ワーク・インセンティブと昇進制度

細江, 守紀

https://doi.org/10.15017/4475374

出版情報：經濟學研究. 51 (4), pp.73-83, 1986-02-10. 九州大学経済学会
バージョン：
権利関係：

ワーク・インセンティブと昇進制度

細　江　守　紀

1. はじめに

ここではワーク・インセンティブを考慮した内部労働市場におけるスキームデザインをどのように考案すべきかという問題を取り扱う。従来，ワーク・インセンティブを考慮したスキームデザインとしては，理論的には，少なくとも，三つのものが考えられてきた。第1は産出高依存賃銀支払 (output-contingent payment)，第2は昇進システム，第3はレイオフ制度である，第1の産出高依存賃銀支払はいろんな職種において見られるものであり，第2の昇進システムは Lazer=Rozen(7) によって順序トーナメントとしてその理論的基礎が与えられたものである。第3のレイオフ制度はいわゆる脅喊-怠慢モデルにもとずくもので，Shapiro=Stiglitz (13)，Stoft(14)，そして，Gintis=Ishikawa(3) などの貢献があげられる。特にこれらの文献は定常経済を前提した上で，マクロ経済的意味付けが行なわれており，非自発的失業を説明することを意図している。また，レイオフ制度と産出高依存賃銀支払の両方を導入したものに Mookherjee(11) があり，そこではそれを依頼人-代理人問題 (principal-agent problem) の文脈の中で分析が進められている。この依頼人-代理人問題は代理人の努力そのものが依頼人に観察できない状態で，しかも，成果について外部からの不確実性が存在する場合の両者間の最適契約の構造を明らかにするものであるが，この問題の分析は，労働者-雇用主，非保険者-保険会社，経営者-株主，医者と患者等，かなりの範囲の取引活動に適用できる。本稿はこの依頼人-代理人問題の基本的枠組みを前提として，産出高依存賃銀支払と昇進競争に光をあて，これら二つのインセンティブ・スキームの有効性の問題をそうした制度の成立の基本与件（個人努力の観察可能性，監督技術の性質，不確実性の程度）との関わりの中で分析し，内部労働市場の成立の理論的基礎を明らかにしようとするものである。

さて内部労働市場における昇進競争を，Lazer=Rosen(7) の順位競争理論を用いて，労働者のライフサイクルの観点で分析したものには Malcomson(8) である。しかし，Malcomson にあっては，外部不確実性，産出高依存賃銀支払いを取り扱っていず，したがって，昇進ー非昇進の決定した後すべての労働者は，同一に，最少の努力を行使する事になっている。さらに，彼は個人努力あるいは個人成果の観察困難性を基本的視点として取り入れているが，同時に生産個別的に分離可能な関数を採用しているためその視点と論理矛盾を起しており，協働する労働者間の相互依存性を十分に取り込んでいないことになっている。

我々の分析の基本的枠組みは次のようなものである。一般的には賃金支払契約は実現された

産出高の量だけでなく観察された個人努力の評価にも依存すると考えられる。我々は，グループ生産という視点から個人の成果（output）は観察できないという性質を分析の基礎におく事にする。その場合，考えられる賃金契約は同じ仕事の労働者は全体の成果に依存した同一賃金とならざるを得ないだろうが，個人の努力がもし観察できるなら，それも，賃金の決定要因に入るかもしれない。一般に，個人の努力を評価するのはどんなに正確に試みようとしても，主観性のゆえに，誤差を生じるであろう。誤まった評価による賃金決定は労働者のモラールに影響を与えずにおかない。そこで，我々の考える内部労働市場のワーク・インセンティブスキームは短期的には全体の成果に依存した賃金体系を採用し，長期的には日々の努力評価の結果として昇進非昇進を決定する昇進制度を採用するものとする。この努力の評価については順位トーナメント理論が示すような，評価された努力の順位に応じて昇進するしないが決定される。こうした枠組みの中で最適な賃金契約の構造が分析される。また，我々のモデルにおいては各期間に外部不確実性から生じる産出高依存賃金支払を認め，この賃金支払い制度と，昇進制度が，ワーク・インセンティブの観点からいかに有効であるかという問題を考える。

2. モデル

多数の労働者を使って単一財を生産する企業を考えよう。労働者は二期間生存し，第一期の初めにその企業と二期間にわたる労働契約を結ぶ。第一期の間に，企業（監督者）は労働者がいかに全体の成果への貢献=努力をしたか観察する。しかし，その観察は主観的であるので評価誤差をもつ。その期の終りに，各労働者の評価された努力は同僚のそれと比較，順序付けられ，その評価があらかじめ定められた比率の内に入った労働者が昇進する。したがって，各期において，企業には，常に新規に入った労働者，昇進した労働者，昇進しなかった労働者の三つのカテゴリーの労働者が存在することになる[註1)]。生産構造に関しては，グループ生産という特徴を簡単に表現するために，生産は全労働者の努力の総和とラングムファクターに依存するものと考える。簡単のため，全体の産出高は有限個の離散値を取るものとする。それらを $q_1 \cdots q_k$ で表わし，$0<q_1<q_2<\cdots<q_k$ とする。各期の総努力 e が与えられると，第 k の産出量 q_k が生じる確率 $\Pi_k(e)$ は連続関数 $\Pi: A \rightarrow S$ で表わされるとする。但し，A は各期に利用できる総努力の集合で，S は K－1 次元シンプレックスであり，$\Pi(e)=(\Pi_1(e) \cdots \Pi_k(e)$ とする[註2)]。所与の監督技術のもとで，労働者のもつプロモーションの主観的確率は自分の行使する努力 e と他の労働者が行使する平均的な努力 e' に依存する関数と考える，これを $P(e, e')$ とおくと，P は e の増加関数で，$e=e'$ の時は，主観的確率は契約時点であらかじめ定められた客観的プロモーションレートと一致する。

今，各地位にいる労働者に対してオファーされる賃金支払の組を $\{w_{0i}, w_{1i}, w_{2i}\}$ $(i=1 \cdots k)$ とする。ここで，w_{0i}, w_{1i}, および w_{2i} は，状態 i が起った時の，第一期の新規の人に対する，第二期の昇進者に対する，第二期の非昇進者に対する，それぞれの賃金支払いである。労働者は加法的に分離したフォン-ノイマン=モル

註1）以下ではこれらの地位をそれぞれポスト 0，ポスト 1，ポスト 2 と呼ぶことにする。

註2）したがってこの関数は次の 2 つの性質をもつ。(a)$\sum_{i=1}^{k} \Pi_i(e)=1$，(b)$\sum_{i=1}^{k} \Pi_i'(e)=0$.

