Leontief-Sraffa体系における非基礎的生産物 : 「自然価格」の存在とその収束性

永田, 聖二

https://doi.org/10.15017/4491672

出版情報：經濟學研究. 53 (3), pp.15-48, 1987-10-10. 九州大学経済学会

Leontief-Sraffa 体系における非基礎的生産物

──「自然価格」の存在とその収束性──

永　田　聖　二

目　　次

はじめに

よく知られているように，増補投入行列 $\tilde{A}$ が分解不能のときには，正の利潤率 r をともなう価格体系

$$\boldsymbol{p}=(1+r)\boldsymbol{p}\tilde{A}\,;\ \boldsymbol{p}\geq\boldsymbol{0},\ r>0$$

の静学解 $\boldsymbol{p}>\boldsymbol{0}$，ならびに，$r>0$ の存在条件と，この体系に双対な体系である，半正の最終需要 $\boldsymbol{f}$ に応じる産出量体系

$$\boldsymbol{x}=\tilde{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{f}\,;\ \boldsymbol{x}\geqq\boldsymbol{0},\ \boldsymbol{f}\geq\boldsymbol{0}$$

の静学解 $\boldsymbol{x}>\boldsymbol{0}$ の存在条件とは，まったく，等しく，この両者に共通な条件は，まとめて，

$$0<\lambda(\tilde{A})<1$$

のかたちであらわすことができる。ただし，$\lambda(\tilde{A})$ は行列 $\tilde{A}$ の Frobenius 根である。永田〔8〕においては，さらに，$\tilde{A}$ が「安定な行列」であれば，それぞれの体系の動学バージョンである，乗数過程

$$\boldsymbol{x}(t)=\tilde{A}\boldsymbol{x}(t-1)+\boldsymbol{f}\,;\ \boldsymbol{x}(0)=\boldsymbol{0}$$

ならびに，利潤率均等化傾向を反映した，価格形成過程

$$\boldsymbol{p}(t)=(1+r(t-1))\boldsymbol{p}(t-1)\tilde{A}\,;$$
$$r(t-1)=\frac{\boldsymbol{p}(t-1)(\boldsymbol{I}-\tilde{A})\boldsymbol{x}(t-1)}{\boldsymbol{p}(t-1)\tilde{A}\boldsymbol{x}(t-1)}$$

は，さきに示した静学解の存在条件が満足されるとき，かつ，そのときにかぎり，それぞれの体系の静学解に収束することが示された。言い換えれば，行列 $\tilde{A}$ が「安定」であるときには，つぎにあげる 4 つの条件，

（i）産出量体系は生産的である，
（ii）正の利潤率をともなう価格体系の解，すなわち，「自然価格」[1] が存在する，
（iii）乗数過程は収束する，
（iv）任意の価格ベクトルは，究極的には，

1)　価格体系，すなわち，Sraffa 体系の静学解を，Sraffa 自身は，一般に，「価値」ないし「価格」とよんでいるが，つぎのような指摘もおこなっている。「「必要価格」，「自然価格」ないし「生産価格」というような古典派の用語がこのばあいにぴったりするだろう」(Sraffa〔14〕訳書13ページ)

「自然価格」に収束する，

は，たがいに，同値である。したがって，行列 $\tilde{A}$ が分解不能な場合には，わずか2つの条件，

（Ｉ）$\tilde{A}$ は「安定」である，

および，

（II）$\tilde{A}$ は生産的である，

さえみたされるならば，「自然価格」の存在，ならびに，任意の価格ベクトルの「自然価格」への収束性が導かれる。

ところで，Sraffa によれば，

「非基礎的生産物の価格はその生産手段の価格に依存するけれども，生産手段の価格は非基礎的生産物の価格に依存しない。ところが，基礎的生産物のばあいには，生産物の価格がその生産手段の価格に依存すると同じように，生産手段の価格も基礎的生産物の価格に依存する。」[2)]

ここで，「基礎的生産物」ないし「非基礎的生産物」の分類は，つぎのような定義にしたがう。

「ある商品が（直接的であるか間接的であるかを問わず）すべての商品の生産にはいるかどうか，これがその判定規準である。そのような商品を基礎的生産物とよび，そうでない商品を非基礎的生産物とよぼう。」[3)]

したがって，行列 $\tilde{A}$ の分解不能性を仮定することは，じつは，経済を構成するすべての部門が「基礎的」部門からなることを想定することになる。そこで，当然おこる疑問は，行列 $\tilde{A}$ の分解不能性がみたされないとき，言い換えれば，なんらかの「非基礎的生産物」の存在をみとめるときには，はたして，上述の結果は成り立つであろうかということである。本稿においては，たとえ，行列 $\tilde{A}$ が分解可能であり，

$$\tilde{A}=\begin{bmatrix}\tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12}\\ 0 & \tilde{A}_{22}\end{bmatrix};\ \tilde{A}_{11}\text{ は分解不能}$$

のようなかたちをしていたとしても，条件

（III）$\lambda(\tilde{A}_{11})>\lambda(\tilde{A}_{22})$

がみたされるかぎり，分解不能行列 $\tilde{A}_{11}$ が条件（Ｉ）ならびに（II）を満足するときには，依然として，「自然価格」の存在，および，任意に与えられた価格ベクトルの「自然価格」への収束性が導かれること，それゆえ，条件（III）がみたされるかぎり，分解可能なケースも分解不能なそれに帰着することが証明される。条件（III）の経済的意味を述べれば，つぎのようになる。すなわち，「非基礎的」グループが自グループ内部において生み出しうる自己利潤率が，「基礎的」グループのそれより大きいという条件である。もし，そうでなければ，「基礎的生産物」より低い利潤率しか生み出しえないような「非基礎的生産物」を，わざわざ，生産するような誘因は生じなかったのあろうし，さらに，「非基礎的生産物」は，経済の再生産構造のなかで必要不可欠な位置を占めているわけではないのだから，そもそも，このときには，存在しなかったはずである。条件（III）がみたされるときには，条件（Ｉ），（II）は，それぞれ，基礎財体系のみに関する，よりゆるい条件

（Ｉ′）$\tilde{A}_{11}$ は「安定」である，

あるいは，

（II′）$\tilde{A}_{11}$ は生産的である，

という条件に置き換えることができる。したがって，分解不能な体系である「基礎的」体系の性質だけから，「非基礎的」グループも含めた，体系全体における解の存在条件，ならびに，任意の価格ベクトルの静学解への，したがって「自然価格」への，収束条件は規定されるわけである。じっさい，条件（III）がみたされると

2)　Sraffa〔14〕訳書13ページ。
3)　Sraffa〔14〕訳書12ページ。

きには，じつは，

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}) = \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})$$

であることが示されるので，体系全体に関する，条件（II）と同値な条件

$$0 \leqq \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}) < 1$$

は，「基礎財」体系に関する，条件（II′）と同値な条件

$$0 < \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}) < 1$$

とまったく，同じになる。しかも，このとき，

$$r = \frac{1}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})} - 1$$

となるので，利潤率の決定は，もっぱら，「基礎財」体系内部においておこなわれることになる。さらに，「基礎財」価格ならびに「非基礎財」価格ベクトルを，それぞれ，$\boldsymbol{p}^{I}$，あるいは，$\boldsymbol{p}^{II}$ であらわせば，行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ の構成から，ただちに，

$$\boldsymbol{p}^{I} = (1+r)\boldsymbol{p}^{I}\tilde{\boldsymbol{A}}_{11},$$
$$\boldsymbol{p}^{II} = (1+r)\boldsymbol{p}^{I}\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}(\boldsymbol{I}-(1+r)\tilde{\boldsymbol{A}}_{22})^{-1}$$

を得る。したがって，「基礎財」価格は「基礎財」体系内部において決定され，いかなる「非基礎的生産物」も，その決定には，まったく，関与しない。これにたいして，「非基礎財」価格は「基礎財」価格に一方的に依存することがわかる。

§1.　数学的準備

定義1.　n 次正方行列 $\boldsymbol{A}=[a_{ij}]\geqq\boldsymbol{0}$ は，番号の集合 $\{1, 2, \cdots, n\}$ の空でない真部分集合 J が存在し，条件

$$(\forall(i, j)\in J^{c}\times J)(a_{ij} = 0)$$

をみたすとき，「分解可能」であるとよばれる。言い換えれば，分解可能行列 $\boldsymbol{A}$ は，適当な置換行列 $\boldsymbol{P}$ を用いて，

$$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix};\ \boldsymbol{A}_{11}, \boldsymbol{A}_{22} \text{ は正方行列}$$

のかたちに変換できる。

定義2.　n 次正方行列 $\boldsymbol{A}\geqq\boldsymbol{0}$ は，分解可能でないとき，「分解不能」であるという。ただし，1次のゼロ行列は，形式的にはこの条件をみたすが，分解可能であると規約する。

定理1.　n 次正方行列

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix};\ \boldsymbol{A}_{11}, \boldsymbol{A}_{22} \text{ は正方行列}$$

が非特異のとき，すなわち，

$$|\boldsymbol{A}| \neq 0$$

のとき，

$$\boldsymbol{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11}^{-1} & -\boldsymbol{A}_{11}^{-1}\boldsymbol{A}_{12}\boldsymbol{A}_{22}^{-1} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{22}^{-1} \end{bmatrix}。 \tag{1.1}$$

〔証明〕$\boldsymbol{A}$ が非特異であることから，逆行列 $\boldsymbol{A}^{-1}$ が存在するので，これを $\boldsymbol{B}$ とおき，$\boldsymbol{A}$ と同じ分割を与える。

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{11} & \boldsymbol{B}_{12} \\ \boldsymbol{B}_{21} & \boldsymbol{B}_{22} \end{bmatrix}。$$

ここで，

$$|\boldsymbol{A}| = |\boldsymbol{A}_{11}|\,|\boldsymbol{A}_{22}| \neq 0$$

から，

$$|\boldsymbol{A}_{11}| \neq 0,\ |\boldsymbol{A}_{22}| \neq 0。$$

すなわち，$\boldsymbol{A}_{11}$ ならびに $\boldsymbol{A}_{22}$ は非特異であり，したがって，逆行列 $\boldsymbol{A}_{11}^{-1}$, $\boldsymbol{A}_{22}^{-1}$ が存在することに注意する。$\boldsymbol{A}^{-1} = \boldsymbol{B}$ であるから，

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{11} & \boldsymbol{B}_{12} \\ \boldsymbol{B}_{21} & \boldsymbol{B}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix}。$$

したがって，

$$\boldsymbol{A}_{11}\boldsymbol{B}_{11}+\boldsymbol{A}_{12}\boldsymbol{B}_{21} = \boldsymbol{I},$$
$$\boldsymbol{A}_{22}\boldsymbol{B}_{21} = \boldsymbol{0},$$
$$\boldsymbol{A}_{11}\boldsymbol{B}_{12}+\boldsymbol{A}_{12}\boldsymbol{B}_{22} = \boldsymbol{0},$$
$$\boldsymbol{A}_{22}\boldsymbol{B}_{22} = \boldsymbol{I}。$$

これらのうち2番目ならびに4番目の式から，それぞれ，

$$\boldsymbol{B}_{21} = \boldsymbol{0},$$
$$\boldsymbol{B}_{22} = \boldsymbol{A}_{22}^{-1}$$

となるので，さらに，1番目，あるいは，3番目の式に代入して，

$$B_{11} = A_{11}^{-1}$$
$$B_{12} = -A_{11}^{-1}A_{12}A_{22}^{-1}$$

を得る。（証了）

定理2.　n 次正方行列

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix};\ A_{11}, A_{22} \text{ は正方行列}$$

にたいし，

$$A^t = \begin{bmatrix} A_{11}^t & \sum_{r=0}^{t-1} A_{11}^{t-r-1}A_{12}A_{22}^r \\ 0 & A_{22}^t \end{bmatrix}。$$
$$(t = 1, 2, 3, \cdots) \qquad (1.2)$$

〔証明〕$t=1$ のときは自明。$t=2$ のとき，

$$A^2 = \begin{bmatrix} A_{11}^2 & A_{11}A_{12}+A_{12}A_{22} \\ 0 & A_{22}^2 \end{bmatrix}。$$

$t-1$ のとき成り立つと仮定して，t のときを導く。

$$A^{t-1} = \begin{bmatrix} A_{11}^{t-1} & \sum_{r=0}^{t-2} A_{11}^{t-r-2}A_{12}A_{22}^r \\ 0 & A_{22}^{t-1} \end{bmatrix}$$

と仮定すれば，

$$A^t = \begin{bmatrix} A_{11}^t & \sum_{r=0}^{t-2} A_{11}^{t-r-1}A_{12}A_{22}^r + A_{12}A_{22}^{t-1} \\ 0 & A_{22}^t \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} A_{11}^t & \sum_{r=0}^{t-1} A_{11}^{t-r-1}A_{12}A_{22}^r \\ 0 & A_{22}^t \end{bmatrix}$$

となり，t のときにも成立。（証了）

定義3.　分解不能行列 $A\geqq 0$ は，任意のベクトル $p\geqq 0$ にたいして，

$$\lim_{t\to\infty} p\left(\frac{A}{\lambda(A)}\right)^t$$

が存在するとき，「安定な行列」という。ただし，$\lambda(A)$ は，行列 A の Frobenius 根である[1]。

定理3.　$A\geqq 0$ を安定な行列とするとき，任意のベクトル $p\geqq 0$ にたいして，$p\left(\frac{A}{\lambda(A)}\right)^t$ は，$\lambda(A)$ に属する A の正固有ベクトルに収束。

1)　A の分解不能性により，$\lambda(A)>0$。したがって，この式は意味をもつ。二階堂〔9〕86ページ参照。

〔証明〕二階堂〔9〕92ページ，あるいは，永田〔8〕参照。（証了）

定義4.　$A\geqq 0$ を分解不能な n 次正方行列とする。番号の集合 $\{1, 2, \cdots, n\}$ の分割 $G_1, G_2, \cdots, G_s (s\geqq 2)$ で，条件

$$\bigcup_{k=1}^{s} G_k = \{1, 2, \cdots, n\},$$
$$G_k \neq \phi,\ (k = 1, 2, \cdots, s)$$
$$G_k \cap G_l = \phi,\ (k \neq l)$$
$$(i, j) \in G_{k+1}^c \times G_k \Rightarrow a_{ij} = 0,$$

をみたすものが存在するとき，A は imprimitive であるという。ただし，$G_{s+1}=G_1$ とする。すなわち，imprimitive な行列 A は，適当な置換行列 P を用いて，

$$P^{-1}AP = \begin{bmatrix} & & & \boxed{A_{1s}} \\ \boxed{A_{21}} & & & \\ & \boxed{A_{32}} & & \\ & & \ddots & \\ & & \boxed{A_{ss-1}} & \end{bmatrix}$$

のかたちに変換できる。なお，最後の条件は，それと同値な表現

$$j \in G_k,\ a_{ij} > 0 \Rightarrow i \in G_{k+1}$$

に言い換えることができることに注意しておく。

定義5.　imprimitive でない分解不能行列 $A\geqq 0$ を primitive であるという。

定理4.　分解不能行列 $A\geqq 0$ は，正の対角要素が存在すれば，primitive。

〔証明〕このとき，ある i に関して，

$$a_{ii} > 0$$

が成り立つので，集合 $\{1, 2, \cdots, n\}$ のどのような直和分割 $G_1, G_2, \cdots, G_s$ を与えようとも，i を含む G_k が必ず存在し，この G_k と i に関して，

$$i \in G_k,\ a_{ii} > 0 \quad \text{かつ} \quad i \notin G_{k+1}$$

となるので，A は imprimitive ではありえない。（証了）

定理5.　分解不能行列 $A\geqq 0$ は，A が primitive であるとき，かつ，そのときにかぎり，安定。

〔証明〕二階堂〔9〕89-109ページ，あるいは，永田〔8〕参照。 (証了)

定理6. 非負正方行列

$$A=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix};\ A_{11}\text{ は分解不能}$$

が，条件

$$\lambda(A_{11})>\lambda(A_{22})$$

をみたすとする。このとき，分解不能行列 A_{11} が安定ならば，A 自身も安定である[2)]。

〔証明〕行列 $\lambda I-A$ の行列式を考えると，

$$|\lambda I-A|=|\lambda I-A_{11}|\,|\lambda I-A_{22}|$$

となるので，Frobenius 根 $\lambda(A)$ は，A_{11} の固有値であるか，または，A_{22} の固有値である。ところが，仮定から，

$$\lambda(A_{11})>\lambda(A_{22})$$

だから，$\lambda(A)$の最大性により，後者のケースは排除され，じつは

$$\lambda(A)=\lambda(A_{11})$$

であることに注意する。このとき，任意のベクトル

$$p=[p^{I},p^{II}];\ p^{I}\geq 0,\ p^{II}\geqq 0$$

にたいし，定理2により，

$$p\left(\frac{A}{\lambda(A)}\right)^{t}=p\begin{bmatrix}\left(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\right)^{t} & \frac{1}{\lambda(A_{11})}\sum_{r=0}^{t-1}\left(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\right)^{t-r-1}A_{12}\left(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\right)^{r} \\ 0 & \left(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\right)^{t}\end{bmatrix}$$

となるので，極限ベクトル

$$\lim_{t\to\infty}p^{I}\left(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\right)^{t}$$

ならびに，

$$\lim_{t\to\infty}\left\{\frac{1}{\lambda(A_{11})}\sum_{r=0}^{t-1}p^{I}\left(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\right)^{t-r-1}A_{12}\left(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\right)^{r}+p^{II}\left(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\right)^{t}\right\}$$

の存在を示せばよい。前者の存在は，仮定された A_{11} の安定性からいえ，しかも，定理3により，じつは，これは Frobenius ベクトルである。さらに，

$$\lambda(A_{11})>\lambda(A_{22})$$

を考慮すれば，Frobenius の定理から，後者の第2項はゼロベクトルに収束することがわかる[3)]。したがって，定理が成り立つためには，けっきょく，

$$\lim_{t\to\infty}\frac{1}{\lambda(A_{11})}\sum_{r=0}^{t-1}p^{I}\left(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\right)^{t-r-1}A_{12}\left(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\right)^{r}$$

