

公共サービスを含む擬市場均衡

武野, 秀樹

<https://doi.org/10.15017/4475341>

出版情報：経済学研究. 49 (4/6), pp. 71-89, 1984-07-10. 九州大学経済学会
バージョン：
権利関係：



公共サービスを含む擬市場均衡

武 野 秀 樹

目 次

は し が き

1. 公共サービスの私的提供と公共的提供
公共サービスの消費可能性
公共サービスの提供方式
私的提供と公共的提供
私的提供と公共的提供の表示
 2. 公共サービスを含む経済循環
公共サービスの私的提供と擬市場
擬市場を含む経済循環
 3. 便益配分のパレート最適性
技術的生産関数と効用関数
パレート最適な便益配分
パレート最適性条件
社会的厚生最大化
 4. 擬市場均衡とその性質
利潤と効用最大化
公共サービスを含む擬市場均衡システム
パレート最適な便益配分と擬市場均衡の同値性
- む す び

は し が き

本稿の主題は、3つの部分にわけて述べる事ができる。第1の部分では、公共サービスの提供方式を可能ないくつかの型に分類した上で、経済循環のなかに明確に位置づけることを試みる。第2の部分の目的は、私的提供方式に基礎をおいた、私的財と公共サービスを含む市場均衡（擬市場均衡またはリンダール均衡¹⁾とよばれる）の問題を、一般的な方法で定式化することである。そして第3部分では、一定の資

源賦与における直接的方法による便益配分の最適化と、同じ基礎条件のもとでの擬市場均衡による便益配分の最適化が同値であることが証明される。

擬市場均衡またはリンダール均衡そのものの考え方は、公共財の理論において周知のものであるが、本稿では、公共サービスを従来の公共財概念が払拭しえなかった曖昧さをとり除いたかたちで規定しなおすことによって、この均衡システムを再構成しようとしている。この試みの基礎をなしている公共サービスの概念とその取り扱いについて簡単に述べよう。

公共財は、その消費にさいして外部性を不可避免的にともなうような財であると規定されるのが通常である。その場合の外部性は、公共財の消費行動について認められる2つの性質、すなわち非排除性と非競合性を指標として測られるのである。このような外部性をともなう消費の対象となるのは、つねに、ある種の一定規模をもった施設の利用から発生するサービスである。たとえば、個人最終消費の統計数字に含まれる運輸サービスは、鉄道などの輸送施設の操業によって発生するサービスを実際の利用実績としての人キロまたはトンキロで測り、それを金額で表示したものとして考えられる。このような見方によれば、公共財は例外なく、必然的に、有形な財貨でなくサービスのかたちをとらねばならないのであり、したがって本稿では一貫して公共財のかわりに公共サービスという用語がつかわれている。

1) リンダール [3], サミュエルソン [5], [6], [7] および [8], ヨハンセン [2] などを参照。

消費の外部性（消費の公共性という語も同義にもちいる）は、2つの相互に独立の指標である非排除性と非競合性の度合の強弱にしたがってきわめて多様に変化する可能性をもっている。消費の外部性は、2つの指標の大きさにしたがって順序づけられた、1種のスペクトルを形成するとみられる。仕様の公共サービスは、こうして形成される外部性スペクトルの内部のいずれかの個所に位置づけられるわけである。そして現実の公共サービスは、それを生みだす施設（公共施設）を消費者が外部性をともなうかたちで利用することによって生産され、また同時に消費されるのである。このように、公共施設とその利用を意味する公共サービスを区別する考え方は、これまでの公共財理論でほとんどかえりみられることがなかった。つまり、公共施設とその利用をあらわす公共サービスは、ほとんどすべての公共財理論において分析上同一視されてきたということができる。そしてこの同一視は、次に述べる2つの点で公共財理論の一般化を阻んでいると考えられる。

従来の公共財理論における第1の難点は、公共サービスを、通常の私的財とまったく同様に技術的生産プロセスからの産出物としてとり扱っていることである。しかしこれは、現実の公共サービス生産（あるいは提供）のあり方を無視する考え方につうじるものであるといわねばならない。たとえば上記の例で鉄道の軌道・車両などの公共施設の生産は、一般の私的財とならんで広い意味での工学的技術にもとづいてなされるために、これに生産関数の概念を適用することは自然である。しかし、この公共施設とそれを利用してなされる輸送人キロあるいはトンキロの提供（つまり公共サービスの消費）との関係をあらわすのに技術的生産関数を想定す

ることは、まったく不適当であるといわねばならない。

第2の難点とみられるのは、公共サービス消費における外部性が、公共財需要理論のなかにこれまできわめて不完全なかたちでしか反映されなかったことである。実際、非排除性と非競合性がともに完全であるような消費、つまり純粋公共財（われわれの用語では純粋公共サービス）の消費だけが理論の対象とされてきており、不完全な非排除性や混雑の影響を考慮に入れた定式化はきわめて稀にしかみられない。公共財理論にみられるこれらの問題点になんらかの改善を加えることが今後検討されなければならないであろう。本稿の最大の問題意識もそこにあるということができる。

1. 公共サービスの私的提供と公共的提供

公共サービスの消費可能性

一定の規模をもつ特定の種類の公共施設を利用してなされる公共サービスの消費は、多数の個人による同時消費というかたちをとるために、その公共サービスの消費可能性はきわめて伸縮的なものであることがわかる。ここでその消費可能性がどのような領域として示されるか、という問題を形式的に説明してみよう。いま、一定の規模 $X (> 0)$ をもつ公共施設が存在し、それが生み出す公共サービスを N 人の個人が消費するとしよう。個人 $i (=1, 2, \dots, N)$ が X を共同利用することで消費することのできる公共サービスの最大可能数量を $C^i (i=1, \dots, N)$ で示す。また、個人 i が単独で X を利用する場合の公共サービスの最大可能消費量を $\bar{C}^i (i=1, \dots, N)$ と書くことにする。いうまでもなく $C^i \leq \bar{C}^i$ である。各個人 i について $\bar{C}^i$ に差がないと考えることによって、以下で

はこれを $\bar{C} (= \bar{C}^1 = \bar{C}^2 = \dots = \bar{C}^N)$ とあらわす。
 X と C^i の関係を関数のかたちで一般的にあらわせば、

$$\chi(C^1, C^2, \dots, C^N; X) = 0 \quad (1)$$

となるであろう。この関数は、次の N 個の陰関数を定めると考えられる。

$$C^i = \varphi^i(C^1, \dots, C^{i-1}, C^{i+1}, \dots, C^N; X).$$

$$(0 \leq C^1, \dots, C^N \leq \bar{C})$$

$$(i=1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

φ^i は個人 i の消費可能性関数（曲線）とよんでよい。 $\varphi_1 \equiv \varphi^1 \equiv \dots \equiv \varphi^N$ が成立するとき、各個人は同等 (identical) の消費可能性をもつということにする。また、この公共サービスの社会的消費可能性集合 S を考えれば、それは次のように定義される。

$$S = \{(C^1, \dots, C^N) | C^i \leq \varphi^i(C^1, \dots, C^{i-1}, C^{i+1}, \dots, C^N; X), i=1, 2, \dots, N\}.$$

(3)

関数 φ^i は次の性質をもつと仮定することは自然であろう。

$$(a) \quad \bar{C} = \varphi^i(0, \dots, 0; X)$$

$$(i=1, 2, \dots, N) \quad (4)$$

(b) φ^i は N 個の変数について偏微分可能であり、

$$-1 \leq \varphi_i^i \equiv \frac{\partial \varphi^i}{\partial C^i} \leq 0,$$

$$(i, j=1, 2, \dots, N, i \neq j) \quad (5)$$

$$\text{また, } \frac{\partial \varphi^i}{\partial X} > 0. \quad (i=1, \dots, N) \quad (6)$$