ゲンシュテルン型の効用関数 $U(w_1, e) = V(w) - R(e)$ を考えよう。Vは賃金 w に関して微分可能で厳密に増加する，凹関数であり，また，Rは，努力 e に関して，微分可能で，厳密に増加する，凸関数であると仮定する。労働者の努力の範囲はある閉区間 $A \equiv [a, b]$ であるとする。さて，各地位にある労働者の努力決定の問題に進もう。

まず，昇進した第 j 労働者を考えよう。彼は，次のような期待効用最大化問題を解くことに，彼の努力を行使するであろう。

$$\underset{e_{1j}}{\mathrm{Max}} \sum_{i=1}^{k} \Pi_i (e_{1j} + e_0^+ + e_1^{+i} + e_2^+) \times U(w_{1i}, e_{1j}) \cdots\cdots (1)$$

ここで，e_{1j} は問題の昇進した労働者 j の行使する努力，e_0^+ は新規労働者の努力の総和，e_1^{+j} は第 j 労働者以外の昇進した労働者の努力の総和，e_2^+ は非昇進者の努力の総和を示す。同様に，昇進しなかった第 j 労働者が第 2 期において行使する努力は，次の期待効用最大化問題を解くように決められる。

$$\underset{e_{2j}}{\mathrm{Max}} \sum_{i=1}^{k} \Pi_i (e_{2j} + e_0^+ + e_1^+ + e_2^{+j}) \times U(w_{2j}, e_{2j}) \cdots\cdots (2)$$

ここで，e_{2j} は昇進しなかった労働者 j の努力，e_1^+ は昇進した労働者の努力の総和，e_2^{+j} は労働者 j 以外の昇進しなかった労働者の総努力を示す。最後に，新規に雇用された労働者は，上に示した二つの最大化問題を考慮に入れながら，二期間にわたる彼の期待効用を最大にするよう第一期に彼の努力を行使する。即ち，

$$\underset{e_{0j}}{\mathrm{Max}} \sum_{i} \Pi_i (e_{0j} + e_0^{+j} + e_1^+ + e_2^+) U(w_{0j}, e_{0j}) + P(e_{0j}, e_0^{+j}) \underset{e_{1j}}{\mathrm{Max}} \sum_{i} \Pi_i (e_{1j}, + e_0^+ + e_1^{+j} + e_2^+) U(w_{1j}, e_{1j}) + (1 - P(e_{0j}, e_0^{+j})) \underset{e_{2j}}{\mathrm{Max}} \sum \Pi_i (e_{2j} + e_0^+ + e_1^+ + e_2^{+j}) U(w_{2j}, e_{2j}). \cdots\cdots (3)$$

ここで，e_0^{+j} は第 j 労働者以外の新規労働者が第一期に行使する努力の総和を表わす。勿論，この新規労働者が考える第二期目の状態は，他の労働者が行使する努力に対する予想に依存している。分析を簡単にするために，労働者は同質であるとする。また，各世代は自分たちの世代の時と同じ賃金オファーを次の世代もされ，したがって，次世代も自分たちと同じ行動をすると期待できるという意味で定常経済を考える。我々はこの三つの地位にある労働者間のゲームの均衡概念として Nash- 均衡を考えると，対称な Nash-均衡値 $(e_0^*, e_1^*, e_2^*,) \in A \times A \times A$ は次の問題の解である。

$$\sum_{i} \Pi_i (e_1^* + ne_0^* + (n-m-1) e_1^* + me_2^*) U(w_{1i}, e_1^*) \geqq \sum \Pi_i \{e_1 + ne_0^* + (n-m-1) e_1^* + me_2^*) U(w_{1i}, e_1) \equiv V^1(e_1, e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_1)$$
$$\text{for all } e_1 \in A,$$

$$\sum \Pi_i (e_2^* + ne_0^* + (n-m) e_1^* + (m-1) e_2^*) U(w_{2i}, e_2^*) \geqq \sum \Pi_i (e_2 + ne_0^* + (n-m) e_1^* + (m-1) me_2^*) U(w_{2i}, e_2^*) = V^2(e_2, e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_2)$$
$$\text{for all } e_2 \in A,$$

$$\sum \Pi_i (e_0^* + (n-1) e_0^* + (n-m) e_1^* + me_2^*) U(w_{0i}, e_0^*) + \sum \Pi_i (ne_0^* + (n-m-1) e_1^* + me_2^*) \{P(e_0^*, e_0^*) U(w_{1i}, e_1^*) + (1 - P(e_0^*, e_0^*)) U(w_{2i}, e_2^*)\} \geqq \sum \Pi_i (e_0 + (n-1) e_0^* + (n-m) e_1^* + me_2^*) U(w_{0i}, e_0) + \sum \Pi_i (e_1^* + ne_0^* + (n-m-1) e_1^* + me_2^*) \{P(e_0, e_0^*) U(w_{1i} e_1^*) + (1 - P(e_0, e_0^*)) U(w_{2i}, e_2^*)\} = V^0 (e_0, e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_0, w_1, w_2)$$
$$\text{for all } e \in A.$$