の存在を示しさえすればよい。

そこで，

$$S(t)=\frac{1}{\lambda(A_{11})}\sum_{r=0}^{t-1}p^{I}\left(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\right)^{t-r-1}A_{12}\left(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\right)^{r}\quad(t=1,2,3,\cdots)$$

とおけば，

$$\begin{aligned}S(t+1)-S(t)\left(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\right)&=\frac{1}{\lambda(A_{11})}\left\{\sum_{r=0}^{t}p^{I}\left(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\right)^{t-r}A_{12}\left(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\right)^{r}-\sum_{r=0}^{t-1}p^{I}\left(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\right)^{t-r-1}A_{12}\left(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\right)^{r+1}\right\}\\&=\frac{1}{\lambda(A_{11})}\left\{\sum_{r=0}^{t}p^{I}\left(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\right)^{t-r}A_{12}\left(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\right)^{r}-\sum_{r=1}^{t}p^{I}\left(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\right)^{t-r}A_{12}\left(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\right)^{r}\right\}\\&=\frac{1}{\lambda(A_{11})}p^{I}\left(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\right)^{t}A_{12}。\end{aligned}$$

一方，Frobenius の定理により，逆行列

$$\left(I-\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\right)^{-1}\geqq 0$$

が存在するので，

2) ここで，A 自身が安定であるという表現は，必ずしも分解不能性を前提としない，より広義な意味として考えられている。

3) Frobenius の定理に関しては，二階堂〔9〕72-80ページ参照。

$$S=\frac{1}{\lambda(A_{11})}\hat{p}^I A_{12}\Big(I-\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)^{-1}$$

とおけば，

$$S\Big(I-\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)=\frac{1}{\lambda(A_{11})}\hat{p}^I A_{12}。$$

ここで，$\hat{p}^I$ は，安定な行列 A_{11} の極限ベクトルとなる，Frobenius ベクトルである。すなわち，任意の $p^I \geq 0$ にたいし，

$$\hat{p}^I=\lim_{t\to\infty} p^I\Big(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\Big)^t;$$

$$\hat{p}^I=\frac{1}{\lambda(A_{11})}\hat{p}^I A_{11},\ \hat{p}^I>0。$$

そうすると，

$$\begin{aligned}
&S(t+1)-S\\
&=(S(t)-S)\Big(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)\\
&\quad+\frac{1}{\lambda(A_{11})}\Big(p^I\Big(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\Big)^t-\hat{p}^I\Big)A_{12}\\
&=\Big[(S(1)-S)\Big(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)^{t-1}\\
&\quad+\frac{1}{\lambda(A_{11})}\sum_{r=0}^{t-2}\Big(p^I\Big(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\Big)^{t-r-1}\\
&\quad-\hat{p}^I\Big)A_{12}\Big(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)^r\Big]\Big(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)\\
&\quad+\frac{1}{\lambda(A_{11})}\Big(p^I\Big(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\Big)^t-\hat{p}^I\Big)A_{12}\\
&=(S(1)-S)\Big(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)^t\\
&\quad+\frac{1}{\lambda(A_{11})}\sum_{r=0}^{t-2}\Big(p^I\Big(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\Big)^{t-r-1}\\
&\quad-\hat{p}^I\Big)A_{12}\Big(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)^{r+1}\\
&\quad+\frac{1}{\lambda(A_{11})}\Big(p^I\Big(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\Big)^t-\hat{p}^I\Big)A_{12}\\
&=(S(1)-S)\Big(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)^t\\
&\quad+\frac{1}{\lambda(A_{11})}\sum_{r=0}^{t-1}\Big(p^I\Big(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\Big)^{t-r}\\
&\quad-\hat{p}^I\Big)A_{12}\Big(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)^r。
\end{aligned}$$

上式の最初の項は，$t\to\infty$ ならしめれば，さきに示したように，ゼロベクトルに収束する。一方，第2項に関しても，

$$\begin{aligned}
&\lim_{t\to\infty}\lim_{r\to t-1}\Big(p^I\Big(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\Big)^{t-r}-\hat{p}^I\Big)A_{12}\Big(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)^r\\
&=\lim_{t\to\infty}\lim_{r\to 0}\Big(p^I\Big(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\Big)^{r+1}\\
&\quad-\hat{p}^I\Big)A_{12}\Big(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)^{t-r-1}=0,
\end{aligned}$$

ならびに，

$$\begin{aligned}
&\lim_{t\to\infty}\lim_{r\to 0}\Big(p^I\Big(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\Big)^{t-r}\\
&\quad-\hat{p}^I\Big)A_{12}\Big(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)^r=0
\end{aligned}$$

が成り立つので，$t\to\infty$ ならしめたとき，級数

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\lambda(A_{11})}\sum_{r=0}^{t-1}\Big(p^I\Big(\frac{A_{11}}{\lambda(A_{11})}\Big)^{t-r}\\
&\quad-\hat{p}^I\Big)A_{12}\Big(\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)^r
\end{aligned}$$

は，ゼロベクトルに収束することがわかる。これで，極限ベクトル

$$\lim_{t\to\infty}S(t)=S=\frac{1}{\lambda(A_{11})}\hat{p}^I A_{12}\Big(I-\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)^{-1}$$

の存在が示された。

なお，$p^I=0,\ p^{II}\geq 0$ のケースでは，定理の成立は自明。　　　　（証了）

系． 行列

$$A=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12}\\ 0 & A_{22}\end{bmatrix}$$

が定理6の条件をみたせば，任意のベクトル

$$p=[p^I,p^{II}];\ p^I\geq 0,\ p^{II}\geqq 0$$

にたいし，

$$\begin{aligned}
&\lim_{t\to\infty}p\Big(\frac{A}{\lambda(A)}\Big)^t\\
&=\Big[\hat{p}^I,\ \frac{1}{\lambda(A_{11})}\hat{p}^I A_{12}\Big(I-\frac{A_{22}}{\lambda(A_{11})}\Big)^{-1}\Big]。
\end{aligned}\tag{1.3}$$

ここで，$\hat{p}^I>0$ は，$\lambda(A)=\lambda(A_{11})$ に属する A_{11} の Frobenius ベクトルである。

§2. 基礎的生産物と非基礎的生産物

〔1〕 産生量体系

投入係数行列 $\boldsymbol{A}$，労働投入係数（行）ベクトル $\boldsymbol{a}_o$，必要消費（列）ベクトル $\boldsymbol{c}$ を，それぞれ，つぎのように定義する。

$\boldsymbol{A} = [a_{ij}] \geqq \boldsymbol{0}$;
a_{ij} = 商品 j の1単位の生産に必要な商品 i の数量。
$\boldsymbol{a}_o = [a_{oj}] \geqq \boldsymbol{0}$;
a_{oj} = 商品 j の1単位の生産に必要な労働。
$\boldsymbol{c} = [c_j] \geqq \boldsymbol{0}$;
c_j = 労働力の1単位の再生産に必要な商品 j の数量。

さらに，増補投入行列 $\tilde{\boldsymbol{A}} = [\tilde{a}_{ij}]$ を，つぎのように定める。

$$\tilde{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{c}\boldsymbol{a}_o \geqq \boldsymbol{0}。$$

すなわち，$\tilde{\boldsymbol{A}}$ の (i, j) 成分 $\tilde{a}_{ij}$ は，商品 j を1単位生産するにさいして，生産手段として a_{ij} 単位，加えて，労働者のための賃金財のかたちで $c_i a_{oj}$ 単位，必要となる商品 i の数量をあらわす。一般に，行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ は，$\tilde{\boldsymbol{A}}$ を構成する部門の番号を適当につけかえることにより，

$$\tilde{\boldsymbol{A}} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{A}}_{11} & \tilde{\boldsymbol{A}}_{12} \\ \boldsymbol{0} & \tilde{\boldsymbol{A}}_{22} \end{bmatrix};$$

$\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}, \tilde{\boldsymbol{A}}_{22}$ は正方行列，$\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ は分解不能

のかたちであらわすことができる。$\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ は分解不能だから，この行列を構成する産業グループにおいて，任意の部門 i は任意の部門 j の生産物を，直接的にであれ間接的にであれ，必ず投入する[1)]。これにたいして，行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}_{22}$ を構成する産業グループは，$\tilde{\boldsymbol{A}}_{12} \geqq \boldsymbol{0}$ であるかぎり，前者のグループからの生産物の投入を必要とするが，前者のグループにはこのグループの生産物の投入は，まったく，必要とされない。言い換えれば，前者のグループが後者のグループから独立した投入産出構造をもつのにたいして，後者は前者にたいして一方的に従属している。そこで，前者のグループを構成する産業を「基礎的産業」あるいは「基礎的部門」，その生産物を「基礎的生産物」または「基礎財」とよび，他方，後者のグループに属する産業を「非基礎的産業」あるいは「非基礎的部門」，その生産物を「非基礎的生産物」ないし「非基礎財」とよぶ。なお，定義から明らかに，非基礎的グループには賃金財生産部門は含まれないので，行列 $\boldsymbol{A}$ ならびにベクトル $\boldsymbol{c}, \boldsymbol{a}_o$ に，$\tilde{\boldsymbol{A}}$ と同じ分割を与えれば，

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c}^I \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{a}_o = [\boldsymbol{a}_o^I, \boldsymbol{a}_o^{II}]。$$

したがって，じつは

$$\tilde{\boldsymbol{A}}_{11} = \boldsymbol{A}_{11} + \boldsymbol{c}^I \boldsymbol{a}_o^I,$$
$$\tilde{\boldsymbol{A}}_{12} = \boldsymbol{A}_{12} + \boldsymbol{c}^I \boldsymbol{a}_o^{II},$$
$$\tilde{\boldsymbol{A}}_{22} = \boldsymbol{A}_{22}$$

であることがわかる。

産出量（列）ベクトルを $\boldsymbol{x}$ としよう。

$\boldsymbol{x} = [x_i] \geqq \boldsymbol{0}$;
x_i = 商品 i の産出量。

このとき，行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ は「生産的」であると仮定する。

仮定1. $(\exists\, \boldsymbol{x} \geqq \boldsymbol{0})(\boldsymbol{x} > \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x})$。

すなわち，考察の対象となる経済において，労

---

1) 正方行列 $\boldsymbol{A} \geqq \boldsymbol{0}$ にたいし，$k_o = i$ から $k_\nu = j$ へ連なる連鎖
$\{k_0, k_1, \cdots, k_\nu\}$
でその任意の2つの連続する部門 k_s と k_{s+1} とが直接的に連結しているようなもの，すなわち，
$a_{k_s k_{s+1}} > 0$
であるようなものが存在するとき，第 i 部門は第 j 部門に「連結」しているという。行列 $\boldsymbol{A} \geqq \boldsymbol{0}$ の分解不能性は，$\boldsymbol{A}$ を構成する任意の部門 i が任意の部門 j に「連結」しているという条件と同値である。Nikaido〔10〕P. 109，あるいは，永田〔8〕参照。

働者の生活資料を含めた投入量を上まわる生産物を，各部門が，技術的に，生産可能であるような生産水準が存在する。あるいは，剰余生産物（列）ベクトル $\boldsymbol{f}$ を

$$\boldsymbol{f}=(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}$$

と定めれば，仮定1は，すべての生産物に関して剰余生産物が正となるような，非負の生産水準の存在という条件に言い換えることができる。

行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ を構成する産業のグループ分けに応じて，産出量ベクトル $\boldsymbol{x}$ ならびに剰余生産物ベクトル $\boldsymbol{f}$ も，基礎的グループIと非基礎的グループIIに分割しよう。

$$\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}^{I}\\ \boldsymbol{x}^{II}\end{bmatrix},\ \boldsymbol{f}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{f}^{I}\\ \boldsymbol{f}^{II}\end{bmatrix}。$$

このとき，産出量体系は，

$$\boldsymbol{x}=\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{f},$$

あるいは，

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}^{I}\\ \boldsymbol{x}^{II}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{A}}_{11} & \tilde{\boldsymbol{A}}_{12}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}^{I}\\ \boldsymbol{x}^{II}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{f}^{I}\\ \boldsymbol{f}^{II}\end{bmatrix}, \tag{2.1}$$

したがって，

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11} & -\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}^{I}\\ \boldsymbol{x}^{II}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{f}^{I}\\ \boldsymbol{f}^{II}\end{bmatrix}$$

のかたちであらわされる。仮定1がみたされれば，Frobenius の定理により，逆行列

$$(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}=\begin{bmatrix}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})^{-1} & (\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})^{-1}\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22})^{-1}\\ \boldsymbol{0} & (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22})^{-1}\end{bmatrix}\geqq\boldsymbol{0}$$

が存在する。ここで，$\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ の分解不能性から，

$$(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})^{-1}>\boldsymbol{0}$$

である。そうすると，任意の半正ベクトル $\boldsymbol{f}$ にたいして，産出量体系は，非負解

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}^{I}\\ \boldsymbol{x}^{II}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})^{-1}\boldsymbol{f}^{I}+(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})^{-1}\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22})^{-1}\boldsymbol{f}^{II}\\ (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22})^{-1}\boldsymbol{f}^{II}\end{bmatrix} \tag{2.2}$$

をもつ。上式から，非基礎財（最終）需要がゼロのときには，たとえなんらかの基礎的部門に正の（最終）需要が生じたとしても，非基礎的グループには乗数効果が波及することなく，非基礎財産出量水準は，すべて，ゼロにとどまることがわかる。すなわち，

$$\boldsymbol{f}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{f}^{I}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\geq\boldsymbol{0}$$

にたいし，

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}^{I}\\ \boldsymbol{x}^{II}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})^{-1}\boldsymbol{f}^{I}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}\geq\boldsymbol{0}。$$

とくに，$\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ の分解不能性から，

$$\boldsymbol{x}^{I}=(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})^{-1}\boldsymbol{f}^{I}>\boldsymbol{0}$$

であるから，乗数効果が非基礎財部門にはいっさい波及しないのにたいして，基礎的グループにおいては，すべての部門が波及効果の恩恵を受けるという対照的な結果が生じる。それでは，非基礎的グループにのみ半正の（最終）需要が生じた場合には，どうなるであろうか。ここで，仮定2をおく。

仮定2． 行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}$ は各列に少なくとも1つ正の要素をもつ[2)]。

すでに述べたように，基礎的グループのなかには賃金財生産部門が含まれる。したがって，非基礎的部門 j において正の労働投入を必要とするかぎり，$\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}$ の第 j 列は半正であることがわかる。仮定2は，さらに，労働投入を必要とし

2) この仮定はゆるめることができる。すなわち，たとえ $\tilde{A}_{12}$ のなかにゼロの列 j が存在したとしても，この j にたいして，ゼロでない列 i が，行列 $\mathbf{A}_{22}$ において，連結してさえいればよい。このとき，すべての基礎財部門は，部門 i を経由して，部門 j に連結することになるので，乗数効果の波及は基礎財部門すべてにおよぶ。このゆるめられた仮定が，厳密な意味で，Sraffa 本来の「基礎的生産物」の定義に合致する。このゆるめられた仮定の経済的意味は，Sraffa によれば，「生糸」のように「他の奢侈品の生産に対してだけ使われるような「奢侈品」」でさえも，基礎的生産物の投入を，間接的に，必要とすることである。Sraffa〔14〕訳書10-12ページ参照。

ない非基礎的部門においても，なんらかの基礎的生産物の投入が必要であることを意味する。仮定2がみたされれば，$(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})^{-1}$ が正行列であることから，

$$(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})^{-1}\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}>\boldsymbol{0}$$

となるので，任意の半正ベクトル $\boldsymbol{f}^{II}$ が与えられたとき，

$$(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})^{-1}\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22})^{-1}\boldsymbol{f}^{II}>\boldsymbol{0}$$

を得る。したがって，基礎的部門においては，たとえグループ内に正の（最終）需要が生じる部門をもたなくとも，非基礎的グループに半正の（最終）需要が生じさえすれば，乗数効果の波及過程を通じて，グループ内のどの部門も正の産出量をもつことになる。行列表示すれば，

$$\boldsymbol{f}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{f}^{II}\end{bmatrix}\geq\boldsymbol{0}$$

にたいして，

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}^{I}\\ \boldsymbol{x}^{II}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})^{-1}\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22})^{-1}\boldsymbol{f}^{II}\\ (\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22})^{-1}\boldsymbol{f}^{II}\end{bmatrix}\geq\boldsymbol{0}。$$

ここで，$\boldsymbol{x}^{I}>\boldsymbol{0}$ である。このように，基礎的グループに属する任意の部門の生産物は，経済内のどのような生産物を生産するためにも，必ず，投入物として必要とされるのにたいして，非基礎的グループに属する部門の生産物は，たとえそれらが投入物として必要とされたとしても，せいぜい自グループ内から求められたにすぎず，けっして，基礎的グループからの乗数効果が波及することはない。

これらの結果の系として，興味深い事例を考えることができる。すなわち，基礎的部門に生じた最終需要は，それがなんであれ，それによる乗数効果の波及は自グループ内にとどまり，けっして，非基礎的グループに効果を及ぼすことはない。その結果，最終需要の範囲内で，生産手段あるいは生活資料のかたちで，生産能力の増大をもたらす。これにたいして，最終需要が非基礎的部門に生じた場合には，乗数効果の波及は，自グループ内部のみにとどまらず，基礎的グループに属する任意の産業の生産を例外なく刺激する。その結果，生産能力の，必要以上の，増大をともなうことなく，雇用の創出が可能である。したがって，生産能力が過剰に存在する不況期において，政府の公共支出の対象として望ましいものは，基礎的生産物よりもむしろ非基礎的生産物の方である。なぜならば，前者にたいする投資の帰結は，経済のなかでかぎられた部門だけにしか乗数効果を及ぼさないばかりか，不況期においてかえって生産能力の増大をもたらすことになろう。これにたいして，非基礎的部門に最終需要が生じれば，生産能力をこれ以上高めることなく，ほとんどすべての部門にたいして乗数効果が及ぶであろうからである。逆説的にも，Keynes が指摘したように，不況期においては，いっけん不生産的であると考えられる「ピラミッドの建築」や「地中の穴掘り」ですら，生産能力のこれ以上の拡大をともなうことなく，雇用の増大をもたらすために適した手段となろう[3)]。

