

複合冗長系の保全性：(II)

児玉，正憲

<https://doi.org/10.15017/4475384>

出版情報：経済学研究. 49 (1/2), pp.87-104, 1984-03-10. 九州大学経済学会
バージョン：
権利関係：



複合冗長系の保全性 (Ⅱ)

児 玉 正 憲

目 次

- I まえがき
- II 状態確率と記号
- III 状態方程式の導出
- IV システム解析
- V 切替えられる部分システムが同一な場合
(以上経済学研究, 第48巻, 第5・6号, 1983)
- VI アベイラビリティ解析
 - 1. モデル1—反復形保全の場合
 - 2. モデル2—継続形保全の場合
 - 3. 若干の考察

VI アベイラビリティ解析

前節まではシステムの信頼度解析, つまりシステムが与えられた時間 t の間故障なしに正常に作動している確率および, システムが初めてシステム故障を起すまでの平均時間を故障分布および保全分布との関連において求めた。この解析によって, 筆者の提案したモデルの有効性がごく自然な仮定のもとで数学的に証明された。本節ではシステム故障を起しても保全をくり返しながら長時間使用する場合, システムの稼働率に相当する信頼性の尺度を表わすアベイラビリティを具体的に求める。時点 t でシステムの作動している確率を時点アベイラビリティといい, $P_A(t)$ で表わす。長時間後のアベイラビリティ, つまり $\lim_{t \rightarrow \infty} P_A(t)$ を P_A で表わす。この P_A のことを 定常アベイラビリティと呼んでいる。すなわち定常状態でシステムが作動している確率である。 $P_A > 0$ の存在はマルコフ過程の一般論から保証されている。システム故障後の保全の方法によっていくつかのモデルが考えられるがここでは代表的な2つのモデル(図5, 図6)を検討する。以下の議論では第5節で取扱ったモデル(切替えられる部分システムが同一な場合)において, システム故障のとき保全を行い長時間使用する場合を考察する。2つのモデルを説明するために前節までに用いた必要な記号および新しい記号について述べる。

$S(AB)$: 2つの部分システム A, B が作動, 他の2つの部分システムが待機の状態

$S(AB|A)$: 2つの部分システム A, B が作動, 他の部分システム A が保全中, 他の部分システム B が待機の状態

$S(AB|B)$: 2つの部分システム A, B が作動, 他の部分システム B が保全中, 他の部分システム A が待機の状態

$S(AB|AB)$: 2つの部分システム A, B が作動, 他の部分システム A が保全中, 他の部分システム B が保全待ちの状態

$S(AB|BA)$: 2つの部分システム A, B が作動, 他の部分システム B が保全中, 他の部分システム A が保全待ちの状態

$D(B|AA)$: システム故障で1つの部分システム B は作動, 2つの部分システム A, A は直列保全中, 他の部分システム B は待機の状態

$D(A|BB)$: システム故障で1つの部分システム A は作動, 2つの部分システム B, B は直列保全中, 他の部分システム A は待機の状態

$D(A|\cdot)$: システム故障で1つの部分システム A は作動, 他の3つの部分システム A, B, B は直列保全中の状態

$D(B|\cdot)$: システム故障で1つの部分システム B は作動, 他の3つの部分システム B, A, A は直列保全中の状態

$D(A|ABB)$: システム故障で1つの部分システム A は作動, 他の部分システム A は保全中, 他の2つの部分システム B, B は保全待ちの状態

$D(B|ABA)$: システム故障で1つの部分システム B は作動, 1つの部分システム A は保全中, 他の2つの部分システム B, A は BA の順序で保全待ちの状態

$D(A|BAB)$: システム故障で1つの部分システム A は作動, 1つの部分システム B は保全中, 他の2つの部分システム A, B はその順序で保全待ちの状態

$D(B|BAA)$: システム故障で1つの部分システム B は作動, 他の部分システム B は保全中, 他の2つの部分システム A, A は保全待ちの状態

$Q(t, x; B|AA)dx = P_r\{\text{時刻 } t \text{ で状態 } D(B|AA), \text{ 保全経過時間が } (x, x+dx) \text{ の間}\},$

$$Q(t; B|AA) = \int_0^t Q(t, x; B|AA)dx;$$

$Q(t, x; A|BB)dx = P_r\{\text{時刻 } t \text{ で状態 } D(A|BB), \text{ 保全経過時間が } (x, x+dx) \text{ の間}\},$

$$Q(t; A|BB) = \int_0^t Q(t, x; A|BB)dx;$$

$Q(t, x; A|\cdot)dx = P_r\{\text{時刻 } t \text{ で状態 } D(A|\cdot), \text{ 保全経過時間が } (x, x+dx) \text{ の間}\},$

$$Q(t; A|\cdot) = \int_0^t Q(t, x; A|\cdot)dx;$$

$Q(t, x; B|\cdot)dx = P_r\{\text{時刻 } t \text{ で状態 } D(B|\cdot), \text{ 保全経過時間が } (x, x+dx) \text{ の間}\},$

$$Q(t; B|\cdot) = \int_0^t Q(t, x; B|\cdot)dx;$$

$Q(t, x; A|ABB)dx = P_r\{\text{時刻 } t \text{ で状態 } D(A|ABB), \text{ 保全経過時間が } (x, x+dx) \text{ の間}\},$

$$Q(t; A|ABB) = \int_0^t Q(t, x; A|ABB)dx;$$

$Q(t, x; B|ABA)dx = P_r\{\text{時刻 } t \text{ で状態 } D(B|ABA), \text{ 保全経過時間が } (x, x+dx) \text{ の間}\},$

$$Q(t; B|ABA) = \int_0^t Q(t, x; B|ABA)dx;$$

$Q(t, x; A|BAB)dx = P_r\{\text{時刻 } t \text{ で状態 } D(A|BAB), \text{ 保全経過時間が } (x, x+dx) \text{ の間}\},$

$$Q(t; A|BAB) = \int_0^t Q(t, x; A|BAB)dx;$$

$Q(t, x; B|BAA)dx = P_r\{\text{時刻 } t \text{ で状態 } D(B|BAA), \text{ 保全経過時間が } (x, x+dx) \text{ の間}\},$

$$Q(t; B|BAA) = \int_0^t Q(t, x; B|BAA)dx;$$

$\frac{1}{\mu} : g(t) \text{ の 1 次の積率 (平均保全時間);}$

$\frac{1}{\nu} : h(t) \text{ の 1 次の積率 (平均保全時間);}$

$g_A(t) = \mu_A(t) \exp\left[-\int_0^t \mu_A(x)dx\right] : 2 \text{ つの部分システム } A, A \text{ および 1 つの部分システム } B \text{ を直列保全する場合の保全時間の確率密度関数;}$

$\frac{1}{\mu_A} : g_A(t) \text{ の 1 次の積率 (平均保全時間);}$

$h_B(t) = \nu_B(t) \exp\left[-\int_0^t \nu_B(x)dx\right] : 2 \text{ つの部分システム } B, B \text{ および 1 つの部分システム } A \text{ を直列保全する場合の保全時間の確率密度関数;}$

$\frac{1}{\nu_B} : h_B(t) \text{ の 1 次の積率 (平均保全時間)}$

$g_{AA}(t) = \mu_{AA}(t) \exp\left[-\int_0^t \mu_{AA}(x)dx\right] : 2 \text{ つの部分システム } A, A \text{ を直列保全する場合の保全時間の確率密度関数;}$

$\frac{1}{\mu_{AA}} : g_{AA}(t) \text{ の 1 次の積率 (平均保全時間);}$

$h_{BB}(t) = \nu_{BB}(t) \exp\left[-\int_0^t \nu_{BB}(x)dx\right] : 2 \text{ つの部分システム } B, B \text{ を直列保全する場合の保全時間の確率密度関数。}$

$\frac{1}{\nu_{BB}} : h_{BB}(t) \text{ の 1 次の積率 (平均保全時間)}$

モデル 1 (5 図) においては, 状態 $S(AB|A)$ ($S(AB|B)$) のとき部分システム $A(B)$ が故障するとシステム故障の状態 $D(B|AA)$ ($D(A|BB)$) に瞬時故障率 $\alpha(\beta)$ で推移する。ここで 2 つの部分システム A, A は順番に保全され (直列保全), 2 つとも保全が完了すると状態 $S(AB)$ に推移する。保全経過時間が x のとき瞬時保全率 $\nu_{AA}(x)(\nu_{BB}(x))$ で $D(B|AA)(D(A|BB))$ から $S(AB)$ に推移する。状態 $S(AB|AB)$ ($S(AB|BA)$) のとき部分システム $A(B)$ が故障するとシステム故障の状態 $D(B|\cdot)(D(A|\cdot))$ に瞬時故障率 $\alpha(\beta)$ で推移する。状態 $S(AB|AB)$ ($S(AB|BA)$) のとき部分システム $B(A)$ が故障するとシステム故障の状態 $D(A|\cdot)(D(B|\cdot))$ に瞬時故障率 $\beta(\alpha)$ で推移する。システム故障の状態 $D(A|\cdot)(D(B|\cdot))$ のときの保全は 3 つの部分システム $B, B, A(A, A, B)$ の保全が順番に完了するまで続けられ完了後 $D(A|\cdot)(D(B|\cdot))$ から $S(AB)$ に推移する。保全経過時間が x のとき瞬時保全率 $\nu_B(x)(\nu_A(x))$ で $D(A|\cdot)(D(B|\cdot))$ から $S(AB)$ に推移する。