ただし，$w_0=(w_{01}, w_{02}, \cdots, w_{0k})$，$w_1=(w_{11}, w_{12}, \cdots, w_{1k})$，$w_2=(w_{20}, w_{21}, w_{2k})$ を意味し，n は新規に採用された労働者数であり，n―m は昇進した労働者数，m は昇進しなかった労働者数である。前に注意したように，Nash-均衡では，各労働者の主観的プロモーションレートと客観的なそれとが等しいので，$P(e_0^*, e_0^*)=(n-m)/n$ である。

Nash-均衡の定義がなされたので，我々は，次のような条件付最大化問題の解として企業の提供する最適賃金契約（w_{0i}, w_{1i}, w_{2i}）を考えることが出来る。

〔問題1〕

$$\text{Max } \Sigma\Pi_i(ne_0^*+(n-m)e_1^*+me_2^*)(q_i-nw_{0i}-(n-m)w_{1i}-mw_{2i})$$
$$(e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_0, w_1, w_2)$$
s. t.
$$V^1(e_1^*, e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_1) \geqq V^1(e_1, e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_1) \quad \text{for all } e_1 \in A, \cdots\cdots(4)$$

$$V^2(e_2^*, e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_2) \geqq V^2(e_2, e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_2) \quad \text{for all } e_2 \in A, \cdots\cdots(5)$$

$$V^0(e_0^*, e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_0, w_1, w_2) \geqq V^0(e_0, e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_0, w_1, w_2) \quad \text{for all } e_0 \in A, \cdots\cdots(6)$$

$$V^0(e_0^*, e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_0, w_1, w_2) \geqq 2U^+ \cdots\cdots\cdots(7)$$

$$\Sigma\Pi_i(ne_0^*+(n-m)e_1^*+me_2^*)U(w_{1i}, e_1^*) \geqq \Sigma\Pi_i(ne_0^*+(n-m)e_1^*+me_2^*)U(w_{2i}, e_2^*) \quad \cdots\cdots(8)$$

$$\Sigma\Pi_i(ne_0^*+(n-m)e_1^*+me_2^*)U(w_{0i}, e_0^*) \geqq U^+ \cdots\cdots(9)$$

ここで(7)は第一期においてこの契約によって二期間にわたって得ることができる期待効用は同じ二期間にわたって他の機会において得ることが出来るものを下回らない事を意味する。（一期ごとのリザベーション効用を U^+ とし，簡単のため，時間割引率は考慮しないものとする。）また，(8)はワーク・インセンティブ装置として，昇進制度の有効に関する条件で，地位1が地位2よりその期待効用が少さくならないことを意味する。もしこれが第号で成立すれば，第2期目の二つのポストは事実上同じ期待効用をもたらし，昇進制度の有効性は失われるであろう。最後に(9)は昇進しなかった労働者が自発退職しない条件である。この問題1は単一依頼人-多数代理人問題の一種とみなすことが出来る。我々はこの問題を解くことによって，各ポストにおける賃金構造，ポスト間賃金差の特性，さらに昇進制度そのものの有効性を問うことが出来る。

3. 最適賃金契約

雇用主-労働者図式の文脈の中で，単一依頼人-単一代理人問題の一般的フォームは

$$\underset{e,w_i}{\text{Max}} \sum_i \Pi_i(e)\ (q_i w_i)$$
$$\text{s. t. } \Sigma\ \Pi_i(e)U(w_i, e) \geqq U^+$$
$$\Sigma\Pi_i(e)U(w_i, e) \geqq \Sigma\Pi_i(e)U(w_i, e') \quad \text{for all } e' \in A.$$

これは労働者の期待効用が彼のリザベーション効用を越え，かつ，彼が期待効用を最大にするよう自分の努力を行使するという条件のもとで，企業の利潤が最大となる最適賃金契約の問題である。この問題はしばしば次のような数学的により取り扱いやすい問題として処理されて来た。即ち，

$$\underset{e,w_i}{\text{Max}}\ \Sigma\ \Pi_i(e)\ (q_i-w_i)$$
$$\text{s. t. } \Sigma\ \Pi_i U\ (w_i, e) \geqq U^+$$

$$\Sigma\Pi'_i U(w_i,e)+\Sigma\Pi_i(e)\frac{\partial U}{\partial e}(w_i,e)\geqq 0.$$

ここで，Π'_i は Π_i の e に関する微係数である。第二の制約条件は言うまでもなく，労働者の期待効用最大化問題における定常解の条件からでてくる。しかしながら，このような手続きは Grossman＝Hart(5) に示されたように，一般的には正当化できない。最近，Rogerson(12) はこうした手続（以下では第一次アプローチと呼ぶ）が有効となる十分条件を示した。そこにおいて，彼は次のような二つの十分条件を持ち込んだ。

条件1（単調尤度比条件）

『関数 $\Pi_i(e)$ (i=1…k) は，$e'<e''$ の時，$\Pi_i(e')/\Pi_i(e'')$ が i に関して非減少であるならば，MLRC を満たすといわれる。』

MLRC は monotone Likelihood-ratio condition の略称である。

条件2（分布関数の凸条件）

『関数 $\Pi_i(e)$ (i-1…k) は，$\sum_{i=1}^{k}\Pi''_i(e)$ がすべての i と e に対して非負であるとき，CDFC であるといわれる。』

CDFC は convexity of the distribution function condition の略称である。

彼はこの二つの条件が満たされると，一般的な依頼人-代理人問題は上の第一次アプローチの問題と同値になることを示した。彼の方法は我々の多数代理人問題に対して直接適用が出来ないが後に見るように我々の問題においてもある種の条件のもとでこの同一性を示す事が出来る。まず，我々の多数代理人問題に対応する第一次アプローチ問題を書いてみよう。（これを問題2として引用する）

〔問題2〕

$$\underset{(e_0^*,e_1^*,e_2^*,w_0,w_1,w_2)}{\mathrm{Max}}\Sigma\Pi_i(ne_0^*+(n-m)e_1^*+me_2^*)(q_i-nw_{0i}-(n-m)w_{1i}-mw_{2i})$$

s. t.