〔2〕 価格体系

価格（行）ベクトル $\boldsymbol{p}$，賃金率 w，利潤率 r

3) Keynes〔2〕訳書127-129ページ参照。なお，生産能力利用度の低下が投資にたいして不利な影響を与えることは，Steindl〔15〕において強調されている。すなわち，

「利用度の低下は過剰能力の増大を意味する。しかし，この過剰能力の増大は，望まれたものでも，計画されたものでもなく，有効需要の欠乏によって外部から強制されたものである。この望ましくない過剰能力は，おそらく投資に不利な影響をおよぼすであろう。」(Steindl〔15〕訳書155ページ)

を，それぞれ，つぎのように定義する。

$\boldsymbol{p}=[p_i]\geqq\boldsymbol{0}$;
$p_i=$ 商品 i の価格。
$w=$ 労働力1単位あたりに支払われる賃金。
$r=$ 生産物1単位あたりに投下された生産費にたいする収益率。

このとき，すべての産業に斉一利潤率 r をもたらす価格 $\boldsymbol{p}$ は，条件

$$\boldsymbol{p}=(1+r)(\boldsymbol{pA}+w\boldsymbol{a}_o)$$

を満足しなければならない。ここで，賃金率 w は，必要消費 $\boldsymbol{c}$ をちょうど過不足なく購入できる額に等しいと仮定すれば，

$$w=\boldsymbol{pc}=\boldsymbol{p}^I\boldsymbol{c}^I$$

であるから，上式に代入して，

$$\boldsymbol{p}=(1+r)\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}},$$

あるいは，

$$[\boldsymbol{p}^I,\boldsymbol{p}^{II}]=(1+r)[\boldsymbol{p}^I,\boldsymbol{p}^{II}]\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{A}}_{11} & \tilde{\boldsymbol{A}}_{12}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{22}\end{bmatrix}\tag{2.3}$$

を得る。ただし，$\boldsymbol{p}^I,\boldsymbol{p}^{II}$ は，それぞれ，基礎的グループ，あるいは，非基礎的グループの価格を示す。そうすると，

$$\boldsymbol{p}^I=(1+r)\boldsymbol{p}^I\tilde{\boldsymbol{A}}_{11},$$
$$\boldsymbol{p}^{II}=(1+r)(\boldsymbol{p}^I\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}+\boldsymbol{p}^{II}\boldsymbol{A}_{22})$$

だから，基礎的生産物の価格は，自グループ内の事情によって完全に定まってしまうばかりか，その動向は，波及効果を通じて，経済内のすべての部門の価格の運動を左右する。これにたいして，非基礎的生産物の価格は，自グループ内だけではけっして決定されることなく，基礎財価格に一方的に依存する。そればかりか，このグループの生産物価格がどのような値をとろうとも，けっして，基礎財価格が変更されることはない。これらの結果が，産出量体系における両グループの役割と対照的であることは興味深い。すなわち，非基礎的グループに発生した最終需要は，かならず，基礎的グループを構成する任意の部門において生産を刺激するにもかかわらず，基礎財価格は非基礎財価格からは独立に定まる。これにたいして，正の最終需要が，基礎的グループに属する産業に生じた場合には，その波及効果は自グループ内にとどまり，けっして，非基礎的グループに属するいかなる産業の生産も喚起することはないにもかかわらず，基礎財価格の決定をまって，はじめて，非基礎財価格は決定されることになる。

ところで，

$$\mu=\frac{1}{1+r}$$

とおけば，価格ベクトル $\boldsymbol{p}$ は，非負固有値問題

$$\mu\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\,;\ \boldsymbol{p}\geq\boldsymbol{0},\ \mu\geqq 0$$

の解である。この非負固有値問題は，Frobenius の定理から，解

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\,;\ \boldsymbol{p}\geq\boldsymbol{0},\ \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\geqq 0$$

をもつことがわかる。ここで，$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})$ は $\tilde{\boldsymbol{A}}$ の Frobenius 根である。上式を行列表示すれば，

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})[\boldsymbol{p}^I,\boldsymbol{p}^{II}]=[\boldsymbol{p}^I,\boldsymbol{p}^{II}]\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{A}}_{11} & \tilde{\boldsymbol{A}}_{12}\\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{22}\end{bmatrix}$$

であるから，

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{p}^I=\boldsymbol{p}^I\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}\,;\ \boldsymbol{p}^I\geqq\boldsymbol{0},\ \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\geqq 0\tag{2.4}$$

が成り立つ，ここで，

$$|\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}|=|\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}|\,|\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22}|=0$$

であることに注意すれば，$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})$ は $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ の固有値であるか，または，$\boldsymbol{A}_{22}$ の固有値であることがわかる。かりに，$\lambda(\boldsymbol{A}_{22})>\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})$ と仮定しよう。このとき，$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})$ の最大性から，

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})=\lambda(\boldsymbol{A}_{22})>\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})$$

が成り立つ。したがって，(2.4) において，$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})$ は $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ の固有値にはなりえないので，けっきょく，

$$\boldsymbol{p}^I=\boldsymbol{0}$$

とならねばならぬ。これは，体系内の基礎財価格がすべてゼロという無意味な結果を招く。この帰結の経済的意味を述べよう。$\lambda(\boldsymbol{A}_{22})$ が $\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})$ より大であるということは，基礎的グループが生み出しうる利潤率が，非基礎的グループのそれより大きいことを意味するので，後者の利潤率が経済全体において支配的になるためには，前者の価格がゼロにまで下がらなければならない。これが $\boldsymbol{p}^{I}=\boldsymbol{0}$ が要求される理由である。しかしながら，経済において，非基礎的グループが，どうあがいても，基礎的グループより低い利潤率しか生むことができなければ，そもそも，必要不可欠なわけでもない非基礎的生産物が経済内で生産される誘因が存在するとは考えられない。したがって，このケースでは，経済内のすべての部門が基礎的部門にあたると考えてもよい。そもそも，非基礎的部門は，いっさい，存在しなかったのである。一方，

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}) = \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}) = \lambda(\boldsymbol{A}_{22}) > 0$$

のときには，非負固有値問題

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{p}^{I} = \boldsymbol{p}^{I}\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$$

の解 $\boldsymbol{p}^{I}>\boldsymbol{0}$ が存在し，しかも，この $\boldsymbol{p}^{I}$ は，条件

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{p}^{II} = \boldsymbol{p}^{I}\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}+\boldsymbol{p}^{II}\boldsymbol{A}_{22}$$

を満足する。ここで，かりに，$\boldsymbol{p}^{II}\geqq\boldsymbol{0}$ とすれば，仮定 2 により，

$$\boldsymbol{p}^{II}(\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22}) = \boldsymbol{p}^{I}\tilde{\boldsymbol{A}}_{12} > \boldsymbol{0}$$

をみたす非負解 $\boldsymbol{p}^{II}$ が存在することになるので，行列 $\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22}$ は非負逆転可能となり，$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})=\lambda(\boldsymbol{A}_{22})$ に矛盾する。したがって，$\boldsymbol{p}^{II}$ のなかには，少なくとも 1 つ，負の要素が存在しなければならない。これは，非基礎的生産物のなかに負の価格を認めることになり，無意味である。この結果の経済的意味は，つぎのようにまとめられる。すなわち，たとえ非基礎的部門が，自グループ内において，基礎的グループが生み出す率と同じだけの利潤率を生み出しうるとしても，非基礎的部門は，みずからのグループの範囲内では自立することができず，かならず，基礎的グループからの投入を必要とする。その結果，その分だけ非基礎的生産物の生産費は上昇するので，非基礎財価格が半正であるかぎり，非基礎的グループの利潤率は，基礎的グループのそれよりも下がるはずである。前者を後者と同じ水準にとどめるためには，なんらかの非基礎財が負の価格をもち，上昇した生産費をうめあわせるだけ生産費を下げるために貢献しなければならない。かくして，このケースにおいても，非基礎財は，少なくとも 1 部門，存在しなかったはずである。

このように，$\lambda(\boldsymbol{A}_{22})$ が $\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})$ より大であろうと，あるいは，等しかろうと，いずれにしても，経済的に無意味であるから，つぎのように仮定してもよかろう。

仮定3. $\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})>\lambda(\boldsymbol{A}_{22})$。

この仮定の経済的意味は自明であろう。非基礎的部門が自グループ内において生み出しうる利潤率が，基礎的グループのそれより大きくないかぎり，そもそも，非基礎財は，少なくとも 1 部門，存在しなかったはずである。非基礎的生産物は基礎的生産物にとって，まったく，必要とされない。そればかりか，前者にとって後者は必要不可欠である。したがって，前者は後者の条件を一方的に認める以外は存立の根拠をもたない。非基礎的生産物にとって，基礎的生産物の条件は絶対である。

仮定 3 がみたされれば，非負固有値問題（2.4）は，解

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{p}^{I} = \boldsymbol{p}^{I}\tilde{\boldsymbol{A}}_{11};$$
$$\boldsymbol{p}^{I} \geq \boldsymbol{0},\ \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}) = \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}) \geqq 0$$

をもつが，$\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ の分解不能性から，じつは，

$\boldsymbol{p}^I > \boldsymbol{0},\ \lambda(\tilde{A}) > 0$。

さらに，非負固有値問題

$$\mu \boldsymbol{p}^I = \boldsymbol{p}^I \tilde{\boldsymbol{A}}_{11}\ ;\ \boldsymbol{p}^I \geq \boldsymbol{0},\ \mu \geqq 0$$

は，$\mu = \lambda(\tilde{A}) = \lambda(\tilde{A}_{11})$ 以外に解をもたず，しかも，Frobenius ベクトル $\boldsymbol{p}^I > \boldsymbol{0}$ は，スカラー倍を除いて，一意である。そうすると，利潤率 r は，

$$r = \frac{1}{\lambda(\tilde{A}_{11})} - 1 \qquad (2.5)$$

から，一意に，定まることになるが，この決定関係は，いかなる非基礎的生産物側の条件にも依存しないことがわかる。言い換えれば，利潤率の決定には非基礎的部門はいっさい関与せず，もっぱら，基礎的グループ内部において利潤率 r は決定される。しかも，仮定1から，ある産出量ベクトル $\boldsymbol{x}^I \geqq \boldsymbol{0}$ にたいして，

$$\boldsymbol{x}^I > \tilde{\boldsymbol{A}}_{11} \boldsymbol{x}^I,$$

すなわち，行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ は生産的であることがわかるので，Frobeniusの定理により，

$$0 < \lambda(\tilde{A}_{11}) < 1。$$

したがって，

$$r > 0$$

となり，求められる利潤率は正であることがわかる。このようにして，基礎財価格 $\boldsymbol{p}^I > \boldsymbol{0}$ ならびに斉一利潤率 $r > 0$ が定まれば，仮定3から，

$$0 \leqq \lambda(\boldsymbol{A}_{22}) < \lambda(\tilde{A}_{11}) < 1,$$

したがって，逆行列

$$(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}_{22})^{-1} \geqq \boldsymbol{0}$$

ならびに

$$\left(\boldsymbol{I} - \frac{\boldsymbol{A}_{22}}{\lambda(\tilde{A}_{11})}\right)^{-1} \geqq \boldsymbol{0}$$

が存在することがわかるので，あわせて，非基礎財価格 $\boldsymbol{p}^{II}$ が，次式から定まる。

$$\boldsymbol{p}^{II} = (1+r)\boldsymbol{p}^I \tilde{\boldsymbol{A}}_{12}(\boldsymbol{I} - (1+r)\boldsymbol{A}_{22})^{-1} > \boldsymbol{0}。 \qquad (2.6)$$

さきに述べたように，基礎財価格ベクトル $\boldsymbol{p}^I > \boldsymbol{0}$ は，スカラー倍を除いて一意であるから，賃金単位ではかった価格

$$\boldsymbol{p}^I_w = \frac{\boldsymbol{p}^I}{w} = \frac{\boldsymbol{p}^I}{\boldsymbol{p}^I \boldsymbol{c}^I},$$

ならびに，

$$\boldsymbol{p}^{II}_w = (1+r)\boldsymbol{p}^I_w \tilde{\boldsymbol{A}}_{12}(\boldsymbol{I} - (1+r)\boldsymbol{A}_{22})^{-1}$$

は，それぞれ，一意に定まる。なお，この推論の系として，基礎財体系が生産的ならば，仮定3がみたされるかぎり，非基礎財体系も生産的であることが導かれるが，じつは，このとき，両者を含めた全体系も生産的である。なぜなら，このとき，

$$0 < \lambda(\tilde{A}_{11}) = \lambda(\tilde{A}) < 1$$

が成り立つからである。したがって，仮定3さえみたされれば，基礎財体系が生産的であるという条件は，全体系が生産的であるという条件に同値であり，とくに，非基礎財体系が生産的であるという条件を含む。

〔3〕 価値体系

賃金単位表示の価格 $\boldsymbol{p}_w$ は，商品1単位に相当する金額で購入することができる労働量をあらわす。したがって，価格体系においては，再生産過程は支配労働の観点から位置づけられたものとなる。それでは，投下労働の側面から再生産過程に注目すれば，どうなるであろうか。そこで，価値（行）ベクトル $\boldsymbol{v}$ を導入しよう。

$\boldsymbol{v} = [v_j]$;

$v_j =$ 商品 j を1単位生産するために必要とされる，直接労働投入量プラス生産手段に投入された間接労働投入量，

と定義すれば，価値方程式

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{a}_o$$

を得る。あるいは，

$$[\boldsymbol{v}^I, \boldsymbol{v}^{II}] = [\boldsymbol{v}^I, \boldsymbol{v}^{II}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix} + [\boldsymbol{a}_o^I, \boldsymbol{a}_o^{II}]。 \quad (2.7)$$

ここで，$\boldsymbol{v}^I$, $\boldsymbol{v}^{II}$ は，それぞれ，基礎的グループ，あるいは，非基礎的グループの価値ベクトルを示し，また，$\boldsymbol{a}_o^I$, $\boldsymbol{a}_o^{II}$ は，それぞれのグループの労働投入係数ベクトルをあらわす。

$$\tilde{\boldsymbol{A}} \geqq \boldsymbol{A} \geqq \boldsymbol{0}$$

に注意すれば，仮定 1 がみたされるとき，条件

$$\boldsymbol{x} > \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x} \geqq \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$$

を満足する非負の産出量ベクトル $\boldsymbol{x}$ が存在する。すなわち，行列 $\boldsymbol{A}$ は生産的であるから，Frobenius の定理により，

$$0 \leqq \lambda(\boldsymbol{A}) < 1$$

を得る。このとき，行列 $\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}$ は非負逆転可能であるから，

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{a}_o(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1} \geq \boldsymbol{0}。 \quad (2.8)$$

あるいは，

$$\boldsymbol{v}^I = \boldsymbol{a}_o^I(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{11})^{-1} \geq \boldsymbol{0},$$
$$\boldsymbol{v}^{II} = \boldsymbol{a}_o^I(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{11})^{-1}\boldsymbol{A}_{12}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22})^{-1} + \boldsymbol{a}_o^{II}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22})^{-1} \geqq \boldsymbol{0}$$

である。価格体系と同じく，価値体系においても，基礎財価値は，もっぱら，自グループ内の事情から決定されるのにたいして，非基礎財価値は，基礎財価値に一方的に依存することがわかる。また，仮定 3 がみたされるとき，基礎財体系が生産的でありさえすれば，全体系の価値ベクトルが存在することになる。

〔4〕 標準体系

こんどは，すべての部門において斉一な物的剰余比率 R をもたらすような，特別の，産出量体系を考え，これを標準体系と名づける。すなわち，標準体系における産出量（列）ベクトルを $\boldsymbol{q}$ であらわせば，

$$\boldsymbol{q} = (1+R)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{q}$$

である。$\boldsymbol{q}$ を標準商品とよぶ。上式は，非負固有値問題に還元できるので，解

$$1+R = \frac{1}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})},$$

ならびに，

$$\boldsymbol{q} \geq \boldsymbol{0}$$

をもつ。したがって，標準比率 R は 利潤率 r に等しいことがわかる。じっさい，

$$(1+R)\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{q} = \boldsymbol{p}\boldsymbol{q} = (1+r)\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{q},$$
$$\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{q} > 0$$

であるから，たしかに，

$$R = r$$

となることが確認される。標準体系を，基礎的グループと非基礎的グループに分ければ，

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{q}^I \\ \boldsymbol{q}^{II} \end{bmatrix} = (1+R) \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{A}}_{11} & \tilde{\boldsymbol{A}}_{12} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}^I \\ \boldsymbol{q}^{II} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

となる。いま，仮定 3 がみたされるとしよう。このとき，

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}) = \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}) > \lambda(\boldsymbol{A}_{22})$$

が成り立つので，方程式

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{q}^{II} = \boldsymbol{A}_{22}\boldsymbol{q}^{II}$$

において，$\boldsymbol{q}^{II} \geq \boldsymbol{0}$ にはなりえない。したがって，

$$\boldsymbol{q}^{II} = \boldsymbol{0}。$$

そうすると，

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{q}^I = \tilde{\boldsymbol{A}}_{11}\boldsymbol{q}^I + \tilde{\boldsymbol{A}}_{12}\boldsymbol{q}^{II} = \tilde{\boldsymbol{A}}_{11}\boldsymbol{q}^I$$

であるから，たしかに，

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}) = \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}) > 0$$

を確認できる。また，$\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ の分解不能性から，標準商品 $\boldsymbol{q}^I$ は $\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})$ に属する正固有ベクトルであり，スカラー倍を除いて一意となることがわかる。以上のことから，標準商品 $\boldsymbol{q}$ は，じつは，

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}^I \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix};$$

$\boldsymbol{q}^I$ は $\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})$ に属する正固有ベクトル

であり，これを（2.9）に代入することにより，標準体系は，基礎的部門のみからなる体系

$$\boldsymbol{q}^I = (1+R)\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}\boldsymbol{q}^I,$$

$$R = \frac{1}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})} - 1$$

と同等であることがわかる。したがって，価格体系における利潤率の決定機構と同じように，標準商品 $\boldsymbol{q}$ ならびに標準比率 R の決定においても，非基礎的部門を，まったく，排除することができるわけである。なお，標準比率 R は，価格体系における利潤率 r に等しいので，仮定1がみたされるときには，$R>0$ でもある。このように，標準体系においては，価格タームであらわされた利潤率 r を，産出量タームを用いてあらわした物的剰余比率 R で置き換えることができる。

