

外圧を受けるリング補強円筒殻の座屈・最終強度に関する研究

塩満, 大祐

<https://hdl.handle.net/2324/4475065>

出版情報 : Kyushu University, 2020, 博士 (工学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :



外圧を受けるリング補強円筒殻の
座屈・最終強度に関する研究

令和2年12月

塩 満 大 祐

目次

第 1 章	緒論	1
1.1	緒言	1
1.2	従来研究の概要	2
1.2.1	弾性座屈強度に関する従来研究	2
1.2.2	最終強度に関する従来研究	3
1.3	座屈・塑性崩壊挙動の概要と研究遂行の方針	4
1.4	本研究の目的と構成	6
第 2 章	座屈前応力推定	8
2.1	緒言	8
2.2	胴板の応力推定式	9
2.3	補強リングの応力推定式	11
2.3.1	ウェブの応力推定式	11
2.3.2	フランジの応力推定式	14
2.3.3	単位周長あたりの一様線荷重 F_1 と F_2 の定式化	14
2.4	推定結果と有限要素解析結果の比較	15
2.4.1	有限要素解析モデル	15
2.4.2	境界条件と荷重条件	16
2.4.3	精度検証	16
2.5	結論	19
第 3 章	弾性局部座屈強度推定	20
3.1	緒言	20
3.2	弾性局部座屈強度推定式	20
3.2.2	曲り梁モデル (Curved Beam Model)	21
3.2.3	板モデル (Full Shell Model)	28
3.3	推定結果と有限要素解析結果の比較	33
3.3.1	有限要素解析から得られる弾性座屈モード	34
3.3.2	精度検証	36
3.3.3	ウェブに作用する応力影響	47
3.4	結論	49
第 4 章	弾性全体座屈強度推定	50
4.1	緒言	50
4.2	弾性全体座屈強度推定式	50

4.2.1 定式化	50
4.2.2 曲り梁効果の影響	54
4.2.3 せん断変形の影響	56
4.3 推定結果と有限要素解析結果の比較	57
4.3.1 有限要素解析モデル	57
4.3.2 境界条件と荷重条件	58
4.3.3 精度検証	59
4.4 結論	62
第5章 局部座屈を伴う最終強度推定	63
5.1 緒言	63
5.2 解析対象	63
5.2.1 有限要素解析モデル	63
5.2.2 初期たわみ	64
5.3 局部座屈を伴う崩壊挙動と最終強度	66
5.3.1 初期たわみの影響	66
5.3.2 崩壊挙動	70
5.3.3 崩壊モードの分類	76
5.4 局部座屈最終強度推定式	82
5.4.1 細長比	82
5.4.2 最終強度推定	83
5.4.3 細長比で FEA 結果を整理できる場合とできない場合の区分	86
5.5 精度検証	88
5.5.1 有限要素解析結果との比較	88
5.5.2 初期たわみの大きさの影響	90
5.6 結論	92
第6章 全体座屈を伴う最終強度推定	94
6.1 緒言	94
6.2 解析対象	94
6.2.1 有限要素解析モデル	94
6.2.2 初期たわみ	95
6.3 全体座屈を伴う崩壊挙動と最終強度	96
6.3.1 初期たわみの影響	96
6.3.2 崩壊挙動	102
6.3.3 隔壁の影響	105
6.4 全体座屈最終強度推定式	107
6.4.1 細長比	107

6.4.2 最終強度推定	109
6.5 精度検証	112
6.5.1 有限要素解析結果との比較	112
6.5.2 圧壊試験との比較	112
6.6 結論	116
第 7 章 総括	118
付録 A 弾性局部座屈強度推定式の各係数	122
付録 B 弾性全体座屈強度推定式の各係数	135
謝辞	137
参考文献	138

第1章 緒論

1.1 緒言

海中で活動する潜水調査船は、リング補強円筒殻を主船殻構造としている。そのため、高圧環境に耐えうる構造が必要であり、特に、座屈・最終強度を精度よく推定しなければならない。それらを推定するために、多くの場合、有限要素法（以降、FEM と表記）による数値計算が行われるが、計算機的能力が向上した今日でさえ、モデル作成から計算まで多大な労力を必要とする。そのため、強度推定できるリング補強円筒殻の寸法数は限られ、より合理的な構造様式を探索することを困難にしている。そこで、効率よく強度推定するための設計式がこれまでに開発されており、設計初期段階に用いられる。

ところで、リング補強円筒殻の弾性域における座屈モードは、次の4つに分けることができる。(1) 胴板座屈：補強リング間の胴板の座屈。(2) 補強リングの横倒れ座屈。(3) 全体座屈：リング補強円筒殻の全長にわたって発生する座屈。(4) 補強リングのウェブやフランジの局部座屈。座屈・塑性崩壊挙動の詳細については、1.3 節で述べるが、(4)の発生は規格外に大きな補強リングを用いた場合に限られることから、本研究では、(1)～(3)のモードに焦点を当てる。また、本研究では、(1)と(2)をまとめて局部座屈と呼ぶ。通常の構造設計では、胴板座屈が他の座屈モードより先行して発生するように各種寸法が決定され、特に、構造全域が崩壊してしまう全体座屈強度が、補強リングの横倒れ座屈を含めた局部座屈よりも小さくなることは許容されない。このように、各座屈モードの座屈強度を精度よく推定し、その大小関係を調べることも重要となる。

一般的に補強リングの配置方法には2種類あり、胴板の内側に配置した内リング補強方式と外側に配置した外リング補強方式であるが、これらの方式に完全に対応した座屈強度ならびに最終強度推定式は、今現在、開発されていない。また、補強リングの横倒れ座屈に関する従来式は、周方向座屈波数が小さく、長い波長で横倒れが起こる場合に、非安全側に強度を大きく推定し、座屈波数が0となる場合（袖を捲るように補強リングが倒れる）は、推定することができない。加えて、全体座屈に関する従来式は、外リング補強方式に完全に対応できておらず、推定精度に問題を有する。一方で、弾塑性域におけるリング補強円筒殻の最終強度・崩壊挙動に関して、詳細に調査・分類した例は無く、開発されている最終強度推定式の多くは、崩壊モードの違いを考慮しておらず、結果的に十分な推定精度を確保できていない状況にある。したがって、崩壊モードを特定し、それに応じた推定式の開発が必要となる。

本章では、各座屈モードに対する従来式の紹介と過去に実施されてきた圧壊試験と数値計算を紹介する。また、本研究の内容を踏まえた座屈・塑性崩壊挙動の概要を説明し、本研

究の流れを確認する．そして，最後に本研究の目的と構成について述べる．

1.2 従来研究の概要

1.2.1 弾性座屈強度に関する従来研究

1.1 節で述べた各座屈モードに対する座屈・最終強度推定のために，これまでに数多くの設計式が開発されている．本項では，弾性座屈強度に対する従来式を紹介する．

(1) 胴板座屈

これまでに数多く弾性域における胴板座屈強度推定式が開発されている．Bryan [1]は，側圧（シェル外圧）のみが作用する十分に長い円筒殻の強度推定式を提案した．一方で，Southwell [2]と von Mises [3]は，側圧のみが作用する短い円筒殻の推定式を提案した．von Mises [4]と Tokugawa [5]は，側圧だけでなく軸圧も考慮した推定式を，ほぼ同時に導出した．今日でも，それらの推定式は，潜水調査船等の初期構造設計で一般的に使用されている．Reynolds [6]は，リング補強円筒殻に対して補強リングによる胴板の変形抑制を考慮して解析し，実験値とよく一致する結果を得た．和泉ら [7]は，Det Norske Veritas AS [8]による補強リングが存在するときの胴板の周方向応力の式を，Timoshenko ら [9]によって提案された無補強円筒殻の座屈強度推定式に組み込むことにより，リング補強円筒殻の胴板座屈強度推定式を提案した．

(2) 補強リングの横倒れ座屈

補強リングの横倒れ座屈強度推定式に関する研究数は，胴板座屈強度推定式と比較して非常に限られる．Kennard [10]は，胴板と補強リングの接合位置で固定条件を想定した場合の横倒れ座屈強度推定式を提案した．Faulkner [11]は，エネルギー法に基づき推定式を導出し，胴板による補強リングの回転抑制の効果を含んだばね定数を使用することを提案した．この式は，初期設計段階でよく使用されている．Morandi ら [12]は，Adamchack [13]によって提案された真直ぐな防撓パネルの補強材の横倒れ座屈強度推定式に基づき，ウェブの変形を含む推定式を提案した．この式には，Faulkner [11]によって提案された上記のばね定数も含まれている．和泉ら [7]は，リング補強円筒殻を平らな補強パネルと見なし，胴板とウェブの曲げ剛性をばねとしてモデル化することにより，横倒れ座屈強度の簡易推定式を提案した．この式には，外圧と胴板座屈強度の比率に応じて胴板の曲げ剛性が直線的に減少するという仮定を使用することで，胴板座屈と横倒れ座屈の相互影響効果も含まれている．

(3) 全体座屈

弾性域における全体座屈強度に対して，代表的な推定式として挙げられるのが Tokugawa [5]の式である．Tokugawa [5]は，座屈強度に対する胴板の寄与分と補強リングの寄与分をそ

れぞれ求め、それらの合計を全体座屈強度とする分離剛性の考え方を発表している。Tokugawa [5]の式とほぼ一致した推定式を Bryant [14]が提案しており、この式が初期設計段階で主に用いられている。また、その他の解析解として Flugge [15], Sandan [16], Bijlaard [17], 山本 [19], Kendrick [18], 大坪ら [20]の研究が挙げられる。中でも、Kendrick [18]の研究に基づいた大坪ら [20]の研究について説明すると、この研究では、エネルギー法に基づき全体座屈強度に関する解析解を導出しているが、仮定する変位関数として、全体座屈モードに加え、胴板に発生する局部変形モードも考慮することで全体座屈強度推定式を導出している。また、吉川ら [21]は、有効幅の精度に着目し、新たな有効幅推定式を提案し、Bryant [14]の式を改良した推定式を提案している。

1.2.2 最終強度に関する従来研究

リング補強円筒殻の最終強度に関する研究も数多く存在し、圧壊試験や数値計算を通して、最終強度に影響を与える様々な因子に関する調査や、得られた結果に基づく強度推定式の開発が行われている。本項では、寸法以外で最終強度に最も大きな影響を与える初期不整（初期たわみや残留応力）影響および、最終強度推定に関する従来研究の概要を説明する。

(1) 初期不整

リング補強円筒殻は、初期たわみの影響を大きく受けることが一般的に知られている。したがって、この影響に関する従来研究は、数多く存在する。最終強度解析のために、初期たわみ形状を仮定する方法には大きく分けて3種類がある。一つ目に、試験体の測定値に基づく初期たわみをそのまま用いる方法（Graham [22], MacKey ら [23] [24], Cho ら [25], Luo ら [26]）、二つ目に、弾性座屈固有値解析から得られた座屈モードを使用する方法（Luo ら [26], Muttaqie ら [27]）、三つ目に、単純な式で弾性座屈モードを仮定する方法（Guggenberger [28], Barlag ら [29], 吉川ら [30]）である。その中でも、Luo ら [26]は、胴板座屈を示す1次弾性座屈モードのみに基づく初期たわみと、3次または5次までの座屈モードの重ね合わせに基づく初期たわみを考慮し、含まれるモード数の影響を調査した。結果として、座屈モードの重ね合わせにより、最終強度後の挙動は変化した。最終強度自体は変化しないとしている。Bushnell [31] [32]は、痩せ馬モードでの初期たわみを使用して解析を実施した。痩せ馬モードは、補強リングをすみ肉溶接によって取り付ける際に生成される初期たわみの現実的な形状である。結果として、痩せ馬モードは、外リング補強方式よりも、内リング補強方式の崩壊挙動に、より悪影響を与えることを示した。ただし、最終強度にどの程度影響するかは定量的に評価していない。Cerik ら [33]は、半径の0.5%の大きさに1次弾性座屈モードを初期たわみ形状とすることで最終強度解析を実施している。Mattaqie [27]も同様に、弾性座屈モードの初期たわみを用いて最終強度解析を行っており、特に全体座屈に対しては、1次の全体座屈モードのみならず胴板の局部座屈モードも加えることで、実験から得られる崩壊モードと一致するということを指摘している。なお、溶接構造の压力容器に関する

規格である PD 5500 [34]では、初期たわみの大きさについて、胴板平均半径の 0.5%未満となるようにリング補強円筒殻を建造する必要があることを規定している。

残留応力は、最終強度を低下させる効果があることが一般的に知られている。リング補強円筒殻は、胴板を冷間曲げで円筒形状にし、その胴板に補強リングを取り付ける際に隅肉溶接を実施する。例えば、Faulkner [35]は、胴板の冷間曲げによって生じる残留応力が、全体座屈強度を大きく低下させることを指摘している。しかしながら、現実の潜水調査船等では、潜水を繰り返すことで繰り返し荷重が作用し、残留応力の影響が少なくなると考えられ、より実用的・実地的な最終強度推定式の開発を目指している本研究では、残留応力の影響は考慮しない。

(2) 最終強度推定

外圧を受けるリング補強円筒殻の圧壊試験や数値計算を実施し、最終強度を評価する研究は数多く実施されている（寺田ら [36], Bushnell [31], Miller ら [36], 横田ら [40], Yamamoto ら [37], 森鼻ら [38], Frieze [39], Graham [22], MacKey ら [24], Cerik ら [33], Cho ら [25], Muttaqie ら [27]）。また、最終強度を推定するためのいくつかの設計コードも存在する（PD 5500 [34], DNV-GL [42], ABS [43], および API [44]）。Price [45]と Temme [46]は、設計コードと圧壊試験から得られた最終強度を比較することによって精度検証を行った。ところで、高精度な最終強度推定式の開発のためには、リング補強円筒殻の崩壊挙動の詳細を解明する必要があるものの、既存の研究では、これが十分に行われているものは少ない。このため、十分な精度を持った最終強度推定式の提案はあまり行われていない。そのような状況の中、Cho ら [47]は、降伏強度と胴板座屈強度に基づいた最終強度推定式を提案している。この式の特徴の 1 つとして、試験結果との誤差を修正するために、ノックダウン係数と名付けられたパラメータを用いることが挙げられる。さらに、Cho ら [48]は、降伏強度と各座屈強度（胴板座屈、補強リングの横倒れ座屈、および全体座屈）に基づいた最終強度推定式を提案した。過去に実施された多くの圧壊試験から得られた最終強度と比較して、その式は、上記の設計コードよりも正確であることが確認されている。ただし推定式には、理論的な背景の乏しい上記のノックダウン係数が含まれており、ノックダウン係数を検討した範囲以外では使用できない。

1.3 座屈・塑性崩壊挙動の概要と研究遂行の方針

比較的薄板の胴板を持つリング補強円筒殻が外圧を受ける場合、Fig. 1.1 に示すような胴板座屈を生じる。このとき、多くの場合で、胴板の座屈変形に追従する形で補強リングにも横倒れ変形が生じる。補強材の高さが大きくなると、Fig. 1.1 に示す横倒れ座屈が生じる。Fig. 1.1 では胴板の変形はほとんど見られないものの、胴板座屈の場合とは逆に、補強リングの座屈変形に追従する胴板変形が見られる場合もあり、基本的に両座屈モードは連成す

ると考えて良い。また、胴板座屈、横倒れ座屈ともに補強リングの半径方向変形は、ほぼ見られない。一方、比較的低い補強リングを有する場合には、Fig. 1.1 に示すように補強リングが半径方向に変形する全体座屈が生じる。この場合、胴板が薄板であれば、胴板にも局所変形が生じることもあるが、その変形は、胴板座屈のような正弦波が連なるようなモードとは異なる。また、横倒れ変形が顕著に見られることもないことから、全体座屈モードに関しては、他のモードとの連成を考える必要もなく、単体での検討で十分と言える。さらに、補強リングのウェブやフランジの局部座屈は、規格外に大きな補強リングを取り付けない限り、横倒れ座屈が先行するため生じ得ない。これらのことから、本研究では、補強リングの半径方向変形を無視し、胴板と補強リングの座屈変形の連成を考慮した局部座屈と、補強リングが半径方向に座屈変形する全体座屈の 2 つを、それぞれ独立に検討する。これらのうち、どちらかのモードが生じるかについては、強度が低い方が生じると考えれば良い。つまり、強度推定の際には、両モードの強度推定式を導出して、推定式から計算される強度が低い方が生じるとする。

なお、局部座屈モードと全体座屈モードを分けて検討することで、全体座屈については、複数の補強リングを含むリング補強円筒殻全体をモデル化する必要があるものの、局部座屈では Fig. 1.1 に示すように、補強リング間長を L とすれば $L/2 + L + L/2$ の範囲のモデル化で十分となる。

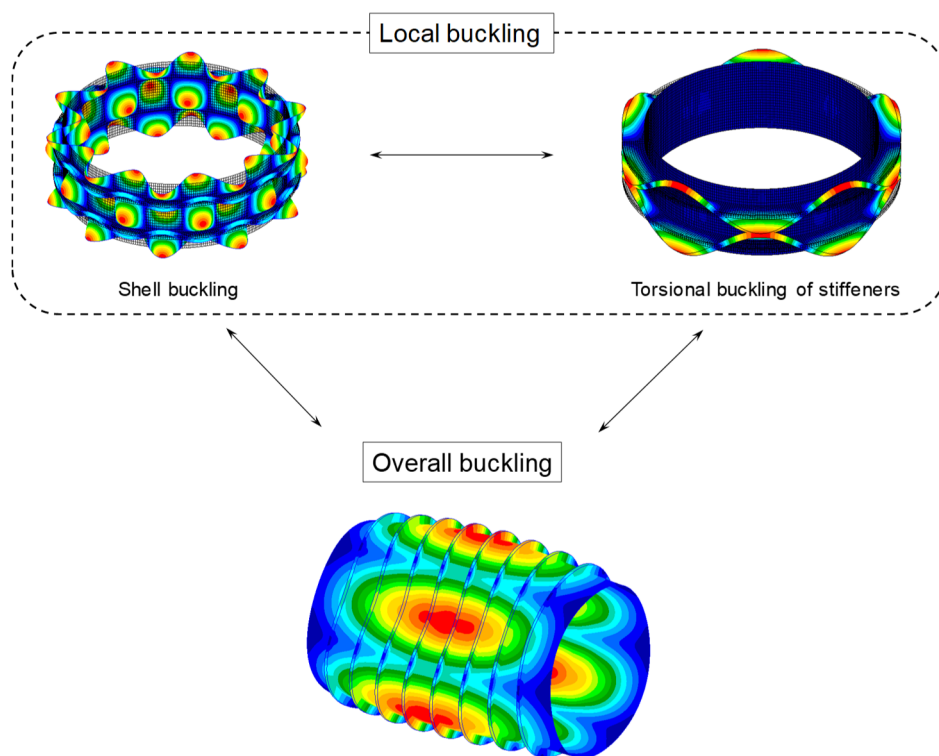


Fig. 1.1 Relationship between local buckling and overall buckling.

1.4 本研究の目的と構成

本研究では、外圧を受けるリング補強円筒殻の座屈・最終強度推定式を開発することを目的とする。そのため、初めに外圧作用下のリング補強円筒殻の座屈前応力推定式を提案する。そして、その応力推定式を用いて、局部座屈強度推定式と全体座屈強度推定式を開発する。最後に、その座屈強度推定式を用いて、最終強度推定式を提案する。本研究の構成は以下の通りである。

第1章では、本研究の背景について述べた。1.2節では、従来研究の概要について、座屈強度推定式および圧壊試験・数値計算に分けて述べた。1.3節では、座屈・塑性崩壊挙動の概要について触れ、局部座屈と全体座屈の2種類に分けることで本研究を実施することを説明した。1.4節では、本研究の目的と構成について述べる。

外圧を受ける円筒殻は、外圧によって半径を小さくするとともに周方向に圧縮応力が発生し、これが座屈を生じさせる主要因となる。そこで、第2章では、リング補強円筒殻の座屈前応力推定式の導出方法を示す。2.2節では、胴板位置における応力推定式を導出する。2.3節では、補強リングにおける応力推定式を導出する。2.4節では、導出した推定式の精度を検証するために、有限要素解析（以降、FEAと表記）を実施し、その結果と推定値を比較することで確認する。

第3章では、弾性局部座屈強度推定式の導出方法を示す。3.2節では、2つのアプローチから推定式を導出するが、その具体的な導出方法について説明する。それぞれ、フランジを曲り梁と仮定し、胴板とウェブをばねとみなすことで力のつり合いから式を導出する曲り梁モデル（Curved Beam Model または CBM）と、胴板とウェブを板と仮定し、エネルギー法を用いて、より厳密な推定式を導出する板モデル（Full Shell Model または FSM）を適用する。どちらのアプローチにおいても第2章で導出した応力推定式を用いる。3.3節では、FEMによる弾性座屈固有値解析を実施し、その結果と推定値を比較することで提案式の精度を検証した。

第4章では、弾性全体座屈強度推定式の導出方法を示す。4.2節では、具体的な導出方法について述べる。エネルギー法に基づいて推定式を導出することとし、曲り梁効果とウェブの面内せん断変形の影響を断面2次モーメントに考慮する方法を提案する。4.3節では、弾性座屈固有値解析を実施し、その結果と推定値を比較することで提案式の精度を検証した。

第5章では、局部座屈を伴う場合の崩壊挙動の解明と最終強度推定式の導出方法を示す。5.2節では、本章で実施する最終強度解析で用いる解析モデル、境界条件および荷重条件の説明と、仮定する初期たわみについて述べる。5.3節では、最終強度に大きな影響を与える初期たわみに関して、弾性座屈モードと現実的な痩せ馬モードを考え、最終強度に与える影響を説明する。また、最終強度解析から得られた崩壊挙動を分析することによって、より詳細な崩壊モードを特定・分類する。5.4節では、3.2節で提案した局部座屈強度推定式を用いることで新たな細長比を定義する。そして、その細長比を用いることで最終強度を整理し、

局部座屈に対する最終強度推定式を導出する．5.5 節では，導出した最終強度推定式の精度を検証する．

第 6 章では，全体座屈を伴う場合の最終強度推定式の導出方法を示す．6.2 節では，本章で実施する最終強度解析で用いる解析モデル，境界条件および荷重条件，および仮定する初期たわみについて述べる．6.3 節では，全体座屈モードの初期たわみとこれに局部座屈モードを組み合わせた場合の最終強度について説明する．加えて，組み合わせた初期たわみを用いて，リング補強円筒殻の全長が変化する場合の崩壊挙動の変化について述べる．最後に，隔壁の存在による最終強度の変化について調査した結果を示す．6.4 節では，4.2 節で提案した全体座屈強度推定式を用いることで新たな細長比を定義する．そして，その細長比を用いることで最終強度を整理し，全体座屈に対する最終強度推定式を導出する．加えて，5.4 節で導出した局部座屈に対する最終強度推定式と，本章で導出した全体座屈に対する最終強度推定式の選択方法を提案し，すべての崩壊モードに対する最終強度の推定方法を説明する．6.5 節では，本研究で提案した，いずれのモードに対しても適用可能な最終強度推定手法の精度について，FEA 結果ならびに従来研究で実施された圧壊試験結果と比較することによって検証する．

第 7 章では，本研究におけるすべての研究結果を総括する．

なお最後に，本研究におけるリング補強円筒殻の寸法定義を Fig. 1.2 に示す．

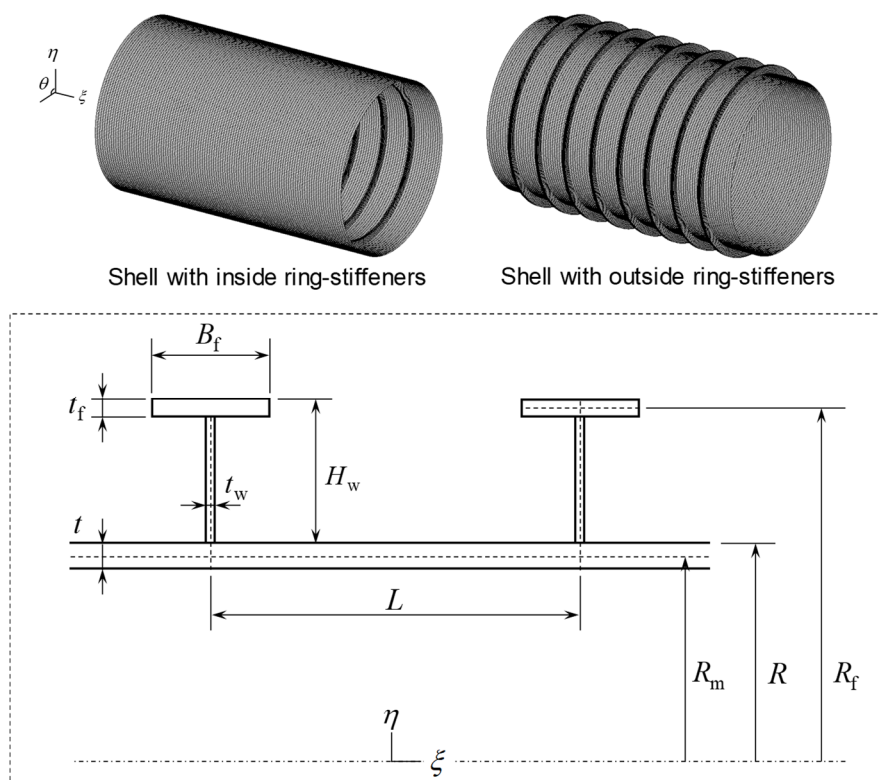


Fig. 1.2 Graphical notation for shell with outside ring-stiffeners.

第2章 座屈前応力推定

2.1 緒言

外圧 P を受けるリング補強円筒殻の座屈前変形時の応力推定式を導出する．胴板および補強リングの各応力推定式を導出し，後述する弾性座屈強度推定式および降伏強度推定に用いる．このとき，内外リング補強方式のどちらにも対応できるように定式化する．具体的な導出の流れとしては，初めに，外圧を受ける座屈変形前の内外リング補強円筒殻を胴板，ウェブおよびフランジに分解して考え，側圧および軸圧作用下での胴板単独の半径方向変位を求めた後，それぞれの変位を接合位置で適合させるために，Fig. 2.1 に示す内力 F_1 と F_2 を作用させることを考える．ここで， F_1 と F_2 は一様線荷重であり，Fig. 2.1 は内リング補強方式の場合を例として示している．すなわち， F_1 を考慮した胴板の半径方向変位と周方向応力を求めた後， F_1 と F_2 が作用するウェブと F_2 が作用するフランジに生じる半径方向変位と周方向応力を求める．そして，胴板とウェブ，およびウェブとフランジそれぞれの接合位置における半径方向変位の連続性より F_1 と F_2 を求める．ここで，本章では，無限長のリング補強円筒殻を想定し，端部の隔壁に作用する圧力分の軸力 N_{x0} が作用すると仮定する．

ところで，既存の周方向応力推定式として，例えば，Det Norske Veritas AS [8]の推定式などがあるが，この算式では内外リング補強方式の違いに対応していない．そのため，新たな推定式を導出する必要がある．導出した推定式の精度を示すため，胴板と補強リングの接合位置，胴板の補強リング間中央位置（スパン中央）およびフランジにおける周方向応力推定値と FEA 結果との比較を 2.4.3 項にて示す．

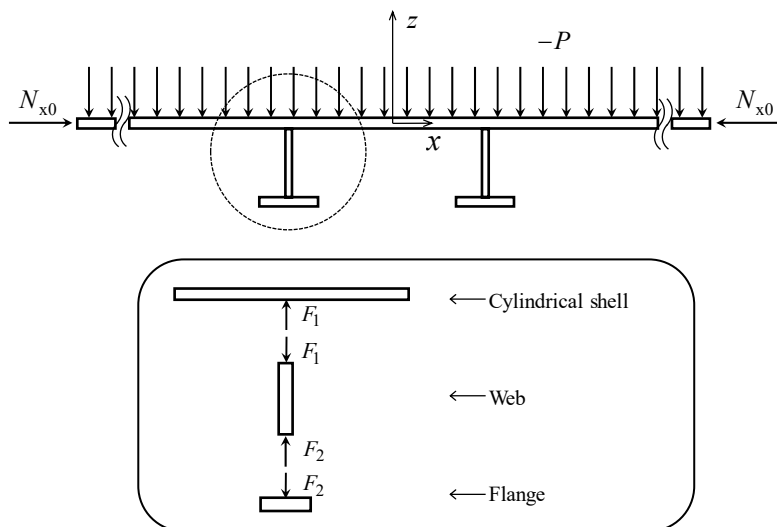


Fig. 2.1 Inside ring-stiffened cylindrical shell under external pressure.

2.2 胴板の応力推定式

本節では、胴板位置における応力推定式の導出について説明する．ここで、応力推定式導出にあたり、引張りを正とし、また、±または±は、上部の記号が外リング補強方式、下部の記号が内リング補強方式を表す．

Fig. 2.1 の状態における胴板の周方向応力推定式を導出するため、まず、半径方向の力のつり合い式を考える．胴板における力のつり合い式は、式 (2.1) のように表すことができる [49]．ただし、たたわみ項は無視しており、また、外圧が胴板の板厚中央ではなく外表面に作用することを考慮した補正を行っている．

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4\beta^4 w = -\frac{P}{D_s} \left[\left(\frac{R}{R_m} \right) - \frac{\nu}{2} \left(\frac{R}{R_m} \right)^2 \right], \quad (2.1)$$

ここで、

$$D_s = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)},$$

$$\beta = \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu^2)}}{\sqrt{R_m t}},$$

E はヤング率、 ν はポアソン比である．式 (2.1) の一般解は、式 (2.2) のようになる．

$$w(x) = -\frac{PR_m^2}{Et} \left[\left(\frac{R}{R_m} \right) - \frac{\nu}{2} \left(\frac{R}{R_m} \right)^2 \right] + e^{\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x), \quad (2.2)$$

ここで、 $C_1 \sim C_4$ は任意定数である．このとき、補強リング間中央を原点とし、境界条件を考えると $x=L/2, -L/2$ の位置（補強リング位置、Fig. 2.2 参照）でたわみは等しいので、任意定数は、 $C_1 = C_3, C_2 = -C_4$ となる．したがって、式 (2.2) は、式 (2.3) のように整理できる．

$$w(x) = -\frac{PR_m^2}{Et} \left[\left(\frac{R}{R_m} \right) - \frac{\nu}{2} \left(\frac{R}{R_m} \right)^2 \right] + A \cos \beta x \cosh \beta x + B \sin \beta x \sinh \beta x, \quad (2.3)$$

ここで、 A, B は任意定数である。さらに、 $x=L/2$ （補強リング位置）でたわみ角は 0 という境界条件より、任意定数 A, B の関係式を表す式 (2.4) を導出できる。

$$B = \frac{\sin(\beta L/2) \cosh(\beta L/2) - \cos(\beta L/2) \sinh(\beta L/2)}{\sin(\beta L/2) \cosh(\beta L/2) + \cos(\beta L/2) \sinh(\beta L/2)} A. \quad (2.4)$$

この時、側圧と軸圧の作用下で、胴板とウェブの接合位置に生じる単位周長あたりの一様線荷重 F_1 (Fig. 2.1 と Fig. 2.2 を参照) によって胴板に生じるせん断力は、 $x=-L/2$ の位置で $F=-F_1/2$ となる。また、胴板のせん断力は、式 (2.5) のように表すことができる。

$$F = -D_s \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}. \quad (2.5)$$

$x=-L/2$ で $F=-F_1/2$ であることを用いて、式 (2.3)、式 (2.4) および式 (2.5) から任意定数 A, B を求めると式 (2.6) のようになる。

$$A = \frac{\beta R_m^2 F_1}{Et} A', \quad B = \frac{\beta R_m^2 F_1}{Et} B', \quad (2.6)$$

ここで、

$$A' = \frac{\sin(\beta L/2) \cosh(\beta L/2) + \cos(\beta L/2) \sinh(\beta L/2)}{\cosh \beta L - \cos \beta L},$$

$$B' = \frac{\sin(\beta L/2) \cosh(\beta L/2) - \cos(\beta L/2) \sinh(\beta L/2)}{\cosh \beta L - \cos \beta L}.$$

さらに、胴板の周方向応力は、式 (2.7) のように表すことができる [49].

$$\sigma_\theta = E \frac{w}{R_m} + \nu \frac{N_{x0}}{t}, \quad (2.7)$$

ここで、

$$N_{x0} = -\frac{PR}{2} \left(\frac{R}{R_m} \right).$$

式 (2.7) に，式 (2.6) を代入した半径方向変位を表す式 (2.3) を代入することで，胴板の周方向応力推定式を表す式 (2.8) を導出することができる．

$$\sigma_\theta = -\frac{PR}{t} + \frac{\beta R_m F_1}{t} (A' \cos \beta x \cosh \beta x + B' \sin \beta x \sinh \beta x). \quad (2.8)$$

なお，式 (2.8) を用いて胴板有効幅を導出すると，Pulos ら [49] が導出した胴板有効幅と一致することを確認している．そして，単位周長あたりの一様線荷重 F_1 と F_2 については，2.3.3 項にて導出する．

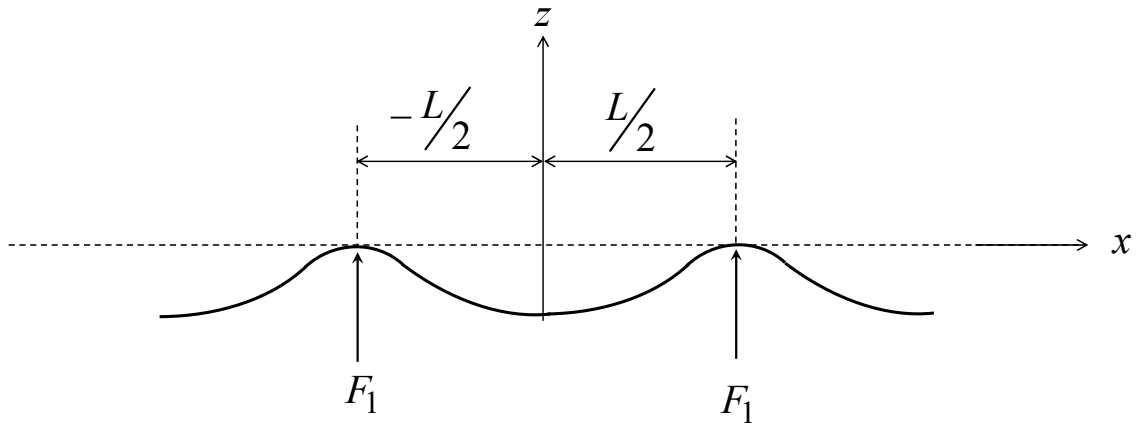


Fig. 2.2 Coordinate system with origin at midway between two ring-stiffeners.

2.3 補強リングの応力推定式

本節では，補強リングの応力推定式の導出方法について説明する．2.3.1 項および 2.3.2 項で，ウェブおよびフランジの応力推定式の導出について示し，2.3.3 項で，単位周長あたりの一様線荷重 F_1 と F_2 の導出について示す．

2.3.1 ウェブの応力推定式

Fig. 2.1 に示すように，ウェブには，胴板とウェブの接合位置において単位周長あたりの一様線荷重 F_1 と，ウェブとフランジの接合位置において単位周長あたりの一様線荷重 F_2 が作用する．本項では， F_1 と F_2 が作用したときの胴板とウェブの接合位置およびウェブとフ

ランジの接合位置におけるウェブの周方向応力を求め、その後、 F_1 と F_2 の導出のために用いる半径方向変位を導出する． Fig. 2.3 に内外リング補強方式の一様線荷重が作用するウェブのイメージを示す．ここで、半径方向の変形は円筒の軸に関して対称と仮定し、また、断面において奥行き方向のひずみは一定とし、平面応力状態を仮定している．このような場合、任意の半径方向位置における半径方向応力と周方向応力は、式 (2.9) のように表すことができる [50].

$$\sigma_{rw} = \pm \frac{1}{t_w R_1^2} \left[\left(1 - \frac{R_f^2}{\eta^2} \right) R_m^2 F_1 - \left(1 - \frac{R_m^2}{\eta^2} \right) R_f^2 F_2 \right], \quad (2.9a)$$

$$\sigma_{\theta w} = \pm \frac{1}{t_w R_1^2} \left[\left(1 + \frac{R_f^2}{\eta^2} \right) R_m^2 F_1 - \left(1 + \frac{R_m^2}{\eta^2} \right) R_f^2 F_2 \right], \quad (2.9b)$$

ここで、 $R_1^2 = R_m^2 - R_f^2$ である．

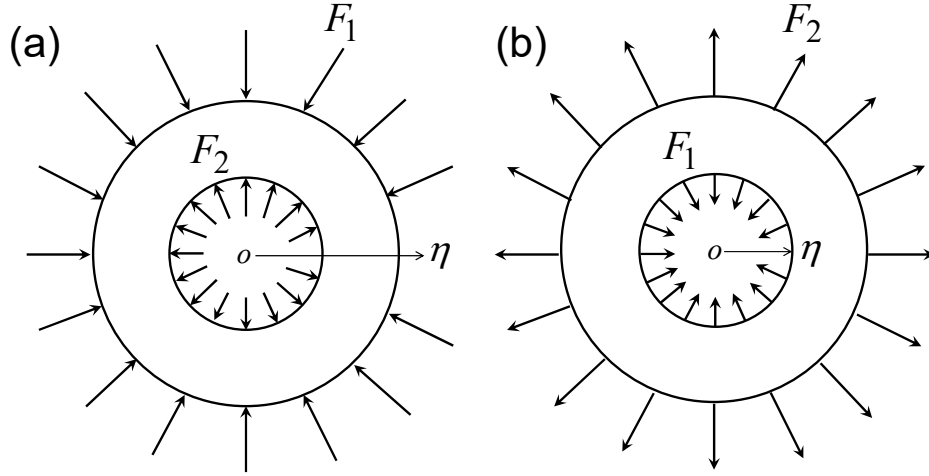


Fig. 2.3 Web on which distributed load acts: (a) web of inside ring-stiffener and (b) web of outside ring-stiffener.

次に、胴板とウェブの接合位置でのウェブの半径方向変位を求めるため、この位置でのウェブの半径方向応力と周方向応力を求める．式 (2.9) に $\eta = R_m$ を代入すると式 (2.10) になる．

$$\sigma_{rw} = \pm \frac{F_1}{t_w}, \quad (2.10a)$$

$$\sigma_{\theta w} = \pm \frac{1}{t_w R_l^2} (R_2^2 F_1 - 2R_f^2 F_2), \quad (2.10b)$$

ここで、 $R_2^2 = R_m^2 + R_f^2$ である．続いて、周方向ひずみは、式 (2.11) のように表すことができる．

$$\varepsilon_{\theta w} = \frac{1}{E} (\sigma_{\theta w} - \nu \sigma_{rw}), \quad (2.11)$$

式 (2.11) に式 (2.10) を代入すると、

$$\varepsilon_{\theta w} = \pm \frac{1}{Et_w} \left[\left(\frac{R_2^2}{R_l^2} - \nu \right) F_1 - \left(\frac{2R_f^2}{R_l^2} \right) F_2 \right], \quad (2.12)$$

となる．さらに、胴板とウェブの接合位置でのウェブの半径方向変位を w_m とすると、周方向ひずみは、式 (2.13) のように表すことができる．

$$\varepsilon_{\theta w} = \frac{w_m}{R_m}. \quad (2.13)$$

したがって、式 (2.12) と式 (2.13) が等しいとすることで、胴板とウェブの接合位置でのウェブの半径方向変位を表す式 (2.14) を導出できる．

$$w_m = \pm \frac{R_m}{Et_w} \left[\left(\frac{R_2^2}{R_l^2} - \nu \right) F_1 - \left(\frac{2R_f^2}{R_l^2} \right) F_2 \right]. \quad (2.14)$$

同様に、ウェブとフランジの接合位置における半径方向変位について、式 (2.9) に $\eta = R_f$ を代入し、求めた半径方向応力と周方向応力を式 (2.11) に代入し、周方向ひずみを求める．それと周方向ひずみ $\varepsilon_{\theta w} = w_f/R_f$ が等しいとすることで、ウェブとフランジの接合位置における半径方向変位を表す式 (2.15) を導出できる．

$$w_f = \pm \frac{R_f}{Et_w} \left[\left(\frac{2R_m^2}{R_l^2} \right) F_1 - \left(\frac{R_2^2}{R_l^2} + \nu \right) F_2 \right]. \quad (2.15)$$

2.3.2 フランジの応力推定式

本項では、Fig.2.4 に示すような単位周長あたりの一様線荷重 F_2 が作用するフランジの周方向応力を求め、半径方向変位を導出する．まず、周方向応力は式 (2.16) のように表せる．

$$\sigma_{\theta f} = E \frac{w_f}{R_f}, \quad (2.16)$$

ここで、 w_f はフランジの半径方向変位である．フランジの断面変形が生じないと仮定すると、Fig.2.4 における力のつり合い式は、式 (2.17) のように表すことができる．

$$2\sigma_{\theta f} A_f + 2R_f F_2 = 0, \quad (2.17)$$

ここで、 A_f はフランジの断面積である．したがって、式 (2.17) に式 (2.16) を代入することにより、フランジの半径方向変位を表す式 (2.18) を導出できる．

$$w_f = -\frac{R_f^2 F_2}{EA_f}. \quad (2.18)$$

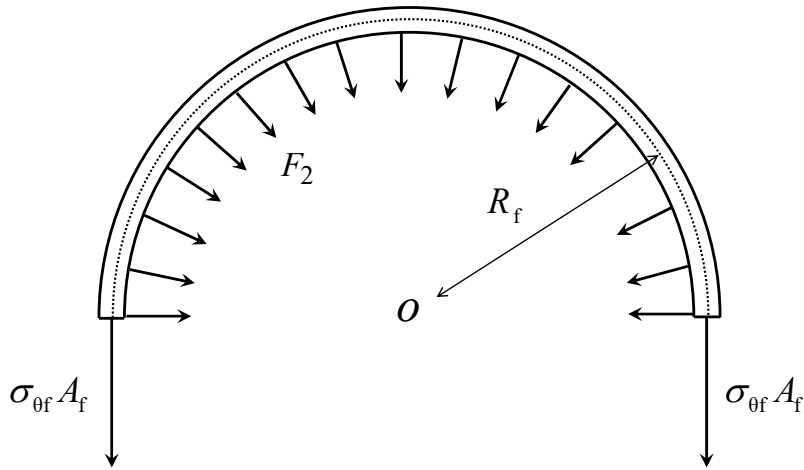


Fig. 2.4 Flange on which distributed load acts.

