公共サービスの最適供給と公共資本形成

有吉, 範敏

https://doi.org/10.15017/4475375

出版情報：經濟學研究. 51 (4), pp.85-90, 1986-02-10. 九州大学経済学会

公共サービスの最適供給と公共資本形成

有　吉　範　敏

I　はじめに

Samuelson はその論文〔6〕において，静学的な設定の下に公共財の最適供給条件を導いた。これに対して，Arrow [1], Arrow and Kurz [2], Pestieau [5] 等に代表される公共投資論は，新古典派成長モデルを用いて，公共投資の最適条件を分析している。本稿の目的は，公共資本を公共サービスの固定的生産要素としてとらえ，公共資本の変化を許す2期間モデルを用いて，公共サービスの異時的最適供給条件を検討することにある。

通常，純粋公共財は，消費における非競合性と消費からの非排除性という2つの性質を完全に備えた財として定義される。ここで注意すべきことは，これら2つの性質を完全に備えた純粋公共財の例として有形な財貨をあげることは困難だということである。上の定義をみたす純粋公共財とは，国防サービス，治安サービス，行政サービスおよび司法サービスといったようなサービスにほかならない。そこで，本稿では一貫して公共財という用語のかわりに公共サービスという用語を用いることにする。

いま，公共サービスの例として治安サービスを考えてみよう。治安サービスは，警察署の建物や巡回自動車などの諸施設に警察官の労働等が結合されることによってもたらされる。したがって，われわれは，治安サービスを，警察署の建物や巡回自動車などの固定的要素と警察官の労働といった可変的要素とから産出される生産物であると考えることができる。治安サービスについてのこのような解釈は，国防サービスや行政サービス，司法サービス等々のすべての公共サービスについて適用可能である。そこで，われわれは，一般に公共サービスを固定的要素と可変的要素とによって産出される生産物と考える。そして，公共サービスをもたらす固定的要素を公共資本とよぶことにする。

このように考えてくると，公共サービスの最適供給についての分析をおこなうには，公共サービスの生産要素，すなわち固定的生産要素である公共資本と労働その他の可変的生産要素とが変数として導入されていなければならない。そこで，われわれは，固定的生産要素としての公共資本の変化を許す2期間モデルを設定し，公共サービスの異時的最適供給条件を，可変的要素の配分と固定的要素の蓄積の両面から説明しようと試みる。

本稿の構成は次のとおりである。まず，第II節でモデルの説明がおこなわれる。第III節では公共サービスの最適供給条件が導かれる。これは，公共サービスの可変的要素の最適配分条件と公共サービスの固定的要素の最適蓄積条件すなわち公共投資の最適条件とから成る。第IV節では，各経済主体が自己の制約条件の下でおのおのの目的を最大にする分権的経済を想定する。そして，政府が消費者および企業に対して一括税を課すときに，第III節で得られた最適配

分条件がみたされることを示す。そしてさいごに，公共サービスが生産基盤型であるとき，政府が消費者に対して所得税を，企業に対して一括税をそれぞれ課すならば，もはや最適配分は達成されないが，公共サービスの最適条件そのものは依然として成立することが指摘される。

II　モデル

つぎのような0期と1期とから成る2期間モデルを設定する。社会はn人の消費者と1企業によって構成され，各期に2種類の私的財（L財およびX財）と1種類の公共サービスが存在する。L財は消費者によって所有されており，可変的生産要素として用いられる。第i消費者（$i=1, 2, \cdots, n$）のt期（$t=0, 1$）におけるL財所有量を$\bar{l}_t^i$であらわすことにする。X財は企業によって生産される生産物であり，消費財および資本財として利用される。

第i消費者の効用関数を

$$U^i=U^i[l_0^i, x_0^i, u^i(l_0^g, X_0^g)\,;l_1^i, x_1^i, u^i(l_1^g, X_1^g)]\quad(i=1,2,\cdots,n)\qquad(2\text{-}1)$$

とする。ここにl_t^i, $x_t(t=0, 1)$はt期における第i消費者のL財消費量およびX財消費量を示す。また，l_t^iはt期に公共サービスの可変的要素として用いられるL財の量をあらわし，X_t^gはt期に公共サービスの固定的要素として存在するX財の量，すなわちt期における公共資本の存在量をあらわす。消費者は，t期においてl_t^gとX_t^gとから生産される公共サービスを消費するのであるが，公共サービスの生産量とその生産要素であるl_t^gおよびX_t^gとのあいだに技術的生産関数を想定することは困難である。そこで，第i消費者がt期の公共サービスからうける便益を$u^i(l_t^g, X_t^g)$であらわすことにする。換言すれば，$u^i(l_t^g, X_t^g)$はt期の公共サービスが第i消費者にもたらす効用指標である。X_0^gは所与とし，$X_1^g=X_0^g+x_0^g$とする。ここにx_0^gは0期における公共投資をあらわす。

