保全に優先順位がある複合冗長システムの信頼性 : (I)

児玉, 正憲

https://doi.org/10.15017/4475368

出版情報：經濟學研究. 50 (6), pp.25-36, 1985-04-10. 九州大学経済学会

保全に優先順位がある複合冗長システムの信頼性（I）

児　玉　正　憲

目　　　　次

I　まえがき
II　状態確率と記号
III　割込反復形モデルの解析
（以上本号）
IV　割込継続形モデルの解析
V　若干の考察

1　まえがき

本論文で考察する基本システムは部分システムAと，これと独立な部分システムB から成る**直列システム**（図1）である。このシステムの信頼性を高めるためには各部分システムA，Bの信頼性を高めることが必要であるが，それには技術的にも経済的にも限界がある。そこで，このシステムと同系のシステムを**切替待機させたシステム**（図2）を考える。このときの

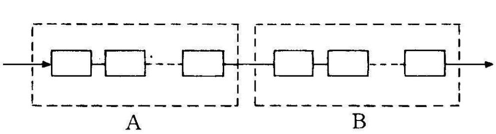

図1　基本直列システム

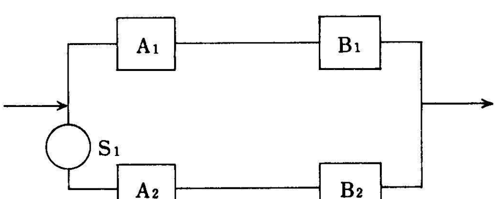

図2　直並列システム

切替スイッチが S_1 である。なお図1の部分システム A，B は図2では一つにまとめて A_1，B_1，A_2，B_2 で表わされている。A_1 または B_1 のいづれかが故障するとスイッチ S_1 によって同系のシステム A_2-B_2 に切替えられ故障した部分システムは保全にまわされ，保全完了後 A_1-B_1 は**待機状態**になる。A_2 または B_2 のいづれかが故障するとスイッチ S_1 によって A_1-B_1 に切替えられ，故障した部分システムは保全に入る。部分システムの保全中にシステムとして作動中の部分システムが故障するとシステムは機能を失う，つまり**システム故障**となる。これが従来考えられていた冗長系を導入し，保全を行うことによってシステムの信頼性を向上させる方法である。修理工は本論文を通じて1人と仮定している。

ところが図2のシステムでは A_1 または B_1 のどれかが故障すると他方が作動中にもかかわらず A_2-B_2 に切替えられるという欠点がある

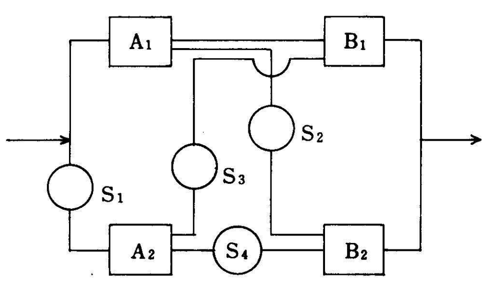

図3　複合直並列システム

(A_1 と B_1 が短時間に同時に故障状態になる確率は通常の状態では無視できるほど小さい)。そこで上記の欠点を補うためスイッチ S_2, S_3, S_4 を導入したシステム（図3）を提案する。図3において初め A_1-B_1 を作動させ，A_1 が故障すればスイッチ S_1, S_3 を用いて A_2-B_1 を作動させ，A_1 は保全に入る。保全完了後 A_1 は待機状態になる。A_1 の保全中に A_2 が故障すればシステムは機能を失う，つまりシステム故障となる。A_2-B_1 が作動中に B_1 が故障すればスイッチ S_3, S_4 によって A_2-B_2 を作動させ B_1 は保全中の部分システムがなければ，直ちに保全に入り，保全中であれば保全を待ち，保全中の部分システムの保全完了後，保全をうける。部分システム B_1 の保全完了後 B_1 は待機状態になる。A_2-B_2 が作動中のとき A_2 が故障すると，A_1 が待機状態にあればスイッチ S_2, S_4 を用いて A_1-B_2 を作動させ，A_2 は保全に入るかまたは**保全待ちの状態**になる。このとき，A_1 が待機状態でなければシステム故障となる。A_2-B_2 が作動中のとき B_2 が故障するとスイッチ S_3, S_4 によって A_2-B_1 を作動させ，B_2 は保全に入るか保全待ちの状態になる。このとき B_1 が待機状態でなければシステム故障となる。以上の過程でスイッチ S_1, S_2, S_3 および S_4 が正しく作動しなければシステム故障となる。したがってスイッチは高信頼度でなければならない。上記のシステムを**複合冗長システム**と呼ぶ。複合の意味は従来考えられなかったスイッチ S_2, S_3 および S_4 を導入することによって，並列待機を複合し，可能な限り作動している部分システムを活用することである。

複合冗長システムにおいて，拙稿〔1〕はシステム故障になるまでの**時間の分布**や **MTSF**（システム故障になるまでの平均時間）を求め，拙稿〔2〕はシステム故障後も部分システムの保全を行う場合の**アベイラビリティ**（時点 t でシステムが作動している確率）を求めている。本論文はシステム故障の状態になったとき，現在保全中の部分システムも含めて保全可能な部分システムが2個以上ある場合に保全を受ける部分システムに，**優先順位**を与えることによって，**先着順保全**の場合よりもシステムの信頼性を高めようという保全方策を用いた場合の定常状態における信頼性解析を行うことである。故障分布は**指数分布**であるが保全分布は**一般分布**を仮定する。本質を見失しなわない程度にモデルを簡単化するため，待機システムは冷待機つまり待機中は故障しないとし，スイッチの信頼度は1つまり確実に作動するものとする。また部分システム A_1 B_1 はそれぞれ部分システム A_2, B_2 と同一なものであるとする。

II　状態確率の記号

序論で述べた信頼性の測度を求めるために，次のような状態確率および記号を導入する。

$F_A(t)=1-\exp(-\alpha t)$：A の作動時の故障確率分布；

$F_B(t)=1-\exp(-\beta t)$：B の作動時の故障確率分布；

$G_A(t)=1-\exp\left[-\int_0^t \mu(x)dx\right]$：Aの保全確率分布，$g_A(t)=\frac{d}{dt}G_A(t)$ とおく；

$G_B(t)=1-\exp\left[-\int_0^t \nu(x)dx\right]$：Bの保全確率分布，$g_B(t)=\frac{d}{dt}G_B(t)$ とおく；

