpha_1)}\hat{h}$.

(26′) を (19) へ代入して整理すると次式を得る。

(27) $\hat{h} = -\dfrac{4(1-\alpha_1)\tau^*\hat{r}^2-(1-\alpha_1)\hat{r}+(1+n)}{4(1+n)\hat{r}^2}$

(27) より定常状態での $\hat{h}$ と $\hat{r}$ の関係は次のように図示できる。

$$E = \frac{(1-\alpha_1)-\sqrt{(1-\alpha_1)^2-16(1-\alpha_1)(1+n)\tau}}{8(1-\alpha_1)\tau}$$

$$F = \frac{(1-\alpha_1)+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-16(1-\alpha_1)(1+n)\tau}}{8(1-\alpha_1)\tau}$$

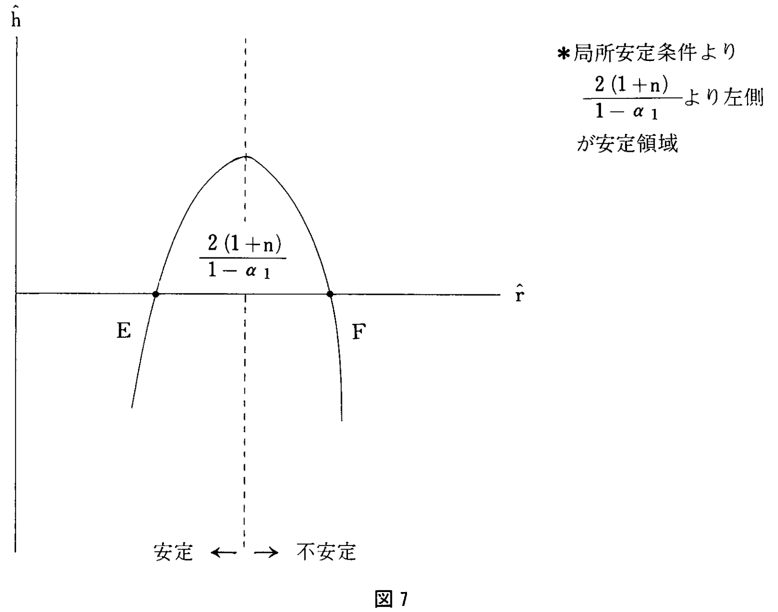


図7

7) 時間選好率，α_1，は限界消費性向と考えることができる。つまり (25) の効果は自国の限界消費性向が大きくなるほど，自国の債務の増加率が小さくなることを示している。限界消費性向が大きくなれば，それだけ貯蓄しなくなるので，資本移動が起こる以前の利子率が，すでに高い状態にあることになる。そうすると課税が変更されて利子率が変動する幅も小さくなることになり，資本の移動量が減少することになるのである。

図7から明らかなように，安定な領域においては世界利子率が高くなるほど債務が増加している。なお E 点，F 点は自国と相手国の課税が等しくなり資本が移動しなくなる状態である。

5. 厚 生 分 析

この節では間接効用関数を用いて，政策変数 τ_t の変更による効用の変化を分析する。そこで，まず間接効用関数を導出しよう。第1節において述べた代表的個人の最適化行動より，以下のように間接効用関数を導出する。代表的個人の予算制約より，効用を最大化させる C_1^t, C_2^t はそれぞれ r_t, $w_t-\tau_t$ の関数である。よって

$$U_t(C_1^t, C_2^t) = U_t(C_1^t(w_t-\tau_t\,;\ \alpha_1)\ ,\quad C_2^t(r_t, w_t-\tau_t))\ .$$

上式の右辺をあらためて V_t とおき，間接効用関数とする。

$$V_t(r_t, w_t-\tau_t) \equiv U_t(C_1^t(w_t-\tau_t\,;\ \alpha_1)\ ,\quad C_2^t(r_t, w_t-\tau_t))$$

それでは，この間接効用関数を用いて厚生分析を行おう。以下それぞれのケースについて課税の変化が効用にどの様に影響するか調べる。

〈1〉 閉鎖経済—短期の場合—

$$(28)\quad \frac{dV_t}{d\tau_t} = \frac{\partial U_t}{\partial C_1^t}\times\frac{dC_1^t}{d(w_t-\tau_t)}\times\frac{d(w_t-\tau_t)}{d\tau_t}+\frac{\partial U_t}{\partial C_2^t}\times\frac{\partial C_t^2}{\partial r_t}\times\frac{dr_t}{d\tau_t}+\frac{\partial U^t}{\partial C_2^t}\times\frac{\partial C_2^t}{\partial(w_t-\tau_t)}\times\frac{d(w_t-\tau_t)}{d\tau_t}$$

第1節の①，②を用いて整理すると以下のようになる。

$$(28')\quad \frac{dV_t}{d\tau_t} = -\frac{1}{(w_t-\tau_t)}+\frac{(1-\alpha_1)}{(1+r_t)}\times\frac{dr_t}{d\tau_t}$$

(28′) の第2項の $dr_t/d\tau_t$ を計算しよう。

$$(29)\quad \frac{dr_t}{d\tau_t} = \frac{dr_t}{dk_{t+1}}\times\frac{dk_{t+1}}{d\tau_t}$$

上式において第1節の仮定と (1) より右辺の dr_t/dk_{t+1}, dk_{t+1}/d_t は次のように計算できる。

$$\frac{dr_t}{dk_{t+1}} = \beta(\beta-1)k_{t+1}^{\beta-2}$$

$$\frac{dk_{t+1}}{d\tau_t} = -\frac{(1-\alpha_1)}{(1+n)}$$

この二式を (29) へ代入すると次式を得る。

$$(30)\quad \frac{dr_t}{d\tau_t} = \frac{(1-\alpha_1)\beta(1-\beta)k_{t+1}^{\beta-2}}{(1+n)}$$

(30) を (28′) へ代入して整理すると次式を得る。

$$(31)\quad \frac{dV_t}{d\tau_t} = -\frac{1}{(w_t-\tau_t)}+\frac{(1-\alpha_1)^2}{(1+r_t)}\times\frac{\beta(1-\beta)}{(k_{t+1}^{2-\beta}+\beta k_{t+1})}$$