企業は生産関数

$$x_t=F[l_t^\alpha, X_t^\alpha, f(l_t^g, X_t^g)]\quad(t=0, 1)\qquad(2\text{-}2)$$

にしたがって生産活動をおこなう。ここにx_tはt期のX財生産量を，l_t^αはt期に可変的生産要素として投入されるL財の量を示す。X_t^αはt期に固定的生産要素として存在するX財の量をあらわす。X_0^αは所与とし，$X_1^\alpha=X_0^\alpha+x_0^\alpha$とする。ここに$x_0^\alpha$は0期の私的投資を示す。われわれは，消費者に効用を与えると同時に企業の生産活動にも寄与するような公共サービスを想定する[1)]。$f(l_t^g, X_t^g)$は，l_t^gとX_t^gとから生産されるt期公共サービスのX財生産に対する貢献をあらわす生産指標である。

この経済の需給均等式はつぎのように示される。

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{i=1}^n \bar{l}_t^i=\sum_{i=1}^n l_t^i+l_t^\alpha+l_t^g\quad(t=0,1),\\&x_0=\sum_{i=1}^n x_0^i+x_0^\alpha+x_0^g,\\&x_1=\sum_{i=1}^n x_1^i.\end{aligned}\right\}\qquad(2\text{-}3)$$

III　最適配分

われわれは，まず，集権的経済を想定し，そのような経済における最適資源配分条件を求めたい。社会的厚生関数を

$$W=W(U^1, U^2,\cdots, U^n)\qquad(3\text{-}1)$$

1) Kaizuka〔4〕, Sandmo〔7〕, および Arrow and Kurz〔2〕.

であらわすことにしよう。このとき，われわれの問題は，(2-1)〜(2-3) の制約の下に社会的厚生関数 (3-1) を最大にすることである。Lagrangian はつぎのようになる。

$$
\begin{aligned}
L= & W(U^1, U^2, \cdots, U^n) \\
& +\sum_{t=0,1}\lambda_t\left(\sum_{i=1}^n \bar{l}_t^i-\sum_{i=1}^n l_t^i-l_t^\alpha-l_t^g\right) \\
& +\mu_0\Big\{F[l_0^\alpha, X_0^\alpha, f(l_0^g, X_0^g)]-\sum_{i=1}^n x_0^i-x_0^\alpha \\
& \quad -x_0^g\Big\} \\
& +\mu_1\Big\{F[l_1^\alpha, X_1^\alpha, f(l_1^g, X_1^g)]-\sum_{i=1}^n x_1^i\Big\}.
\end{aligned}
$$

ただし，λ_t, $\mu_t (t=0,\ 1)$ は Lagrange 乗数をあらわす。手段変数は l_t^i, x_t^i ; l_t^α, x_0^α ; l_t^g, x_0^g $(t=0,\ 1;\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ である。最大化のための1階の条件はつぎのように書き出すことができる。

$$W_i\frac{\partial U^i}{\partial l_t^i}-\lambda_t=0 \quad (i=1,2,\cdots,n\,;t=0,1),$$

$$W_i\frac{\partial U^i}{\partial x_t^i}-\mu_t=0 \quad (i=1,2,\cdots,n\,;t=0,1),$$

$$-\lambda_t+\mu_t\frac{\partial F}{\partial l_t^\alpha}=0 \quad (t=0,1),$$

$$-\mu_0+\mu_1\frac{\partial F}{\partial X_1^\alpha}=0,$$

$$\sum_{i=1}^n W_i\frac{\partial U^i}{\partial u^i}\frac{\partial u^i}{\partial l_t^g}-\lambda_t+\mu_t\frac{\partial F}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial l_t^g}=0 \quad (t=0,1),$$

$$\sum_{i=1}^n W_i\frac{\partial U^i}{\partial u^i}\frac{\partial u^i}{\partial X_1^g}-\mu_0+\mu_1\frac{\partial F}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial X_1^g}=0.$$