〔5〕 双対性

基礎的グループにおいて，行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ が（半）生産的であったとしよう。

$$(\exists\, \boldsymbol{x}^I \geqq \boldsymbol{0})(\boldsymbol{x}^I \geq \tilde{\boldsymbol{A}}_{11}\boldsymbol{x}^I)。$$

言い換えれば，任意のベクトル $\boldsymbol{f}^I \geqq \boldsymbol{0}$ が与えられたとき，ちょうどそれと同じだけの剰余生産物を生み出せるような非負の産出量水準 $\boldsymbol{x}^I$ が存在したとする。すなわち，

$$(\forall\, \boldsymbol{f}^I \geqq \boldsymbol{0})(\exists\, \boldsymbol{x}^I \geqq \boldsymbol{0})((\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})\boldsymbol{x}^I = \boldsymbol{f}^I)。$$

このとき，Frobenius の定理により，

$$0 < \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}) < 1$$

が成り立つので，正の利潤率

$$r = \frac{1}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})} - 1$$

をともなう，基礎財価格体系

$$\boldsymbol{p}^I = (1+r)\boldsymbol{p}^I\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$$

の解 $\boldsymbol{p}^I > \boldsymbol{0}$ が存在する。この議論の逆をたどることにより，正の利潤率をともなう基礎財価格体系の解が存在すれば，行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ は（半）生産的であることもいえる。したがって，基礎的グループにかぎっていえば，産出量体系における解の存在条件と，正の利潤率をともなう価格体系の解の存在条件とは同値である。

しかも，

$$\boldsymbol{p}^I\boldsymbol{f}^I = \boldsymbol{p}^I(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})\boldsymbol{x}^I = r\boldsymbol{p}^I\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}\boldsymbol{x}^I$$

が成り立つ。すなわち，基礎的グループ内において，

剰余生産物価額 ＝ 利潤

である。あるいは，

$$w = \boldsymbol{p}^I\boldsymbol{c}^I$$

に注意すれば，

$$\boldsymbol{p}^I\boldsymbol{c}^I\boldsymbol{a}_o^{I\prime}\boldsymbol{x}^I + \boldsymbol{p}^I\boldsymbol{f}^I = w\boldsymbol{a}_o^{I\prime}\boldsymbol{x}^I + r\boldsymbol{p}^I\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}\boldsymbol{x}^I,$$

すなわち，

必要消費価額＋剰余生産物価額
＝賃金＋利潤

が成立する。なお，このとき，基礎財に関する価値体系

$$\boldsymbol{v}^I = \boldsymbol{v}^I\boldsymbol{A}_{11} + \boldsymbol{a}_o^{I\prime}$$

の解 $\boldsymbol{v}^I > \boldsymbol{0}$ が存在し[4]，

$$\boldsymbol{v}^I\boldsymbol{f}^I + \boldsymbol{v}^I\boldsymbol{c}^I\boldsymbol{a}_o^{I\prime}\boldsymbol{x}^I = \boldsymbol{v}^I(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{11})\boldsymbol{x}^I = \boldsymbol{a}_o^{I\prime}\boldsymbol{x}^I,$$

すなわち，基礎的グループ内において，

4）行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ に対応する投下労働体系

$$\tilde{\boldsymbol{v}}^I = \tilde{\boldsymbol{v}}^I\tilde{\boldsymbol{A}}_{11} + \boldsymbol{a}_o^{I\prime}$$

を考えれば，$\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ が生産的であるとき，$\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ の分解不能性により，

$$\tilde{\boldsymbol{v}}^I = \boldsymbol{a}_o^{I\prime}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})^{-1} > \boldsymbol{0}$$

が存在する。この体系は，また，

$$\tilde{\boldsymbol{v}}^I(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{11}) = \boldsymbol{a}_o^{I\prime} + \tilde{\boldsymbol{v}}^I\boldsymbol{c}^I\boldsymbol{a}_o^{I\prime}$$

ともあらわせるので，

$$\tilde{\boldsymbol{v}}^I = (1+\tilde{\boldsymbol{v}}^I\boldsymbol{c}^I)\boldsymbol{a}_o^{I\prime}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{11})^{-1} = (1+\tilde{\boldsymbol{v}}^I\boldsymbol{c}^I)\boldsymbol{v}^I。$$

したがって，

$$\boldsymbol{v}^I = \frac{\tilde{\boldsymbol{v}}^I}{1+\tilde{\boldsymbol{v}}^I\boldsymbol{c}^I} > \boldsymbol{0}$$

を得る。

剰余生産物価値＋必要消費価値
　＝投下労働量

となる。そして，基礎的グループにおける搾取率 ω^I を，

$$\omega^I=\frac{\boldsymbol{v}^I\boldsymbol{f}^I}{\boldsymbol{v}^I\boldsymbol{c}^I\boldsymbol{a}_o^I\boldsymbol{x}^I}=\frac{\text{資本家が入手する剰余生産物の価値}}{\text{労働者が受け取る生活資料の価値}}$$

と定義すれば，$\boldsymbol{v}^I>\boldsymbol{0}$ であることから，

$$\begin{aligned}\omega^I>0\ &\Leftrightarrow\ (\exists\boldsymbol{f}^I\geq\boldsymbol{0})(\exists\boldsymbol{x}^I\geqq\boldsymbol{0})((\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})\boldsymbol{x}^I=\boldsymbol{f}^I)\\&\Leftrightarrow\ 0<\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})<1\\&\Leftrightarrow\ r>0。\end{aligned}$$

したがって，搾取率が正のとき，かつ，そのときにかぎり，利潤率は正であることがわかる。また，このとき，標準体系

$$\boldsymbol{q}^I=(1+R)\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}\boldsymbol{q}^I$$

を考えれば，すでに示したように，

$$R=r$$

がいえ，したがって，搾取率の正値条件は，じつは，標準比率の正値条件でもあることがわかる。

仮定 3 がみたされれば，一般の体系における双対性は，基礎財体系におけるそれに帰着する。なぜなら，このとき，

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})=\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})$$

が成り立つので，

$$\begin{aligned}&(\forall\boldsymbol{f}\geqq\boldsymbol{0})(\exists\boldsymbol{x}\geqq\boldsymbol{0})((\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}=\boldsymbol{f})\\\Leftrightarrow\ &0<\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})<1\\\Leftrightarrow\ &0<\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})<1\\\Leftrightarrow\ &r>0\\\Leftrightarrow\ &(\forall\boldsymbol{f}^I\geqq\boldsymbol{0})(\exists\boldsymbol{x}^I\geqq\boldsymbol{0})((\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})\boldsymbol{x}^I=\boldsymbol{f}^I)\end{aligned}$$

となるからである。この結果の系として，とくに，基礎的部門において行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ が生産的でありさえすれば，仮定 3 がみたされているかぎり，非基礎的部門を含めた体系全体において，任意に与えられた非負の最終需要に対応した産出量体系の非負解，ならびに，正の利潤率をともなう価格体系の非負解が存在することがわかる。また，このとき，価値体系

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{a}_o$$

の解 $\boldsymbol{v}>\boldsymbol{0}$ が存在するので[5]，搾取率の正値条件

$$\omega=\frac{\boldsymbol{v}\boldsymbol{f}}{\boldsymbol{v}\boldsymbol{c}\boldsymbol{a}_o\boldsymbol{x}}>0$$

と，条件

$$(\exists\boldsymbol{f}\geq\boldsymbol{0})(\exists\boldsymbol{x}\geqq\boldsymbol{0})((\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}=\boldsymbol{f})$$

とは同値であり，したがって，利潤率の正値条件とも同値になる[6]。なお，利潤率が基礎的グループの性質だけから定まるのに対応して，標準体系も，同グループに属する部門からのみ構成され，

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{q}^I\\\boldsymbol{0}\end{bmatrix}=(1+R)\begin{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}&\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}\\\boldsymbol{0}&\boldsymbol{A}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{q}^I\\\boldsymbol{0}\end{bmatrix},$$

したがって，

$$\boldsymbol{q}^I=(1+R)\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}\boldsymbol{q}^I$$

となるのは，さきに示したとおりである。ここで，$R=r$，また，$\boldsymbol{q}^I$ は $\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})$ に属する正固有（列）ベクトルである。標準比率 R の正値条件は，明らかに，利潤率 r の正値条件，したがって，産出量体系における非負解の存在条件と，たがいに，同値である。

また，このとき，

5) $\boldsymbol{v}^I>\boldsymbol{0}$ は，すでに注4) において示された。$\boldsymbol{v}^{II}$ に関しては，$\omega^I>0$ により $1-\boldsymbol{v}^I\boldsymbol{c}^I>0$，かつ，

$$\boldsymbol{v}^{II}=\boldsymbol{v}^I\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22})^{-1}+(1-\boldsymbol{v}^I\boldsymbol{c}^I)\boldsymbol{a}_o^{II}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22})^{-1}$$

であるが，仮定 2 により，

$$\boldsymbol{v}^I\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}>\boldsymbol{0}。$$

一方，逆行列 $(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A}_{22})^{-1}$ の各列には，少なくとも 1 つ，正の要素が存在するので，あわせて，

$$\boldsymbol{v}^{II}>\boldsymbol{0}$$

を得る。

6) $\boldsymbol{f}^I\geq\boldsymbol{0}$ のときは明らか。$\boldsymbol{f}^I=\boldsymbol{0}$ であっても，$\boldsymbol{f}^{II}\geq\boldsymbol{0}$ が成り立つので，仮定 2 を考慮すれば，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}^I-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}\boldsymbol{x}^I&=\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}\boldsymbol{x}^{II}\\&=\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}(\boldsymbol{A}_{22}\boldsymbol{x}^{II}+\boldsymbol{f}^{II})\geq\boldsymbol{0}\end{aligned}$$

となり，行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ は生産的である。したがって，$r>0$ でなければならない。

$$\boldsymbol{pf} = \boldsymbol{p}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x} = r\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}$$

だから，

剰余生産物価額＝利潤。

したがって，

$$\boldsymbol{pca}_o\boldsymbol{x}+\boldsymbol{pf} = w\boldsymbol{a}_o\boldsymbol{x}+r\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x},$$

つまり，

必要消費価額＋剰余生産物価額
＝賃金＋利潤，

言い換えれば，

生産国民所得＝分配国民所得

が成り立つ。同様に，

$$\boldsymbol{vca}_o\boldsymbol{x}+\boldsymbol{vf} = \boldsymbol{v}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}_o\boldsymbol{x},$$

すなわち，

必要消費価値＋剰余生産物価値
＝投下労働量。

あるいは，

$$\boldsymbol{vAx}+\boldsymbol{vca}_o\boldsymbol{x}+\boldsymbol{vf} = \boldsymbol{vAx}+\boldsymbol{v}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{x},$$

すなわち，

生産手段の価値＋必要消費価値＋剰余生産物価値＝生産手段に体化された「死んだ労働」＋純生産物に体化された「生きた労働」

となる。

§3. 動学的 Leontief-Sraffa 体系

〔1〕 産出量体系

仮定1がみたされれば，Frobenius の定理により，逆行列 $(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}$ を級数展開できるので，産出量体系は，

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}+\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{f}+\tilde{\boldsymbol{A}}^2\boldsymbol{f}+\tilde{\boldsymbol{A}}^3\boldsymbol{f}+\cdots$$

のかたちであらわすことができる。$\boldsymbol{f}$ は剰余生産物自身，$\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{f}$ は剰余生産物 $\boldsymbol{f}$ を生産するために直接必要となる生産手段プラス必要消費，$\tilde{\boldsymbol{A}}^2\boldsymbol{f}$ は必要消費を含む生産手段 $\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{f}$ を生産するために直接必要なそれら，等々，であるから，上式は，剰余生産物ベクトル $\boldsymbol{f}\geq\boldsymbol{0}$ が与えられたときに生じる乗数効果をあらわすと考えることができる。乗数効果の波及過程を整理してみよう。まず，波及過程の第一段階においては，剰余生産物 $\boldsymbol{f}$ 自身が生産されなければならないので，この段階における産出量は，

$$\boldsymbol{x}(1) = \boldsymbol{f}$$

である。つぎに，第2段階においては，$\boldsymbol{f}$ を生産するために，生産手段あるいは労働者の生活資料のかたちで，$\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{f}$ に等しい生産物が直接必要とされるので，波及過程の第2段階が経過するまでに，産出量は，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}(2) &= \boldsymbol{x}(1)+\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{f}\\ &= \boldsymbol{f}+\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{f}\\ &= \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(1)+\boldsymbol{f}\end{aligned}$$

にまで増大する。つづいて，波及過程の第3段階においては，必要消費を含めた生産手段 $\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{f}$ を生産するために，$\tilde{\boldsymbol{A}}^2\boldsymbol{f}$ に等しい生産物が必要であるから，産出量 $\boldsymbol{x}(3)$ は，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}(3) &= \boldsymbol{x}(2)+\tilde{\boldsymbol{A}}^2\boldsymbol{f}\\ &= \boldsymbol{f}+\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{f}+\tilde{\boldsymbol{A}}^2\boldsymbol{f}\\ &= \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(2)+\boldsymbol{f}\end{aligned}$$

であらわすことができる。そうすると，帰納的に，波及過程の第 t 段階においては，産出量 $\boldsymbol{x}(t)$ は，

$$\boldsymbol{x}(t) = \sum_{\nu=0}^{t-1}\tilde{\boldsymbol{A}}^{\nu}\boldsymbol{f}\,;\ \tilde{\boldsymbol{A}}^0 = \boldsymbol{I} \qquad (3.1)$$

となる。あるいは，差分方程式

$$\boldsymbol{x}(t) = \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(t-1)+\boldsymbol{f}\,;\ \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{0} \qquad (3.1')$$

の解としてあらわすことができる。Frobenius の定理によれば，$\boldsymbol{x}(t)$ が収束するための必要十分条件は，

$$0 \leqq \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}) < 1 \qquad (3.2)$$

であるが，この条件は仮定1と同値である。したがって，仮定1がみたされるとき，かつその

ときにかぎり，乗数過程（3.1）ないし（3.1′）は収束することがわかる。じっさい，（3.1′）において $t\to\infty$ ならしめて，$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{x}$ とおけば，

$$\boldsymbol{x}=\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{f}。$$

すなわち，任意に与えられた $\boldsymbol{f}\geq\boldsymbol{0}$ にたいし，

$$(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}=\boldsymbol{f}\geq\boldsymbol{0}$$

となり，たしかに，行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ は生産的であることがわかる。したがって，逆行列 $(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}\geqq\boldsymbol{0}$ が存在するので，これを，上式の両辺に左からかけて，

$$\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}\boldsymbol{f}$$

を得る。すなわち，乗数過程（3.1）ないし（3.1′)において，$t\to\infty$ ならしめたときの極限ベクトル $\boldsymbol{x}$ は，産出量体系の静学解に一致する。しかも，産出量体系における静学解の存在条件と，乗数過程の収束条件とは，たがいに同値である。

なお，仮定3がみたされるときには，静学解の存在条件もしくは乗数過程の収束条件（3.2）は，基礎的グループのみに関するそれらの条件

$$0<\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})<1 \qquad (3.2')$$

に置き換えることができる。なぜなら，このとき，明らかに，

$$0<\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})=\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})<1$$

が成り立つからである。したがって，仮定3がみたされるかぎり，基礎財体系における乗数過程の収束条件(3.2′)さえみたされれば，非基礎的部門を含む全体の体系に関しても乗数過程(3.1′)は収束し，しかも，その極限ベクトル $\boldsymbol{x}$ は静学的産出量体系の解であることがわかる。

〔2〕 価格体系

いま，価格 $\boldsymbol{p}(1)$ が任意に与えられたとする。$\boldsymbol{p}(1)$ は，一般に，価格体系の解 $\boldsymbol{p}>\boldsymbol{0}$ とは等しくない。乗数過程の第1段階において，価格 $\boldsymbol{p}(1)$ で評価すれば，第 j 産業においては，

$$\begin{aligned}\pi_j(1)&=p_j(1)x_j(1)-\sum_{i=1}^{n}p_i(1)\tilde{a}_{ij}x_j(1)\\&=x_j(1)\boldsymbol{p}(1)(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{e}^j\end{aligned}$$

に等しい額の利潤が生じる。ここで，$\boldsymbol{e}^j$ は標準的（列）基底をあらわす。このとき，個別利潤率

$$\begin{aligned}r_j(1)&=\frac{\pi_j(1)}{x_j(1)\boldsymbol{p}(1)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j}\\&=\frac{\boldsymbol{p}(1)(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{e}^j}{\boldsymbol{p}(1)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j}\end{aligned}$$

は，一般に，産業ごとに異なる。そこで，産業間の競争の結果，一方では，平均利潤率 $r(1)$ より低い利潤率しか生まない産業の商品価格は上昇し，他方では，平均より高い利潤率を生み出す産業の商品価格は下がることにより，第2段階において，価格 $\boldsymbol{p}(1)$ で評価して，すべての産業に同一の平均利潤率が成立するように，価格 $\boldsymbol{p}(2)$ が定められるとしよう。すなわち，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{p}(2)&=(1+r(1))\boldsymbol{p}(1)\tilde{\boldsymbol{A}};\\r(1)&=\frac{\boldsymbol{p}(1)(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}(1)}{\boldsymbol{p}(1)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(1)}。\end{aligned}$$

一般に，価格 $\boldsymbol{p}(2)$ で評価しても，なお，個別利潤率 $r_j(2)$ は産業間で異なった値をとるであろうから，第2段階の産出量 $\boldsymbol{x}(2)$ に関して価格 $\boldsymbol{p}(2)$ で評価した平均利潤率 $r(2)$ を，$\boldsymbol{p}(2)$ に上のせすることによって，第3段階の価格 $\boldsymbol{p}(3)$ が形成されよう。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{p}(3)&=(1+r(2))\boldsymbol{p}(2)\tilde{\boldsymbol{A}}\\&=(1+r(1))(1+r(2))\boldsymbol{p}(1)\tilde{\boldsymbol{A}}^2;\\r(2)&=\frac{\boldsymbol{p}(2)(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}(2)}{\boldsymbol{p}(2)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(2)}\\&=\frac{\boldsymbol{p}(1)\tilde{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}(2)}{\boldsymbol{p}(1)\tilde{\boldsymbol{A}}^2\boldsymbol{x}(2)}。\end{aligned}$$