さて (31) をもとにして厚生分析を行おう。(31) には第1項の所得効果と第2項の資産効果がそれぞれ逆の符号で入っているので，まず各項をそれぞれ別に分析してみよう。

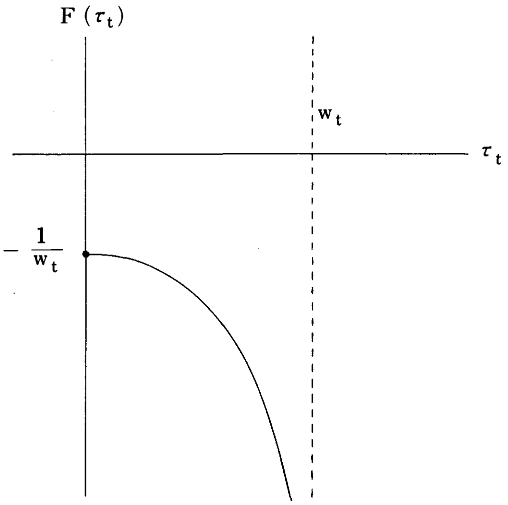


図8

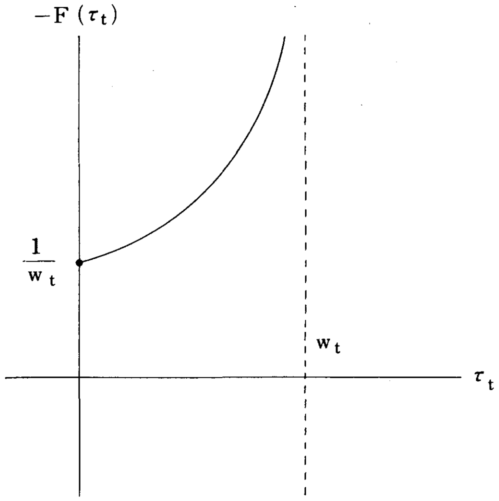


図9

第1項を $F(\tau_t)$ とおいて図示すると図8のようになる。

$$F(\tau_t)=-\frac{1}{(w_t-\tau_t)}$$

あとで第2項と比較する際に便利なように $F(\tau_t)$ を正象限に移すと図9のようになる。

次に第2項を $G(\tau_t)$ とおき図示すると図10のようになる。

以上の二つの図を合わせて（31）の第1項と第2項のどちらが大きいか調べよう。そのためにまず切片について大小関係を調べる。切辺については以下の不等式が成り立つので $-F(\tau_t)$ の切片の方が大きい。

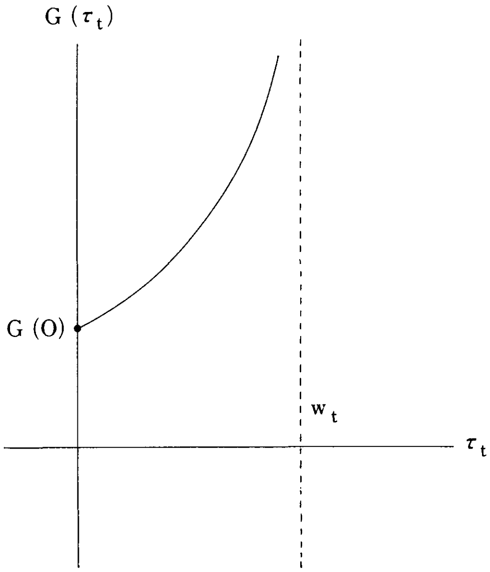


図10

$$G(0)=\frac{(1-\alpha_1)\beta(1-\beta)}{w_t\times\left[\left\{\frac{(1-\alpha_1)w_t}{(1+n)}\right\}^{1-\beta}+\beta\right]}$$

$$1>\frac{(1-\alpha_1)\beta(1-\beta)}{\left[\left\{\frac{(1-\alpha_1)w_t}{(1+n)}\right\}^{1-\beta}+\beta\right]}$$

切片の大小関係が分かったので次に傾きの大小を調べよう。$-F(\tau_t)$, $G(\tau_t)$ をそれぞれ τ_t で微分するために (1) を用いて変形すると以下のようになる。

$$-F(\tau_t)=\frac{(1-\alpha_1)}{(1+n)k_{t+1}}$$

$$G(\tau_t)=\frac{(1-\alpha_1)^2}{(1+n)}\times\frac{\beta(1-\beta)}{(k_{t+1}^{2-\beta}+\beta k_{t+1})}$$

この二つの式を用いて τ_t で微分すると以下のようになる。

$$\text{(32)}\quad \frac{dF(\tau_t)}{d\tau_t}=\frac{(1-\alpha_1)^2}{(1+n)^2}\times\frac{1}{k_{t+1}^2}$$

$$\frac{dG(\tau_t)}{d\tau_t}=\frac{(1-\alpha_1)\beta(1-\beta)\{(2-\beta)k_{t+1}^{1-\beta}+\beta\}}{(1+n)\{k_{t+1}^{2-\beta}+\beta k_{t+1}\}^2}\times\frac{dk_{t+1}}{d\tau_t}$$

$dG(\tau_t)/d\tau_t$ については (1) をもちいて $dk_{t+1}/d\tau_t$ を求めて整理すると次のようになる。

$$\text{(33)}\quad \frac{dG(\tau_t)}{d\tau_t}=\frac{(1-\alpha_1)^3\beta(1-\beta)\{(2-\beta)k_{t+1}^{1-\beta}+\beta\}}{(1+n)^2k_{t+1}^2\{k_{t+1}^{1-\beta}+\beta\}^2}$$

(32), (33) を用いて傾きを比較したいのだが，どちらの傾きが大きいかは明確でないので有り得る二つのケースについて言及しておこう。

図11のケースは所得効果が最初から大きくて，増税の効果が効用に対してマイナスにしか働かないケースである。このケースにおいては効用の増大を実現するためには減税を行うしかない。一方，図12