ただし $W_i=\partial W/\partial U^i (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ である。1階の条件を整理することによってつぎのような式を得る。

$$\frac{W_i}{W_j}=\frac{\partial U^j/\partial l_t^j}{\partial U^i/\partial l_t^i}=\frac{\partial U^j/\partial x_t^j}{\partial U^i/\partial x_t^i} \quad (i,j=1,2,\cdots,n\,;t=0,1), \tag{3-2}$$

$$\frac{\partial U^i/\partial l_t^i}{\partial U^i/\partial x_t^i}=\frac{\partial F}{\partial l_t^\alpha} \quad (i=1,2,\cdots,n\,;t=0,1), \tag{3-3}$$

$$\frac{\partial U^i/\partial x_0^i}{\partial U^i/\partial x_1^i}=\frac{\partial F}{\partial X_1^\alpha} \quad (i=1,2,\cdots,n), \tag{3-4}$$

$$\sum_{i=1}^n\frac{\dfrac{\partial U^i}{\partial u^i}\dfrac{\partial u^i}{\partial l_t^g}}{\partial U^i/\partial x_t^i}+\frac{\partial F}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial l_t^g}=\frac{\partial F}{\partial l_t^\alpha} \quad (t=0,1), \tag{3-5}$$

$$\sum_{i=1}^n\frac{\dfrac{\partial U^i}{\partial u^i}\dfrac{\partial u^i}{\partial X_1^g}}{\partial U^i/\partial x_1^i}+\frac{\partial F}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial X_1^g}=\frac{\partial F}{\partial X_1^\alpha}. \tag{3-6}$$

(3-2) は，各期において，各消費者の社会的重要度の比が限界効用比に等しいことを要求している。(3-3) は L 財が私的消費財として消費されるときの各消費者の限界代替率と，L 財が私的生産要素として投入されるときの企業の限界変形率とが等しくなければならないことを意味している。そして (3-5) は，L 財が私的生産要素として投入されるときの企業の限界変形率が，L 財が公共サービスの可変的要素として利用されるときの各消費者の限界代替率および企業の限界変形率の和にも等しくならねばならないことを示している。他方，(3-4) は，0期 X 財が私的消費財として消費されるときの各消費者の限界代替率と，0期 X 財が私的投資財として利用されるときの企業の限界変形率との均等を示している。さらに (3-6) は，0期 X 財が私的投資財として利用されるときの企業の限界変形率と，0期 X 財が公共投資に利用されるときの各消費者の限界代替率および企業の限界変形率の和との均等を意味している。

(3-3) と (3-4) は私的財の配分に関する最適条件であり，また (3-5) と (3-6) は公共サービスの配分に関する最適条件である。(3-5) と (3-6) はそれぞれ，公共サービスの可変的要素の最適配分条件および公共サービスの固定

的要素の最適蓄積条件すなわち公共投資の最適条件を与えている[2)]。公共サービスの水準は，短期的には (3-5) をみたすような L 財の投入によって，そして長期的には (3-6) をみたすような X 財の投入すなわち公共資本の形成をつうじて，最適に調整される。

消費者には効用を与えず，もっぱら企業の生産活動に貢献するような公共サービス——生産基盤型公共サービス——を想定すれば，(3-6) は公共投資の限界生産力と私的投資の限界生産力の均等を意味する条件式となる。これは，新古典派公共投資論における最適条件に対応している[3)]。

Ⅳ　分権的経済

前節では，集権的経済の想定の下に，社会的厚生を最大にするための最適配分条件が導かれた。本節の課題は，前節で得られた最適配分が以下にみるような分権的経済において達成されることを示すことにある。まず，各経済主体の分権的最適化行動を記述しよう。

第 i 消費者の最適化行動は，予算制約

$$\sum_{t=0,1}(1+r)^{-t}\{w_t(\bar{l}^i_t-l^i_t)-p_t x^i_t-T^i_t\}=0$$

の下に効用関数 (2-1) を l^i_t; $X^i_t(i=1,\ 2,\ \cdots,\ n;\ t=0,\ 1)$ について最大にすることである。ここに，p_t および w_t は，それぞれ X 財および L 財の t 期における価格をあらわす。また r は利子率である。T^i_t は t 期の第 i 消費者に対する一括税を示している。Lagrangian はつぎのようになる。

$$L^i=U^i[l^i_0,x^i_0,u^i(l^g_0,X^g_0);l^i_1,x^i_1,u^i(l^g_1,X^g_1)]$$
$$+\eta^i\sum_{t=0,1}(1+r)^{-t}\{w_t(\bar{l}^i_t-l^i_t)-p_t x^i_t$$
$$-T^i_t\}.$$

ただし，η^i は Lagrange 乗数である。1階の条件は，

$$\frac{\partial U^i}{\partial l^i_t}-\eta^i(1+r)^{-t}w_t=0\quad(t=0,1),\qquad(4\text{-}1)$$

$$\frac{\partial U^i}{\partial x^i_t}-\eta^i(1+r)^{-t}p_t=0\quad(t=0,1)\qquad(4\text{-}2)$$