2.3.3 単位周長あたりの一様線荷重 F_1 と F_2 の定式化

単位周長あたりの一様線荷重 F_1 と F_2 を導出する．まず、ウェブとフランジの接合位置における半径方向変位を表す式 (2.15) と式 (2.18) が等しいとすることで、 F_1 と F_2 の関係式を表す式 (2.19) を導出できる．

$$F_2 = \frac{2R_m^2 A_f}{\mp t_w R_f R_l^2 + A_f (R_2^2 + \nu R_l^2)} F_1. \quad (2.19)$$

続いて、胴板とウェブの接合位置における半径方向変位を表す式 (2.3) と式 (2.14) が等しいとすることで、 F_1 に関する式 (2.20) を導出できる。ただし、式 (2.3) は、 $x=L/2$ の位置（補強リング位置）における半径方向変位である。

$$F_1 = \frac{PR_m R_l^2 \left(\frac{t_w}{t} \right) \left[\left(\frac{R}{R_m} \right) - \frac{\nu}{2} \left(\frac{R}{R_m} \right)^2 \right]}{R_m R_l^2 \left(\frac{t_w}{t} \right) \beta \gamma - \kappa \mp (R_2^2 - \nu R_l^2)}, \quad (2.20)$$

ここで、

$$\gamma = \frac{1}{2} \frac{\sinh \beta L + \sin \beta L}{\cosh \beta L - \cos \beta L},$$

$$\kappa = \frac{4R_m^2 R_f^2 A_f}{t_w R_f R_l^2 \mp A_f (R_2^2 + \nu R_l^2)}.$$

最後に、式 (2.20) を式 (2.19) に代入することで F_2 が求まる。さらに F_1 と F_2 を上述の推定式に代入すれば、各応力成分が計算できる。

2.4 推定結果と有限要素解析結果の比較

応力解析を実施し、提案式の精度を検証した。結果を以下に示す。

2.4.1 有限要素解析モデル

検証対象のリング補強円筒殻の基本寸法を Table 2.1 に示す。本研究における胴板の寸法は、Yamamoto ら [37] が圧壊試験を実施した際の試験体を参考に決定した。Yamamoto らは、I 型の補強リングを採用したが、実際の構造物に広く適用されているのは T 型補強リングであるため、補強リングの寸法は、和泉ら [7] の研究を参考にして決定した。近年では、ウェブ高さ H_w の大きな補強リングを使用する傾向にあるため、この値を 40 ~ 90 mm の範囲で変化させ、解析を実施した。ヤング率 E は 206 GPa で、ポアソン比 ν は 0.3 である。弾性域における応力解析は、市販の FEA コードである MSC. Nastran2017 を用いて実行した。Fig. 2.5 は、基本寸法の FEA モデルを示す。8 節点シェル要素を使用して、長手方向に補強リン

グ間長 L の $1/2 + 1 + 1/2$ の範囲，また，一周分をモデル化した．要素分割は，周方向に 360 要素，補強リング間長に 12 要素，ウェブに 5 要素以上，フランジに 2 要素とした．

Table 2.1 Dimensions of the analysis model (unit; mm).

R	L	t	H_w	t_w	B_f	t_f
490.0	163.0	9.0	40.0	3.0	20.0	6.0

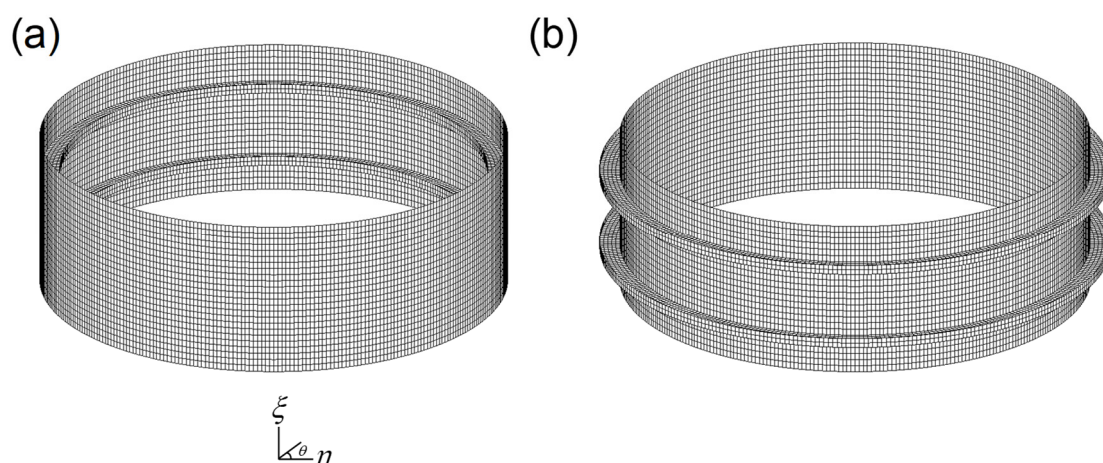


Fig. 2.5 FE-models for basic dimension: (a) shell with inside ring-stiffeners and (b) shell with outside ring-stiffeners.

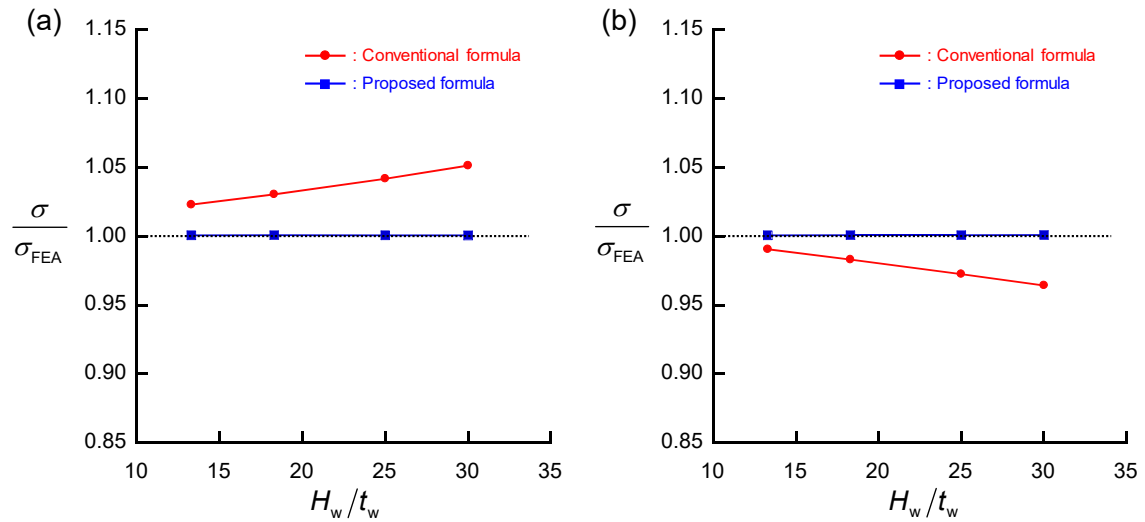
2.4.2 境界条件と荷重条件

境界条件は，長手方向（Fig. 2.5 の ξ 方向）の両端部（Fig. 2.5 の上下端）に対称条件，片端（圧縮荷重を作用させる端部）に長手方向変位が一様となる条件を課し，もう片端の長手方向を拘束した．さらに，胴板とウェブの接合位置の周方向変位を一周拘束した．荷重条件は，1.0 MPa の外圧が作用するように，胴板表面の圧力と，円筒殻の両端部に設置される隔壁（ただし，モデル化なし）に作用する圧力分の圧縮荷重（Fig. 2.1 に示す N_{x0} ）も考慮する．

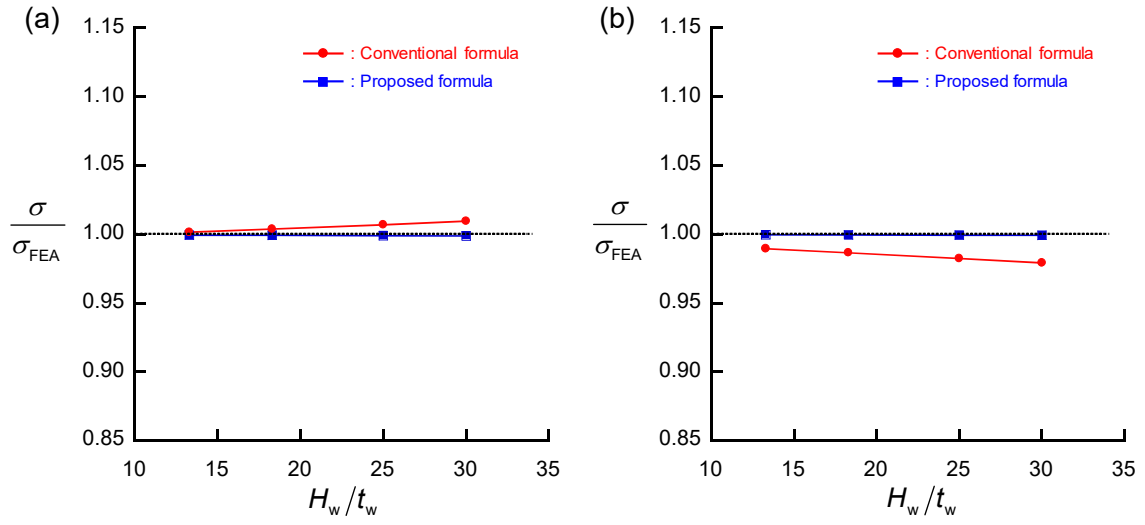
2.4.3 精度検証

検証結果を Fig. 2.6 に示す．従来式として Det Norske Veritas AS [8] で定義される推定式との比較も行う．また，胴板とウェブの接合位置，補強リング間中央位置，およびフランジ位置における応力の比較を実施した．Fig. 2.6 の横軸は，ウェブ高さ \times ウェブ板厚の比，縦軸は，各 FEA 結果で無次元化された推定値である．縦軸の値 1.0 が，推定値と FEA 結果が一致することを表す．初めに，胴板とウェブの接合位置において，提案した座屈前変形時の胴板の周方向応力推定式の値は，FEA 結果と非常に一致していることが確認できる．補強リングが存在する場合の胴板の周方向応力は，補強リングが周方向応力の一部を受け持つため，ウェブ高さが高くなると値が変化するが，提案式の推定値は，FEA 結果の傾向を正確に

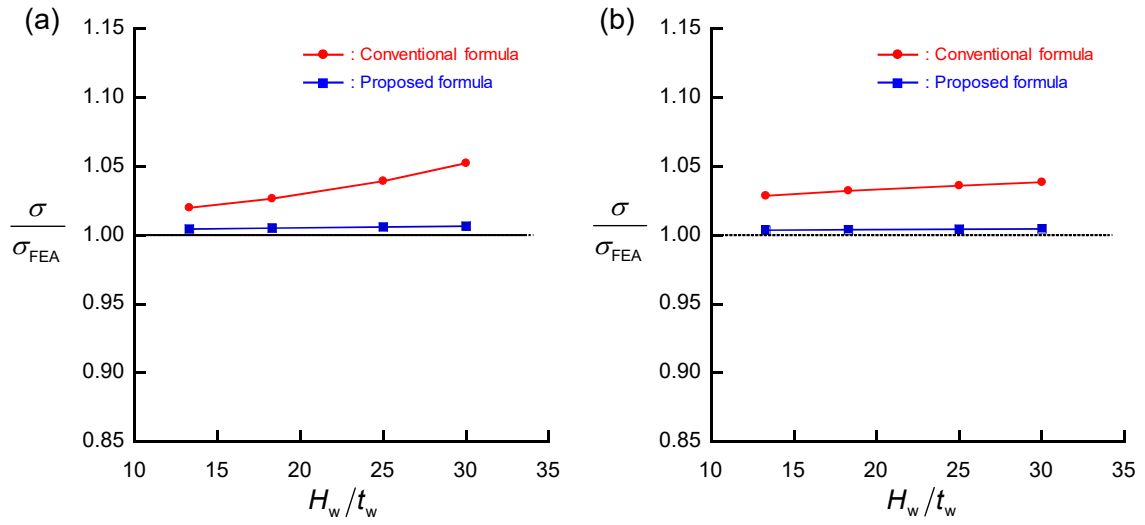
捉えていることが確認できる．一方，Det Norske Veritas AS の推定値は，FEA 結果との誤差が最大 5%程度であるが，内外リング補強方式のそれぞれにおいて同じ値となるため，FEA 結果の傾向を捉えることができない．また，横軸の値が大きくなるほど誤差が大きくなっている．次に，補強リング間中央位置においても，提案式の推定値は，FEA 結果と非常に一致していることが確認できる．Det Norske Veritas AS の推定値は，上記の補強リング位置における傾向とほぼ同じで，誤差は小さいものの，内リング補強方式で FEA 結果より大きく推定し，外リング補強方式で小さく推定している．最後に，フランジ位置において提案式は，応力を高精度で推定することができ，誤差 1%程度未満である．一方，Det Norske Veritas AS の推定値は，内外リング補強方式両方で FEA 結果より大きくなり，横軸の値が大きくなるほど誤差が大きくなっている．したがって，提案式は，リング補強円筒殻のさまざまな位置での応力を高精度で推定でき，内外リング補強方式の違いにも対応した式であると言える．



(1) At a joining point between cylindrical shell and web



(2) At center of stiffener spacing



(3) At flange

Fig. 2.6 Comparison of circumferential stresses obtained from proposed formula, conventional formula, and FEA: (a) shells with inside ring-stiffeners and (b) shells with outside ring-stiffeners.

2.5 結論

本章では、外圧を受けるリング補強円筒殻に対して、本章以降の弾性座屈強度ならびに降伏強度を定式化するにあたり必要となる座屈前変形時の応力推定式を導出した。リング補強円筒殻を胴板、ウェブ、およびフランジに分解し、各部材において一様線荷重 F_1 と F_2 が作用すると仮定し、さらに、変位の適合条件を適用することで、各部材に働く応力の推定式を開発した。以下に得られた結果を示す。

1. 提案する応力推定式の値は、FEA 結果と非常に一致しており、誤差 1%程度未満で推定できる。また、ウェブ高さが変化した場合でも精度を維持できる。
2. 従来式として用いた Det Norske Veritas AS の推定式は、ある程度精度よく応力を推定できるものの、ウェブ高さが大きくなるにつれて誤差が大きくなる。
3. Det Norske Veritas AS の推定式は、内外リング補強方式の違いを正しく評価することができないが、提案式は、どちらの方式においても応力を高精度で推定できる。

第3章 弾性局部座屈強度推定

3.1 緒言

本章では、外圧を受けるリング補強円筒殻の局部座屈（胴板座屈および補強リングの横倒れ座屈の連成座屈）強度推定式を開発することを目的として、2つのモデルを提案して定式化を実施する。また、従来研究では定式化の際に無視されてきた、ウェブに作用する応力（主に半径方向応力）の影響について調査する。

3.2 節では、各モデルの定式化方法について述べる。一つが、胴板とウェブの効果をばねに置き換え、曲り梁として仮定したフランジが、そのばねで支持されたモデル（曲り梁モデル）、もう一つが、胴板とウェブを板として取り扱い、エネルギー法に基づいて、より厳密な解を導出するモデル（板モデル）である。

3.3 節では、提案式の精度を、FEA 結果との比較を通して検証する。また、3.2 節で推定式に新たに考慮した、ウェブに作用する応力項が推定値に与える影響について述べる。

なお、本章で述べる板モデルに基づく提案式は、第5章の局部座屈を伴う場合の最終強度推定において用いる。

3.2 弾性局部座屈強度推定式

本研究では、2つの推定式を提案する。一つ目として、ばねで支持された曲り梁モデルのアプローチに基づいて、新たな式を提案する。このアプローチを「曲り梁モデル、または CBM (Curved Beam Model)」と呼ぶことにする。ばねで支持された梁に対して座屈強度を推定するアプローチは、補強リングの横倒れ座屈に関する従来式で広く使用されており、和泉ら [7]の研究でも採用されている。本研究で提案する式には、和泉らの研究では考慮されていない、円筒形状に対応した定式化と捩り剛性の影響が含まれ、この影響度合いは、FEA および和泉らの式との比較によって評価できる。また、この式は、横倒れ座屈強度のみを推定することができる。そして、二つ目に、Fujikubo ら [51]の研究を参考にして、リング補強円筒殻の胴板とウェブの座屈挙動を、円筒形状を有する板モデルとして定式化するアプローチを考え、外圧下リング補強円筒殻の胴板座屈強度および横倒れ座屈強度の新しい推定式を提案する。エネルギー法に基づいた導出方法を採用し、座屈前応力の影響を考慮するとともに、胴板座屈と横倒れ座屈両方の変形を想定した変位関数を使用する。このアプローチを「板モデル、または FSM (Full Shell Model)」と呼ぶことにする。この提案式は、胴板座屈強度および横倒れ座屈強度を高精度で推定でき、内外リング補強方式の両方に対応することができる。

3.2.2 曲り梁モデル (Curved Beam Model)

曲り梁モデルにおいて、補強リングのフランジを湾曲した梁と想定する。補強リングの横倒れ座屈は、そのフランジのみの座屈と見なされ、補強リングのウェブと胴板の曲げ剛性に応じた並進および回転ばねによって支持される。ばね定数を、せん断力と曲げモーメントがウェブの上部（フランジとの接合位置）に作用するときのたわみとたわみ角から計算する。そして、力とモーメントのつり合いから湾曲フランジに対する新たな座屈応力推定式を導出する。ここで、横倒れ座屈強度は、外圧下のリング補強円筒殻の軸対称変形における周方向応力が、ばね支持フランジ梁の座屈応力に達したときの強度と定義する。したがって、座屈応力推定式と第 2 章で開発したフランジの周方向応力推定式が等しいとすることで、新たな横倒れ座屈強度推定式を導出する。

(1) つり合い式

圧縮応力は、Fig. 3.1 に示すように、ばねを伴うフランジに作用すると想定され、このときの湾曲フランジの座屈応力を定式化する。式 (3.1) は、Fig. 3.2 に示す長さ $R_f d\theta$ の微小要素における断面力とモーメントのつり合いを表す。式 (3.1a) は z 方向の力のつり合いを表す。一方、曲げモーメントと捩りモーメントは、微小要素の周方向中央位置で法線方向のモーメントと接線方向のモーメントに分解できるため、式 (3.1b) は、法線方向のモーメントのつり合いを表し、式 (3.1c) は、接線方向のモーメントのつり合いを表す。

$$\frac{1}{R_f} \frac{\partial F}{\partial \theta} = k_w w + \frac{\sigma A_f}{R_f^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}, \quad (3.1a)$$

$$\frac{1}{R_f} \left(\frac{\partial M}{\partial \theta} - T \right) = F, \quad (3.1b)$$

$$\frac{1}{R_f} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta} + M \right) = k_\phi \phi + \frac{\sigma I_o}{R_f^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2}, \quad (3.1c)$$

ここで、

$$M = -\frac{EI_y}{R_f^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + R_f \phi \right),$$

$$T = \frac{GJ}{R_f} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \frac{1}{R_f} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) - \frac{E\Gamma}{R_f^3} \left(\frac{\partial^3 \phi}{\partial \theta^3} - \frac{1}{R_f} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^3} \right),$$

$$I_o = I_y + I_z,$$

$$I_y = \frac{t_f B_f^3}{12},$$

$$I_z = \frac{t_f^3 B_f}{12},$$

$$J = \frac{t_f^3 B_f}{3} \left[1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{t_f}{B_f} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)^5} \tanh \frac{(2m-1)\pi B_f}{2t_f} \right],$$

$$\Gamma = \frac{t_f^3 B_f^3}{144},$$

w は z 方向変位, ϕ は捩り角, F はせん断力, M は曲げモーメント, T は捩りモーメント, σ は外圧によって引き起こされる周方向圧縮応力, k_w と k_ϕ は垂直変位と回転に関するばね定数, G はせん断弾性係数である. また, サンプナンの捩り定数 J の厳密解を式 (3.1) で使用する. これは, B_f/t_f の比率が比較的小さいフランジを対象としているためである. 曲げモーメント M は, 捩れによって発生する半径方向の変位によって引き起こされる周方向ひずみの成分も含み, 捩りモーメント T は, 湾曲した梁を想定しているために z 方向変位によって生成される捩り角に対応する成分も含む. そして, w および ϕ は, 次のように仮定する.

$$w = w_o \sin n\theta, \quad (3.2a)$$

$$\phi = \phi_o \sin n\theta, \quad (3.2b)$$

n は周方向座屈波数である. 式 (3.3) は, 式 (3.2) を式 (3.1) に代入することで導出できる.

$$\begin{aligned} & \left[n^4 \left(EI_y + \frac{E\Gamma}{R_f^2} \right) + n^2 GJ + R_f^4 k_w - n^2 R_f^2 A_f \sigma \right] w_o \\ & - \left[n^4 \frac{E\Gamma}{R_f} + n^2 (EI_y + GJ) R_f \right] \phi_o = 0, \end{aligned} \quad (3.3a)$$

$$\begin{aligned} & \left[n^4 \frac{E\Gamma}{R_f^2} + n^2 (EI_y + GJ) \right] w_o \\ & - \left[n^4 \frac{E\Gamma}{R_f} + (EI_y + n^2 GJ) R_f + R_f^3 k_\phi - n^2 R_f I_o \sigma \right] \phi_o = 0. \end{aligned} \quad (3.3b)$$

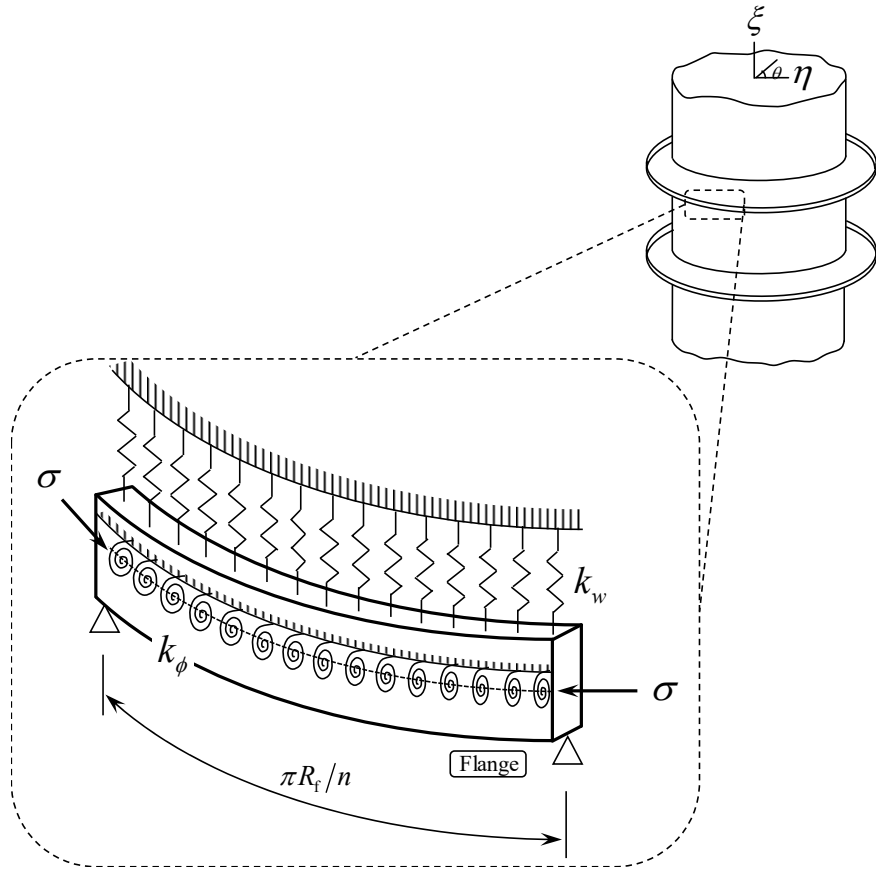


Fig. 3.1 Circular flange supported by springs under compressive stress.

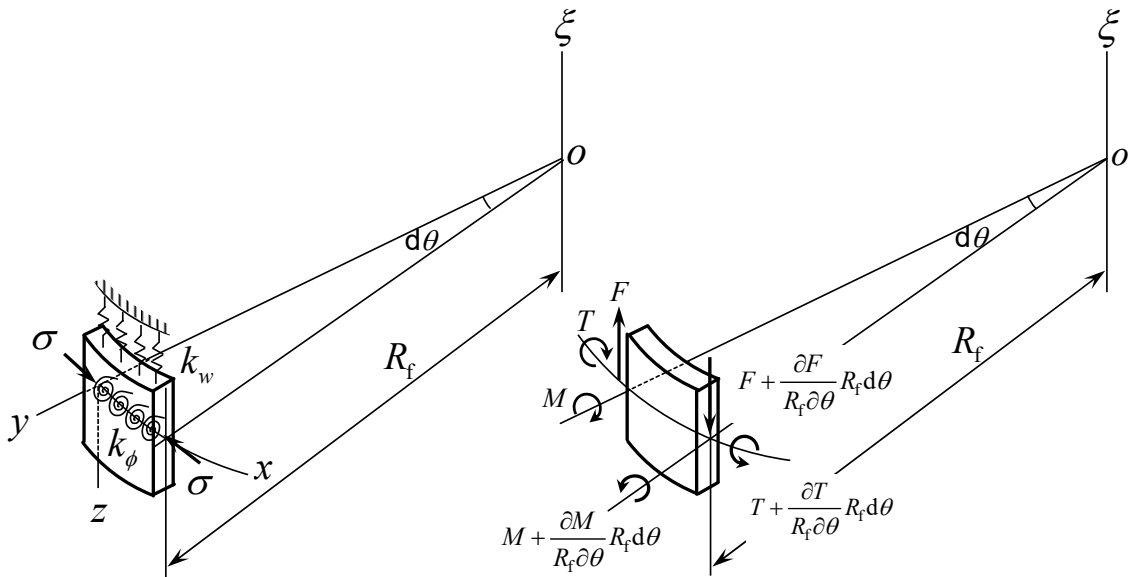


Fig. 3.2 Element of length $R_f d\theta$ of circular flange.

(2) ばね定数

ばね定数 k_w と k_ϕ を，フランジとウェブの接合位置でのせん断力とたわみ，および曲げモーメントとたわみ角の関係から導出する．それらの関係式は，次のように表すことができる．

$$k_w w = f, \quad (3.4a)$$

$$k_\phi \phi = -m, \quad (3.4b)$$

ここで， f と m は，Fig. 3.3(a)で仮定されるせん断力と曲げモーメントである．ばね定数は，フレーム構造のたわみとたわみ角から計算されるが (Fig. 3.3(b))，ウェブはドーナツ型の円盤であると仮定する．このとき，たわみとたわみ角は，次のように表すことができる．

$$w = \gamma_1 f - \gamma_2 m, \quad (3.5a)$$

$$\phi = \gamma_2 f - \gamma_3 m, \quad (3.5b)$$

ここで，

$$\gamma_1 = \pm \frac{R_m^3}{D_w} \left(\frac{c_1 c_2}{c_3} - c_4 \right) + \frac{H^2}{2D_s \beta} \left(\frac{d_1}{d_2} \right),$$

$$\gamma_2 = \frac{R_m^2}{D_w} \left(\frac{c_2}{c_3} \right) + \frac{H}{2D_s \beta} \left(\frac{d_1}{d_2} \right),$$

$$\gamma_3 = \pm \frac{R_m}{D_w} \left(\frac{c_5}{c_3} \right) + \frac{1}{2D_s \beta} \left(\frac{d_1}{d_2} \right),$$

$$c_1 = \frac{1+\nu}{2} q \log q + \frac{1-\nu}{4} \left(q - \frac{1}{q} \right),$$

$$c_2 = \frac{q}{4} \left[q^2 - (1 + 2 \log q) \right],$$

$$c_3 = \frac{1}{2} \left[(1+\nu) q + (1-\nu) \frac{1}{q} \right],$$

$$c_4 = \frac{q}{4} \left[(1+q^2) \log q + 1 - q^2 \right],$$

$$c_5 = \frac{1}{2}(q^2 - 1),$$

$$d_1 = \sin^2\left(\frac{\beta L}{2}\right) + \sinh^2\left(\frac{\beta L}{2}\right),$$

$$d_2 = \sinh\left(\frac{\beta L}{2}\right) \cosh\left(\frac{\beta L}{2}\right) + \sin\left(\frac{\beta L}{2}\right) \cos\left(\frac{\beta L}{2}\right),$$

$$q = \frac{R_f}{R_m},$$

$$D_w = \frac{Et_w^3}{12(1-\nu^2)},$$

$$H = |R_f - R_m|.$$

係数 $\gamma_1 \sim \gamma_3$ の右辺第 1 項はウェブの成分を表し，第 2 項は胴板の成分を表す．ばね定数は，式 (3.5) を f と m に関して変形し，式 (3.4) に代入することによって次のように導出することができる．

$$k_w = \frac{1}{w_o}(\mu_1 w_o - \mu_2 \phi_o), \quad (3.6a)$$

$$k_\phi = -\frac{1}{\phi_o}(\mu_2 w_o - \mu_3 \phi_o), \quad (3.6b)$$

ここで，

$$\mu_1 = \frac{\gamma_3}{\gamma_1 \gamma_3 - \gamma_2^2},$$

$$\mu_2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_1 \gamma_3 - \gamma_2^2},$$

$$\mu_3 = \frac{\gamma_1}{\gamma_1 \gamma_3 - \gamma_2^2}.$$

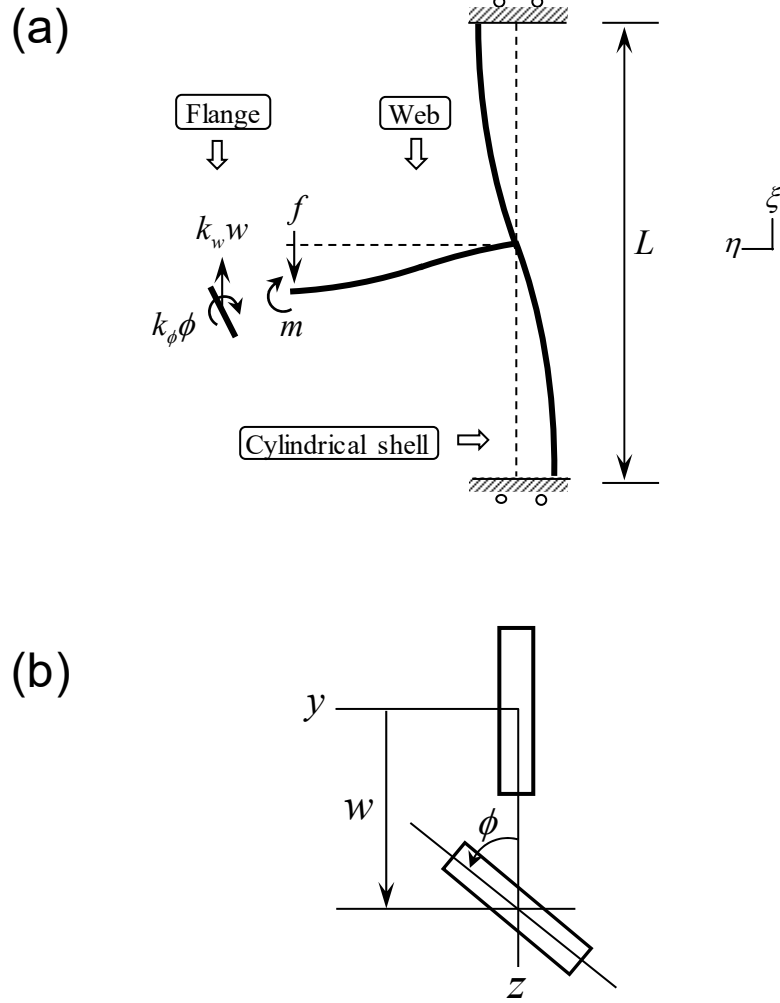


Fig. 3.3 Model for formulation of spring constants: (a) assumed tripping buckling deformation of ring-stiffened cylindrical shell and (b) direction and rotation direction of deflection and deflection angle in flange.

(3) 横倒れ座屈強度推定式

式 (3.7) は、式 (3.6) を式 (3.3) に代入し、係数行列を 0 とすることで導出できる。

$$\begin{vmatrix} \rho_1 - \chi_1 \sigma & -\rho_2 \\ \rho_3 & -\rho_4 + \chi_2 \sigma \end{vmatrix} = 0, \quad (3.7)$$

ここで、

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= n^4 \left(EI_y + \frac{E\Gamma}{R_f^2} \right) + n^2 GJ + \mu_1 R_f^4, \\
\rho_2 &= n^4 \frac{E\Gamma}{R_f} + n^2 (EI_y + GJ) R_f + \mu_2 R_f^4, \\
\rho_3 &= \frac{\rho_2}{R_f}, \\
\rho_4 &= n^4 \frac{E\Gamma}{R_f} + (EI_y + n^2 GJ) R_f + \mu_3 R_f^3, \\
\chi_1 &= n^2 R_f^2 A_f, \\
\chi_2 &= n^2 R_f I_o.
\end{aligned}$$

式 (3.8) に示す新たな座屈応力推定式は、式 (3.7) を解くことによって導出できる。

$$\chi_1 \chi_2 \sigma^2 - (\rho_1 \chi_2 + \rho_4 \chi_1) \sigma + \rho_1 \rho_4 - \rho_2 \rho_3 = 0. \quad (3.8)$$

そして、第 2 章で導出した外圧下のリング補強円筒殻のフランジの周方向応力推定式 (式 (2.16)) と式 (3.8) の座屈応力推定式が等しいとすることで、式 (3.9) に示す横倒れ座屈強度推定式を導出することができる。

$$P_{\text{cr-tb}} = \frac{-\dot{B} - \sqrt{\dot{B}^2 - 4\dot{A}\dot{C}}}{2\dot{A}} \left(\frac{A_f}{R_f F_2} \right), \quad (3.9)$$

ここで、

$$\begin{aligned}
\dot{A} &= \chi_1 \chi_2, \\
\dot{B} &= -(\rho_1 \chi_2 + \rho_4 \chi_1), \\
\dot{C} &= \rho_1 \rho_4 - \rho_2 \rho_3.
\end{aligned}$$

3.2.3 板モデル (Full Shell Model)

板モデルに対する座屈強度推定式を、エネルギー法に基づき、胴板とウェブの座屈挙動を板の変形として捉え、適切な変位関数を設定することで導出する。この式は、胴板座屈強度と横倒れ座屈強度の両方（両者の完全な連成）を推定できる。そして、上記の曲り梁モデルに基づく推定式は、式の精度に影響を与える可能性のある多くの仮定の下で導出されたが、本項で説明する板モデルのアプローチでは、その仮定の数減らすことができ、より実現象に近い状況を考慮することができるようになる。具体的に、以下の2つの仮定が、板モデルでは除外される。(1) 胴板とウェブの曲げ剛性を、フランジを支持するばねとして仮定すること、(2) 胴板とウェブに作用する周方向応力を無視すること。以下に導出方法について説明する。

(1) 変位関数

胴板とウェブ、およびウェブとフランジの間の接合位置で境界条件を満たすように変位関数を仮定する。変位を Fig. 3.4 のように仮定すると、次のように表すことができる。

$$u = A_1 \sin \frac{\pi \xi}{L} \cos n\theta, \quad (3.10a)$$

$$v = B_1 \cos \frac{\pi \xi}{L} \sin n\theta, \quad (3.10b)$$

$$w = \left[C_1 \left(1 + \cos \frac{2\pi \xi}{L} \right) + C_2 \cos \frac{\pi \xi}{L} \right] \cos n\theta, \quad (3.10c)$$

$$u_w = \left[\mp D_1 (R_m - \eta)^3 + D_2 (R_m - \eta)^2 \mp D_3 (R_m - \eta) + D_4 \right] \cos n\theta, \quad (3.10d)$$

ここで、 u 、 v 、および w は長手方向、周方向、および半径方向変位を表し、 u_w はウェブの面外変位を表し、3次多項式で仮定する。また、半径方向変位 w において、右辺第1項は、胴板とウェブの接合位置での固定となる変形を表し (Fig. 3.4(a))、第2項は単純支持となる変形を表す (Fig. 3.4(b))。

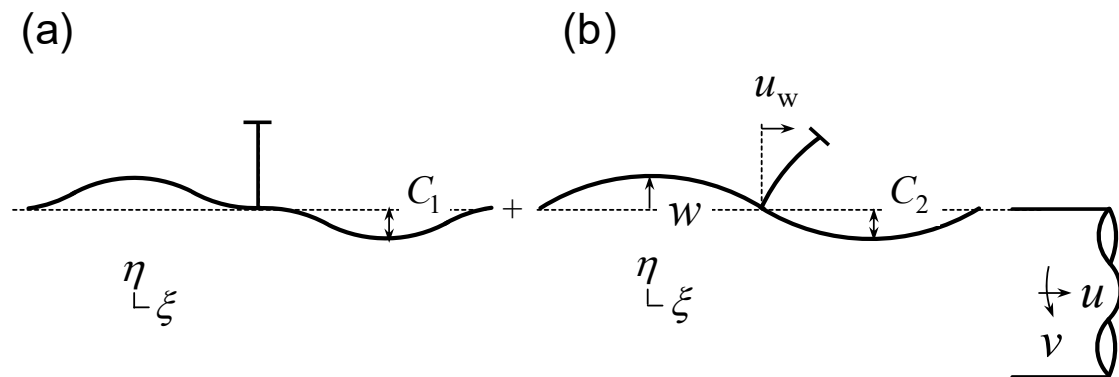


Fig. 3.4 Assumed buckling deformation.