ここで、公共サービスの消費可能性を2つの極端な場合——非排除性がまったくない場合と非排除性が完全な場合——にわけて示してみる。

(1) X が純粋私的サービスを生み出す施設

(純粋私的施設) であるときは、このサービスの消費可能性関数は、

$$\varphi_j^i \equiv -1 \quad (i, j=1, \dots, N, i \neq j) \quad (7)$$

という性質をもつ。このとき φ^i は、

$$C^i = \bar{C} - (C^1 + \dots + C^{i-1} + C^{i+1} + \dots + C^N),$$

$$(0 \leq C^i \leq \bar{C}) \quad (i=1, \dots, N) \quad (8)$$

というかたちをとる。

(2) X が純粋公共サービスを生み出す施設

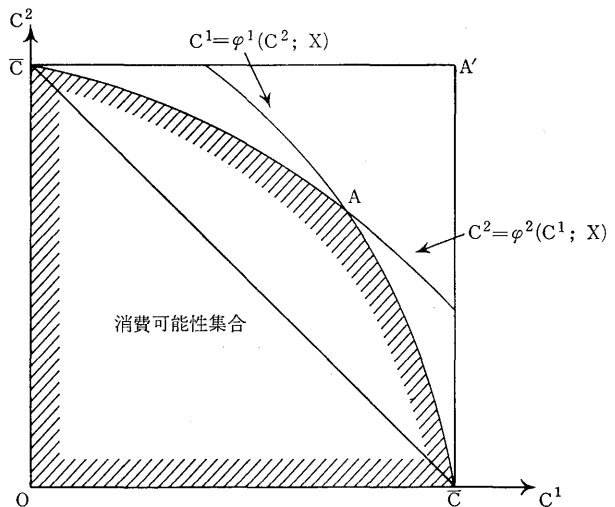
(純粋公共施設) であるときは、

$$\varphi_j^i \equiv 0 \quad (i, j=1, \dots, N, i \neq j) \quad (9)$$

である。このとき消費可能性関数は、

$$C^i = \bar{C} \quad (i=1, \dots, N) \quad (10)$$

となる。図一1は、公共サービスの消費可能性関数（曲線）と消費可能性集合を、 X を所与とした上で、 $N=2$ の場合について示したものである²⁾。図には個人1と個人2の消費可能性曲線がえがかれており、その交点はAである。そして斜線をつけた領域 $\bar{C}O\bar{C}A$ が消費可能性



図一1 公共サービスの消費可能性

2) この種の図示法については、アトキンソン・スティグリッツ [1], p. 485 を参照。

集合をあらわしている。完全排除的公共サービス（私的サービス）の場合は、これら2曲線は $C^1 + C^2 = \bar{C}$ をあらわす直線 $\bar{C}\bar{C}$ に一致する。それにたいして完全非排除的公共サービス（純粋公共サービス）の場合は、この領域は正方形： $\bar{C}O\bar{C}A'$ にまで拡大されるのである。

公共サービスの提供方式

公共サービスの需給分析をおこなうにあたっては、これまで述べたその消費における外部性とそれがもたらす需給上の特性を十分考慮に入れることが必要である。それでは公共サービスは、全体としての経済循環のなかでどのように提供されることになると考えればよいか。以下では、公共サービスを含めた財貨・サービス一般について理論上どのような供給方式が考えられるかについて説明しよう。このような意味での提供方式を広くとらえるならば、基本的に2つの択一的方法があることがわかる。それらは、(a) 消費の公共性を消費行動のなかに体化 (embody) した提供方式と (b) 消費の公共性を消費行動にとって所与とした提供方式である。

(a)の考え方によれば、財貨・サービスの消費における公共度そのものは、消費対象がもつ固有の性質によって定まるのではなく、各消費者の最適化行動のなかで内生的に決定される。つまり消費の公共性は、それ自体消費者需要モデルの分析をつうじて解かれるべき未知数であるということになる。この立場からの分析方法を代表するものは、クラブ (clubs) の理論とよばれる、公共サービスの提供方式の設定ならびにその処理であろう³⁾。クラブ理論の考え方を簡単に述べれば以下ようになる。公共性を消

費者需要モデルの内部に変数として組み込むためには、公共施設ごとクラブとよばれる架空の共同利用集団を設定し、すべての公共サービスはその集団（クラブ）を通じて提供されると考えることが必要である。クラブの機能は、通常の意味での最終生産物としての財貨・サービスを集団的に管理し、消費の対象となる公共サービスを排他的にクラブ成員にたいして提供することであり、それは、すべての種類の公共サービスについてそれぞれ複数個形成されることが想定される。このグループ形成は、消費者の合理的行動の一環としてなされるものであり、その結果としてグループの成員数が1である場合、その公共サービスは純粋私的財となり、あるいはその成員数がその社会の全人口に等しいならば、そのサービスは純粋公共サービスとなるのである。

これにたいして(b)の考え方の特徴は、任意のある財貨・サービスがその消費において公共性をともなうかどうか、そしてその公共性の度合はどのようなものか、があらかじめ知られているということである。この場合は、各財貨・サービスの公共性がどの程度のものであるかが事前にわかっているために、この知識にもとづいてその財貨・サービスに適した提供方式を設定すればよいことになる。ここでは上記の(a)の考え方にもとづく提供方式にはこれ以上ふれることなく、もっぱら(b)の観点から私的財と公共サービスの提供方式を考察することにする。

われわれは、財貨・サービスの提供方式として基本的に2つのものを区別することができる。それらは、私的提供 (private provision) と公共的提供 (public provision) である⁴⁾。

3) クラブの経済理論の展開を最初に本格的に試みたのはJ. M. ブキャナン [9] である。

4) ここでは私的提供と公共的提供の2方式への分類を考えているが、実はそれらの折衷型ともいえるべき方式も可能である。これは、政府が存在しな

私的提供方式とは、消費対象となる財貨・サービスが、市場をつうじてそれを必要とする個人にたいして直接に販売される方式をさしている。この場合、各消費者は通常の効用最大化行動をつうじて消費対象を購入することになる。他方公共的提供の場合は、その財貨・サービスはすべて政府にたいして販売されるというかたちをとる。つまり政府は、その物資なりサービスなりを消費者にかわって一括買い上げ、その形式的消費者となる。その購入費は、当然種々の可能な形態の租税で賄われることがあきらかである。消費者は租税負担を負う代償として、政府による代理消費から便益をえることになる。

私的提供と公共的提供

すべての財貨・サービスは私的財と公共サービスに分類されることを前提しよう。ここで私的財には、その消費が外部性をともなわないとみられる私的サービス⁵⁾が含まれるものとする。私的財は、さらに2つの種類に大別できることを仮定する。それらの2つの種類を仮りに第1種私的財および第2種私的財と名づけることにする。第1種私的財は、その消費が完全排除性と完全競合性をもつというにとどまらず、消費にさいして消費者の個性や嗜好がうまく反映されるような財貨とサービスをさしている。いいかえれば、それらは通常の意味での消費対象としての私的財であるといってよい。こうして第1種私的財は、その性質上私的提供方

式にしたがって供給される以外にないと考えられるものである。

これにたいして第2種私的財の特徴は、その消費が没個性的であり、各消費者の独自の嗜好を反映しなくなっていることである。この種の私的財は規格化されたものであり、社会の大多数の個人によって無差別に均一量が購入されるという傾向をもっている。例えば、予防注射や集団検診のサービス、集団給食、国民服などの私的財がこの種類に含まれるであろう。この第2種私的財は、私的な提供方式によって供給されて差支えないものであるが、同時に公共的提供にも適すとみられる。もし後者の方式が前者の方式と比較して、より高い社会的厚生をもたらすことが判明するならば、後者つまり公共的提供方式が採用されることが望ましいといえよう⁶⁾。

次に、公共サービスも私的サービスの場合と同様に、2つの種類に分類できることを前提しよう。それらを、第1種公共サービス、第2種公共サービスとそれぞれ名づけることにする。第1種公共サービスとは、外部性をそなえたサービスであるにもかかわらず、その一方でそのサービスの受益者を確定することが可能であり、かつ受益者のえる便益を量的に知ることができるという点で、私的サービスに類似した性質をもつ公共サービスである。この種の公共サービスを、私的提供方式か公共的提供方式かのいずれか一方だけによって供給することは必ずしも適切であるとはいえないであろう。もしそうであるならば、第1種公共サービスについては、両者の方式を併用することの是非が検討さ

いという想定のもとで、各消費者が自発的に拠出した合計額をもって公共サービスを購入するという設定である。この場合にも公共サービスの提供について1種の均衡点(拠出均衡 subscription equilibrium とよばれる)が存在することが示される(アトキンソン・スティグリッツ [1], pp. 505-507 を参照)。