乗数過程の進行と歩調をあわせて，このような価格形成プロセスが，遂次，おこなわれるとすれば，第 t 段階においては，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{p}(t) &= (1+r(t-1))\boldsymbol{p}(t-1)\tilde{\boldsymbol{A}} \\ &= \prod_{\tau=1}^{t-1}(1+r(\tau))\boldsymbol{p}(1)\tilde{\boldsymbol{A}}^{t-1}; \end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}r(t-1) &= \frac{\boldsymbol{p}(t-1)(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}(t-1)}{\boldsymbol{p}(t-1)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(t-1)} \\ &= \frac{\boldsymbol{p}(1)\tilde{\boldsymbol{A}}^{t-1}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}(t-1)}{\boldsymbol{p}(1)\tilde{\boldsymbol{A}}^{t}\boldsymbol{x}(t-1)}\end{aligned} \tag{3.4}$$

を得る。このとき，

$$\begin{aligned}&p_j(t)-p_j(t-1) \\ &\quad = (1+r(t-1))\boldsymbol{p}(t-1)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j-\boldsymbol{p}(t-1)\boldsymbol{e}^j \\ &\quad = (1+r(t-1))\boldsymbol{p}(t-1)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j \\ &\qquad -(1+r_j(t-1))\boldsymbol{p}(t-1)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j \\ &\quad = (r(t-1)-r_j(t-1))\boldsymbol{p}(t-1)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j\end{aligned}$$

だから，

$$p_j(t) \gtreqless p_j(t-1) \Leftrightarrow r(t-1) \gtreqless r_j(t-1)。$$

たしかに，平均を下まわる利潤率しか生まない産業の商品価格は上昇するのにたいして，平均を上まわる利潤率を生み出す産業の商品価格は下落することがわかる。

それでは，$t\to\infty$ ならしめたとき，価格 $\boldsymbol{p}(t)$ ならびに利潤率 $r(t)$ は収束するであろうか。また，収束したとして，そのときの極限値は，価格体系の静学解 $\boldsymbol{p}>\boldsymbol{0}$ ならびに $r>0$ に，それぞれ，一致するであろうか。これらがじっさいに成り立つことを示すために，仮定4をおこう。

仮定4.　行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ は正の対角要素を少なくとも1つもつ。

この仮定は，ある基礎財部門 i に関して，

$$\tilde{a}_{ii} = a_{ii}+c_i a_{oi} > 0$$

が成り立つことを意味するので，基礎的部門のなかに賃金財生産部門が含まれていることに注意すれば，その成立は自明である。なぜなら，このとき，賃金財生産部門 i で生産された生産物を労働者は消費するので，この産業において労働投入が正であるかぎり，$c_i a_{oi}>0$ となるからである。

価格を規準化するために賃金単位を採用しよう。

$$\boldsymbol{p}_w(t) = \frac{\boldsymbol{p}(t)}{w(t)} = \frac{\boldsymbol{p}(t)}{\boldsymbol{p}(t)\boldsymbol{c}}。$$

(3.3) を代入すれば，

$$\boldsymbol{p}_w(t) = \frac{\boldsymbol{p}(1)\tilde{\boldsymbol{A}}^{t-1}}{\boldsymbol{p}(1)\tilde{\boldsymbol{A}}^{t-1}\boldsymbol{c}}。 \tag{3.3'}$$

仮定4から，定理4により，行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ は primitive, したがって，定理5により，安定な行列である。さらに，仮定3から，

$$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}) > \lambda(\boldsymbol{A}_{22})$$

であるから，行列

$$\tilde{\boldsymbol{A}} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{A}}_{11} & \tilde{\boldsymbol{A}}_{12} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_{22} \end{bmatrix}$$

に関して，定理6の条件がみたされることになり，けっきょく，行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ 自身も安定であることがわかる。したがって，定理6の系により，

$$\begin{aligned}\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{p}_w(t) &= \frac{\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{p}(1)\left(\frac{\tilde{\boldsymbol{A}}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})}\right)^{t-1}}{\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{p}(1)\left(\frac{\tilde{\boldsymbol{A}}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})}\right)^{t-1}\boldsymbol{c}} \\ &= \frac{1}{\hat{\boldsymbol{p}}^I\boldsymbol{c}^I}\left[\hat{\boldsymbol{p}}^I, \frac{1}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})}\hat{\boldsymbol{p}}^I\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}\left(\boldsymbol{I} - \frac{\boldsymbol{A}_{22}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})}\right)^{-1}\right]\end{aligned}$$

となる。ここで，$\hat{\boldsymbol{p}}^I>\boldsymbol{0}$ は，$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}) = \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})$ に属する $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ の Frobenius ベクトルであるが，$\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ の分解不能性により，スカラー倍を除いて，一意。したがって，

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{p}_w^I(t) = \frac{\hat{\boldsymbol{p}}^I}{\hat{\boldsymbol{p}}^I\boldsymbol{c}^I} = \frac{\boldsymbol{p}^I}{\boldsymbol{p}^I\boldsymbol{c}} = \boldsymbol{p}_w{}^I。 \tag{3.5}$$

また，

$$r = \frac{1}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})}-1$$

に注意すれば，

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{p}_w^{II}(t) = (1+r)\boldsymbol{p}_w^I\tilde{\boldsymbol{A}}_{12}(\boldsymbol{I}-(1+r)\boldsymbol{A}_{22})^{-1} \tag{3.5'}$$

となり，賃金単位ではかれば，基礎財価格 $\boldsymbol{p}_w^I(t)$，非基礎財価格 $\boldsymbol{p}_w^{II}(t)$ は，いずれも，極限

において，それぞれの静学解 $\boldsymbol{p}_w^I, \boldsymbol{p}_w^{II}$ に一致することがわかる。さらに，(3.4) から，仮定 1 がみたされるときには，

$$\lim_{t\to\infty} r(t)$$
$$=\frac{1}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})}\frac{\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{p}(1)\left(\dfrac{\tilde{\boldsymbol{A}}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})}\right)^t\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{x}(t)}{\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{p}(1)\left(\dfrac{\tilde{\boldsymbol{A}}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})}\right)^{t+1}\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{x}(t)}-1^{1)}$$
$$=\frac{1}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})}-1>0。$$

すなわち，

$$\lim_{t\to\infty} r(t)=r>0 \tag{3.6}$$

であるから，利潤率 $r(t)$ に関しても，$t\to\infty$ ならしめれば，静学解 r に一致し，同時に，利潤率の正値条件もみたされることになる。なお，仮定 1 は，条件

$$0\leqq\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})<1$$

に同値であるが，仮定 3 がみたされるときには，さらに，

$$0<\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})<1$$

に同値でもある。そうすると，基礎財体系が生産的かつ安定でありさえすれば，上述の結果は，すべて，導かれることになる。じっさい，このとき，(3.5)，(3.5′) の成立は自明。また (3.4) を

$$r(t-1)=\frac{\boldsymbol{p}^I(t-1)(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})\boldsymbol{x}^I(t-1)}{\boldsymbol{p}^I(t-1)\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}\boldsymbol{x}^I(t-1)}$$
$$=\frac{\boldsymbol{p}^I(1)\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}^{t-1}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})\boldsymbol{x}^I(t-1)}{\boldsymbol{p}^I(1)\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}^{t}\boldsymbol{x}^I(t-1)} \tag{3.4′}$$

で置き換えても，いぜんとして，

$$\lim_{t\to\infty} r(t)$$
$$=\frac{1}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})}\frac{\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{p}^I(1)\left(\dfrac{\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})}\right)^t\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{x}(t)}{\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{p}^I(1)\left(\dfrac{\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})}\right)^{t+1}\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{x}(t)}$$
$$-1$$
$$=\frac{1}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})}-1=r>0$$

は成り立つ。すなわち，平均利潤率の形成には，実質上，非基礎的グループは関与しなくてもよいことがわかる。このように，仮定 3 がみたされるときには，基礎財体系が生産的かつ安定でありさえすれば，非基礎的グループ側の条件をいっさい考慮することなく，価格 $\boldsymbol{p}_w(t)$ は静学解 $\boldsymbol{p}_w>\boldsymbol{0}$ に収束する。それればかりか，平均利潤率の形成においても，非基礎的部門をいっさい除外して，基礎的部門のみに関して算定された平均利潤率（3.4′）が，$t\to\infty$ ならしめたとき，静学解 $r>0$ に収束することがわかる。

〔2〕 価値体系

国民生産物として商品 j を 1 単位生産するような「小体系」における投下労働量を考える。このとき，

$$(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{x}=\boldsymbol{e}^j$$

であるから，$\boldsymbol{e}^j$ を生産するためには

$$\boldsymbol{a}_0\boldsymbol{e}^j$$

---

1) 仮定 1 がみたされれば，乗数過程は収束するので，

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{x}(t)=\boldsymbol{x}$$

が存在する。

なお，乗数過程の収束条件は，価格の収束条件がそれを必要としないのと同様に，利潤率の収束のためにも，じつは，必要ではない。というのは，個別利潤率の定義式

$$r_j(t)=\frac{\boldsymbol{p}_w(t)(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{e}^j}{\boldsymbol{p}_w(t)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j}$$

から，明らかに，$\tilde{\boldsymbol{A}}$ が安定なときには，

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{p}_w(t)=\boldsymbol{p}_w,$$
$$\boldsymbol{p}_w=(1+r)\boldsymbol{p}_w\tilde{\boldsymbol{A}}$$

であることを考慮すれば，任意の部門 j に関して，

$$\lim_{t\to\infty} r_j(t)=\lim_{t\to\infty}\frac{\boldsymbol{p}_w(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{e}^j}{\boldsymbol{p}_w\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j}=r$$

が成り立つ。ところが，この証明には，産出量体系側の条件は，いっさい，利用されていないからである。このように，価格ならびに利潤率の収束条件は，「安定な行列」の性質のみに依存し，産出量体系の動向とは，第一義的には，独立である。しかしながら，利潤率の極限値が正となるためには，乗数過程の収束条件は必要かつ十分である。

に等しいだけの投下労働量を直接必要とする。つづいて，$\boldsymbol{e}^j$ の生産手段 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}^j$ を生産するために，

$$\boldsymbol{a}_o\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}^j$$

の投下労働が直接必要である。さらに，生産手段の生産手段 $\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{e}^j$ の生産には，直接，

$$\boldsymbol{a}_o\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{e}^j$$

に等しい労働が投下される，等々。これらの投下労働量の系列は，産出量体系における乗数効果の波及過程に対応するので，一般に，第 t 段階を経過するまでの投下労働量の総和は，

$$L_j(t) = \sum_{\nu=0}^{t-1} \boldsymbol{a}_o\boldsymbol{A}^{\nu}\boldsymbol{e}^j$$

となる。上式は，$t\to\infty$ ならしめたとき，乗数過程が収束すれば，極限値 L_j をもつことがわかる。なぜならば，乗数過程の収束条件

$$0 < \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}) < 1$$

は，上式の収束条件

$$0 \leqq \lambda(\boldsymbol{A}) < 1$$

を，明らかに，含むからである。この極限値 L_j は，商品 j を1単位純生産するために直接•間接に必要とされる投下労働量をあらわすので，商品 j の価値に等しくなると予想される。じっさい，上式を行列表示すれば，

$$L(t) = \boldsymbol{a}_o\sum_{\nu=0}^{t-1} \boldsymbol{A}^{\nu} \tag{3.7}$$

であるから，

$$\lim_{t\to\infty} L(t) = \boldsymbol{a}_o \lim_{t\to\infty} \sum_{\nu=0}^{t-1}\boldsymbol{A}^{\nu} = \boldsymbol{a}_o(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}$$

となり，たしかに，価値ベクトル $\boldsymbol{v}$ に等しい。このように，第 j 商品の価値 v_j は，この商品だけを1単位純生産するような「小体系」における投下労働量をあらわす，と同時に，この商品1単位に直接的に，あるいは生産手段を介して間接的に，体化された労働量の総和をあらわす。なお，仮定3がみたされるときには，基礎財体系における乗数過程の収束条件

$$0 < \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}) < 1$$

さえ成立すれば，(3.7) は収束する。なぜならば，このとき，じつは，$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}) = \lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})$ だからである。このように，価値体系の収束条件は，産出量体系の収束条件に一方的に依存する。

こんどは，剰余生産物として商品 j を1単位生産するような「小体系」における投下労働量を考えてみよう。すなわち，(2.1) において

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{e}^j$$

とするとき，$\boldsymbol{e}^j$ を生産するために直接必要な投下労働量は

$$\boldsymbol{a}_o\boldsymbol{e}^j,$$

$\boldsymbol{e}^j$ を生産するためには，生産手段あるいは労働者の生活資料のかたちで，$\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j$ に等しい生産物が直接必要であるから，そのときの労働投入量は

$$\boldsymbol{a}_o\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j,$$

同様に，$\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j$を生産するため，必要消費を含めた，生産手段に投下される労働量は

$$\boldsymbol{a}_o\tilde{\boldsymbol{A}}^2\boldsymbol{e}^j,$$

等々，であるから，一般に，第 t 段階においては，投下労働量の総和は，

$$\tilde{L}_j(t) = \sum_{\nu=0}^{t-1}\boldsymbol{a}_o\tilde{\boldsymbol{A}}^{\nu}\boldsymbol{e}^j$$

であらわせる。あるいは，行列表示すれば，

$$\tilde{\boldsymbol{L}}(t) = \sum_{\nu=0}^{t-1}\boldsymbol{a}_o\tilde{\boldsymbol{A}}^{\nu} \tag{3.7'}$$

である。この式は，乗数過程が収束するときには，明らかに，極限

$$\lim_{t\to\infty}\tilde{\boldsymbol{L}}(t) = \boldsymbol{a}_o(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}$$

をもつ。この極限ベクトルは，つぎの体系

$$\tilde{\boldsymbol{v}} = \tilde{\boldsymbol{v}}\tilde{\boldsymbol{A}}+\boldsymbol{a}_o$$

の静学解

$$\tilde{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{a}_o(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1} > \boldsymbol{0} \tag{3.8}$$

に等しい。さらに，静学解 $\tilde{v}$ の存在条件は

$$0 < \lambda(\tilde{A}) < 1$$

であるから，この条件は，産出量体系における静学解 $x \geq 0$ の存在条件と同値であり，それゆえ，乗数過程の収束条件とも同値であることがわかる。価値体系は，国民生産物１単位に体化された投下労働量を，とくに物的再生産の条件に注目しつつ，評価したものである。これにたいして，体系 (3.7′) においては，物的再生産の条件のみならず，労働力再生産の条件をも考慮に入れたうえで，剰余生産物１単位に体化された労働量の評価がなされている。そこで，この体系を，便宜上，「純価値体系」とよぼう。純価値体系は，明らかに，産出量体系 (2.1) と双対の関係にある。すなわち，体系の解の存在条件は，両者ともに，

$$0 < \lambda(\tilde{A}) < 1$$

であり，さらに，

$$\tilde{v}f = \tilde{v}(I - \tilde{A})x = a_o x, \tag{3.9}$$

言い換えれば，

剰余生産物純価値＝投下労働量

が成り立つ。これと同じ関係が，産出量体系

$$x = Ax + y$$

と価値体系との間にも成立する。すなわち，前者の解

$$x = (I - A)^{-1} y \geqq 0$$

の存在条件

$$0 < \lambda(A) < 1$$

は，価値ベクトル $v \geqq 0$ の存在条件と同一であり，しかも，

$$vy = v(I - A)x = a_o x,$$

言い換えれば，

国民生産物価値＝投下労働量

が成立する。この式は，

$$y = ca_o x + f$$

に注意すれば，前節においてすでに示された式

$$vca_o x + vf = a_o x \tag{3.9′}$$

を，じつのところ，意味している。このように，価値体系，ならびに，純価値体系においては，それぞれ，国民生産物，あるいは，剰余生産物に体化された労働量を，両者に共通な，投下労働量に等置するような評価がなされているので，純価値 $\tilde{v}$ の方が価値 v より大きいと予想される。じっさい，純価値方程式 (3.8) から，

$$\tilde{v}(I - A) = (1 + \tilde{v}c)a_o$$

が導かれるので，両辺に右から $(I - A)^{-1}$ をかけて $1 + \tilde{v}c$ で割れば，

$$v = \frac{\tilde{v}}{1 + \tilde{v}c} \tag{3.10}$$

となり，たしかに，

$$\tilde{v} > v$$

が成り立つ。しかも，注目すべきことに，$(1 + \tilde{v}c)^{-1}$ を比例定数として，両者は比例の関係にあることがわかる。さらに，(3.9) は

$$\tilde{v}ca_o x + \tilde{v}f = (1 + \tilde{v}c)a_o x$$

と言い換えることができるが，この式は，じつは，(3.9′) と同等であることが，(3.10) から，わかる。同様に，価値方程式 (2.7) から，

$$v(I - \tilde{A}) = (1 - vc)a_o,$$

したがって，

$$\tilde{v} = \frac{v}{1 - vc} \tag{3.10′}$$

を得るが，これは，仮定１がみたされるときには，非負ベクトルになる。なぜなら，このとき，(3.9′) から，

$$1 - vc = \frac{vf}{a_o x} > 0$$

となるからである。このように，価値体系と純価値体系とは，それぞれ，国民生産物ないし剰余生産物にとくに注目するというちがいはあっても，ともに，再生産過程を投下労働の側面か