(2) 境界条件

以下に示す境界条件を、胴板とウェブ、およびウェブとフランジの接合位置に適用する。その際、円筒形状に対応した定式化とする。

条件 1：胴板とウェブの接合位置における長手方向変位の連続条件

$$u|_{\xi=\frac{L}{2}} = u_w|_{\eta=R_m}, \quad (3.11a)$$

条件2：胴板とウェブの接合位置におけるたわみ角の連続条件

$$\left. \frac{\partial w}{\partial \xi} \right|_{\xi=\frac{L}{2}} = \left. \frac{\partial u_w}{\partial \eta} \right|_{\eta=R_m}, \quad (3.11b)$$

条件3：ウェブと胴板の接合位置における曲げモーメントの連続条件

$$D_w \left[\frac{\partial^2 u_w}{\partial \eta^2} + \nu \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial u_w}{\partial \eta} + \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial^2 u_w}{\partial \theta^2} \right) \right] \Big|_{\eta=R_m} \mp 2D_s \left[\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\nu}{R_m^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \right] \Big|_{\xi=\frac{L}{2}} = 0, \quad (3.11c)$$

条件 4: フランジとウェブの接合位置におけるフランジ捩りモーメントとウェブ先端曲げモーメントの連続条件

$$\begin{aligned}
& \left\{ \pm GJ \left(-\frac{1}{\eta^2} \frac{\partial^3 u_w}{\partial \eta \partial \theta^2} + \frac{1}{\eta^3} \frac{\partial^2 u_w}{\partial \theta^2} \right) \pm \frac{EI_y}{\eta^3} \left(\frac{\partial^3 u_w}{\partial \theta^2} + \eta \frac{\partial u_w}{\partial \eta} \right) \right. \\
& \quad \left. + D_w \left[\frac{\partial^2 u_w}{\partial \eta^2} + \nu \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial u_w}{\partial \eta} + \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial^2 u_w}{\partial \theta^2} \right) \right] \right\} \bigg|_{\eta=R_f} = 0.
\end{aligned} \tag{3.11d}$$

以上の条件より，次の関係式が導出できる．

$$\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 + \alpha_3 D_3 + \alpha_4 D_4 = 0, \tag{3.12a}$$

$$D_2 + \alpha_5 D_3 + \alpha_6 D_4 = \alpha_7 C_1, \tag{3.12b}$$

$$D_3 = \alpha_8 C_2, \tag{3.12c}$$

$$D_4 = A_1, \tag{3.12d}$$

ここで，

$$\alpha_1 = \frac{n^2 GJ}{R_f^2} R_0^2 (2+k) + \frac{EI_y}{R_f^3} R_0^2 (3R_f + n^2 R_0) \mp D_w R_0 \left\{ 6 - \frac{\nu R_0}{R_f} [3 + n^2 (k-1)] \right\},$$

$$\alpha_2 = \mp \frac{n^2 GJ}{R_f^2} R_0 (1+k) \mp \frac{EI_y}{R_f^3} R_0 (2R_f + n^2 R_0) + D_w \left\{ 2 - \frac{\nu R_0}{R_f} [2 + n^2 (k-1)] \right\},$$

$$\alpha_3 = \frac{n^2 GJ}{R_f^2} k + \frac{EI_y}{R_f^3} (R_f + n^2 R_0) \pm D_w \left(\frac{\nu}{R_f} \right) [1 + n^2 (k-1)],$$

$$\alpha_4 = \mp \frac{n^2 GJ}{R_f^3} \mp \frac{EI_y}{R_f^3} n^2 - D_w \left(\frac{\nu n^2}{R_f^2} \right),$$

$$\alpha_5 = \pm \frac{\nu}{2R_m},$$

$$\alpha_6 = -\frac{\nu n^2}{2R_m^2},$$

$$\alpha_7 = \pm \frac{D_s}{D_w} \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2,$$

$$\alpha_8 = \mp \frac{\pi}{L},$$

$$R_0 = R_m - R_f,$$

$$k = \frac{1}{q}.$$

最終的に $D_1 \sim D_4$ は, A_1, C_1 , および C_2 を用いて次のように表すことができる.

$$D_1 = [(\alpha_2 \alpha_6 - \alpha_4) A_1 - \alpha_2 \alpha_7 C_1 + (\alpha_2 \alpha_5 - \alpha_3) \alpha_8 C_2] / \alpha_1, \quad (3.13a)$$

$$D_2 = -\alpha_6 A_1 + \alpha_7 C_1 - \alpha_5 \alpha_8 C_2, \quad (3.13b)$$

$$D_3 = \alpha_8 C_2, \quad (3.13c)$$

$$D_4 = A_1. \quad (3.13d)$$

(3) 座屈強度推定式

外圧下のリング補強円筒殻の座屈前から座屈後までのポテンシャルエネルギーは, 内リング補強方式の場合, 式 (3.14) で表される. その際, 円筒形状の影響が考慮される. なお, 外リング補強方式の場合, 式 (3.14) の半径方向の積分範囲が R_m から R_f と変更になる.

$$\begin{aligned} \Pi &= U_s + U_w + U_f + V_s + V_w + V_f + W \\ &= R_m \frac{C_s}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{1}{R_m^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right)^2 + \frac{2\nu}{R_m} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial u}{R_m \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 \right] d\xi d\theta \\ &\quad + R_m \frac{D_s}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{1}{R_m^4} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\partial v}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{2\nu}{R_m^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1-\nu}{2R_m^2} \left(2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \theta} - \frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 \right] d\xi d\theta \\ &\quad + \frac{D_w}{2} \int_0^{2\pi} \int_{R_f}^{R_m} \left\{ \left(\frac{\partial^2 u_w}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial u_w}{\partial \eta} + \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial^2 u_w}{\partial \theta^2} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 u_w}{\partial \eta^2} \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial u_w}{\partial \eta} + \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial^2 u_w}{\partial \theta^2} \right) - \left(\frac{1}{\eta^2} \frac{\partial u_w}{\partial \theta} - \frac{1}{\eta} \frac{\partial^2 u_w}{\partial \eta \partial \theta} \right)^2 \right] \right\} \eta d\eta d\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{GJ}{2} \int_0^{2\pi} \left(-\frac{1}{\eta} \frac{\partial u_w}{\partial \theta \partial \eta} \bigg|_{\eta=R_f} + \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial u_w}{\partial \theta} \bigg|_{\eta=R_f} \right)^2 R_f d\theta \\
& + \frac{EI_y}{2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{\eta^2} \frac{\partial^2 u_w}{\partial \theta^2} \bigg|_{\eta=R_f} + \frac{1}{\eta} \frac{\partial u_w}{\partial \eta} \bigg|_{\eta=R_f} \right)^2 R_f d\theta \\
& + R_m \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left[N_{\xi s} \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{N_{\theta s}}{R_m^2} \left(v - \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right] d\xi d\theta \\
& + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{R_f}^{R_m} \left[N_{\theta w} \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial u_w}{\partial \theta} \right)^2 + N_{rw} \left(\frac{\partial u_w}{\partial \eta} \right)^2 \right] \eta d\eta d\theta \\
& + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} N_{\theta f} B_f \left(\frac{1}{\eta} \frac{\partial u_w}{\partial \theta} \bigg|_{\eta=R_f} \right)^2 R_f d\theta \\
& + \frac{P}{2} \left(\frac{R}{R_m} \right) \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left(v^2 - v \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial \theta} w + w^2 \right) d\xi d\theta, \tag{3.14}
\end{aligned}$$

ここで,

$$C_s = \frac{Et}{1 - \nu^2},$$

$$N_{\xi s} = -\frac{PR}{2} \left(\frac{R}{R_m} \right),$$

$$N_{\theta s} = -PR + P\beta R_m F_1' (A' \cos \beta \xi \cosh \beta \xi + B' \sin \beta \xi \sinh \beta \xi),$$

$$N_{\theta w} = \pm \frac{P}{R_1^2} \left[\left(1 + \frac{R_f^2}{\eta^2} \right) R_m^2 F_1' - \left(1 + \frac{R_m^2}{\eta^2} \right) R_f^2 F_2' \right],$$

$$N_{rw} = \pm \frac{P}{R_1^2} \left[\left(1 - \frac{R_f^2}{\eta^2} \right) R_m^2 F_1' - \left(1 - \frac{R_m^2}{\eta^2} \right) R_f^2 F_2' \right],$$

$$N_{\theta f} = -\frac{PR_f F_2'}{B_f},$$

$$F'_1 = \frac{R_m R_l^2 \left(\frac{t_w}{t} \right) \left[\left(\frac{R}{R_m} \right) - \frac{\nu}{2} \left(\frac{R}{R_m} \right)^2 \right]}{R_m R_l^2 \left(\frac{t_w}{t} \right) \beta \gamma - \kappa \mp (R_2^2 - \nu R_l^2)},$$

$$F'_2 = \frac{2 R_m^2 A_f}{\mp t_w R_f R_l^2 + A_f (R_2^2 + \nu R_l^2)} F'_1.$$

胴板の周方向面内力 $N_{\theta s}$ は、長手方向位置によって変化するが、本研究では補強リング間長中央位置 ($\xi=0$) の値で代表させる。そして、最小ポテンシャルエネルギーの原理を次のように適用する。

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A_1} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial B_1} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial C_1} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial C_2} = 0. \quad (3.15)$$

式 (3.15) をマトリックス表示にすると次の式が導出できる。

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 - P\zeta_1 & \varphi_2 & \varphi_3 - P\zeta_2 & \varphi_4 - P\zeta_3 \\ & \varphi_3 - P\zeta_4 & \varphi_6 - P\zeta_5 & \varphi_7 - P\zeta_6 \\ & & \varphi_8 - P\zeta_7 & \varphi_9 - P\zeta_8 \\ Sym. & & & \varphi_{10} - P\zeta_9 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ C_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (3.16)$$

式 (3.16) に対して一般化固有値問題を解き、座屈波数 (式 (3.10) の n) ごとに P を求め、最小となる値が胴板座屈強度および横倒れ座屈強度 P_{cr-lb} である。式 (3.16) の係数 φ_i および ζ_j の詳細は、付録 A に示す。

3.3 推定結果と有限要素解析結果の比較

本節では、推定式の精度を検証するために推定値と FEA 結果を比較する。対象となる基本寸法は、2.4.1 項で応力推定式の精度を検証した際の基本モデルと同じであり、ここでは L , t , H_w , および B_f の値を変更し、MSC. Nastran2017 を使用して弾性座屈固有値解析を実施した。対象とした寸法を Table 3.1 に示す。基本寸法が Case 1-1 を表す。境界条件等の各条件は、2.4.1 項と同じである。

Table 3.1 Dimensions of analysis model for parametric study (unit; mm).

Case	R	L	t	H_w	t_w	B_f	t_f
1-1	490.0	163.0	9.0	40.0	3.0	20.0	6.0
1-2	490.0	163.0	3.0	40.0	3.0	20.0	6.0
1-3	490.0	163.0	6.0	40.0	3.0	20.0	6.0
2-1	490.0	163.0	9.0	50.0	3.0	20.0	6.0
2-2	490.0	163.0	9.0	65.0	3.0	20.0	6.0
2-3	490.0	163.0	9.0	70.0	3.0	20.0	6.0
2-4	490.0	163.0	9.0	75.0	3.0	20.0	6.0
2-5	490.0	163.0	9.0	80.0	3.0	20.0	6.0
2-6	490.0	163.0	9.0	85.0	3.0	20.0	6.0
2-7	490.0	163.0	9.0	90.0	3.0	20.0	6.0
3-1	490.0	163.0	9.0	40.0	3.0	9.0	6.0
3-2	490.0	163.0	9.0	40.0	3.0	30.0	6.0
4	490.0	326.0	9.0	40.0	3.0	20.0	6.0
5	490.0	163.0	9.0	90.0	3.0	9.0	6.0

3.3.1 有限要素解析から得られる弾性座屈モード

Fig. 3.5 は、FEA によって得られる弾性座屈モードを示す。SB, TB, および LW は、胴板座屈モード、横倒れ座屈モード、およびウェブの局部座屈モードを示す。Fig. 3.5(a), (b)に示すようにウェブ高さが比較的低い場合、胴板座屈が先行して発生し、横倒れ座屈は胴板座屈と連成して発生する。一方で、Fig. 3.5(c), (d)に示すようにウェブ高さが比較的高い場合、内外リング補強方式で座屈モードの傾向が異なる。内リング補強方式では、座屈波数が小さいとき横倒れ座屈が単独で生じ、大きくなるにつれてウェブの局部座屈モードが組み合わさることが確認できる。外リング補強方式では、座屈波数が小さいとき横倒れ座屈が単独で生じ、大きくなるにつれて胴板座屈モードが組み合わさり、さらに大きくなると胴板座屈とウェブの局部座屈モードの組み合わせとなる。また、内リング補強方式でのみ、座屈波数が 0 となるモードが発生することが判明した。そして、本研究で実施した FEA の寸法範囲では、ウェブの局部座屈強度が最小値とはならなかった。

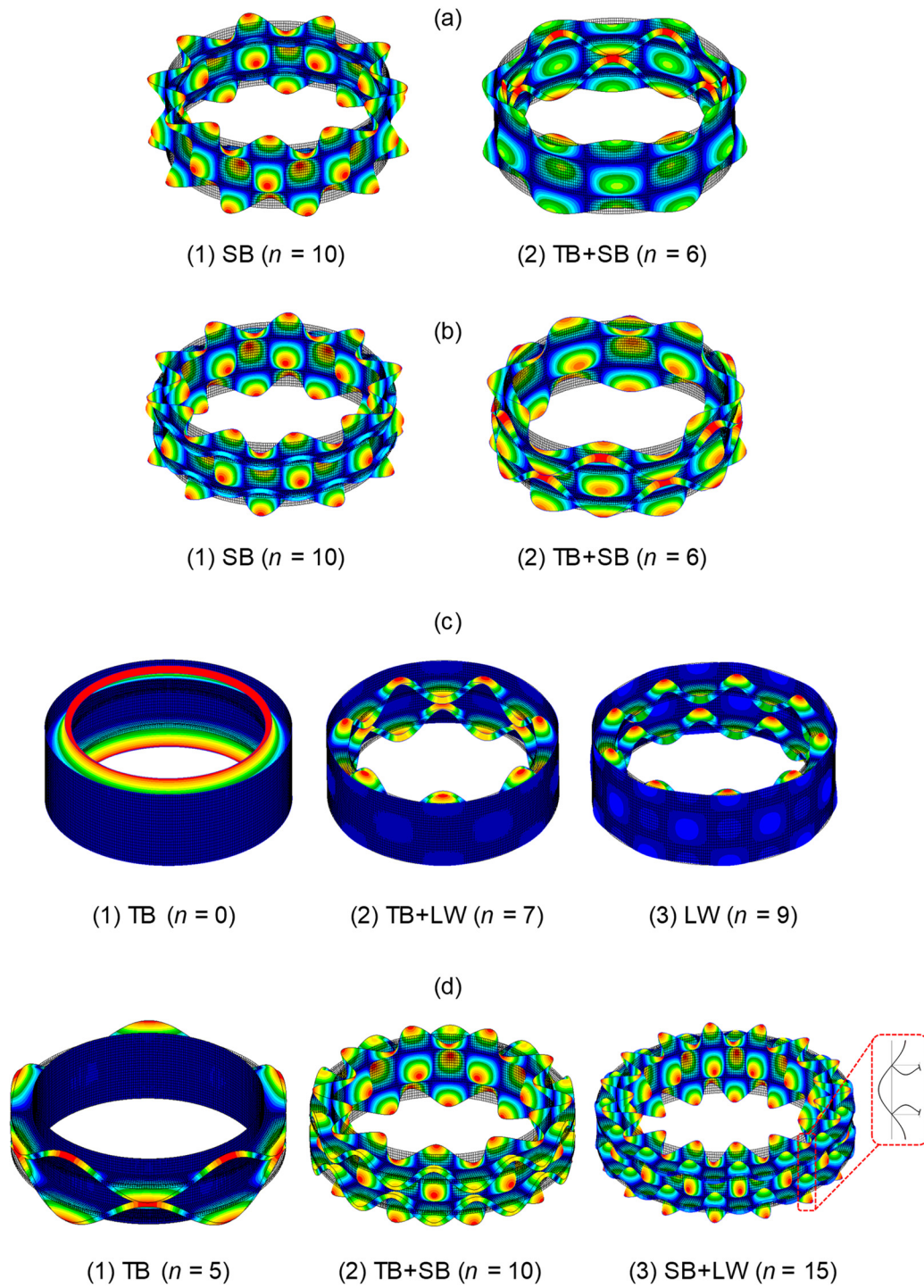


Fig. 3.5 Elastic buckling modes obtained by FEA: (a) Case 1-1 with inside ring-stiffeners; (b) Case 1-1 with outside ring-stiffeners; (c) Case 2-7 with inside ring-stiffeners; and (d) Case 2-7 with outside ring-stiffeners.

3.3.2 精度検証

本項では、各提案式の精度検証を実施した結果を示す。初めに、曲り梁モデルに基づく提案式の結果を示し、次に板モデルに基づく提案式の結果を示す。

(1) 曲り梁モデル

梁モデルにより定式化された提案式と、和泉ら [7]の横倒れ座屈強度推定式から求められた座屈強度の最小値（座屈波数 n を変化させた場合の最小値）の比較を Fig. 3.6 に示す。荷重の上昇とともに最も小さな座屈強度に達した場合に座屈が生じることを考えると、その精度を把握しておくことが重要となる。図は、ウェブ高さが 65.0 ~ 90.0 mm で、横倒れ座屈が単独で発生する場合の結果である。そして、横軸は、ウェブ高さをウェブ板厚で無次元化した値、縦軸は、各ウェブ高さでの FEA 結果の最小値（最低次座屈固有値）で除された値を示す。したがって、縦軸の 1.0 が FEA 結果を表す。和泉らの式は、内外リング補強方式の両方においてウェブ高さが高くなるにつれて、FEA よりも大きく強度を推定していることが確認できる。対照的に、提案式の精度は、ウェブ高さの変化に関係なく一定のままであり、和泉らの式の値よりも小さく推定している。提案式と和泉らの式との違いは、円筒形状に沿った定式化とフランジの捩り剛性の考慮が含まれるか否かであるため、これらが横倒れ座屈強度の推定に影響を与え、推定値を小さくする効果を持つということが判明した。これらの影響は、座屈強度の推定に重要であるため、板モデルによる定式化においても含まれている。提案式は、内リング補強方式において高精度に強度を推定できるが、外リング補強方式では約 10%の誤差がある。

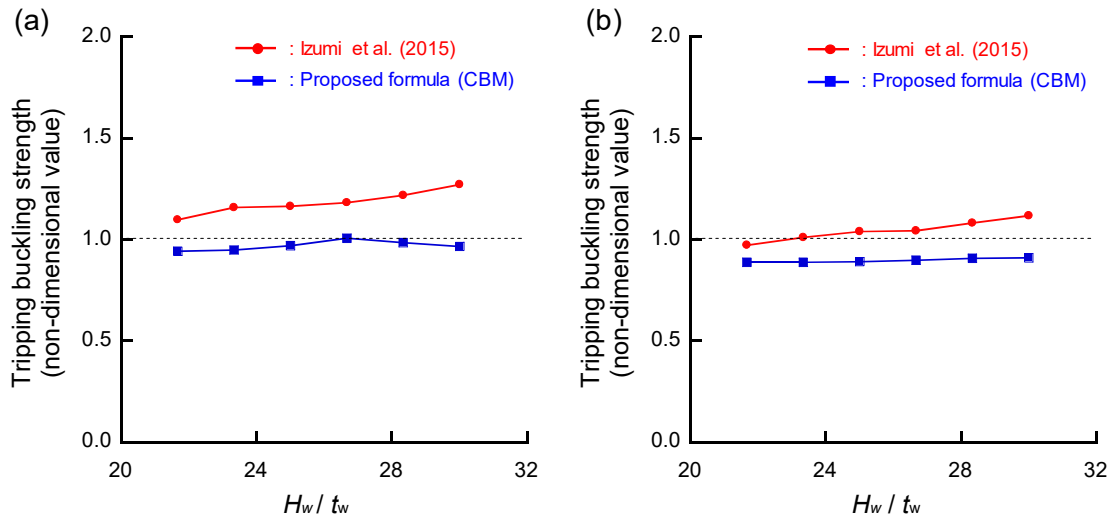


Fig. 3.6 Comparison of predicted tripping buckling strength with that by FEA for each web height: (a) shells with inside ring-stiffeners; (b) shells with outside ring-stiffeners; and $H_w = 65.0\text{--}90.0$ mm.

横軸が座屈波数 n を示し、縦軸が FEA 結果の最小値で無次元化された値を Fig. 3.7 に示す。提案式と和泉らの式は、 $n=1$ と 2 で非常に大きく強度を推定し、内外リング補強方式ともに $n=0$ となるモード (Fig. 3.5(c)-(1)) を持つ座屈強度を推定することはできないことが判明した。したがって、梁モデルに基づく提案式は、簡易的に横倒れ座屈強度を推定することに効果的であるが、正確な推定は困難であると考えられる。提案式が FEA 結果の傾向を捉えることができない理由の 1 つとして、胴板とウェブがばねとしてのみ定式化され、それらに作用する応力の影響が無視されたためだと考えられる。したがって、強度を正確に推定するためには、これらの影響を考慮する必要があると考えられ、次に、これらの影響を含む板モデルに基づく提案式の精度検証を実施した。

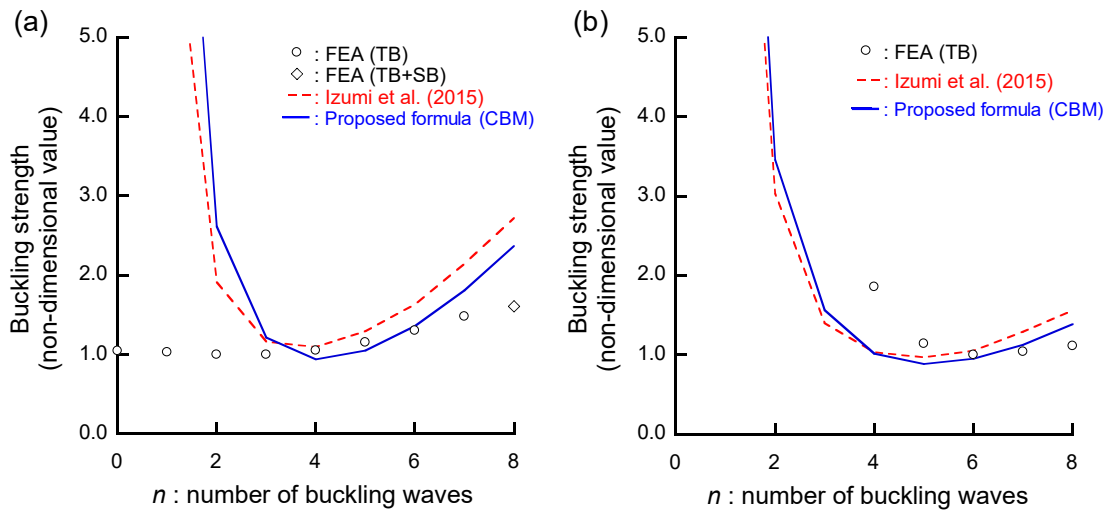


Fig. 3.7 Comparison of predicted buckling strength with that by FEA for each number of buckling waves: (a) shell with inside ring-stiffeners; (b) shell with outside ring-stiffeners; Case 2-2; $R \times L \times t = 490 \times 163 \times 9$; $H_w \times t_w = 65 \times 3$; and $B_f \times t_f = 20 \times 6$ mm.

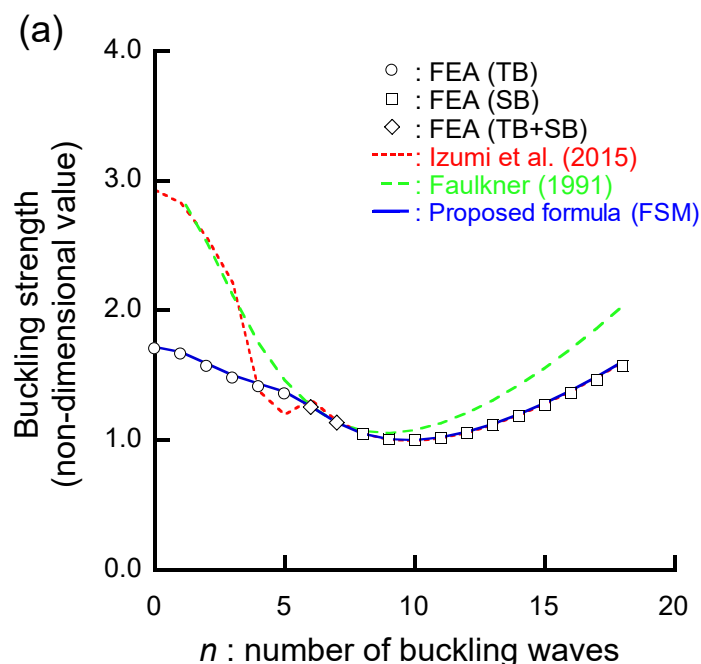
(2) 板モデル

板モデルに基づく提案式と従来式の比較を Fig. 3.8, Fig. 3.9, Fig. 3.11, Fig. 3.12, および Fig. 3.13 に示す。従来式として、Faulkner [11] の横倒れ座屈強度推定式と、和泉ら [7] の胴板座屈強度推定式と横倒れ座屈強度推定式を用いた。これらの式は、設計段階の強度評価に用いられることが多いため、妥当な比較対象として選んだ。なお、和泉らの式の値は、2 つの式から得られる強度のうち小さい値を示す。

基本寸法 (Case 1-1) における比較を Fig. 3.8 に示す。この寸法では、FEA 結果の最小値は、内外リング補強方式両方において胴板座屈モードを示した。そして、内リング補強方式では、座屈波数 $n=5$ 以下で横倒れ座屈モードを示した。一方、外リング補強方式では、横倒れ座屈モードと胴板座屈モードの組み合わせが座屈波数 $n=8$ 以下で発生した。なお、外リング補強方式では、 $n=17$ での FEA に座屈固有値を見つけることができなかった。提案

式と和泉らの式は、内外リング補強方式の違いに関係なく、胴板座屈強度を非常に正確に推定できることが確認できる。一方、横倒れ座屈強度に関して、和泉らの式および Faulkner の式は、内リング補強方式の FEA 結果の傾向を捉えることができないことが確認できる。これは、胴板とウェブの応力影響を考慮していないためであると考えられる。対照的に、提案式は、FEA 結果の傾向を正確に捉えることができています。すべての従来式が $n=0$ となる横倒れ座屈強度を推定することはできないが、提案式は、ウェブに作用する座屈前応力の影響を考慮しているため、 $n=0$ での強度予測が可能になった。3.3.3 項に詳細を考察する。

続いて、65.0 mm (case 2-2) のウェブ高さにおける比較を Fig. 3.9 に示す。FEA 結果の最小値は、内外リング補強方式両方で横倒れ座屈モードを示した。外リング補強方式では、座屈波数 $n=3$ 以下の場合、FEA 結果は負の固有値を示した。また、横倒れ座屈モードの傾向が内外リング補強方式で異なり、内リング補強方式では座屈波数が少ないほど FEA 結果は小さくなり、外リング補強方式では反対の傾向が見られた。これは、ウェブに作用する半径方向の座屈前応力が、内外リング補強方式で異なるためと考えられる。つまり、内リング補強方式で応力が圧縮となるのに対し、外リング補強方式は引張となる (Fig. 3.10)。前述したように、外リング補強方式では $n=0 \sim 3$ で負の固有値となることを確認しているが、これは、ウェブに作用する半径方向応力が引張になるためと考えることができる。したがって、式 (3.14) のウェブに作用する半径方向応力項 N_{rw} を正しく考慮する必要がある。内外リング補強方式両方の横倒れ座屈強度を推定したい場合は、この応力を無視するべきではないと言える。3.3.3 項に詳細な考察を述べる。



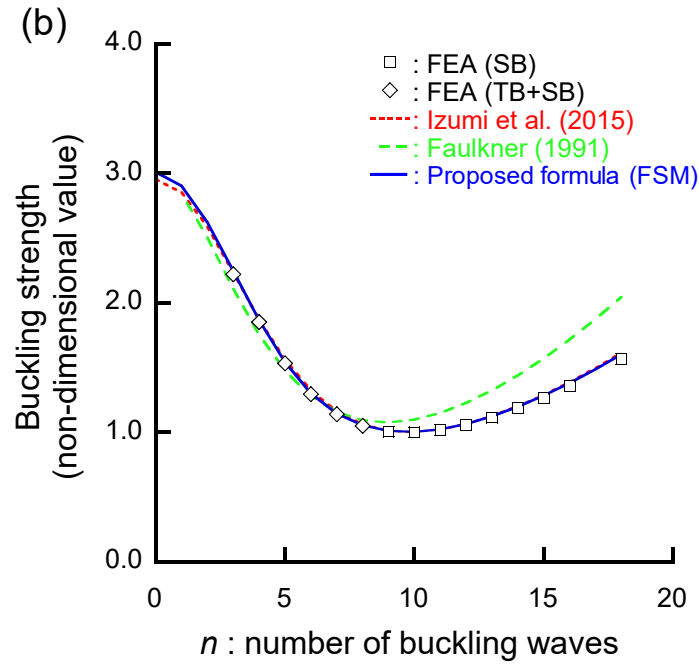
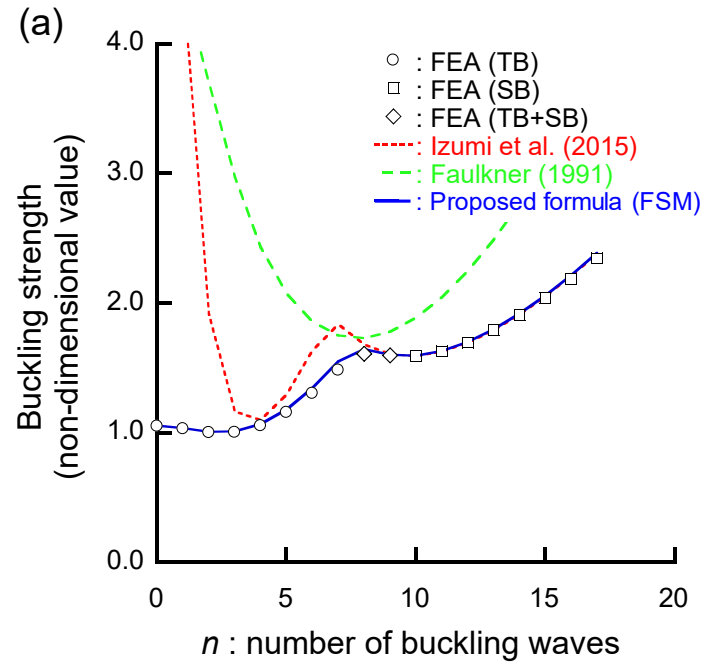


Fig. 3.8 Comparison of predicted buckling strength with that by FEA for each number of buckling waves: (a) shell with inside ring-stiffeners; (b) shell with outside ring-stiffeners; Case 1-1; $R \times L \times t = 490 \times 163 \times 9$; $H_w \times t_w = 40 \times 3$; and $B_f \times t_f = 20 \times 6$ mm.



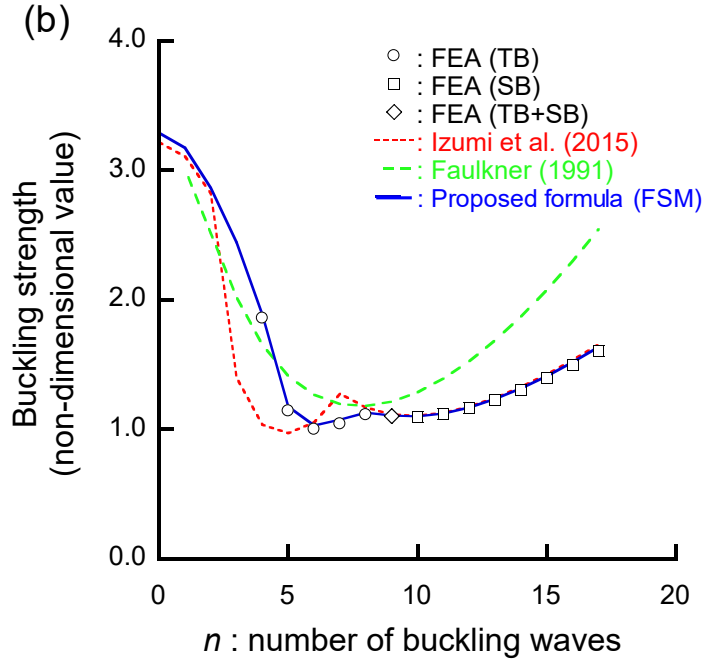


Fig. 3.9 Comparison of predicted buckling strength with that by FEA for each number of buckling waves: (a) shell with inside ring-stiffeners; (b) shell with outside ring-stiffeners; Case 2-2; $R \times L \times t = 490 \times 163 \times 9$; $H_w \times t_w = 65 \times 3$; and $B_f \times t_f = 20 \times 6$ mm.

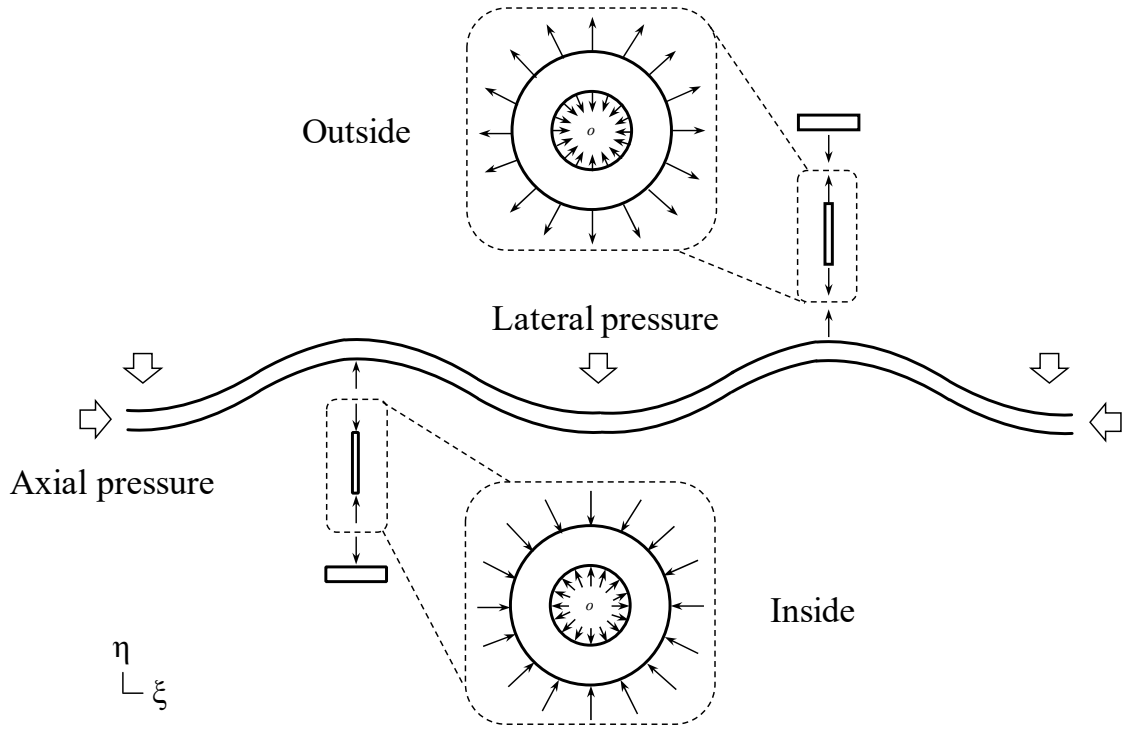


Fig. 3.10 Radial stress acting on web before buckling of both inside and outside ring-stiffeners.

90.0 mm (case 2-7) のウェブ高さにおける比較を Fig. 3.11 に示す。横倒れ座屈モードの FEA 結果の傾向は、Case 2-2 の場合とほぼ同じであるが、座屈波数 n が大きくなると、ウェブの局部座屈が内外リング補強方式両方で発生した。内リング補強方式において、提案式の値が FEA 結果と一致していないことが確認できる。この原因は、ウェブの変位関数 u_w が三次多項式として仮定されており、この関数では座屈変形を正確に表すことができないためと考えられる。ただし、ウェブ高さ 90.0 mm は非常に高く、非現実的であり、Table 3.1 に示す本研究の寸法範囲では、ウェブの局部座屈強度が最小値とはならなかったため、初期設計においてこれを注意する必要はないと考えられる。このモードは、外リング補強方式においても発生したが、胴板座屈モードが組み合わさり、かつ、支配的であったため、提案式は正確に推定できている。最後に、内外リング補強方式の両方において提案式は、横倒れ座屈強度を高精度に推定できることが確認できる。

フランジ幅 9.0 mm (Case 3-1) の場合の比較を Fig. 3.12 に示す。フランジ幅が基本寸法よりも短い場合、横倒れ座屈モードが内外リング補強方式の両方で支配的となった。なお、このモデルのように、フランジ幅が比較的小さい場合、ウェブ高さがそれほど大きくない場合でも、FEA で得られた最小値は、横倒れ座屈モードを示す。つまり、横倒れ座屈モードの発生は、ウェブ高さだけに依存するものではないことに、初期設計では注意が必要である。Faulkner の式は、内リング補強方式で FEA 結果よりも大きく推定し、外リング補強方式で座屈波数が増加するにつれて大きく推定している。和泉らの式は、内リング補強方式で最小値付近の FEA 結果よりも小さく推定している。提案式は、内外リング補強方式両方で正確に推定できている。外リング補強方式で座屈波数が 10 以下のとき、FEA では横倒れ座屈と胴板座屈との連成モードとなるが、すべての推定式で精度良く強度推定できている。

胴板板厚が 3.0 mm (Case 1-2) の場合の比較を Fig. 3.13 に示す。胴板板厚が基本寸法よりも薄い場合 (R/t が 54.4 から 163.3)、内外リング補強方式両方で胴板座屈モードが支配的となった。ここでは、初期設計で一般的に使用されている von Mises [4] の胴板座屈強度の式も追加する。和泉らの式は、比較的高い精度で胴板座屈強度を推定できているとしているが、von Mises の式とともに FEA よりも約 16% 低く推定した。反対に、提案式の精度は、内リング補強方式で 2% 未満、外リング補強方式で 5% 未満であった。胴板板厚が薄くなると、胴板とウェブの接合位置での変形は、単純支持よりも固定の方がより近い変形となる。提案式の変位関数には固定変形が含まれているが、従来式は、単純支持変形のみを想定されているため、このような結果となった。以上のことから、提案式は、あらゆる条件においても高精度に座屈強度を推定することができることが明らかとなった。初期構造設計においてリング補強円筒殻の各寸法は、胴板座屈モードが他のモードより先行して発生するように決定されるが、従来式の精度では強度を正しく評価できないため、特に胴板板厚が薄い場合には注意を払う必要がある。

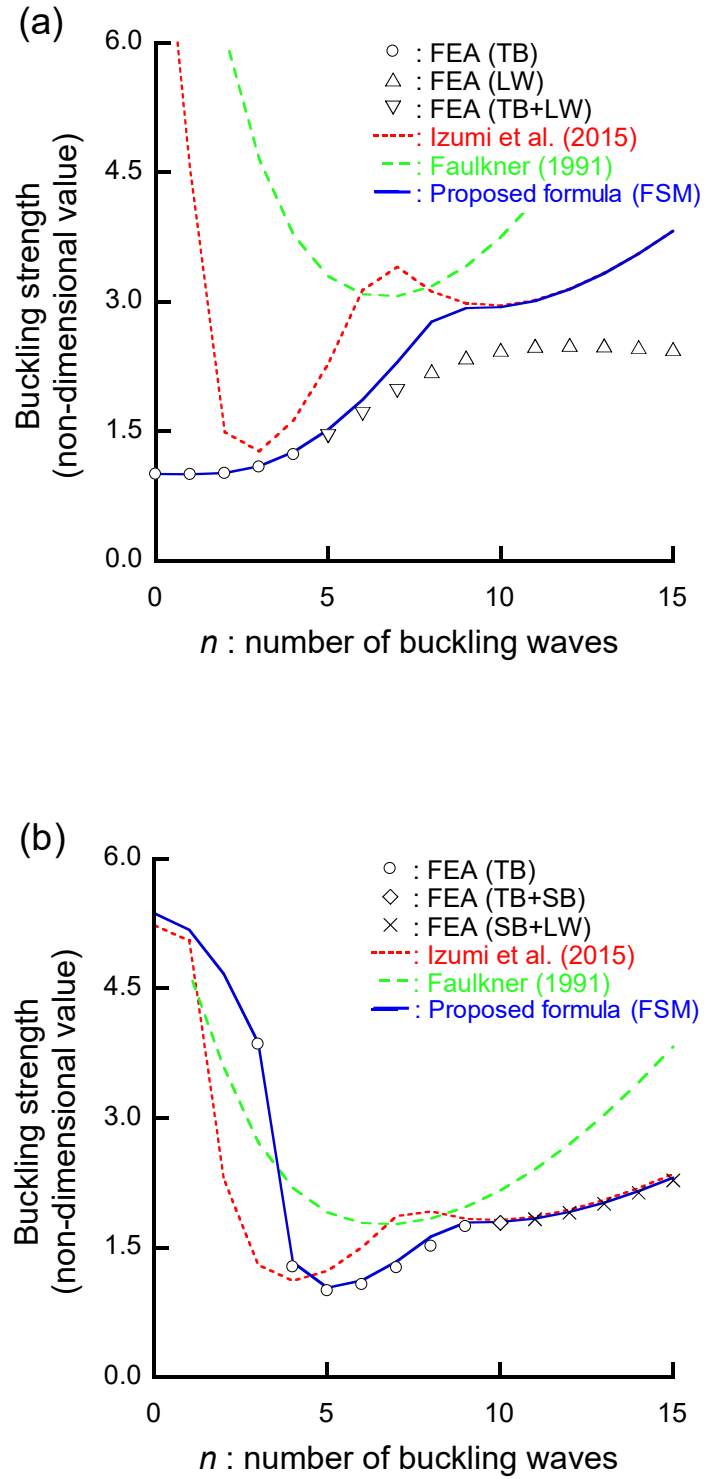


Fig. 3.11 Comparison of predicted buckling strength with that by FEA for each number of buckling waves: (a) shell with inside ring-stiffeners; (b) shell with outside ring-stiffeners; Case 2-7; $R \times L \times t = 490 \times 163 \times 9$; $H_w \times t_w = 90 \times 3$; and $B_f \times t_f = 20 \times 6$ mm.