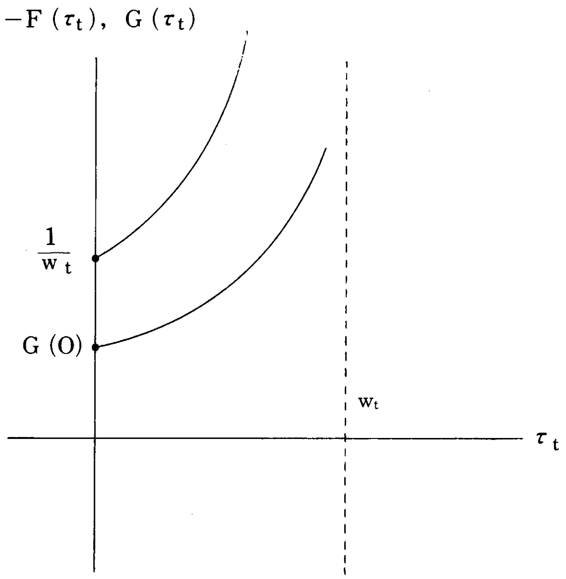
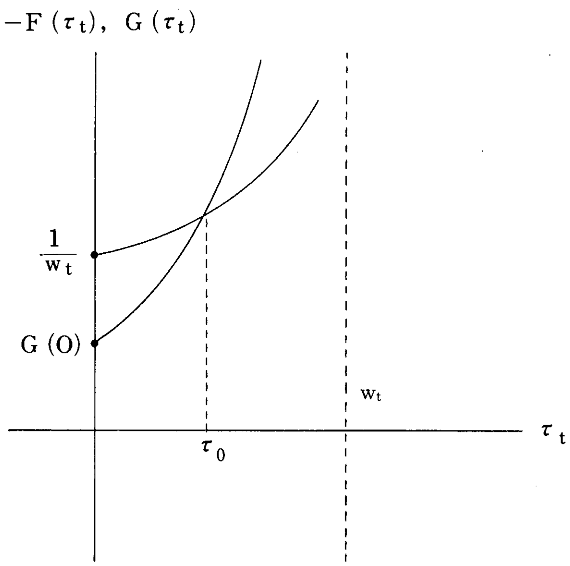


図11　所得効果＞資産効果のケース



τ_0：$-F(\tau_t)=G(\tau_t)$ となる τ_t

図12　所得効果 ≧ 資産効果のケース

のケースは課税が τ_0 のところで所得効果と資産効果が等しくなるケースであり，効用をプラスにするためには政府は τ_0 を越える税を課せばよい。

〈2〉閉鎖経済―長期の場合―

$$(34)\quad \frac{dV}{d\tau}=\frac{\partial U}{\partial C_1}\times\frac{dC_1}{d(w-\tau)}\times\frac{d(w-\tau)}{d\tau}+\frac{\partial U}{\partial C_2}\times\frac{\partial C_2}{\partial r}\times\frac{dr}{d\tau}+\frac{\partial U}{\partial C_2}\times\frac{\partial C_2}{\partial(w-\tau)}\times\frac{d(w-\tau)}{d\tau}$$

$$= -\frac{1}{(w-\tau)} + \frac{(1-\alpha_1)^2}{(1+n)} \times \frac{\beta(1-\beta)}{k(k^{1-\beta}+\beta)}$$

さて（34）をもとにして厚生分析を行おう。長期の分析においては解の存在条件，局所安定条件を考慮しなければならないので，存在条件を求めたときと同様に $\beta=0.5$ のケースにおいて分析を進める。(34)には第１項の所得効果と第２項の資産効果がそれぞれ逆の符号で入っているので，まず各項をそれぞれ別に分析しよう。

第１項を $F(\tau)$ とおいて図示するために τ の関数に書き換える。

$$F(\tau) = -\frac{1}{(w-\tau)}$$
$$= -\frac{1}{(0.5k^{0.5}-\tau)}$$

また（6）より k と τ は次式の関係にある。

$$2(1+n)k-(1-\alpha_1)k^{0.5}+2(1-\alpha_1)\tau = 0$$

k についてこの式を解くと次式を得る。

$$k^{0.5} = \frac{(1-\alpha_1)\pm\sqrt{(1-\alpha_1)^2-16(1+n)(1-\alpha_1)\tau}}{4(1+n)}$$

局所安定条件を考慮すると k と τ の関係は次式となる。

$$(35)\quad k^{0.5} = \frac{(1-\alpha_1)+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-16(1+n)(1-\alpha_1)\tau}}{4(1+n)}$$

（35）を $F(\tau)$ へ代入すると次式を得る。

$$(36)\quad F(\tau) = -\frac{8(1+n)}{(1-\alpha_1)+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-16(1+n)(1-\alpha_1)\tau}-8(1+n)\tau}$$

解の存在条件より（36）の分母はプラスなので

$$\frac{dF(\tau)}{d\tau} < 0\ .$$

切片については

$$F(0) = -\frac{4(1+n)}{(1-\alpha_1)}\ .$$

よって $F(\tau)$ のグラフは図13のようになる。あとで第２項と比較する際に便利なように $F(\tau)$ を正象限に移すと図14のようになる。

次に第２項を $G(\tau)$ とおき k の関数に書き換えると以下のようになる。

$$G(\tau) = \frac{(1-\alpha_1)^2}{4(1+n)} \times \frac{\beta(1-\beta)}{k(k^{0.5}+0.5)}$$

τ で微分すると以下のようになる。

$$(37)\quad \frac{dG(\tau)}{d\tau} = \frac{-(1-\alpha_1)(3k+1)}{8(1+n)k^2(k^{0.5}+0.5)^2} \times \frac{dk}{d\tau}$$