となる。

一方，企業は利潤

$$\sum_{t=0,1}(1+r)^{-t}\{p_t F[l^\alpha_t,X^\alpha_t,f(l^g_t,X^g_t)]$$
$$-w_t l^\alpha_t-T^\alpha_t\}-p_0 x^\alpha_0$$

を l^α_t と x^α_0 について最大化する。ここに T^α_t は t 期に企業に対して課される一括税をあらわす。1階の条件は，

$$p_t\frac{\partial F}{\partial l^\alpha_t}-w_t=0\quad(t=0,1),\qquad(4\text{-}3)$$

$$(1+r)^{-1}p_1\frac{\partial F}{\partial X^\alpha_1}-p_0=0\qquad(4\text{-}4)$$

である。

さいごに，われわれは，税を徴収し，それを財源に公共サービスを無料で社会に提供する経済主体である政府の行動を記述しなければならない。政府の予算制約は，

$$\sum_{i=1}^{n}T^i_0+T^\alpha_0-w_0 l^g_0-p_0 x^g_0=0,$$

$$\sum_{i=1}^{n}T^i_1+T^\alpha_1-w_1 l^g_1=0$$

とかくことができる。ここに，$w_t l^g_t$ は公共サービスの可変的要素に対する t 期の支出額である。また $p_0 x^g_0$ は公共サービスの固定的要素への0期における支出額すなわち0期の公共投資

2) 本稿で得た (3-6) 式は，Arrow and Kurz〔2〕の p. 91 (146) 式に対応すると考えられる。
3) Arrow〔1〕および Pestieau〔5〕.

額を意味する。政府は0期において，徴収した税を，経常支出 ($w_0l_0^g$) と資本支出 ($p_0x_0^g$) とへ適切にふりわけねばならない。政府は，上の予算制約をみたすと同時に，企業の利潤をゼロにするようにその手段変数を決定するものと想定しよう。このとき，政府の最適化は，予算制約式，間接効用関数および間接利潤関数の下に，社会的厚生関数 (3-1) を最大にすることである。政府の手段変数は，l_t^g, x_0^g, T_t^i, T_t^α ($i=1, 2, \cdots, n$; $t=0, 1$) である。Lagrangian はつぎのようにかくことができる。

$$
\begin{aligned}
L=&W(U^1, U^2, \cdots, U^n)\\
&+\xi\Big(\sum_{t=0,1}(1+r)^{-t}\{p_tF[l_t^\alpha, X_t^\alpha, f(l_t^g,\\
&\quad X_t^g)]-w_tl_t^\alpha-T_t^\alpha\}-p_0x_0\Big)\\
&+\zeta_0\Big(\sum_{i=1}^n T_0^i+T_0^\alpha-w_0l_0^g-p_0x_0^g\Big)\\
&+\zeta_1\Big(\sum_{i=1}^n T_1^i+T_1^\alpha-w_1l_1^g\Big).
\end{aligned}
$$

ただし，ξ, $\zeta_t (t=0, 1)$ は Lagrange 乗数である。1階の条件はつぎのようになる。

$$
\sum_{i=1}^n W_i\frac{\partial U^i}{\partial u^i}\frac{\partial u^i}{\partial l_t^g}+\xi(1+r)^{-t}p_t\frac{\partial F}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial l_t^g}-\zeta_tw_t=0 \quad (t=0, 1), \tag{4-5}
$$

$$
\sum_{i=1}^n W_i\frac{\partial U^i}{\partial u^i}\frac{\partial u^i}{\partial X_1^g}+\xi(1+r)^{-1}p_1\frac{\partial F}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial X_1^g}-\zeta_0p_0=0, \tag{4-6}
$$

$$
W_i\eta^i(1+r)^{-t}-\zeta_t=0 \quad (t=0, 1), \tag{4-7}
$$

$$
\xi(1+r)^{-t}-\zeta_t=0 \quad (t=0, 1). \tag{4-8}
$$

前節で得られた最適配分条件は (3-2)～(3-6) であった。これらの最適条件は，本節で導かれた各経済主体の主体的最適条件 (4-1)～(4-8) によって満足される。まず，(4-1)，(4-2) および (4-7) より (3-2) が導かれる。また，(3-3) は (4-1)～(4-3) から，(3-4) は (4-2) と (4-4) からそれぞれ得られる。さらに，(3-5) は (4-2)，(4-3)，(4-5)，(4-7) および (4-8) から，(3-6) は (4-2)，(4-4)，(4-6)～(4-8) から，それぞれ導かれる。