5) 専属の家庭教師、弁護士、家政婦などの提供するサービスがその例である。

6) 2つの提供方式を社会的厚生という観点から評価し、比較する試みについては、たとえばアトキンソン・スティグリッツ [1], pp. 502-505 を参照。

れるべきである。

第1種公共サービスに含まれるものの例として教育サービスを考えてみよう。教育サービスを、義務教育あるいはそれに準じる一般性をもつ教育という側面からとり上げるならば、それは、社会全体が、不可欠なものとしてその重要性を認めているサービスであると考えられる。したがってこのような一般的教育サービスは、経費を租税から賄うかたちで、つまり公共的方式で提供の方が適切であるかもしれない。しかし教育サービスの他の部分、つまり各個人がその個性や能力に応じて選択するさまざまな専門教育についてはどうであろうか。各消費者は専門教育サービスを、その能力と意欲に合わせて選択的に購入すると考えるのが自然である。つまり教育サービスのこの部分については、私的提供方式が適しているかもしれない⁷⁾。

最後に、第2種公共サービスは、さきに純粋公共サービスとよんだものにほぼ一致すると考えられる。これは、もっとも高い外部性をともなうサービスであり、国防、裁判、一般行政などのサービスを含んでいる。この種のサービスは、公共的提供方式によって供給される以外に方法がないと考えられる。

私的提供と公共的提供の表示

私的財と公共サービスが、上述のようにそれぞれ第1種と第2種に分類され、それらのおのおのにたいして適切と考えられる提供方式が対応するとしよう。この前提のもとで、私的財と公共サービスの提供を全体としての経済循環の

なかで表示する問題をとり上げる。すべての財貨・サービスの一期間における生産と消費をフロー勘定システムをもちいてマトリックスのかたちで示せば、表—1のようになる。この表示を導く上で設けられているいくつかの簡単化のための前提は次のとおりである。(a)期首において資源の一定量が賦与されており、生産活動で必要となるその他の投入は、唯一の本源的要素である労働だけである。(b)生産物は、すべてが最終消費の対象であり、賦与資源量は期首と期末で不変に保たれるものとする。(c)したがって、この経済循環を表示するフロー勘定システムは、生産勘定と消費勘定だけから構成されており、蓄積勘定を含まない。(d)私的財と公共サービスをそれぞれ第1種と第2種に分類し、全部で4種の財貨・サービスが存在すると考え、それらを集計された単一財として示す。消費者は N 人存在すると考えるが、とくに表—1では $N=2$ とする。

表—1にあらわれる記号は以下のように説明される。

$X^i (i=1, 2, \dots, N)$ 消費者 i が購入する、私的提供による第1種私的財

$X \left(= \sum_{i=1}^N X^i \right)$ 私的に提供される第1種私的財

Y 公共的に提供される第2種私的財

$E_p^i (i=1, \dots, N)$ 消費者 i が購入する第1種公共サービスのうち私的に提供される部分

E_g 第1種公共サービスのうち公共的に提供される部分

$E \left(= \sum_{i=1}^N E_p^i + E_g \right)$ 第1種公共サービス（私的あるいは公共的に提供される）

G 公共的に提供される第2種公共サービス

$L^i (i=1, \dots, N)$ 消費者 i による労働投入

$M^i (i=1, \dots, N)$ 消費者 i が受取る所得

7) 両方式を併用することの有効性を検討すべきその他の例として、警備・安全のサービスをあげることができよう。つまり、一般的警備サービスは警察によって公共的に提供されるが、それと同時に各個人が、それぞれの事情に応じて民間警備会社から特殊化された警備サービスを購入するという可能性が認められる。

公共サービスを含む擬市場均衡

表—1 私的提供と公共的提供を含む勘定行列

				1	2	3	4	5	6	7	8
私 的 財	第1種	私 的 提 供	1						$p_X X^1$	$p_X X^2$	$p_Y Y$
	第2種	公 共 的 提 供	2								
公 サ ー ビ ス	第1種	私 的・ 公 共 的 提 供	3						$p_E E_p^1$	$p_E E_p^2$	$p_E E_g$
	第2種	公 共 的 提 供	4							$p_G G$	
生 産			5	$p_X X$	$p_Y Y$	$p_E E$	$p_G G$				
消 費 者 1			6					$\omega L^1 + M^1$			
消 費 者 2			7					$\omega L^2 + M^2$			
政 府			8						T^1	T^2	

$T^i (i=1, \dots, N)$ 消費者 i による租税の支払い

p_X X の価格

p_Y Y の価格

p_E E の価格

p_G G の価格

ω 賃金率

2. 公共サービスを含む経済循環

公共サービスの私的提供と擬市場

これまでわれわれは、財貨・サービスの私的提供方式と公共的提供方式が併用される経済循環を考えてきた。ここで改めて注意を私的提供に限定することとし、すべての最終生産物が私的提供方式によってのみ供給されるようなシステムをとり上げる。したがって次節以下でなされるはずの、資源配分の効率性についての考察も、すべて私的提供方式の枠組のなかでなされることになるのである。

どのような提供方式を採用するにせよ、われわれがなによりも留意せねばならないことは、公共サービスの需給分析に消費の外部性をどのようなかたちで導入するかということである。公共サービスの需給分析においてとくに考慮さ

れるべきなのは、(a)消費行動における非単独性と、(b)生産—消費プロセスの技術的非安定性の2点である。これらの特性を次に説明し、それらを経済循環のなかに表示することを考えねばならない。

(a)任意の公共サービスは、すべての消費者によって等量ずつ消費されると考えられる。こうした共同消費（あるいは並行消費といってもよい）の結果として、消費者は2つの影響をうけることになる。それらの影響の1つは、多数の消費者による同時消費がひきおこす混雑が、各消費者の効用を減少させることである。他の影響は、各消費者が公共サービスを各自の負担において等量ずつ購入しなければならないことである。この購入額は、全体として公共サービスを生み出す公共施設の経費を賄うのに十分なものでなければならず、公共サービスには、消費者ごとに異なる、1種の擬似価格が付されることになる。つまり私的提供を前提するかぎり公共サービスのための擬似的市場が想定される必要が生じるのである。こうして仮定される市場は擬市場 (pseudo-market) と名づけられ、そこで課される消費者別価格は、擬租税価格 (pseudo-tax prices) または個人化価格

表—2 公共サービスの私的提供を含む勘定行列

			1	...	n	$n+1$	...	$m+n$	P	1	...	N	D
生産勘定	私 的 財	1								$p_1 x_1^1$	...	$p_1 x_1^N$	
		⋮								⋮		⋮	
		n								$p_n x_n^1$	...	$p_n x_n^N$	
	公共施設・ 公 共 サ ー ビ ス	$n+1$								$p_{n+1}^1 y_{n+1}^1$	...	$p_{n+1}^N y_{n+1}^N$	
		⋮								⋮		⋮	
		$n+m$								$p_{n+m}^1 y_{n+m}^1$	...	$p_{n+m}^N y_{n+m}^N$	
消費勘定	技術的生 産活動	P	$p_1 x_1$	...	$p_n x_n$	$p_{n+1} x_{n+1}$	...	$p_{n+m} x_{n+m}$					
	消 費 者	1											L^1
		⋮											⋮
		N											L^N
	所得再分配	D				R_1	...	R_m	M	T^1	...	T^N	

(personalized prices) とよばれる⁸⁾。

(b)公共サービスとそれを生み出す公共施設との関係は通常の生産関数のような技術的關係としてとらえることはできない。つまり、私的財と公共施設の変換をあらわす技術的生産プロセスと公共施設の利用をあらわす、公共サービスの創出—消費プロセスとは分離して示されるべきである。この後者の活動は、公共施設の規模と消費者側のその公共サービスへの需要の大きさによって左右されると考えねばならない。

擬市場を含む経済循環

これらの問題点を考慮に入れることの可能な、私的提供による経済循環は、表—2の勘定マトリックスに示されている。表—2に示される循環構造の基礎になっている前提、ならびにそこに含まれる2, 3の勘定の内容についてふれておかねばならない。