$$V^1_{e_1}(e_1,e_0^*,e_1^*,e_2^*,w_1)\,|_{e_1=e_1^*}\geqq 0\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

$$V^2_{e_2}(e_2,e_0^*,e_1^*,e_2^*,w_2)\,|_{e_2=e_2^*}\geqq 0\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

$$V^0_{e_0}(e_0,e_0^*,e_1^*,e_2^*,w_0,w_1,w_2)\,|_{e_0=e_0^*}\geqq 0\ \cdots(12)$$

$$\Sigma\Pi_i(ne_0^*+(n-m)e_1^*+me_2^*)U(w_{1i},e_1^*)\geqq\Sigma\Pi_i(ne_0^*+(n-m)e_1^*+me_2^*)U(w_{2i},e_2^*)\cdots\cdots(13)$$

$$\Sigma\Pi_i(ne_0^*+(n-m)e_1^*+me_2^*)U(w_{2i},e_2^*)\geqq U^+\cdots\cdots(14)$$

$$V^0(e_0^*,e_0^*,e_1^*,e_2^*,w_0,w_1,w_2)\geqq 2U^+\cdots\cdots\cdots(15)$$

ここで $V^i_{e_i}$ は e_i に関する偏微係数である。我々はこの問題2に対していくつかの補題をもっている。

補題1『もし組 (e_0*, e_1*, e_2*, w_0, w_1, w_2) が問題2の解であるなら，すべての i に対して非負の定数 t_0, t_1, t_2, α, β, および γ があって次の式を満たす。

$$\frac{n}{\frac{\partial U_i(0)}{\partial w_{0i}}}=\alpha+t_0\frac{\Pi'_i}{\Pi_i}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

$$\frac{n-m}{\frac{\partial U_i(1)}{\partial w_{1i}}}=\alpha p+\beta+t_0p'+t_1\frac{\Pi'_i}{\Pi_i}\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

$$\frac{m}{\frac{\partial U_i(2)}{\partial w_{2i}}}=\alpha(1-p)\beta+\gamma-t_0p'+t_2\frac{\Pi'_i}{\Pi_i}\cdots(18)$$

$$\Sigma\Pi'_iR_i+\alpha\Big\{\Sigma\Pi_iU_i(w_{0i},e_0)+\frac{1}{n}\frac{\partial U_i(0)}{\partial e_0}+\Sigma\Pi'_i(pU_i(w_{1i},e_1)+(1-p)U_i\ (w_{0i},e_0\Big\}+$$

$$\beta\Sigma\Pi'_i(U_i(w_{1i},e_1)-U_i(w_{2i},e_2))+\gamma\Sigma\Pi'_iU_i(w_{2i},e_2)+t_1\Sigma\Pi''_iU_i(w_{1i},e_1)+t_2\Sigma\Pi''_iU_i(w_{2i},e_2)+t_0\{\Sigma\Pi''_iU(w_{0i},e_0)+\Sigma\Pi'_i(U_i(w_{1i},e_1)-U_i(w_{2i},e))\}\underset{=b}{\overset{=a}{\gtreqless}}0 \text{ for } e_0\in[a,b] \cdots\cdots(19)$$

$$\Sigma\Pi'_iR_i+\alpha\Big\{\Sigma\Pi'_iU_i(w_{0i},e_0)+\Sigma\Pi'_i(pU_i(w_{1i},e_1)+(1-p)U_i(w_{2i},e_2)+\frac{p}{n-m}\frac{\partial U_i(1)}{\partial e_1}\Big\}+\beta\Big\{\Sigma\Pi'_i(U_i(w_{1i},e_1)-U_i(w_{2i},e_2))+\frac{1}{n-m}\frac{\partial U_i(1)}{\partial e_1}\Big\}+\gamma\Big\{\Sigma\Pi'_i(U_i(w^2{}_i,e)+\frac{1}{n-m}\frac{\partial U_i(1)}{\partial e_{12}}\Big\}+t_2\Sigma\Pi''_iU_i(w_{2i},e_2)t_0\Big\{\Sigma\Pi''_iU_i(w_{0i},e_0)+\Sigma\Pi'_i(p'(U_i(w_{1i},e_1)-U_i(w_{2i},e_2))+p'\frac{\partial U_i(1)}{\partial e_1}\Big\}\underset{=}{\overset{=}{\gtreqless}}0 \text{ for } e_1\in[a,b] \cdots\cdots(20)$$

$$\Sigma\Pi'_iR_i+\alpha\Big\{\Sigma\Pi'_iU_i(w_{0i},e_0)+\Sigma\Pi'_i(pU_i(w_{1i},e_1)+(1-p)U_i(w_{2i},e_2)+\frac{1-p}{n-m}\frac{\partial U_i(2)}{\partial e_2}\Big\}+\beta\Big\{\Sigma\Pi'_i(U_i(w_{1i},e_1)-U_i(w_{2i},e_2))-\frac{1}{m}\frac{\partial U_i(2)}{\partial e_2}\Big\}+\gamma\Big\{\Sigma\Pi'_iU_i(w_{2i},e_2)+\frac{1}{m}\frac{\partial U_i(2)}{\partial e_2}\Big\}+t_1\cdot\Sigma\Pi''_iU_i(w_{1i},e_1)+t_2\Big(\frac{1}{m}\frac{\partial^2U_i(2)}{\partial e_2}+\Sigma\Pi''_iU_i(w_{2i},e_2)\Big)+t_0\Big\{\Sigma\Pi'_iU_i(w_{0i},e_0)+\Sigma\Pi'_ip'(U_i(w_{1i},e_1)-U_i(w_{2i},e_2))-\frac{1}{m}p'\frac{\partial^2U_i(2)}{\partial e_2^2}\Big\}\underset{=b}{\overset{=a}{\gtreqless}}0 \text{ for } e_2\in[a,b] \cdots\cdots(21)』$$