S(AB)：2つの部分システム A, B が作動，他の2つの部分システムが待機の状態；

S(AB|A)：2つの部分システム A, B が作動，他の部分システムAが保全中，他の部分システムBが待機の状態；

S(AB|B)： 2つの部分システム A, B が作動，他の部分システムBが保全中，他の部分システムAが待機の状態；

S(AB|AB)： 2つの部分システム A, B が作動，他の部分システムAが保全中，他の部分システムBが保全待ちの状態；

S(AB|BA)： 2つの部分システム A, B が作動，他の部分システムBが保全中，他の部分システムAが保全待ちの状態；

D(A|BAB)：システム故障で1つの部分システムAは作動，1つの部分システムBは保全中，他の2つの部分システム A, B は AB の順序で保全待ちの状態；

D(B|ABA)：システム故障で1つの部分システムBは作動，1つの部分システムAは保全中，他の2つの部分システム B, A は BA の順序で保全待ちの状態；

D(A|B$\bar{A}$B)：システム故障で1つの部分システムAは作動，1つの部分システムBは保全中で，他の部分システムAは保全中の部分システムBによって保全を中断され，他の部分システムBと共に AB の順序で保全待ちの状態；

D(B|A$\bar{B}$A)：システム故障で1つの部分システムBは作動，1つの部分システムAは保全中で，他の部分システムBは保全中の部分システムAによって保全を中断され，他の部分システムAと共に BA の順序で保全待ちの状態；$\bar{A}$, $\bar{B}$ はそれぞれ部分システム A, B が保全を中断されていることを表わすものとする。

D(A|BB)：システム故障で，1つの部分システムAは作動，他の部分システムAは待機，1つの部分システムBは保全中，他の部分システムBは保全待ちの状態；

D(B|AA)：システム故障で，1つの部分システムBは作動，他の部分システムBは待機，1つの部分システムAは保全中，他の部分システムAは保全待ちの状態；

$P(t\,;AB)=P_r$ {時刻 t で状態 S(AB)}；

$P(t,x\,;AB|A)dx=P_r$ {時刻 t で状態 S(AB|A)，保全経過時間が (x, x+dx) の間}；

$P(t\,;AB|A)=P_r$ {時刻 t で状態 S(AB|A)},

$$P(t;AB|A)=\int_0^t P(t,x;AB|A)dx;$$

$P(t,x\,;AB|B)dx=P_r$ {時刻 t で状態 S(AB|B)，保全経過時間が (x, x+dx) の間}；

$P(t\,;AB|B)=P_r$ {時刻 t で状態 S(AB|B)},

$$P(t;AB|B)=\int_0^t P(t,x;AB|B)dx;$$

$P(t,x\,;AB|AB)dx=P_r$ {時刻 t で状態 S(AB|AB)，保全経過時間が (x, x+dx) の間}；

$P(t\,;AB|AB)=P_r$ {時刻 t で状態 S(AB|AB)},

$$P(t;AB|AB)=\int_0^t P(t,x;AB|AB)dx;$$

$P(t,x\,;AB|BA)dx=P_r$ {時刻 t で状態 S(AB|BA)，保全経過時間が (x, x+dx) の間}；

$P(t\,;AB|BA)=P_r$ {時刻 t で状態 S(AB|BA)},

$$P(t;AB|BA)=\int_0^t P(t,x;AB|BA)dx;$$

$Q(t,x\,;A|BAB)dx=P_r$ {時刻 t で状態 D(A|BAB)，保全経過時間が (x, x+dx) の間}；

$Q(t\,;A|BAB)=P_r$ {時刻 t で状態 D(A|BAB)},

$$Q(t;A|BAB)=\int_0^t Q(t,x;A|BAB)dx;$$

$Q(t,x\,;B|ABA)dx=P_r$ {時刻 t で状態 D(B|ABA)，保全経過時間が (x, x+dx) の間}；

$Q(t\,;B|ABA)=P_r\{$時刻　t　で 状態　$D(B|ABA)\}$,

$$Q(t;B|ABA)=\int_0^t Q(t,x;B|ABA)dx;$$

$Q(t,x\,;A|B\bar{A}B)dx=P_r\{$時刻 t で状態 $D(A|B\bar{A}B)$，保全経過時間が $(x,x+dx)$ の間$\}$;

$Q(t\,;A|B\bar{A}B)=P_r\{$時刻　t　で 状態　$D(A|B\bar{A}B)\}$,

$$Q(t;A|B\bar{A}B)=\int_0^t Q(t,x;A|B\bar{A}B)dx$$

$Q(t,x\,;B|A\bar{B}A)dx=P_r\{$時刻 t で状態 $D(B|A\bar{B}A)$，保全経過時間が $(x,x+dx)$ の間$\}$;

$Q(t\,;B|A\bar{B}A)=P_r\{$時刻　t　で 状態　$D(B|A\bar{B}A)\}$,

$$Q(t;B|A\bar{B}A)=\int_0^t Q(t,x;B|A\bar{B}A)dx$$

$Q(t,x\,;A|BB)dx=P_r\{$時刻 t で状態　$D(A|BB)$，保全経過時間が $(x,x+dx)$ の間$\}$;

$Q(t\,;A|BB)=P_r\{$時刻 t で状態 $D(A|BB)\}$,

$$Q(t;A|BB)=\int_0^t Q(t,x;A|BB)dx;$$

$Q(t,x\,;B|AA)dx=P_r\{$時刻 t で状態　$D(B|AA)$，保全経過時間が $(x,x+dx)$ の間$\}$;

$Q(t\,;B|AA)=P_r\{$時刻 t で状態 $D(B|AA)\}$,

$$Q(t;B|AA)=\int_0^t Q(t,x;B|AA)dx;$$

図 4 において，状態 S(AB) のとき部分システム A(B) が**瞬時故障率** $\alpha(\beta)$ で故障するとシステムは状態 S(AB|A) (S(AB|B)) に推移する。部分システム A(B) の保全が **瞬時保全率)** $\mu(x)$ $(\nu(x))$ で完了するとシステムは S(AB) に推移する。システムの状態が S(AB|A) のとき，部分システム A(B) が瞬時故障率　$\alpha(\beta)$ で故障するとシステムは状態 D(B|AA) (S(AB|AB)) に推移する。システムの状態が S(AB|AB) (S(AB|BA)) のとき部分システム B(A)