表—1の場合と同様、期首における賦与資源の水準は、期末において不変に保たれるものとする。したがって表—2は蓄積勘定の記録を含

まない。私的財は n 個、公共施設と公共サービスは m 個存在するとされるが、ここでは私的財を生産物だけに限定せず、本源的生産要素（労働など）もこれに含めている。ただし産出は正值、投入は負値をとるものとする。公共施設とは、ここでは公共サービスを生み出すに必要な生産物（建物、設備、機械、原材料、中間生産物としてのサービスなど）を一括した一組の財貨・サービスである。たとえば鉄道輸送サービスという公共サービスを提供するための公共施設は、軌道、車両、その他の固定設備、および操業上必要な労働と資材の投入の一定の組合せとして示される。

表—2の消費者勘定は、各消費者にたいして生産プロセス（公共施設の利用を含めて）から分配される課税前利潤（租税以外の移転による受取りを含む）(L_i) が、その消費者による私的財と公共サービスの購入額から要素所得を控除したものの $\left(\sum_{j=1}^n p_j x_j + \sum_{j=1}^m p_{n+j}^i y_{n+j} \right)$ と定額税 (lump-sum tax) (T^i) の合計に等しいことを示している。最後に、所得再分配勘定 (D) の

8) サミュエルソン [8], p. 103 参照。

役割について述べる。この勘定の収入側には、公共施設・公共サービス勘定からの余剰 ($R^1, R_2, \dots, R_m$)、集計的生産活動 (P) からの余剰 (M)、および各消費者が支払う定額税 ($T^1, T^2, \dots, T^N$) が記され、それにたいして支出側には各消費者の課税前所得 ($L^1, L^2, \dots, L^N$) が記録される。この勘定の収入合計と支出合計が等しいことは、直観的にあきらかであるが、理論的にはそれは、他のすべての勘定が収支均等を保つという事実から導びかれる。

表-2 に記される記号をここで説明しよう。

N 総人口

$x_j^i (i=1, \dots, N), (j=1, \dots, n)$ 消費者 i による私的財 j の消費量 (購入量) ($x_j^i \geq 0$ の場合) $x_j^i < 0$ の場合は生産要素の販売量をあらわす

$x_j (j=1, \dots, n) \left(= \sum_{i=1}^N x_j^i \right)$ 私的財 j の生産量 ($x_j \geq 0$ の場合) $x_j < 0$ の場合は生産要素の投入量をあらわす

$x_{n+i} (i=1, \dots, m)$ 公共施設 i の生産量 ($x_{n+i} \geq 0$)

$y_{n+j}^i (i=1, \dots, N), (j=1, \dots, m)$ 消費者 i による公共サービス j の消費量 ($y_{n+j}^i \geq 0$)

$p_i (i=1, \dots, n+m)$ x_i の価格

$p_{n+j}^i (i=1, \dots, N), (j=1, \dots, m)$ y_{n+j}^i の価格

$R_i (i=1, \dots, m)$ 公共施設 i の利用から発生する余剰

$L^i (i=1, \dots, N)$ 消費者 i の受取る、利潤からの分配 (消費者 i の所得)

M 集計的生産活動からの利潤の総額

$T^i (i=1, \dots, N)$ 消費者 i が支払う定額税

3. 便益配分のパレート最適性

技術的生産関数と効用関数

本源的生産要素を含めた私的財 ($x_1, x_2, \dots, x_n$) と公共施設 ($x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m}$) との間の技術的変換可能性は、関数 F (技術的生産関数とよぶ) であらわすことができると考え、これを、

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n; x_{n+1}, \dots, x_{n+m}) = 0 \quad (11)$$

と書くことにする。この関数の変数 $x_i (i=1, 2, \dots, n+m)$ は、それが産出をあらわすときは正、投入を示すときは負となるものとする。 x_i の変域を X_i と書くことにすれば、 x_i が本源的生産要素であるとき、 X_i は非正の実数に含まれる。しかし他の x_i の変域は非負の実数に含まれている。 F はこれらの変数にかんしてその定義域で必要な回数だけ微分できること、そして、

$$F_i \equiv \frac{\partial F}{\partial x_i} > 0 \quad (i=1, 2, \dots, n+m) \quad (12)$$

であることが前提される。さらに F は、これらの変数にかんして凸関数であるとする。 F のあらわす生産可能性集合を O 、その有効フロンティアを $O_e (\subset O)$ と書けば、

$$\begin{aligned} O &= \{(x_1, x_2, \dots, x_{n+m}) | F(x_1, x_2, \dots, x_n; \\ &\quad x_{n+1}, \dots, x_{n+m}) \leq 0, x_i \in X_i, \\ &\quad i = 1, 2, \dots, n+m\} \\ O_e &= \{(x_1, x_2, \dots, x_{n+m}) | F(x_1, x_2, \dots, x_n; \\ &\quad x_{n+1}, \dots, x_{n+m}) = 0, \\ &\quad x_i \in X_i, i = 1, 2, \dots, n+m\} \end{aligned}$$

である。(12) と F の凸性から、 O が $R^{n+m}(n+m$ 次元ユークリッド空間) の凸集合となり、 O_e はその境界であることがわかる。

次に、消費者 $i (i=1, \dots, N)$ の効用関数をどのように書きあらわすべきかについて考えよ

う。消費者の効用は、まずかれが消費する財貨・サービスの数量の関数であると考えられる。この場合それらは、私的財の消費量 $(x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i)$ と公共サービスの消費量 $(y_{n+1}^i, y_{n+2}^i, \dots, y_{n+m}^i)$ から成立している。ところで公共サービスの消費は、すでに詳細に述べたように非排除性と非競合性によって示される外部性(公共性)を免がれることができない。外部性の1つの要因である非競合性を、各公共サービスについて定義される混雑性指標のかたちで効用関数の変数に含めることを試みよう。この混雑性指標を $(g_{n+1}^i, g_{n+2}^i, \dots, g_{n+m}^i)$ であらわすならば、消費者 i の効用関数 u^i を、

$$u^i = u^i(x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i; y_{n+1}^i, y_{n+2}^i, \dots, y_{n+m}^i; g_{n+1}^i, g_{n+2}^i, \dots, g_{n+m}^i) \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (13)$$

と書くことができる。ただし、混雑指標 g_{n+j}^i の定義は後述する。

効用関数 u^i は、その定義域において、必要な回数微分可能な凹関数であることが前提される。また、1階導関数の符号については、

$$u_{x_j}^i = \frac{\partial u^i}{\partial x_j^i} > 0 \quad (i=1, 2, \dots, N), \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (14)$$

$$u_{y_{n+j}}^i = \frac{\partial u^i}{\partial y_{n+j}^i} > 0 \quad (i=1, 2, \dots, N), \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (15)$$

$$u_{g_{n+j}}^i = \frac{\partial u^i}{\partial g_{n+j}^i} < 0 \quad (i=1, 2, \dots, N), \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (16)$$

が成り立つものとする。

次に、効用関数 u^i の変数がしたがうべき条件について説明しよう。まず、 x_j^i については、

$$x_j = \sum_{i=1}^N x_j^i \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (17)$$

となる。これにたいして消費者 i が消費する公共サービス y_{n+j}^i は、その公共サービスを生むべき公共施設 x_{n+j} の規模によって制約をうけるはずである。前述の鉄道輸送サービスの例でみれば、輸送可能なトンキロ数あるいは人キロ数は、輸送のための施設量(およびその操業に必要な投入量)が与えられるならば、ある有限な値の範囲内のものとして定まるであろう。いま、この限界値(公共サービス y_{n+j}^i の最大供給量)を V_{n+j} とすれば、それは、 x_{n+j} の関数である。つまり、

$$V_{n+j} = V_{n+j}(x_{n+j}) \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (18)$$

と書くことができる。ここで V_{n+j} は、 x_{n+j} の狭義単調増加な凹関数であるとしてよい。そして消費者 i の消費量 y_{n+j}^i は、当然この限度をこえることはないので、

$$0 \leq y_{n+j}^i \leq V_{n+j} = V_{n+j}(x_{n+j}) \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (19)$$