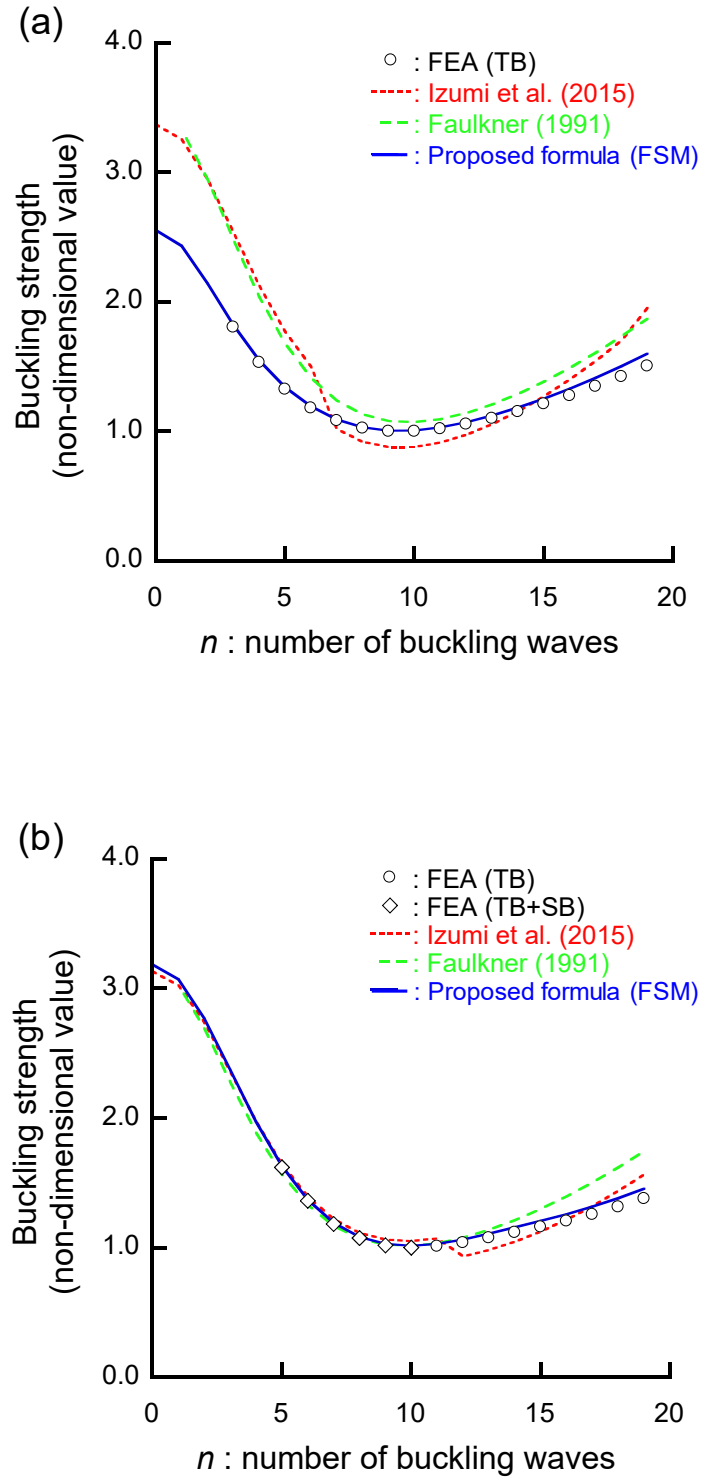


Fig. 3.12 Comparison of predicted buckling strength with that by FEA for each number of buckling waves: (a) shell with inside ring-stiffeners; (b) shell with outside ring-stiffeners; Case 3-1; $R \times L \times t = 490 \times 163 \times 9$; $H_w \times t_w = 40 \times 3$; and $B_f \times t_f = 9 \times 6$ mm.

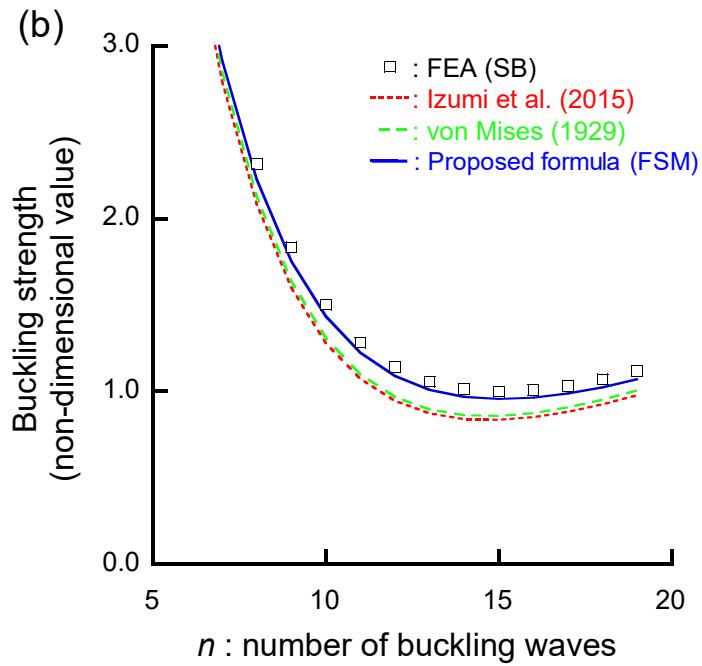
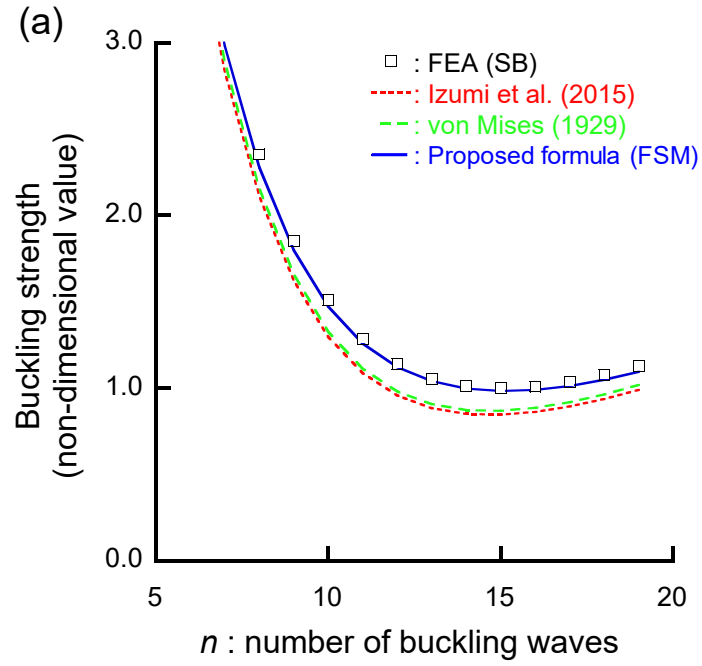


Fig. 3.13 Comparison of predicted buckling strength with that by FEA for each number of buckling waves: (a) shell with inside ring-stiffeners; (b) shell with outside ring-stiffeners; Case 1-2; $R \times L \times t = 490 \times 163 \times 3$; $H_w \times t_w = 40 \times 3$; and $B_f \times t_f = 20 \times 6$ mm.

Table 3.2 は、板モデルに基づく提案式および和泉らの式によって得られる様々な座屈波数 n の中での最小座屈強度と、その時の座屈波数を示す。和泉らの式の値 ($P_{cr}^{(2)}$) は、胴板座屈強度推定式と横倒れ座屈強度推定式の計算値のうち、より小さい方の値を選択している。また、すべての推定値は、各 Case の FEA 結果の最小座屈強度で無次元化している。Table 3.2 はさらに、FEA によって得られた座屈モードも示す。表より、提案式は、内リング補強方式で約 2%未満の誤差で座屈強度を推定できることが確認できる。ほとんどの Case において、従来式に比べて精度が向上した。座屈波数についても FEA 結果とほぼ一致したが、ウェブ高さが高くなると、最低次座屈モードが胴板座屈モードから横倒れ座屈モードに変化することを再現できずに、結果、Case 2-1 では、提案式と FEA で最低次波数の大きな乖離が見られる。この寸法では、横倒れ座屈強度と胴板座屈強度がほぼ等しくなり、提案式の最小値は胴板座屈モードを示したのに対して、FEA の最小値は横倒れ座屈モードを示した。しかしながら、最小値自体は、FEA 結果と非常に正確に一致しているため、両座屈強度のわずかな差によるものだと考える。また、ウェブ高さが Case 2-1 よりもわずかに高い Case 2-2 において、提案式によって得られた座屈波数は、FEA 結果と一致する。一方、外リング補強方式において、提案式の座屈強度推定値と座屈波数は、FEA 結果と高精度で一致している。提案式の最大誤差は約 6%であるが、従来式の最大誤差約 40%に比べて精度が大幅に向上している。

板モデルに基づいた提案式と FEA によって得られた座屈強度の最小値の相関関係を Fig. 3.14 に示す。すべての値は、FEA によって取得された値 P'_{FEA} (内リング補強方式の Case 3-2) で無次元化された。提案式は、内外リング補強方式の両方で、非常に正確に座屈強度を推定できることが確認できる。提案式の推定値を FEA 結果で除した無次元値の平均を計算したところ、内リング補強方式で 1.001、外リング補強方式で 1.014 となった。

Table 3.2 Comparison of predicted buckling strength and number of buckling waves with those by FEA.

(a) shells with inside ring-stiffeners						
Case	Buckling strength P_{cr}		Number of buckling waves n			Buckling mode
	$P_{cr}^{(1)*}$	$P_{cr}^{(2)}$	$n^{(1)}$	$n^{(2)}$	$n^{(FEA)}$	
1-1	1.003	0.996	10	10	10	SB
1-2	0.984	0.847	15	15	15	SB
1-3	0.979	0.946	12	12	12	SB
2-1	1.009	0.979	10	5	4	TB
2-2	1.007	1.098	2	4	2	TB
2-3	1.006	1.159	2	3	2	TB
2-4	1.006	1.165	2	3	2	TB
2-5	1.005	1.183	2	3	2	TB
2-6	1.004	1.218	1	3	1	TB
2-7	1.003	1.272	1	3	1	TB
3-1	1.006	0.880	9	9	9	TB
3-2	1.001	0.989	10	10	10	SB
4	0.986	0.990	8	8	8	SB
5	1.016	1.248	4	5	4	TB

(b) shells with outside ring-stiffeners						
Case	Buckling strength P_{cr}		Number of buckling waves n			Buckling mode
	$p_{cr}^{(1)*}$	$p_{cr}^{(2)}$	$n^{(1)}$	$n^{(2)}$	$n^{(FEA)}$	
1-1	1.004	1.004	10	10	10	SB
1-2	0.956	0.836	15	15	15	SB
1-3	0.976	0.949	12	12	12	SB
2-1	1.003	1.005	10	10	10	SB
2-2	1.031	0.972	6	5	6	TB
2-3	1.032	1.011	6	5	6	TB
2-4	1.035	1.040	6	4	6	TB
2-5	1.033	1.043	5	4	5	TB
2-6	1.034	1.082	5	4	5	TB
2-7	1.036	1.118	5	4	5	TB
3-1	1.015	0.933	10	12	10	TB+SB
3-2	1.001	0.995	10	10	10	SB
4	0.986	0.990	8	8	8	SB
5	1.056	1.396	8	7	8	TB

*Note: (1) and (2) show the proposed formula on FSM and the formula by Izumi et al., respectively. All the estimated values of the buckling strength are divided by the FEA results in each case.

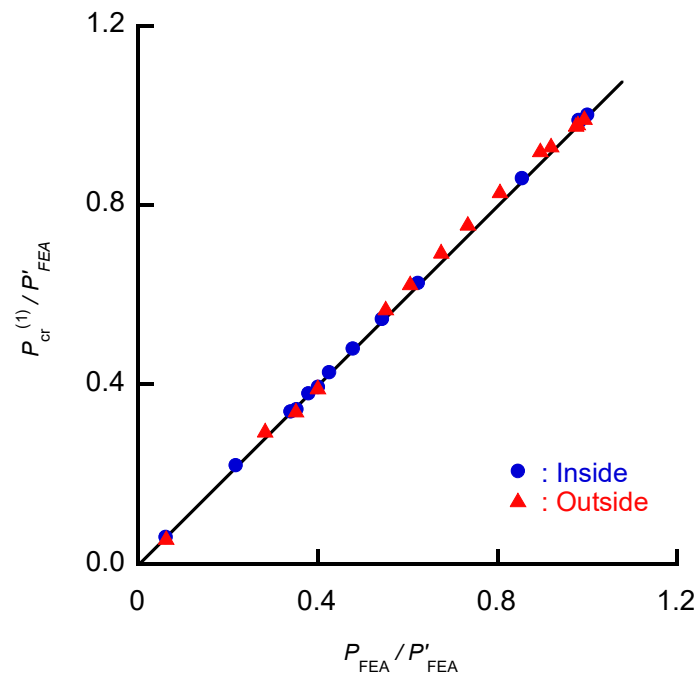


Fig. 3.14 Correlation of buckling strengths obtained from proposed formula on FSM and FEA.

3.3.3 ウェブに作用する応力影響

本項では、すべての従来式では考慮されていなかった、ウェブに作用する応力影響について説明する。この応力は、横倒れ座屈強度に影響を及ぼす。式 (3.14) のポテンシャルエネルギーにおけるウェブに作用する応力項 N_{rw} と $N_{\theta w}$ を考慮する場合と考慮しない場合の横倒れ座屈強度を比較した。結果を Fig. 3.15 に示す。

N_{rw} を考慮しない場合、内リング補強方式の横倒れ座屈強度は、両応力項を考慮した提案式の値よりも大きくなることを確認できる。対照的に、外リング補強方式では小さく推定している。これは、ウェブに作用する半径方向応力が内リング補強方式では圧縮、外リング補強方式では引張になるためと考えられる。また、 N_{rw} を考慮しない座屈強度は、座屈波数が増加するとき、両応力項を考慮した提案式の強度に近づく。これは、座屈波数が 8 以上の場合には、胴板座屈が発生するためと考えられる。次に、 $N_{\theta w}$ だけを考慮しない場合、内外リング補強方式の両方の座屈強度が過大評価されることが確認できる。したがって、横倒れ座屈強度を正確に推定するには、 N_{rw} と $N_{\theta w}$ の両方の項を考慮する必要があると言える。特に、ウェブに作用する半径方向応力の影響は、内リング補強方式で非常に大きくなるため注意が必要である。曲り梁モデルに基づく提案式の精度が低い主な理由は、この影響を無視しているためと結論付けられる。

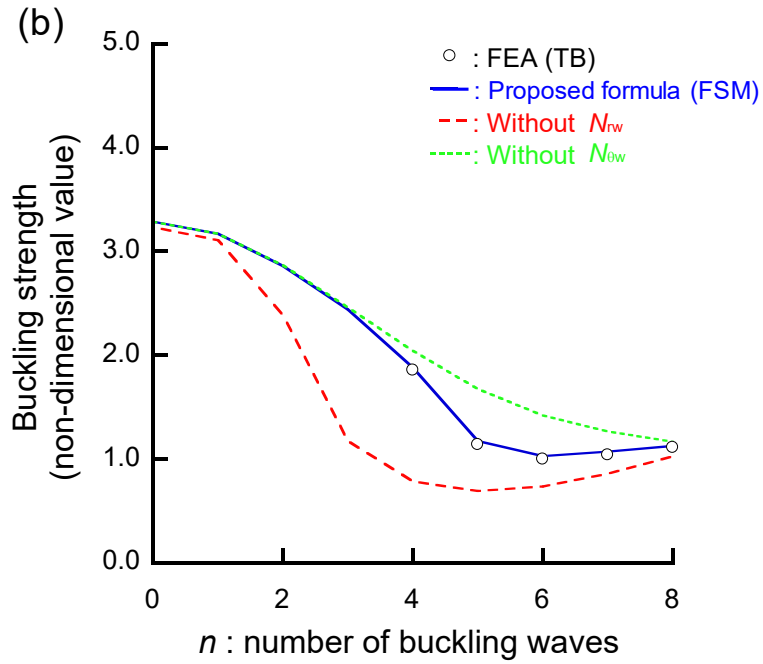
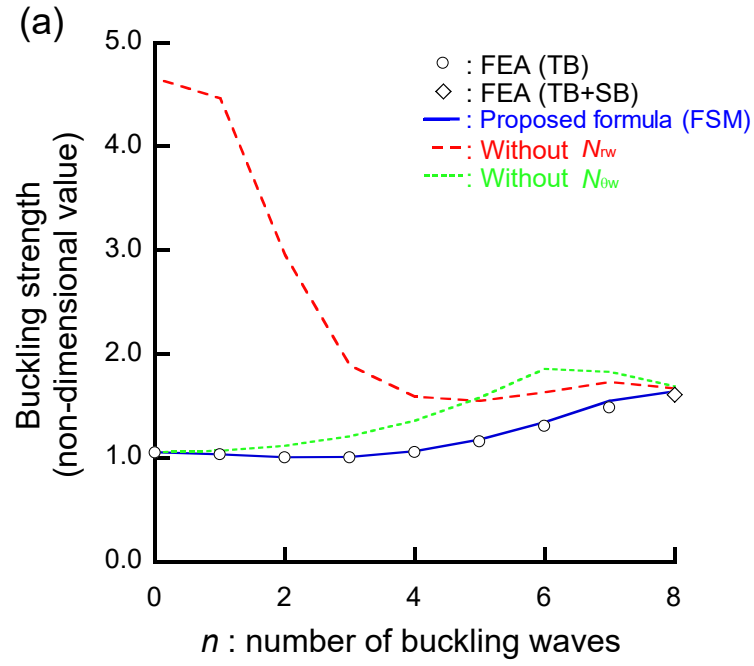


Fig. 3.15 Influence of stress acting on web: (a) shell with inside ring-stiffeners; (b) shell with outside ring-stiffeners; Case 2-2; $R \times L \times t = 490 \times 163 \times 9$; $H_w \times t_w = 65 \times 3$; and $B_f \times t_f = 20 \times 6$ mm.

3.4 結論

本章では、外圧を受けるリング補強円筒殻の弾性域の胴板座屈強度および補強リングの横倒れ座屈強度に関する推定式を提案した。曲り梁モデルに基づく提案式（CBM）を、フランジを曲り梁として仮定し、胴板とウェブの抵抗を表すばねを付与することによって導出した。一方、板モデルに基づく提案式（FSM）を、胴板とウェブの座屈挙動を板として想定し、胴板座屈と横倒れ座屈の変形の相互影響を考慮することで導出した。また、ウェブに作用する座屈前応力の影響の考慮と、円筒形状に対応した定式化を実施した。以下に得られた結果を示す。

1. 曲り梁モデルに基づく提案式は、従来式と比較して、内リング補強方式の場合に横倒れ座屈強度を小さく推定することができ、正確な推定が可能になる。また、円筒形状とフランジの捩り剛性の考慮は、横倒れ座屈強度を小さくする効果がある。さらに、提案式および従来式は、 $n = 0 \sim 2$ で FEA 結果よりも非常に大きく強度推定する。この結果から、フランジを梁と仮定する推定法では、簡易的に強度を推定できる利点があるものの、正確に強度を推定するためには限界がある。
2. 板モデルに基づく提案式から得られる推定値は、FEA 結果と非常に精度よく一致し、従来式では不可能であった $n = 0$ となる横倒れ座屈モードの強度も推定することができる。
3. ウェブに作用する座屈前の半径方向応力は、内リング補強方式で圧縮となり、外リング補強方式で引張となるため、横倒れ座屈の傾向が内外リング補強方式で異なる。したがって、横倒れ座屈強度を正確に推定する上で、ウェブに作用する応力の影響を考慮することが重要となる。特に、内リング補強方式のウェブに作用する半径方向応力は、横倒れ座屈強度に非常に大きな影響を及ぼす。
4. 横倒れ座屈は、外リング補強方式よりも内リング補強方式で発生する可能性が高い。また、ウェブ高さが大きくない場合でも、フランジ幅が小さな場合には横倒れ座屈が発生する。
5. 胴板座屈に関する従来式は、比較的正確に座屈強度を推定することができるが、胴板の板厚が小さくなるにつれて精度が低下する。対照的に、提案式は、胴板とウェブの接合位置において固定変形となる変位関数を挿入しているため、胴板板厚が小さくなったとしても、高精度で座屈強度を推定することができる。

第4章 弾性全体座屈強度推定

4.1 緒言

本章では、外圧を受けるリング補強円筒殻の全体座屈強度推定式を開発することを目的として、大坪ら [20]の研究を基に、座屈後の変位関数を新たに仮定し、エネルギー法により推定式を導出する。また、曲り梁効果とウェブの面内せん断変形の影響を断面 2 次モーメントに含める方法を提案する。

4.2 節では、全体座屈強度推定式の定式化について述べる。また、具体的に、曲り梁効果とせん断変形の影響について説明し、これらの影響を考慮した等価断面 2 次モーメントの定式化について説明する。

4.3 節では、提案式の精度を検証するために、FEA を実施し、その結果と推定値を比較する。また、曲り梁効果とせん断変形の影響が、推定値に与える影響について調査した結果を示す。

本章で説明する提案式は、第 6 章の全体座屈を伴う場合の最終強度推定において用いる。

4.2 弾性全体座屈強度推定式

本研究では、弾性域の全体座屈強度推定式を提案するにあたり、大坪ら [20]の研究を参考に発展させる。大坪らの研究では、座屈後の変位関数を設定し、これにエネルギー法を適用することで推定式を導出している。しかしながら、その推定式は、外リング補強方式で FEA 結果より大きく推定することがあり（詳細は後述する）、また、内外リング補強方式で全体座屈強度が異なる全体座屈挙動に対応することができない。そこで、本研究では、大坪らの推定式より高精度で、かつ、内外リング補強方式の違いを考慮できる新たな全体座屈強度推定式を提案する。定式化にあたり、より適切な変位関数を設定し、曲り梁効果の影響およびせん断変形の影響を新たに考慮した等価断面 2 次モーメントを導出する。以下に詳細を示す。

4.2.1 定式化

まず初めに、ポテンシャルエネルギーから全体座屈強度推定式を導出する過程について説明する。

(1) 変位関数

次式が本研究で用いる変位関数である。

$$u = A_1 \sin \frac{\pi \xi}{l} \cos n\theta, \quad (4.1a)$$

$$v = B_1 \cos \frac{\pi \xi}{l} \sin n\theta, \quad (4.1b)$$

$$w = C_1 \cos \frac{\pi \xi}{l} \cos n\theta + C_2 \left(\pm 1 + \cos \frac{2\pi \xi}{L} \right) \cos \frac{\pi \xi}{l} \cos n\theta, \quad (4.1c)$$

$$v_r = \frac{r_r}{R_m} v - \left(\frac{r_r}{R_m} - 1 \right) \frac{\partial w_r}{\partial \theta}, \quad (4.1d)$$

$$w_r = C_1 \cos \frac{\pi \xi}{l} \cos n\theta, \quad (4.1e)$$

ここで、 u は長方向変位、 v は周方向変位、 w は半径方向変位、 v_r は補強リング単体の中性軸位置での周方向変位、 w_r は補強リング単体の中性軸位置での半径方向変位であり、 w の第 1 項である。 l はリング補強円筒殻の全長（隔壁間の距離）、 L は補強リング間長、 r_r は曲り梁効果を含む補強リング単体の中性軸位置までの半径、 n は周方向座屈波数である。曲り梁効果については、詳細を 4.2.2 項で説明する。それぞれの変位関数 u 、 v 、 w の第 1 項は、全体座屈モードを表し、半径方向変位 w の第 2 項は、胴板の局部変形モードを表す。 w の第 2 項の \pm は、 $+$ が補強リングの数が偶数の場合、 $-$ が奇数の場合を表す。この変位関数において大坪らの研究と異なる点は、大坪らは u 、 v 、 w すべてに局部変形モードも考慮しているが、本研究では半径方向変位 w のみに局部変形モードを考慮することである。また、その局部変形モードにおいて、大坪らは、リング補強円筒殻の全長にわたって等しい局部変形モードを考慮しているが、本研究では、 w の第 2 項に $\cos(\pi \xi / l)$ を付け加え、リング補強円筒殻中央から端部にかけて局部変形モードが徐々に小さくなるように設定した。Fig. 4.1 に示すように、本研究で設定する半径方向変位（式 (4.1c)）は、FEA から得られる半径方向の固有ベクトルを広い範囲で再現出来ている。

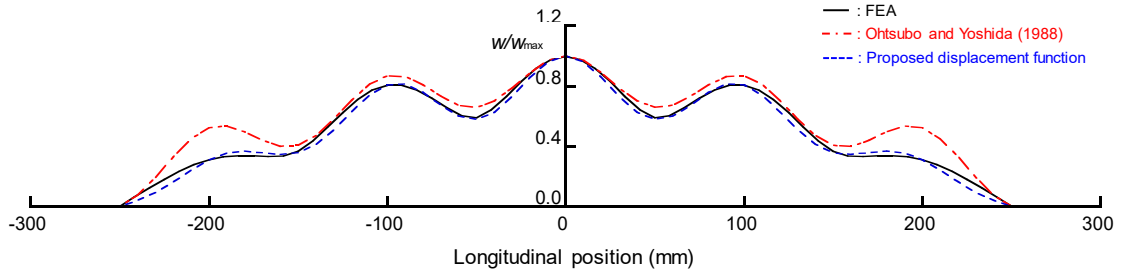


Fig. 4.1 Comparison of radial displacement (eigenmode) obtained from FEA, Ohtsubo and Yoshida [20], and Eq. (4.1c).

(2) 座屈強度推定式

全体座屈を伴う場合の外圧下リング補強円筒殻の座屈前から座屈後までのポテンシャルエネルギーは、式 (4.2) で表される。

$$\begin{aligned}
\Pi &= U_s + U_r + V_s + V_r + W \\
&= R_m \frac{C_s}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{1}{R_m^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right)^2 + \frac{2\nu}{R_m} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial u}{R_m \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 \right] d\xi d\theta \\
&\quad + R_m \frac{D_s}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right)^2 + \frac{1}{R_m^4} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\partial v}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{2\nu}{R_m^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1-\nu}{2R_m^2} \left(2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \theta} - \frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 \right] d\xi d\theta \\
&\quad + \frac{EA_r}{2r_r} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial v_r}{\partial \theta} + w_r \right)^2 d\theta \\
&\quad + \frac{EI_r}{2r_r^3} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial^2 w_r}{\partial \theta^2} - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right)^2 d\theta \\
&\quad + R_m \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left[N_{\xi s} \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{N_{\theta s}}{R_m^2} \left(v - \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right] d\xi d\theta \\
&\quad + \frac{1}{2r_r} \int_0^{2\pi} \sigma_{\theta r} A_r \left(v_r - \frac{\partial w_r}{\partial \theta} \right)^2 d\theta \\
&\quad + \frac{P}{2} \left(\frac{R}{R_m} \right) \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left(v^2 - v \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial \theta} w + w^2 \right) d\xi d\theta, \tag{4.2}
\end{aligned}$$

ここで,

$$I_r = I_c - I_s - A_r (r_r - r)^2,$$

$$I_s = \frac{b_e t^3}{12},$$

$$b_e = \frac{1.556\sqrt{R_m t}}{2\gamma \left\{ \left[1 + 0.5n^4 (t/R_m)^2 \right]^{0.5} + \frac{n^2 (t/R_m)}{\sqrt{3}} \right\}^{0.5}},$$

$$N_{\xi s} = -\frac{PR}{2} \left(\frac{R}{R_m} \right),$$

$$N_{\theta s} = -PR + P\beta R_m F_1' (A' \cos \beta \xi \cosh \beta \xi + B' \sin \beta \xi \sinh \beta \xi),$$

$$\sigma_{\theta r} = \pm \frac{P}{t_w R_l^2} \left[\left(1 + \frac{R_f^2}{r^2} \right) R_m^2 F_1' - \left(1 + \frac{R_m^2}{r^2} \right) R_f^2 F_2' \right],$$

A_r は補強リング単体の断面積, r は曲り梁効果および胴板有効幅を含む補強リングの中性軸位置までの半径, I_c は曲り梁効果, セン断変形の影響, および胴板有効幅を含む断面2次モーメントである. ただし, 式(4.2)で使用される I_r は, 補強リング単体の断面2次モーメントとする必要があるが, 本研究では, 胴板有効幅を含めた断面に対して曲り梁効果およびセン断変形の影響を考慮するため, その補正として I_c から胴板単体の断面2次モーメント I_s (胴板有効幅分)を引き, さらに中性軸位置を補強リング単体の中性軸位置に移動させている. 曲り梁効果については, 詳細を4.2.2項に, セン断変形の影響については, 詳細を4.2.3項で説明する. また, I_c や I_s では胴板有効幅 b_e として, Bijlaard [17]が提案している座屈後の有効幅を用いる. $N_{\xi s}$, $N_{\theta s}$, $\sigma_{\theta r}$ は, 座屈直前の胴板の長手方向面内力, 胴板の周方向面内力, 補強リング単体の周方向応力であり, 第2章で導出した推定式を用いる. $N_{\theta s}$ は, 無限長のリング補強円筒殻の補強リング間中央位置 ($\xi=0$)の面内力で代表し, $\sigma_{\theta r}$ は, 補強リング単体の中性軸位置の応力で代表している. そして, 最小ポテンシャルエネルギーの原理を適用することで, 次式を導出できる.

$$\begin{bmatrix} \varphi_1' & \varphi_2' & \varphi_3' & \varphi_4' \\ & \varphi_5' - P\zeta_1' & \varphi_6' - P\zeta_2' & \varphi_7' - P\zeta_3' \\ & & \varphi_8' - P\zeta_4' & \varphi_9' - P\zeta_5' \\ Sym. & & & \varphi_{10}' - P\zeta_6' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

全体座屈強度 P_{cr-ob} は, 式(4.3)に対して一般化固有値問題を解くことによって得ることができる. 式(4.3)の係数 φ_i' および ζ_j' の詳細は, 付録Bに示す.

4.2.2 曲り梁効果の影響

補強リングの寸法が大きくなると、補強リングの曲げ変形に対する曲り梁効果が大きくなる。曲り梁効果とは、曲り梁が曲げモーメントを受けるとき、曲げ応力が真直梁の場合の直線的な応力分布とは異なり、Fig. 4.2 に示すような双曲線的な応力分布となり、中性軸位置が変化することを指す。そのため、全体座屈強度推定式における補強リングの曲げ剛性においては、リング補強円筒殻が全体座屈したときの補強リングの中性軸位置の変化を考慮する必要がある。

そこで、本研究では、曲り梁が曲げ変形する際の中性軸位置における、双曲線的な曲げ応力分布に合うような断面 2 次モーメント推定式を用いる。曲げモーメントを受ける曲り梁の曲げ応力は、式 (4.4) のように表すことができる [50]。

$$\sigma_M = -\frac{Ey\Delta d\phi}{(r-y)d\phi}. \quad (4.4)$$

梁の軸方向に外力の作用はないため、断面に作用する応力の総和は 0 でなければならない。この条件より式 (4.5) が導き出すことができる。

$$\int_A \frac{r-\eta}{\eta} dA = 0, \quad (4.5)$$

ここで、 r は曲り梁が曲げ変形する際の中性軸位置までの半径、 η は中心から微小部分 dA までの距離である。Fig. 4.3 に示す断面形状（外リング補強方式）に対し式 (4.5) を解くことにより、曲り梁効果により変化した中性軸位置までの半径を表す式 (4.6) が導出できる。

$$r = \frac{A}{b_c \log \frac{a'+t}{a'} + t_w \log \frac{a''-t_f}{a'+t} + B_f \log \frac{a''}{a''-t_f}}, \quad (4.6)$$

ここで、 A は胴板有効幅を含めた補強リングの断面積である。また、前述したように曲げ応力は双曲線的な分布となることから、式 (4.6) にて得られた中性軸位置における断面 2 次モーメントは、双曲線的な応力分布に対応した式 (4.7) を用いて算出する [50]。

$$I = \int_A \frac{r}{r-y} y^2 dA \equiv Aer, \quad (4.7)$$

ここで、 $e = R_s - r$ である。

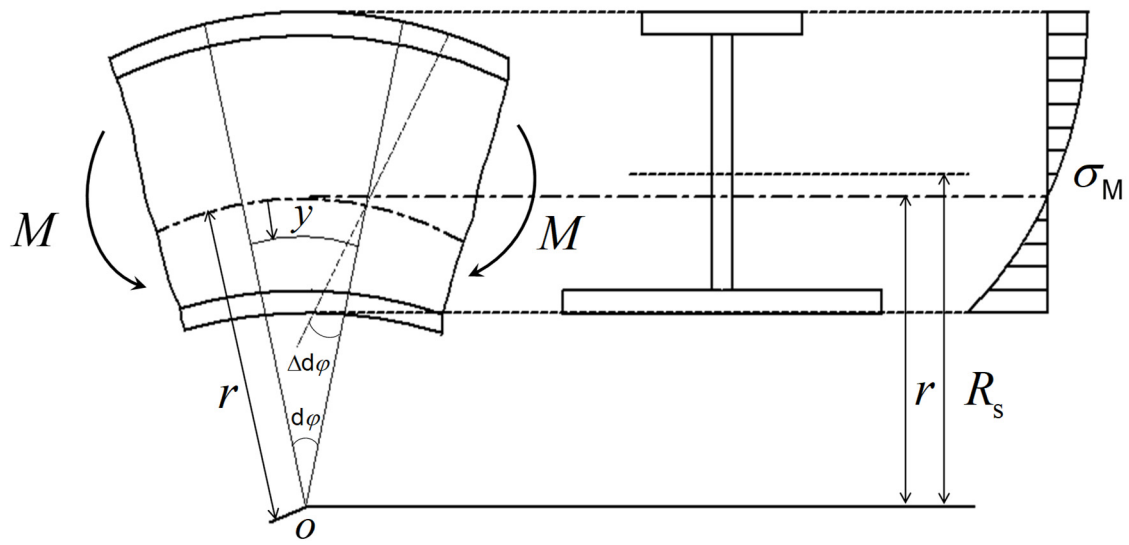


Fig. 4.2 Bending stress distribution of curved beam.

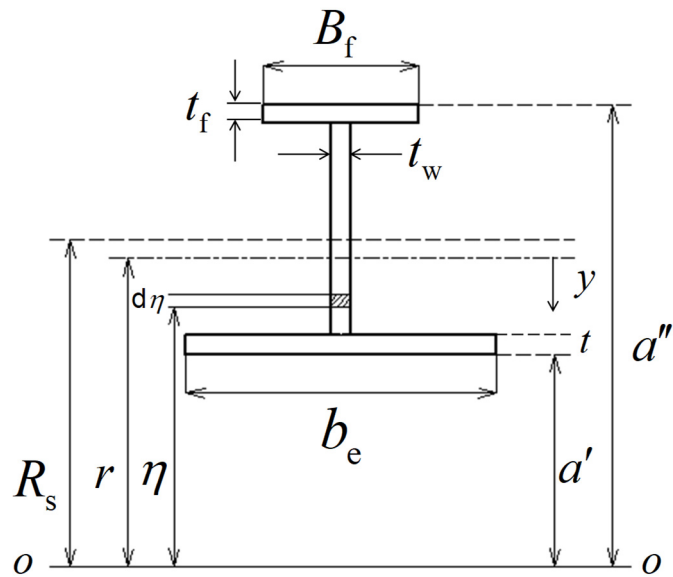


Fig. 4.3 Radius to neutral axis of curved beam on which bending moment acts.

4.2.3 せん断変形の影響

Fig. 4.3 に示す断面形状の補強リングに対し、重量増を抑えつつ断面 2 次モーメントを大きくする場合、補強リングのウェブを高くすることが効率的である。しかしながら、半径に対してウェブが高くなるにつれて、面内せん断変形の影響を無視できなくなる。そこで、全体座屈強度推定式の精度を向上させるために、補強リングの断面 2 次モーメントに、せん断変形の影響を考慮する手法を提案する。

まず、胴板有効幅分の胴板を含む 1 リングの座屈時の半径方向変位が、式 (4.8) のような曲げ変形とせん断変形の合計で表すことができるとする。

$$w = w_b + w_s. \quad (4.8)$$

これをせん断変形に関して整理し、1 リングの半径方向変位を $w = K_1 \sin n\theta$ 、曲げ変形を $w_b = K_2 \sin n\theta$ と仮定することで、せん断変形は、式 (4.9) のように表すことができる。

$$w_s = (K_1 - K_2) \sin n\theta. \quad (4.9)$$

また、1 リングの曲げモーメントは、式 (4.10) のように表すことができる [9].

$$M = -\frac{EI}{r^2} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial \theta^2} + w_b \right), \quad (4.10)$$

ここで、 I は曲り梁効果と胴板有効幅を含む補強リングの断面 2 次モーメント、 r は曲り梁効果と胴板有効幅を含む中性軸位置までの半径である。続いて、せん断力は、式 (4.11) のように表すことができる。

$$F = \frac{GA_w}{r} \frac{\partial w_s}{\partial \theta}, \quad (4.11)$$

ここで、 G はせん断弾性係数、 A_w はウェブの断面積である。また、せん断力と曲げモーメントの関係は、式 (4.12) のように表すことができる。

$$F = \frac{\partial M}{r \partial \theta}. \quad (4.12)$$

よって、式 (4.12) に式 (4.10) と式 (4.11) を代入し、仮定した変位関数を代入することで、式 (4.13) に示すような係数 K_1 , K_2 の関係式を導出できる。

$$K_1 = \left[1 + \frac{(n^2 - 1)EI}{r^2 GA_w} \right] K_2. \quad (4.13)$$

したがって、曲げ変形と、曲げ+せん断変形の比だけ断面 2 次モーメントが低下すると考えると、せん断変形の影響を考慮した断面 2 次モーメントが式 (4.14) のようになる。

$$I_c = \left\{ 1 / \left[1 + \frac{(n^2 - 1)EI}{r^2 GA_w} \right] \right\} I. \quad (4.14)$$

式 (4.14) を、新たに導出した全体座屈強度推定式である式 (4.3) の曲げ剛性に適用することで、補強リングの曲り梁効果とせん断変形の影響を考慮した全体座屈強度を求めることができる。

4.3 推定結果と有限要素解析結果の比較

4.3.1 有限要素解析モデル

本章での解析対象として、外圧作用下のリング補強円筒殻に対する包括的な試験を実施している Cho ら [25] の研究で用いられた試験体 RS-4 に基づいて、基本寸法を決定した。Table 4.1 に基本寸法、Fig. 4.4 に解析モデルの一例を示す。本章では、全体座屈強度を得るために、全体モデルを用意した。また、Fig. 4.5 に示すように、補強リングの寸法として基本的な Type 1 に加えて、Type 0 および Type 2 の小型および中型の補強リングも考慮する。本章で示す解析モデルと寸法に関しては、後述する第 6 章での全体座屈を伴う最終強度解析でも同様とする。本項では、MSC. Nastran2017 を使用して弾性座屈固有値解析を実施した。

胴板平均半径 $R_m = 194.5, 274.5$, および 354.5 mm, 胴板板厚 $t = 2.5, 3.5, 4.5, 6.5$, および 8.5 mm, リング補強円筒殻の全長 $l = 300 \sim 2100$ mm の範囲、および 3 種類の補強リングを考慮し、合計 252 の FEA モデルを用意した。FEA モデルの要素分割は、周方向に 360 要素、補強リング間長を 12 要素、補強リングのウェブを 7 要素以上、フランジを 6 要素とした。この要素分割で、座屈強度が十分に収束することを確認している。

Table 4.1 Dimensions of basic model (unit: mm).

R_m	L	t	l	H_w	t_w	B_f	t_f
274.5	100.0	2.5	900.0	25.0	2.5	10.0	2.5

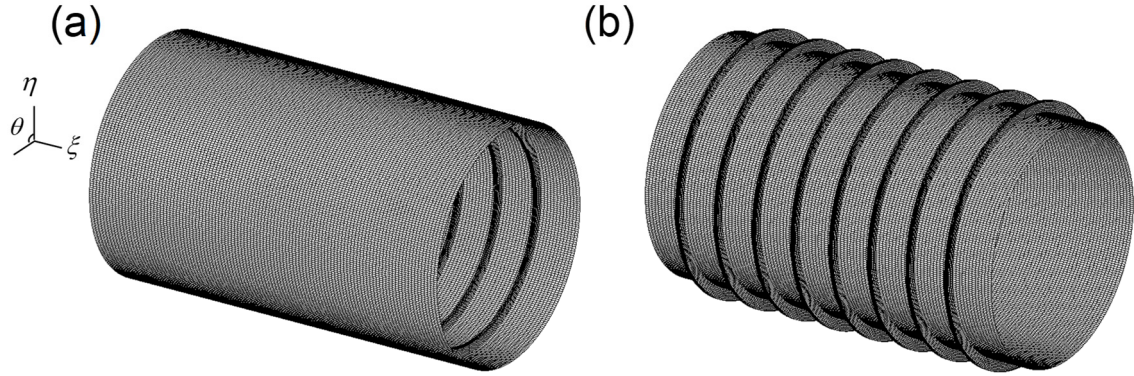


Fig. 4.4 Whole FE-models: (a) shell with inside ring-stiffeners and (b) shell with outside ring-stiffeners.