ら観察するものであり，しかも，両者の解ベクトルは比例の関係にあるので，仮定1がみたされるかぎり，同等の役割を果すものとみなされよう。なお，価値ベクトルの存在条件は純価値ベクトルの存在条件よりゆるいので，前者が存在したとしても，必ずしも，後者が存在するとはかぎらない。また，仮定3がみたされるときには，純価値体系の解の存在条件は，基礎的グループにかぎった条件

$$0 < \lambda(\tilde{A}_{11}) < 1$$

と同値である。

〔4〕 標準体系

いま，産出量ベクトル $\boldsymbol{q}(1) \geq \boldsymbol{0}$ が，任意に，与えられたとする[2)]。このとき，$\boldsymbol{q}(1)$ を生産するために必要な直接労働投入量は，

$$\boldsymbol{a}_o \boldsymbol{q}(1)$$

であり，その，必要消費を含めた，生産手段の再生産のために必要な投下労働量は，

$$\boldsymbol{a}_o \tilde{A} \boldsymbol{q}(1)$$

となる。そうすると，これら2つの比として定義される，間接労働にたいする直接労働比率

$$\frac{a_{oj} q_j(1)}{\boldsymbol{a}_o \tilde{A} \boldsymbol{e}^j q_j(1)}$$

は，一般に，産業ごとに異なった値をとる。そこで，乗数過程の第2段階においては，$\boldsymbol{q}(1)$ で評価した，上記比率の平均率

$$\frac{\boldsymbol{a}_o \boldsymbol{q}(1)}{\boldsymbol{a}_o \tilde{A} \boldsymbol{q}(1)}$$

を，必要消費を含めた，生産手段 $\tilde{A}\boldsymbol{q}(1)$ に上のせすることによって，産出量の調整をおこなうものとする。すなわち，

$$\boldsymbol{q}(2) = (1+R(1))\boldsymbol{q}(1);$$
$$R(1) = \frac{\boldsymbol{a}_o(I-\tilde{A})\boldsymbol{q}(1)}{\boldsymbol{a}_o \tilde{A} \boldsymbol{q}(1)}。$$

このような調整プロセスをたどれば，一般に，第 t 段階においては，

$$\boldsymbol{q}(t) = (1+R(t-1))\tilde{A}\boldsymbol{q}(t-1); \quad (3.11)$$
$$R(t-1) = \frac{\boldsymbol{a}_o(I-\tilde{A})\boldsymbol{q}(t-1)}{\boldsymbol{a}_o \tilde{A} \boldsymbol{q}(t-1)} \quad (3.12)$$

を得る。ここで，比率 $R(t-1)$ は，第 $t-1$ 段階における，間接労働にたいする直接労働超過率をあらわす。上式は，反復法により，

$$\boldsymbol{q}(t) = \prod_{\tau=1}^{t-1}(1+R(\tau))\tilde{A}^{t-1}\boldsymbol{q}(1), \quad (3.11')$$

ならびに，

$$R(t) = \frac{\boldsymbol{a}_o \tilde{A}^{t-1}\boldsymbol{q}(1)}{\boldsymbol{a}_o \tilde{A}^{t}\boldsymbol{q}(1)} - 1 \quad (3.12')$$

となる。そうすると，仮定3，4がみたされるときには，行列 $\tilde{A}$ は安定であるから，

$$\lim_{t\to\infty} R(t)$$
$$= \frac{1}{\lambda(\tilde{A})} \frac{\boldsymbol{a}_o \lim_{t\to\infty}\left(\frac{\tilde{A}}{\lambda(\tilde{A})}\right)^{t-1}\boldsymbol{q}(1)}{\boldsymbol{a}_o \lim_{t\to\infty}\left(\frac{\tilde{A}}{\lambda(\tilde{A})}\right)^{t}\boldsymbol{q}(1)} - 1^{3)}$$
$$= \frac{1}{\lambda(\tilde{A})} - 1 = R。$$

したがって，比率 $R(t)$ は，$t\to\infty$ ならしめたとき，標準比率 R に収束する。つづいて，(3.11′) の収束を検討するために，ベクトル $\boldsymbol{q}(t)$ を，その投入労働量がつねに1となるように，規準化してみよう。すなわち，

$$\boldsymbol{q}_a(t) = \frac{\boldsymbol{q}(t)}{\boldsymbol{a}_o \boldsymbol{q}(t)}。$$

2) ただし，$\boldsymbol{q}'(1) \geq \boldsymbol{0}$ とする。

3) $\tilde{A}$ が安定のときには，任意の半正（行）ベクトル $\boldsymbol{s} \geq \boldsymbol{0}$ にたいして，

$$\lim_{t\to\infty} \boldsymbol{s}\left(\frac{\tilde{A}}{\lambda(\tilde{A})}\right)^t$$

が存在する。そこで，$\boldsymbol{s}$ として，とくに，標準的（行）基底 $\boldsymbol{e}^j (j=1, 2, \cdots, n)$ をとることにより，

$$\lim_{t\to\infty}\left(\frac{\tilde{A}}{\lambda(\tilde{A})}\right)^t$$

の存在がいえる。

ここで，$\boldsymbol{q}_a(t)$ は規準化されたベクトルをあらわす。上式に（3.11′）を代入すれば，

$$\boldsymbol{q}_a(t)=\frac{\tilde{\boldsymbol{A}}^{t-1}\boldsymbol{q}(1)}{\boldsymbol{a}_o\tilde{\boldsymbol{A}}^{t-1}\boldsymbol{q}(1)}。$$

したがって，

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{q}_a(t)=\frac{\lim\limits_{t\to\infty}\left(\dfrac{\tilde{\boldsymbol{A}}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})}\right)^{t-1}\boldsymbol{q}(1)}{\boldsymbol{a}_o\lim\limits_{t\to\infty}\left(\dfrac{\tilde{\boldsymbol{A}}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})}\right)^{t-1}\boldsymbol{q}(1)}=\frac{\hat{\boldsymbol{q}}}{\boldsymbol{a}_o\hat{\boldsymbol{q}}}。$$

ただし，$\hat{\boldsymbol{q}}$ は $\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})$ に属する非負固有ベクトルであるが，じつは，

$$\hat{\boldsymbol{q}}=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{q}}^I\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix};$$

$\hat{\boldsymbol{q}}^I$ は $\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})$ に属する正 (列) 固有ベクトルである[4]。$\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ の分解不能性から，$\hat{\boldsymbol{q}}$ は標準商品 $\boldsymbol{q}$ のスカラー倍となるので，

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{q}_a(t)=\frac{\boldsymbol{q}}{\boldsymbol{a}_o\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{q}_a, \tag{3.13}$$

すなわち，$\boldsymbol{q}_a(t)$ は，$t\to\infty$ ならしめたとき，規準化された標準商品 $\boldsymbol{q}_a$ に収束することがわかる。

なお，ベクトル $\boldsymbol{q}$ の構成から，明らかに，上記の極限ベクトルは，

$$\frac{\boldsymbol{q}^I}{\boldsymbol{a}_o^I\boldsymbol{q}^I}=\boldsymbol{q}_a^I$$

に同等であるから，(3.11) ならびに (3.12) で示される産出量の調整をくり返せば，究極的には，非基礎財の産出量はすべてゼロになる。この結果は，標準体系が基礎的グループからのみ構成されることに対応する。仮定 3 は，非基礎的グループの自己再生産率が基礎的グループのそれより大であることを意味するので，全部門において同一の自己再生産率が成立するように産出量の調整がおこなわれるときには，前者の産出量がゼロになることが要求されるのは自明であろう。しかも，基礎的グループは非基礎財の投入をいっさい必要としないのであるから，非基礎財産出量がゼロであることは，たんに要求されるだけではなく，認められる。このように，標準体系においては，いっさいの非基礎的生産物は，盲腸のように，退化した余分な存在にすぎないが，このことは，動学的文脈においても，依然として，真である。じっさい，(3.13) に示される結論を得るためには，任意の初期ベクトル $\boldsymbol{q}^I(1)\geq\boldsymbol{0}$ が与えられたとき，基礎的グループにかぎった調整

---

4) $\tilde{\boldsymbol{A}}$ が安定であるという条件と，その転置行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}'$ が安定であるという条件とは同値である。というのは，$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})=\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}')$ に注意すれば，

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{A}}\ \text{は安定} &\Leftrightarrow \lim_{t\to\infty}\left(\frac{\tilde{\boldsymbol{A}}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})}\right)^t\ \text{が存在}\\ &\Leftrightarrow \lim_{t\to\infty}\left(\frac{\tilde{\boldsymbol{A}}'}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}')}\right)^t\ \text{が存在}\\ &\Leftrightarrow \tilde{\boldsymbol{A}}'\ \text{は安定}\end{aligned}$$

となるからである。しかも，このとき，任意の半正（列）ベクトル $\boldsymbol{q}(1)\geq\boldsymbol{0}$，ただし $\boldsymbol{q}^I(1)\geq\boldsymbol{0}$，が与えられれば，定理 6 と同様の推論をおこなうことにより，

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{q}'(1)\left(\frac{\tilde{\boldsymbol{A}}'}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}')}\right)^t\\ &=\Bigg[\lim_{t\to\infty}\Bigg\{\boldsymbol{q}^{I\prime}(1)\left(\frac{\tilde{\boldsymbol{A}}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}'_{11})}\right)^t\\ &\quad+\frac{1}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}'_{11})}\boldsymbol{q}^{II\prime}(1)\sum_{r=0}^{t-1}\left(\frac{\boldsymbol{A}'_{22}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}'_{11})}\right)^r\tilde{\boldsymbol{A}}'_{12}\left(\frac{\tilde{\boldsymbol{A}}'_{11}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}'_{11})}\right)^{t-r-1}\Bigg\},\\ &\qquad\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{q}^{II\prime}(1)\left(\frac{\boldsymbol{A}'_{22}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}'_{11})}\right)^t\Bigg]\\ &=\left[\hat{\boldsymbol{q}}^{I\prime}+\frac{1}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}'_{11})}\boldsymbol{q}^{II\prime}(1)\left(\boldsymbol{I}-\frac{\tilde{\boldsymbol{A}}'_{22}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}'_{11})}\right)^{-1}\tilde{\boldsymbol{A}}'_{12}\boldsymbol{B}',\ \boldsymbol{0}'\right]。\end{aligned}$$

ここで，$\hat{\boldsymbol{q}}^{I\prime}$ は $\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}'_{11})$ に属する正（行）固有ベクトルであり，また，行列 $\boldsymbol{B}'$ は，定理 3 においてとくに標準的基底 $\boldsymbol{e}^j$ を初期ベクトルと考えることにより，その各行が $\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}'_{11})$ に属する Frobenius ベクトルであるような行列であることがわかる。このとき，行ベクトル

$$\frac{1}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}'_{11})}\boldsymbol{q}^{II\prime}(1)\left(\boldsymbol{I}-\frac{\boldsymbol{A}'_{22}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}'_{11})}\right)^{-1}\tilde{\boldsymbol{A}}'_{12}$$

に行列 $\boldsymbol{B}'$ を右からかけたベクトルとベクトル $\hat{\boldsymbol{q}}^I$ との和は，Frobenins ベクトルとなるので，これを，あらためて，$\hat{\boldsymbol{q}}^{I\prime}$ であらわせば，

$$\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{q}'(1)\left(\frac{\tilde{\boldsymbol{A}}'}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}')}\right)^t=[\hat{\boldsymbol{q}}^{I\prime},\boldsymbol{0}'],$$

言い換えれば，

$$\lim_{t\to\infty}\left(\frac{\tilde{\boldsymbol{A}}}{\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})}\right)^t\boldsymbol{q}(1)=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{q}}^I\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}$$

となる。ここで，$\hat{\boldsymbol{q}}^I$ は，$\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}})=\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})$ に属する $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ の正固有（列）ベクトルである。

$$q^I(t) = (1+R(t-1)\tilde{A}_{11}q^I(t-1)\,;$$
$$R(t-1) = \frac{a_o^I(I-\tilde{A}_{11})q^I(t-1)}{a_o^I\tilde{A}_{11}q^I(t-1)}$$

をおこなうだけで十分なのである。このとき，$\tilde{A}_{11}$ の安定性から，明らかに，

$$\lim_{t\to\infty} R(t) = R,$$

ならびに，

$$\lim_{t\to\infty} q_a^I(t) = q_a^I$$

が導かれる。

付言すれば，Sraffa が述べているように，上記の調整プロセスにおいて，比率 $R(t)$ は，価格タームに置き換えてもよい[5]。すなわち，

$$R(t) = \frac{p(I-\tilde{A})q(t-1)}{p\tilde{A}q(t-1)}$$

あるいは，価格さえも同時に変化させて，

$$R(t) = \frac{p(t-1)(I-\tilde{A})q(t-1)}{p(t-1)\tilde{A}q(t-1)};$$
$$p(t) = (1+R(t-1))p(t-1)\tilde{A}$$

としても，所望の結論を得る。価格タームに置き換えた場合でも，明らかに，基礎財体系にかぎった分析で十分である。さらに，価格タームと同様に，価値タームに置き換えた比率

$$R(t) = \frac{v(I-\tilde{A})q(t-1)}{v\tilde{A}q(t-1)}$$

でも用を足す。これは森嶋の調整公式であるが[6]，この式と (3.12) は，ともに，投下労働タームによる比率の調整をあらわすものであるから，じつは，両者は，より一般的な調整式

$$R(t) = \frac{v(t-1)(I-\tilde{A})q(t-1)}{v(t-1)\tilde{A}q(t-1)}$$
$$v(t-1) = a_oX(t-1),$$
$$X(t-1) = \tilde{A}X(t-2)+I,\ X(0) = 0$$

の亜種であると解釈できよう。上式においても，標準生産物を求めるためには，依然として，分析を基礎財体系にかぎってよい。

〔5〕 双対性

前節においてすでに示されたように，産出量体系

$$x = \tilde{A}x+f,\ x \geqq 0,\ f \geq 0,$$

価格体系

$$p = (1+r)p\tilde{A},\ p \geq 0,\ r > 0,$$

純価値体系

$$\tilde{v} = \tilde{v}\tilde{A}+a_o,\ \tilde{v} \geqq 0,\ a_o \geq 0,$$

ならびに，標準体系

$$q = (1+R)\tilde{A}q,\ q \geq 0,\ R > 0$$

の解の存在条件は，すべて，等しく，簡単に

$$0 \leqq \lambda(\tilde{A}) < 1$$

という条件にまとめられる。この条件は，Frobenius の定理により，仮定1と同値であるから，仮定1さえみたされれば，これら4つの体系の解は存在し，しかも，これらの解のあいだに，

$$pf = rp\tilde{A}x,$$

すなわち，

剰余生産物価額＝利潤，

また，

$$\tilde{v}f = a_ox,$$

つまり，

剰余生産物純価値＝投下労働量，

さらに，

$$R = r,$$

5) Sraffa によれば，標準比率を求めるには，つぎのような2つの方法がある。
「一つは，間接雇用労働に対する直接雇用労働の数量比率であり，いま一つは，生産手段に対する純生産物の価値比率である。」(Sraffa〔14〕訳書27ページ)
なお，Sraffa のいう「価値」とは，本稿における「価格」に翻訳して解釈する必要がある。

6) Morishima〔4〕，あるいは，Morishima and Catephores〔5〕訳書211ページ参照。

したがって，

標準比率＝利潤率，

という恒等式が成立する。このとき，価値体系，

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{vA} + \boldsymbol{a}_o,\ \boldsymbol{v} \geqq \boldsymbol{0},\ \boldsymbol{a}_o \geqq \boldsymbol{0}$$

の解 $\boldsymbol{v}$ も存在し，しかも，

$$\boldsymbol{v} = \frac{\tilde{\boldsymbol{v}}}{1+\tilde{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{c}},$$

あるいは，

$$\tilde{\boldsymbol{v}} = \frac{\boldsymbol{v}}{1-\boldsymbol{vc}}$$

が成り立つ[7]。そうすると，$\tilde{\boldsymbol{v}}$ ならびに $\boldsymbol{v}$ の非負性から，

$$1-\boldsymbol{vc} > 0$$

でなければならない。この式は，労働の価値一これは定義によって1に等しい一が，労働力の価値一これは定義により必要消費の価値に等しい一より大であること，したがって，労働者は，労働力の提供と引き換えに，みずからが生み出す価値より低い価値にしか値しない生活資料を手に入れるにすぎないことを意味する。じっさい，このとき，搾取率

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{\boldsymbol{vf}}{\boldsymbol{vca}_o\boldsymbol{x}}\\ &= \frac{\boldsymbol{v}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{x}-\boldsymbol{vca}_o\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{vca}_o\boldsymbol{x}}\\ &= \frac{1-\boldsymbol{vc}}{\boldsymbol{vc}}\end{aligned}$$

は正である。逆に，正の搾取率をともなう価値体系の解 $\boldsymbol{v}$ が存在すれば，この議論の逆をたどることにより，純価値体系の解の存在，したがって，残りの3つの体系の解の存在が，すべて，導かれる。以上をまとめれば，

$$\begin{aligned}\omega > 0 &\Leftrightarrow r > 0\\ &\Leftrightarrow R > 0\\ &\Leftrightarrow \text{産出量体系の解の存在}\\ &\Leftrightarrow \text{純価値体系の解の存在}\end{aligned}$$

となる。すなわち，搾取率の正値条件，ないし，利潤率の正値条件は，すべての体系における解の存在条件と同値であるが，この共通な存在条件は，仮定1がみたされるとき，かつ，そのときにかぎり，満足されることがわかる。なお，純価値体系と産出量体系との間に成立する恒等式は，上述の議論により，価値体系と産出量体系との間のそれ

$$\boldsymbol{vf} + \boldsymbol{vca}_o\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}_o\boldsymbol{x}^{8)},$$

すなわち，

剰余生産物価値＋必要消費価値
＝投下労働量

と言い換えることができることを指摘しておく。また，仮定3がみたされるときには，これらに共通の解の存在条件は，基礎財体系にかぎった条件

$$0 < \lambda(\tilde{A}_{11}) < 1$$

のかたちであらわされる。したがって，基礎的グループに関して，産出量，正の利潤率をともなう価格，純価値，あるいは，正の搾取率をと

7) (3.10)，(3.10′) を見よ。これらの関係式は，たしかに，価値方程式ないし純価値方程式を，それぞれ，満足する。じっさい，$\tilde{\boldsymbol{v}}$ が純価値方程式をみたすことから，(3.10) により，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v} &= \frac{\tilde{\boldsymbol{v}}}{1+\tilde{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{c}} = \frac{\tilde{\boldsymbol{v}}}{1+\tilde{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{c}}\tilde{\boldsymbol{A}} + \frac{\boldsymbol{a}_o}{1+\tilde{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{c}}\\ &= \frac{\tilde{\boldsymbol{v}}}{1+\tilde{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{c}}\boldsymbol{A} + \frac{\tilde{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{ca}_o}{1+\tilde{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{c}} + \frac{\boldsymbol{a}_o}{1+\tilde{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{c}}\\ &= \boldsymbol{vA} + \boldsymbol{a}_o\end{aligned}$$