ここで，$\frac{\partial U_i(j)}{\partial e_j}$と$\frac{\partial U_i(j)}{\partial w_{ji}}$はそれぞれ$e_j$, w_{ji}に関する偏微係数を意味し，Ri は状態 i での利潤 $q_i-nw_{0i}-(n-m)\ w_{1i}-mw_{2i}$ を意味する。また，Π''_i は e に関する2次微係数を表わす。この補題1はキューン=タッカーの必要条件から直ちに出てくる。(16)〜(18)は各ポストにおける最適リスクーシェアリングルールでありMLRC の条件から各ポストにおける賃金は産出高に対して単調に非減少であることがわかる。即ち，

補題2『$(e_0^*,e_1^*,e_2^*,w_{01}, w_{1i}, w_{2i})$ が問題2に対する解であるとき，各ポストでの賃金は産出高に対して単調に非減少である。』

次の補題は補題2と条件2を使って導びくことが出来る。詳細は Rogerson(12) を参照のこと。

補題3『問題2に対する解に対して，$\Sigma\pi_i''$ $U\ (w_{ji},\ e_j^*)$ は各 j (=0, 1, 2) について，非正である。』

問題2に対する解が内部解である時，(19)〜(21)は次のように整理される。

$$A=-\frac{\alpha}{n}\frac{\partial U(0)}{\partial e_0}-\frac{t_0}{n}\frac{\partial^2U(0)}{\partial e_0^2}\cdots\cdots(22)$$

$$A=-\frac{\alpha}{n-m}\frac{\partial U(1)}{\partial e_1}-\frac{t_1}{n}\frac{m\partial^2U(1)}{\partial e_1^2}-\frac{\beta}{n-m}\times\frac{\partial U(1)}{\partial e_1}-\frac{t_1p'}{n-m}\frac{\partial U(1)}{\partial e_1}\cdots\cdots(23)$$

$$A=-\frac{\alpha(1-p)}{m}\frac{\partial U(2)}{\partial e_2}+\frac{\beta}{m}\frac{\partial U(2)}{\partial e_2}-\frac{t_2}{m}\times\frac{\partial^2U(2)}{\partial e_2^2}+\frac{t_0p'}{m}\frac{\partial U(2)}{\partial e_2}-\frac{\gamma}{m}\frac{\partial U(2)}{\partial e_2}\cdots(24)$$

ここで，$A=\Sigma\Pi'_iR_i+\alpha\{\Sigma\Pi'_iU_i(0)+\Sigma\Pi'_i(pU_i(1)+(1-p)\ U_i(2))+\beta\Sigma\Pi_i(U_i(1)-U_i(2))+\gamma\Sigma\Pi'_iU_i(2)+t_1\Sigma\Pi''_iU_i(1)+t_2\Sigma\Pi''_iU_i(2)+t_0\{\Sigma\Pi''_iU_i(0)+\Sigma\Pi'_i\,p'\,(U_i(1)-U_i(2))\}$.

補題4『問題2の解に対して，次の等式が成立する。

$$\Sigma\Pi_iU_i(w_{2i},e_2)=U^+\cdots\cdots(25)$$

$$\Sigma\Pi_iU_i(w_{0i},e_0)+\Sigma\Pi_i\ (pU(w_{1i},e_1)+(1-p)U(w_{2i},e_2))=2U^+\cdots\cdots(26)』$$

（証明）矛盾を出すため，最適解において，昇

進ポスト（ポスト2）での期待効用がリザベーション効用 U^+ を厳密に上回わるとしよう。この時，ある正の定数 $h(>0)$ があって $\Sigma\Pi_i(U_i(w_{2i}, e)-h)=\Sigma\Pi_i U_i(w_{2i}, e_2)-h\geqq U^+$ を満すものがある。この h はポスト 2 での賃金構造の変化によって引き起された効用損失に対応している。しかし，$\Sigma\Pi_i'(U_i(w_{2i}, e_2)-h)=\Sigma\Pi_i' U(w_{2i}, e_2)$ が成立するので，この変化はポスト 2 での労働者の行使する努力になんの変化ももたらさない。他方，新規採用者（即ち，ポスト 0 での労働者）にとって，この変化は将来の二つのポスト間の期待効用等ギャップの増大を意味する。したがって，このことは彼らがポスト 0 での賃金構造のなんの変化がなくてもより大きな努力を行なうことを意味する。それ故，企業は総費用の減少によって平均してより大きな産出を得ることが出来，これは問題 2 の最適性に矛盾する。(26)に関しても同様の議論をすることが出来る。(Q. E. D.)

補題 5『$(e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_0, w_1, w_2,)$ が問題 2 の解である時，P'' が非正であれば，各ポストの労働者の期待効用は努力に関して凹である。』

（証明） 努力に対するこの凹性は各ポストについて次のように表わすことが出来る。

$$V^1_{e_1,e_1}=\Sigma\Pi_i'' U_i(1)+\frac{\partial^2 U_i(1)}{\partial e_1^2}\leqq 0 \cdots\cdots\cdots (27)$$

$$V^2_{e_2,e_2}=\Sigma\Pi_i'' U_i(2)+\frac{\partial^2 U_i(2)}{\partial e_2^2}\leqq 0 \cdots\cdots\cdots (28)$$

$$V^0_{e_0,e_0}=\Sigma\Pi_i'' U_i(0)+\Sigma\Pi_i\frac{\partial^2 U_i(0)}{\partial e_0^2}+\Sigma\Pi_i p''(U_i(1)-U_i(2))\leqq 0 \cdots\cdots\cdots (29)$$

ここで $V^i_{e_i,e_i}$ は e_i に関する V^i の 2 次微係数を表わす。(27)と(28)は補題 3 と効用関数の性質から直ちに判る。(29)について，P'' が非正であれば同じ理由から成立することが判る。(Q. E. D.)