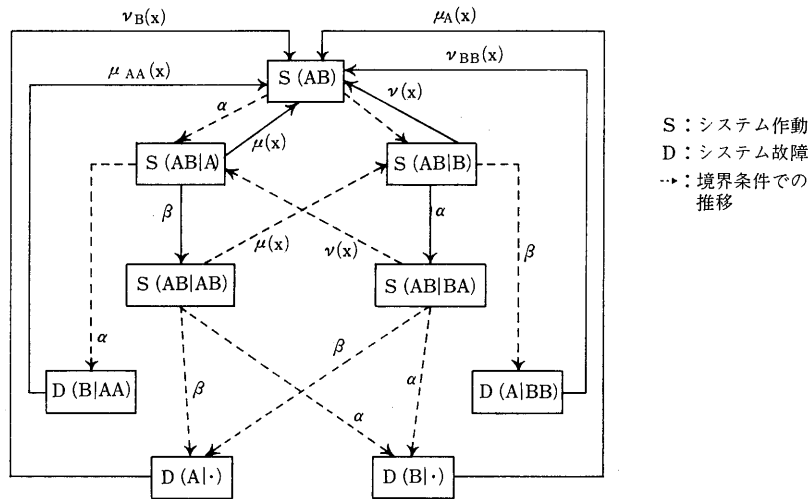


図5 モデル1の状態推移図

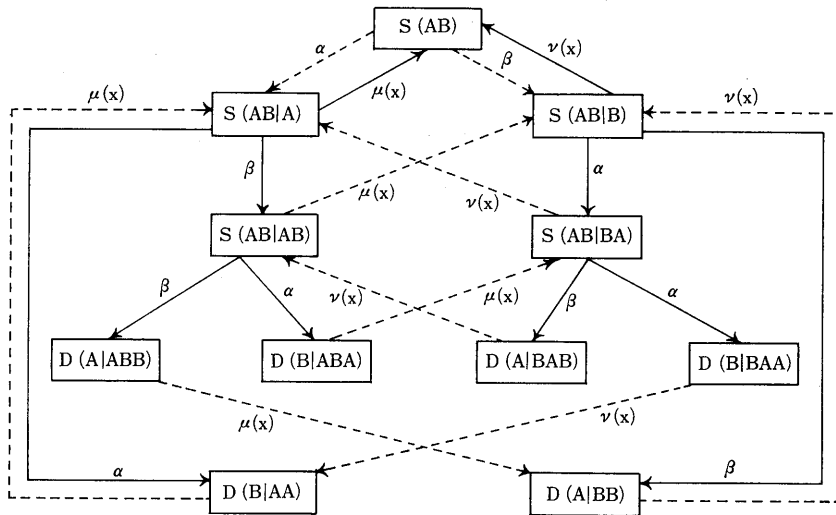


図6 モデル2の状態推移図

モデル1におけるシステム故障後の保全は**反復形保全**とする。つまりシステム故障までの部分システムの保全はすべて無視し、初めから保全をやり直すことを意味する。モデル2のモデル1との相異点は次の2点である。i) システム故障後の保全は**継続形保全**である。つまりシステム故障までの部分システムの保全はシステム故障になってもそのまま続行する。ii) システム故障後の保全でシステム作動可能な状態になればただちにシステムを作動させる。例えば、図6で状態 $S(AB|AB)$ において部分システム A の故障でシステム故障の状態 $D(B|ABA)$ に推移したとき、それまでに保全中の部分システム A の保全を続行し、保全完了後ただちに状態 $S(AB|BA)$ に推移させ、システムを作動させる。モデル1では A の保全の完了後さらに他の部分システム B, A の保全を続行し3つの部分システムの保全の完了後、状態 $S(AB)$ に推移させシステムを作動させる。モデル

1 およびモデル 2 を通じてシステム故障中は故障していない部分システムの故障率は 0 であり、故障は直ちに発見されるものとする。

モデル 1 はモデル 2 に比較して保全は簡単であるがアベイラビリティは小さいことが予想される。いづれを採択するかは保全費とアベイラビリティのバランスの上で決めねばならない。

1 モデル 1-反復形保全の場合

第 2 節および第 5 節と同様にして、図 5 を参照しながら $t+dt$ における状態方程式を設定し、 $dt \rightarrow 0$ とすると、微分・積分方程式が得られ、さらに初期条件のもとでラプラス変換をとると次の方程式系を得る。

$$\begin{aligned} [s+\alpha+\beta]\bar{P}(s; AB) &= \int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|A)\mu(x)dx + \int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|B)\nu(x)dx \\ &+ \int_0^\infty \bar{Q}(s, x; B|AA)\mu_{AA}(x)dx + \int_0^\infty \bar{Q}(s, x; B|\cdot)\mu_A(x)dx \\ &+ \int_0^\infty \bar{Q}(s, x; A|BB)\nu_{BB}(x)dx + \int_0^\infty \bar{Q}(s, x; A|\cdot)\nu_B(x)dx + 1 \end{aligned} \quad (1)$$

$$[s+\partial/\partial x+\alpha+\beta+\mu(x)]\bar{P}(s, x; AB|A)=0, \quad (2)$$

$$[s+\partial/\partial x+\alpha+\beta+\nu(x)]\bar{P}(s, x; AB|B)=0, \quad (3)$$

$$[s+\partial/\partial x+\alpha+\beta+\mu(x)]\bar{P}(s, x; AB|AB)=\beta\bar{P}(s, x; AB|A) \quad (4)$$

$$[s+\partial/\partial x+\alpha+\beta+\nu(x)]\bar{P}(s, x; AB|BA)=\alpha\bar{P}(s, x; AB|B) \quad (5)$$

$$[s+\partial/\partial x+\mu_{AA}(x)]\bar{Q}(s, x; B|AA)=0, \quad (6)$$

$$[s+\partial/\partial x+\nu_{BB}(x)]\bar{Q}(s, x; A|BB)=0, \quad (7)$$

$$[s+\partial/\partial x+\mu_A(x)]\bar{Q}(s, x; B|\cdot)=0 \quad (8)$$

$$[s+\partial/\partial x+\nu_B(x)]\bar{Q}(s, x; A|\cdot)=0 \quad (9)$$

$$\bar{P}(s, 0; AB|A)=\alpha\bar{P}(s; AB)+\int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|BA)\nu(x)dx \quad (10)$$

$$\bar{P}(s, 0; AB|B)=\beta\bar{P}(s; AB)+\int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|AB)\mu(x)dx, \quad (11)$$

$$\bar{P}(s, 0; AB|AB)=0 \quad (12)$$

$$\bar{P}(s, 0; AB|BA)=0 \quad (13)$$

$$\bar{Q}(s, 0; B|AA)=\alpha\int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|A)dx \quad (14)$$

$$\bar{Q}(s, 0; A|BB)=\beta\int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|B)dx \quad (15)$$

$$\bar{Q}(s, 0; B|\cdot)=\alpha\left[\int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|AB)dx + \int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|BA)dx\right] \quad (16)$$

$$\bar{Q}(s, 0; A|\cdot)=\beta\left[\int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|AB)dx + \int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|BA)dx\right] \quad (17)$$

(2), (3), (6), (7), (8), (9) より

$$\bar{P}(s, x; AB|A)=\bar{P}(s, 0; AB|A)\exp\left[-(s+\alpha+\beta)x - \int_0^x \mu(z)dz\right] \quad (18)$$

$$\bar{P}(s; AB|A) = \int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|A) dx = \bar{P}(s, 0; AB|A) [1 - \bar{g}(s + \alpha + \beta)] / (s + \alpha + \beta) \quad (19)$$

$$\bar{P}(s, x; AB|B) = \bar{P}(s, 0; AB|B) \exp \left[- (s + \alpha + \beta) x - \int_0^x \nu(z) dz \right], \quad (20)$$

$$\bar{P}(s; AB|B) = \int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|B) dx = \bar{P}(s, 0; AB|B) [1 - \bar{h}(s + \alpha + \beta)] / (s + \alpha + \beta) \quad (21)$$

$$\bar{Q}(s, x; B|AA) = \bar{Q}(s, 0; B|AA) \exp \left[- sx - \int_0^x \mu_{AA}(z) dz \right], \quad (22)$$

$$\bar{Q}(s; B|AA) = \int_0^\infty \bar{Q}(s, x; B|AA) dx = \bar{Q}(s, 0; B|AA) [1 - \bar{g}_{AA}(s)] / s \quad (23)$$

$$\bar{Q}(s, x; A|BB) = \bar{Q}(s, 0; A|BB) \exp \left[- sx - \int_0^x \nu_{BB}(z) dz \right], \quad (24)$$

$$\bar{Q}(s; A|BB) = \int_0^\infty \bar{Q}(s, x; A|BB) dx = \bar{Q}(s, 0; A|BB) [1 - \bar{h}_{BB}(s)] / s \quad (25)$$

$$\bar{Q}(s, x; B|\cdot) = \bar{Q}(s, 0; B|\cdot) \exp \left[- sx - \int_0^x \mu_A(z) dz \right], \quad (26)$$

$$\bar{Q}(s; B|\cdot) = \int_0^\infty \bar{Q}(s, x; B|\cdot) dx = \bar{Q}(s, 0; B|\cdot) [1 - \bar{g}_A(s)] / s \quad (27)$$

$$\bar{Q}(s, x; A|\cdot) = \bar{Q}(s, 0; A|\cdot) \exp \left[- sx - \int_0^x \nu_B(z) dz \right], \quad (28)$$

$$\bar{Q}(s; A|\cdot) = \int_0^\infty \bar{Q}(s, x; A|\cdot) dx = \bar{Q}(s, 0; A|\cdot) [1 - \bar{h}_B(s)] / s, \quad (29)$$