となり，この $\boldsymbol{v}$ は価値方程式を満足する。逆に，$\boldsymbol{v}$ が価値方程式を満足するときには，(3.10′) から，

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{v}} &= \frac{\boldsymbol{v}}{1-\boldsymbol{vc}} = \frac{\boldsymbol{v}}{1-\boldsymbol{vc}}\boldsymbol{A} + \frac{\boldsymbol{a}_o}{1-\boldsymbol{vc}}\\ &= \frac{\boldsymbol{v}}{1-\boldsymbol{vc}}\tilde{\boldsymbol{A}} - \frac{\boldsymbol{vca}_o}{1-\boldsymbol{vc}} + \frac{\boldsymbol{a}_o}{1-\boldsymbol{vc}}\\ &= \tilde{\boldsymbol{v}}\tilde{\boldsymbol{A}} + \boldsymbol{a}_o。\end{aligned}$$

したがって，純価値方程式が導かれる。

8) 恒等式

$$\tilde{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{f} = \boldsymbol{a}_o\boldsymbol{x}$$

に

$$\tilde{\boldsymbol{v}} = \frac{\boldsymbol{v}}{1-\boldsymbol{vc}}$$

を代入すれば，恒等式

$$\boldsymbol{vf} + \boldsymbol{vca}_o\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}_o\boldsymbol{x}$$

が，一方，後者の恒等式に

$$\boldsymbol{v} = \frac{\tilde{\boldsymbol{v}}}{1+\tilde{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{c}}$$

を代入すれば，前者が導かれる。

もなう価値のうち，いずれかの体系の解が存在しさえすれば，非基礎的グループをも含めた全産業について，これらすべての体系の解が存在することがわかる。このように，すべての体系に共通な解の存在条件を検討するさいには，非基礎的産業側の事情はいっさい考慮に入れる必要がない。しかも，このとき，利潤率 r は基礎財体系のみから定まり，同様に，搾取率 ω も，ベクトル $\boldsymbol{c}$ の構成から，

$$\omega=\frac{1-\boldsymbol{vc}}{\boldsymbol{vc}}=\frac{1-\boldsymbol{v}^I\boldsymbol{c}^I}{\boldsymbol{v}^I\boldsymbol{c}^I}$$

となり，基礎財体系におけるそれ ω^I に等しい。こうして，静学体系における解の存在条件は，いずれの体系の解にせよ，仮定3がみたされるかぎり，基礎的グループの増補投入行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ が（半）生産的であるという条件と同値になる。したがって，仮定1は，基礎的グループにかぎった条件である

仮定1′.　$(\exists\boldsymbol{x}^1\geqq\boldsymbol{0})(\boldsymbol{x}^I\geq\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}\boldsymbol{x}^I)$

のかたちにゆるめることができる。

以上により，仮定3がみたされるときには，すべての体系の静学解の存在条件は，まとめて，

$$0<\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})<1$$

のかたちであらわすことができるが，さらに，仮定4がみたされれば，行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ は安定になるので，これらの体系のあいだに，動学的な文脈においても，双対な関係が成り立つ。すなわち，産出量体系

$$\boldsymbol{x}(t)=\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(t-1)+\boldsymbol{f},\ \boldsymbol{f}\geq\boldsymbol{0},\ \boldsymbol{x}(0)=\boldsymbol{0},$$

がその静学解 $\boldsymbol{x}\geq\boldsymbol{0}$ に収束するための条件，価格体系

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{p}(t)=(1+r(t-1))\boldsymbol{p}(t-1)\tilde{\boldsymbol{A}}\,;\\&\boldsymbol{p}(1)\geqq\boldsymbol{0},\ \boldsymbol{p}^I(1)\geq\boldsymbol{0},\\&r(t-1)=\frac{\boldsymbol{p}(t-1)(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}(t-1)}{\boldsymbol{p}(t-1)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(t-1)}\end{aligned}$$

がその静学解 $\boldsymbol{p}>\boldsymbol{0}$，$r>0$ に収束するための条件，純価値体系

$$\begin{aligned}&\tilde{\boldsymbol{v}}(t)=\boldsymbol{a}_o\tilde{\boldsymbol{X}}(t),\\&\tilde{\boldsymbol{X}}(t)=\tilde{\boldsymbol{A}}\tilde{\boldsymbol{X}}(t-1)+\boldsymbol{I},\ \tilde{\boldsymbol{X}}(0)=\boldsymbol{0}\end{aligned}$$

がその静学解 $\tilde{\boldsymbol{v}}>\boldsymbol{0}$ に収束するための条件，価値体系

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{v}(t)=\boldsymbol{a}_o\boldsymbol{X}(t),\\&\boldsymbol{X}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}(t-1)+\boldsymbol{I},\ \boldsymbol{X}(0)=\boldsymbol{0},\\&\omega(t)=\frac{1-\boldsymbol{v}(t)\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{v}(t)\boldsymbol{c}}=\frac{1-\boldsymbol{v}^I(t)\boldsymbol{c}^I}{\boldsymbol{v}^I(t)\boldsymbol{c}^I}\end{aligned}$$

がその静学解 $\boldsymbol{v}>\boldsymbol{0}$，$\omega=\omega^I>0$ に収束するための条件，ならびに，標準体系

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{q}(t)=(1+R(t-1))\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{q}(t-1),\\&R(t-1)=\frac{\boldsymbol{a}_o(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{q}(t-1)}{\boldsymbol{a}_o\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{q}(t-1)}\end{aligned}$$

がその静学解 $\boldsymbol{q}\geq\boldsymbol{0}$，$R>0$ に収束するための条件，これら5つの条件は，たがいに，同値であり，しかも，それら静学解の存在条件

$$0<\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11})<1$$

とまったく同一である。したがって，基礎財体系における静学解の存在条件である仮定1′さえみたされれば，仮定3ならびに4が満足されるかぎり，非基礎的グループも含めたすべての部門に関して，さきの5つの動学体系の解は，それぞれの体系の静学解に収束することがわかる。このように，動学体系に関する双対問題は，そっくりそのまま，静学体系におけるそれに帰着することになる。なお，これらの体系のあいだには，恒等式

$$\begin{aligned}\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{p}(t)\boldsymbol{f}&=\boldsymbol{pf}=r\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}\\&=\lim_{t\to\infty}r(t)\boldsymbol{p}(t)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(t),\\\lim_{t\to\infty}\tilde{\boldsymbol{v}}(t)\boldsymbol{f}&=\tilde{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{f}=\boldsymbol{a}_o\boldsymbol{x}=\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{a}_o\boldsymbol{x}(t),\\\lim_{t\to\infty}R(t)&=R=r=\lim_{t\to\infty}r(t),\\\lim_{t\to\infty}\{\boldsymbol{v}(t)\boldsymbol{f}&+\boldsymbol{v}(t)\boldsymbol{c}\boldsymbol{a}_o\boldsymbol{x}(t)\}\\&=\boldsymbol{vf}+\boldsymbol{vca}_o\boldsymbol{x}=\boldsymbol{a}_o\boldsymbol{x}\\&=\lim_{t\to\infty}\boldsymbol{a}_o\boldsymbol{x}(t)\end{aligned}$$

が成り立つ。

おわりに

永田〔8〕においては，増補投入行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ が分解不能なケース，すなわち，すべての生産物が「基礎的生産物」からなるケースに関して，つぎにあげる2つの条件

（I） $\tilde{\boldsymbol{A}}$ は「安定」である，

（II） $\tilde{\boldsymbol{A}}$ は生産的である，

さえみたされれば，「自然価格」の存在，ならびに，任意の価格ベクトルの「自然価格」への収束性が導かれることが示された。本稿においては，さらに，たとえ $\tilde{\boldsymbol{A}}$ が分解可能であって，なんらかの「非基礎的生産物」が存在したとしても，条件

（III） $\lambda(\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}) > \lambda(\boldsymbol{A}_{22})$

がみたされるかぎり，基礎財体系を構成する分解不能行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}_{11}$ がさきの条件（I），（II）を満足するときには，依然として，「自然価格」の存在，および，任意に与えられた価格ベクトルの「自然価格」への収束性が導かれることを示した。このように，条件（III）がみたされるときには，基礎財体系の性質だけから，非基礎的グループも含めた体系全体における解の存在条件，ならびに，任意の価格ベクトルの「自然価格」への収束性は規定されることになる。

ところで，本稿では，永田〔8〕と同様に，産出量体系

$$\boldsymbol{x} = \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{f},$$

ならびに，価格体系

$$\boldsymbol{p} = (1+r)\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}$$

の動学プロセスを，それぞれ，乗数過程

$$\boldsymbol{x}(t) = \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(t-1) + \boldsymbol{f},$$

あるいは，価格形成過程

$$\boldsymbol{p}(t) = (1+r(t-1))\boldsymbol{p}(t-1)\tilde{\boldsymbol{A}};$$
$$r(t-1) = \frac{\boldsymbol{p}(t-1)(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}(t-1)}{\boldsymbol{p}(t-1)\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(t-1)}$$

として定式化をおこなった。ここで，価格形成過程は，いわゆる「転形手続き」の動学バージョンと考えられている。その結果，さきにあげた3つの条件がみたされるときには，必ず，静学解が存在し，しかも，動学体系は静学解に収束することになる。これにたいして，Nikaido〔11〕においては，正反対に，産出量体系，価格体系ともに収束しない反例があげられている[1)]。両者のあいだで，このような相反する結論が導かれるのは，どうしてであろうか。

まず，Nikaido〔11〕においては，動学的産出量体系は，微分方程式

$$\boldsymbol{x} = \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x} + \tilde{\boldsymbol{A}}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{c}, \qquad (1)$$

あるいは，

$$\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}\tilde{\boldsymbol{A}}\dot{\boldsymbol{x}} + (\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}\boldsymbol{c}$$

のかたちで，頭初は，与えられている[2)]。この体系の平衡点は，$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{0}$ とおいたとき，

$$\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}\boldsymbol{c}$$

で与えられるが，これは静学解に等しい。一方，一般解は，行列

$$(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}\tilde{\boldsymbol{A}}$$

の固有値の逆数ならびに固有ベクトルに依存する。この行列は，$\tilde{\boldsymbol{A}}$ が分解不能のときには，正行列，したがって，分解不能行列となるので，固有値の1つは Frobenius 根

$$\rho_1 = \lambda((\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}\tilde{\boldsymbol{A}}) > 0$$

である。そうすると，$\tilde{\boldsymbol{A}}$ が2次行列の場合に

1） これは，筆者が，1987年度理論・計量経済学会西部部会（於近畿大学）において，永田〔8〕を報告したさいに，討論者となっていただいた高増明氏（大阪産業大学）が指摘された。高増氏には，その他数多くの有益なコメントをいただいたこともあわせて，ここに記して感謝する。

2） Nikaido〔11〕p. 343，（15），（16）式。

は，ρ_2 をもう 1 つの固有値とすると，根と係数との関係から，

$$\rho_1\rho_2 = |(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}\tilde{\boldsymbol{A}}| = |(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})|^{-1}|\boldsymbol{A}|$$

が一般に，成り立つので，$\rho_1>0$ とあわせて，ρ_2 は実数，かつ，

$$\rho_2 \gtreqless 0 \;\Leftrightarrow\; |\tilde{\boldsymbol{A}}| \gtreqless 0$$
$$\Leftrightarrow\; \frac{\tilde{a}_{11}}{\tilde{a}_{21}} \gtreqless \frac{\tilde{a}_{12}}{\tilde{a}_{22}}\ \text{（技術的構成比）}$$
$$\Leftrightarrow\; \frac{v_1\tilde{a}_{11}}{v_2\tilde{a}_{21}} \gtreqless \frac{v_1\tilde{a}_{12}}{v_2\tilde{a}_{22}}\ \text{（価値構成比）}$$

となり，第 1 部門の価値構成比が第 2 部門のそれより大きいケースにおいては，この体系は，平衡点を除いて，不安定である[3]。

(1) 式は，今期の剰余生産物から資本家消費部分を控除した残余が，来期の生産手段の増分となることをあらわしているが，これでは，初期産出量がそれ以降のすべての産出量水準の動向を決めてしまうばかりか，産出量の非負条件を，一般に，満たさない。このような事態が生じるのは，産出量体系を Backward System にしたからにほかならない。というのは，微分方程式系 (1) を差分方程式のかたちになおしてみれば，

$$\boldsymbol{x}(t) = \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(t+1)+\boldsymbol{c} \qquad (1')$$

となるが，これは，t 期の生産物から資本家消費を控除した残りの生産物は，すべて，$t+1$ 期の生産のために利用されることを意味する Backward Difference Equations になるからである。

(1′) において，

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{x}(t)-(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}\boldsymbol{c}$$

とおけば，

$$\boldsymbol{u}(t) = \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{u}(t+1)$$

という同次方程式体系を得る。そこで，$\tilde{\boldsymbol{A}}$ が primitive なとき，体系

$$\boldsymbol{u}(t) = \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{u}(t+1)\,;$$
$$\boldsymbol{u}(t) \geqq \boldsymbol{0}^{4)}$$

を考えれば，非自明解は

$$\boldsymbol{u}(t) = (1+R)^t\boldsymbol{q} > \boldsymbol{0}$$

にかぎられる[5]。ここで，$\boldsymbol{q}, R$ は，それぞれ，標準商品，あるいは，標準比率をあらわす。そうすると，

$$\boldsymbol{x}(t) = (1+R)^t\boldsymbol{q}+(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}\boldsymbol{c}。$$

したがって，初期条件

$$\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{q}+(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}\boldsymbol{c}$$

をみたすときのみ，この体系は自己充足的となる。このように，(1′) においては，剰余の処分が硬直的に定式化されているために，特殊な初期条件がみたされないかぎり，体系は，遅かれ早かれ，自己充足的でなくなる。これにたいして，乗数過程

$$\boldsymbol{x}(t+1) = \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{f},$$

あるいは，

$$\boldsymbol{x}(t+1)-\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{f}-(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}(t)$$

は，与えられた最終需要 $\boldsymbol{f}$ と，第 t 段階における剰余生産物 $(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}(t)$ とのあいだのギャップを埋めるように第 $t+1$ 段階の産出量が増大しなければならないことを意味するが，$\tilde{\boldsymbol{A}}$ が生産的でありさえすれば，産出量 $\boldsymbol{x}(t)$ は静学解 $(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})^{-1}\boldsymbol{f}$ に収束する。しかも，このとき，剰余生産物 $\boldsymbol{f}$ の用途は不問にされており，その一部を拡大再生産のために利用しようと，あるいは，すべてを消費しつくしてしまおうと，かまわない[6]。

3) もっとも，逆のケースでも，平衡点は saddle point なのではあるが。

4) 言い換えれば，
$$\boldsymbol{x}(t) \geqq \tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{c},$$
すなわち，毎期ごとに，剰余生産物のなかから資本家消費をまかなうことができる。

5) Nikaido〔10〕p. 126，THEOREM 8. 6. 参照。

6) ここで，乗数過程は，フローとしての産出量と対応させるため，その全体が 1 期間を構成するように考えられている。

つぎに，価格体系に関する反例を検討してみよう。Nikaido〔11〕においては，第 j 部門の資本価格 q_j を

$$q_j = \boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j = \sum_i p_i \tilde{a}_{ij}$$

と定義したうえで，この部門の「貨幣資本」を

$$M_j = q_j x_j$$

としているが，この定義は，本当に，「貨幣資本」をあらわしているのであろうか。前者は，たんに，費用価格の定義式にすぎず，したがって，後者は総費用価額をあらわすのではなかろうか。ともあれ，このような定義を，ひとまず，受け入れてみれば，「貨幣資本」の移動は，つぎのように定式化される。

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{M}} &= \boldsymbol{\psi}(\bar{r}\boldsymbol{I} - \hat{\boldsymbol{r}}) \\ &= [\psi_1(\bar{r} - r_1), \cdots, \psi_n(\bar{r} - r_n)]; \\ &\bar{r} - r_j \gtreqqless 0 \Leftrightarrow \psi_j \gtreqqless 0.\end{aligned}$$

ここで，$\bar{r}$ は平均利潤率を，また，$\hat{\boldsymbol{r}}$ は

$$\hat{\boldsymbol{r}} = \begin{bmatrix} r_1 & & \boldsymbol{0} \\ & \ddots & \\ \boldsymbol{0} & & r_n \end{bmatrix}$$

なる対角行列をあらわす。すなわち，平均より低い利潤率しか生まない部門から，それより高利潤率の部門へ「貨幣資本」が移動するわけである[7]。そうすると，産出量が不変なケースでは，

$$\dot{M}_j = \dot{q}_j x_j$$

が成り立つので，連立微分方程式

$$\dot{\boldsymbol{p}}\tilde{\boldsymbol{A}} = [\psi_1/x_1, \cdots, \psi_n/x_n],$$

あるいは，

$$\dot{\boldsymbol{p}} = [\psi_j/x_j]\tilde{\boldsymbol{A}}^{-1}$$

を得る[8]。そうすると，2部門モデルを考えれば，

$$\dot{\boldsymbol{p}} = [\psi_1/x_1, \psi_2/x_2] \begin{bmatrix} \tilde{a}_{22} & -\tilde{a}_{12} \\ -\tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{11} \end{bmatrix} \frac{1}{|\tilde{\boldsymbol{A}}|},$$

したがって，

$$\begin{aligned}\dot{p}_1 &= (\tilde{a}_{22}\psi_1/x_1 - \tilde{a}_{21}\psi_2/x_2)/|\tilde{\boldsymbol{A}}|, \\ \dot{p}_2 &= (-\tilde{a}_{12}\psi_1/x_1 + \tilde{a}_{11}\psi_2/x_2)/|\tilde{\boldsymbol{A}}|\end{aligned}$$