$P''(e_0, e_0)<0$ はかなりきつい条件であるが一つの明瞭な条件なのでとりあげて見た。

補題 6『$(e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_0, w_1, w_2,)$ が問題 2 の解で $e_1^*\geqq e_0^*$ を満す時，次の式が成立する。

$$V^1_{e_1}=\Sigma\Pi_i' U(w_{1i}, e_1)+\frac{\partial U}{\partial e_1}=0 \cdots\cdots\cdots (30)$$

$$V^2_{e_2}=\Sigma\Pi_i' U(w_{2i}, e_2)+\frac{\partial U}{\partial e_2}=0 \cdots\cdots\cdots (31)$$

$$V^0_{e_0}=\Sigma\Pi_i' U(w_{0i}, e_0)+\frac{\partial U(0)}{\partial e_0}+\Sigma\Pi_i(U(w_{1i}, e_1)-U(w_{2i}, e_2))p'=0. \cdots\cdots\cdots (32)$$』

（証明） まず，$t_1>0, t_2>0$ であることを示そう。もし t_1 がゼロであれば，w_{1i} は(16)からコンスタントになり，この時ポスト 1 の労働者にとっては最少の努力を行うのが最適である。これは生産の有効性に対して明らかに矛盾する。それ故，t_1 は正でなければならない。同様の議論で t_2 もまた正である。これは(30)と(31)が成立することを意味する。t_0 に対して，今，t_0 がゼロであるとしてみよう。この時 w_{0i} は(15)からコンスタントであるが，(22)と(23)から $t_0=0$ のとき $e_1^*<e_0^*$ が成り立つことが容易に判り，これは矛盾である。それ故，t_0 は正であり，(32)が成立する。(Q. E. D.)

以上の補題を使って次の命題が成立する。

命題 1『$e_1^*>e_0^*$を満たす問題 2 の解 $(e_0^* e_1^*, {}_2^*, w_0, w_1, w_2,)$ は問題 1 の解である』

（証明） 補題 5 と補題 6 から，各労働者の努力選択は大域的に最大となっている。したがっ

て，$(e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_0, w_1, w_2)$ または問題1に対するものと制約条件を満す。それ故，$(e_0^*, e_1^*, e_2^*, w_0, w_1, w_2)$ はまた，もとの問題1の解となっている。(Q. E. D.)

(30)〜(32)は各ポストにある労働者が，彼らの限界期待効用をゼロにするよう努力を行なうことを意味している。特に(27)はポスト0の，即ち新規採用された労働者の努力は第二期における2つのポストにおける期待効用ギャップの大きさに依存していることを示している。(32)は(26)を考慮して次のように書きなおすことが出来る。

$$\Sigma\Pi_i U(w_{1i}, e_1) = U^+ + \frac{1}{p'}\left(\Sigma\Pi_i' U(w_{0i}, e_0) + \frac{\partial U(0)}{\partial e_0}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (33)$$

この(33)と(26)より

$$\Sigma\Pi_i U(w_{0i}, e_0) = U^+ - \frac{p}{p'}\left(\Sigma\Pi_i' U(w_{0i}, e_0) + \frac{\partial U(0)}{\partial e_0}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (34)$$

これは，昇進ポストでの期待効用の大きさは特に，P′ の大きさに依存することを示している。$P'(e_0, e_0)$ の大きさは均衡点で監督者がいかに正確に努力を評価するかを表わすバロメーターになっている。完全な正確さにおいては $P'(e, e_0)$ は $e=e_0$ において無限大の値をとるであろう。即ち，他の労働者の努力レベルとすこしでも違うレベルの努力はたちどころに発見されるというわけである。恐らく，このような事態をもたらすためには相当の監督コストが必要であろう。要するに，(33)と(34)が語っている事は，その監督コストを抜きにして考えると，監督技術が正確であればあるほど第一期の労働者の努力は大きく引きだされるという事である。

4. 昇進制度の有効性

ここで問題となるのは前節で求められた最適インセンティブ・スキームのもとで，昇進制度が真に有効であるかどうかという点である。換言すれば，この最適インセンティブ・スキームにおいてポスト1とポスト2において効用ギャップが存在するかどうかという事である。もし，(13)が等号で成り立つならば，各ポストでの期待効用は結局同一の大きさに帰着する。この時これは次のような単一ポストにおける最適賃金契約の問題に退化してしまう。

〔**問題3**〕

$$\underset{e^*}{\mathrm{Max}}\ \Sigma\ \Pi_i(2ne^*)\ (q_i - 2nw_i)$$

$$\text{s. t. } \Sigma\Pi_i(2ne^*)U(w_i, e^*) \geqq U^+$$

$$\Sigma\Pi_i(e^* + (2n-1)e^*)U(w_i, e^*)$$

$$\geqq \Sigma\Pi_i(e + (2n-1)e^*)U(w_i, e^*)$$

$$\text{for all } e \in [a, b].$$

次の補題はキューン＝タッカーの定理を使って得られる。

補題7『問題3に対する任意の解はある非負の定数 α と t に対して次の式を満たす。

$$\Sigma\Pi_i' U(w_i, e^*) + \frac{\partial U}{\partial e} = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (35)$$

$$2n\,\Sigma\Pi_i' R_i + \alpha\left(2n\,\Sigma\Pi_i' U + \frac{\partial U}{\partial e}\right) + t\left(2n\Sigma\Pi_i'' U + \frac{\partial^2 U}{\partial e^2}\right) = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (36)$$

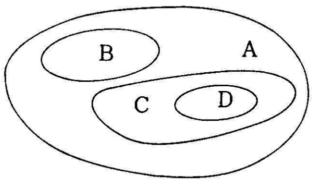
$$\alpha + t_0 \frac{\Pi_i'}{\Pi_i} = \frac{2n}{\frac{\partial U}{\partial w_i}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (37)$$

$$\Sigma\Pi_i(2ne^*)U(w_i, e^*) = U^* \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (38)』$$

簡単な考察から，問題3に対する必要条件(35)〜(38)を満たすどのような解もまた，さきに示された問題2のすべての必要条件を満たすことが判る。それ故，昇進制度が最適インセンティブ・スキームにおいて有効であるかどうかの問題は(35)〜(38)の必要条件を満すどんな解よりも，企