（35）より $dk/d\tau$ はマイナスなので

$$\frac{dG(\tau)}{d\tau} > 0\ .$$

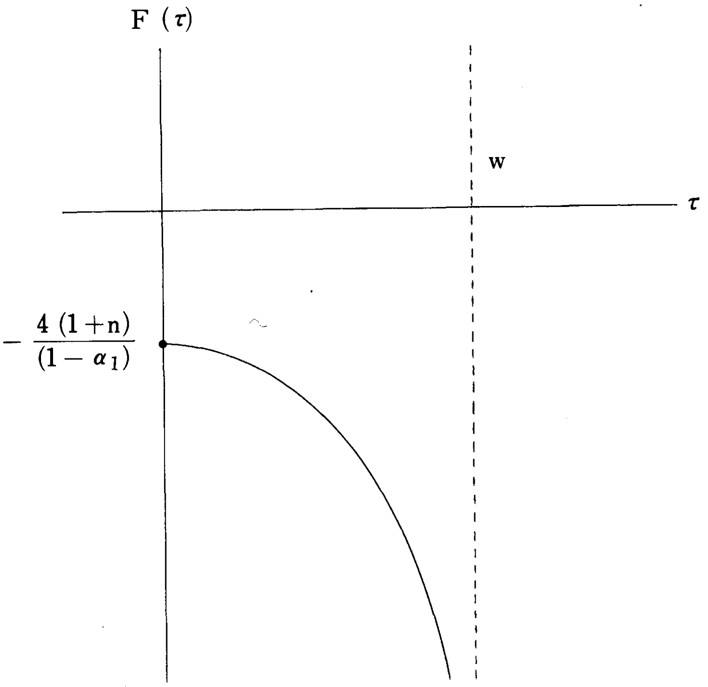


図13

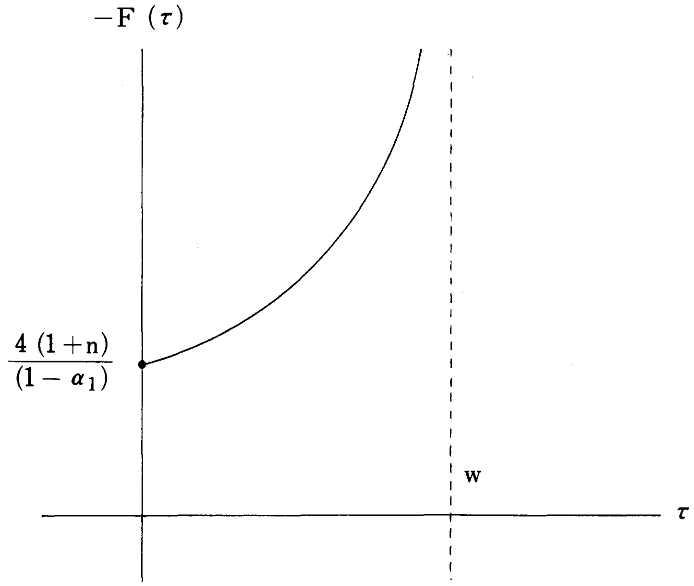


図14

つぎに切片について計算する。$\tau=0$ のとき（35）より

$$k=\frac{(1-\alpha_1)^2}{4(1+n)^2}$$

この k を $G(\tau)$ へ代入すると以下のようになる。

$$G(0)=\frac{2(1+n)^2}{(1-\alpha_1)\{(1-\alpha_1)+(1+n)\}}$$

以上のことより $G(\tau)$ を図示すると図15のようになる。

以上の二つの図を合わせて（34）の第１項と第２項のどちらが大きいか調べよう。そのためにまず切片について大小関係を調べる。切片については簡単な計算によって，$-F(\tau)$ の切片の方が大きいことが確かめられる。

切片の大小関係が分かったので次に調べることは傾きの大小であるが，長期の分析なので解の存在条件を考慮しなければならない。よって τ が (7) の条件を満たす領域においてどのように $-F(\tau)$ と $G(\tau)$ が描かれるか調べよう。

$-F(\tau)$ と $G(\tau)$ にそれぞれ $\tau=(1-\alpha_1)/16(1+n)$ を代入すると以下のようになる。

$$-F\left(\frac{(1-\alpha_1)}{16(1+n)}\right)=\frac{16(1+n)}{(1-\alpha_1)}$$

$$G\left(\frac{(1-\alpha_1)}{16(1+n)}\right)=\frac{(1+n)^2}{(1-\alpha_1)+2(1+n)}$$

よって

$$-F\left(\frac{(1-\alpha_1)}{16(1+n)}\right)>G\left(\frac{(1-\alpha_1)}{16(1+n)}\right).$$

以上より解の存在条件を満たす領域において $-F(\tau)$，$G(\tau)$ のグラフは図16のように書ける。

図16より明らかなように解の存在する領域においては，増税は効用に対してマイナスの効果しか持ち得ない。したがって長期においては解の存在性を無視できないので，効用の増大を政策目的にするときは減税せざるを得ない。