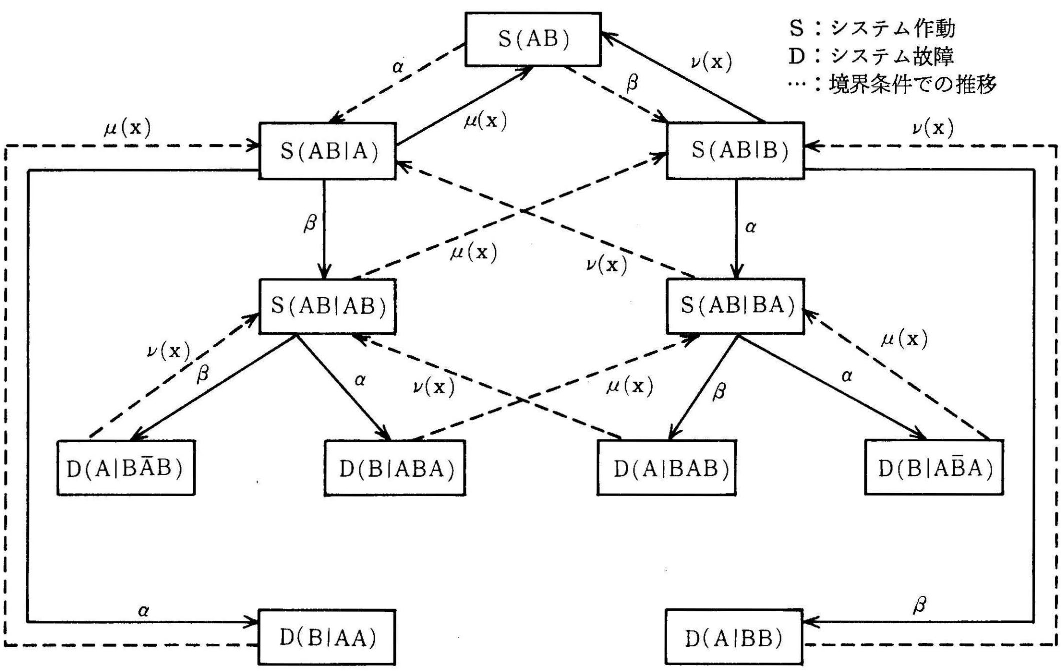

図4　モ デ ル 1 の 状 態 推 移 図

が瞬時故障率 $\beta(\alpha)$ で故障するとシステムは状態 $D(A|B\bar{A}B)$ $(D(B|A\bar{B}A))$ に推移する。$S(AB|AB)$ のときBが故障すると作動中のものは一つの部分システムAのみとなりシステム故障となる。現在保全中のもう一つの部分システムAの保全が完了してもシステムは機能を果すことができずシステム故障のままである。そこで現在保全中のAの保全を一時中断してBの保全を行い，Bの保全完了後システムを作動の状態に戻し，その後に中断したAの保全を実行する保全方策を採用する。つまりBがAの保全を中断して先に保全を行うという意味において優先権をもつことになる。また，システムの状態が $S(AB|BA)$ のときAが故障すると作動中のものは一つの部分システムBのみとなりシステム故障となる。この場合には現在保全中のBの保全を一時中断してAの保全を行い，Aの保全完了後システムを作動状態に戻し，その後に中断したBの保全を行うことになる。このときはAはBに対して優先権をもつことになる。一時中断した部分システムの保全を再開する場合に2つの保全方策が考えられる。ⅰ）中断するまでの保全はすべて無視し，初めから保全をやり直す。この保全は**割込反復形保全**〔3〕といわれる。このモデルを**割込反復形モデル**（モデル1）と呼ぶ。ⅱ）中断するまでに行った保全をそのまま続行する。この保全は**割込継続形保全**〔3〕といわれる。このモデルを**割込継続形モデル**（モデル2）と呼ぶ。

2つのモデルを通じてシステム故障の間は故障していない部分システムの故障率は0であり，故障はただちに発見されるものとする。

Ⅲ　割込反復形モデルの解析

以下同様であるから最初の方程式の導出について略述する（図4参照）Δt を微小時間として時点 $t+\Delta t$ で状態 $S(AB)$ は次の4つのいづれかの場合に生ずる。

(i)　時点 t で状態 $S(AB)$ で微小時間 Δt 内に作動中のAもBも故障しない（待機中のA，Bは故障しない）。この事象の確率は

$$P(t;AB)[1-(\alpha+\beta)\Delta t+0(\Delta t)]$$

である。故障分布が指数分布であるから Δt 内にAもBも故障しない確率は，

$$1-(\alpha+\beta)\Delta t+0(\Delta t)$$

である。

(ii)　時点 t で状態 $S(AB|A)$ で微小時間 Δt 内にAの保全が完了し，かつ作動中のAもBも故障しない。この事象の確率は

$$\int_0^t P(t,x;AB|A)[\mu(x)\Delta t+0(\Delta t)] \cdot[1-(\alpha+\beta)\Delta t+0(\Delta t)]dx$$

である。保全分布の仮定から保全経過時間が x であるという条件のもとで $(x,x+dx)$ 間にAの保全が完了する条件付確率が $\mu(x)\Delta t+0(\Delta t)$ である。

(iii)　時点 t で状態 $S(AB|B)$ で微小時間 Δt 内にBの保全が完了し，かつ作動中のAもBも故障しない。この事象の確率は

$$\int_0^t P(t,x;AB|B)[\nu(x)\Delta t+0(\Delta t)] \cdot[1-(\alpha+\beta)\Delta t+0(\Delta t)]dx$$

である。保全分布の仮定から保全経過時間が x であるという条件のもとで $(x,x+dx)$ 間にBの保全が完了する条件付確率が $\nu(x)\Delta t+0(\Delta t)$ である。

(iv)　微小時間 Δt 内に2回以上の状態の推移（故障―保全完了の過程）を経て時点 $t+\Delta t$ で

状態 S(AB) となる。この事象の確率は故障分布および保全分布に関する仮定から 0(Δt) である。

以上4つの場合は排反的であり，どれかが必ずおこるから，全確率の定理より

$$
\begin{aligned}
P(t+\Delta t;AB)&=P(t;AB)\\
&\quad\cdot[1-(\alpha+\beta)\Delta t+0(\Delta t)]\\
&\quad+\int_0^t P(t,x;AB|A)[\mu(x)\Delta t+0(\Delta t)]\\
&\quad\cdot[1-(\alpha+\beta)\Delta t+0(\Delta t)]dx\\
&\quad+\int_0^t P(t,x;AB|B)[\nu(x)\Delta t+0(\Delta t)]\\
&\quad\cdot[1-(\alpha+\beta)\Delta t+0(\Delta t)]dx+0(\Delta t)\\
&=P(t;AB)[1-(\alpha+\beta)\Delta t]\\
&\quad+\int_0^t P(t,x;AB|A)\mu(x)\Delta t dx\\
&\quad+\int_0^t P(t,x:AB|B)\nu(x)\Delta t dx+0(\Delta t)
\end{aligned}
$$