となる⁹⁾。

最後に、混雑性指標 g_{n+j}^i はどう定義するのが妥当かを考えよう。ここではこれを、

$$g_{n+j}^i = \frac{y_{n+j}^1 + y_{n+j}^2 + \dots + y_{n+j}^N}{V_{n+j}} \quad (20)$$

で示すことにする。ただし差し当り $V_{n+j} > 0$ であるとする。(19) から、

$$0 \leq g_{n+j}^i \leq N \quad (21)$$

となる。

パレート最適な便益配分

以上述べた生産関数上の制約のもとで最適な便益配分を達成しようとするれば、どのような方

9) この条件は、公共サービスを公共施設と同一視した通常の問題設定がなされる場合は、 $x_{n+j}^i \leq x_{n+j}$ と書かれる(オークランド [4], pp. 341-2 を参照)。

法で資源の利用と生産物の提供がおこなわれるべきか、という問題をとり上げよう。当面は、私的あるいは公共的な財貨・サービスの提供方式、すなわちなんらかの市場（擬市場を含めて）をつうじての便益配分を考慮の外にしておくことにする。これは、その社会の各消費者にたいして消費水準を直接に割り当てるという方法でパレート最適な状態をえようすることにほかならない。この方法によるときは、各主体は市場において分権的行動をとることを認められず、効用あるいは便益が、なんらかの集権的手段によって直接に最適な仕方では各人に割り当てられるのである。

この問題を定式化する準備として効用可能性集合を定義しよう。そのさい分析の便宜上問題の一般性を失うことなく、私的財 $x_j^i (j=1, 2, \dots, n)$ のなかで第1番目の財だけが本源的生産要素 ($x_1^i \leq 0$) であり、他の $x_j^i (j=2, \dots, n)$ はすべて私的生産物 ($x_j^i \geq 0$) であるとしよう。効用可能性集合を U であらわすならば、

$$\begin{aligned} U = \{ & (u^1, u^2, \dots, u^N) | u^i = u^i(x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i; \\ & y_{n+1}^i, \dots, y_{n+m}^i; g_{n+1}^i, \dots, g_{n+m}^i), \\ & y_{n+j}^i \leq V_{n+j}(x_{n+j}), \sum_{i=1}^N x_k^i = x_k, \\ & x_1^i \leq 0, (x_2^i, \dots, x_n^i) \geq 0, \\ & (y_{n+1}^i, \dots, y_{n+m}^i) \geq 0, (x_1, \dots, x_{n+m}) \\ & \in O, g_{n+j}^i = \left(\sum_{i=1}^N y_{n+j}^i \right) / V_{n+j}(x_{n+j}), \\ & i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, m, \\ & k = 1, 2, \dots, n \} \end{aligned} \quad (22)$$

と書くことができる。 U は、いうまでもなく N 次元ユークリッド空間における部分集合である。この最適便益配分問題（問題〔A〕とよぶことにする）を定式化すれば次のようになる。

問題〔A〕「効用可能性集合 U に属する任意の1点 $\hat{u} = (\hat{u}^1, \hat{u}^2, \dots, \hat{u}^N)$ にたいして、

Maximize $u^1 = u^1(x_1^1, \dots, x_n^1; y_{n+1}^1, \dots,$

$$y_{n+m}^1; \left(\sum_{i=1}^N y_{n+1}^i \right) / V_{n+1}(x_{n+1}),$$

$$\dots, \left(\sum_{i=1}^N y_{n+m}^i \right) / V_{n+m}(x_{n+m}))$$

subject to:

$$u^i(x_1^i, \dots, x_n^i; y_{n+1}^i, \dots, y_{n+m}^i;$$

$$\left(\sum_{i=1}^N y_{n+1}^i \right) / V_{n+1}(x_{n+1}), \dots,$$

$$\left(\sum_{i=1}^N y_{n+m}^i \right) / V_{n+m}(x_{n+m})) - \hat{u}^i \geq 0$$

$$(i = 2, 3, \dots, N)$$

$$-F\left(\sum_{i=1}^N x_1^i, \dots, \sum_{i=1}^N x_n^i; x_{n+1}, \dots, x_{n+m}\right)$$

$$\geq 0$$

$$V_{n+j}(x_{n+j}) - y_{n+j}^i \geq 0 \quad (i=1, \dots, N),$$

$$(j=1, \dots, m),$$

$$-x_1^i \geq 0 \quad (i=1, \dots, N)$$

$$x_j^i \geq 0 \quad (i=1, \dots, N), (j=1, \dots, n)$$

$$x_{n+j} \geq 0 \quad (j=1, \dots, m)$$

$$y_{n+j}^i \geq 0 \quad (i=1, \dots, N),$$

$$(j=1, \dots, m) \}$$

すでに述べた前提を利用すれば、 $(-F)$, $(V_{n+j} - y_{n+j}^i) (j=1, \dots, m)$ がこの最大問題の変数について凹性をもつことが示される。しかし、 $(u^i - \hat{u}^i) (i=2, \dots, N)$ が問題〔A〕の変数について凹性をもつかどうかはあきらかでない。もし、 $(u^i - \hat{u}^i)$ が、この問題の変数にかんして凹であることが前提されるならば、この非線形計画問題の解が満すべき必要十分条件を、ある制約想定のもとで書き下すことができる。

パレート最適性条件

ここでこの最適配分問題における公共サービスの性格にかんして強い制約を課すことを考える。それは、以下に述べる純粋公共サービスの仮定である。これまでわれわれは、公共サービスを一般的な外部性をともなう消費の対象として考えてきた。それにたいして、すべての公共

サービスが最大限の外部性をそなえた消費，すなわち純粋公共消費の対象である場合を仮定しよう。この仮定のもとでは，(a)公共サービスはすべての消費者によって等しい数量だけ購入され，かつ(b)それは，その提供の基礎になる公共施設の能力の限度まで供給されることになる。(a)と(b)の条件は，いうまでもなく純粋公共サービスの消費における完全非排除性と完全非競合性をあらわすのであるが，このモデルではそれはどのように表現されるであろうか。

(a)の条件は，

$$y_{n+j}^1 = y_{n+j}^2 = \cdots = y_{n+j}^N = y_{n+j} \quad (j=1, \cdots, m) \quad (23)$$

と書かれる。ここで y_{n+j} は，第 j 純粋公共サービスの，各消費者にとって等しい消費量をあらわす。(b)の条件は，

$$y_{n+j}^i = V_{n+j}(x_{n+j}) \quad (i=1, \cdots, N), \quad (j=1, \cdots, m) \quad (24)$$

と書くことができる。(23) と (24) から，

$$y_{n+j}^i = y_{n+j} = V_{n+j}(x_{n+j}) \quad (j=1, \cdots, m)$$

であるから，(20) によって，

$$g_{n+j}^i = N$$

が成立する。これらの前提から，(13) の効用関数はあらためて，

$$u^i = u^i(x_1^i, \cdots, x_n^i; y_{n+1}, \cdots, y_{n+m}; \underbrace{N, \cdots, N}_{m \text{ 個}}) \quad (25)$$

と書かれることになる。

このような仮定のもとでは，問題 [A] の効用関数は (25) で置き換えられ，その制約式のうち $V_{n+j} - y_{n+j}^i \geq 0$ は， $V_{n+j} - y_{n+j} = 0$ となる。さらに問題 [A] の目的関数 u_1 の狭義単調性と制約条件に含まれる関数 $u^i (i=2, \cdots, N)$ と F の連続性を考慮に入れるならば，制約式：

$u^i - \hat{u}^i \geq 0, -F \geq 0$ は，等号で示すことができる。これらの点に注意すれば，問題 [A] は，次の問題 [A'] のかたちに書きなおすことができる。ただし，効用関数をあらわす記号 u^i はそのままちいることにする。