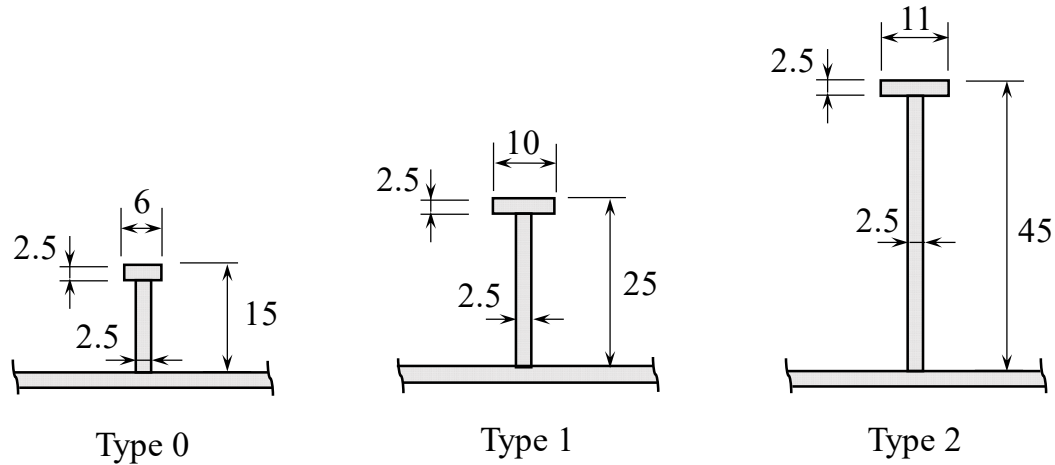


Fig. 4.5 Three types of ring-stiffeners (unit: mm).

4.3.2 境界条件と荷重条件

本研究では、リング補強円筒殻の両端に隔壁が設けられている場合を想定し、その隔壁によって円筒殻の半径方向、周方向の変位が完全に拘束されると仮定する。つまり、境界条件として、両端において半径方向変位と周方向変位を固定する。一方、隔壁は、端部の長手方向変位までを拘束する曲げ剛性は有していないと本章では考え、長手方向変位は、長手方向中央位置においてのみ固定とする。荷重条件として、外圧を胴板表面に作用させ、隔壁表面に作用する圧力によって生じる軸方向荷重を考慮する。

4.3.3 精度検証

(1) 有限要素解析から得られる弾性座屈モード

初めに，FEA から得られる全体座屈モードについて説明する．Fig. 4.6 に，外リング補強方式のリング補強円筒殻の全長が変化する場合の固有ベクトルを示す．全体座屈モードは，全長と胴板平均半径の比 l/R_m によって変化し，その比が大きくなるにつれて，発生する座屈波数が小さくなる．

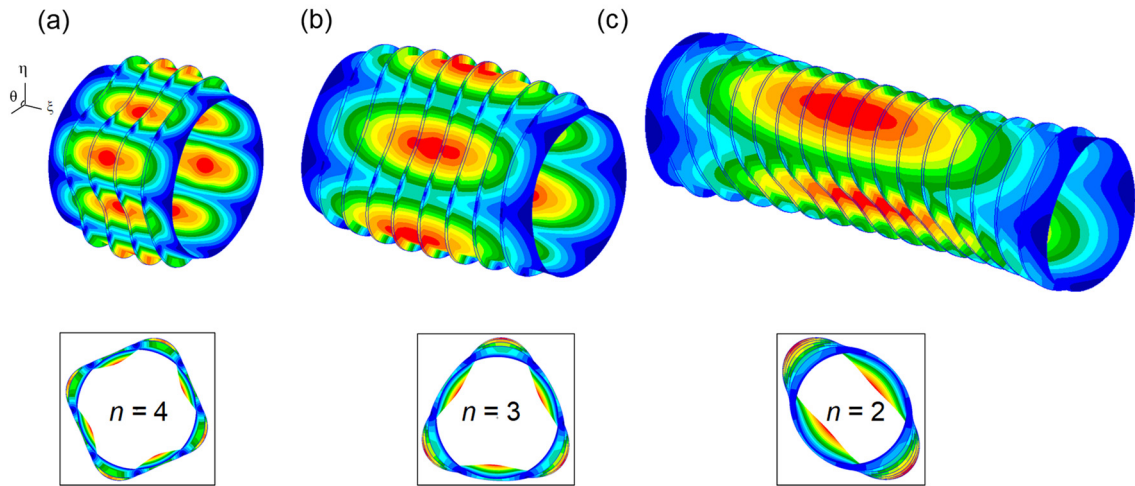


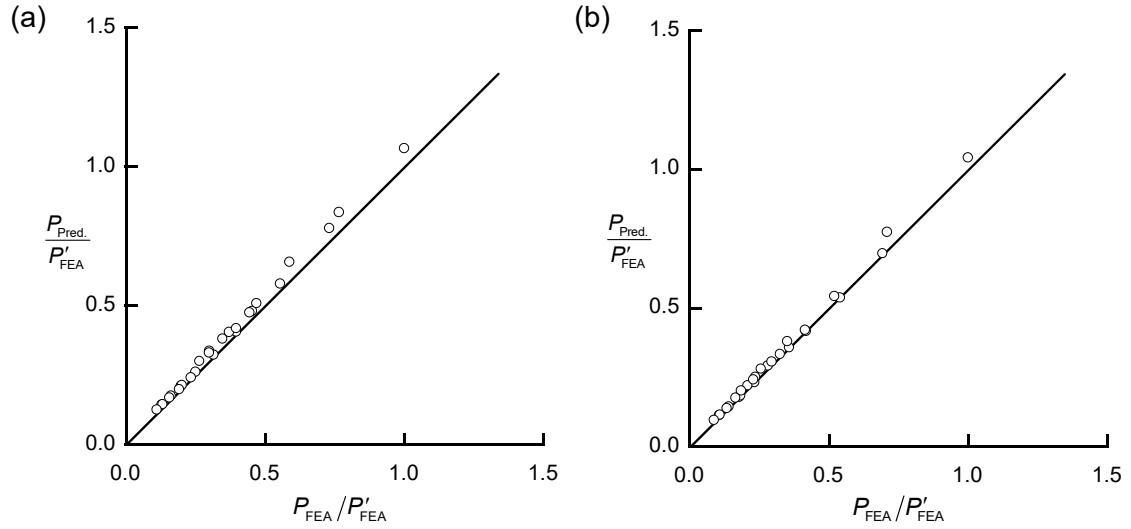
Fig. 4.6 Overall buckling modes obtained from FEA: (a) $l/R_m = 1.8$; (b) $l/R_m = 3.3$; and (c) $l/R_m = 6.2$.

(2) 有限要素解析結果との比較

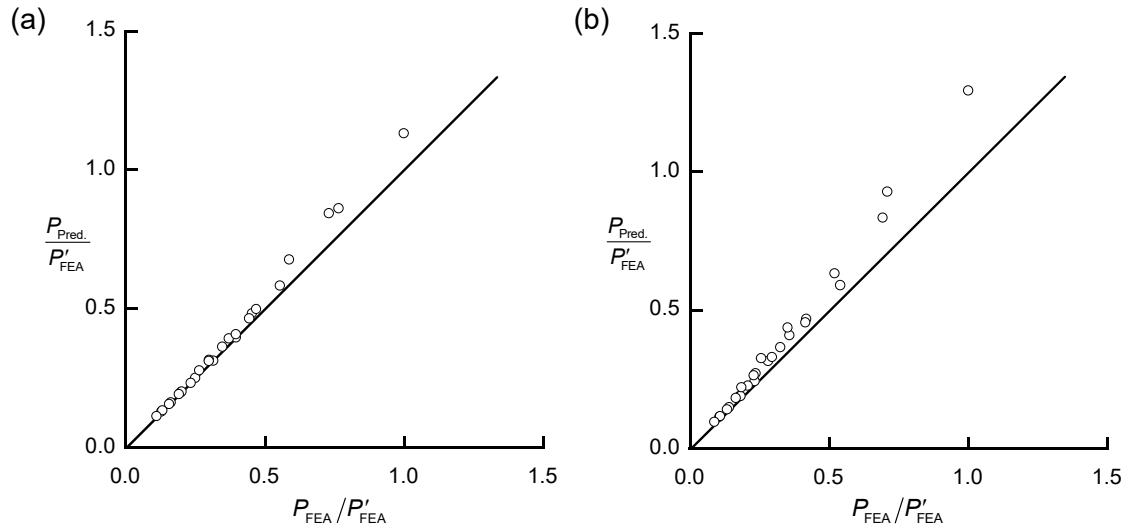
上記の新たな全体座屈強度推定式の精度を検証するために，FEA 結果と比較を行った．また，提案式は大坪ら [20]の研究を発展させたものであるため，その式の推定値とも比較を行った．さらに，提案式と大坪らの式は陰な形の式であるため，陽な形で表される式として吉川ら [21]の式の推定値とも比較した．全長 l が 300～2100 mm，胴板板厚 t が 3.5，4.5，6.5，および 8.5 mm，補強リングが Type 1 の結果を示す．

提案式と FEA，従来式と FEA から得られた全体座屈強度の相関を Fig. 4.7 に表す．横軸は FEA 結果，縦軸は各式の推定値を表す．ただし，横軸，縦軸ともに，各グラフの最も大きな FEA 結果で無次元化しており，いずれのグラフでも横軸が 1.0 を超えないようになっている．図から，内リング補強方式において，提案式は，大坪らの式と比べあまり変化がないことが確認できる．大坪らの式は，座屈強度がある程度小さい場合，精度が高く，座屈強度が大きくなるにつれて誤差が大きくなっていく．提案式は，強度が小さい場合で大坪らの式とほぼ変化がないものの，強度が大きくなるにつれ精度が向上している．それに対して，外リング補強方式において提案式は，最大で 25%程度精度向上している．一方で，吉川らの式は，内リング補強方式の座屈強度が小さいとき精度が高いが，座屈強度が大きくなるにつれて誤差が大きくなっていく．外リング補強方式では，すべての結果に対して FEA 結果よ

り大きく推定し、最小でも 19%の誤差が存在する．結論として，提案式は，内外リング補強方式の違いを考慮することができており，その結果，推定値のばらつきを抑えることができていると判断できる．このことから，本研究で考慮した内容が精度向上に影響を及ぼしたと考えることができるが，曲り梁効果とせん断変形の影響については，次に説明する．



(1) Proposed formula



(2) Ohtsubo and Yoshida [20]

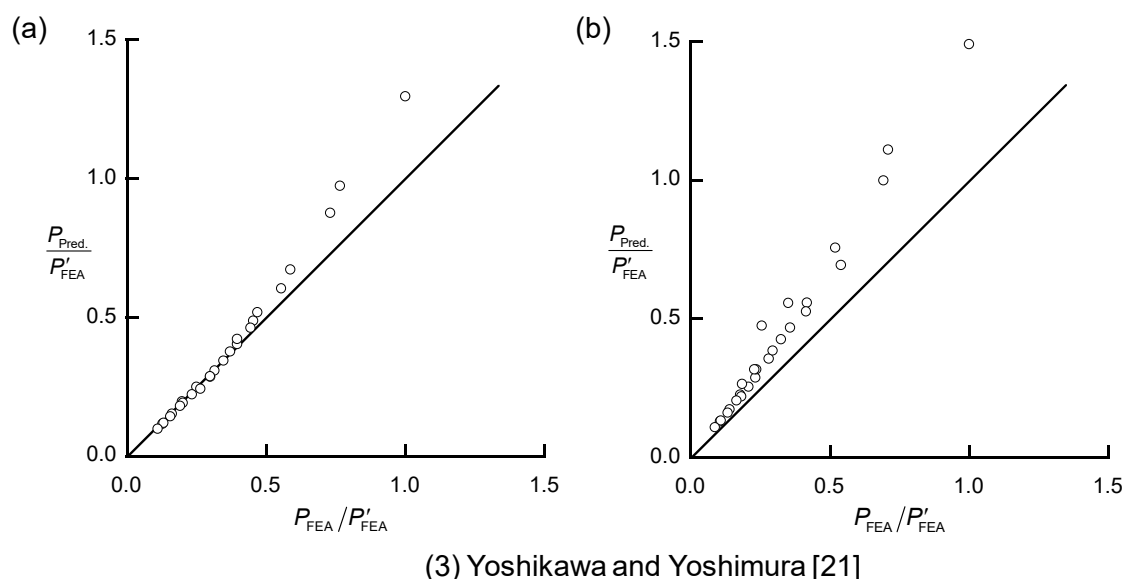


Fig. 4.7 Correlation of overall buckling strength obtained from formulas and FEA: (a) shells with inside ring-stiffeners and (b) shells with outside ring-stiffeners.

(3) 曲り梁効果とせん断変形の影響

本研究で新たに考慮した曲り梁効果およびせん断変形の影響が、提案式の全体座屈強度推定値をどのように変化させているか、調査を実施した。その結果を Table 4.2 に示す。Table 4.2 では、2 つの影響を考慮した提案式から算出した全体座屈強度推定値を、それぞれの影響を考慮しない場合の推定値と比較している。したがって、表中の値が－である場合、影響を考慮することで推定値を上昇させる効果があると言え、＋である場合、減少させる効果があると言える。結果として、曲り梁効果を考慮することで、内リング補強方式で推定値を上昇させ、外リング補強方式で減少させる効果があることが確認できる。曲り梁効果により中性軸位置が移動することで、等価な断面 2 次モーメントが通常の中性軸位置における断面 2 次モーメントより内リング補強方式では大きくなり、反対に外リング補強方式では小さくなるためである。一方、せん断変形の影響を考慮すると、内外リング補強方式どちらにおいても、推定値は減少することが確認できる。これは、定式化の際でも述べたように、せん断変形分だけ断面 2 次モーメントが低下するためである。また、せん断変形の影響は、座屈波数 n が大きくなるにつれて大きくなっている。結論として、本研究で考慮した 2 つの効果が座屈強度の精度向上に寄与しており、特に、せん断変形の考慮が推定強度を大きく変化させることが確認できる。

Table 4.2 Effect of curved beam and shearing deformation.

(a) shells with inside ring-stiffeners

l/R_m	Number of buckling waves	Effect of curved beam	Effect of shearing deformation
	n (FEA)	%*	%
1.8	4	-4.5	+18.3
3.3	3	-4.9	+12.7
6.2	2	-4.1	+3.8

*Note: [(Eq. (4.3) without effect of curved beam – Eq. (4.3))/Eq. (4.3)] $\times 100$

(b) shells with outside ring-stiffeners

l/R_m	Number of buckling waves	Effect of curved beam	Effect of shearing deformation
	n (FEA)	%	%
1.8	4	+3.9	+17.8
3.3	3	+4.5	+10.6
6.2	2	+3.6	+3.1

4.4 結論

本章では、外圧を受けるリング補強円筒殻の弾性域の全体座屈強度推定式を定式化し、曲り梁効果とウェブのせん断変形の影響を考慮した等価な断面 2 次モーメントを使用する方法を提案した。提案式と従来式を比較した結果、得られた知見は次の通りである。

1. 従来式は、内リング補強方式において、ある程度精度良く全体座屈強度を推定できるものの、外リング補強方式では大きく推定してしまう。一方、提案式は、従来式より精度が向上しており、内外リング補強方式の違いを是正することができる。
2. 曲り梁効果は、推定値に内外リング補強方式で異なる影響を及ぼし、内リング補強方式では推定値を大きくし、外リング補強方式では小さくする。これは、中性軸位置の移動により等価な断面 2 次モーメントが変化するためである。
3. せん断変形の影響は、内外リング補強方式の両方で推定値を小さくする効果を持ち、その度合いは、両方式で同程度である。これは、ウェブのせん断変形分だけ等価な断面 2 次モーメントが低下するためである。また、座屈波数が大きくなるにつれて、この影響が大きくなる。

第5章 局部座屈を伴う最終強度推定

5.1 緒言

本章では、外圧を受けるリング補強円筒殻の局部座屈を伴う場合の最終強度推定式を開発することを目的として、その崩壊挙動について、より詳細に調査するために最終強度解析を実施する。また、第3章で提案した、板モデルに基づく弾性域の局部座屈強度推定式を用いて新たな細長比を定義し、それに基づく最終強度推定式を提案する。

5.2節では、最終強度解析を実施するためのモデル化、境界条件、荷重条件、および初期たわみについて具体的に説明する。

5.3節では、弾性座屈モードと痩せ馬モードの初期たわみの影響について述べ、局所座屈を伴う場合の崩壊挙動について詳細に調査した結果を示す。

5.4節では、第2章で提案した応力推定式を用いて導出した降伏強度と、第3章で提案した局部座屈強度推定式を使用した細長比を定義する。そして、その細長比を用いて、FEA から得られる最終強度を整理し、その結果に基づいた最終強度推定式を提案する。

5.5節では、提案する最終強度推定式の精度を検証するために、FEA 結果と比較する。

5.2 解析対象

5.2.1 有限要素解析モデル

2.4.1項で説明した解析モデルと同様に、補強リング間長 L の $1/2 + 1 + 1/2$ の範囲をモデル化した。また、境界条件および荷重条件ともに同様とする。この解析モデルおよび設定する境界条件では、全体座屈が発生せず、胴板座屈と補強リングの横倒れ座屈といった局部座屈のみ発生する。本章では、局部座屈を伴う場合の崩壊挙動を詳細に調査し、その最終強度推定式を開発することが目的であるため、このモデル化が妥当と考えられる。そして、Fig. 5.1 に示すように、補強リングとして Fig. 4.5 に示す Type 1, Type 2 に加えて、横倒れ座屈の影響を調査するために大型の Type 3 も考慮する。

胴板平均半径 $R_m = 194.5, 234.5, 274.5, 314.5$, および 354.5 mm の5つの値、補強リング間長 $L = 60, 100, 140, 180$, および 220 mm の5つの値、胴板板厚 $t = 1.5, 2.5, 3.5, 4.5, 5.5, 6.5, 7.5$, および 8.5 mm の8つの値、および上述の3種類の補強リングを考慮し、合計432のFEAモデル（内外リング補強方式両方の合計）を用意した。FEAモデルの要素分割は、周方向に360要素、補強リング間長を10要素以上、ウェブを7要素以上、フランジを6要素とした。この要素分割で最終強度が十分に収束することを確認している。初期たわみ形状として、MSC. Nastran2017の弾性座屈固有値解析から得られる弾性座屈モードを使

用した．最終強度解析では，MSC. Marc2018 を用いて 8 節点シェル要素 (No. 22) を使用し，弧長増分法による非線形解析を行った．これにより最終強度後の崩壊挙動の調査を可能としている．材料定数は，文献 [52] を参考にし，ヤング率 $E=217560$ MPa，ポアソン比 $\nu=0.3$ ，降伏応力 $\sigma_Y=623.0$ MPa，ひずみ硬化係数 $H=2087.4$ MPa の高張力鋼とした．

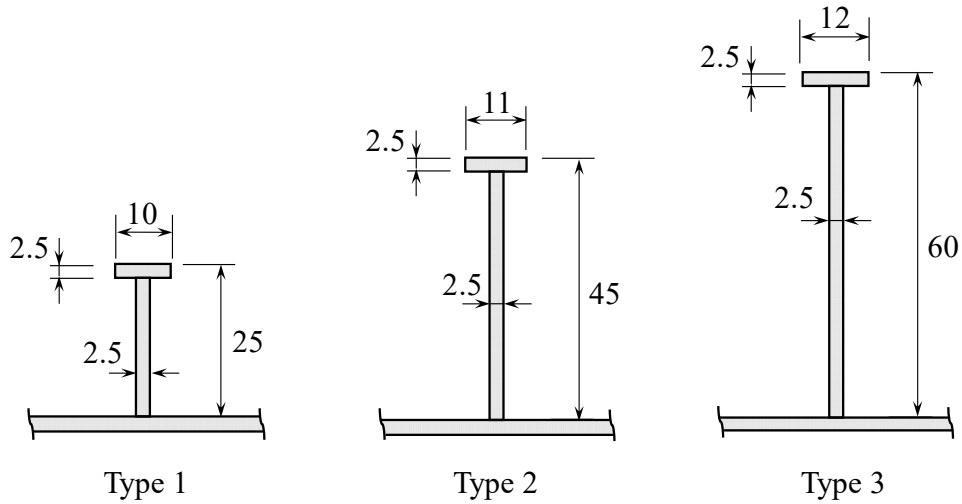


Fig. 5.1 Type 1 to Type 3 of ring-stiffeners (unit: mm).

5.2.2 初期たわみ

本研究では，弾性座屈固有値解析から得られた 1 次弾性座屈モードを最終強度解析の初期たわみ形状として使用する．ただし，5.3.1 項では，2 次以降の弾性座屈モードを使用して，さまざまな座屈波数 n の初期たわみが最終強度に与える影響を調査する．Fig. 5.2 に示すように，弾性座屈モードには 3 つのタイプがある．これらは，胴板座屈 (SB) モード，横倒れ座屈 (TB) モード，および胴板座屈と横倒れ座屈の複合座屈モードである．一方，全体座屈モードは，補強リング位置における周方向変位拘束のために先行して発生しない．本章では局部座屈を伴う場合の想定しているため，全体座屈モードの初期たわみは考慮しない．したがって，Fig. 5.2 に示す 3 種類の弾性座屈モードが，本解析モデルで使用する初期たわみのモードとなる．

本研究のパラメトリックスタディでは，初期たわみの大きさの最大値を胴板平均半径 R_m の 0.3% と仮定した．これは PD 5500 [34] で規定されている上限が 0.5% であることを考慮し，平均値が概ね 0.3% 程度になると想定して決定した．ただし，5.3.1 項では，初期たわみの大きさの影響を調査するために，0.5% と 1.5% の解析も実施した．これは，解析モデルの寸法で参考にした Cho ら [25] の試験体の初期たわみの大きさが 0.73% であったことも考慮している．

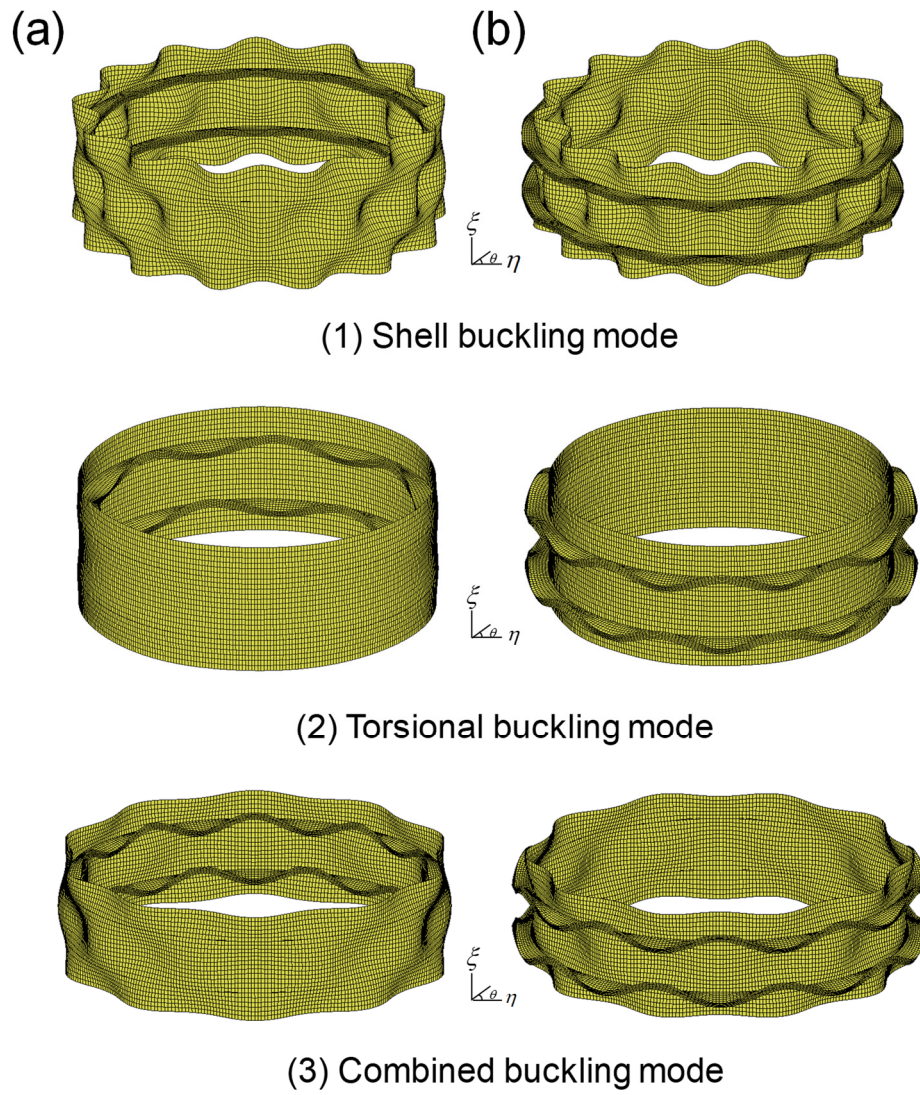


Fig. 5.2 Initial deflection modes obtained from elastic buckling eigenvalue analysis: (a) shell with inside ring-stiffeners and (b) shell with outside ring-stiffeners.

5.3 局部座屈を伴う崩壊挙動と最終強度

本節では、初めに初期たわみの影響について議論し、その後、詳細な崩壊挙動と崩壊モードの分類について説明する。

5.3.1 初期たわみの影響

(1) 弾性座屈モード

初期たわみの影響を調査するために、弾性座屈固有値解析から得られた弾性座屈モードを使用して、最終強度解析を実施した。結果を Fig. 5.3 に示す。横軸 a/L は、初期たわみモードの周方向座屈半波長 $a = \pi R_m/n$ と補強リング間長 L の比率を示す。縦軸は、最終強度を最小弾性座屈強度で無次元化した値である。 δ は、初期たわみの大きさを表す。図に示すように、内リング補強方式において最小弾性座屈強度は、 $a/L = 0.66$ で得られるが、最終強度は、初期たわみ $\delta/R_m = 0.3\%$ で $a/L = 0.78$ 、 $\delta/R_m = 0.5\%$ で $a/L = 0.86$ 、 $\delta/R_m = 1.5\%$ で $a/L = 1.08$ のとき最小となる。外リング補強方式でも内リング補強方式と同様の結果となった。したがって、最小弾性座屈強度となる弾性座屈モードを初期たわみ形状として用いたとしても、最終強度は最小化されないことが確認できる。つまり、両強度を最小とする波数は異なる。さらに、最小最終強度が得られる a/L 値は、初期たわみの大きさが増加するにつれて増加する。

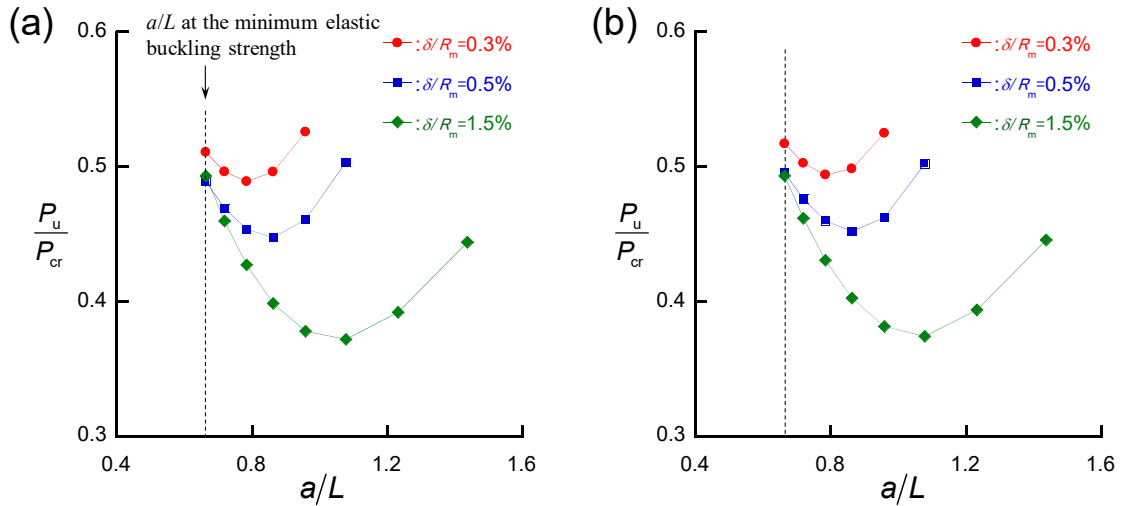


Fig. 5.3 Ultimate strength for magnitude of initial deflection of 0.3%, 0.5%, and 1.5% of mean radius of cylindrical shell: (a) shells with inside ring-stiffeners and (b) shells with outside ring-stiffeners.

次に、Fig. 5.4 に初期たわみの大きさを 0.5% に固定し、胴板平均半径を 174.5 mm から 374.5 mm に変化させた場合の結果を示す。図から、内外リング補強方式両方において、半径 174.5 mm の場合、弾性座屈強度と最終強度が最小となる時 a/L は等しくなるが、半径が大きくなるにつれて、最小弾性座屈強度よりも最小最終強度となる a/L が大きくなる。また、弾性

座屈強度が最小となる初期たわみを与えた場合に対して、最終強度も最大で約 15%低下している。

上記の結果は、最小最終強度を与える a/L が、初期たわみの大きさと胴板平均半径に応じて、最小弾性座屈強度の a/L よりも大きくなることを示す。この理由については現段階で明確に示すことができないが、従来、最終強度解析において 1 次弾性座屈モードを初期たわみ形状として用いられることが多く、これは必ずしも適切ではないと結論付けられる。

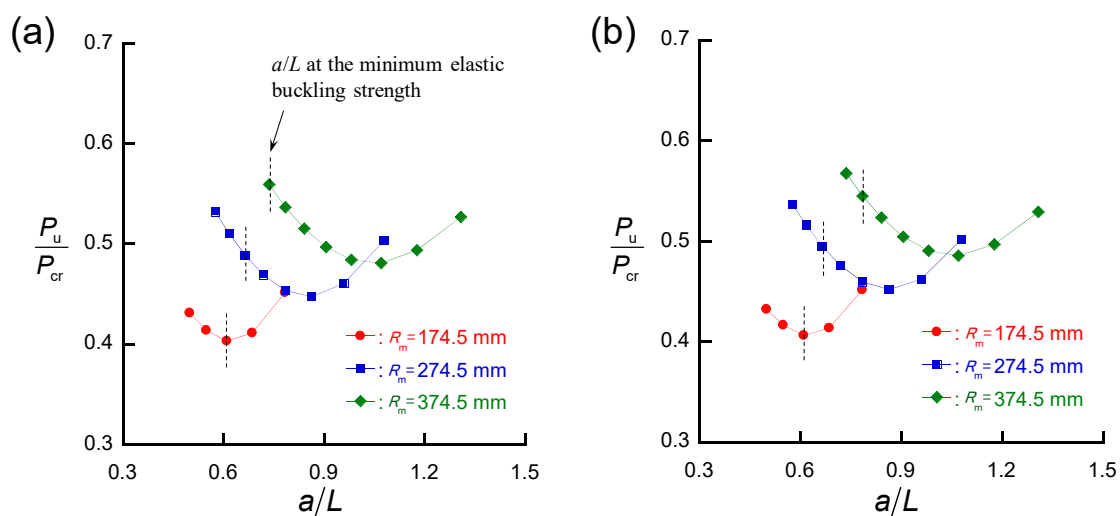


Fig. 5.4 Ultimate strength when mean radius of cylindrical shell changes from 174.5 to 374.5 mm: (a) shells with inside ring-stiffeners and (b) shells with outside ring-stiffeners.

(2) 痩せ馬モード

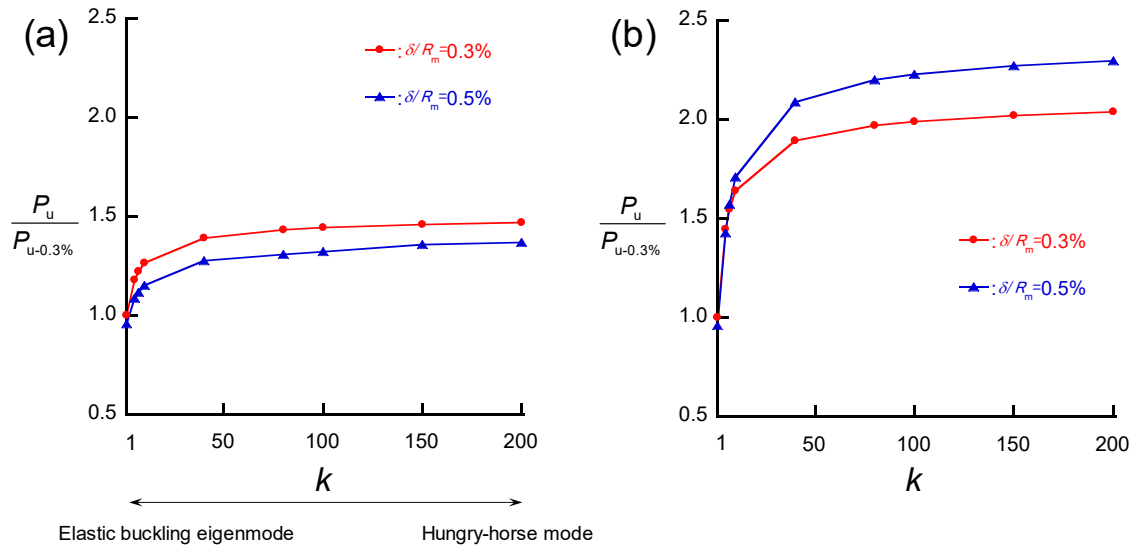
実際のリング補強円筒殻は、胴板と補強リングの隅肉溶接により、痩せ馬モードと呼ばれる初期たわみが発生する。これまでの多くの研究では、弾性座屈固有値解析から得られた 1 次弾性座屈モードが初期たわみ形状として使用されてきたが、現実では、このような初期たわみが生じ得ないことから、弾性座屈モードを使用した解析では、実際の最終強度の傾向を捉えていない可能性がある。船舶を構成する防撓パネルにおいて、痩せ馬モードの初期たわみを仮定して解析された最終強度は、弾性座屈モードを仮定して解析されたものよりも大きくなるのが一般的に知られているが、著者が調べた限り、リング補強円筒殻において、そのような検証がされた研究例は少ない。そこで、痩せ馬モードの初期たわみを仮定することで、最終強度に及ぼす影響について調査する。具体的には、初期たわみ形状として、弾性座屈固有値解析から得られた SB モードと痩せ馬モードの組み合わせ、または、複合座屈モードと痩せ馬モードの組み合わせを考える。このとき、痩せ馬モードは、簡易的に次式で表すこととする。

$$w_h = \pm \left| \delta \cos \left(\frac{\pi \xi}{L} \right) \right|, \quad (5.1)$$

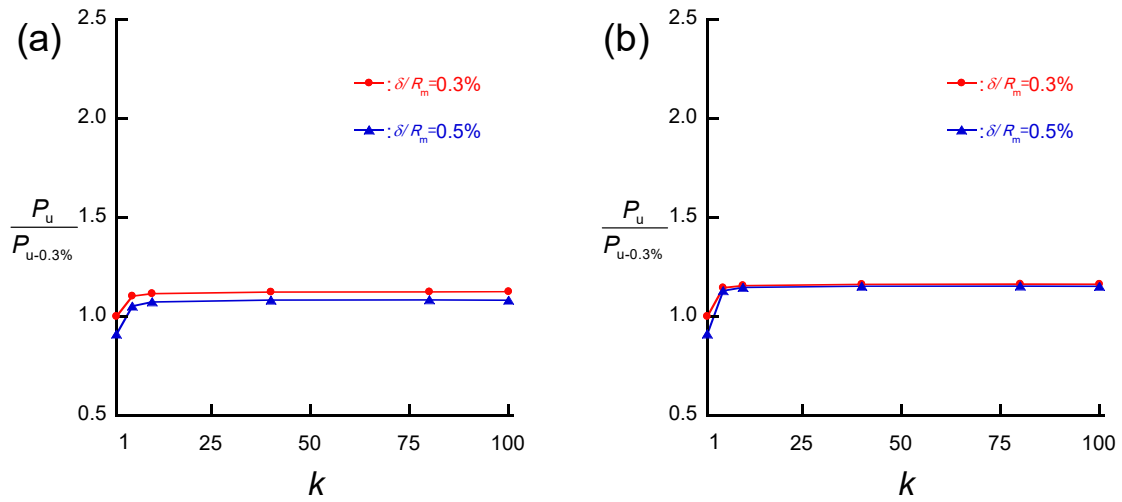
ξ は円筒殻の長手方向座標を表し、式の正の符号は、外リング補強方式に対応し、負の符号は、内リング補強方式に対応する。弾性座屈モードと痩せ馬モードの両方の比率を変更して最終強度解析を行ったが、初期たわみの大きさの最大値は、胴板平均半径の0.3%または0.5%に固定した。また、1次座屈モードがTBを示すモデル（胴板板厚 t が比較的厚い）は、最終強度時の胴板のたわみが小さく、胴板の初期たわみの影響が小さいため、ここでは検討対象とはしない。

結果をFig. 5.5に示す。横軸はパラメータ k の値を示す。たとえば、 k が1.0の場合、初期たわみ形状として1次弾性座屈モードのみが課されたことを表し、 k が大きいほど、初期たわみに対する痩せ馬モードの寄与が大きくなる。縦軸は、最終強度を $\delta R_m = 0.3\%$ の大きさの弾性座屈モードのみを与えた場合の最終強度で無次元化している。図から、痩せ馬モードの割合が増加するにつれて、最終強度が増加し、ある値に収束することが確認できる。内外リング補強方式において、初期たわみ形状の影響によって異なる傾向を示すことも確認できる。まずは、痩せ馬モードの比率の増加による最終強度の増加率は、内リング補強方式よりも外リング補強方式の方が大きい。これは、Bushnell [31] [32]が指摘しているように、内リング補強方式における痩せ馬モードのたわみは、胴板が外圧によって半径方向内側にたわむ方向と一致する。一方、外リング補強方式における痩せ馬モードのたわみは、外圧によるたわみの方向と反対となる。したがって、外リング補強方式における痩せ馬モードは、水圧による変形を打ち消すため、最終強度を上昇させることになる。同様の理由により、外リング補強方式の場合、初期たわみの大きさ0.5%の場合の最終強度の増加率は、0.3%の場合よりも大きくなる。つまり、痩せ馬モードの大きな初期たわみは、内向きのたわみの成長をより顕著に妨げることになる。複合モードでは、SBモードだけでなくTBモードの成分も含まれているため、胴板の初期たわみが及ぼす影響が小さくなり、痩せ馬モードの比率を高めても最終強度の上昇は小さく、また、内外リング補強方式の両方で増加の傾向は似ている。

以上、初期たわみ形状に関する調査結果から、1次弾性座屈モードの初期たわみを用いても、最小最終強度を与えるとは限らないことが判明した。また、現実的な形状として痩せ馬モードの初期たわみを用いると、最終強度が大きくなることも判明した。その増加率は、Fig. 5.3とFig. 5.4に示すような1次弾性座屈モードの初期たわみによる最終強度と他の固有モードを使用して得られた最小最終強度との差を超えると考えられる。したがって、初期たわみとして1次弾性座屈モードを使用して最終強度解析を実施したとしても、 δR_m が0.5%未満の現実的な範囲であれば、安全側の最終強度を得ることができると考えられる。ただし、試験体を除いて、実際のスケールでのリング補強円筒殻で発生する初期たわみの形状と大きさに関する情報がほとんどないため、依然として議論の余地があることに注意が必要である。



(1) Shell buckling mode



(2) Combined buckling mode

Fig. 5.5 Changes in ultimate strength for magnitude of initial deflection of 0.3% and 0.5% of mean radius of cylindrical shell with ratio of first-order elastic buckling eigenmode obtained from FEA and hungry-horse mode. Ratio of the hungry-horse mode contribution increases as k increases: (a) shells with inside ring-stiffeners and (b) shells with outside ring-stiffeners.