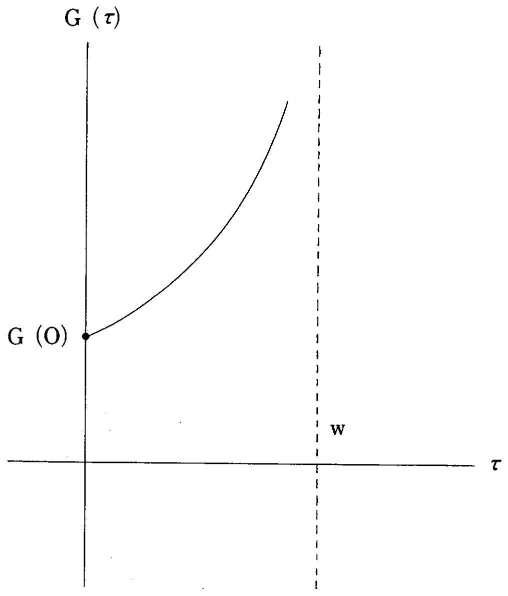


図15

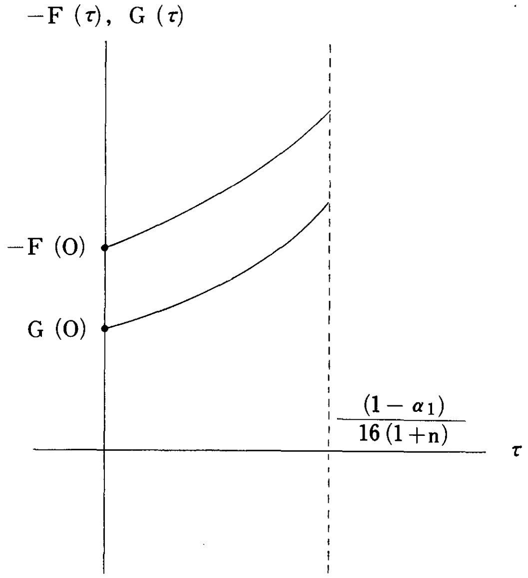


図16

〈3〉二国経済（自国）—短期の場合—

(38) $$\frac{dV_t}{d\tau_t}=\frac{\partial U_t}{\partial C_1^t}\times\frac{dC_1^t}{d(w_t-\tau_t)}\times\frac{d(w_t-\tau_t)}{d\tau_t}+\frac{\partial U_t}{\partial C_2^t}\times\frac{\partial C_t^2}{\partial r_t}\times\frac{dr_t}{d\tau_t}+\frac{\partial U^t}{\partial C_2^t}\times\frac{\partial C_2^t}{\partial(w_t-\tau_t)}\times\frac{d(w_t-\tau_t)}{d\tau_t}$$

第1節の①，②を用いて整理すると以下のようなる。

(38′) $$\frac{dV_t}{d\tau_t}=-\frac{1}{(w_t-\tau_t)}+\frac{(1-\alpha_1)}{(1+r_t)}\times\frac{dr_t}{d\tau_t}$$

(38′) の第2項の $dr_t/d\tau_t$ を計算しよう。

(39) $$\frac{dr_t}{d\tau_t}=\frac{dr_t}{dk_{t+1}}\times\frac{dk_{t+1}}{d\tau_t}$$

上式において第1節の仮定と (9) より右辺の dr_t/dk_{t+1}，$dk_{t+1}/d\tau_t$ は次のように計算できる。

$$\frac{dr_t}{dk_{t+1}}=\beta(\beta-1)k_{t+1}^{\beta-2}$$

$$\frac{dk_{t+1}}{d\tau_t}=-\frac{(1-\alpha_1)}{(1+n)}$$

この二式を (39) へ代入すると次式を得る。

(40) $$\frac{dr_t}{d\tau_t}=\frac{(1-\alpha_1)\beta(1-\beta)k_{t+1}^{\beta-2}}{(1+n)}$$

(40) を (38′) へ代入して整理すると次式を得る。

(41) $$\frac{dV_t}{d\tau_t}=-\frac{1}{(w_t-\tau_t)}+\frac{(1-\alpha_1)^2}{2(1+n)}\times\frac{\beta(1-\beta)}{(k_{t+1}^{2-\beta}+\beta k_{t+1})}$$

さて (41) をもとにして厚生分析を行おう。(41) には第1項の所得効果と第2項の資産効果がそれぞれ逆の符号で入っているので，まず各項をそれぞれ別に分析してみよう。

第１項を $\widehat{F}(\tau_t)$ として図示すると図17のようになる。

$$\widehat{F}(\tau_t) = -\frac{1}{(w_t - \tau_t)}$$

あとで第２項と比較する際に便利なように $\widehat{F}(\tau_t)$ を正象限に移すと図18のようになる。

次に第２項を $\widehat{G}(\tau_t)$ とおき図示すると図19のようになる。

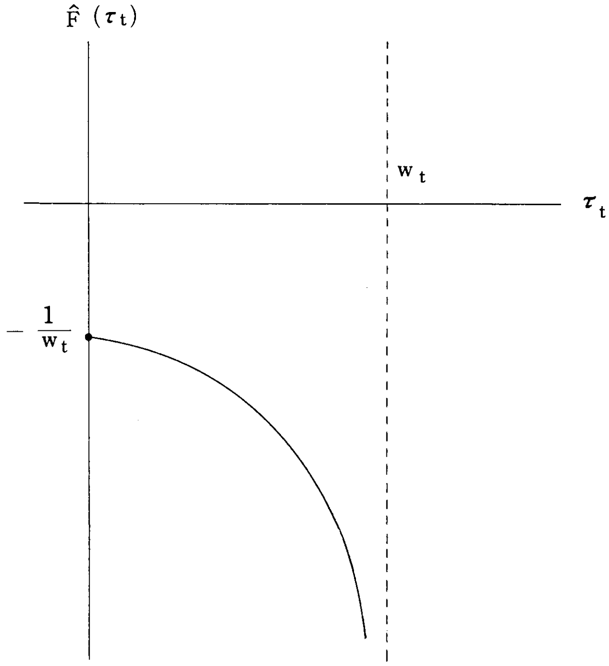


図17

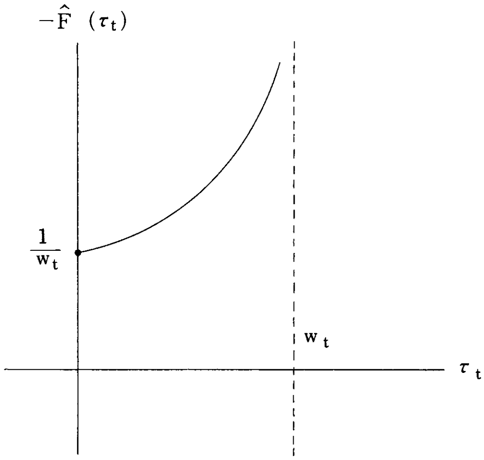


図18

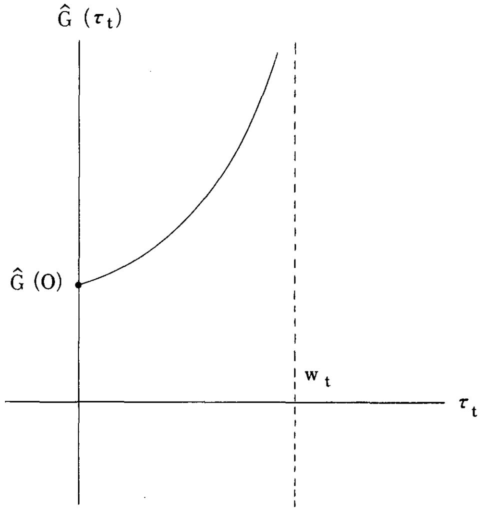


図19

$$G'(0)=\frac{(1-\alpha_1)^2\beta(1-\beta)}{2\left(2-\frac{\tau_t^*}{w_t}\right)\times\left[\frac{(1-\alpha_1)}{2(1+n)}\{2w_t-\tau_t^*\}^{1-\beta}+\beta\right]}$$