上では，消費者および企業に対して一括税を課すときに，分権的な最適化行動が最適配分を与えることをみてきた。さいごに，われわれは，公共サービスが生産基盤型であるとき，政府が消費者に対して所得税を，企業に対して一括税をそれぞれ課すならば，もはや最適配分は達成されないが，公共サービスの最適条件そのものは依然として成立することを示そう。

第 i 消費者は，s_t を t 期の税率とするとき，予算制約

$$
\sum_{t=0,1}(1+r)^{-t}\{(1-s_t)w_t(\bar{l}_t^i-l_t^i)-p_tx_t^i\}=0
$$

の下に効用

$$
U^i=U^i(l_0^i, x_0^i; l_1^i, x_1^i)
$$

を最大にする。1階の条件は

$$
\frac{\partial U^i}{\partial l_t^i}-\eta^i(1+r)^{-t}(1-s_t)w_t=0 \quad (t=0,1) \tag{4-1'}
$$

$$
\frac{\partial U^i}{\partial x_t^i}-\eta^i(1+r)^{-t}p_t=0 \quad (t=0,1) \tag{4-2'}
$$

である。ただし η^i は Lagrange 乗数である。

企業については，前と同様に，(4-3) と (4-4) が1階の条件である。

政府は，予算制約式

$$
T_0^\alpha+s_0w_0\sum_{i=1}^n(\bar{l}_0^i-l_0^i)-w_0l_0^g-p_0x_0^g=0
$$

$$
T_1^\alpha+s_1w_1\sum_{i=1}^n(\bar{l}_1^i-l_1^i)-w_1l_1^g=0
$$

および，間接効用関数，間接利潤関数の下に，

社会的厚生関数 (3-1) を最大にする。手段変数は l_t^g, x_0^g, T_t^α, $s_t(t=0, 1)$ であるが，l_t^g, x_0^g, T_t^α についての1階の条件をかくとつぎのようである。

$$\xi(1+r)^{-t}p_t\frac{\partial F}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial l_t^g}-\zeta_t w_t=0 \quad (t=0,1), \tag{4-5)$'$ ($$

$$\xi(1+r)^{-t}p_1\frac{\partial F}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial X_1^g}-\zeta_0 p_0=0, \qquad (4\text{-}6)'$$

$$\xi(1+r)^{-t}-\zeta_t=0(t=0, 1), \qquad (4\text{-}8)'$$

(4-3)，(4-5)′ および (4-8)′ から

$$\frac{\partial F}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial l_t^g}=\frac{\partial F}{\partial l_t^\alpha} \quad (t=0, 1) \qquad (3\text{-}5)'$$

を得る。また，(4-4)，(4-6)′ および (4-8)′ から

$$\frac{\partial F}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial X_1^g}=\frac{\partial F}{\partial X_1^\alpha} \qquad (3\text{-}6)'$$

が得られる。(3-5)′ および (3-6)′ は，公共サービスが生産基盤型であるときの公共サービスの最適供給条件にほかならない。このように，公共サービスが生産基盤型であるときには，政府が消費者に所得税を課しても，企業に対して利潤がゼロとなるように一括税を課すことによって，公共サービスの最適供給条件——可変的要素の最適配分条件および公共投資の最適条件——は依然として成立する。

参 考 文 献

〔1〕 Arrow, K. J., "Discounting and Public Investment Criteria," in O. Kneese and O. Smith, eds., *Water Rosearch, Resources for the Future*, John Hopkins Press, Baltimore, 1966.

〔2〕 Arrow, K. J., and M. Kurg, *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*, John Hopkins Press, Baltimore, 1970.

〔3〕 Atkinson, A. B. and J. E. Stiglitz, *Lectures on Public Economics*, McGraw-Hill, 1980.

〔4〕 Kaizuka, K., "Public Goods and Decentralization of Production," *Review of Economics and Statistics*, vol. 47, 1965, pp. 118-120.

〔5〕 Pestieau, P. M., "Optimal Taxation and Discount Rate for Public Investment in a Growth Setting," *Journal of Public Economics*, vol. 3, 1974, pp. 217-235.

〔6〕 Samuelson, P. A., "The Pure Theory of Public Expenditure," *Review of Economics and Statistics*, vol. 36, 1954, pp. 387-389.

〔7〕 Sandmo, A., "Optimality Rures for the Provision of Collective Factors of Production," *Journal of Public Economics*, vol. 1, 1972, pp. 149-157.