(4), (5), (18), (20) より

$$\begin{aligned} \bar{P}(s, x; AB|AB) &= \exp \left[- (s + \alpha + \beta) x - \int_0^x \mu(z) dz \right] \left\{ \int_0^x e^{(s + \alpha + \beta)z + \int_0^z \mu(z) dz} \right. \\ &\quad \times \beta \bar{P}(s, 0; AB|A) e^{-(s + \alpha + \beta)x - \int_0^x \mu(z) dz} dx \Big\} \\ &= \exp \left[- (s + \alpha + \beta) x - \int_0^x \mu(z) dz \right] \beta \bar{P}(s, 0; AB|A) x \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}(s; AB|AB) &= \int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|AB) dx \\ &= \beta \bar{P}(s, 0; AB|A) [(1 - \bar{g}(s + \alpha + \beta)) / (s + \alpha + \beta) - \bar{g}_\cdot(s + \alpha + \beta)] / (s + \alpha + \beta) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\bar{P}(s, x; AB|BA) = \exp \left[- (s + \alpha + \beta) x - \int_0^x \nu(z) dz \right] \alpha \bar{P}(s, 0; AB|B) x \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}(s; AB|BA) &= \int_0^\infty \bar{P}(s, x; AB|BA) dx \\ &= \alpha \bar{P}(s, 0; AB|B) [(1 - \bar{h}(s + \alpha + \beta)) / (s + \alpha + \beta) - \bar{h}_\cdot(s + \alpha + \beta)] / (s + \alpha + \beta), \end{aligned} \quad (33)$$

(18), (20), (22), (24), (26), (28), (30), (32), (1), (10), (11), (14), (15), (16), (17) より

$$\bar{P}(s, 0; AB|A) = \alpha \bar{P}(s; AB) + \alpha \bar{P}(s, 0; AB|B) \bar{h}_\cdot(s + \alpha + \beta) \quad (34)$$

$$\bar{P}(s, 0; AB|B) = \beta \bar{P}(s; AB) + \beta \bar{P}(s, 0; AB|A) \bar{g}_\cdot(s + \alpha + \beta) \quad (35)$$

$$\bar{Q}(s, 0; B|AA) = \alpha \bar{P}(s, 0; AB|A) [1 - \bar{g}(s + \alpha + \beta)] / (s + \alpha + \beta) \quad (36)$$

$$\bar{Q}(s, 0; A|BB) = \beta \bar{P}(s, 0; AB|B) [1 - \bar{h}(s + \alpha + \beta)] / (s + \alpha + \beta) \quad (37)$$

$$\bar{Q}(s, 0; B|\cdot) = \alpha \beta \bar{P}(s, 0; AB|A) [(1 - \bar{g}(s + \alpha + \beta)) / (s + \alpha + \beta) - \bar{g}_\cdot(s + \alpha + \beta)] / (s + \alpha + \beta)$$

$$+\alpha^2\bar{P}(s,0; AB|B)[(1-\bar{h}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)-\bar{h}_\bullet(s+\alpha+\beta)]/(s+\alpha+\beta) \quad (38)$$

$$\bar{Q}(s,0; A|\cdot)=\beta^2\bar{P}(s,0; AB|A)[(1-\bar{g}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)-\bar{g}_\bullet(s+\alpha+\beta)]/(s+\alpha+\beta) \\ +\alpha\beta\bar{P}(s,0; AB|B)[(1-\bar{h}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)-\bar{h}_\bullet(s+\alpha+\beta)]/(s+\alpha+\beta) \quad (39)$$

$$(s+\alpha+\beta)\bar{P}(s; AB)=\bar{P}(s,0; AB|A)\bar{g}(s+\alpha+\beta)+\bar{P}(s,0; AB|B)\bar{h}(s+\alpha+\beta) \\ +\bar{Q}(s,0; B|AA)\bar{g}_{AA}(s)+\bar{Q}(s,0; B|\cdot)\bar{g}_A(s)+\bar{Q}(s,0; A|BB)\bar{h}_{BB}(s) \\ +\bar{Q}(s,0; A|\cdot)\bar{h}_B(s)+1 \quad (40)$$

(36), (37), (38), (39) を (40) に代入し, その結果を (34) および (35) に代入し整理すると

$$\{s+\alpha+\beta-\alpha\bar{g}(s+\alpha+\beta)-\alpha^2\bar{g}_{AA}(s)[1-\bar{g}(s+\alpha+\beta)]/(s+\alpha+\beta)-\alpha\beta[\alpha\bar{g}_A(s)+\beta\bar{h}_B(s)][(1-\bar{g}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)-\bar{g}_\bullet(s+\alpha+\beta)]/(s+\alpha+\beta)\}\bar{P}(s,0; AB|A)-\{\alpha\bar{h}(s+\alpha+\beta)+\alpha\beta\bar{h}_{BB}(s)[1-\bar{h}(s+\alpha+\beta)]/(s+\alpha+\beta)+\alpha^2[\alpha\bar{g}_A(s)+\beta\bar{h}_B(s)][(1-\bar{h}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)-\bar{h}_\bullet(s+\alpha+\beta)]/(s+\alpha+\beta)+\alpha(s+\alpha+\beta)\bar{h}_\bullet(s+\alpha+\beta)\}\bar{P}(s,0; AB|B)=\alpha \quad (41) \\ -\{\beta(s+\alpha+\beta)\bar{g}_\bullet(s+\alpha+\beta)+\beta\bar{g}(s+\alpha+\beta)+\alpha\beta\bar{g}_{AA}(s)[1-\bar{g}(s+\alpha+\beta)]/(s+\alpha+\beta)+\beta^2[\alpha\bar{g}_A(s)+\beta\bar{h}_B(s)][(1-\bar{g}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)-\bar{g}_\bullet(s+\alpha+\beta)]/(s+\alpha+\beta)\}\bar{P}(s,0; AB|A) \\ +\{s+\alpha+\beta-\beta\bar{h}(s+\alpha+\beta)-\beta^2\bar{h}_{BB}(s)(1-\bar{h}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)-\alpha\beta[\alpha\bar{g}_A(s)+\beta\bar{h}_B(s)][(1-\bar{h}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)-\bar{h}_\bullet(s+\alpha+\beta)]/(s+\alpha+\beta)\}\bar{P}(s,0; AB|B) \\ =\beta \quad (42)$$

(41), (42) より

$$\bar{P}(s,0; AB|A)=\frac{\alpha[1+\beta\bar{h}_\bullet(s+\alpha+\beta)]}{D(s)} \quad (43)$$

$$\bar{P}(s,0; AB|B)=\frac{\beta[1+\alpha\bar{g}_\bullet(s+\alpha+\beta)]}{D(s)} \quad (44)$$

ここに

$$D(s)=s+\alpha(1-\bar{g}(s+\alpha+\beta))+\beta(1-\bar{h}(s+\alpha+\beta))-\alpha\beta\cdot\{(s+\alpha+\beta)\bar{g}_\bullet(s+\alpha+\beta)\bar{h}_\bullet(s+\alpha+\beta) \\ +\bar{g}_\bullet(s+\alpha+\beta)\bar{h}(s+\alpha+\beta)+\bar{g}(s+\alpha+\beta)\bar{h}_\bullet(s+\alpha+\beta)+(1+\beta\bar{h}_\bullet(s+\alpha+\beta))(\alpha\bar{g}_A(s) \\ +\beta\bar{h}_B(s))[(1-\bar{g}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)-\bar{g}_\bullet(s+\alpha+\beta)]/(s+\alpha+\beta)+(1+\alpha\bar{g}_\bullet(s+\alpha+\beta))(\alpha\bar{g}_A(s)+\beta\bar{h}_B(s))[(1-\bar{h}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)-\bar{h}_\bullet(s+\alpha+\beta)]/(s+\alpha+\beta)\} \\ -\alpha^2\bar{g}_{AA}(s)(1-\bar{g}(s+\alpha+\beta))(1+\beta\bar{h}_\bullet(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)-\beta^2\bar{h}_{BB}(s)(1-\bar{h}(s+\alpha+\beta))(1+\alpha\bar{g}_\bullet(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta) \quad (45)$$