問題 [A'] 「効用可能性集合 U に属する任意の 1 点 $\hat{u} = (\hat{u}^1, \hat{u}^2, \cdots, \hat{u}^N)$ にたいして，

$$\text{Maximize } u^1 = u^1(x_1^1, \cdots, x_n^1; y_{n+1}, \cdots, y_{n+m})$$

subject to:

$$u^i(x_1^i, \cdots, x_n^i; y_{n+1}, \cdots, y_{n+m}) - \hat{u}^i = 0 \quad (i=2, 3, \cdots, N)$$

$$F\left(\sum_{i=1}^N x_1^i, \cdots, \sum_{i=1}^N x_n^i; x_{n+1}, \cdots, x_{n+m}\right) = 0$$

$$V_{n+j}(x_{n+j}) - y_{n+j} = 0 \quad (j=1, \cdots, m)$$

$$-x_1^i \geq 0, x_j^i \geq 0 \quad (i=1, \cdots, N), \quad (j=2, \cdots, n)$$

$$x_{n+j} \geq 0, y_{n+j} \geq 0 \quad (j=1, \cdots, m) \quad]$$

いまこの問題の解が制約条件を満たす領域の内点においてえられることを仮定すれば，解が満足すべき 1 階の条件は，

$$\left. \begin{aligned} \lambda_i u_j^i + \mu F_j &= 0 \quad (i=1, \cdots, N), \\ &\quad (j=1, \cdots, n) \\ \mu F_{n+j} + V'_{n+j} \sum_{i=1}^N \lambda_i u_{n+j}^i &= 0 \\ &\quad (j=1, \cdots, m) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

のようになる。ここで $\lambda_i (i=1, \cdots, N)$ ， μ はラグランジュ乗数である（ただし， $\lambda_1=1$ とする）。変数 $y_{n+j} (j=1, \cdots, m)$ は消去されており， F と u^i の下方添字は偏導関数をあらわしている。また $V'_{n+j} \equiv dV_{n+j}/dx_{n+j} (>0$ を仮定する)。(26)に含まれる式に制約式を加えれば $(n+1)N + m$ 個となり，これは，ラグランジュ乗数を含む変数の数と一致していることがわかる。(26) からえられる解がパレート最適点をあら

わすことは、次のようにしてたしかめられる。
 u^1 の最大値を $\bar{u}^1$ であらわせば、ラグランジュ乗数の特性から、

$$\frac{\partial \bar{u}^1}{\partial \hat{u}^i} = -\lambda_i < 0 \quad (i = 2, \dots, N)$$

となる (ただし $\lambda_1=1$ であるから、(26) から $\lambda_i > 0$, $\mu < 0$ である)。これは、パレート最適性の定義そのものを示している。(26) から、

$$\frac{1}{V_{n+j}} \frac{F_{n+j}}{F_1} = \sum_{i=1}^N \frac{u_{n+j}^i}{u_1^i} \quad (j = 1, \dots, m) \quad (27)$$

という関係がえられる。これは、よく知られた、公共財需要におけるサミュエルソンの条件に相当するものである¹⁰⁾。

社会的厚生を最大化

(26) によって決定されるパレート最適点は、実は、 $N-1$ 個のパラメーター: $\hat{u}_2, \hat{u}_3, \dots, \hat{u}_N$ の値に依存して定まるのであり、その意味でこれらのパラメーターの関数であると解釈される。これらのパラメーターの値が効用可能性集合 U 上を動くとき、(26) によって定まる点 $(\bar{u}^1, \bar{u}^2, \dots, \bar{u}^N)$ の集合は、この便益配分問題におけるパレート最適フロンティアを形成する。このパレート最適フロンティア上で社会的厚生を最大ならしめる点を求めることを考えよう。社会的厚生を ψ で示し、これをすべての消費者の効用 u^i の関数として表現すれば、

$$\psi = \psi(u^1, u^2, \dots, u^N), (u^1, \dots, u^N) \in U \quad (28)$$

のように書くことができる。 ψ は、 N 個の変数の微分可能な凹関数であると仮定する。また、

$$\psi_i \equiv \frac{\partial \psi}{\partial u^i} > 0 \quad (i = 1, \dots, N) \quad (29)$$

であるとしよう。

社会的厚生を最大ならしめるための 1 階の条件は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial \hat{u}^i} &= \frac{\partial \psi}{\partial u^1} \frac{\partial u^1}{\partial \hat{u}^i} + \frac{\partial \psi}{\partial \hat{u}^i} \\ &= \psi_1(-\lambda_i) + \psi_i = 0 \quad (i = 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (30)$$

ここで、 λ_i はすでに (26) で使われているラグランジュ乗数である。(26) の前半の関係から、

$$\frac{\mu F_j}{u_j^1} \psi_1 + \psi_i = 0$$

であり、 $u_j^i = -\mu F_j$ に注意すれば、

$$\begin{aligned} \psi_i u_j^i - \psi_1 u_j^1 &= 0 \quad (i=2, \dots, N), \\ &\quad (j = 1, \dots, n) \end{aligned} \quad (31)$$

である。 $j=1$ とすれば (31) は、

$$\psi_i u_1^i - \psi_1 u_1^1 = 0 \quad (i = 2, \dots, N) \quad (32)$$

となるが、逆に、(32) が成立すれば (31) が成り立つことがわかる。これは、(32) に F_j/F_1 を乗じ、(26) の前半の関係に注意することによってたしかめられる。

以上のことからパレート最適性条件と最大社会的厚生を条件をまとめて示せば、それぞれ (33) と (34) のようになる。(33) は、(26) からラグランジュ乗数を消去し、制約式を加えたものである。これからわかるように (33) と (34) は、いわば 2 重の条件を構成しているが、著しい特徴として注目されるのは、(33) と (34) がそれぞれ自己充足的な連立方程式となっていることである¹¹⁾。

10) $V_{n+j} \equiv 1$ であるとすれば、つまりすべての公共施設をそのまま公共サービスとみなしてよければ、(27) はサミュエルソンの条件そのものである。

11) (33) の方程式と未知数の数は、それぞれ $nN+m$ 個であり、(34) のそれらは、それぞれ $(n+1)N+m-1$ 個である。

$$\begin{aligned}
 & \frac{u_j^i}{u_1^i} = \frac{F_j}{F_1} \quad (i=1, \dots, N), (j=2, \dots, n) \quad (a) \\
 & \frac{1}{V'_{n+j}} \frac{F_{n+j}}{F_1} = \sum_{i=1}^N \frac{u_{n+j}^i}{u_1^i} \quad (j=1, \dots, m) \quad (b) \\
 & u^i(x_1^i, \dots, x_n^i; V_{n+1}(x_{n+1}), \dots, V_{n+m}(x_{n+m})) - \hat{u}^i = 0 \quad (i=2, \dots, N) \quad (c) \\
 & F\left(\sum_{i=1}^N x_1^i, \dots, \sum_{i=1}^N x_n^i; x_{n+1}, \dots, x_{n+m}\right) = 0 \quad (d) \\
 & \psi_i u_1^i - \psi_1 u_1^i = 0 \quad (i=2, \dots, N). \quad (e)
 \end{aligned}
 \tag{33}$$

私的財が存在せず、すべての財貨・サービスが公共サービスに含まれるような特殊な場合、つまり $n=0$ である場合¹²⁾ は、以上の説明はどのような変更をうけるであろうか。このときは、(33)、(34) のようなかたちの最適条件を述べることはできない。結論を述べれば、2つの場合が区別されることになる。それらは、 $m \geq N$ の場合と $m < N$ の場合である。前者においてはパレート最適条件からラグランジュ乗数 λ_i, μ を消去することができるが、後者においてはそれが不可能である。しかし最大社会的厚生条件は、ラグランジュ乗数を含まないかたちで、

$$\begin{aligned}
 & \frac{V'_{n+j} \sum_{i=1}^N \psi_i u_{n+j}^i}{V'_{n+1} \sum_{i=1}^N \psi_i u_{n+1}^i} = \frac{F_{n+j}}{F_{n+1}} \quad (j=2, \dots, m) \\
 & u^i - \hat{u}^i = 0 \quad (i=2, \dots, N) \\
 & F = 0
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

と書くことができる。(35) は、 $m+N-1$ 個の式と変数を含んでいるという意味で自己充足的である。

4. 擬市場均衡とその性質

利潤と効用の最大化

私的財と公共サービスの市場均衡をとり扱う

準備として、主体の分権的行動としての利潤最大化と効用最大化の条件を導びかねばならない。ここで想定されている経済循環機構は、表—2 (78ページ) に表示されているものであることはいうまでもない。したがって利潤最大化においては、統合された生産技術が、また消費者による効用最大化においては各人の収支均等が、それぞれ制約条件になる。直接的便益配分問題 ([A] または [A']) の説明におけると同様に、目的関数の単調性と内点解 (実行可能領域での) の仮定などを考慮することによって、ここでの問題と解の条件を簡単なかたちで示すことにする。利潤最大化問題 (問題 [B] という) と効用最大化問題 (問題 [C] という) は、それぞれ次のように示される。