業の観点からベターな昇進制度をもったインセンティブ・スキームが存在するかどうかという事である。この点をわかりやすくするため次の図Ｉが参考になるであろう。

図 I



A：問題２の必要条件を満す解
B：問題２の最適解
C：問題３の必要条件を満す解
D：問題３の最適解

(35)〜(38)の必要条件を満たすどんな解よりもベターな，昇進制度をもつインセンティブ・スキームが存在すれば，図Ｉに示されるようにＢとＣの分離が生じ，したがって，その時は昇進制度をもつインセンティブ・スキームが有効であることになる。この事を簡単に示すため，可能な産出の数を２つとして話を進めよう。($q_1<q_2$) この時，状態１と状態２をそれぞれ不況時と好況時と呼ぶことにしよう。次の命題はこの昇進制度が有効である一つの十分条件を求めたものである。

命題２『(e_0, e_1, e_2, w_0, w_1, w_2) が(35)〜(38)を満たす一つのインセンティブ・スキーム解としよう。下の条件(a)がその解に対して成立すれば，問題２の最適インセンティブ・スキームは昇進制度を真に含む。即ち，昇進制度は有効である。

(条件ａ) $$\frac{\Pi_2}{\Pi_2'} > \frac{\frac{\partial p}{\partial e}}{p} > \frac{\alpha\frac{\Pi_2'}{\Pi_2}}{\alpha+t_0\frac{\Pi_2'}{\Pi_2}}$$ 』

(証明) (e_0, e_1, e_2, w_0, w_1, w_2) が問題３の必要条件(35)〜(38)を満す解しよう。我々はポスト１に注目してみよう。勿論，この解のもとですべてのポストはすべての労働者に無差別である。この賃金スキームのポスト１における次のような変化を考える。即ち，ポスト１において，すべての状態 i (i=1, 2) における効用を正のある同じ値 ($\varepsilon>0$) だけ増加させる賃金変化を考える。このポスト１における賃金変化を (y_1, y_2) とおくと，次の式が満されなければならない。

$$\varepsilon = U(w_{11}+y_1,e_1)-U(w_{11},e_1) \cdots\cdots\cdots\cdots (39)$$

$$\varepsilon = U(w_{12}+y_2,e_1)-U(w_{12},e_1). \cdots\cdots\cdots\cdots (40)$$

他方，$\Sigma\Pi_i(U(w_{1i},e_i)+\varepsilon)=\Sigma\Pi_i U(w_{1i},e_1)+\varepsilon=\varepsilon+U^+>U^+$ と $\Sigma\Pi_i'(U(w_{1i},e_1)+\varepsilon)=\Sigma\Pi_i' U(w_{1i},e_1)$ が成立することから，この賃金変化はポスト１の労働者の努力の行使には何の変化ももたらさない。しかし，この変化はポスト０の労働者の努力選択には影響を及ぼすだろう。というのは，この時，彼らにとってきたるき第二期での効用ギャップが正となっているから。実際，第二期におけるこの効用キャップの大きさは $\varepsilon\frac{\partial p}{\partial e_0}$ であるので，ポスト０の労働者は次の式が成り立つように彼らの努力を選択する。

$$\Sigma\Pi_i' U(w_{0i},e_0)+\frac{\partial U}{\partial e_0}+\varepsilon\frac{\partial p}{\partial e_0}=0 \quad ((32)\text{から})$$

それ故，ポスト１における賃金変化はポスト０における労働者に対してより大きな努力を行使させることになる。

次に，ポスト０でのこの努力の増大を相殺するような，ポスト０での賃金変化（もとのインセンティブ解 (w_{01}, w_{c2}) からの）を考えよう。これは次の式を満す効用ロス $\theta=(\theta_1, \theta_2)$ を考えることによって得られる。即ち，

$$\Sigma\Pi_i'(U(w_{0i},e_0)-\theta_i)+\frac{\partial U}{\partial e_0}+\varepsilon\frac{\partial p}{\partial e_0}=\Sigma\Pi_i'$$

$$U(w_{0i},e_0)+\frac{\partial U}{\partial e_0}=0$$

これは簡単に

$$-\Sigma\Pi_i\theta_i+\varepsilon\frac{\partial p}{\partial \varepsilon}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(41)$$

と書ける。したがって，θ に対応するポスト0での賃金引下げによって，結局ポスト0の労働者は最初と同じ努力水準を実行する。特に，$\theta=(0,\ \theta_2)$ とすると，(41)から，

$$\theta_2=\frac{\varepsilon\dfrac{\partial p}{\partial e_0}}{\Pi_2'}>0$$

を得る。勿論，この θ_2 の効用損失に対応する状態2での賃金引下げ x_2 は次の式を満たさなければならない。

$$\frac{\varepsilon}{\Pi_2'}\frac{\partial p}{\partial e_0}=U(w_{02},e_0)-U(w_{02}-x_2,e_0).\cdots(42)$$

他方，このように変更されたインセンティブ・スキームは(25)の不等式を満さなければならない。これは

$$\Sigma\Pi_i(U(w_{0i},e_0)-\theta_i)+p\Sigma\Pi_i(U(w_{1i},e_1)+\varepsilon)+\varepsilon)+(1-p)\Sigma\Pi_iU(w_{2i},e_2)\geqq 2U^+$$

で与えられるが，これは整理されて次のようになる。

$$-\frac{\Pi_2}{\Pi_2'}\frac{\partial p}{\partial e_0}+p(e_0,e_0)\geqq 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(43)$$