右辺の項中 P(t ; AB) を左辺に移し，両辺を Δt で除した後，Δt→0 とすれば $\frac{0(\Delta t)}{\Delta t}\to 0$, (Δt→0) であるから (3.1) を得る。以下同様にして (3.2)〜(3.11) を得る。

$$
\begin{aligned}
&[d/dt+\alpha+\beta]P(t;AB)\\
&=\int_0^t P(t,x;AB|A)\mu(x)dx\\
&\quad+\int_0^t P(t,x;AB|B)\nu(x)dx, \qquad (3.1)
\end{aligned}
$$

$$[\partial/\partial t+\partial/\partial x+\alpha+\beta+\mu(x)]P(t,x;AB|A)=0, \qquad (3.2)$$

$$[\partial/\partial t+\partial/\partial x+\alpha+\beta+\nu(x)]P(t,x;AB|B)=0, \qquad (3.3)$$

$$[\partial/\partial t+\partial/\partial x+\alpha+\beta+\mu(x)]P(t,x;AB|AB)=\beta P(t,x;AB|A), \qquad (3.4)$$

$$[\partial/\partial t+\partial/\partial x+\alpha+\beta+\nu(x)]P(t,x;AB|BA)=\alpha P(t,x;AB|B), \qquad (3.5)$$

$$[\partial/\partial t+\partial/\partial x+\nu(x)]Q(t,x;A|B\bar{A}B)=0, \qquad (3.6)$$

$$[\partial/\partial t+\partial/\partial x+\mu(x)]Q(t,x;B|ABA)=\alpha P(t,x;AB|AB), \qquad (3.7)$$

$$[\partial/\partial t+\partial/\partial x+\nu(x)]Q(t,x;A|BAB)=\beta P(t,x;AB|BA), \qquad (3.8)$$

$$[\partial/\partial t+\partial/\partial x+\mu(x)]Q(t,x;B|A\bar{B}A)=0, \qquad (3.9)$$

$$[\partial/\partial t+\partial/\partial x+\mu(x)]Q(t,x;B|AA)=\alpha P(t,x;AB|A) \qquad (3.10)$$

$$[\partial/\partial t+\partial/\partial x+\nu(x)]Q(t,x;A|BB)=\beta P(t,x;AB|B) \qquad (3.11)$$

次に境界条件を求めるために次の確率関数を導入する。

$$H(t,AB|A)=\int_0^{\Delta t} P(t,x;AB|A)dx. \qquad (3.12)$$

これは時点 t で状態が S(AB|A) で A の保全経過時間が (0, Δt) の間にある確率を表わす。このとき

$$
\begin{aligned}
H(t+\Delta t,AB|A)&=\int_0^{\Delta t} P(t+\Delta t,x;AB|A)dx\\
&=\alpha\Delta t P(t;AB)\\
&\quad+\int_0^t P(t,x;AB|BA)\nu(x)\Delta t dx\\
&\quad+\int_0^t Q(t,x;B|AA)\mu(x)\Delta t dx+0(\Delta t).
\end{aligned}
\qquad (3.13)
$$

(3.13) 式の右辺の第1項は時点 t で状態 S(AB) で (t, t+Δt) の間に A が故障して S(AB) から S(AB|A) に推移し，t+Δt で状態 S(AB|A) である確率を表わす。右辺の第2項は時点 t で状態 S(AB|BA) で (t, t+Δt) の間に B の保全が完了して S(AB|BA) から S(AB|A) に推移し，t+Δt で状態 S(AB|A) である確率を表わす。右辺の第3項は時点 t で状態 D(B|AA) で (t, t+Δt) の間に A の保全が完了して D(B|AA) から S(AB|A) に推移し，t+Δt で状態 S(AB|A) である確率を表わす。右辺の第4項は (t, t+Δt) の間に2回以上の推移を経て時点 t+Δt で状態 S(AB|A) である確率を表わす

$H(t+\Delta t, AB|A)$ をテーラー展開すると，

$$H(t+\Delta t, AB|A)=H(t, AB|A)+H'(t, AB|A)\Delta t+0(\Delta t)$$
$$=P(t,\theta;AB|A)\Delta t+P'(t,\theta;AB|A)(\Delta t)^2+0(\Delta t),\ 0<\theta<\Delta t \tag{3.14}$$

(3.13)，(3.14) の右辺を Δt で除した後 $\Delta t\to0$ とすると

$$P(t,0;AB|A)=\alpha P(t;AB)+\int_0^t P(t,x;AB|BA)\nu(x)dx+\int_0^t Q(t,x;B|AA)\mu(x)dx. \tag{3.15}$$

を得る。同様な方法で (3.16)〜(3.24) を得る。

$$P(t,0;AB|B)=\beta P(t;AB)+\int_0^t P(t,x;AB|AB)\mu(x)dx+\int_0^t Q(t,x;A|BB)\nu(x)dx, \tag{3.16}$$

$$P(t,0;AB|AB)=\int_0^t Q(t,x;A|B\bar{A}B)\nu(x)dx+\int_0^t Q(t,x;A|BAB)\nu(x)dx, \tag{3.17}$$

$$P(t,0;AB|BA)=\int_0^t Q(t,x;B|ABA)\mu(x)dx+\int_0^t Q(t,x;B|A\bar{B}A)\mu(x)dx, \tag{3.18}$$