問題 [B]

$$\text{「Maximize } M = \sum_{i=1}^{n+m} p_i x_i$$

subject to:

$$F(x_1, \dots, x_n; x_{n+1}, \dots, x_{n+m}) = 0$$

問題 [C]

$$\text{「Maximize } [u^i = u^i(x_1^i, \dots, x_n^i;$$

$$y_{n+1}, \dots, y_{n+m})$$

subject to:

$$\sum_{j=1}^n p_j x_j^i + \sum_{j=1}^m p_{n+j}^i y_{n+j}^i + T^i = L^i$$

$$(i=1, \dots, N)$$

問題 [B] と問題 [C] にたいする1階の条

12) この場合は、本源的生産要素すらもが公共サービスに含まれることになる。

件は、それぞれラグランジュ乗数 α, β^i をもちいて

$$p_i + \alpha F_i = 0 \quad (i = 1, \dots, n+m) \quad (36)$$

$$\left. \begin{aligned} u_j^i + \beta^i p_j &= 0 \quad (i = 1, \dots, N), \\ &\quad (j = 1, \dots, n) \quad (a) \\ u_{n+j}^i + \beta^i p_{n+j}^i &= 0 \quad (i = 1, \dots, N), \\ &\quad (j = 1, \dots, m) \quad (b) \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

と書くことができる。(36) と (37) は、制約式と組み合わせて均衡条件というかたちで示せば、それぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_i}{p_1} &= \frac{F_i}{F_1} \quad (i = 2, \dots, n+m) \quad (a) \\ F &= 0 \quad (b) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

および

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_j}{p_1} &= \frac{u_j^i}{u_1^i} \quad (i = 1, \dots, N), \\ &\quad (j = 2, \dots, n) \quad (a) \\ \frac{p_{n+j}^i}{p_1} &= \frac{u_{n+j}^i}{u_1^i} \quad (i = 1, \dots, N), \\ &\quad (j = 1, \dots, m) \quad (b) \\ \sum_{j=1}^n p_j x_j^i + \sum_{j=1}^m p_{n+j}^i y_{n+j}^i + T_i &= L_i \\ &\quad (i = 1, \dots, N) \quad (c) \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

と書かれる。ある数学的条件が満されるならば、(38) から $n+m$ 個の価格をパラメーターとする、私的財と公共施設: $x_1, \dots, x_n; x_{n+1}, \dots, x_{n+m}$ の供給関数がえられる。また同様にして (39) からは、消費者 i による私的財と公共サービス: $x_1^i, \dots, x_n^i; y_{n+1}, \dots, y_{n+m}$ の需要が、価格パラメーター: $p_1, \dots, p_n; p_{n+1}^i, \dots, p_{n+m}^i$ と所得 L^i 、租税 T^i の関数として導びかれることがわかる。

次にわれわれは、私的財、公共施設および公共サービスをすべて含む市場均衡の考察へとすすまねばならない。しかし一見してあきらかな

ように、(38) と (39) は需要関数と供給関数のかたちに書き改めてみるまでもなく、決定されるべき変数の数は関係式の数をはるかに超えている。公共サービスを含む擬市場均衡システムが完成されるためには、表—2 に含まれているさらにいくつかの定義式と関数関係が導入されることが必要となる。

公共サービスを含む擬市場均衡システム

表—2 に含まれる定義的關係とそれ以外にあらしく設定される関係を逐次とり上げてみよう。まず、

$$x_j = \sum_{i=1}^N x_j^i \quad (j = 1, \dots, N) \quad (40)$$

と

$$y_{n+j} = V_{n+j}(x_{n+j}) \quad (j = 1, \dots, m) \quad (41)$$

を確認することができる。次に、公共施設の利用から生じる余剰 R_i ($i = 1, \dots, m$) の大きさは、外生的に、ある水準のものとして与えられると考えることにする。公共施設と公共サービスにかんする収支均等は、

$$\begin{aligned} p_{n+j} x_{n+j} &= \left(\sum_{i=1}^N p_{n+j}^i \right) y_{n+j} + R_j \\ &\quad (j = 1, \dots, m) \end{aligned} \quad (42)$$

となる。また、生産活動からの利潤総額 M は、

$$M = \sum_{i=1}^{n+m} p_i x_i$$

であり、これに公共サービスの提供からの余剰を加えた額 (これを L で示す): $M + \sum_{i=1}^m R_i$ ($=L$) が、 N 人の消費者にたいして分配されることが考えられる。つまり、各消費者が利潤と公共サービス余剰の総額から受取る分配分 L^i は、この総額 L の既知の関数としてあらわされる。この関数は分配関数ともよぶべきものであるが、それは、

$$L^i = L^i(L) = L^i\left(\sum_{j=1}^{n+m} p_j x_j + \sum_{j=1}^m R_j\right) \\ (i=1, \dots, N) \quad (43)$$

と書くことができる。ただしこの分配関数は、次の性質を保つものであることが前提される。つまり、 $\sum_{i=1}^N L^i = L$ となることである。

(38), (39) に (40) から (43) までの式を付け加えてみれば、関係式の数は全部で $(n+m)N + 2n + 3m + N$ である。一方これらの関係式には、 x_i, x_j^i, y_i がそれぞれ $m+n, nN, m$ だけ含まれており、また p_i と p_j^i がそれぞれ $m+n, mN$ だけ含まれるために、これに N 個の L^i を加えてみれば、変数の総数は関係式の数に一致している。この場合、 $R_j (j=1, \dots, m)$ と $T^i (i=1, \dots, N)$ が外生的に与えられるパラメーターである。

ここで確認されるべきなのは、上記の関係式は、表一2のすべての勘定の収支均等を保証しているということである。つまり表一2の最後の勘定である所得再分配勘定 (D) の収支均等は、他のすべての勘定の収支均等から自動的に導びかれ、

$$\sum_{i=1}^m R_i + M + \sum_{i=1}^N T^i = \sum_{i=1}^N L^i \quad (44)$$

が成立するのである。さきに述べた分配関数 (43) の性質を考慮すれば、(44) から、

$$\sum_{i=1}^N T^i = 0$$

となることがわかる。これは、消費者の負担する定額税 $T^i (i=1, \dots, N)$ がしたがうべき制約条件であり、ある消費者について $T^i > 0$ であれば定額税であり、 $T^i < 0$ のときは定額補助金 (マイナスの定額税) をあらわすものと解釈されるのである。

パレート最適な便益配分と擬市場均衡の同値性

これまでに説明した、公共サービスを含む2つの最適配分システムの1つは、パレート最適な便益配分システム (33) であり、他は擬市場均衡システムであった。後者は、(38), (39), (40), (41), (42), およそ (43) によって表現されている。前者すなわち利用可能な便益の直接的なパレート最適配分システムを簡単に「システムA」とよぶことにする。これにたいして後者、すなわち公共サービスについて擬制された租税価格のもとでの市場均衡システムを「システムB」と名付ける。

本稿の主要な主題の1つは、システムAとシステムBの同値性を示すことである。この目的のために両システムの同値性を命題〔I〕と命題〔II〕のかたちで次に規定することにする。

命題〔I〕「ある資源賦与をもつ、 N 人の消費者からなる社会において、集計的生産技術 (F) と各消費者の効用関数 (u^i) が与えられた場合、システムAとシステムBは同一の効用可能性集合をもつ。」

命題〔II〕「社会的厚生関数 (28) が与えられるとき、効用可能性集合に含まれる、最大の社会的厚生を与える点は両システムにおいて等しい。」

命題〔I〕は以下のように証明される。まず、システムBの効用可能性集合が、システムAの効用可能性集合に含まれることを示す。そのためには $\sum_{i=1}^N T^i = 0$ なる条件を満たす任意のパラメーター $T^i (i=1, \dots, N)$ に対応するシステムBの解が、システムAの解でもあることをいえばよい。まず (38)(a) と (39)(a) から (33)(a) が成立することがわかる。(33)(d) は (38)(b) に (40) を代入したものである。(42) を x_{n+j} で