5.3.2 崩壊挙動

本研究では、様々な寸法を持つリング補強円筒殻に対する最終強度解析を、胴板平均半径の0.3%の大きさの1次弾性座屈モード初期たわみを与えて実施した。パラメトリックスタディを実施する前に、Choら[25]によって得られた試験結果(RS-4)と本研究でのFEA結果を比較したところ、非常に近い最終強度が得られることを確認している。FEAから得られた最終強度時とその後の変形、ミーゼス応力分布を調査することにより、崩壊モードは、5つのモード(TB-1, TB-2, SB-1, SB-2, STB)に分類できることが判明した。本項では、分類された各モードの特徴について詳細に説明する。

(1) 横倒れ座屈崩壊 (TB-1, TB-2)

TB崩壊モードは、補強リングの横倒れ座屈を伴い、最終強度に達した後の変形挙動の違いにより、さらに2つのタイプ(TB-1, TB-2)に分類できる。

・ TB-1

$R_m = 274.5 \text{ mm}$, $t = 8.5 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$ で Type 1 の補強リングの場合の変形とミーゼス応力分布を Fig. 5.6 に示す。Fig. 5.6(a)に示す内リング補強方式について、Fig. 5.7(a)は、作用圧力と解析ステップ数の関係を示し、縦軸は、圧力を FEA から得られた弾性座屈強度で無次元化している。また、Fig. 5.7(b)は、フランジの平均周方向応力と解析ステップ数の関係を示し、縦軸は、応力を降伏応力で無次元化している。Fig. 5.7 に示す図中の縦の破線は、最終強度に達するときのステップ数を表す。Fig. 5.6 と Fig. 5.7 から、フランジに大きな捩り変形が生じ、フランジの応力がピークに達すると、構造全体が最終強度に達することが確認できる。さらに、Fig. 5.6 の最終強度時での胴板を見ると、領域全体が降伏している。この現象は、最終強度推定式を導出するにあたり重要な要因となる。次に、Fig. 5.6 に示すように、最終強度後に座屈変形がリング補強円筒殻の一部に局所化している。このような TB-1 の崩壊挙動は、Choら[25]の試験でも確認され、本研究では、胴板板厚が厚く、ウェブ高さが比較的低い、または中程度の場合に発生した (Type 1 または Type 2)。また、内外リング補強方式で、最終強度に達した後の崩壊挙動に違いが存在する。Fig. 5.6(a)の白い円で示すように、内リング補強方式では2箇所でフランジが捩れ、その捩れたフランジの間の胴板で変形の局所化が生じるが、外リング補強方式では、Fig. 5.6(b)に示すように、1箇所でフランジの捩れが顕著となる。

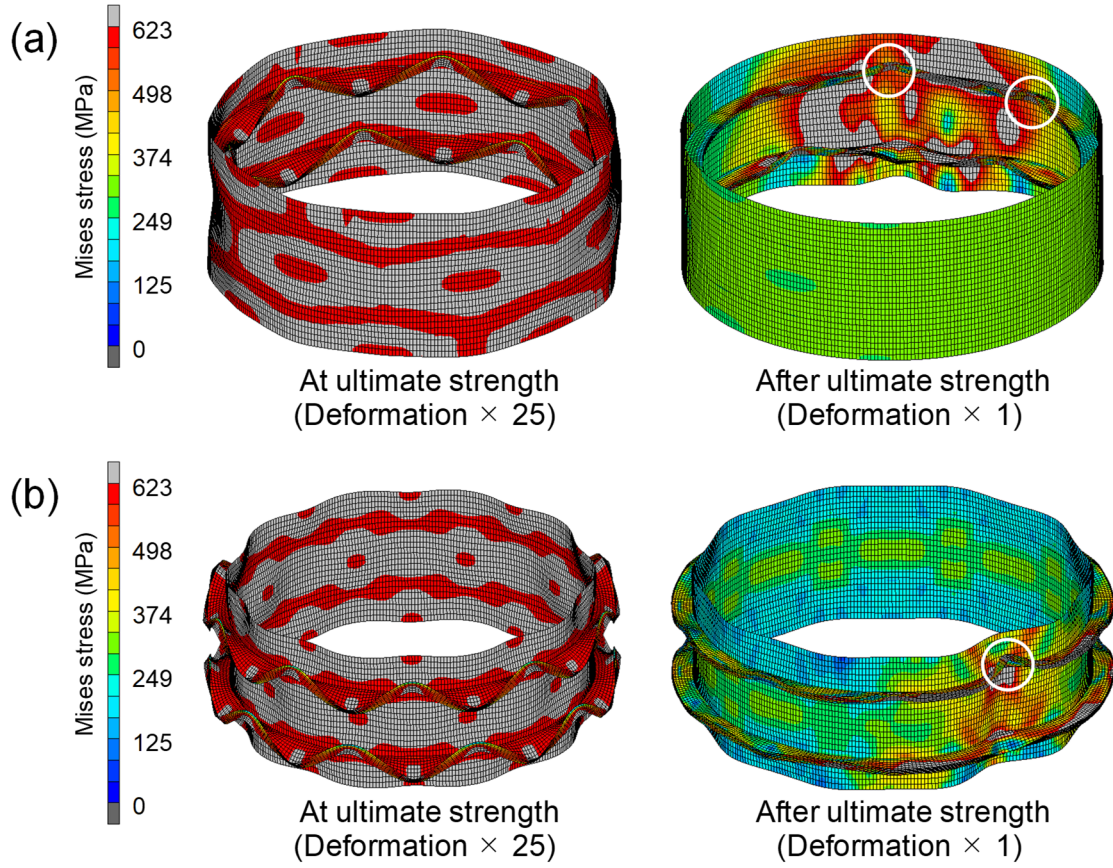


Fig. 5.6 Deformation and distribution of von Mises stress for collapse mode TB-1 for Type 1 ring-stiffeners, $R_m = 274.5$ mm, $t = 8.5$ mm, and $L = 100$ mm: (a) shell with inside ring-stiffeners and (b) shell with outside ring-stiffeners.

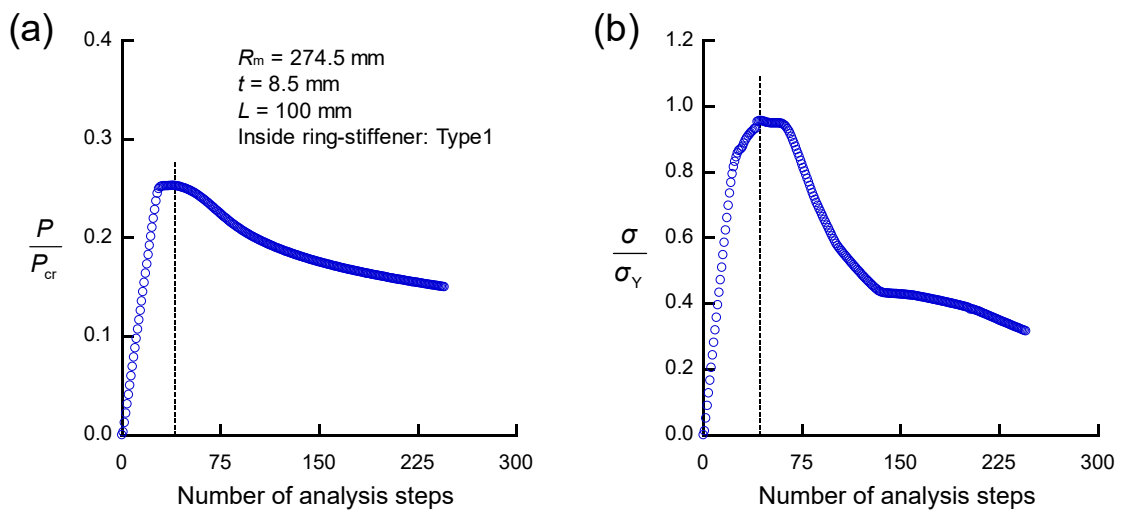


Fig. 5.7 Fluctuation diagram: (a) pressure acting on a model as shown in Fig. 5.6(a) and (b) average circumferential stress in flange.

・ TB-2

次に、 $R_m = 314.5 \text{ mm}$, $t = 7.5 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$ で Type 3 の補強リングの場合の変形とミーゼス応力の分布を Fig. 5.8 に示す。TB-2 は、ウェブが比較的高い場合に発生した (Type 3)。Fig. 5.8 に示すように、変形およびミーゼス応力分布は、最終強度に達した後もほとんど変化しない。また、上記の TB-1 で観察されたように、胴板は領域全体で降伏する。そして、TB-1 で確認された最終強度後の変形の局所化は TB-2 で発生しないが、TB-1 と TB-2 の間で崩壊挙動に有意な差はない。Fig. 5.9 に作用圧力の変化を示す。ステップ数 152 で最終強度に達した後、耐力はほとんど低下しないことが確認できる。これは、補強リングの横倒れ変形が大きくなり、大たわみによる引張応力がフランジに作用することで、フランジの圧縮崩壊が発生し難くなっているためと考えられる。

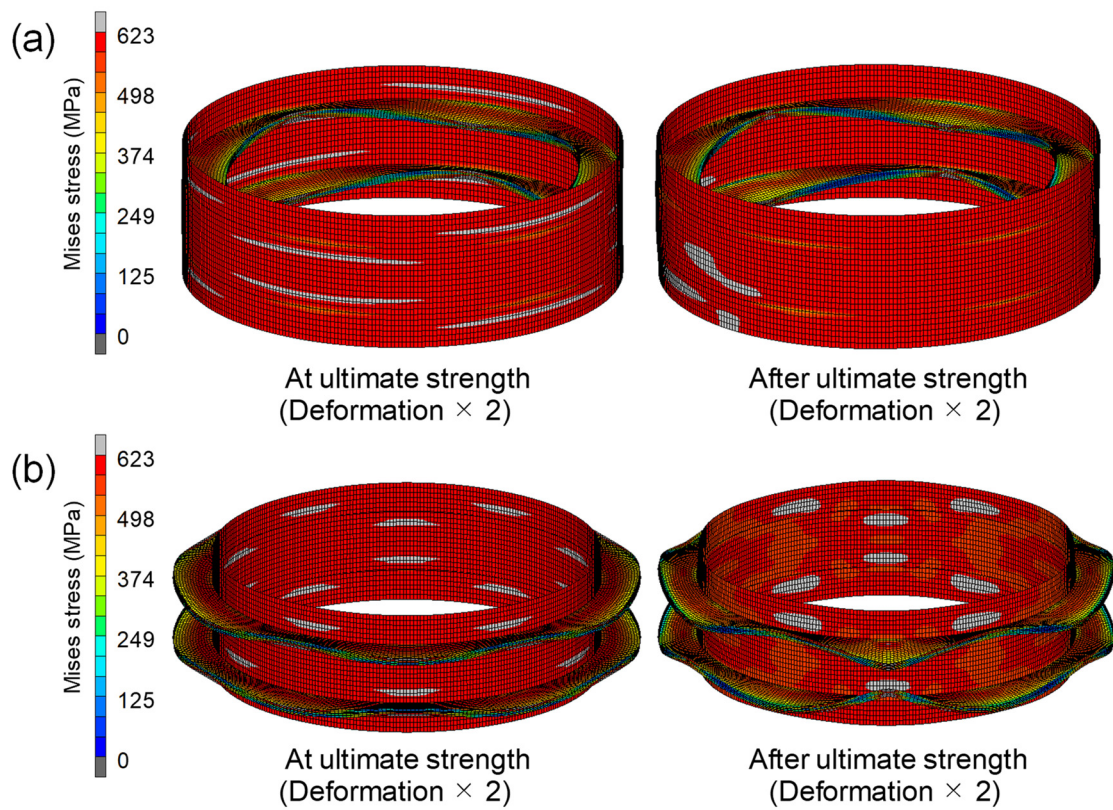


Fig. 5.8 Deformation and distribution of von Mises stress for collapse mode TB-2 for Type 3 ring-stiffeners, $R_m = 314.5 \text{ mm}$, $t = 7.5 \text{ mm}$, and $L = 100 \text{ mm}$: (a) shell with inside ring-stiffeners and (b) shell with outside ring-stiffeners.

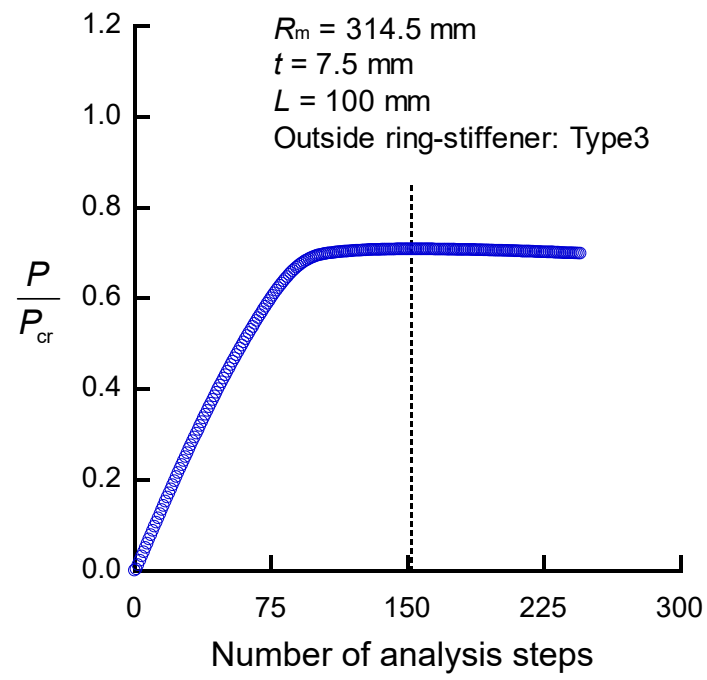


Fig. 5.9 Changes in pressure acting on the model shown in Fig. 5.8(b).

(2) 胴板座屈崩壊 (SB-1, SB-2)

SB 崩壊モードは、胴板の座屈によるものであり、TB と同様に、最終強度後の挙動によりさらに2つのタイプ (SB-1, SB-2) に分類できる。

・ SB-1

この崩壊モードでは、Fig. 5.10 に示すように、補強リング間の胴板が最初に座屈した後、降伏域が大きく広がり、胴板は1次弾性座屈モードの形状で崩壊する。胴板座屈変形の成長により、これに引っ張られるように補強リングに捩り変形が発生し、最終強度に達する。最終強度には座屈変形の局所化が見られる。したがって、このモードでは、補強リング間の胴板の崩壊が全体の崩壊を引き起こすと考えられる。TB-1 と同様に、内リング補強方式では、最終的に2箇所フランジの捩れが発生し、変形の局所化は、その捩れの間の胴板で進行するが、外リング補強方式は1箇所となる。

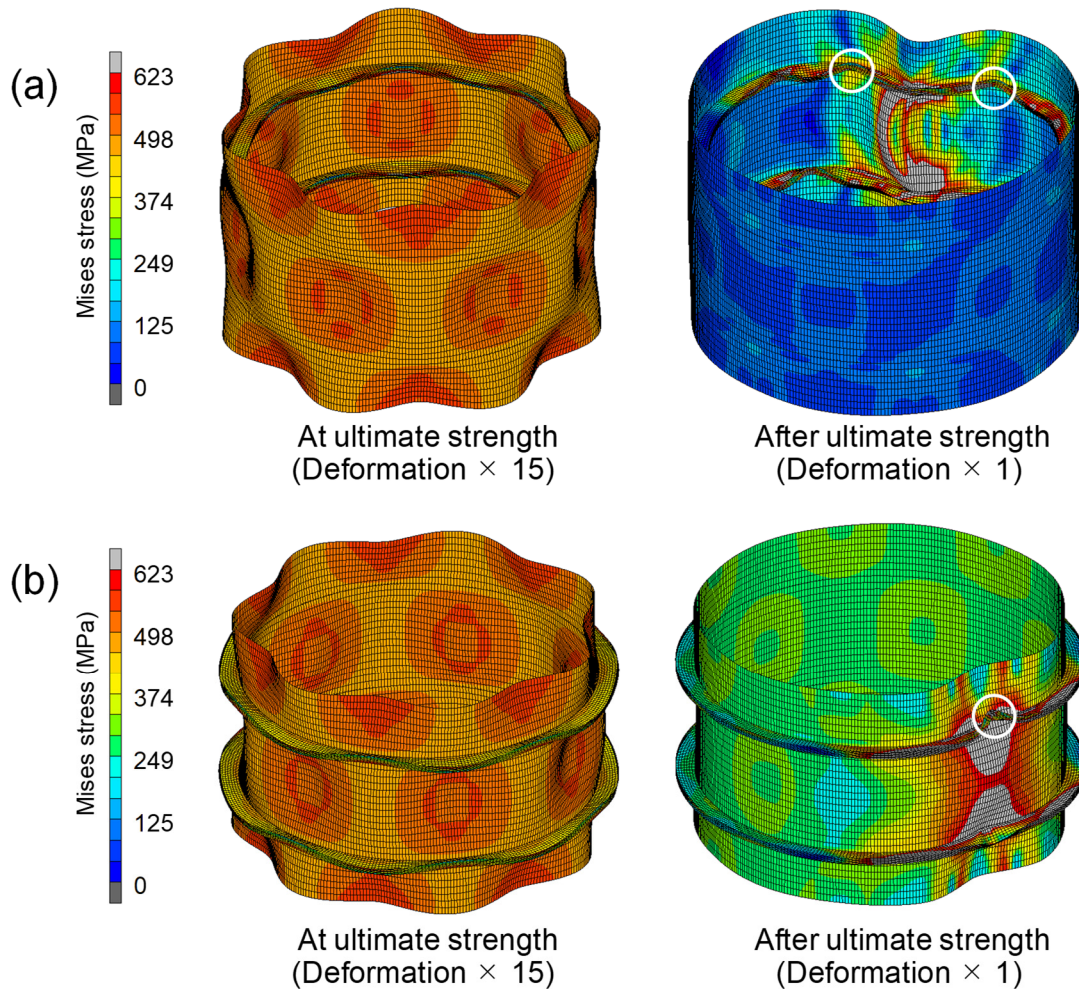


Fig. 5.10 Deformation and distribution of von Mises stress for collapse mode SB-1 for Type 1 ring-stiffeners, $R_m = 274.5$ mm, $t = 8.5$ mm, and $L = 180$ mm: (a) shell with inside ring-stiffeners and (b) shell with outside ring-stiffeners.

・ SB-2

この崩壊モードでは, Fig. 5.11 に示すように, 補強リング間の胴板座屈変形が大きくなり, 最終強度に達する. この場合も SB-1 と同様に胴板座屈変形が支配的であるが, 最終強度に達した後に変形の局所化は発生しない.

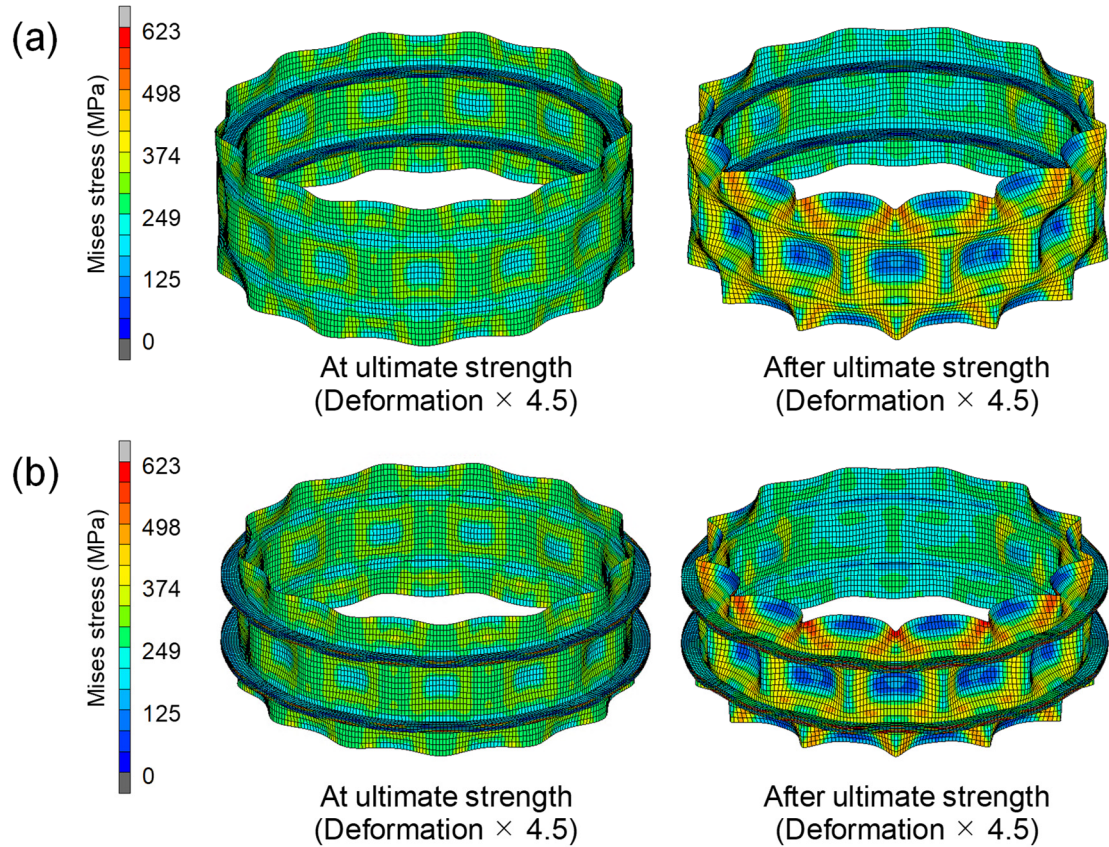


Fig. 5.11 Deformation and distribution of von Mises stress for collapse mode SB-2 for Type 1 ring-stiffeners, $R_m = 274.5$ mm, $t = 2.5$ mm, and $L = 100$ mm: (a) shell with inside ring-stiffeners and (b) shell with outside ring-stiffeners.

(3) 複合座屈崩壊

続いて、STB モードについて説明する。Fig. 5.12 に示すように、この崩壊モードでは SB と TB が同時に発生する。2つの座屈モードが複合したまま座屈変形が大きくなり、胴板の崩壊が主要因となって最終強度に至る。このように、STB は、SB と TB の中間の崩壊挙動を示す。

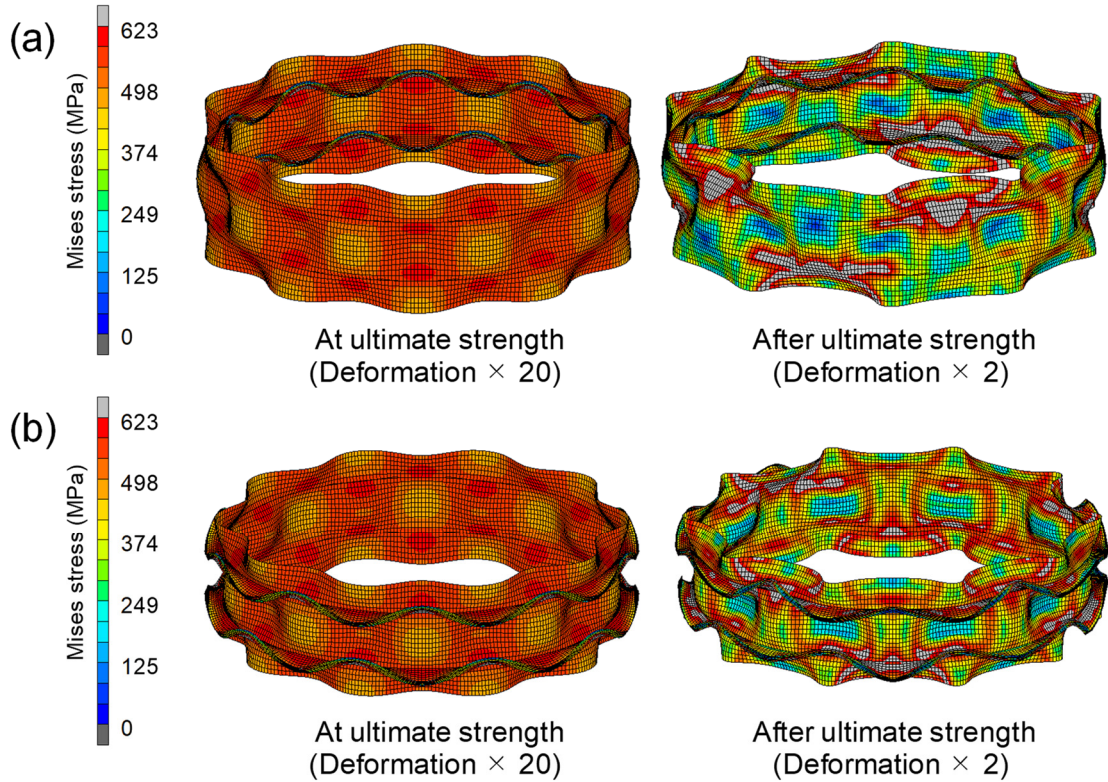


Fig. 5.12 Deformation and distribution of von Mises stress for collapse mode STB for Type 1 ring-stiffeners, $R_m = 354.5$ mm, $t = 6.5$ mm, and $L = 100$ mm: (a) shell with inside ring-stiffeners and (b) shell with outside ring-stiffeners.

5.3.3 崩壊モードの分類

本研究で分析されたリング補強円筒殻のすべての崩壊モードは、Table 5.1 に示すように分類することができる。表の括弧内の値は、 L/t (R_m が固定されている場合) または R_m/t (L が固定されている場合) を表す。胴板板厚が増すにつれて、崩壊モードが SB 崩壊から TB 崩壊に変化することが確認できる。補強リングが大きくなると、最終強度に達した後の変形の局所化を伴う SB-1 の発生が見られなくなり、TB-1 は TB-2 に変化する。ところで、Type 1 の内外リング補強方式の両方で L/t が約 13 未満の場合に TB の崩壊が発生し、大型の補強材である Type 3 の場合は、この値は約 30 となる。つまり、補強リングが大きいほど、TB が発生する L/t 比が大きくなる。一方、半径が変化する場合、補強リングのタイプとその配置方式（内または外）に関わらず、崩壊モードに大きな変化は発生しない。

Table 5.1 Collapse modes of ring-stiffened cylindrical shells with various dimensions (unit: mm).
Values in parentheses represent L/t (when R_m is fixed), or R_m/t (when L is fixed).

(1) Type 1
(a) Shells with inside ring-stiffeners

$R_m = 274.5$								
$L \backslash t$	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
60.0	SB-2 (40)	SB-2 (24)	STB (17)	STB (13)	TB-1 (11)	TB-1 (9)	TB-1 (8)	TB-1 (7)
100.0	SB-2 (67)	SB-2 (40)	SB-2 (29)	STB (22)	SB-1 (18)	SB-1 (15)	TB-1 (13)	TB-1 (12)
140.0	SB-2 (93)	SB-2 (56)	SB-2 (40)	SB-2 (31)	SB-1 (25)	SB-1 (22)	SB-1 (19)	SB-1 (16)
180.0	SB-2 (120)	SB-2 (72)	SB-2 (51)	SB-2 (40)	SB-1 (33)	SB-1 (28)	SB-1 (24)	SB-1 (21)
220.0	SB-2 (147)	SB-2 (88)	SB-2 (63)	SB-2 (49)	SB-1 (40)	SB-1 (34)	SB-1 (29)	SB-1 (26)

$L = 100.0$								
$R_m \backslash t$	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
194.5	SB-2 (130)	SB-2 (78)	SB-2 (56)	SB-2 (43)	SB-1 (35)	SB-1 (30)	TB-1 (26)	TB-1 (23)
234.5	SB-2 (156)	SB-2 (94)	SB-2 (67)	STB (52)	SB-1 (43)	SB-1 (36)	TB-1 (31)	TB-1 (28)
274.5	SB-2 (183)	SB-2 (110)	SB-2 (78)	STB (61)	SB-1 (50)	SB-1 (42)	TB-1 (37)	TB-1 (32)
314.5	SB-2 (210)	SB-2 (126)	SB-2 (90)	STB (70)	STB (57)	STB (48)	TB-1 (42)	TB-1 (37)
354.5	SB-2 (236)	SB-2 (142)	SB-2 (101)	STB (79)	STB (64)	STB (55)	TB-1 (47)	TB-1 (42)

(b) Shells with outside ring-stiffeners

$R_m = 274.5$								
$L \backslash t$	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
60.0	SB-2	STB	STB	STB	STB	TB-1	TB-1	TB-1
100.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	SB-1	TB-1	TB-1
140.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	SB-1	SB-1	SB-1
180.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	SB-1	SB-1	SB-1
220.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	SB-1	SB-1	SB-1	SB-1

$L = 100.0$								
$R_m \backslash t$	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
194.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	SB-1	SB-1	TB-1	TB-1
234.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	SB-1	TB-1	TB-1
274.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	SB-1	TB-1	TB-1
314.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	SB-1	TB-1	TB-1
354.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	STB	TB-1	TB-1

(2) Type 2

(a) Shells with inside ring-stiffeners

$R_m = 274.5$								
$L \backslash t$	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
60.0	SB-2	SB-2	STB	STB	TB-1	TB-1	TB-1	TB-2
100.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	TB-1	TB-1	TB-1
140.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	TB-1	TB-1	TB-1
180.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	SB-1	TB-1	TB-1
220.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	SB-1	SB-1	TB-1

$L = 100.0$								
$\begin{matrix} t \\ R_m \end{matrix}$	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
194.5	SB-2	SB-2	SB-2	STB	TB-1	TB-1	TB-1	TB-1
234.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	TB-1	TB-1	TB-1
274.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	TB-1	TB-1	TB-1
314.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	TB-1	TB-1	TB-1
354.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	TB-1	TB-1	TB-1

(b) Shells with outside ring-stiffeners

$R_m = 274.5$								
$\begin{matrix} t \\ L \end{matrix}$	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
60.0	SB-2	SB-2	STB	STB	TB-1	TB-1	TB-1	TB-1
100.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	TB-1	STB	TB-1	TB-1
140.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	STB	STB	STB
180.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	SB-1	STB	STB
220.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	SB-1	SB-1	STB

$L = 100.0$								
$\begin{matrix} t \\ R_m \end{matrix}$	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
194.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	STB	TB-1	TB-1
234.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	STB	STB	TB-1	TB-1
274.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	TB-1	STB	TB-1	TB-1
314.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	TB-1	TB-1	TB-1	TB-1
354.5	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	TB-1	TB-1	TB-1	TB-1

(3) Type 3
(a) Shells with inside ring-stiffeners

$R_m = 274.5$								
$\begin{matrix} t \\ L \end{matrix}$	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
60.0	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
100.0	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
140.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
180.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
220.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2

$L = 100.0$								
$\begin{matrix} t \\ R_m \end{matrix}$	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
194.5	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
234.5	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
274.5	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
314.5	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
354.5	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2

(b) Shells with outside ring-stiffeners

$R_m = 274.5$								
$\begin{matrix} t \\ L \end{matrix}$	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
60.0	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
100.0	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
140.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
180.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2
220.0	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	SB-2	SB-1	TB-2	TB-2

$L = 100.0$								
$R_m \backslash t$	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5
194.5	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
234.5	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
274.5	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
314.5	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2
354.5	SB-2	SB-2	SB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2	TB-2

5.4 局部座屈最終強度推定式

本章の目標は、非線形 FEA を実施することなく、胴板座屈および横倒れ座屈といった局部座屈を伴う場合について、外圧下でのリング補強円筒殻の最終強度を正確に推定する式を開発することにある。本章では、最終強度を支配するパラメータを特定し、推定式の導出を実施する。

5.4.1 細長比

細長比は、面内圧縮下での平板および防撓パネルの最終強度を推定するために広く使用されているパラメータの 1 つである [53]。一般的な細長比は、降伏応力と弾性座屈応力の比の平方根として表され、座屈のしやすさを示す。本研究では、同じアプローチを採用し、降伏強度と弾性座屈強度を使用して、局部座屈を伴うリング補強円筒殻に対する細長比 λ_{lb} を次のように定義し、提案する。

$$\lambda_{lb} = \sqrt{\frac{P_Y}{P_{cr-lb}}}, \quad (5.2)$$

ここで、

$$P_Y = -\frac{\sigma_Y t_w R_1^2}{\pm \left[R_m^2 F_1' - R_f^2 F_2' + (F_1' - F_2') (R_m R_f / R_s)^2 \right]},$$

R_s は胴板有効幅を含む補強リングの中性軸位置までの半径、 \pm の上部の記号が外リング補強方式を表し、下部の記号が内リング補強方式を表す。降伏強度 P_Y は、 R_s の位置での周方向応力が圧縮降伏応力に達したときの強度として定義する。PD 5500 [34] では、降伏強度は、補強リング間の胴板中央の周方向応力が降伏応力に達したときの強度として定義しているが、本研究の降伏強度は、補強リングの中性軸位置の応力が降伏応力に達したときとして定義する。これは、前者に比べて後者が FEA 結果をよりまとめることができるとともに、後者が補強リングの大きさを含めた断面性能をよりの確に表現できるためである。また、この降伏強度は実際の強度ではなく、最終強度に対する基準値に相当するものとして定義している。補強リングの中性軸位置の応力は第 2 章で導出した周方向応力推定式を使用する。また、胴板有効幅を導出するために、Pulos ら [49] によって提案された外圧を受けるリング補強円筒殻の軸対称変形に基づく式 (5.3) を使用する。この式は、座屈前の有効幅を表しているが、この式を使うことで、降伏強度 P_Y は座屈を伴わない場合の強度として定義される。

$$b_e = \frac{2}{\beta} \left(\frac{\cosh \beta L - \cos \beta L}{\sinh \beta L + \sin \beta L} \right). \quad (5.3)$$

式 (5.2) の弾性座屈強度 P_{cr-lb} には, 3.2.3 項の板モデルに基づく胴板座屈および横倒れ座屈強度推定式を用いる.

Fig. 5.13 の横軸は, 式 (5.2) で計算された細長比を表し, 縦軸は, 降伏強度 P_Y で無次元化された最終強度を表す. 各崩壊モードは, 図中で記号および色で表される. 図から確認できるように, 提案した細長比で整理できる Group 1 とできない Group 2 の 2 つに分けることができる. ほぼ全ての SB 崩壊モードの場合は Group 1 に属し, 多くの TB 崩壊モードは Group 2 に属する. ただし, 補強リングが小さい場合 (Type 1) の一部の TB モードは Group 1 に属する. これらの結果は, Group 1 と Group 2 が適切なパラメータを使用して識別できれば, Group 1 については, 細長比をパラメータとした最終強度推定式を導出することができる可能性を持つ. また, Group の分類は, 座屈モードが SB であるか TB であるかに基づいて, 言い換えれば, 補強リングの捩り変形の程度を考慮することで可能になると考えられる. つまり, 3.2.3 項で導出した胴板座屈および横倒れ座屈強度推定式から得られる弾性座屈モードを用いることで, Group 1 と Group 2 を区分可能と考える. 強度推定と区分の詳細な手順を以下に示す.

5.4.2 最終強度推定

(1) 細長比で FEA 結果を整理できる場合

Group 1 では, 細長比に応じて崩壊モードが変化するが, Fig. 5.13 のように細長比に応じて 1 つの曲線上に縦軸の値が推移していることが確認できる. したがって, 最終強度は, 細長比と降伏強度を使用して推定することができる. 本研究では, 最小二乗法を用いてフィッティングし, 細長比の値に応じて 3 つの領域に分割することにより, Group 1 に対する最終強度推定式を提案する.

$$\frac{P_u}{P_Y} = \begin{cases} 1.0, & \lambda_{lb} < 0.47 \\ \frac{0.404}{\lambda_{lb}} + \frac{0.031}{\lambda_{lb}^2}, & 0.47 \leq \lambda_{lb} < 1.00 \\ \frac{0.105}{\lambda_{lb}} + \frac{0.330}{\lambda_{lb}^2}, & 1.00 \leq \lambda_{lb} \end{cases} \quad \text{for shells with inside ring-stiffeners} \quad (5.4a)$$

$$\frac{P_u}{P_Y} = \begin{cases} 1.0, & \lambda_{lb} < 0.43 \\ \frac{0.439}{\lambda_{lb}} - \frac{0.004}{\lambda_{lb}^2}, & 0.43 \leq \lambda_{lb} < 1.00 \\ \frac{0.105}{\lambda_{lb}} + \frac{0.330}{\lambda_{lb}^2}, & 1.00 \leq \lambda_{lb} \end{cases} \quad \text{for shells with outside ring-stiffeners} \quad (5.4b)$$

細長比の値に応じた3つの領域は、SB-1、SB-2、および完全塑性崩壊モード（座屈変形が生じずに降伏だけによって崩壊するモード）の違いにほぼ対応している。本研究で設定した寸法範囲においては、無次元化された最終強度の値（縦軸）は1.0を超えないため、内リング補強方式では細長比が0.47以下の場合、外リング補強方式では0.43以下の場合に P_u/P_Y の上限を1.0とする。

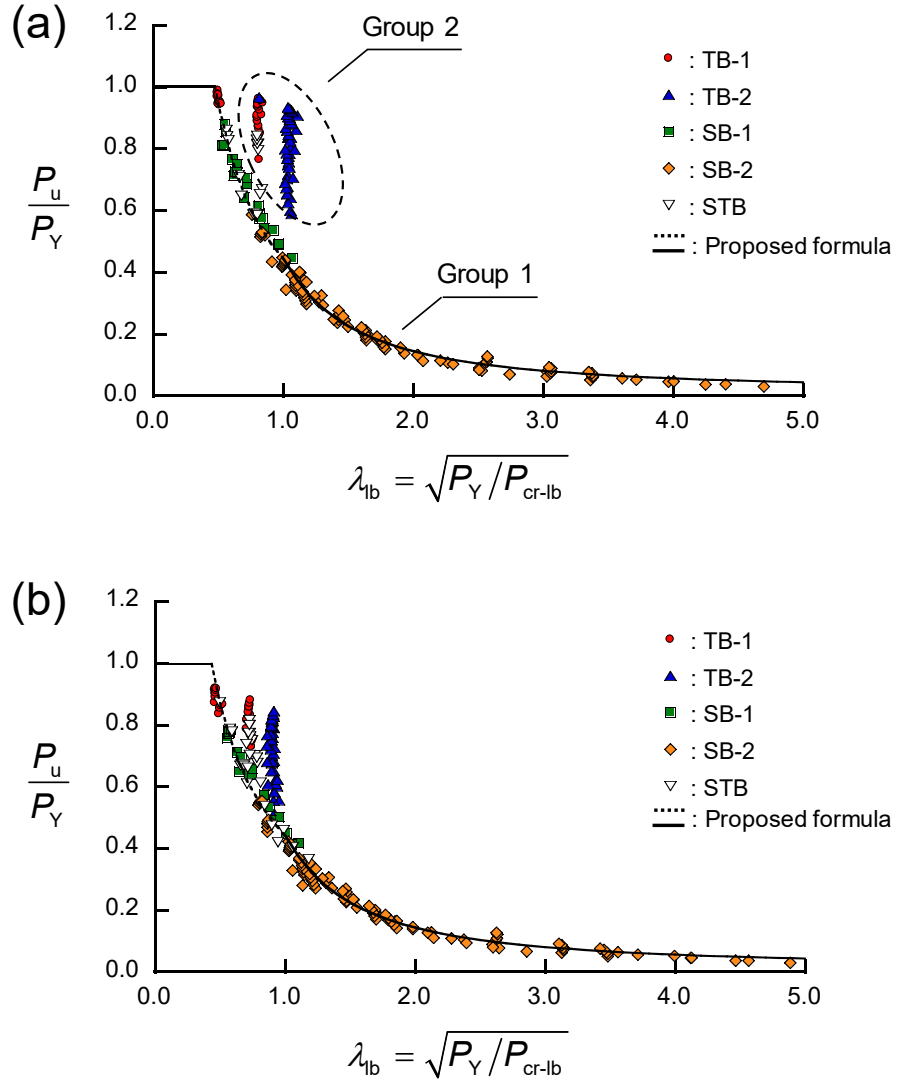


Fig. 5.13 Relationship between slenderness ratio and ultimate strength with local buckling collapse: (a) shells with inside ring-stiffeners and (b) shells with outside ring-stiffeners.

(2) 細長比で FEA 結果を整理できない場合

Group 2 を構成する崩壊モードのほとんどが TB-1 または TB-2 のいずれかである。つまり、補強リングの横倒れ座屈変形によって最終強度に達すると考えられる。そこで、横倒れ座屈変形に着目し、最終強度推定式を導出しようとしたものの、適切な推定式を導出することができなかった。よって、TB-1 や TB-2 では最終強度時に胴板のほぼ全域が降伏することに注目して推定式の導出を試みた。具体的には、補強リング間長の中央の胴板に発生する、長手方向および周方向面内応力が降伏条件に達したときを最終強度状態と定義する。したがって、Group 2 の最終強度推定式は、次の式で表すことができる。

$$P_u = \frac{\sigma_Y}{\sqrt{\bar{\sigma}_{\xi s}^2 - \bar{\sigma}_{\xi s} \bar{\sigma}_{\theta s} + \bar{\sigma}_{\theta s}^2}}, \quad (5.5)$$

ここで、

$$\bar{\sigma}_{\xi s} = \frac{R}{2t} \left(\frac{R}{R_m} \right),$$
$$\bar{\sigma}_{\theta s} = \frac{R - \beta R_m F'_1 A'}{t},$$

上式では 2.2 節で示した応力推定式を用いているが、ここでは圧縮を正としている。

5.4.3 細長比で FEA 結果を整理できる場合とできない場合の区分

式 (5.4) と式 (5.5) を用いるには、リング補強円筒殻を Group 1 と Group 2 に区分する手順が必要である。本研究では、局部座屈強度推定式の開発のために用いた補強リングのフランジ位置におけるたわみ (式 (3.10d)) と補強リング間の中央での胴板のたわみ (式 (3.10c)) の比率に焦点を当てる。

$$\left| \frac{u_w}{w} \right| = \left| \frac{\mp D_1 (R_m - R_f)^3 + D_2 (R_m - R_f)^2 \mp D_3 (R_m - R_f)}{2C_1 + C_2} \right|. \quad (5.6)$$

式中のたわみ u_w と w を Fig. 5.14 に示す。式 (3.10d) のたわみ u_w には定数 D_4 が含まれているが、この定数は、胴板とウェブの接合位置 (補強リングの根元) での長手方向変位を表すため、式 (5.6) では無視する。

調査の結果、Group 1 と 2 に区分する境界値は、式 (5.6) の値が、内リング補強方式の場合は 13.1、外リング補強方式の場合は 8.3 であると決定することができた。これらの境界値を超える場合に Group 2 となり、超えない場合には Group 1 になるとする。Fig. 5.15 は、式 (5.6) を使用した場合の区分結果を示す。図から判断できるように、概ね 1 つの直線上に集まるグループとそれ以外のグループに割り当てられているが、正しく区分されていない例もみられる。その理由は、弾性胴板座屈強度と横倒れ座屈強度が非常に近く、FEA から得られる弾性座屈モードと式 (3.16) によって得られる座屈モードが異なっていることが考えられる。ただし、適切ではないと考えられるグループとなった点は、すべて Group 1 に沿った線より上にあるため、式 (5.4) を使用すると安全側で最終強度を推定することになる。

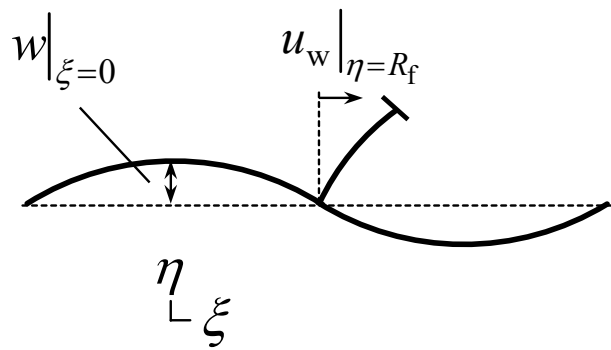


Fig. 5.14 Deflection of ring-stiffener top, u_w , and deflection of cylindrical shell at center of stiffener spacing, w .