$$Q(t,0;A|B\bar{A}B)=\beta\int_0^t P(t,x;AB|AB)dx, \tag{3.19}$$

$$Q(t,0;B|ABA)0, \tag{3.20}$$

$$Q(t,0;A|BAB)=0, \tag{3.21}$$

$$Q(t,0;B|A\bar{B}A)=\alpha\int_0^t P(t,x;AB|BA)dx, \tag{3.22}$$

$$Q(t,0;B|AA)=0, \tag{3.23}$$

$$Q(t,0;A|BB)=0, \tag{3.24}$$

初期条件としては時点 $t=0$ で $S(AB)$ とする。すなわち

$$P(0;AB)=1,\ \text{その他の確率は 0 とする} \tag{3.25}$$

以上の**連立微分方程式**の解の存在は一般論より保証される。

(3.1)〜(3.11)，(3.15)〜(3.24) 式の両辺の**ラプラス変換**をとり，**初期条件** (3.25) 式のもとで解き，**逆変換**すると時点 t における種々の**状態確率**が求まる。しかしながら保全分布が特殊な場合（指数分布，アーラン分布など）を除いて逆変換は数値的には可能であるが解析的には困難である。**定常状態**における状態確率を求めるには上記のプロセスは不要である。定常状態における状態確率の存在が**マルユフ過程の一般論**より保証されているので，定常状態における**状態方程式**を求め，それを解くことによって状態確率を求める。このためつぎの**確率関数**を定義する。

$$P(AB)=\lim_{t\to\infty} P(t;AB),$$
$$P(x;AB|A)=\lim_{t\to\infty} P(t,x;AB|A),$$
$$P(AB|A)=\int_0^\infty P(x;AB|A)dx,$$
$$P(x;AB|B)=\lim_{t\to\infty} P(t,x;AB|B),$$
$$P(AB|B)=\int_0^\infty P(x;AB|B)dx,$$
$$P(x;AB|AB)=\lim P(t,x;AB|AB)$$
$$P(AB|AB)=\int_0^\infty P(x;AB|AB)dx,$$
$$P(x;AB|BA)=\lim_{t\to\infty} P(t,x;AB|BA),$$
$$P(AB|BA)=\int_0^\infty P(x;AB|BA)dx,$$
$$Q(x;A|BAB)=\lim_{t\to\infty} Q(t,x;A|BAB),$$
$$Q(A|BAB)=\int_0^\infty Q(x;A|BAB)dx,$$
$$Q(x;B|ABA)=\lim_{t\to\infty} Q(t,x;B|ABA)$$
$$Q(B|ABA)=\int_0^\infty Q(x;B|ABA)dx,$$
$$Q(x;A|B\bar{A}B)=\lim_{t\to\infty} Q(t,x;A|B\bar{A}B),$$
$$Q(A|B\bar{A}B)=\int_0^\infty Q(x;A|B\bar{A}B)dx,$$
$$Q(x;B|A\bar{B}A)=\lim_{t\to\infty} Q(t,x;B|A\bar{B}A),$$
$$Q(B|A\bar{B}A)=\int_0^\infty Q(x;B|A\bar{B}A)dx,$$
$$Q(x;A|BB)=\lim_{t\to\infty} Q(t,x;A|BB),$$

$$Q(A|BB)=\int_0^\infty Q(x;A|BB)dx,$$
$$Q(x;B|AA)=\lim_{t\to\infty} Q(t,x;B|AA),$$
$$Q(B|AA)=\int_0^\infty Q(x;B|AA)dx,$$

とおくと，P(AB), P(AB|A), P(AB|B), P(AB|AB), P(AB|BA), Q(A|BAB), Q(B|ABA), Q(A|B$\bar{A}$B), Q(B|A$\bar{B}$A), Q(A|BB) および Q(B|AA) はそれぞれ定常状態においてシステム状態が S(AB), S(AB|A), S(AB|B), S(AB|AB), S(AB|BA), D(A|BAB), D(B|ABA), D(A|B$\bar{A}$B), D(B|A$\bar{B}$A), D(A|BB) および D(B|AA) である確率を表わしている。(3.1)～(3.11), (3.15)～(3.24) より定常状態における微分・積分方程式 (3.26)～(3.46) を得る。(3.25) 式の代りに**正規化条件** (3.47) が必要となる。

$$[\alpha+\beta]P(AB)=\int_0^\infty P(x;AB|A)\mu(x)dx+\int_0^\infty P(x;AB|B)\nu(x)dx, \quad (3.26)$$

$$[d/dx+\alpha+\beta+\mu(x)]P(x;AB|A)=0, \quad (3.27)$$

$$[d/dx+\alpha+\beta+\nu(x)]P(x;AB|B)=0, \quad (3.28)$$

$$[d/dx+\alpha+\beta+\mu(x)]P(x;AB|AB)=\beta P(x;AB|A), \quad (3.29)$$

$$[d/dx+\alpha+\beta+\nu(x)]P(x;AB|BA)=\alpha P(x;AB|B), \quad (3.30)$$

$$[d/dx+\nu(x)]Q(x;A|B\bar{A}B)=0, \quad (3.31)$$

$$[d/dx+\mu(x)]Q(x;B|ABA)=\alpha P(x;AB|AB), \quad (3.32)$$

$$[d/dx+\nu(x)]Q(x;A|BAB)=\beta P(x;AB|BA), \quad (3.33)$$

$$[d/dx+\mu(x)]Q(x;B|A\bar{B}A)=0, \quad (3.34)$$

$$[d/dx+\mu(x)]Q(x;B|AA)=\alpha P(x;AB|A), \quad (3.35)$$

$$[d/dx+\nu(x)]Q(x;A|BB)=\beta P(x;AB|B), \quad (3.36)$$

境界条件：

$$P(0;AB|A)=\alpha P(AB)+\int_0^\infty P(x;AB|BA)\nu(x)dx+\int_0^\infty Q(x;B|AA)\mu(x)dx, \quad (3.37)$$

$$P(0;AB|B)=\beta P(AB)+\int_0^\infty P(x;AB|AB)\mu(x)dx+\int_0^\infty Q(x;A|BB)\nu(x)dx, \quad (3.38)$$

$$P(0;AB|AB)=\int_0^\infty Q(x;A|B\bar{A}B)\nu(x)dx+\int_0^\infty Q(x;A|BAB)\nu(x)dx, \quad (3.39)$$

$$P(0;AB|BA)=\int_0^\infty Q(x;B|ABA)\mu(x)dx+\int_0^\infty Q(x;B|A\bar{B}A)\mu(x)dx, \quad (3.40)$$

$$Q(0;A|B\bar{A}B)=\beta\int_0^\infty P(x;AB|AB)dx, \quad (3.41)$$

$$Q(0;B|ABA)=0, \quad (3.42)$$

$$Q(0;A|BAB)=0, \quad (3.43)$$

$$Q(0;B|A\bar{B}A)=\alpha\int_0^\infty P(x;AB|BA)dx, \quad (3.44)$$

$$Q(0;B|AA)=0, \quad (3.45)$$

$$Q(0;A|BB)=0, \quad (3.46)$$

正規化条件：

$$P(AB)+P(AB|A)+P(AB|B)+P(AB|AB)+P(AB|BA)+Q(A|B\bar{A}B)+Q(B|ABA)+Q(A|BAB)+Q(B|A\bar{B}A)+Q(B|AA)+Q(A|BB)=1. \quad (3.47)$$