となる。そこで，$|\tilde{\boldsymbol{A}}|>0$ のケースを考えれば[9]，関数 $\boldsymbol{\psi}$ の性質から，

$$r_i > \bar{r} > r_j \Rightarrow \psi_i > 0 > \psi_j$$

が成り立つので，$|\tilde{\boldsymbol{A}}|>0$ とあわせて，

$$r_i > \bar{r} > r_j \Rightarrow \dot{p}_i > 0 > \dot{p}_j.$$

つまり，平均より高い利潤率を生む部門の商品価格はいっそう上昇するのにたいして，それより低い利潤率しか生まない部門の商品価格は下がることになり，その結果，利潤率格差は拡大してしまう。これが，Nikaido〔11〕において，利潤率均等化命題にたいする反例としてあげられている，もっとも単純な，ケースである。しかしながら，この定式化には，いったい，どのような経済的意味があるのであろうか。この定式化において要石の役割を果す「貨幣資本」は，じつは，たんなる総費用価額の定義にすぎないわけだから，この反例においては，高利潤率部門の費用価格は上昇し，他方，低利潤率部門のそれは下落するように定式化されているわけであり，どうしてそうならなければならないのかが，まったく，不明である。このような事態が生じるのは，定式化にさいして，「貨幣資本」と費用価格とが混同されているからにほかならない。

経済全体からみれば，産業間の取引において，売りも買いも同額の

$$\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}$$

であらわされ，資金の過不足はない。ところが，個別部門では，一般に，

$$\sum_k p_k \tilde{a}_{ki} x_i \neq \sum_j p_i \tilde{a}_{ij} x_j$$

7) Nikaido〔11〕p. 345，(21)-(24) 式。
8) Nikaido〔11〕pp. 347-348，(39)-(43) 式。

9) このケースは，さきに検討したように，第1部門の技術的構成比が第2部門のそれより大きいケースにあたる。

だから，部門 i の支払総額と受取総額とは一致しない。したがって，Nikaido〔11〕における「貨幣資本」の定義に忠実にしたがえば，

$$\sum_k p_k \tilde{a}_{ki} x_i > \sum_j p_i \tilde{a}_{ij} x_j$$

なる部門では他部門への「貨幣資本」移動が生じるのにたいして，逆に，

$$\sum_k p_k \tilde{a}_{ki} x_i < \sum_j p_i \tilde{a}_{ij} x_j$$

なる部門においては，他部門からの「貨幣資本」流入を経験することになろう。これら「貨幣資本」移動が，すべての部門において，おさまるような体系は，唯一，

$$\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\hat{\boldsymbol{x}} = (\hat{\boldsymbol{p}}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x})'$$

という条件をみたす体系にかぎられる。ここで，$\hat{\boldsymbol{x}}, \hat{\boldsymbol{p}}$ は，それぞれ，

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} x_1 & & \boldsymbol{0} \\ & \ddots & \\ \boldsymbol{0} & & x_n \end{bmatrix}, \quad \hat{\boldsymbol{p}} = \begin{bmatrix} p_1 & & \boldsymbol{0} \\ & \ddots & \\ \boldsymbol{0} & & p_n \end{bmatrix}$$

として定義される対角行列である。このような条件に，いかなる経済的意味を付加することができようか。このような無意味な結果をまねく，根源的な，原因は，Nikaido〔11〕においては，総費用価額を「貨幣資本」ととりちがえた結果，静学的には価格体系を行列 $\boldsymbol{I}-(1+r)\tilde{\boldsymbol{A}}$ に結びつけているにもかかわらず，動学方程式では行列 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ のみに関るようにしか定式化されていないからである。くり返せば，たとえ，価格体系の静学解

$$\boldsymbol{p} = (1+r)\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}$$

においても，このような「貨幣資本」の定義によれば，一般に

$$\sum_k p_k \tilde{a}_{ki} x_i \neq \sum_j p_i \tilde{a}_{ij} x_j$$

が成り立つかぎり，「貨幣資本」移動が生じることになってしまう。ところが，常識的に考えても，静学解において，じっさいに，そのような移動が生じるとは考えられない。ここでいう「貨幣資本」とは，じつは，総費用価額にすぎないのであり，部門 j の費用価格 $\sum_i p_i \tilde{a}_{ij}$ は，静学解においてはもちろんのこと，それ以外の価格ベクトルにたいしても，

$$r_j \geqq 0$$

であるかぎり，定義式

$$p_j = (1+r_j)\sum_i p_i \tilde{a}_{ij}$$

をみればわかるように，必ず，回収することが可能である。このとき，もし，

$$r_j > 0$$

であれば，Nikaido〔11〕のいう「貨幣資本」を上まわる貨幣の流入があることになるが，これは，いったい，どのようにして生じたのであろうか。1つの逃げ道は $r_i < 0$ なる部門の存在をいうことであるが，静学解においてはすべての部門に関して $r>0$ なので，すべての部門について $G-W-G'$ が成り立つことになり[10]，無から「貨幣資本」の増分 ΔG が生じることになる。なるほど，個別資本の目からみれば，利潤率が正であるかぎり，言い換えれば，費用価格を上まわる価格が成立するかぎり，$G-W-G'$ にあらわれる貨幣に換算した収入が増大することは否定しがたい事実ではある[11]。それにもかかわらず，マクロ的にみて貨幣量の増大が生じ

10) 正確には，いわゆる「産業資本の形式」

$$G-W\left\langle\begin{matrix} P_m \\ A \end{matrix}\right.\cdots P\cdots W'-G'$$

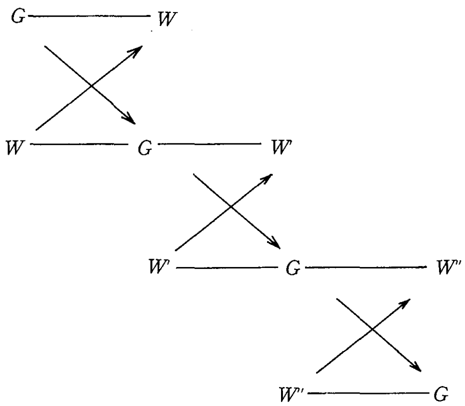
である。

11) 前注で示した「産業資本の形式」をみればわかるように，このような収入の増大の根拠は，労働力商品の購入を媒介とする，生産過程のなかに存在する。なお，経済全体からみれば，生産手段 P_m を補塡するための産業間の取引においては，売りと買いとは同額の

$$\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}$$

であらわせる。したがって，このような，補塡需要をまかなうための資本家のあいだの取引は，マクロ的にみて，ゼロ・サムであることがわかる。

るとはおもえない。マクロ的にみた「流通手段」としての貨幣は，商品流通を媒介するものであるから，それは，売手一買手の連鎖のなかで持ち主をかえる「天下の回りもの」として，流通界にとどまりつづけるものなのである。このことを，わかりやすいように，図示すれば，つぎのようになる[12]。



この図においては，同一の G が $W—G—W'$，$W'—G—W''$ という 2 つの取引を媒介しているので，Nikaido〔11〕の「貨幣資本」の定義にしたがえば，「貨幣資本」総額は $W+W'+W''$ すなわち $3G$ となるであろう。ところが，彼の予想に反して，上例において貨幣量は G のままなのである。一般的にいえば，

「商品は一般に売買されると流通界を脱して消費に入るのに反して，貨幣は商品の売買を媒介しつつ常に流通市場に留まることになる。貨幣は，$G—W$ としては価値尺度として機能し，それを基準としながら $W—G—W'$ の関連において流通手段として機能する」[13]

のであり，Nikaido〔11〕は，「価値尺度」としての貨幣を「流通手段」としての貨幣ととりちがえているようにしかおもえない。

なお，Ricardo 自身は，資本移動をつぎのように考えていた。

「絹織物に対する需要が増大し，毛織物に対する需要が減少すると，毛織物業者はその資本をたずさえて絹織物業に移動するのではなく，むしろ労働者を何人か解雇し，銀行家や資産家からの貸付に対する彼の需要を停止する。他方，絹織物製造業者の場合は逆である。彼は，より多くの労働者を雇用したい。それゆえ，借入の動機が増大する。彼は，より多くを借り入れる。それゆえ，資本は，一製造業者がこれまで営んできた事業を停止する必要なしに，一部門から他部門へ移転される。」[14]

このように，Ricardo のいう資本移動とは，銀行資本が介入する，信用供与の動向を想定していたわけであるから，はじめから，Nikaido〔11〕による「貨幣資本」移動とは，かなり，性格を異にするものなのではなかろうか。

一方，「転形手続き」による定式化は，諸資本のあいだの剰余の分配を中心におこなわれている。一般に，必ずしも静学解ではない，価格ベクトル $\boldsymbol{p}$ にたいして，第 j 部門の個別利潤率 r_j は，

$$r_j=\frac{\boldsymbol{p}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{e}^j}{\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j}=\frac{p_j-\sum_i p_i\tilde{a}_{ij}}{\sum_i p_i\tilde{a}_{ij}}$$

と定義される。この定義式を書き換えれば，

$$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{I}+\hat{\boldsymbol{r}})$$

となるので，任意に与えられた産出量 $\boldsymbol{x}$ にたいして，

$$\boldsymbol{p}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}=\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\hat{\boldsymbol{r}}\boldsymbol{x}=\sum_j r_j\sum_i p_i\tilde{a}_{ij}x_j,$$

すなわち，

12) 宇野〔16〕32ページ参照。
13) 宇野〔16〕32ページ。
14) Ricardo〔13〕訳書，上巻131-132ページ。

剰余生産物価額 ＝ 総利潤

が恒等的に成立する。また，平均利潤率 $\bar{r}$ は

$$\bar{r} = \frac{\boldsymbol{p}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}}$$

で与えられるので，

$$\bar{r}\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\hat{\boldsymbol{r}}\boldsymbol{x}$$

でもある。ところが，一般に，部門間で個別利潤率は異なるので，不利な部門の資本家は利潤の再分配を求めるだろう。すなわち，

「商品が…資本の生産物として交換され，資本は剰余価値総量のうちからそれぞれの大きさに比例してその分けまえを，…，要求する」[15)]

わけである。言い換えれば，資本家たちの観念のなかには，つぎのような補償原理が計算されることになる。つまり，

「それぞれの特殊資本はただ総資本の一片とみなされるべきであって，この株主は自分の資本持ち分の大きさに比例して総利潤に参加するのだという観念」[16)]

が形成される。そこで，いま，第 j 部門の資本家の「持ち分」を θ_j とすると，

$$\theta_j = \frac{\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j x_j}{\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}}$$

であるから，平均利潤率 $\bar{r}$ は，θ_j をウエイトとする，個別利潤率 r_j の加重平均になる。

$$\bar{r} = \sum_j \theta_j r_j。$$

そうすると，この持ち分に応じて第 j 部門に再分配される利潤は $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}\theta_j$ となるので，再分配がおこなわれたあとの利潤率は，

$$\frac{\boldsymbol{p}(\boldsymbol{I}-\tilde{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{x}\theta_j}{\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j x_j} = \frac{\bar{r}\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}\theta_j}{\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{e}^j x^j} = \bar{r},$$

すなわち，平均利潤率に等しい。このような再分配がすべての部門について計上されれば，価格は，

$$\boldsymbol{p}+\dot{\boldsymbol{p}} = (1+\bar{r})\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}$$

と改訂されることになろう。上式は，微分方程式体系

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{p}} &= -\boldsymbol{p}(\boldsymbol{I}-(1+\bar{r})\tilde{\boldsymbol{A}}) \\ &= \boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}(\bar{r}\boldsymbol{I}-\hat{\boldsymbol{r}})\end{aligned}$$

のかたちに書き換えられる。この微分方程式の平衡点は，$\dot{\boldsymbol{p}}=\boldsymbol{0}$ とすれば，

$$\boldsymbol{p} = (1+\bar{r})\boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}。$$

すなわち，$\boldsymbol{p}$, $\bar{\boldsymbol{r}}$ が価格体系の静学解となるような点である。そして，明らかに，

$$\dot{p}_j \gtreqqless 0 \Leftrightarrow \bar{r} \gtreqqless r_j$$

が成り立つので，平均より低い利潤率しか生まない産業の商品価格は上昇するのにたいして，高利潤率部門のそれは下落する。この結果は，部門間の資本の技術的構成比いかんを問わず成り立つ[17)]。このような関係は，$\bar{r}\boldsymbol{I}-\hat{\boldsymbol{r}}$ の項をその単調増加な変換 $\boldsymbol{\varphi}$ に換えて，

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{p}\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\varphi}(\bar{r}\boldsymbol{I}-\hat{\boldsymbol{r}})\text{；}\ \boldsymbol{\varphi}\text{ は単調増加}$$

としても，依然として，成立する[18)]。Nikaido〔11〕の定式化がもたらす矛盾の根源は，「貨幣資本」の定義を見誤ったために，上式における $\tilde{\boldsymbol{A}}$ を $\tilde{\boldsymbol{A}}^{-1}$ に，さらに，単調増加関数 $\boldsymbol{\varphi}$ を単調減少関数 $\boldsymbol{\psi}$ に，とりちがえたところにあるのではなかろうか。

15)　Marx〔3〕訳書，第6分冊291ページ。
16)　Marx〔3〕訳書，第6分冊344ページ。

17)　Nikaido〔11〕においては，2部門モデルを使用しているので，行列式 $|\tilde{\boldsymbol{A}}|$ の符号条件が，同時に，部門間の技術的構成比ないし価値構成比の相違をあらわすことになり，あたかも，明確な経済的意味をもつかのようにおもえるが，いったん，多部門モデルとして定式化しなおせば，行列式 $|\tilde{\boldsymbol{A}}|$ の符号条件の経済的意味がなんであるかを見定めることは困難であるようにおもわれる。
18)　このような定式化は，たとえば，置塩〔12〕においておこなわれている。

	Nikaido	転形手続き
係数行列	$\tilde{A}^{-1}$	$\tilde{A}$
変　換	ϕ（単調減少）	φ（単調増加）

なお，Ricardo 自身は，つぎのように述べている。

「誰でも，その資本を自分の好むところに投下することとが自由であるかぎり，当然その資本のために最も有利な投下部門を探し求めるであろう。…より有利な事業を求めて，より不利な事業を去ろうとする，すべての資本使用者側のこの不断の願望は，すべての事業の利潤率を均等化するか，あるいは，一方が他方以上にもっているか，もっていると思われる何らかの利点を，当事者の評価の上で償うような比率に利潤を定める強い傾向をもっている。」[19)]

「転形手続き」は，このような補償比率を平均利潤率 $\bar{r}$ と考えて定式化されているわけであるが，じつは，この補償比率は $\bar{r}$ でなくとも，たとえば，(3.3) 式において，

$$r(t-1)=\max_j r_j(t-1)$$

であっても，価格の収束性は導かれる。じっさい，このとき，賃金単位になおせば，(3.3′) は，依然として，成立するので，$\tilde{A}$ が安定なときには，

$$\lim_{t\to\infty} \boldsymbol{p}_w(t)=\boldsymbol{p}_w$$

ならびに，

$$\lim_{t\to\infty} r_j(t)=r \quad (j=1,2,\cdots,n)$$

が成り立つ。この補償原理の経済的意味は，最高利潤率をあげる部門の利潤率にあわせて，すべての部門の価格が改訂されることである。

19) Ricardo〔13〕訳書，上巻130-131ページ。

参　考　文　献

〔1〕 Gale, D., *The Theory of Linear Economic Models*, McGraw-Hill, 1960；和田貞夫，山谷恵俊訳『線型経済学』紀伊国屋書店，1964年。

〔2〕 Keynes, J. M., *The General Theory of Employment, Interest and Money*, Macmillan, 1936；塩野谷祐一訳『雇用・利子および貨幣の一般理論』(『ケインズ全集』第7巻)，東洋経済新報社，1983年。

〔3〕 Marx, K., *Das Kapital* (*Karl Marx-Friedrich Engels Werke*, Band 23-25), Dietz Verlag, 1962-1964；岡崎次郎訳『資本論』大月書店（国民文庫版），1972年。

〔4〕 Morishima, M., "Marx in the Light of Modern Economic Theory", *Econometrica*, 1974.

〔5〕 Morishima, M., and G. Catephores, *Value, Exploitation and Growth—Marx in the Light of Modern Economic Theory—*, McGraw-Hill, 1978；高須賀義博，池尾和人訳『価値・搾取・成長—現代の経済理論からみたマルクス—』創文社，1980年。

〔6〕 Nagata, S., "Effective Demand and Prices—Variations on a Theme by Sraffa—", 九州大学『経済論究』第62号，1985年。

〔7〕 Nagata, S., "Role of Demand in Leontief=Sraffa System—Focusing Attention on the Duality between Quantity System and Value System—", 九州大学『経済論究』第64号，1986年。

〔8〕 永田聖二「安定行列と価格—Leontief-Sraffa 体系における価格の収束性—」九州大学『経済学研究』第52巻第6号，1987年。

〔9〕 二階堂副包『経済のための線型数学』培風館，1961年。

〔10〕 Nikaido, H., *Convex Structures and Economic Theory*, Academic Press, 1968.

〔11〕 Nikaido, H., "Marx on Competition", *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 1983.

〔12〕 置塩信雄「均等利潤率の存在と成立」『季刊理論経済学』第12巻第1号，1961年（置塩信雄『現代経済学の展開』東洋経済新報社，1978年，所収)。

〔13〕 Ricardo, D., *On the Principles of Political Economy, and Taxation* (Second Edition), John Murray, 1819；羽鳥卓也，吉澤芳樹訳『経済学および課税の原理』岩波書店，1987年。

〔14〕 Sraffa, P., *Production of Commodities by Means of Commodities—Prelude to a Critique of Economic Theory—*, Cambridge U. P., 1960；菱山泉，山下博訳『商品による商品の生産—経済理論批

判序説―』有斐閣，1962年。
〔15〕 Steindl, J., *Maturity and Stagnation in American Capitalism,* Basil Blackwell, 1952；宮崎義一，笹原昭五，鮎沢成男訳『アメリカ資本主義の成熟と停滞―寡占と成長の理論―』日本評論新社，1962年。
〔16〕 宇野弘蔵『経済原論』岩波書店（岩波全書版），1964年。

付記。本稿の作成にあたっては，「日本学術振興会」ならびに「文部省科学研究費補助金」（昭和62年度奨励研究（A））からの援助を受けた。ここに記して感謝する。