$D(0)=0$ および $s>0$ に対して $D(s)>0$ は計算によって確かめられる。

時点アベイレビリティのラプラス変換 $\bar{P}_A(s)$ は $\bar{P}(s; AB)+\bar{P}(s; AB|A)+\bar{P}(s; AB|B)+P(s; AB|AB)+\bar{P}(s; AB|BA)$ で与えられ (19), (21), (31), (33), (36), (37), (38), (39), (43), (44), (45) を用いると (46) 式のように既知の項で表現できる。

$$\bar{P}_A(s)=\frac{1}{s+\alpha+\beta}+\frac{\bar{P}(s,0; AB|A)}{s+\alpha+\beta}\{1+\bar{g}_{AA}(s)\alpha(1-\bar{g}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)+\beta[(1-\bar{g}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)-\bar{g}_\bullet(s+\alpha+\beta)][\alpha\bar{g}_A(s)/(s+\alpha+\beta)+\beta\bar{h}_B(s)/(s+\alpha+\beta)+1]\} \\ +\frac{\bar{P}(s,0; AB|B)}{s+\alpha+\beta}\{1+\bar{h}_{BB}(s)\beta(1-\bar{h}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)+\alpha[(1-\bar{h}(s+\alpha+\beta))/(s+\alpha+\beta)-\bar{h}_\bullet(s+\alpha+\beta)][\alpha\bar{g}_A(s)/(s+\alpha+\beta)+\beta\bar{h}_B(s)/(s+\alpha+\beta)+1]\}$$

$$+\beta)) / (s+\alpha+\beta) - \bar{h} \cdot (s+\alpha+\beta)] [\alpha \bar{g}_A(s) / (s+\alpha+\beta) + \beta \bar{h}_B(s) / (s+\alpha+\beta) + 1]] \quad (46)$$

ただし, $P(s, 0; AB|A)$ および $P(s, 0; AB|B)$ は (43) および (44) で与えられる。

タウバ型定理およびロピタルの定理を用いて

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} s\bar{P}(s, 0; AB|A) &= \alpha[1 + \beta \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)] \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{D(s)} \\ &= \alpha[1 + \beta \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)] \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{dD(s)}{ds} \right]} = \frac{\alpha[1 + \beta \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)]}{D'(0)} \end{aligned} \quad (47)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s\bar{P}(s, 0; AB|B) = \beta[1 + \alpha \bar{g} \cdot (s + \alpha + \beta)] \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{D(s)} = \frac{\beta[1 + \alpha \bar{g} \cdot (\alpha + \beta)]}{D'(0)} \quad (48)$$

となる。

ここに

$$\begin{aligned} D'(0) &= \frac{\alpha(1 + \beta \bar{h} \cdot (\alpha + \beta))}{\alpha + \beta} \left\{ 1 + (1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} + \frac{\alpha}{\mu_{AA}} \right) + \beta[1 - \bar{g}(\alpha + \beta)] / (\alpha + \beta) \right. \\ &\quad \left. - \bar{g} \cdot (\alpha + \beta) \right\} \left(\frac{\beta}{\nu_B} + \frac{\alpha}{\mu_A} + 2 \right) + \frac{\beta(1 + \alpha \bar{g} \cdot (\alpha + \beta))}{\alpha + \beta} \left\{ 1 + (1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) \left(\frac{\beta}{\alpha + \beta} + \frac{\beta}{\nu_{BB}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \alpha[1 - \bar{h}(\alpha + \beta)] / (\alpha + \beta) - \bar{h} \cdot (\alpha + \beta) \right\} \left(\frac{\beta}{\nu_B} + \frac{\alpha}{\mu_A} + 2 \right) \end{aligned} \quad (49)$$

従って (46) より定常アベイラビリティ P_A は

$$\begin{aligned} P_A &= \lim_{s \rightarrow 0} s\bar{P}_A(s) \\ &= \{ [1 + \alpha(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) + 2\beta[1 - \bar{g}(\alpha + \beta)] / (\alpha + \beta) - \bar{g} \cdot (\alpha + \beta)] / (\alpha + \beta) \} \lim_{s \rightarrow 0} s\bar{P}(s, 0; AB|A) \\ &\quad + \{ [1 + \beta(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) + 2\alpha[1 - \bar{h}(\alpha + \beta)] / (\alpha + \beta) - \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)] / (\alpha + \beta) \} \lim_{s \rightarrow 0} s\bar{P}(s, 0; AB|B) \\ &= \{ \alpha(1 + \beta \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)) [1 + \alpha(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) + 2\beta(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) - 2\beta \bar{g} \cdot (\alpha + \beta)] \\ &\quad + \beta(1 + \alpha \bar{g} \cdot (\alpha + \beta)) [1 + \beta(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) + 2\alpha(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) - 2\alpha \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)] \} / [(\alpha + \beta) D'(0)], \end{aligned} \quad (50)$$

となる。また定常状態における状態確率は (47), (48) を用いると次のようになる。

$$P(AB) = [\alpha(1 + \beta \bar{h} \cdot (\alpha + \beta))(1 - \beta \bar{g} \cdot (\alpha + \beta)) + \beta(1 + \alpha \bar{g} \cdot (\alpha + \beta))(1 - \alpha \bar{h} \cdot (\alpha + \beta))] / [(\alpha + \beta) D'(0)], \quad (51)$$

$$P(AB|A) = \alpha(1 - \bar{g}(\alpha + \beta))(1 + \beta \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)) / [(\alpha + \beta) D'(0)], \quad (52)$$

$$P(AB|B) = \beta(1 - \bar{h}(\alpha + \beta))(1 + \alpha \bar{g} \cdot (\alpha + \beta)) / [(\alpha + \beta) D'(0)], \quad (53)$$

$$P(AB|AB) = \beta[1 - \bar{g}(\alpha + \beta)] / (\alpha + \beta) - \bar{g} \cdot (\alpha + \beta) \alpha(1 + \beta \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)) / [(\alpha + \beta) D'(0)], \quad (54)$$

$$P(AB|BA) = \alpha[1 - \bar{h}(\alpha + \beta)] / (\alpha + \beta) - \bar{h} \cdot (\alpha + \beta) \beta(1 + \alpha \bar{g} \cdot (\alpha + \beta)) / [(\alpha + \beta) D'(0)], \quad (55)$$

$$Q(B|AA) = \frac{1}{\mu_{AA}} \cdot \alpha(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) \alpha(1 + \beta \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)) / [(\alpha + \beta) D'(0)], \quad (56)$$

$$Q(A|BB) = \frac{1}{\nu_{BB}} \cdot \beta(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) \beta(1 + \alpha \bar{g} \cdot (\alpha + \beta)) / [(\alpha + \beta) D'(0)], \quad (57)$$

$$Q(A|\cdot) = \frac{1}{\nu_B} \{ \beta^2 [1 - \bar{g}(\alpha + \beta)] / (\alpha + \beta) - \bar{g} \cdot (\alpha + \beta) \alpha(1 + \beta \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)) + \alpha \beta [1 - \bar{h}(\alpha + \beta)] / (\alpha + \beta) - \bar{h} \cdot (\alpha + \beta) \alpha(1 + \beta \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)) \}$$

$$+\beta))/(\alpha+\beta)-\bar{h}_*(\alpha+\beta)]\beta(1+\alpha\bar{g}_*(\alpha+\beta))\}/[(\alpha+\beta)D'(0)], \quad (58)$$

$$Q(B|\cdot)=\frac{1}{\mu_A}\{\alpha\beta[(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)-\bar{g}_*(\alpha+\beta)]\alpha(1+\beta\bar{h}_*(\alpha+\beta))+\alpha^2[(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)-\bar{h}_*(\alpha+\beta)]\beta(1+\alpha\bar{g}_*(\alpha+\beta))\}/[(\alpha+\beta)D'(0)], \quad (59)$$

2 モデル 2—継続形保全の場合

モデル 1 では時点アベイラビリティのラプラス変換形 $\bar{P}_A(s)$ を求め、タウバ形定理およびロピタルの定理を用いて定常アベイラビリティ P_A を求めた。時点アベイラビリティ $P_A(t)$ を求めるには $\bar{P}_A(s)$ の逆変換を求めればよい。しかしながら故障分布が特殊な場合（指数分布，アーラン分布など）を除いて逆変換は数値的には可能であるが解析的には困難である。定常状態の確率的議論のためには時点アベイラビリティを求めるプロセスは不要である。この節では直接定常状態の状態確率を求めよう。そのために次の確率関数を定義する。

$$\begin{aligned} P(AB) &= \lim_{t \rightarrow \infty} P(t, AB), P(x; AB|A) = \lim_{t \rightarrow \infty} P(t, x; AB|A), P(AB|A) \\ &= \int_0^\infty P(x; AB|A) dx, P(x; AB|AB) = \lim_{t \rightarrow \infty} P(t, x; AB|AB) \\ P(AB|AB) &= \int_0^\infty P(x; AB|AB) dx, P(x; AB|BA) = \lim_{t \rightarrow \infty} P(t, x; AB|BA), P(AB|BA) \\ &= \int_0^\infty P(x; AB|BA) dx, \\ Q(x; A|ABB) &= \lim_{t \rightarrow \infty} Q(t, x; A|ABB), Q(A|ABB) = \int_0^\infty Q(x; A|ABB) dx, Q(x; B|ABA) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} Q(t, x; B|ABA), \\ Q(B|ABA) &= \int_0^\infty Q(x; B|ABA) dx, Q(x; A|BAB) = \lim_{t \rightarrow \infty} Q(t, x; A|BAB), Q(A|BAB) \\ &= \int_0^\infty Q(x; A|BAB) dx, \\ Q(x; B|BAA) &= \lim_{t \rightarrow \infty} Q(t, x; B|BAA), Q(B|BAA) = \int_0^\infty Q(x; B|BAA) dx, Q(x; B|AA) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} Q(t, x; B|AA) \\ Q(B|AA) &= \int_0^\infty Q(x; B|AA) dx, Q(x; A|BB) = \lim_{t \rightarrow \infty} Q(t, x; A|BB), Q(A|BB) \\ &= \int_0^\infty Q(x; A|BB) dx \end{aligned}$$