次に，この2つのステップの賃金変化から生じたトータルコストの変化を考えてみよう。もし，この賃金変化において，

$$-n\Pi_2x_2+(n-m)(\Pi_1y_1+\Pi_2y_2)<0\cdots\cdots(44)$$

が満たされれば，このトータルコストはもとのインセンティブ・スキーム $(e_0,e_1,e_2,w_0,w_1,w_2)$ のもとでのそれより少ない。一方，各ポストの労働者はもとのインセンティブ・スキームのもとで行う努力と同じ水準のものを行う。したがって，この場合，もとのインセンティブ・スキーム，即ち，昇進制度をもたないスキームをうわまわる昇進制度をもつインセンティブ・スキームが存在する事になる。したがって，(44)が成立する条件をもう少し詳しく見てみよう。(39)〜(41)から次の三つの式が $\varepsilon=0$ の時成り立つ。

$$\frac{dx_2}{d\varepsilon}=-\frac{\dfrac{\partial p}{\partial e_0}\Big/\Pi_2'}{-\dfrac{\partial U(w_{02},e_0)}{\partial w_{02}}},\quad \frac{dy_1}{d\varepsilon}=\frac{1}{\dfrac{\partial U(w_{11},e_1)}{\partial w_{11}}},$$

$$\frac{dy_2}{d\varepsilon}=\frac{1}{\dfrac{\partial U(w_{12},e_2)}{\partial w_{12}}}. \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(45)$$

それ故，結局，昇進制度は，次の二つの不等式が問題3の最適インセンティブ・スキームにおいて成立するとき，有効であることがわかる。

$$-\frac{\Pi_2'}{\Pi_2}\frac{\partial p}{\partial e_0}+p(e_0,e_0)\geqq 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(43)$$

$$-n\Pi_2\frac{\partial x_2}{\partial\varepsilon}+(n-m)\left(\Pi_1\frac{dy}{d\varepsilon}+\Pi_2\frac{dy_2}{d\varepsilon}\right)\Bigg|_{\varepsilon=0}<0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(46)$$

この(46)は(44)から直ちにでてくる。この(46)に対して，(45)を代入し，もとのインセンティブ・スキームが(37)を満たすことを考慮すれば(46)は

$$-\alpha\frac{\partial p}{\partial e_0}\frac{\Pi_2}{\Pi_2'}-\frac{\partial p}{\partial e_0}t_0+\frac{\alpha(n-m)}{n}<0$$

と書ける。簡単な整理をすればこの二つの不等式は次のようにまとめられる。

$$\frac{\Pi_2}{\Pi_2'}\geqq\frac{\dfrac{\partial p}{\partial e}}{p}>\frac{\alpha\dfrac{\Pi_2'}{\Pi_2}}{\alpha+t_0\dfrac{\Pi_2'}{\Pi_2}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(47)$$

したがってこの(47)が成立すれば昇進制度が有効であることがわかる。(Q. E. D.)

この条件aはプロモーションレートで割られた監督技術の精度が産出高の不確実性の程度や産出水準そのものに依存して決まるある領域に入っていれば昇進制度は有効であることを示している。したがって，監督技術の精度がきわめてよい場合や非常に劣る場合は昇進制度の有効性はかならずしも言えないのである。

5. おわりに

我々は産出高依存型の賃金支払いと昇進制度をもった最適インセンティブ・スキームの構造を明らかにしようと試みた。(16)〜(18)に示される最適リスク・シェアリングルールによって，各ポストの賃金構造は決まり，また，昇進制度そのものの有効性の問題を論じた十分条件(a)からわかるように昇進制度が必要となる条件は監督技術の性質 ($\partial p/\partial e$), 不確実性の程度，さらに，プロモーションレートの大きさに依存している。したがって，我々が更に解くべきものはこのプロモーションレートそのものの決定問題であり，これは監督コスト，監督技術の性質（これらは職種に依存している）の考慮抜きには行えない。また，我々が最初に前提としたグループ生産という特性はいうまでもなく職種に依存している。したがって，我々に今後必要とされるポイントは，職種に依存して決まってくるいくつかの特性が，昇進制度を必要とするものであるとか，出来高制賃金支払いをより重要視するとかいうように，ワーク・インセンティブの装置を決定するという側面を総合的に把握することのように思われる。これは組織のコンティンジェンシー理論との対比で言えば，ワーク・インセンティブのコンティンジェンシー理論とも言うべきものとなろう。今後の研究のテーマと考えられる。更に，ワーク・インセンティブ装置としてのレイオフ制度に関する議論でしばしば見られるマクロ経済学的意味付けの問題がもう一つの重要なポイントであろう。最近の Maclomson(19) はそうした問題への取り組み方向を示している。

REFERENCE

1) Alchian, A. and Demsetz, H., "Production, Information Cost, and Economic Organization" *American Ecomomic Review* (1972)
2) Calvo, G. A. and Wellisz, S., "Hierarchy, Ability, and lncome Distribution" *Journal of Political Economics* (1979)
3) Gintis, H. and Ishikawa, T., "Wage, Work Descipline and Macroeconomic Equilibrium," (1983)
4) Green J. R. and Stokey N. L." A Comparison of Tournaments and Contracts" *Journal of Political Economics* (1983)
5) Grossman S. J. and Hart O. P., "A Analysis of the Principal-Agent Problem" *Econometrica* (1983)
6) Holmstrom, B., "Moral Hazard in Team" *Bell Journal of Economics*(1982)
7) Lazer E. P. and Rosen S., "Rank-order Tournaments as Optimal Labor Contracts" *Journal of Political Economics* (1981)
8) Malcomson J. M., "Work incentives, Hierarchy, and lnternal Labor Markets" *Journal of Political Economics* (1984)
9) Malcomson J. M., "Incomplete contracts and Involuntary Unemployment", *Oxford Economic papers* (1985)
10) Milgrom. P., "Good News and Bad News" *Bell Journal of Economics* (1981)
11) Mookherjee D., "Involuntary Unemployment and Worker Moral Hazard" (1984)
12) Rogerson W. P. "The First-Order Approach to Principal-Agent Problem" *Econometrica* (forthcoming)
13) Shapiro C. and Stiglitz J., "Equilibrium Unemployment as a Work Decipline Device", *American Economic Review* (1984)
14) Stoft, S., "Cheat-Threat Theory", (1982)