以上の二つの図を合わせて（31）の第１項と第２項のどちらが大きいか調べよう。そのためにまず切片について大小関係を調べる。切片については以下の不等式が成り立つので $-\hat{F}(\tau_t)$ の切片の方が大きい。

$$1>\frac{(1-\alpha_1)^2\beta(1-\beta)}{2\left(2-\frac{\tau_t^*}{w_t}\right)\times\left[\frac{(1-\alpha_1)}{2(1+n)}\{2w_t-\tau_t^*\}^{1-\beta}+\beta\right]}$$

切片の大小関係が分かったので次に傾きの大小を調べよう。

$-\hat{F}(\tau_t)$, $\hat{G}(\tau_t)$ をそれぞれ τ_t で微分するために（1）を用いて変形すると以下のようになる。

$$-\hat{F}(\tau_t)=\frac{(1-\alpha_1)}{(1+n)k_{t+1}}$$

$$\hat{G}(\tau_t)=\frac{(1-\alpha_1)^2}{(1+n)}\times\frac{\beta(1-\beta)}{(k_{t+1}^{2-\beta}+\beta k_{t+1})}$$

この二つの式を用いて τ_t で微分すると以下のようになる。

$$(42)\quad \frac{d\hat{F}(\tau_t)}{d\tau_t}=\frac{1}{(w_t-\tau_t)^2}$$

$$(43)\quad \frac{d\hat{G}(\tau_t)}{d\tau_t}=\frac{2(1-\alpha_1)\beta(1-\beta)(2-\beta)(1+n)}{\{(w_t-\tau_t)+(w_t-\tau_t^*)\}^2[(1-\alpha_1)\{(w_t-\tau_t)+(w_t-\tau_t^*)\}^{1-\beta}+2(1+n)\beta]}$$

（42），（43）を用いて傾きを比較したいのだが，どちらの傾きが大きいかは明確でないので有り得る二つのケースについて言及しておこう。

図20のケースは所得効果が最初から大きくて，増税の効果が効用に対してマイナスにしか働かないケースである。このケースにおいては効用の増大を実現するためには減税を行うしかない。一方，図21のケースは課税が τ_0 のところで所得効果と資産効果が等しくなるケースであり，効用をプラスにするためには政府は τ_0 を越える課税を課せばよい。

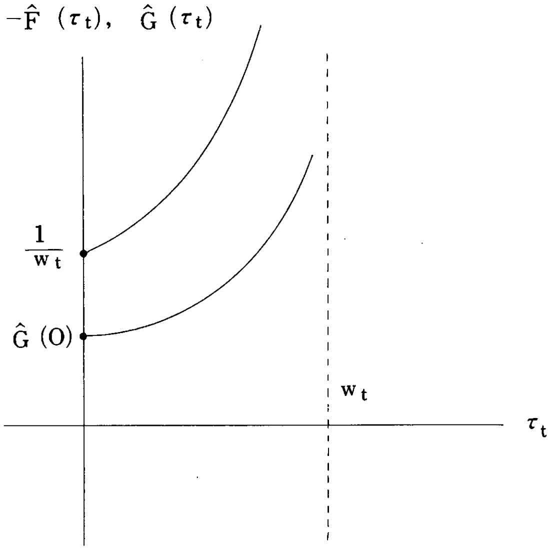


図20　所得効果＞資産効果のケース

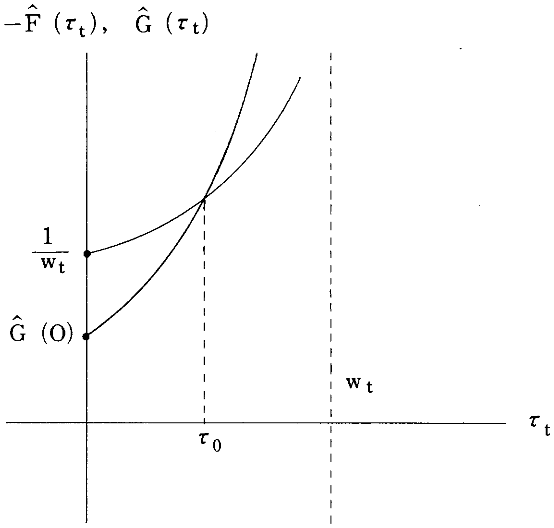


図21　所得効果 ⋛ 資産効果のケース

〈4〉二国経済（自国）―長期の場合―

$$(44)\quad \frac{dV}{d\tau}=\frac{\partial U}{\partial C_1}\times\frac{dC_1}{d(w-\tau)}\times\frac{d(w-\tau)}{d\tau}+\frac{\partial U}{\partial C_2}\times\frac{\partial C_2}{\partial r}\times\frac{dr}{d\tau}+\frac{\partial U}{\partial C_2}\times\frac{\partial C_2}{\partial(w-\tau)}\times\frac{d(w-\tau)}{d\tau}$$
$$=-\frac{1}{(w-\tau)}+\frac{(1-\alpha_1)}{(1+r)}\times\frac{dr}{d\tau}$$

さて（44）をもとにして厚生分析を行おう。長期の分析においては解の存在条件，局所安定条件を考慮しなければならないので，存在条件を求めたときと同様に $\beta=0.5$ のケースにおいて分析を進める。(44)には第１項の所得効果と第２項の資産効果がそれぞれ逆の符号で入っているので，まず各項をそれぞれ別に分析しよう。

第1項を $\hat{F}(\tau)$ とおいて図示するために τ の関数に書き換える。

$$\hat{F}(\tau) = -\frac{1}{(w-\tau)}$$
$$= -\frac{1}{(0.5k^{0.5}-\tau)}$$

また（19）より k と τ は次式の関係にある。

$$2(1+n)k-(1-\alpha_1)k^{0.5}+(1-\alpha_1)\tau = 0$$

k についてこの式を解くと次式を得る。

$$k^{0.5} = \frac{(1-\alpha_1)\pm\sqrt{(1-\alpha_1)^2-8(1+n)(1-\alpha_1)\tau}}{4(1+n)}$$