とおくと、状態推移図（図 6）より次の微分積分方程式を得る。

$$[\alpha+\beta]P(AB) = \int_0^\infty P(x; AB|A)\mu(x)dx + \int_0^\infty P(x; AB|B)\nu(x)dx, \quad (1)$$

$$[d/dx + \alpha + \beta + \mu(x)]P(x; AB|A) = 0, \quad (2)$$

$$[d/dx + \alpha + \beta + \nu(x)]P(x; AB|B) = 0, \quad (3)$$

$$[d/dx + \alpha + \beta + \mu(x)]P(x; AB|AB) = \beta P(x; AB|A), \quad (4)$$

$$[d/dx + \alpha + \beta + \nu(x)]P(x; AB|BA) = \alpha P(x; AB|B), \quad (5)$$

$$[d/dx + \mu(x)]Q(x; A|ABB) = \beta P(x; AB|AB), \quad (6)$$

$$[d/dx + \mu(x)]Q(x; B|ABA) = \alpha P(x; AB|AB), \quad (7)$$

$$[d/dx + \nu(x)]Q(x; A|BAB) = \beta P(x; AB|BA), \quad (8)$$

$$[d/dx + \nu(x)]Q(x; B|BAA) = \alpha P(x; AB|BA), \quad (9)$$

$$[d/dx + \mu(x)]Q(x; B|AA) = \alpha P(x; AB|A), \quad (10)$$

$$[d/dx + \nu(x)]Q(x; A|BB) = \beta P(x; AB|B), \quad (11)$$

境界条件：

$$P(0; AB|A) = \alpha P(AB) + \int_0^\infty P(x; AB|BA)\nu(x)dx + \int_0^\infty Q(x; B|AA)\mu(x)dx, \quad (12)$$

$$P(0; AB|B) = \beta P(AB) + \int_0^\infty P(x; AB|AB)\mu(x)dx + \int_0^\infty Q(x; A|BB)\nu(x)dx, \quad (13)$$

$$P(0; AB|AB) = \int_0^\infty Q(x; A|BAB)\nu(x)dx, \quad (14)$$

$$P(0; AB|BA) = \int_0^\infty Q(x; B|ABA)\mu(x)dx, \quad (15)$$

$$Q(0; A|ABB) = 0, \quad (16)$$

$$Q(0; B|ABA) = 0, \quad (17)$$

$$Q(0; A|BAB) = 0, \quad (18)$$

$$Q(0; B|BAA) = 0, \quad (19)$$

$$Q(0; B|AA) = \int_0^\infty Q(x; B|BAA)\nu(x)dx, \quad (20)$$

$$Q(0; A|BB) = \int_0^\infty Q(x; A|ABB)\mu(x)dx, \quad (21)$$

正規化条件：

$$P(AB) + P(AB|A) + P(AB|B) + P(AB|AB) + P(AB|BA) + Q(A|ABB) + Q(B|ABA) \\ + Q(A|BAB) + Q(B|BAA) + Q(B|AA) + Q(A|BB) = 1 \quad (22)$$

(2), (3), (1) より

$$P(x; AB|A) = P(0; AB|A) \exp\left[-(\alpha + \beta)x - \int_0^x \mu(z)dz\right], \quad (23)$$

$$P(x; AB|B) = P(0; AB|B) \exp\left[-(\alpha + \beta)x - \int_0^x \nu(z)dz\right], \quad (24)$$

$$P(AB|A) = \int_0^\infty P(x; AB|A)dx = P(0; AB|A)[1 - \bar{g}(\alpha + \beta)]/(\alpha + \beta), \quad (25)$$

$$P(AB|B) = \int_0^\infty P(x; AB|B)dx = P(0; AB|B)[1 - \bar{h}(\alpha + \beta)]/(\alpha + \beta), \quad (26)$$

$$(\alpha + \beta)P(AB) = P(0; AB|A)\bar{g}(\alpha + \beta) + P(0; AB|B)\bar{h}(\alpha + \beta), \quad (27)$$

(4), (5), (23), (24) より

$$P(x; AB|AB) = \exp\left[-(\alpha + \beta)x - \int_0^x \mu(z)dz\right] \left\{ \int_0^x e^{(\alpha + \beta)z + \int_0^z \mu(z)dz} \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \beta P(0; AB|A) e^{-(\alpha+\beta)x - \int_0^x \mu(z) dz} + P(0; AB|AB) \Big\} \\ & = \exp \left[-(\alpha+\beta)x - \int_0^x \mu(z) dz \right] \left\{ \beta P(0; AB|A)x + P(0; AB|AB) \right\}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} P(AB|AB) &= \int_0^\infty P(x; AB|AB) dx = \beta P(0; AB|A) [(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{g} \cdot (\alpha \\ & + \beta)]/(\alpha+\beta) + P(0; AB|AB) (1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta), \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} P(x; AB|BA) &= \exp \left[-(\alpha+\beta)x - \int_0^x \nu(z) dz \right] \left\{ \int_0^x e^{(\alpha+\beta)x + \int_0^x \nu(z) dz} \alpha P(0; AB|B) e^{-(\alpha+\beta)x - \int_0^x \nu(z) dz} \right. \\ & \left. + P(0; AB|BA) \right\} = \exp \left[-(\alpha+\beta)x - \int_0^x \nu(z) dz \right] \left\{ \alpha P(0; AB|B)x + P(0; AB|BA) \right\}, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} P(AB|BA) &= \int_0^\infty P(x; AB|BA) dx = \alpha P(0; AB|B) [(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{h} \cdot (\alpha \\ & + \beta)]/(\alpha+\beta) + P(0; AB|BA) (1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta), \end{aligned} \quad (31)$$

(23), (24), (28), (30), (6), (7), (8), (9), (10), (11), (14), (15), (16), (17), (18), (19) より

$$\begin{aligned} Q(x; A|ABB) &= \exp \left[-\int_0^x \mu(z) dz \right] \left\{ \int_0^x e^{\int_0^x \mu(z) dz} \beta e^{-(\alpha+\beta)x - \int_0^x \mu(z) dz} [\beta P(0; AB|A)x \right. \\ & \left. + P(0; AB|AB)] dx + Q(0; A|ABB) \right\} \\ &= \exp \left[-\int_0^x \mu(z) dz \right] \left\{ \beta^2 P(0; AB|A) [-xe^{-(\alpha+\beta)x} + (1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta) \right. \\ & \left. + \beta P(0; AB|AB) (1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta) \right\}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} Q(A|ABB) &= \int_0^\infty Q(x; A|ABB) dx = \beta^2 P(0; AB|A) \left[\bar{g} \cdot (\alpha+\beta) - 2(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) \right. \\ & \left. + \frac{1}{\mu} \right] / (\alpha+\beta)^2 + \beta P(0; AB|AB) \left[\frac{1}{\mu} - (1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) \right] / (\alpha+\beta), \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} Q(x; B|ABA) &= \exp \left[-\int_0^x \mu(z) dz \right] \left\{ \int_0^x e^{\int_0^x \mu(z) dz} \alpha e^{-(\alpha+\beta)x - \int_0^x \mu(z) dz} [\beta P(0; AB|A)x \right. \\ & \left. + P(0; AB|AB)] dx + Q(0; B|ABA) \right\} \\ &= \exp \left[-\int_0^x \mu(z) dz \right] \left\{ \alpha \beta P(0; AB|A) [-xe^{-(\alpha+\beta)x} + (1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta) \right. \\ & \left. + \alpha P(0; AB|AB) (1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta) \right\}, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} Q(B|ABA) &= \int_0^\infty Q(x; B|ABA) dx = \alpha \beta P(0; AB|A) \left[\bar{g} \cdot (\alpha+\beta) - 2(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) \right. \\ & \left. + \frac{1}{\mu} \right] / (\alpha+\beta)^2 + \alpha P(0; AB|AB) \left[\frac{1}{\mu} - (1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) \right] / (\alpha+\beta), \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} Q(x; A|BAB) &= \exp \left[-\int_0^x \nu(z) dz \right] \left\{ \int_0^x e^{\int_0^x \nu(z) dz} \beta e^{-(\alpha+\beta)x - \int_0^x \nu(z) dz} [\alpha P(0; AB|B)x \right. \\ & \left. + P(0; AB|BA)] dx + Q(0; A|BAB) \right\} \\ &= \exp \left[-\int_0^x \nu(z) dz \right] \left\{ \alpha \beta P(0; AB|B) [-xe^{-(\alpha+\beta)x} + (1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta) \right. \end{aligned}$$