微分すれば、(41) に注意して、

$$p_{n+j} = \left(\sum_{i=1}^N p_{n+j}^i \right) V'_{n+j} \quad (j=1, \dots, m)$$

であるが、これに (39)(b) を代入してふたたび (38)(a) に注意すれば、(33)(b) が導びかれる。最後にシステム B の解をもちいてシステム A のパラメーターである (33)(c) の $\hat{u}^i$ の値が計算される。

逆に、システム A の効用可能性集合がシステム B のそれに含まれることは次のように示される。まず、パラメーター $\hat{u}^i$ ($i=2, \dots, N$) によって定まる (33) の関係式をもちいて、価格比： $(p_j/p_1) = (F_j/F_1)$ ($j=2, \dots, n+m$)、 $(p_{n+j}^i/p_1) = (u_{n+j}^i/u^i)$ ($i=1, \dots, N$)、($j=1, \dots, m$) を定めることができる。そこで、(33)(a) から (39)(a) の成立はあきらかである。次に (40)、(41) によって、 x_j と y_{n+j} を定義すれば、(38)(b) の関係がたしかめられる。次に、(42) を p_1 で割り、 $\bar{R}_j$ を

$$\bar{R}_j = \frac{R_j}{p_1} = \frac{p_{n+j}}{p_1} \cdot x_{n+j} - \sum_{i=1}^N \left(\frac{p_{n+j}^i}{p_1} \right) y_{n+j} \quad (j=1, \dots, m)$$

のように定義すれば、この値がすでに右辺によって決定されていることがわかる。そこで、所与の R_j にたいして $p_1 (= R_j/\bar{R}_j)$ が計算され、さらにすでに知られている価格比をもちいて、すべての p_{n+j} ($j=1, \dots, m$) と p_{n+j}^i ($i=1, \dots, N$)、($j=1, \dots, m$) が決定される。こうして (42) の成立が知られる。また、(43) から L^i ($i=1, \dots, N$) が求められ、(39)(c) によって T^i ($i=1, \dots, N$) が定まる。なお、 $L = \sum_{i=1}^N L_i = \sum_{j=1}^{n+m} p_j x_j + \sum_{j=1}^m R_j$ が成立すること（分配関数について前提された性質）に注意すれば、 $\sum_{i=1}^N T^i = 0$ が導びかれる。これで命題〔I〕の証明の

後半が終ったことになる。

システム B における効用可能性集合上で社会的厚生を最大ならしめる問題は、「Maximize $\psi = \psi(u^1, u^2, \dots, u^N)$, subject to: $\sum_{i=1}^N T^i = 0$ 」と書くことができる。この問題の解についての 1 階の条件を、ラグランジュ乗数をもちいて書けば、

$$\sum_{i=1}^N \psi_i \frac{\partial u^i}{\partial T^j} + r = 0 \quad (j=1, \dots, N) \quad (45)$$

となる。ところで消費者による効用最大化の問題（問題〔C〕）におけるラグランジュ乗数 β^i の性質から、

$$\frac{\partial u^i}{\partial T^j} = \delta_{ij} \beta^i \quad (i, j=1, \dots, N) \quad (46)$$

が成り立つ。ここで δ_{ij} はクロネッカーの δ である。さらに (37)(a) から $\beta^i = -(u_i^i/p_i)$ ($j=1, \dots, n$) となることを考慮すれば、(45)、(46) から、

$$\psi_1 u_j^1 = \psi_2 u_j^2 = \dots = \psi_N u_j^N \quad (j=1, \dots, n) \quad (47)$$

という関係が導びかれる。(47) から、

$$\psi_1 u_1^1 - \psi_i u_1^i = 0 \quad (i=2, \dots, N) \quad (48)$$

がわかるが、さきに注意したように (83 ページ) (47) と (48) は、実は同値である。こうして (34)(e) が導びかれ、命題〔II〕が証明されたことになる。

む す び

直接的な便益配分におけるパレート最適性と社会的厚生を最大化が、擬市場をつうじての均衡というかたちでもまた達成される、という命題が、以上の考察によってかなり一般性のあるモデルをもちいて証明された。この擬市場均衡

問題全体をつうじて本稿で未検討のままに残された事項がいくつかあるが、そのうちもっとも重要とおもわれるのは、公共サービスの提供方式を私的提供に限定しているという点である。公共的提供方式、あるいは私的提供と公共的提供の併用方式を採用する場合は、分析の結果はかなり異なるものになるであろう。最後に、本稿の説明への補足として3点をとり上げておく。

(1) 本稿では生産関数と効用関数について $F_i > 0, u_i^j > 0$ を前提したために、価格はすべて正值をとることとなった。しかしここでのモデルをはなれていえば、擬租税価格 p_i^j は、ゼロまたは負になりうると考える方がより適切である。もし、消費者 i が、ある純粋公共サービス y_{n+j} にたいしてマイナスの選好をもつとすれば、それにもかかわらずその個人に他のすべての消費者と同量の y_{n+j} を購入させるためには、 $p_{n+i}^j < 0$ となることが必要であろう。この場合 p_{n+i}^j は、マイナスの擬租税価格すなわち擬補助金価格であると解釈される¹³⁾。

(2) 本稿における公共サービス・モデルの要点の1つは、公共施設からの公共サービスの発生を独立のプロセスとしてとり扱ったことである。しかしこの独立のプロセスが、技術的生産活動と比較してどのような特徴をもつものであるか、が不明確なまま議論がすすめられた。この不明確さは、この勘定のバランス項目である R_j (余剰) を外生的パラメーターと考えたことに端的にあらわれている。この $R_j (j=1, \dots, m)$ の解釈と取り扱いについては、2つの択一の方法が考えられるであろう。その1つは、 R_j を制度的、あるいは政策的パラメーターと

して考え、それを外生的に決定しようとするものである。他の方法は、 R_j を、技術的生産関数や効用関数に含まれる変数の、なんらかの関数であるとみることによって、これをモデルの内生変数に転化させることの妥当性を検討することである。なお、本稿において $V_{n+j}(x_{n+j}) \equiv x_{n+j}$, $R_j = 0 (j=1, \dots, m)$ とすれば、通常の公共財モデルの設定に一致することになる。

(3) 本稿の説明では、擬市場均衡を決定する $N-1$ 個のパラメーター T^i は、 $\sum_{i=1}^N T^i = 0$ を満たさねばならない。これは、私的提供方式を採用する以上除くことができない制約である。もし、公共的提供を前提するならば、 $p_{n+i}^j = \dots = p_{n+j}^N = p_{n+j}$ となり、制約条件は $\sum_{i=1}^N T^i = \sum_{j=1}^m p_{n+j} y_{n+j}$ となる。しかもこの場合も本稿の結果は大きな変更をうけないであろう。

参考文献

- [1] Atkinson, A. B. and J. E. Stiglitz, *Lectures on Public Economics*, 1980.
- [2] Johansen, L., "Some Notes on the Lindahl Theory of Determination of Public Expenditure", *International Economic Review*, Vol. 4, No. 3, 1963.
- [3] Lindahl, E., "Just Taxation—A Positive Solution", Musgrave, R. A. and A. T. Peacock (eds.), *Classics in the Theory of Public Finance*, 1958.
- [4] Oakland, W. H., "Congestion, Public Goods and Welfare", *Journal of Public Economics*, I, 1972.
- [5] Samuelson, P. A., "The Pure Theory of Public Expenditure", *The Review of Economics and Statistics*, Nov. (Vol. 36), 1954.
- [6] —, "Diagrammatic Exposition of a Theory of Public of Expenditure", *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 37, 1955.
- [7] —, "Aspects of Public Expenditure

13) サミュエルソン [8], p. 104, footnote 1 参照。

- Theories", *The Review of Economics and Statistics*, Nov. (Vol. 40), 1958.
- [8] —, "Pure Theory of Public Expenditure and Taxation", Margolis, J. and H. Guitton (eds.), *Public Economics*, 1969.
- [9] Buchanan, J. M., "An Economic Theory of Clubs", *Economica*, 32, 1965.