(3.27), (3.28) および (3.26) より (3.49)～(3.52) を得る。

$$P(x;AB|A)=P(0;AB|A)\exp[-\alpha+\beta)x-\int_0^x\mu(z)dz], \quad (3.48)$$

$$P(AB|A)=\int_0^\infty P(x;AB|A)dx$$
$$=P(0;AB|A)[1-\bar{g}_A(d+\beta)]/(\alpha+\beta), \quad (3.49)$$

ここで，関数 $h(t)$ のラプラス変換は記号 $\bar{h}(s)\left(=\int_0^\infty e^{-st}h(t)dt\right)$ で表わすものとする，

$$P(x;AB|B)$$
$$=P(0;AB|B)\exp\left[-(\alpha+\beta)x-\int_0^x \nu(z)dz\right], \quad (3.50)$$

$$P(AB|B)=\int_0^\infty P(x;AB|B)dx$$
$$=P(0;AB|B)[1-\bar{g}_B(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta), \quad (3.51)$$

$$[\alpha+\beta]P(AB)=P(0;AB|A)\bar{g}_A(\alpha+\beta)+P(0;AB|B)\bar{g}_B(\alpha+\beta). \quad (3.52)$$

(3.29)，(3.30)，(3.48) および (3.50) より (3.53)〜(3.56) を得る。

$$P(x;AB|AB)=\exp\left[-(\alpha+\beta)x-\int_0^x \mu(z)dz\right]\cdot\{\beta P(0;AB|A)x+P(0;AB|AB)\}, \quad (3.53)$$

$$P(AB|AB)=\int_0^\infty P(x;AB|AB)dx$$
$$=\beta P(0;AB|A)[(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)-\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta)$$
$$+P(0;AB|AB)(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta), \quad (3.54)$$

$$P(x;AB|BA)=\exp\left[-(\alpha+\beta)x-\int_0^x \nu(z)dz\right]\cdot\{\alpha P(0;AB|B)x+P(0;AB|BA)\}, \quad (3.55)$$

$$P(AB|BA)=\int_0^\infty P(x;AB|BA)dx$$
$$=\alpha P(0;AB|B)[(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)-\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta)$$
$$+P(0;AB|BA)(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta), \quad (3.56)$$

ここに

$$\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)=\int_0^\infty e^{-(\alpha+\beta)x}xg_A(x)dx,$$

$$\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)=\int_0^\infty e^{-(\alpha+\beta)x}xg_B(x)dx$$

(3.31)〜(3.36)，(3.42)，(3.43)，(3.45)，(3.46)，(3.48)，(3.50)，(3.53) および (3.55) を用いて (3.57)〜(3.68) を得る。

$$Q(x;A|B\bar{A}B)$$
$$=\exp\left[-\int_0^x \nu(z)dz\right]Q(0;A|B\bar{A}B), \quad (3.57)$$

$$Q(A|B\bar{A}B)=\int_0^\infty Q(x;A|B\bar{A}B)dx$$
$$=Q(0;A|B\bar{A}B)/\nu \quad (3.58)$$

$$Q(x;B|ABA)=\exp\left[-\int_0^x \mu(x)dz\right]\cdot\{\alpha\beta P(0;AB|A)[-xe^{-(\alpha+\beta)x}+(1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta)$$
$$+\alpha P(0;AB|AB)(1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta)\}, \quad (3.59)$$

$$Q(B|ABA)=\int_0^\infty Q(x;B|ABA)dx$$
$$=\alpha\beta P(0;AB|A)[\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)-2(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)$$
$$+1/\mu]/(\alpha+\beta)^2+\alpha P(0;AB|AB)[1/\mu-(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta), \quad (3.60)$$

$$Q(x;A|BAB)=\exp\left[-\int_0^x \nu(z)dz\right]\cdot\{\alpha\beta P(0;AB|B)[-xe^{-(\alpha+\beta)x}+(1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta)$$
$$+\beta P(0;AB|BA)(1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta)\}, \quad (3.61)$$

$$Q(A|BAB)=\int_0^\infty Q(x;A|BAB)dx$$
$$=\alpha\beta P(0;AB|B)[\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)-2(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)$$
$$+1/\nu]/(\alpha+\beta)^2+\beta P(0;AB|BA)[1/\nu-(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta), \quad (3.62)$$

$$Q(x;B|A\bar{B}A)$$
$$=\exp\left[-\int_0^x \mu(z)dz\right]Q(0;B|A\bar{B}A), \quad (3.63)$$

$$Q(B|A\bar{B}A)=\int_0^\infty Q(x;B|A\bar{B}A)dx$$
$$=Q(0;B|A\bar{B}A)/\mu, \qquad (3.64)$$

$$Q(x;B|AA)=\exp\left[-\int_0^x \mu(z)dz\right]$$
$$\cdot\alpha P(0;AB|A)(1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta), \qquad (3.65)$$

$$Q(B|AA)=\int_0^\infty Q(x;B|AA)dx$$
$$=\alpha P(0;AB|A)[1/\mu$$
$$-(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta), \qquad (3.66)$$

$$Q(x;A|BB)=\exp\left[-\int_0^x \nu(z)dz\right]$$
$$\cdot\beta P(0;AB|B)(1-e^{-(\alpha+\beta)x})/(\alpha+\beta) \qquad (3.67)$$

$$Q(A|BB)=\int_0^\infty Q(x;A|BB)dx$$
$$=\beta P(0;AB|B)[1/\nu$$
$$-(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta). \qquad (3.68)$$