$$+\beta P(0; AB|BA)(1-e^{-(\alpha+\beta)x}/(\alpha+\beta)), \quad (36)$$

$$\begin{aligned} Q(A|BAB) &= \int_0^\infty Q(x; A|BAB)dx = \alpha\beta P(0; AB|B) \left[\bar{h}_* (\alpha+\beta) - 2(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\nu} \right] / (\alpha+\beta)^2 + \beta P(0; AB|BA) \left[\frac{1}{\nu} - (1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) \right] / (\alpha+\beta), \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} Q(x; B|BAA) &= \exp \left[- \int_0^x \nu(z) dz \right] \left\{ \int_0^x e^{\int_0^z \nu(z) dz} \alpha e^{-(\alpha+\beta)x - \int_0^z \nu(z) dz} [\alpha P(0; AB|B)x \right. \\ &\quad \left. + P(0; AB|BA)] dx + Q(0; B|BAA) \right\} \\ &= \exp \left[- \int_0^x \nu(z) dz \right] \left\{ \alpha^2 P(0; AB|B) [-xe^{-(\alpha+\beta)x} + (1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta)] / (\alpha+\beta) \right. \\ &\quad \left. + \alpha P(0; AB|BA)(1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta) \right\} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} Q(B|BAA) &= \int_0^\infty Q(x; B|BAA)dx = \alpha^2 P(0; AB|B) \left[\bar{h}_* (\alpha+\beta) - 2(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\nu} \right] / (\alpha+\beta)^2 + \alpha P(0; AB|BA) \left[\frac{1}{\nu} - (1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) \right] / (\alpha+\beta), \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} Q(x; B|AA) &= \exp \left[- \int_0^x \mu(z) dz \right] \left\{ \int_0^x e^{\int_0^z \mu(z) dz} \alpha P(0; AB|A) e^{-(\alpha+\beta)x - \int_0^z \mu(z) dz} dx + Q(0; B|AA) \right\} \\ &= \exp \left[- \int_0^x \mu(z) dz \right] \left\{ \alpha P(0; AB|A)(1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta) + Q(0; B|AA) \right\}, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} Q(B|AA) &= \int_0^\infty Q(x; B|AA)dx = \alpha P(0; AB|A) \left[\frac{1}{\mu} - (1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) \right] / (\alpha+\beta) \\ &\quad + \frac{1}{\mu} Q(0; B|AA), \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} Q(x; A|BB) &= \exp \left[- \int_0^x \nu(z) dz \right] \left\{ \int_0^x e^{\int_0^z \nu(z) dz} \beta P(0; AB|B) e^{-(\alpha+\beta)x - \int_0^z \nu(z) dz} dx + Q(0; A|BB) \right\} \\ &= \exp \left[- \int_0^x \nu(z) dz \right] \left\{ \beta P(0; AB|B)(1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta) + Q(0; A|BB) \right\}, \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} Q(A|BB) &= \int_0^\infty Q(x; A|BB)dx = \beta P(0; AB|B) \left[\frac{1}{\nu} - (1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) \right] / (\alpha+\beta) \\ &\quad + \frac{1}{\nu} Q(0; A|BB), \end{aligned} \quad (43)$$

(12), (13), (28), (30), (40), (42) より

$$\begin{aligned} P(0; AB|A) &= \alpha P(AB) + \alpha P(0; AB|B) \bar{h}_* (\alpha+\beta) + P(0; AB|BA) \bar{h}(\alpha+\beta) \\ &\quad + \alpha P(0; AB|A)(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) + Q(0; B|AA) \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} P(0; AB|B) &= \beta P(AB) + \beta P(0; AB|A) \bar{g}_* (\alpha+\beta) + P(0; AB|AB) \bar{g}(\alpha+\beta) \\ &\quad + \beta P(0; AB|B)(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) + Q(0; A|BB), \end{aligned} \quad (45)$$

(14), (15), (34), (36) より

$$\begin{aligned} P(0; AB|AB) &= \alpha\beta P(0; AB|B) \int_0^\infty h(x) \{ [-xe^{-(\alpha+\beta)x} + (1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta)] / (\alpha+\beta) \} dx \\ &\quad + \beta P(0; AB|B) \int_0^\infty h(x) [(1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta)] dx \\ &= \alpha\beta P(0; AB|B) [(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{h}_* (\alpha+\beta)] / (\alpha+\beta) \end{aligned}$$

$$+\beta P(0; AB|BA) (1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta), \quad (46)$$

$$\begin{aligned} P(0; AB|BA) &= \alpha\beta P(0; AB|A) \int_0^\infty g(x) \{[-xe^{-(\alpha+\beta)x} + (1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta)\} dx \\ &\quad + \alpha P(0; AB|AB) \int_0^\infty g(x) [(1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta)] dx \\ &= \alpha\beta P(0; AB|A) [(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{g}_\bullet(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta) \\ &\quad + \alpha P(0; AB|AB) (1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta), \end{aligned} \quad (47)$$

(20), (21), (38), (32) より

$$\begin{aligned} Q(0; B|AA) &= \alpha^2 P(0; AB|B) [(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{h}_\bullet(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta) \\ &\quad + \alpha P(0; AB|BA) (1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta), \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} Q(0; A|BB) &= \beta^2 P(0; AB|A) [(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{g}_\bullet(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta) \\ &\quad + \beta P(0; AB|AB) (1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta), \end{aligned} \quad (49)$$

(46), (47) より $P(0; AB|AB)$ および $P(0; AB|BA)$ を $P(0; AB|A)$, $P(0; AB|B)$ で表現すると,

$$\begin{aligned} P(0; AB|AB) &= [1-\alpha\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)^2]^{-1} [\alpha\beta/(\alpha+\beta)] \{[(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{h}_\bullet(\alpha+\beta)]P(0; AB|B) \\ &\quad + [\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)][(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{g}_\bullet(\alpha+\beta)]P(0; AB|A)\}, \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} P(0; AB|BA) &= [1-\alpha\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)^2]^{-1} [\alpha\beta/(\alpha+\beta)] \{[(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{g}_\bullet(\alpha+\beta)]P(0; AB|A) \\ &\quad + [\alpha(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)][(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{h}_\bullet(\alpha+\beta)]P(0; AB|B)\}, \end{aligned} \quad (51)$$

(44) に (27), (51), (48) を代入し整理すると

$$\begin{aligned} P(0; AB|A) &= P(0; AB|B) \left[\frac{\alpha}{\beta(\alpha+\beta)} \right] \{(\alpha+\beta\bar{h}(\alpha+\beta)) + (\alpha+\beta)\beta\bar{h}_\bullet(\alpha+\beta) + \beta(\alpha+\beta\bar{h}(\alpha+\beta)) \\ &\quad + \beta\bar{h}_\bullet(\alpha+\beta) [(1-\bar{g}(\alpha+\beta))(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)^2]^{-1} \\ &\quad \times [\alpha(1-\bar{g}(\alpha+\beta))((1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{h}_\bullet(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)]\} / \{1-\alpha(\alpha+\beta\bar{h}(\alpha+\beta)) \\ &\quad + \beta\bar{h}_\bullet(\alpha+\beta) [(1-\bar{g}(\alpha+\beta))(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)^2]^{-1} \\ &\quad \times [(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{g}_\bullet(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta)\} \\ &= P(0; AB|B) \cdot \frac{\alpha[(\alpha+\beta\bar{h}(\alpha+\beta)) + \beta\bar{h}_\bullet(\alpha+\beta)(\beta+\alpha\bar{g}(\alpha+\beta))]}{\beta[(\beta+\alpha\bar{g}(\alpha+\beta)) + \alpha\bar{g}_\bullet(\alpha+\beta)(\alpha+\beta\bar{h}(\alpha+\beta))]} \\ &= \frac{b_1}{b_2} P(0; AB|B), \end{aligned} \quad (52)$$

ここに,

$$\begin{aligned} b_1 &= \alpha\{\alpha+\beta\bar{h}(\alpha+\beta) + \beta\bar{h}_\bullet(\alpha+\beta)[\beta+\alpha\bar{g}(\alpha+\beta)]\}, \\ b_2 &= \beta\{\beta+\alpha\bar{g}(\alpha+\beta) + \alpha\bar{g}_\bullet(\alpha+\beta)[\alpha+\beta\bar{h}(\alpha+\beta)]\}, \end{aligned} \quad (53)$$