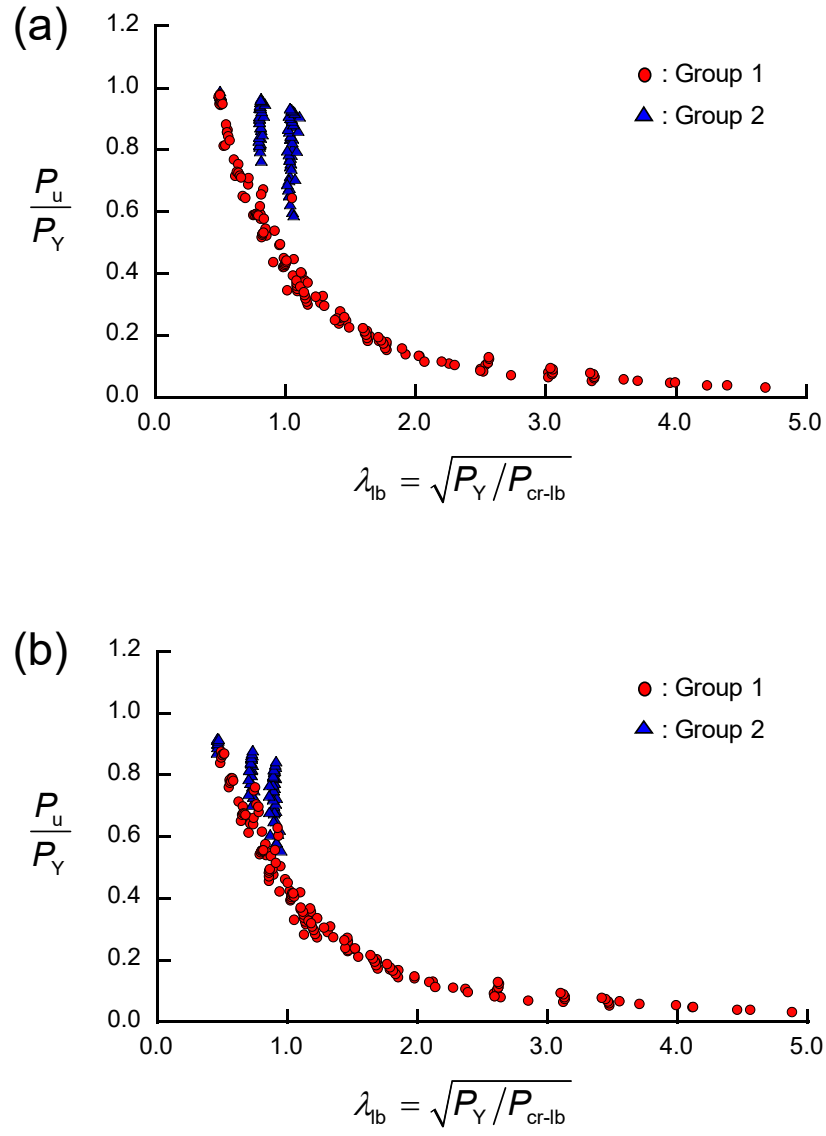


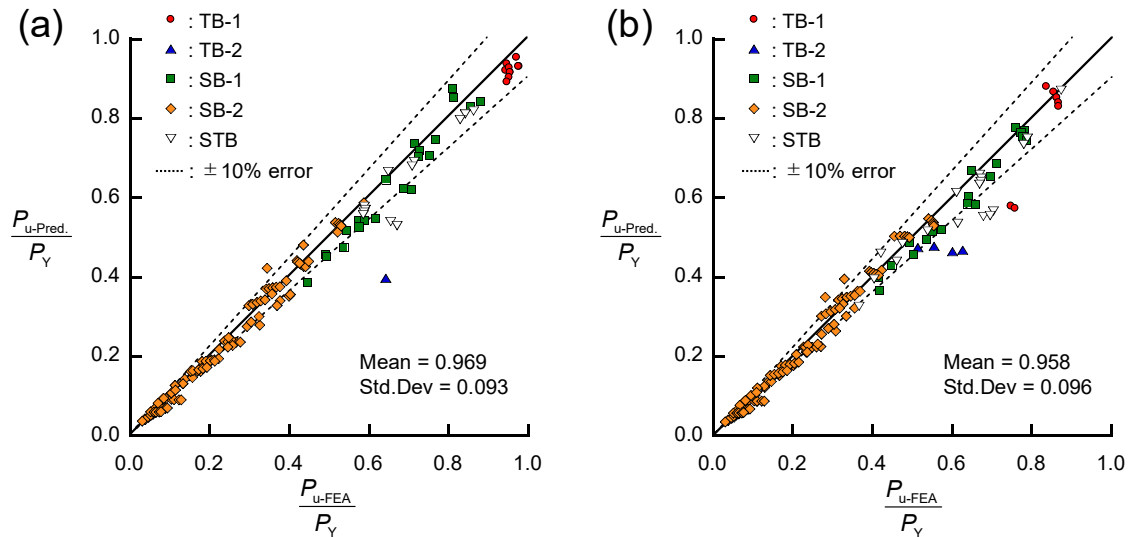
Fig. 5.15 Division into Groups 1 and 2 using ratio of Eq. (5.6): (a) shells with inside ring-stiffeners and (b) shells with outside ring-stiffeners.

5.5 精度検証

5.5.1 有限要素解析結果との比較

式 (5.4) と式 (5.5) によって推定された最終強度と FEA 結果の比較を Fig. 5.16 に示す。横軸は FEA 結果を表し、縦軸は推定値を表す。また、図には、推定値と FEA 結果の比の平均値と標準偏差も示す。Fig. 5.16(a), (b) は、Group 1 に対する結果、Fig. 5.16(c), (d) は、Group 2 に対する結果、Fig. 5.16(e), (f) は、すべてのケースに対する結果を表す。結果として、推定値は、いずれの Group においても FEA 結果と比較的良好な相関関係があることが確認できる。特に、Group 2 では、内外リング補強方式の両方で精度の良い推定値が得られる。Group 1 では、STB, TB-1, および TB-2 のいくつかのケースで誤差 10% を超える場合がある。これは、5.4.3 項で説明したように、Group 1 と 2 の区分が正しくできなかったためである。ただし、これらの推定値は基本的に安全側であり、また少数のケースに限定されており、多くの推定結果は、誤差 10% 未満となっている。以上の考察から、本研究で提案した推定式と手順は、外圧下でのリング補強円筒殻の局部座屈に対する最終強度を正確に推定できることが確認できた。

提案式をさらに検証するために、FEA 結果だけではなく圧壊試験結果と比較することも必要である。これについては、第 6 章で全体座屈を伴う最終強度推定式を開発した後、本章の提案式を含めて、試験結果と比較する。



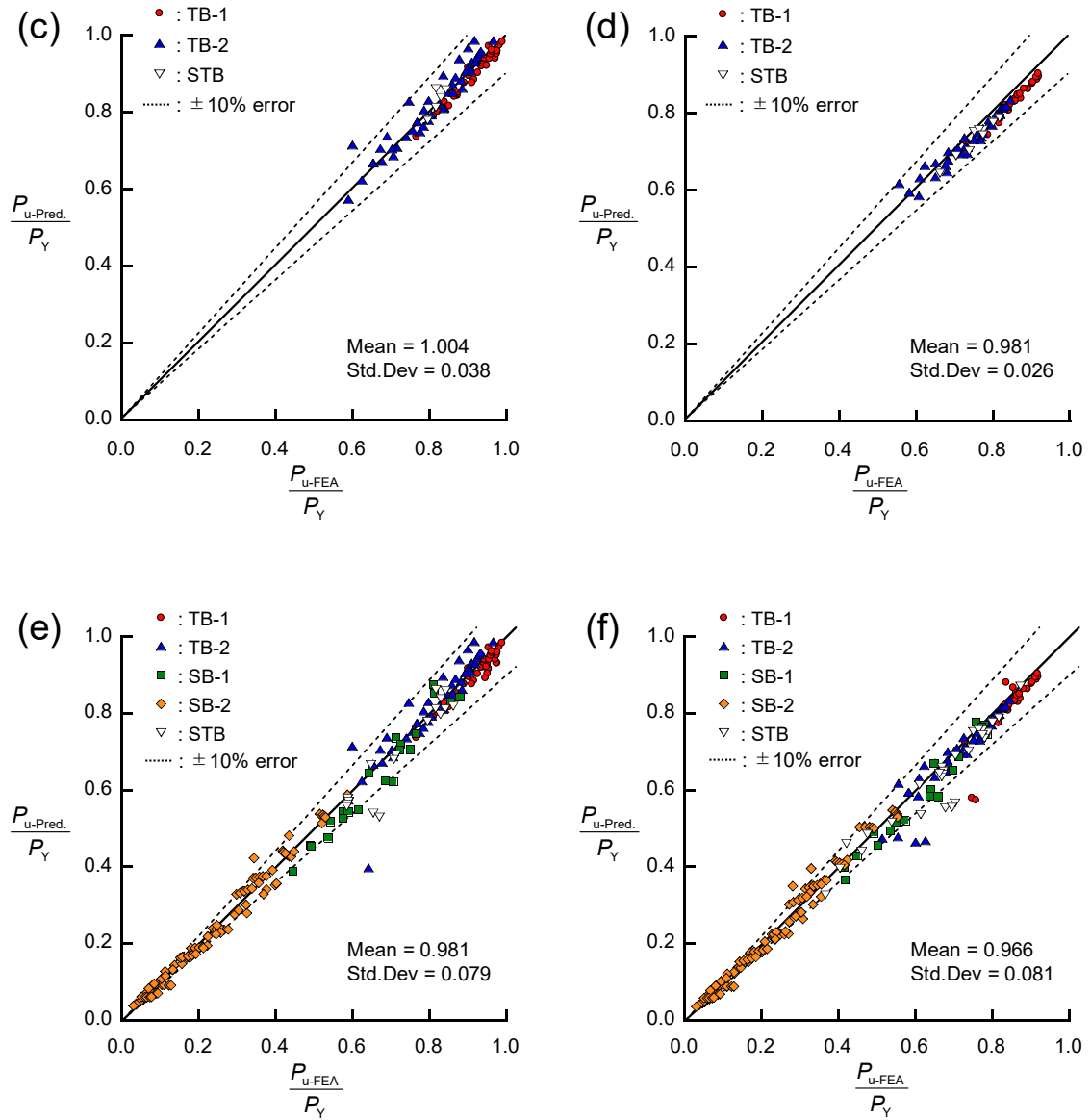


Fig. 5.16 Correlation of ultimate strengths estimated by proposed formula with FEA results: (a) Group 1 with inside ring-stiffeners; (b) Group 1 with outside ring-stiffeners; (c) Group 2 with inside ring-stiffeners; (d) Group 2 with outside ring-stiffeners; (e) all cases with inside ring-stiffeners; and (f) all cases with outside ring-stiffeners.

5.5.2 初期たわみの大きさの影響

局部座屈を伴うリング補強円筒殻の最終強度を推定する提案式は、初期たわみを 1 次座屈固有モードと仮定した場合の FEA 結果から導出した。その際、初期たわみの大きさが 0.3% に固定されている場合の FEA 結果に基づいたが、初期たわみの大きさは最終強度に影響する。そこで、本項では、初期たわみの大きさが変化したときの、提案式の適用可能性を検討することを目的に、胴板平均半径の 0.1% または 0.5% の初期たわみの大きさを持つ追加の FEA を実施した。Fig. 5.17 は、SB 崩壊モードを示す 8 つのモデルに対する細長比と最終強度の関係を示す。SB 崩壊モードは胴板が座屈するモードであるため、最終強度に対して初期たわみの大きさが強く影響することを考え、モデルの選択をした。図中の曲線は、提案式の推定値を表す。

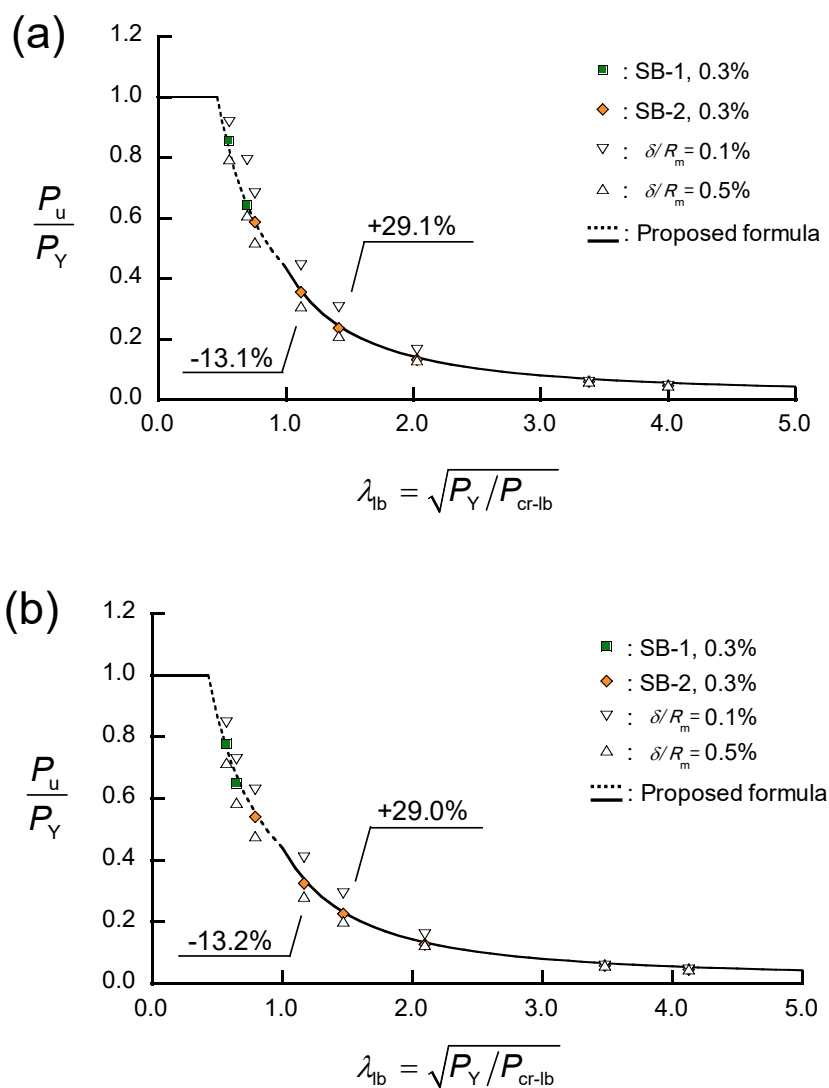


Fig. 5.17 Relationship between slenderness ratio and ultimate strength with changing magnitude of initial deflection.

図から、初期たわみの大きさが 0.1% の場合の最終強度 (FEA) は、0.3% と比較して最大 29% 程度上昇し、0.5% の場合の最終強度は 13% 低下する。0.1% と 0.5% の最終強度の差は、細長比が 2.0 より小さい場合は大きくなるが、2.0 よりも大きい場合には強度差は小さくなる。これらの傾向は、内外リング補強方式で同じとなった。この結果から、PD 5500 [34] で指定された 0.5% の初期たわみの大きさを最終強度解析を実施する場合、提案式は、最終強度を過大評価する場合がある。ただし、提案式の推定値に 0.85 を掛けることで、最終強度を低下させ、十分に安全な見積もりを行うことができる。このように、初期たわみの大きさまでも推定式に組み込む場合は、初期たわみ係数を導入することで解決できる可能性が高い。実際の初期たわみ係数の検討については、今後の課題としたい。

ところで、実際の構造では痩せ馬モードの初期たわみが発生している。5.3.1 項における議論から、痩せ馬モードの初期たわみは、弾性座屈モードを用いた場合より大きな最終強度をもたらすことが判明した。したがって、0.5% の初期たわみの大きさであったとしても、提案式は実際の構造物の最終強度を安全側に推定し、実際の使用において重大な問題を引き起こすことはないと考えることができる。

5.6 結論

本章では、胴板座屈および横倒れ座屈といった局部座屈を伴う場合の、外圧を受けるリング補強円筒殻の崩壊挙動と最終強度を調査するために非線形 FEA を実施した。また、第 2 章で提案した座屈前応力推定式を用いた降伏強度推定式と、3.2.3 項で提案した板モデルに基づく局部座屈強度推定式を用いた新たな細長比を定義し、この細長比に従って最終強度を推定できる式を開発した。以下に得られた結果を示す。

1. 弾性座屈固有値解析により得られた座屈モードの初期たわみ形状を与えた最終強度解析を実施した。その際、周方向の座屈波数が異なる初期たわみ形状も考慮した。この結果から、最小弾性座屈強度を与える 1 次座屈モードの初期たわみを用いても、最終強度は必ずしも最小とならず、多くの既存手法で行われている方法が適切ではない場合もあることが明らかとなった。また、初期たわみの大きさにもよるが、1 次座屈モードの初期たわみを与えた場合に比べて、15%程度最終強度が低下する初期たわみ形状がある。
2. 痩せ馬モードの初期たわみは、1 次弾性座屈モードの初期たわみを使用した場合よりも大きな最終強度を与える。よって、初期たわみの形状として 1 次座屈モードを用いた場合、最終強度を安全側に推定することができる。
3. 寸法を変化させた合計 432 のモデルに対して最終強度解析を実施した結果、崩壊モードは次の 5 つに分類できることが判明した。つまり、胴板座屈崩壊（変形局所化モード SB-1 および均一変形モード SB-2）、横倒れ座屈崩壊（変形局所化モード TB-1 および均一変形モード TB-2）、および複合座屈崩壊 STB である。
4. 有効幅を含む補強リングの中性軸位置での周方向応力が降伏応力に達したときの降伏強度と、本研究で提案した局部座屈強度推定式を使用することで新たな細長比を定義した。その細長比を用いることで、FEA 結果を 2 つのグループに分けることができ、Group 1 の最終強度は、提案した細長比の関数となる 1 本の曲線上にほぼプロットされる。
5. Group 1 の最終強度は、細長比を使用して推定でき、Group 2 の最終強度は、補強リング間中央での応力が降伏応力に達したときの降伏強度から推定できる。また、Group 1 と 2 は、本研究で提案した局部座屈強度推定式から得られる弾性座屈モードを使用することで区分することができる。FEA 結果とこれらの推定値を比較した結果、推定式が高い精度で最終強度を推定可能であることが明らかとなった。

6. 本研究で提案した最終強度推定式は、胴板平均半径の 0.3%の初期たわみの大きさを仮定した FEA 結果をもとに導出されており、初期たわみの大きさが変化した場合には推定精度に影響を及ぼす。ただし、初期たわみの大きさの影響については、得られた最終強度推定値に、一定の大きさの初期たわみ影響係数を乗ずることで解決できる可能性がある。

第6章 全体座屈を伴う最終強度推定

6.1 緒言

本章では、外圧を受けるリング補強円筒殻の全体座屈を伴う場合の最終強度推定式を開発することを目的として、塑性崩壊挙動をより詳細に調査するためにリング補強円筒殻全体をモデル化した最終強度解析を実施する。また、第4章で開発した全体座屈強度推定式を用いた新たな細長比を定義し、それに基づく最終強度推定式を提案する。そして、第5章で開発した局部座屈最終強度推定式を含めて、局部座屈と全体座屈のすべての崩壊モードに対する最終強度を推定し、FEA 結果および従来研究で実施された圧壊試験結果と比較検証を行う。

6.2 節では、最終強度解析を実施するためのモデル化、および初期たわみについて説明する。

6.3 節では、最終強度解析において用いる初期たわみについて、全体座屈モードを用いた場合の特性、ならびに全体座屈モードと局部座屈モードを組み合わせた場合の特性について述べる。次に、組み合わせた初期たわみを用いて、リング補強円筒殻の全長が変化する場合の崩壊挙動の変化について述べ、最後に、最終強度に対する隔壁の影響を考察する。

6.4 節では、第2章で提案した応力推定式を用いて導出した降伏強度と、第4章で提案した全体座屈強度推定式を使用した細長比を定義する。次に、その細長比を用いて FEA から得られる最終強度を整理し、全体座屈を伴う場合の最終強度推定式を提案する。また、第5章で提案した局部座屈を伴う場合の最終強度推定式も用いて、すべての崩壊モードに対応した最終強度推定法について説明する。

6.5 節では、提案する最終強度推定法の精度を検証するために、FEA 結果ならびに従来研究で実施された圧壊試験結果と比較する。

6.2 解析対象

6.2.1 有限要素解析モデル

解析対象とするモデルの寸法、境界条件等は、4.3.1 項の弾性域の全体座屈強度に関して実施した FEA と同じである。ただし、本章では、MSC. Marc2018 の 8 節点シェル要素 (No. 22) を用いて弧長増分法に基づく最終強度解析を実施した。材料定数は、5.2 節の局部座屈を伴う場合の最終強度解析で用いたものと同じである。

6.2.2 初期たわみ

リング補強円筒殻の全体モデルを用いて、全体座屈を伴う場合の最終強度解析を実施した。また、本章では、全体座屈が発生する場合の崩壊挙動を明らかにするとともに、全体座屈と局部座屈の相互影響を考慮するために、初期たわみとして、全体座屈モードと局部座屈モードを組み合わせた形状を用いる。仮定した初期たわみ形状の一例を Fig. 6.1 に示す。具体的には、3.2.3 項の局部座屈の半径方向変位を表す式 (3.10c) および補強リングの横倒れ変形を表す式 (3.10d) と、4.2 節の全体座屈の半径方向変位を表す式 (4.1c) の第 1 項を用いて初期たわみを仮定する。局部座屈の各変位の定数 C_1 , C_2 , および $D_1 \sim D_3$ は、式 (3.16) から得られる。このとき、 D_4 は、胴板とウェブの接合位置における長手方向変位を表すため考慮しない。また、局部座屈波数と全体座屈波数は、提案推定式で座屈強度が最小となるときの波数を用いる。また、初期たわみの大きさは、局部座屈モードを半径の 0.3%、全体座屈モードを半径の 0.2% とすることで、足し合わせたときに PD 5500 [34] で初期たわみの最大許容値として規定されている 0.5% の大きさとなるように設定した。全体座屈モードの初期たわみが生成される過程で、比較的剛性の高い補強リングが半径方向に曲がる必要があるが、これによって生じる初期たわみは、比較的曲がりやすい胴板に比べて小さくなると考えられる。そのため、このような比率を仮定した。ただし、これは、あくまでも本研究での仮定であり、現実に潜水調査船等で用いられる大きさのリング補強円筒殻の初期たわみについては、より詳細な調査が必要である。

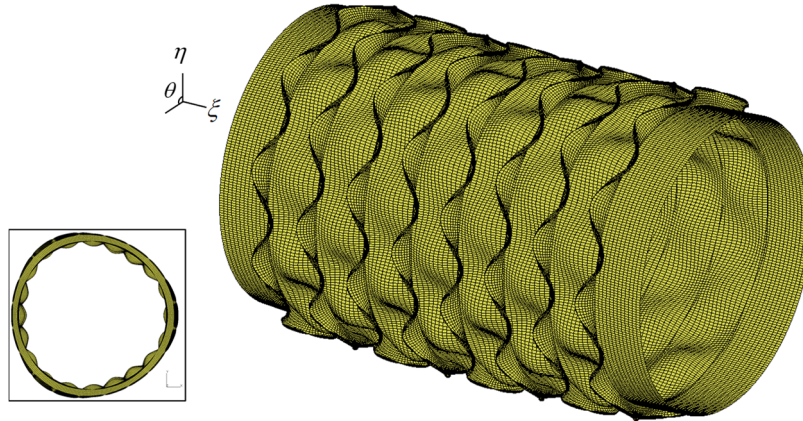


Fig. 6.1 Initial deflection including overall buckling mode and local buckling mode
(Deformation $\times 30$).

6.3 全体座屈を伴う崩壊挙動と最終強度

6.3.1 初期たわみの影響

(1) 全体座屈モードの波数が変化した場合の最終強度変化

5.3.1 項で示したように胴板座屈と補強リングの横倒れ座屈を伴う最終強度解析において、座屈固有値解析から得られる 1 次弾性座屈モードの初期たわみを与えた場合の最終強度が、他のモードを与えた場合に比べて最小になるとは限らないことが判明した。そこで、本研究でも、全体座屈モードを表す初期たわみを、1 次モードから 4 次モードへと変化させた最終強度解析を行い、その影響について調査した。ただし、本解析では、局部座屈モードの初期たわみを与えず、全体座屈モードのみ与え、初期たわみの大きさとして胴板平均半径の 0.3% を与えた。以下に結果を示す。

全体座屈が先行して発生し、座屈波数 $n=3$ のときに弾性座屈強度が最小となるモデルに対して、座屈波数を変化させた結果を Fig. 6.2 と Fig. 6.3 に示す。また、このモデルにおいて座屈波数 3 が 1 次モード、4 が 2 次モード、2 が 3 次モード、5 が 4 次モードである。Fig. 6.2 は負荷履歴を表し、横軸が解析ステップ数、縦軸は作用外圧を FEA から得られる弾性座屈強度で無次元化して表す。Fig. 6.3 は、座屈波数が変化したときのミーゼス応力分布を示し、最終強度時および最終強度後の分布を表す。Fig. 6.2 から、1 次座屈モード ($n=3$) を与えたときに最終強度が最も小さくなり、2 次以降のモードを与えた場合は、これより最終強度が大きくなることが確認できる。また、座屈波数 2 となる 3 次モードの最終強度が最も大きくなっているが、これは最終強度後の挙動 (Fig. 6.3(a)) を見ると判明するように、端部で崩壊しており、他のモードと挙動が異なっているためと考えられる。他のモードは、初期たわみの座屈波数の形状を保ったまま最終強度後も変形している。以上のことから、全体座屈を伴う最終強度解析では、1 次座屈モードの初期たわみ形状を与えることが妥当であると言える。

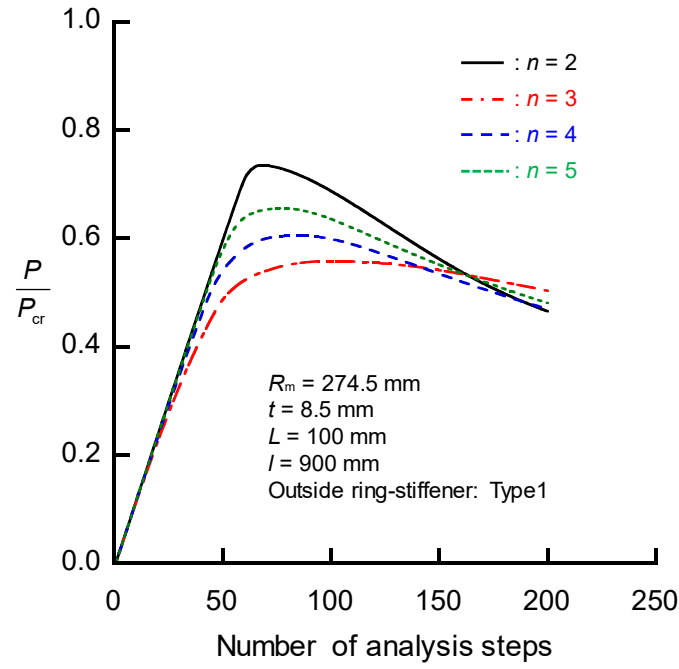


Fig. 6.2 Relationship between applied pressure and analysis step of ring-stiffened cylindrical shells with various number of buckling waves n of initial deflection.

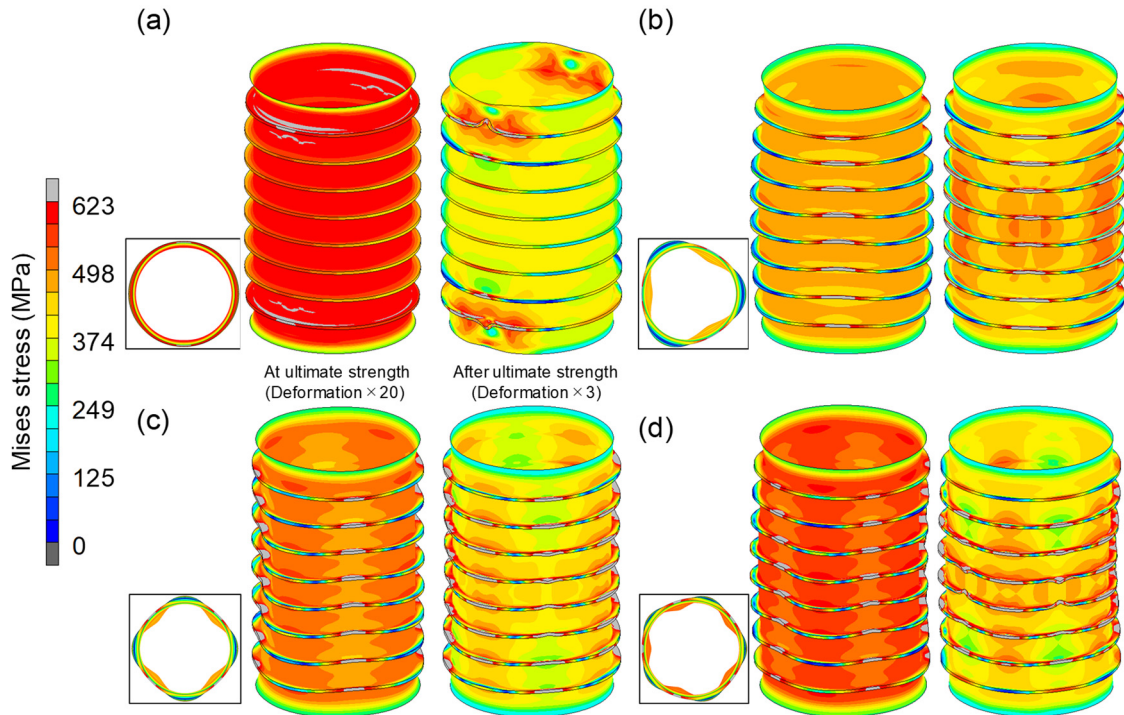


Fig. 6.3 Deformation and distribution of von Mises stress when number of buckling waves n of initial deflection changes: (a) $n = 2$; (b) $n = 3$; (c) $n = 4$; and (d) $n = 5$.

(2) 局部座屈モードと全体座屈モードを組み合わせた場合の影響

本項では、局部座屈モードと全体座屈モードの双方を考慮した初期たわみを与えた最終強度解析を実施し、両モードを与えることが崩壊挙動に及ぼす影響を調査した。

まず初めに、弾性胴板座屈強度と弾性全体座屈強度が同程度となる（ただし、胴板座屈が先行する）モデルについて、3種類の初期たわみ形状を考慮し、最終強度解析を行った。一つ目が、1次の胴板座屈モード初期たわみ（大きさとして胴板平均半径の0.3%）のみを与えた場合、二つ目が、上記の初期たわみに1次の全体座屈モード初期たわみ（大きさとして0.2%）を加えた場合、三つ目が、1次の全体座屈モード初期たわみ（大きさとして0.3%）のみを与えた場合である。解析結果をFig.6.4に示す。横軸がステップ数、縦軸がFEAから得られる弾性座屈強度で無次元化した作用外圧を表す。

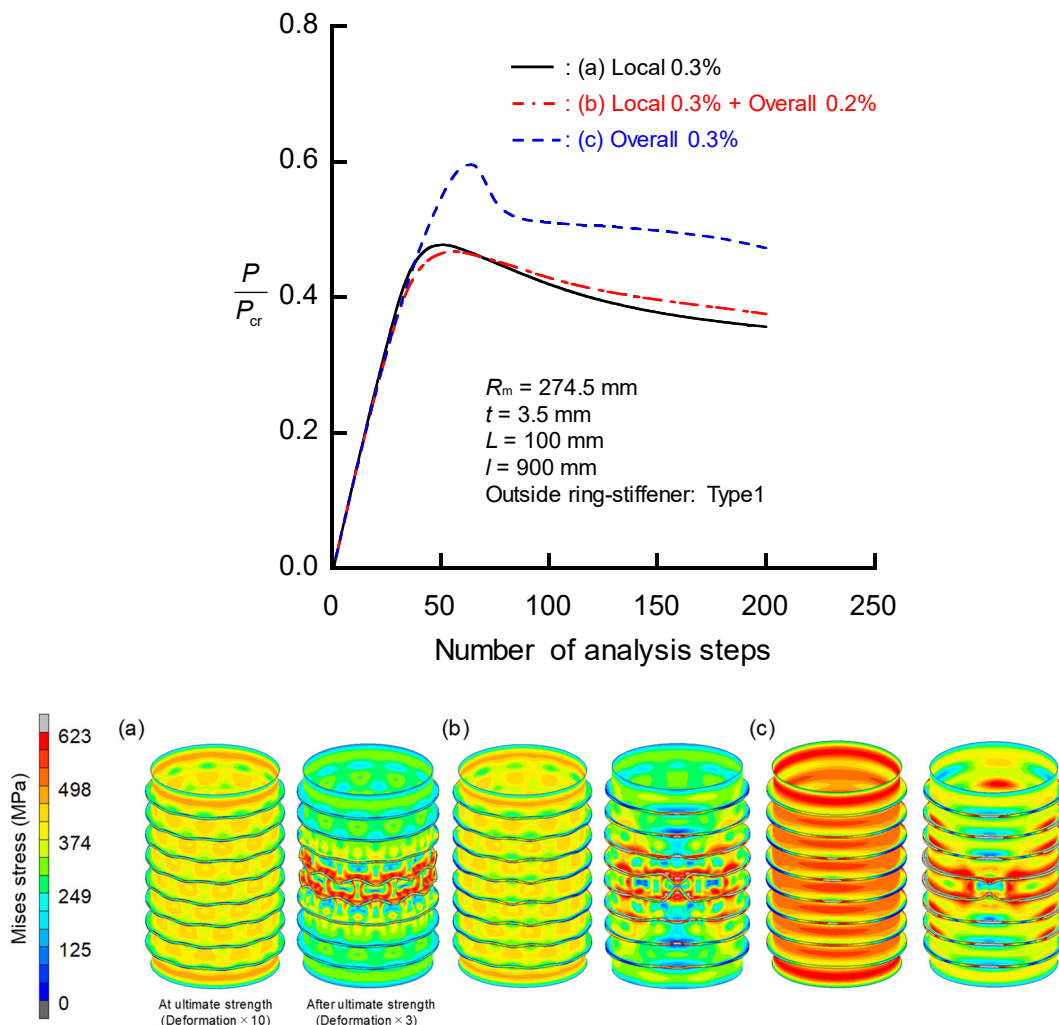


Fig. 6.4 Fluctuation diagram of pressure, deformation, and distribution of von Mises stress when initial deflection changes and both shell and overall buckling strengths are almost the same.

図より、胴板座屈モード初期たわみのみの場合と、これに全体座屈モードを加えた場合で、最終強度ならびに最終強度後の挙動の変化は見られないことが確認できる。図中の最終強度時のミーゼス応力分布においても、両者は、あまり変化が見られないことが確認できる。一方で、全体座屈モード初期たわみのみを与えた場合は、最終強度が他のケースよりも非常に大きくなっている。胴板座屈が先行するモデルのため、これは当然の結果であると言える。結果として、弾性胴板座屈強度と弾性全体座屈強度が近い値となる場合、胴板座屈モードの初期たわみのみを与える解析でも十分に妥当な解析結果を得ることができる。

続いて、弾性横倒れ座屈強度と弾性全体座屈強度が同程度となる場合のモデルに対して、上記の方法と同様に、初期たわみとして1次横倒れ座屈モードのみ、全体座屈モードを加えた場合、全体座屈モードのみを与えた場合の3種類の結果を Fig. 6.5 に示す。

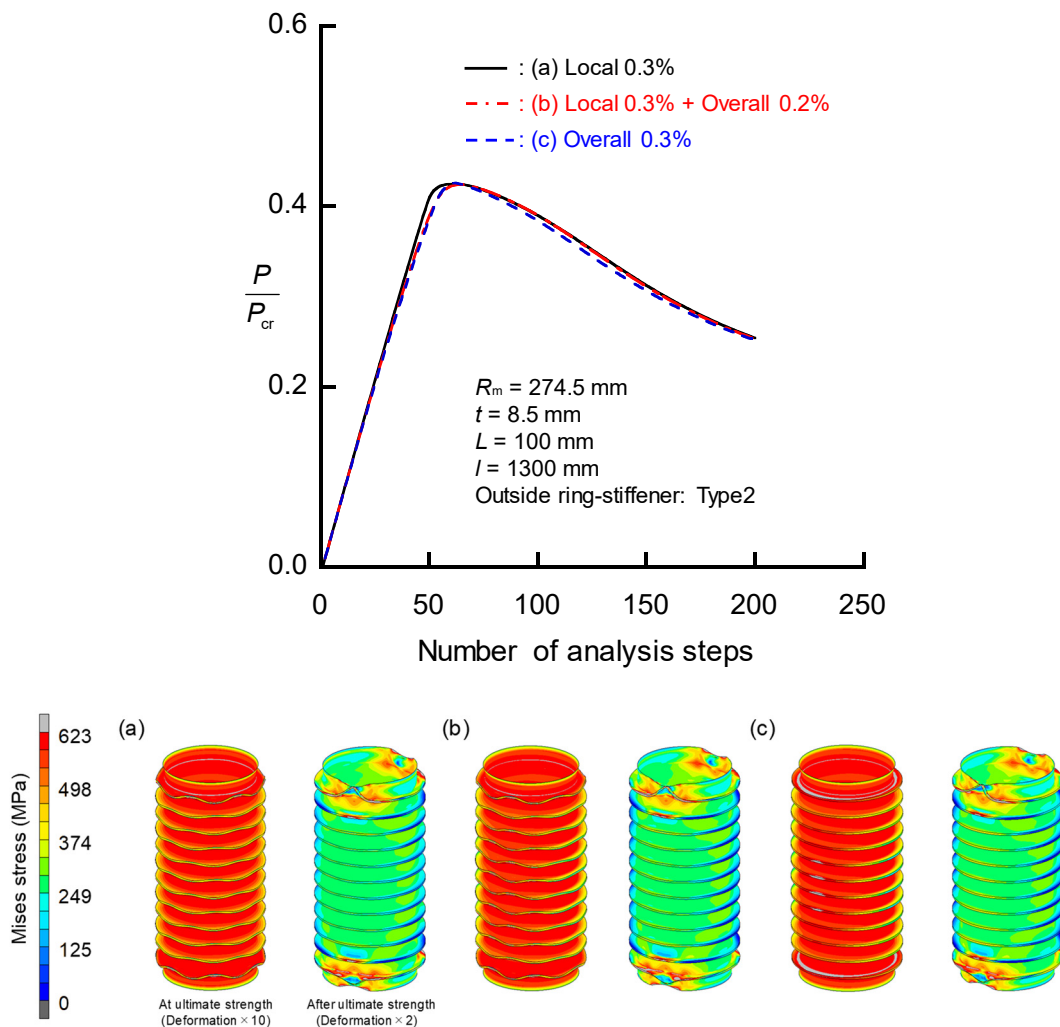


Fig. 6.5 Fluctuation diagram of pressure, deformation, and distribution of von Mises stress when initial deflection changes and both torsional and overall buckling strengths are almost the same.