ここに，$1/\mu$ および $1/\nu$ は g_A (t) および $g_B(t)$ の１次の積率を表わす

(3.37)〜(3.40)，(3.53)，(3.55)，(3.57)，(3.59)，(3.61)，(3.63)，(3.65) および (3.67) より (3.69)〜(3.74) を待る。

$$P(0;AB|A)=\alpha P(AB)$$
$$+\alpha P(0;AB|B)\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)$$
$$+P(0;AB|BA)\bar{g}_B(\alpha+\beta)$$
$$+\alpha P(0;AB|A)(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta), \qquad (3.69)$$

$$P(0;AB|B)=\beta P(AB)$$
$$\beta P(0;AB|A)\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)$$
$$+P(0;AB|AB)\bar{g}_A(\alpha+\beta)$$
$$+\beta P(0;AB|B)(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta). \qquad (3.70)$$

$$P(0;AB|AB)=Q(0;A|B\bar{A}B)$$
$$+\alpha\beta P(0;AB|B)[-\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)$$
$$+(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta)$$
$$+\beta P(0;AB|BA)(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta), \qquad (3.71)$$

$$P(0;AB|BA)$$
$$=\alpha\beta P(0;AB|A)[-\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)$$
$$+(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta)$$
$$+Q(0;B|A\bar{B}A)$$
$$+\alpha P(0;AB|AB)(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta). \qquad (3.72)$$

(3.41)，(3.44)，(3.54) および (3.56) より

$$Q(0;A|B\bar{A}B)$$
$$=\beta^2 P(0;AB|A)[(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)$$
$$-\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta)$$
$$+\beta P(0;AB|AB)(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta), \qquad (3.73)$$

$$Q(0;B|ABA)$$
$$=\alpha^2 P(0;AB|B)[(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)$$
$$-\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta)$$
$$+\alpha P(0;AB|BA)(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta). \qquad (3.74)$$

(3.73) を (3.71)，(3.74) を (3.72) に代入して (3.75)，(3.76) を得る。

$$[(1-\beta(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)]P(0;AB|AB)$$
$$=\beta P(0;AB|BA)(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)$$
$$+\alpha\beta P(0;AB|B)[-\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)$$
$$+(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta]/(\alpha+\beta)$$
$$+\beta^2 P(0;AB|A)[(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)$$
$$-\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta), \qquad (3.75)$$

$$[1-\alpha(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)]P(0;AB|BA)$$
$$=\alpha P(0;AB|AB)(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)$$
$$+\alpha\beta P(0;AB|A)[-\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)$$
$$+(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+)]/(\alpha+\beta)$$
$$+\alpha^2 P(0;AB|B)[(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)$$
$$-\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)]/(\alpha+\beta) \qquad (3.76)$$

(3.75)，(3.76) より (3.77)，(3.78) を得る。

$$P(0;AB|AB)=[\beta\bar{g}_A(\alpha+\beta)$$

$$
\begin{aligned}
&+\alpha\bar{g}_B(\alpha+\beta)]^{-1}\{P(0;AB|A)\beta^2[(1-\\
&\qquad \bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)-\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)]\\
&+P(0;AB|B)\alpha\beta[(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)\\
&-\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)]\}, \qquad (3.77)
\end{aligned}
$$

$$P(0;AB|BA)=\alpha P(0;AB|AB)/\beta. \qquad (3.78)$$

(3.69) に (3.52), (3.78) を代入して整理すると,

$$P(0;AB|A)=b_1P(0;AB|B)/b_2, \qquad (3.79)$$

を得る。ここに

$$
\begin{aligned}
b_1=&\alpha\{\bar{g}_B(\alpha+\beta)[\alpha+\beta\bar{g}_A(\alpha+\beta)]\\
&+\beta(\alpha+\beta)\bar{g}_A(\alpha+\beta)\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)\}, \qquad (3.80)\\
b_2=&\beta\{\bar{g}_A(\alpha+\beta)[\beta+\alpha\bar{g}_B(\alpha+\beta)]\\
&+\alpha(\alpha+\beta)\bar{g}_B(\alpha+\beta)\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)\}. \qquad (3.81)
\end{aligned}
$$

(3.47), (3.52), (3.79), (3.49), (3.51), (3.54), (3.77), (3.56), (3.78), (3.58), (3.73), (3.60), (3.62), (3.64), (3.74), (3.66) および (3.68) より

$$
\begin{aligned}
1=&P(0;AB|A)\Big\{1+\beta^2\Big(\frac{1}{\nu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)\\
&\cdot[(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)-\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)]\\
&+\alpha\Big(1+\frac{\beta}{\alpha+\beta}\Big)\Big[\frac{1}{\mu}-(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)\Big]\\
&+\beta[\beta\bar{g}_A(\alpha+\beta)+\alpha\bar{g}_B(\alpha+\beta)]^{-1}[(1-\bar{g}_A(\alpha\\
&\qquad+\beta))/(\alpha+\beta)-\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)]\\
&\cdot\Big[\alpha\beta\Big(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\nu}\Big)+\beta^2\Big(\frac{1}{\nu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))\\
&+\alpha^2\Big(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))\Big]\Big\}/(\alpha+\beta)\\
&+P(0;AB|B\Big\{1+\alpha^2\Big(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)\\
&\cdot[(1-\bar{g}_B(a+\beta))/(\alpha+\beta)-\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)]\\
&+\beta\Big(1+\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\Big)\Big[\frac{1}{\nu}-(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)\Big]\\
&+\alpha[\beta\bar{g}_A(\alpha+\beta)+\alpha\bar{g}_B(\alpha+\beta)]^{-1}[(1-\bar{g}_B(\alpha\\
&\qquad+\beta))/(\alpha+\beta)-\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)]\\
&\cdot\Big[\alpha\beta\Big(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\nu}\Big)+\beta^2\Big(\frac{1}{\nu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))\\
&+\alpha^2\Big(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))\Big]\Big\}/(\alpha+\beta)\\
=&P(0;AB|A)\Big\{b_1\Big[1+\beta^2\Big(\frac{1}{\nu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)\\
&\cdot((1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)-\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta))\\
&+\alpha\Big(1+\frac{\beta}{\alpha+\beta}\Big)\Big(\frac{1}{\mu}-(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)\Big)\Big]\\
&+b_2\Big[1+\alpha^2\Big(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)((1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha\\
&\qquad+\beta)-\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta))\\
&+\beta\Big(1+\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\Big)\Big(\frac{1}{\nu}-(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)\Big)\Big]\\
&+\alpha\beta\Big[\alpha\beta\Big(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\nu}\Big)\\
&\quad+\beta^2\Big(\frac{1}{\nu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta)\\
&\quad+\alpha^2\Big(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))\Big]\\
&\cdot[-(\alpha+\beta)\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)\\
&\quad+(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta)\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)\\
&\quad-(\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)\bar{g}_B(\alpha+\beta)+\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)\bar{g}_A(\alpha\\
&\quad+\beta))]\Big\}/[(\alpha+\beta)C_1]
\end{aligned}
$$