(22) に (27), (25), (26), (29), (31), (33), (35), (37), (39), (41), (43) を代入し整理すると,

$$1 = P(0; AB|A) \left\{ \bar{g}(\alpha+\beta)/(\alpha+\beta) + \frac{1}{\mu} + \frac{\beta^2}{\nu} [(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{g}_\bullet(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta) \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & +P(0; AB|B) \left\{ \bar{h}(\alpha+\beta)/(\alpha+\beta) + \frac{1}{\nu} + \frac{\alpha^2}{\mu} [(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{h}_*(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta) \right\} \\
 & +P(0; AB|AB) \left[\frac{1}{\mu} + \frac{\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))}{\nu(\alpha+\beta)} \right] + P(0; AB|BA) \left[\frac{1}{\nu} + \frac{\alpha(1-\bar{h}(\alpha+\beta))}{\mu(\alpha+\beta)} \right] \\
 = & P(0; AB|B) \left\{ \frac{b_1}{b_2} \left[\bar{g}(\alpha+\beta) + \frac{\alpha+\beta}{\mu} + \frac{\beta^2}{\nu} ((1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{g}_*(\alpha+\beta)) \right] / (\alpha+\beta) \right. \\
 & + \left[\frac{1}{\mu} + \frac{\beta(1-\bar{g}(\alpha+\beta))}{\nu(\alpha+\beta)} \right] [1-\alpha\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)^2]^{-1} [\alpha\beta/(\alpha \\
 & +\beta)] [\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)] [(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{g}_*(\alpha+\beta)] \\
 & + \left[\frac{1}{\nu} + \frac{\alpha(1-\bar{h}(\alpha+\beta))}{\mu(\alpha+\beta)} \right] [1-\alpha\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)^2]^{-1} [\alpha\beta/(\alpha \\
 & +\beta)] [(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{g}_*(\alpha+\beta)] \left. \right\} \\
 & + \left\{ \left[\bar{h}(\alpha+\beta) + \frac{\alpha+\beta}{\nu} + \frac{\alpha^2}{\mu} ((1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{h}_*(\alpha+\beta)) \right] / (\alpha+\beta) \right. \\
 & + \left[\frac{1}{\mu} + \frac{\beta(1-\bar{g}(\alpha+\beta))}{\nu(\alpha+\beta)} \right] [1-\alpha\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)^2]^{-1} \\
 & \times [\alpha\beta/(\alpha+\beta)] [(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{h}_*(\alpha+\beta)] \\
 & + \left[\frac{1}{\nu} + \frac{\alpha(1-\bar{h}(\alpha+\beta))}{\mu(\alpha+\beta)} \right] [1-\alpha\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)^2]^{-1} \\
 & \times [\alpha\beta/(\alpha+\beta)] \alpha(1-\bar{g}(\alpha+\beta)) [(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{h}_*(\alpha+\beta)] / (\alpha+\beta) \left. \right\}
 \end{aligned}$$

従って

$$\begin{aligned}
 P(0; AB|B) = & b_2 [1-\alpha\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)^2] \left\{ [1-\alpha\beta(1-\bar{h}(\alpha \\
 & +\beta))(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)^2] [b_1(\bar{g}(\alpha+\beta) + (\alpha+\beta)/\mu) \right. \\
 & + b_2(\bar{h}(\alpha+\beta) + (\alpha+\beta)/\nu)] / (\alpha+\beta) + b_1\beta \left[\frac{1}{\nu} + \frac{\alpha(1-\bar{h}(\alpha+\beta))}{(\alpha+\beta)\mu} \right] [(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha \\
 & +\beta) - \bar{g}_*(\alpha+\beta)] + b_2\alpha \left[\frac{1}{\mu} + \frac{\beta(1-\bar{g}(\alpha+\beta))}{(\alpha+\beta)\nu} \right] [(1-\bar{h}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{h}_*(\alpha+\beta)] \left. \right\}^{-1} \\
 = & \beta\{\beta + \alpha\bar{g}(\alpha+\beta) + \alpha\bar{g}_*(\alpha+\beta)[\alpha + \bar{h}(\alpha+\beta)]\} [1-\alpha\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))(1-\bar{g}(\alpha \\
 & +\beta))/(\alpha+\beta)^2] / C_1,
 \end{aligned} \tag{54}$$

ここに

$$\begin{aligned}
 C_1 = & [1-\alpha\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)^2] \{ \alpha[\alpha + \beta\bar{h}(\alpha+\beta) + \beta\bar{h}_*(\alpha+\beta)(\beta + \alpha\bar{g}(\alpha \\
 & +\beta))] [\bar{g}(\alpha+\beta) + (\alpha+\beta)/\mu] + \beta[\beta + \alpha\bar{g}(\alpha+\beta) + \alpha\bar{g}_*(\alpha+\beta)(\alpha + \beta\bar{h}(\alpha+\beta))] \\
 & \times [\bar{h}(\alpha+\beta) + (\alpha+\beta)/\nu] \} / (\alpha+\beta) + \alpha\beta[\alpha + \beta\bar{h}(\alpha+\beta) + \beta\bar{h}_*(\alpha+\beta)(\beta \\
 & + \alpha\bar{g}(\alpha+\beta))] \left[\frac{1}{\nu} + \frac{\alpha(1-\bar{h}(\alpha+\beta))}{(\alpha+\beta)\mu} \right] [(1-\bar{g}(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{g}_*(\alpha+\beta)] \\
 & + \alpha\beta[\beta + \alpha\bar{g}(\alpha+\beta) + \alpha\bar{g}_*(\alpha+\beta)(\alpha + \beta\bar{h}(\alpha+\beta))] \left[\frac{1}{\mu} + \frac{\beta(1-\bar{g}(\alpha+\beta))}{(\alpha+\beta)\nu} \right] [(1-\bar{h}(\alpha \\
 & +\beta))/(\alpha+\beta) - \bar{h}_*(\alpha+\beta)],
 \end{aligned} \tag{55}$$

従って定常アベイラビリティ P_A は (54) を用いて

$$P_A = P(AB) + P(AB|A) + P(AB|B) + P(AB|AB) + P(AB|BA) \\ = \frac{b_1 C_2 + b_2 C_3}{(\alpha + \beta) C_1} \quad (56)$$

ここに

$$C_2 = 1 + \beta[(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) - \bar{g} \cdot (\alpha + \beta) - \alpha(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) \bar{g} \cdot (\alpha + \beta) / (\alpha + \beta)], \\ C_3 = 1 + \alpha[(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) - \bar{h} \cdot (\alpha + \beta) - \beta(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) \bar{h} \cdot (\alpha + \beta) / (\alpha + \beta)] \quad (57)$$

b_1, b_2 は (53) で与えられ, C_1 は (55) とえられる。つまり P_A が既知の項で表現できたことになる。定常状態における状態確率は (54) を用いて

$$P(AB) = \frac{[1 - \alpha\beta(1 - \bar{h}(\alpha + \beta))(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta)^2][b_1 \bar{g}(\alpha + \beta) + b_2 \bar{h}(\alpha + \beta)]}{C_1(\alpha + \beta)}, \quad (58)$$

$$P(AB|A) = \frac{(1 - \bar{g}(\alpha + \beta))[1 - \alpha\beta(1 - \bar{h}(\alpha + \beta))(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta)^2]b_1}{C_1(\alpha + \beta)}, \quad (59)$$

$$P(AB|B) = \frac{(1 - \bar{h}(\alpha + \beta))[1 - \alpha\beta(1 - \bar{h}(\alpha + \beta))(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta)^2]b_2}{C_1(\alpha + \beta)}, \quad (60)$$

$$P(AB|AB) = \frac{b_1[\beta(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) - \beta \bar{g} \cdot (\alpha + \beta)] + b_2\alpha(1 - \bar{g}(\alpha + \beta))[\beta(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) - \beta \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)] / (\alpha + \beta)}{C_1(\alpha + \beta)}, \quad (61)$$

$$P(AB|BA) = \frac{b_1[\beta(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta)][\alpha(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) - \alpha \bar{g} \cdot (\alpha + \beta)] + b_2[\alpha(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) - \alpha \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)]}{C_1(\alpha + \beta)}, \quad (62)$$

$$Q(A|ABB) = \frac{\beta^2}{C_1(\alpha + \beta)^2} \left\{ b_1 \left[\frac{\alpha\beta(1 - \bar{g}(\alpha + \beta))^2(1 - \bar{h} \cdot (\alpha + \beta))}{(\alpha + \beta)^3} - \frac{\alpha\beta(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) \bar{g} \cdot (\alpha + \beta)}{\mu(\alpha + \beta)} + \bar{g} \cdot (\alpha + \beta) + \frac{1}{\mu} - 2(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] + b_2 \left[\frac{\alpha}{\mu} - \alpha(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] [(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) - \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)] \right\}, \quad (63)$$

$$Q(B|ABA) = \alpha Q(A|ABB) / \beta, \quad (64)$$

$$Q(A|BAB) = \frac{\alpha\beta}{C_1(\alpha + \beta)^2} \left\{ b_1 \left[\frac{\beta}{\nu} - \beta(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] [(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) - \bar{g} \cdot (\alpha + \beta)] + b_2 \left[\frac{\alpha\beta(1 - \bar{h}(\alpha + \beta))^2(1 - \bar{g}(\alpha + \beta))}{(\alpha + \beta)^3} - \frac{\alpha\beta(1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)}{\nu(\alpha + \beta)} + \frac{1}{\nu} + \bar{h} \cdot (\alpha + \beta) - 2(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] \right\}, \quad (65)$$

$$Q(B|BAA) = \alpha Q(A|BAB) / \beta, \quad (66)$$

$$Q(B|AA) = \frac{\alpha}{C_1(\alpha + \beta)} \left\{ b_1 \left[\frac{\alpha\beta(1 - \bar{g}(\alpha + \beta))^2(1 - \bar{h}(\alpha + \beta))}{(\alpha + \beta)^3} - \frac{\alpha\beta(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) \bar{g} \cdot (\alpha + \beta)}{\mu(\alpha + \beta)} + \frac{1}{\mu} - (1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] + b_2 \left[\frac{\alpha(1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) - \alpha \bar{h} \cdot (\alpha + \beta)}{\mu} \right] \right\}, \quad (67)$$

$$Q(A|BB) = \frac{\beta}{C_1(\alpha+\beta)} \left\{ b_1 [\beta(1-\bar{g}(\alpha+\beta)) / (\alpha+\beta) - \beta\bar{g}_*(\alpha+\beta)] / \nu \right. \\ \left. + b_2 \left[\frac{\alpha\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))^2(1-\bar{g}(\alpha+\beta))}{(\alpha+\beta)^3} - \frac{\alpha\beta(1-\bar{g}(\alpha+\beta))\bar{h}_*(\alpha+\beta)}{(\alpha+\beta)\nu} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\nu} - (1-\bar{h}(\alpha+\beta)) / (\alpha+\beta) \right] \right\}, \quad (68)$$