局所安定条件を考慮すると k と τ の関係は次式となる。

$$(45)\quad k^{0.5} = \frac{(1-\alpha_1)+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-8(1+n)(1-\alpha_1)\tau}}{4(1+n)}$$

（45）を $\hat{F}(\tau)$ へ代入すると次式を得る。

$$(46)\quad \hat{F}(\tau) = -\frac{4(1+n)}{(1-\alpha_1)+\sqrt{(1-\alpha_1)^2-8(1+n)(1-\alpha_1)\tau}-4(1+n)\tau}$$

解の存在条件より（46）の分母はプラスなので

$$\frac{d\hat{F}(\tau)}{d\tau} < 0\ .$$

切片については

$$\hat{F}(0) = -\frac{4(1+n)}{(1-\alpha_1)}\ .$$

よって $\hat{F}(\tau)$ のグラフは図22のようになる。

あとで第2項と比較する際に便利なように $\hat{F}(\tau)$ を正象限に移すと図23のようになる。

次に第2項を $\hat{G}(\tau)$ とおき k の関数に書き換えると以下のようになる。

$$\hat{G}(\tau) = \frac{(1-\alpha_1)^2}{8(1+n)}\times\frac{1}{k(k^{0.5}+0.5)}$$

τ で微分すると以下のようになる。

$$(47)\quad \frac{d\hat{G}(\tau)}{d\tau} = \frac{-(1-\alpha_1)^2(1.5k^{0.5}+0.5)}{8(1+n)k^2(k^{0.5}+0.5)^2}\times\frac{dk}{d\tau}$$

（35）より $dk/d\tau$ はマイナスなので

$$\frac{d\hat{G}(\tau)}{d\tau} > 0\ .$$

つぎに切片について計算する。$\tau = 0$ のとき（35）より

$$k = \frac{(1-\alpha_1)^2}{4(1+n)^2}\ .$$

この k を $\hat{G}(\tau)$ へ代入すると以下のようになる。

以上のことより $\hat{G}(\tau)$ を図示すると図24のようになる。

以上の二つの図を合わせて（44）の第1項と第2項のどちらが大きいか調べよう。そのためにまず切

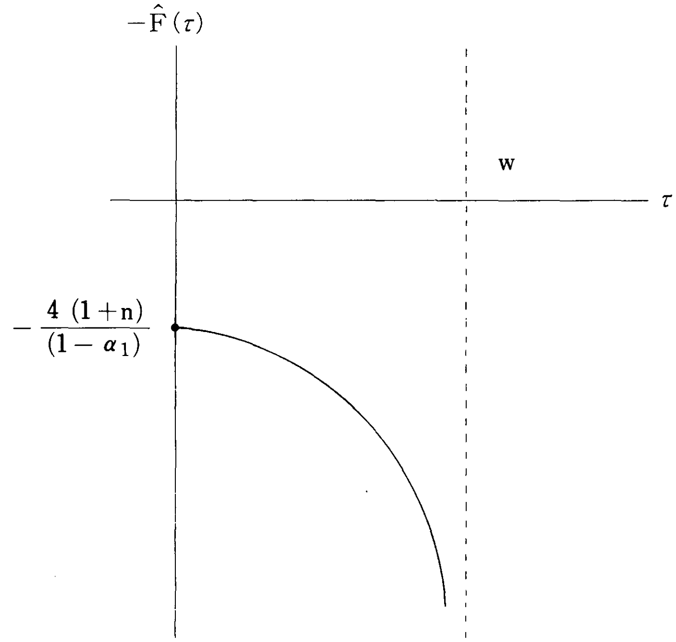


図22

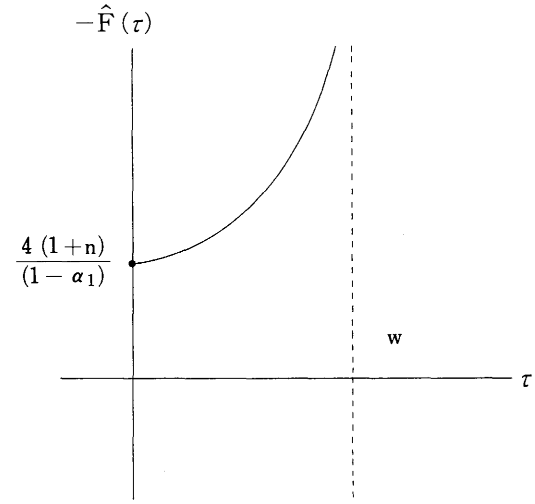


図23

片について大小関係を調べる。切片については簡単な計算によって，$-\hat{F}(\tau)$ の切片の方が大きいことが確かめられる。

切片の大小関係が分かったので次に調べることは傾きの大小であるが，長期の分析なので解の存在条件を考慮しなければならない。よって τ が (20) の条件を満たす領域においてどのように $-\hat{F}(\tau)$ と

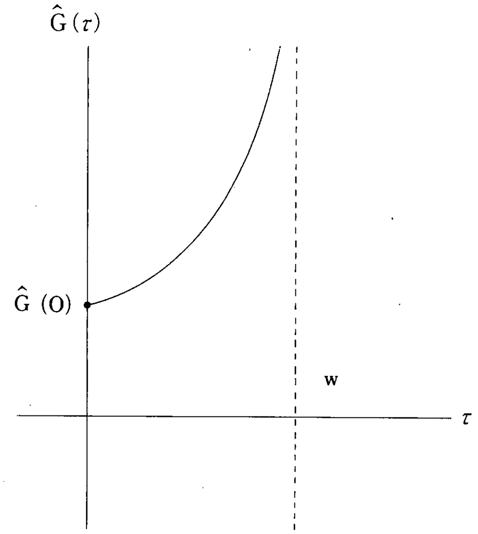


図24

$$\hat{G}(0)=\frac{(1+n)^2}{4(1-\alpha_1)+(1+n)}$$

$\hat{G}(\tau)$ が描かれるか調べよう。

$-\hat{F}(\tau)$ と $\hat{G}(\tau)$ にそれぞれ $\tau=(1-\alpha_1)/8(1+n)-\tau^*$ を代入すると以下のようになる。