ゆえに

$$
\begin{aligned}
&P(0;AB|A)=b_1(\alpha+\beta)/C_1,\\
&P(0;AB|B)b_2(\alpha+\beta)/C_1, \qquad (3.82)
\end{aligned}
$$

ここに

$$
\begin{aligned}
C_1=&b_1\Big\{1+\beta^2\Big(\frac{1}{\nu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)[(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))\\
&\qquad/(\alpha+\beta)-\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)]\\
&+\alpha\Big(1+\frac{\beta}{\alpha+\beta}\Big)\Big[\frac{1}{\mu}-(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))\\
&\qquad/(\alpha+\beta)\Big]\Big\}\\
&+b_2\Big\{1+\alpha^2\Big(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)[(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))\\
&\qquad/(\alpha+\beta)-\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)]\\
&+\beta\Big(1+\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\Big)\Big[\frac{1}{\nu}-(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))\\
&\qquad/(\alpha+\beta)\Big]\Big\}\\
&+\alpha\beta[-(\alpha+\beta)\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)\\
&\quad+(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta)\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)\\
&\quad-(\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)\bar{g}_B(\alpha+\beta)\\
&\quad+\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)\bar{g}_A(\alpha+\beta))]\\
&\cdot\Big[\alpha\beta\Big(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\nu}\Big)\\
&\quad+\beta^2\Big(\frac{1}{\nu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))\\
&\quad+\alpha^2\Big(\frac{1}{\mu}+\frac{1}{\alpha+\beta}\Big)(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))\Big]. \qquad (3.83)
\end{aligned}
$$

したがって定常状態でシステムが作動している確率を表わす定常アベイラビリティ P_A は,

$$
\begin{aligned}
P_A &= P(AB)+P(AB|A)+P(AB|B) \\
&\quad +P(AB|AB)+P(AB|BA) \\
&= \{b_1+b_2+b_1\beta[(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) \\
&\quad -\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)]+b_2\alpha[(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha \\
&\quad +\beta)-\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)] \\
&\quad +\alpha\beta[-(\alpha+\beta)\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta) \\
&\quad +(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta)\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta) \\
&\quad -[\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)\bar{g}_B(\alpha+\beta)+\bar{g}_{B\cdot}(\alpha \\
&\quad +\beta)\bar{g}_A(\alpha+\beta)] \\
&\quad \cdot[\beta(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta) \\
&\quad +\alpha(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))]]\}/C_1 \\
&= \{[\alpha+\beta\bar{g}_A(\alpha+\beta)][\beta+\alpha\bar{g}_B(\alpha+\beta)] \\
&\quad -(\alpha+\beta)^2\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)\}/C_1
\end{aligned}
\tag{3.84}
$$

となる。

定常状態における状態確率を列記しておこう

$$P(AB)=[b_1\bar{g}_A(\alpha+\beta)+b_2\bar{g}_B(\alpha+\beta)]/C_1, \tag{3.85}$$

$$P(AB|A)=b_1(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/C_1, \tag{3.86}$$

$$P(AB|B)=b_2(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/C_1, \tag{3.87}$$

$$
\begin{aligned}
&P(AB|AB) \\
&\quad =\alpha\beta\{(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))(\beta+\alpha\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha \\
&\quad +\beta)-(\alpha+\beta)\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)[\bar{g}_B(\alpha+\beta) \\
&\quad +\beta\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)]\}/C_1,
\end{aligned}
\tag{3.88}
$$

$$
\begin{aligned}
&P(AB|BA) \\
&\quad =\alpha\beta\{(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))(\alpha+\beta\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha \\
&\quad +\beta)-(\alpha+\beta)\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)[\bar{g}_A(\alpha+\beta) \\
&\quad +\alpha\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)]\}/C_1.
\end{aligned}
\tag{3.89}
$$

$$Q(A|B\bar{A}B)=\beta P(AB|AB)/\nu, \tag{3.90}$$

$$Q(B|ABA)=\alpha P(AB|BA)\mu, \tag{3.91}$$

$$
\begin{aligned}
Q(B|ABA) &= \alpha\beta\Big\{b_1[\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta) \\
&\quad -(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)] \\
&\quad +\alpha\left[\frac{1}{\mu}-(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)\right] \\
&\quad \cdot[\beta+\alpha\bar{g}_B(\alpha+\beta) \\
&\quad -\beta(\alpha+\beta)\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)[(\alpha \\
&\quad +\beta)\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)+\bar{g}_B(\alpha \\
&\quad +\beta)]]\Big\}/[C_1(\alpha+\beta)],
\end{aligned}
\tag{3.92}
$$

$$
\begin{aligned}
Q(A|BAB) &= \alpha\beta\Big\{b_2[\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta) \\
&\quad -(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)] \\
&\quad +\beta\left[\frac{1}{\nu}-(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha+\beta)\right] \\
&\quad \cdot[\alpha+\beta\bar{g}_A(\alpha+\beta) \\
&\quad -\alpha(\alpha+\beta)\bar{g}_{B\cdot}(\alpha+\beta)[(\alpha \\
&\quad +\beta)\bar{g}_{A\cdot}(\alpha+\beta)+\bar{g}_A(\alpha \\
&\quad +\beta)]]\Big\}/[C_1(\alpha+\beta)],
\end{aligned}
\tag{3.93}
$$

$$
\begin{aligned}
Q(B|AA) &= \alpha b_1\Big[\frac{1}{\mu}-(1-\bar{g}_A(\alpha+\beta))/(\alpha \\
&\quad +\beta)\Big]/C_1,
\end{aligned}
\tag{3.94}
$$

$$
\begin{aligned}
Q(A|BB) &= \beta b_2\Big[\frac{1}{\nu}-(1-\bar{g}_B(\alpha+\beta))/(\alpha \\
&\quad +\beta)\Big]/C_1
\end{aligned}
\tag{3.95}
$$

参 考 文 献

〔1〕 児玉正憲：複合冗長系の保全性(I), 経済学研究, 第48巻, 第5・6合併号 1983.
〔2〕 児玉正憲：複合冗長系の保全性(II), 経済学研究, 第49巻, 第1・2合併号 1984.
〔3〕 N. K. Jaiswal, "Priority Queues", Academic Press, New York, 1968.