定常状態でシステム故障の確率 Q_D は (63), (64), (65), (66), (67), (68) より

$$Q_D = Q(A|ABB) + Q(B|ABA) + Q(A|BAB) + Q(B|BAA) + Q(B|AA) + Q(A|BB) \\ = \frac{1}{C_1(\alpha+\beta)} \left\{ b_1 \left[-\frac{\alpha\beta(1-\bar{g}(\alpha+\beta))(1-\bar{h}(\alpha+\beta))\bar{g}(\alpha+\beta)}{(\alpha+\beta)^2} - \frac{\alpha\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))\bar{g}_*(\alpha+\beta)}{\mu} \right. \right. \\ \left. \left. + \beta\bar{g}_*(\alpha+\beta) + \frac{\alpha+\beta}{\mu} - \beta(1-\bar{g}(\alpha+\beta)) / (\alpha+\beta) - (1-\bar{g}(\alpha+\beta)) + \frac{\beta(1-\bar{g}(\alpha+\beta))}{\nu} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\beta(\alpha+\beta)\bar{g}_*(\alpha+\beta)}{\nu} + \frac{\alpha\beta(1-\bar{h}(\alpha+\beta))\bar{g}_*(\alpha+\beta)}{(\alpha+\beta)} \right] \right. \\ \left. + b_2 \left[-\frac{\alpha\beta(1-\bar{g}(\alpha+\beta))(1-\bar{h}(\alpha+\beta))\bar{g}(\alpha+\beta)}{(\alpha+\beta)^2} - \frac{\alpha\beta(1-\bar{g}(\alpha+\beta))\bar{h}_*(\alpha+\beta)}{\nu} + \frac{\alpha+\beta}{\nu} \right. \right. \\ \left. \left. + \alpha\bar{h}_*(\alpha+\beta) - \alpha(1-\bar{h}(\alpha+\beta)) / (\alpha+\beta) - (1-\bar{h}(\alpha+\beta)) + \frac{\alpha(1-\bar{h}(\alpha+\beta))}{\mu} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\alpha(\alpha+\beta)\bar{h}_*(\alpha+\beta)}{\mu} + \frac{\alpha\beta(1-\bar{g}(\alpha+\beta))\bar{h}_*(\alpha+\beta)}{(\alpha+\beta)} \right] \right\} \\ = \frac{C_1(\alpha+\beta) - (C_1b_1 + b_2C_3)}{C_1(\alpha+\beta)} = 1 - \frac{C_1b_1 + b_2C_3}{C_1(\alpha+\beta)} = 1 - P_A \quad (69)$$

となる。

3. 若干の考察

切替スイッチ S_2, S_3, S_4 を使用しないと、故障していない部分システムを利用できなくなり稼働率が下がることが予想される。この場合の定常アベイラビリティを求めておこう。モデル2において S_2, S_3, S_4 が導入されていない場合を考察する。解析方法は第6節の1, 2と同様であるので状態推移図(図7)、方程式系および結果のみを記す。

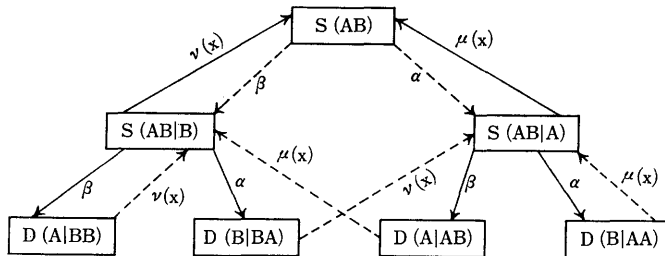


図7 状態推移図

$$[\alpha+\beta]P(AB) = \int_0^\infty P(x; AB|A)\mu(x)dx + \int_0^\infty P(x; AB|B)\nu(x)dx \quad (1)$$

$$[d/dx + \alpha + \beta + \mu(x)]P(x; AB|A) = 0, \quad (2)$$

$$[d/dx + \alpha + \beta + \nu(x)]P(x; AB|B) = 0, \quad (3)$$

$$[d/dx + \nu(x)]Q(x; B|BA) = \alpha P(x; AB|B), \quad (4)$$

$$[d/dx + \nu(x)]Q(x; A|BB) = \beta P(x; AB|B), \quad (5)$$

$$[d/dx + \mu(x)]Q(x; B|AA) = \alpha P(x; AB|A), \quad (6)$$

$$[d/dx + \mu(x)]Q(x; A|AB) = \beta P(x; AB|A), \quad (7)$$

境界条件：

$$P(0; AB|A) = \alpha P(AB) + \int_0^\infty Q(x; B|AA)\mu(x)dx + \int_0^\infty Q(x; B|BA)\nu(x)dx, \quad (8)$$

$$P(0; AB|B) = \beta P(AB) + \int_0^\infty Q(x; A|BB)\nu(x)dx + \int_0^\infty Q(x; A|AB)\mu(x)dx, \quad (9)$$

$$Q(0; B|BA) = Q(0; A|BB) = Q(0; B|AA) = Q(0; A|AB) = 0, \quad (10)$$

正規化条件：

$$P(AB) + P(AB|A) + P(AB|B) + Q(B|BA) + Q(A|BB) + Q(B|AA) + Q(A|AB) = 1. \quad (11)$$

結果：

$$P_A = \frac{1}{1 + \alpha \left[\frac{1}{\mu} - (1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] + \beta \left[\frac{1}{\nu} - (1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right]} \quad (12)$$

$$P(AB) = \frac{\alpha \bar{g}(\alpha + \beta) + \beta \bar{h}(\alpha + \beta)}{(\alpha + \beta) \left\{ 1 + \left[\frac{1}{\mu} - (1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] + \beta \left[\frac{1}{\nu} - (1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] \right\}} \quad (13)$$

$$P(AB|A) = \frac{\alpha (1 - \bar{g}(\alpha + \beta))}{(\alpha + \beta) \left\{ 1 + \left[\frac{1}{\mu} - (1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] + \beta \left[\frac{1}{\nu} - (1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] \right\}} \quad (14)$$

$$P(AB|B) = \frac{\beta (1 - \bar{h}(\alpha + \beta))}{(\alpha + \beta) \left\{ 1 + \left[\frac{1}{\mu} - (1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] + \beta \left[\frac{1}{\nu} - (1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] \right\}} \quad (15)$$

$$Q(B|BA) = \frac{\alpha \beta \left[\frac{1}{\nu} - (1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right]}{(\alpha + \beta) \left\{ 1 + \left[\frac{1}{\mu} - (1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] + \beta \left[\frac{1}{\nu} - (1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] \right\}} \quad (16)$$

$$Q(A|BB) = \frac{\beta^2 \left[\frac{1}{\nu} - (1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right]}{(\alpha + \beta) \left\{ 1 + \left[\frac{1}{\mu} - (1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] + \beta \left[\frac{1}{\nu} - (1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] \right\}} \quad (17)$$

$$Q(B|AA) = \frac{\alpha^2 \left[\frac{1}{\mu} - (1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right]}{(\alpha + \beta) \left\{ 1 + \left[\frac{1}{\mu} - (1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] + \beta \left[\frac{1}{\nu} - (1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] \right\}} \quad (18)$$

$$Q(A|AB) = \frac{\alpha \beta \left[\frac{1}{\mu} - (1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right]}{(\alpha + \beta) \left\{ 1 + \left[\frac{1}{\mu} - (1 - \bar{g}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] + \beta \left[\frac{1}{\nu} - (1 - \bar{h}(\alpha + \beta)) / (\alpha + \beta) \right] \right\}} \quad (19)$$

モデル 1 およびモデル 2 に比較して結果は簡単である。モデル 2 においては $\gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 1$ とお

いたが、この場合は $\gamma_2=\gamma_3=0$, $\gamma_4=1$ の場合に相当する。部分システム A, B が多数の相異なるユニットからなる場合の具体解を求めることは非常に困難であることが予想されるが、どこまで可能かは今後の課題である。

参考文献

- [1] Calabro, S.R.; "Reliability Principles and Practices, "McGraw-Hill, 1962. 高木昇監修『信頼性概論』日本科学技術連盟, 1965.
- [2] 北原貞輔;『現代経営システム論』新評論, 1976.
- [3] 北原貞輔; "共同 (意志) 決定に関する一考察" 経済学研究, 第47巻, 第2・3合併号, 1982.
- [4] 福田治郎, 児玉正憲; "修理系をもたないある種の冗長系について.", OR 学会アブストラクト集, 1978.
- [5] 福田治郎, 児玉正憲; "複合冗長系の信頼度解析", 愛知大学法経論集, 98, 1982.
- [6] 児玉正憲; 複合冗長系の保全性 (I), 経済学研究, 第48巻, 第5・6号 1983.