$$-\hat{F}\left(\frac{(1-\alpha_1)}{8(1+n)}-\tau^*\right)=\frac{8(1+n)}{\sqrt{8(1+n)(1-\alpha_1)\tau^*}+8(1+n)\tau^*}$$

$$\hat{G}\left(\frac{(1-\alpha_1)}{8(1+n)}-\tau^*\right)=\frac{8(1+n)^2(1-\alpha_1)^2}{\{(1-\alpha_1)+\sqrt{8(1+n)(1-\alpha_1)\tau^*}\}^2\{(1-\alpha_1)+\sqrt{8(1+n)(1-\alpha_1)\tau^*}+2(1+n)\}}$$

よって

$$-\hat{F}\left(\frac{(1-\alpha_1)}{8(1+n)}-\tau^*\right)>\hat{G}\left(\frac{(1-\alpha_1)}{8(1+n)}-\tau^*\right).$$

以上より解の存在条件を満たす領域において $-\hat{F}(\tau)$, $\hat{G}(\tau)$ のグラフは図25のように書ける。

この図より明らかなように解の存在する領域においては，増税は効用に対してマイナスの効果しか持ち得ない。したがって長期においては安定性を無視できないので，効用の増大を政策目的にするときは減税せざるを得ない。

〈5〉二国経済（相手国）一短期の場合一

$$\text{(48)}\quad \frac{dV_t^*}{d\tau_t}=\frac{\partial U_t^*}{\partial C_2^{t*}}\times\frac{\partial C_2^{t*}}{\partial r_t}\times\frac{dr_t}{d\tau_t}$$
$$=\frac{(1-\alpha_1)}{(1+r_t)}\times\frac{dr_t}{d\tau_t}>0$$

このケースにおいて相手国の効用は，世界利子率の上昇によるプラスの資産効果のみを享受するので効用は増大する。

〈6〉二国経済（相手国）一長期の場合一

このケースは「二国経済（自国）一長期の場合一」と同様なので省略する。

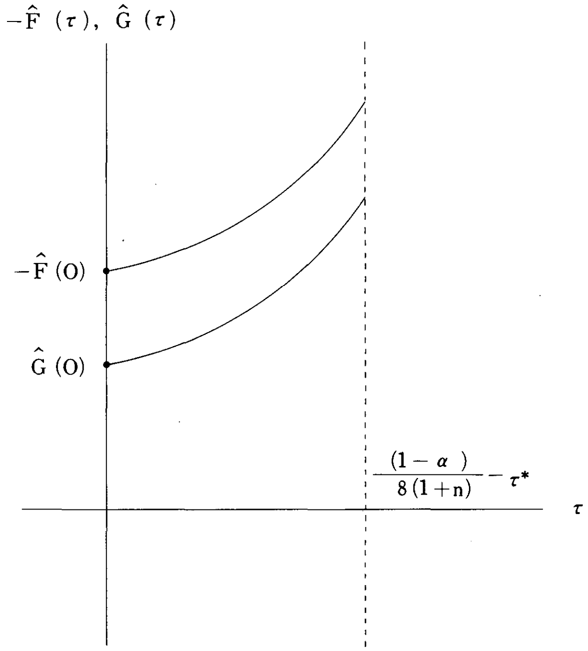


図25

6. お わ り に

本稿では，実物財・世代重複モデルを用いて，二国間の課税のちがいが利子率に及ぼす影響および自国の課税の変更が自国，相手国の効用に及ぼす影響を短期と長期について分析した。そして長期利子率の解の存在条件，局所安定のための制約条件，短期と長期において，それぞれ課税が効用に及ぼす影響について分析した。厚生分析においては，短期的には課税することによって効用が増大するケースもあり得るが，長期的には解の存在条件，局所安定条件を満たす領域においては課税することが効用を減少させることが確かめられた。

しかし残された課題も数多いので，最後に今後の課題について言及しておこう。本稿では浪費的な政府を仮定して分析を進めたが，政府が資本市場に介入してくる形で分析を行うことは重要な課題である。世代重複モデルを用いた分析なので政府が世代間に関わってくる形で資本市場に登場すれば，厚生分析においてより多くの分析をおこなうことができるであろう。

つぎに本稿においては，二国が全く同質的なケースにおいて分析を進めたが二国が異質的なケースに分析を拡張することも残された課題である。その際に，どのようにして二国を異質的なものにするかという問題があるが，まず手始めにやるべきことは生産構造を変えることであろう。これは具体的には生産関数を二国で変化させることである。そうすれば，二国間の利子率の差異が政府の活動だけでなく生産活動の違いからも生じることになり，政府は生産構造に介入することによって利子率の変動，それに伴う資本移動に影響を与えることができる。

最後に本稿で用いたモデルは実物経済モデルなので為替レートが登場することができないが，分析

をより現実的にするためにも為替レートを扱えるモデルを新たに構築して資本移動問題にアプローチすることも重要な課題である。

参 考 文 献

[1] Diamond, P. A., "National Debt in a Neoclassical Growth Model," *American Economic Review*, vol. LV, December 1965.

[2] Feldstein, M., "The Effect of Fiscal Policies when Incomes are Uncertain: A Contradiction to Ricardian Equivalence," *National Bureau of Economic Research*, Working Paper, no. 2062, November 1986b.

[3] Hamada, K., "Strategic Aspects of International Fiscal Interdependence," *Economic Studies Quarterly*, vol. 37, no. 2, June 1986.

[4] Persson, T., "Deficits and Intergenerational Welfare in Open Economies," *Journal of International Economics*, vol. 19, 1985.

[5] Samuelson, P. A., "An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money," *Journal of Political Economy*, vol. 66, December 1958.

[6] 伊藤隆敏,「財政赤字と国際資本移動の厚生経済分析」,『経済研究』, vol. 39, 1988.