図より、初期たわみ形状を変化させたとしても、最終強度は変化しないことが確認できる。図中のミーゼス応力分布を確認しても、3種類で崩壊挙動も変化がないことが確認できる。また、最終的に端部で座屈崩壊することが確認できる。したがって、弾性横倒れ座屈強度と弾性全体座屈強度が同程度となる場合も、横倒れ座屈モードの初期たわみを与えるだけで妥当な最終強度を得ることができる。

最後に、局部座屈モードは胴板座屈を表すものの、全体座屈が先行して発生するモデルに対して（弾性全体座屈強度が弾性胴板座屈強度より小さい場合）、同様の解析を行った結果を Fig. 6.6 に示す。

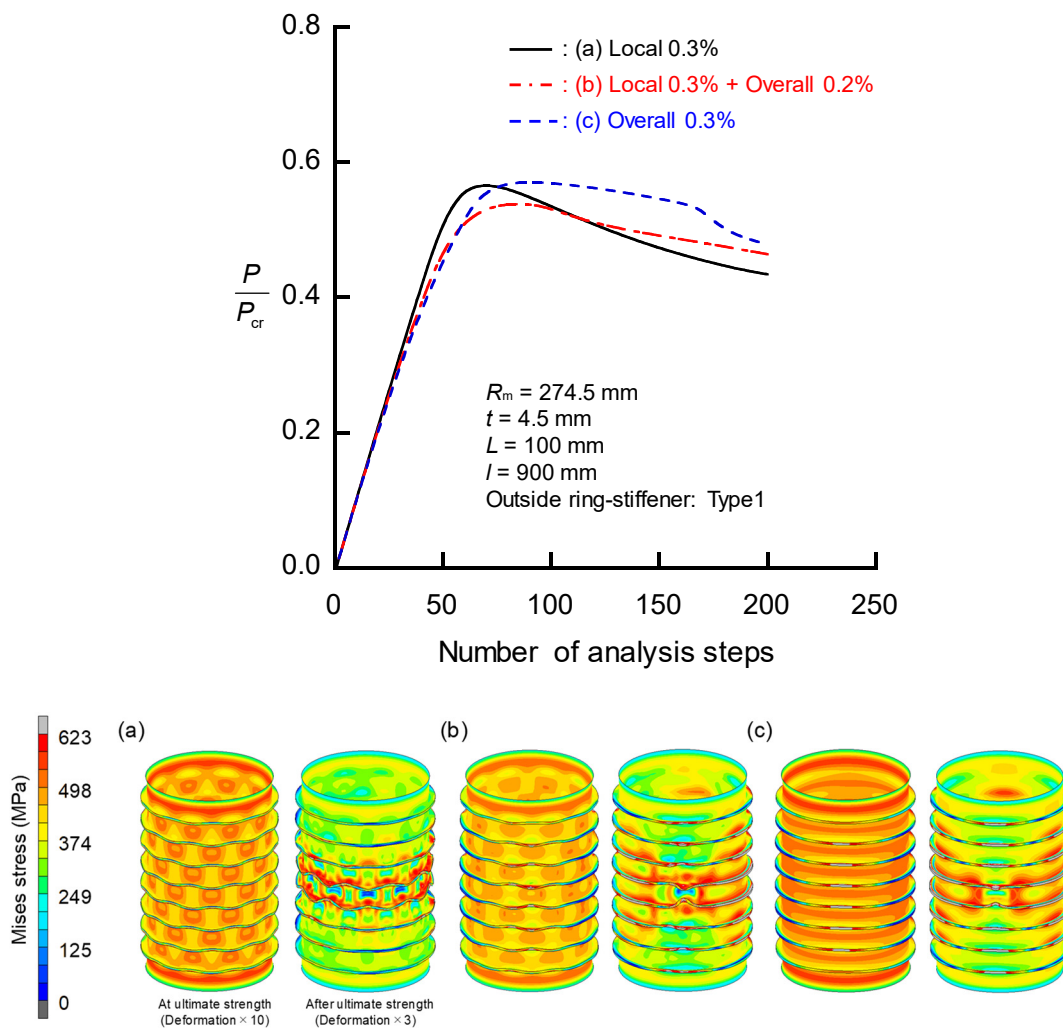


Fig. 6.6 Fluctuation diagram of pressure, deformation, and distribution of von Mises stress when initial deflection changes and overall buckling strength is smaller than shell buckling strength.

結果として、全体座屈モード初期たわみのみを与えた場合より、胴板座屈モードと全体座屈モードを混合した初期たわみの方が最終強度は小さくなった。これは、胴板座屈モードの初期たわみにより胴板に面外変形が生じて、その有効幅が減少し、その結果、全体座屈強度が低下したためと考えられる。一方で、局部座屈モードが横倒れ座屈を表すものの、全体座屈が先行して発生するモデル（弾性全体座屈強度が弾性横倒れ座屈強度より小さい場合）に対して同様の解析を行ったが、最終強度の低下は見られなかった。これは、横倒れ座屈では、胴板の変形がほとんど生じないため、有効幅が減少しなかったものと考えられる。したがって、弾性全体座屈強度が弾性胴板座屈強度より小さい場合、全体座屈モード初期たわみに胴板座屈モード初期たわみを混合することによって、胴板座屈と全体座屈の相互影響を考慮できると考えられる。ただし、本解析では、初期たわみの大きさとして、局部座屈モード 0.3% に全体座屈モード 0.2% を組み合わせたが、この比率に根拠はないため、実際のリング補強円筒殻を用いて初期たわみの計測を行う必要があり、今後、詳細な調査が必要と考える。

6.3.2 崩壊挙動

全体モデルにおけるリング補強円筒殻の崩壊挙動について、最終強度解析から得られた知見を本項に示す。ただし、初期たわみは、全体座屈モードと局部座屈モードを組み合わせている。5.3.2 項に示したように、局部座屈を伴う崩壊挙動は、5つのモードに分けることができる。本項では、全長が最も短いときに胴板座屈崩壊 SB-2、横倒れ座屈崩壊 TB-1、および全体座屈崩壊となる、それぞれの場合に対して、全長を変化させた場合の崩壊挙動について紹介する。

(1) 全体座屈が先行する場合

全長が最も短いときでも全体座屈崩壊を示す場合について、最終強度時のミーゼス応力分布を Fig. 6.7 に示す。図中の(a)~(e)の順番に全長が長くなり、全長が長くなるにつれて周方向の座屈波数は減少していく。Fig. 6.7(a)で $n = 4$, (b), (c)で $n = 3$, (d), (e)で $n = 2$ である。全体崩壊する場合、最終強度時に補強リングが局部崩壊（トリッピング）し、その崩壊に伴い、リング補強円筒殻全体が崩壊する。また、本解析は、初期たわみとして局部座屈モード 0.3%, 全体座屈モード 0.2%を混合して行っているが、全体座屈が先行するモデルの場合、当初の局部座屈モードの変形が最終強度時にはほぼ消滅し、最終的に全体座屈変形のみとなる。

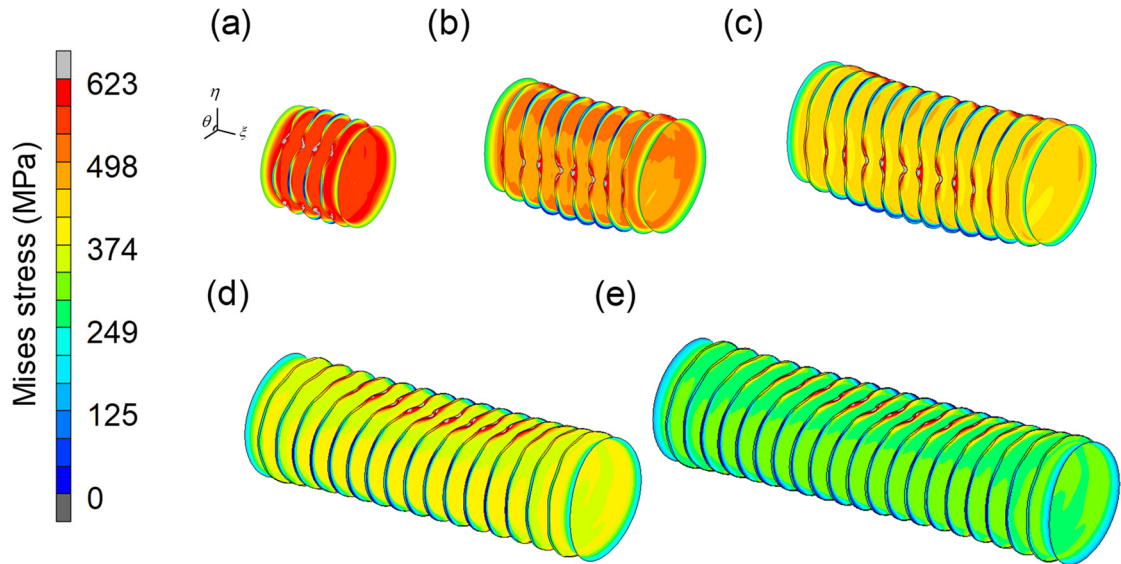


Fig. 6.7 Deformation, and distribution of von Mises stress. When total length of ring-stiffened cylindrical shell is the shortest, overall buckling collapse occurs: (a) $L/R_m = 1.8$; (b) $L/R_m = 3.3$; (c) $L/R_m = 4.7$; (d) $L/R_m = 6.2$; and (e) $L/R_m = 7.7$.

(2) 胴板座屈が先行する場合

全長が最も短いときに SB-2 の胴板座屈崩壊を示す場合について、最終強度時のミーゼス応力分布を Fig. 6.8 に示す。図より、胴板部分で胴板座屈モード初期たわみの形状を保ったまま変形が進み、最終強度に達する。一方、全長が長くなるにつれて弾性全体座屈強度が低下するため、全体座屈変形が徐々に支配的になっていく。

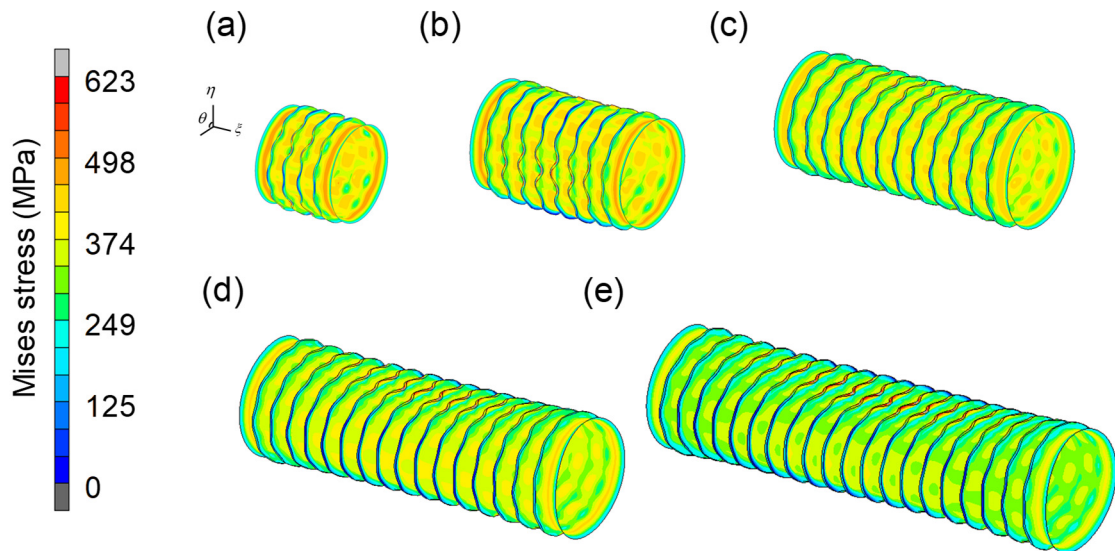


Fig. 6.8 Deformation, and distribution of von Mises stress. When total length of ring-stiffened cylindrical shell is the shortest, shell buckling collapse occurs: (a) $L/R_m = 1.8$; (b) $L/R_m = 3.3$; (c) $L/R_m = 4.7$; (d) $L/R_m = 6.2$; and (e) $L/R_m = 7.7$.

(3) 横倒れ座屈が先行する場合

全長が最も短いときに TB-1 の横倒れ座屈崩壊を伴う場合について、最終強度時のミーゼス応力分布を Fig. 6.9 に示す。図より、全長が短い場合、補強リングが変形していると同時に、胴板のミーゼス応力が降伏応力にほぼ達していることが確認できる。一方で、全長が長くなると、全体座屈の影響が含まれてくるため、最終強度時の胴板の応力が低下している。また、Fig. 6.10 に Fig. 6.9(b) のモデルの最終強度後のミーゼス応力分布と座屈前変形を示すが、リング補強円筒殻の端部で崩壊することが確認できる。円筒殻端部では、境界条件として半径・周方向を拘束しているものの、周方向軸回りの回転は自由であるため、Fig. 6.10(a) に示すように、端部の胴板で曲げ曲率が大きくなり、結果として座屈変形を誘起しやすくなるためと考えられる。ところで、5.4 節で提案した局部座屈を伴う最終強度推定式は、リング補強円筒殻の中央部分 ($L/2 + L + L/2$) をモデル化して行った FEA 結果に基づいており、実質的に無限に長いリング補強円筒殻に対する最終強度推定式となっている。そして、横倒れ座屈崩壊（細長比で整理できない場合、Group 2）を伴う最終強度は、無限長のリング補強円筒殻の胴板部の応力が降伏応力に達するときの強度と仮定している。しかしながら、リ

リング補強円筒殻の全体をモデル化した場合、このように端部で崩壊し、また強度も低下する。したがって、強度推定式の修正が必要となるが、本章では、端部で最終強度を評価する方法へと変更をする。具体的な定式化は、6.4.2 項に示す。ただし、この対応は、あくまでも全体モデルを用いた本解析における結果に対して行うものであり、実際の隔壁の存在や端部胴板の長さ（端部の胴板幅を狭める場合がある）によって変化する現象であると考えられるため、必ずしも端部で崩壊するとは言えないことに注意が必要である。

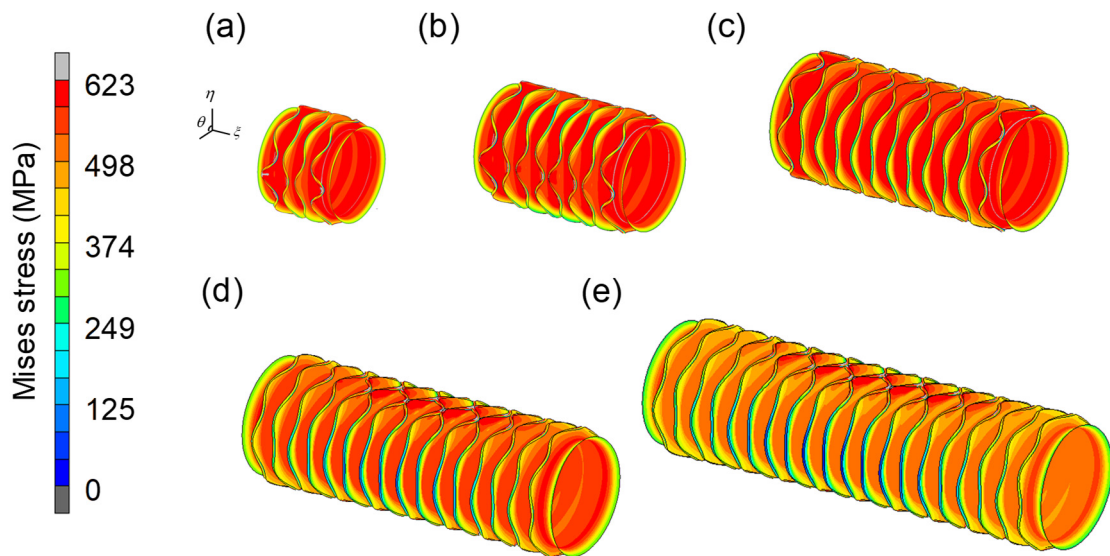
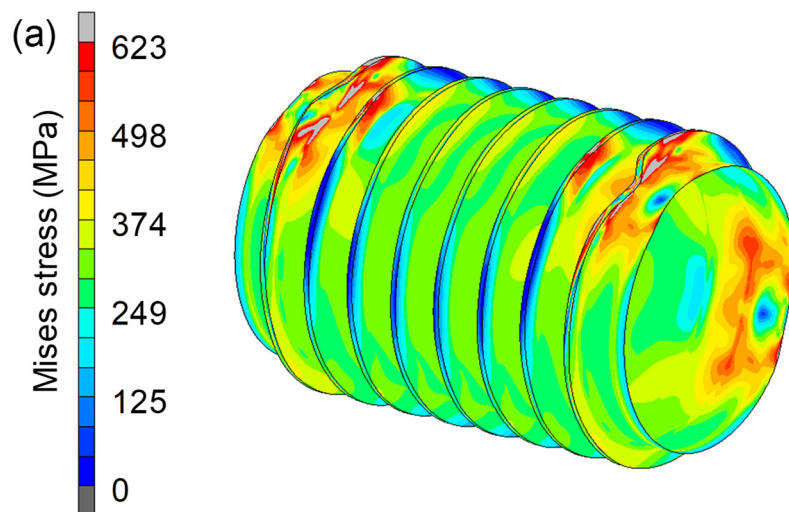


Fig. 6.9 Deformation, and distribution of von Mises stress. When total length of ring-stiffened cylindrical shell is the shortest, torsional buckling collapse occurs: (a) $l/R_m = 1.8$; (b) $l/R_m = 3.3$; (c) $l/R_m = 4.7$; (d) $l/R_m = 6.2$; and (e) $l/R_m = 7.7$.



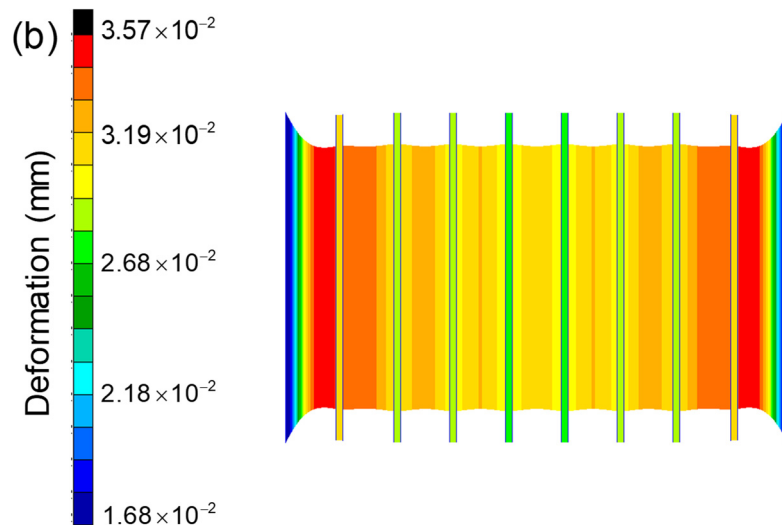


Fig. 6.10 Torsional buckling collapse: (a) distribution of von Mises stress after ultimate strength and (b) deformation before elastic buckling.

6.3.3 隔壁の影響

これまで実施した解析や検討では，リング補強円筒殻端部の長さ方向変位に拘束は設けてはいない．しかしながら，潜水調査船においては，その端部に隔壁が配置され，その隔壁の面外曲げ剛性によっては，円筒殻の端部の長手方向が拘束される．つまり，端部での変形が，隔壁の面外曲げ剛性次第で変化し，この影響により最終強度が変化することが予想されるが，この影響について詳細に調査した例は少ない．そこで，本項では，隔壁を直接モデル化し，その板厚を変化させ，最終強度の変化を調査した．通常，隔壁には補強材が取り付けられ，これによって曲げ剛性が強化されると考えられるが，本解析では，隔壁の板厚を増加させることで最終強度の変化を確認する．解析では，境界条件，荷重条件および初期たわみは 6.2 節の内容と同様とするが，端部に隔壁を配置したモデルを用意した．また，リング補強円筒殻の端部と隔壁の外縁は長手方向変位のみをリンクさせ，他の変位については，互いに無関係として，円筒殻端部の長手方向変位の拘束影響のみを調査した．

Fig. 6.11 に，隔壁の板厚を変化させた場合のリング補強円筒殻の最終強度の変化を示す．図中の横軸は，隔壁の板厚を表し，0 の場合は隔壁をモデル化しない場合を表し， ∞ の場合，端部の長手方向変位を一様とすることで，面外方向に変形しない隔壁が存在する場合を表す．図から，隔壁の板厚を増加させると最終強度も増加していくことが確認できる．本解析条件においては，端部の長手方向変位の拘束によって最大 20% 程度の強度上昇することが確認できる．また，板厚が約 300mm となると，端部変形を一様にする拘束をした場合と同等の強度が得られることが確認できる．加えて Fig. 6.11 は，最終強度時のミーゼス応力分布も示すが，板厚が 300mm となるときの(d)は，長手方向を完全一様変位とした(e)の応力分布と非常に近いものとなっている．このことから最終強度が等しくなった理由が確認

できる．結果として，隔壁の剛性によって最終強度が変化することになり，より正確に強度を把握しなければならない場合には，隔壁の剛性にも注目する必要がある．ただし本研究では，隔壁をモデル化せず，長手方向変位を自由とすることで（Fig.6.11 中での横軸 0），最終強度が最も小さくなる場合を想定してパラメトリックスタディを行うこととし，安全側の評価となるように設定した．

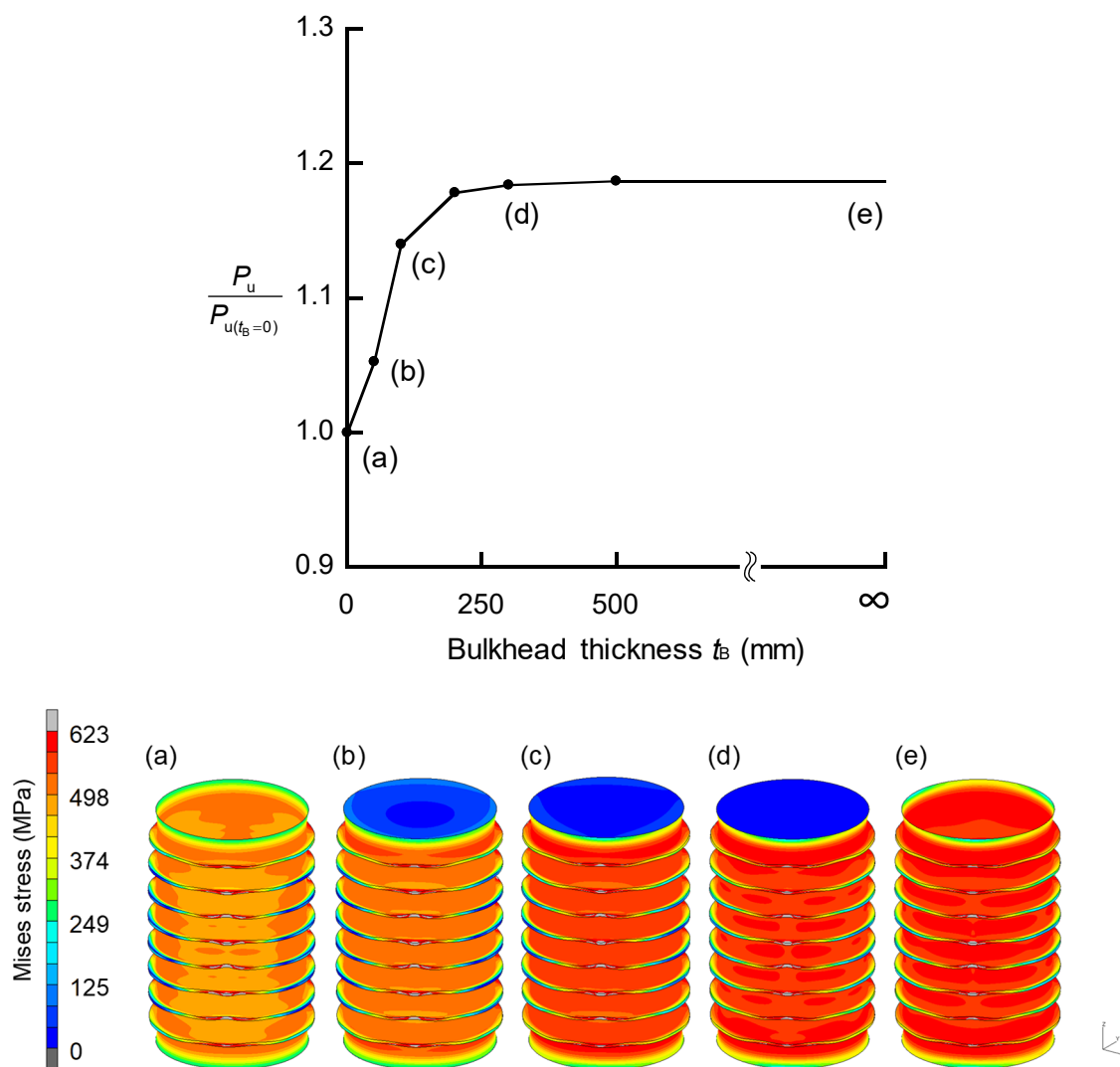


Fig. 6.11 Rate of increase of ultimate strength, deformation, and distribution of von Mises stress when bulkhead thickness becomes thicker.

6.4 全体座屈最終強度推定式

6.4.1 細長比

5.4.1 項で説明した細長比と同様に、細長比に含まれる弾性座屈強度を、4.2 節で提案した全体座屈強度推定式に置き換え、リング補強円筒殻の全体モデルに対する新たな細長比を定義した。その細長比を用いて、全体モデルに対して実施した最終強度解析のパラメトリックスタディの結果を Fig. 6.12 に示す。横軸は、新たに定義した全体座屈に対する細長比を表し、縦軸は、局部座屈最終強度推定の際と同様に、最終強度を降伏強度（5.4.1 項参照）で無次元化した値である。

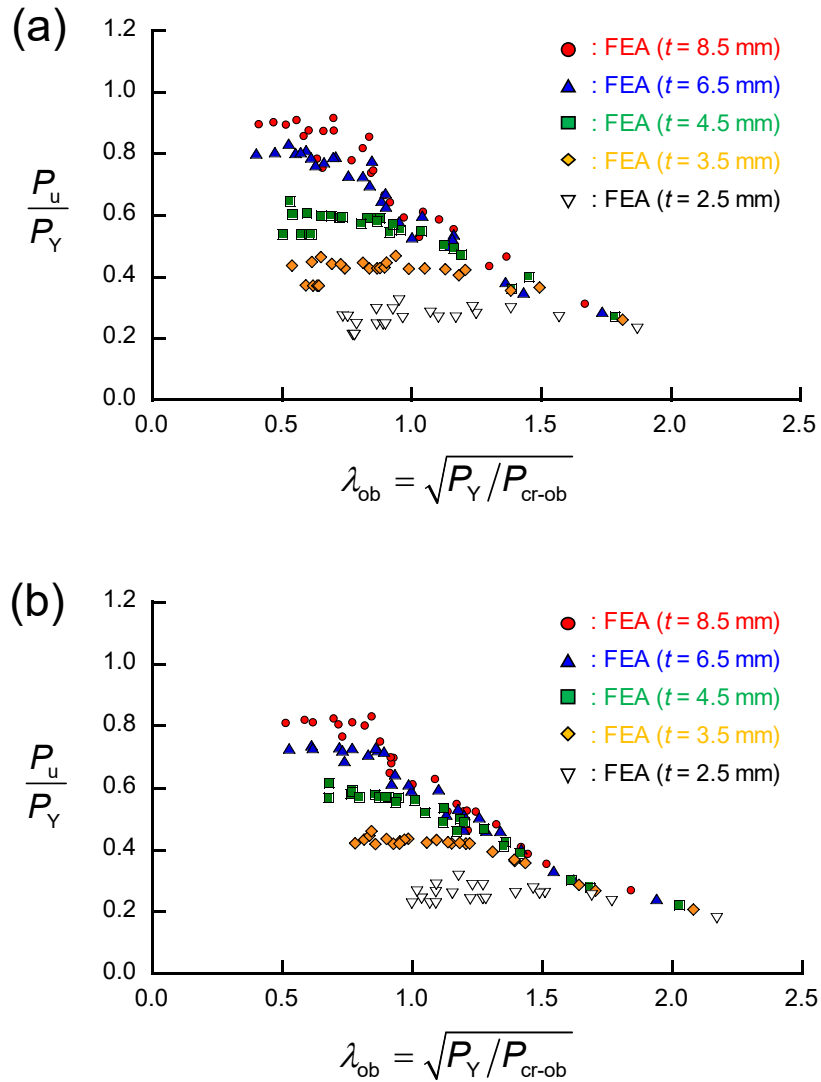


Fig. 6.12 Relationship between slenderness ratio and ultimate strength in case of whole models: (a) shells with inside ring-stiffeners and (b) shells with outside ring-stiffeners.

図より、内外リング補強方式両方に対して、板厚ごとに最終強度をまとめられることが確認できる。全長が短くなると全体座屈強度が大きくなり、細長比が小さくなるが、それに伴い板厚ごとに最終強度がある値に収束していることが確認できる。これは、局部座屈を伴う最終強度の値に収束しているためである。そして、細長比が大きくなる（全体座屈強度が小さくなる）につれて、あるひとつの線にまとまっていくことも確認できる。したがって、局部座屈を伴って崩壊する場合を除き、提案した細長比を用いてフィッティングを行うことで、全体座屈を伴う最終強度推定式を開発できる。Fig. 6.13 に全体座屈崩壊した FEA 結果のみに対する（局部座屈崩壊と連成する場合もあり、およその分類である）、全体座屈最終強度推定式を実線で示す。このときの推定式は、式（6.1）で表される。

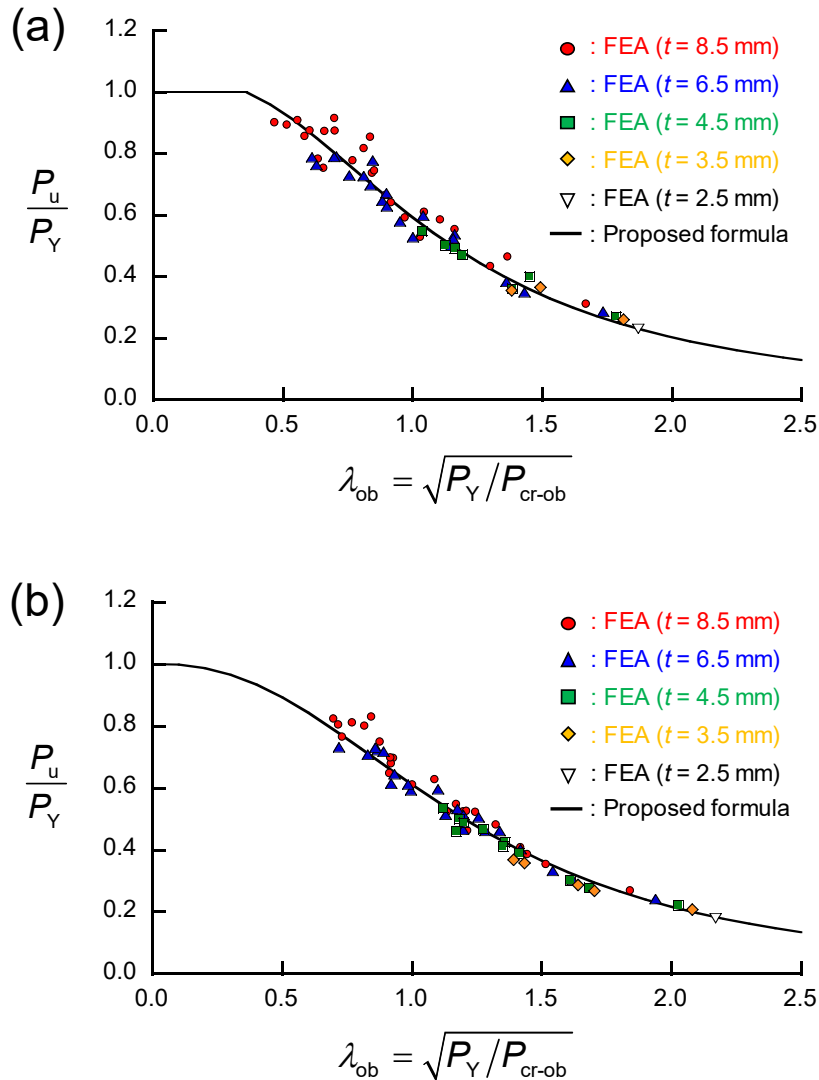


Fig. 6.13 Relationship between slenderness ratio and ultimate strength with overall buckling collapse: (a) shells with inside ring-stiffeners and (b) shells with outside ring-stiffeners.

$$\frac{P_u}{P_Y} = \begin{cases} 1.0, & 0 \leq \lambda_{ob} < 0.36 \\ \frac{1}{1 - 0.3426\lambda_{ob} + 0.9082\lambda_{ob}^2 + 0.1201\lambda_{ob}^3}, & 0.36 \leq \lambda_{ob} \end{cases} \quad (6.1a)$$

$$\frac{P_u}{P_Y} = \frac{1}{1 - 0.0321\lambda_{ob} + 0.4214\lambda_{ob}^2 + 0.2473\lambda_{ob}^3}. \quad (6.1b)$$

式 (6.1a) が内リング補強方式，式 (6.1b) が外リング補強方式に対応している．縦軸が約 0.8 のあたりで，全体座屈最終強度推定式とプロットの若干のずれを確認できるが，局部座屈モードと全体座屈モードの相互影響を受ける範囲であるため，安全側をとって，小さく推定するようにフィッティングした．ただし，後ほど精度を説明するが，この細長比の周辺で推定式が与える誤差は，それほど大きくはないと思われる．

以上の全体座屈に対する最終強度推定式と，前述した局部座屈に対する最終強度推定式を用いることで，すべての崩壊モードの最終強度を推定することが可能になる．

6.4.2 最終強度推定

全体座屈，胴板座屈および補強リングの横倒れ座屈を伴うリング補強円筒殻の最終強度を推定するための，一連の流れを本項にて説明する．胴板座屈と横倒れ座屈に対する最終強度推定式の計算値と，6.4.1 項で提案した全体座屈に対する最終強度推定式の計算値を比較し，小さい値となるものを最終的な最終強度とする．

全ての崩壊モードに対応した最終強度推定法の詳細な説明と推定結果を示す前に，補強リングの横倒れ座屈座屈に対する最終強度推定式に修正を加える．全体モデルでは横倒れ座屈を伴う場合，隔壁を想定した境界条件の影響によって Fig. 6.10 に示すように端部で崩壊する．5.4 節の最終強度推定式は横倒れ座屈崩壊モード（細長比で整理できない場合）に対して，無限長のリング補強円筒殻の胴板の応力が降伏応力に達するときの強度を最終強度としているが，これを有限長のリング補強円筒殻端部の胴板の応力に対して降伏判定をする評価する方法に変更する．端部胴板の最大応力が降伏応力に達するときの降伏強度推定式は，式 (6.2) で表すことができる．ただし，前述したように，この箇所の応力は，隔壁の剛性等によって変化すると考えられるため，あくまでも本研究の解析条件で端部が崩壊したことに対する対応であることを記述しておく．

$$P_u = \frac{\sigma_Y}{\sqrt{\bar{\sigma}_{\xi s}^2 - \bar{\sigma}_{\xi s}\bar{\sigma}_{\theta s} + \bar{\sigma}_{\theta s}^2}}, \quad (6.2)$$

ここで，

$$\bar{\sigma}_{\xi s} = \frac{R}{2t} \left(\frac{R}{R_m} \right),$$

$$\bar{\sigma}_{\theta s} = -E \left(\frac{w'_x}{R_m} \right) + \nu \frac{R}{2t} \left(\frac{R}{R_m} \right),$$

$$w'_x = -g_1 + e^{\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x),$$

$$C_1 = \frac{g_1 e^{-\beta L} (h_1 i_2 + h_2 i_1) + g_2 i_2}{i_1^2 + i_2^2},$$

$$C_2 = \frac{1}{i_2} (g_1 h_2 e^{-\beta L} - i_1 C_1),$$

$$C_3 = g_1 - C_1,$$

$$C_4 = C_2,$$

$$g_1 = \frac{R_m^2}{Et} \left[\left(\frac{R}{R_m} \right) - \frac{\nu}{2} \left(\frac{R}{R_m} \right)^2 \right],$$

$$g_2 = \frac{F'_1}{4D_s \beta^3},$$

$$h_1 = \cos \beta L - \sin \beta L,$$

$$h_2 = \cos \beta L + \sin \beta L,$$

$$i_1 = 2(\cos \beta L \cosh \beta L - \sin \beta L \sinh \beta L),$$

$$i_2 = 2(\cos \beta L \cosh \beta L + \sin \beta L \sinh \beta L).$$

以上の変更を行った局部座屈に対する最終強度推定値と、6.4.1 項で提案した全体座屈に対する最終強度推定値との関係を示した図を Fig. 6.14 に示す。ただし、図中のプロットは、半径や補強リングの大きさの変更によって値が変化するため、半径 274.5 mm、Type 1 の補強リングの場合のみとしている。図中の水平線（点線、破線、鎖線）が局部座屈に対する最終強度推定式の値であり、実線が全体座屈に対する推定値である。Fig. 6.14 中の局部座屈最終強度推定式は、比較的精度よく最終強度推定できることが確認できるが、板厚が小さくなると FEA のプロットより、わずかながら小さく推定している。5.4 節の局部座屈最終強度推定式は、リング補強円筒殻の中央部分（ $L/2 + L + L/2$ ）をモデル化して実施した FEA の結果に基づき導出しており、本章のリング補強円筒殻の全体モデルに対する最終強度解析では、

端部を拘束していることから中央モデルと応力状態が異なり、その影響が表れ、全体モデルの最終強度の方が大きくなっていると考えられる。しかしながら、安全側の推定誤差となるため問題は小さいと考える。また、内リング補強方式の板厚 8.5 mm のとき局部座屈最終強度推定式の値が大きいくようにも見えるが、FEA の崩壊挙動を確認すると、全長が最も短いモデルにおいても全体座屈崩壊が発生しているため、これらのプロットは全て全体座屈最終強度推定式で推定することになる。最終的に、局部座屈最終強度推定式と全体座屈最終強度推定式から計算される値の大小を比較し、小さい方を真の最終強度とする。

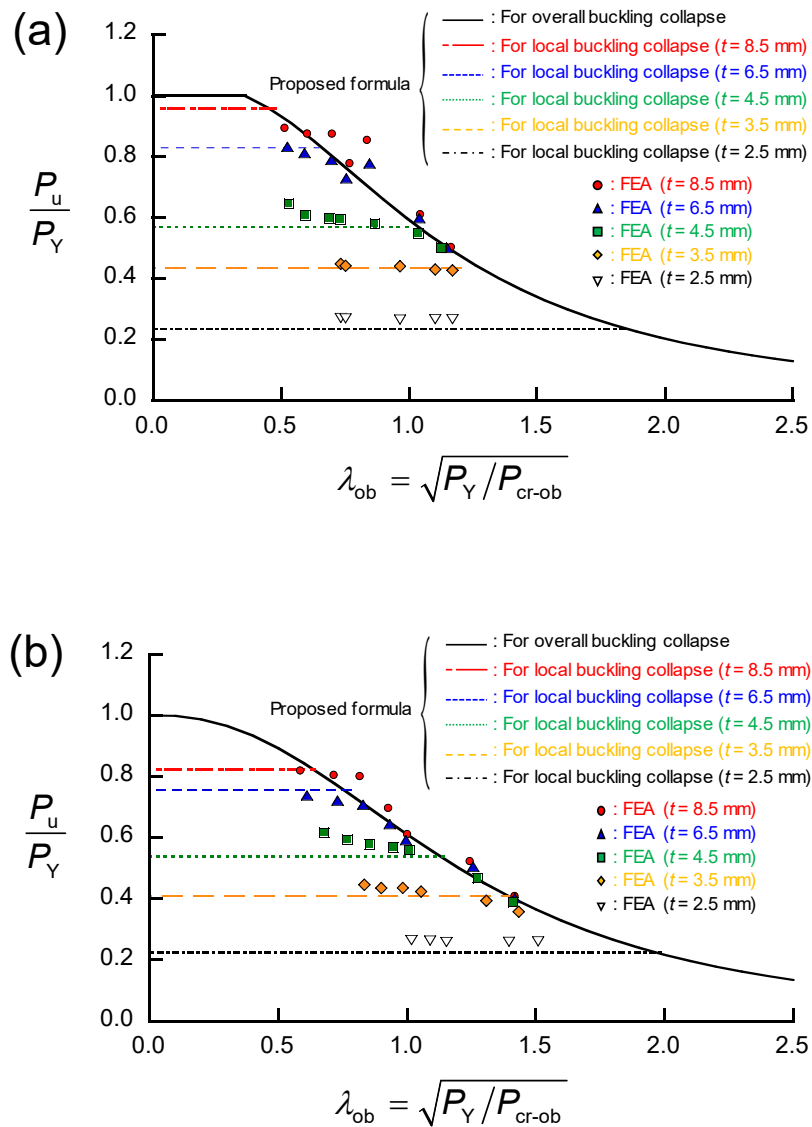


Fig. 6.14 Relationship between proposed formulas and ultimate strength: (a) shells with inside ring-stiffeners and (b) shells with outside ring-stiffeners.

6.5 精度検証

本項では、各最終強度提案式の精度検証した結果を示す。初めに、全体モデルの FEA 結果との比較を行い、最後に、従来研究で実施された圧壊試験結果との比較を行う。

6.5.1 有限要素解析結果との比較

6.4.2 項で述べた最終強度推定法から得た値と FEA 結果を比較した図を Fig. 6.15 に示す。図の横軸が FEA 結果、縦軸が推定値を表し、それぞれ降伏強度で無次元化している。図より、内外リング補強方式両方において提案式は、ほとんどのケースを誤差 10%未満で推定できており、比較的良好な一致を示していることが確認できる。いくつかのプロットが 10%を超えているものの、安全側の推定となっており、問題は小さいと考える。研究当初、局部座屈と全体座屈の相互影響（両者の混合）を考慮した最終強度推定式の開発が必要と予測していたものの、結果として両推定式の小さい方をとる処理のみで、Fig. 6.15 のように十分な精度を得ることが出来ている。推定値と FEA 結果の比に関して、平均と標準偏差を図中に記載しているが、この結果からも良好な精度を持つことが確認できる。

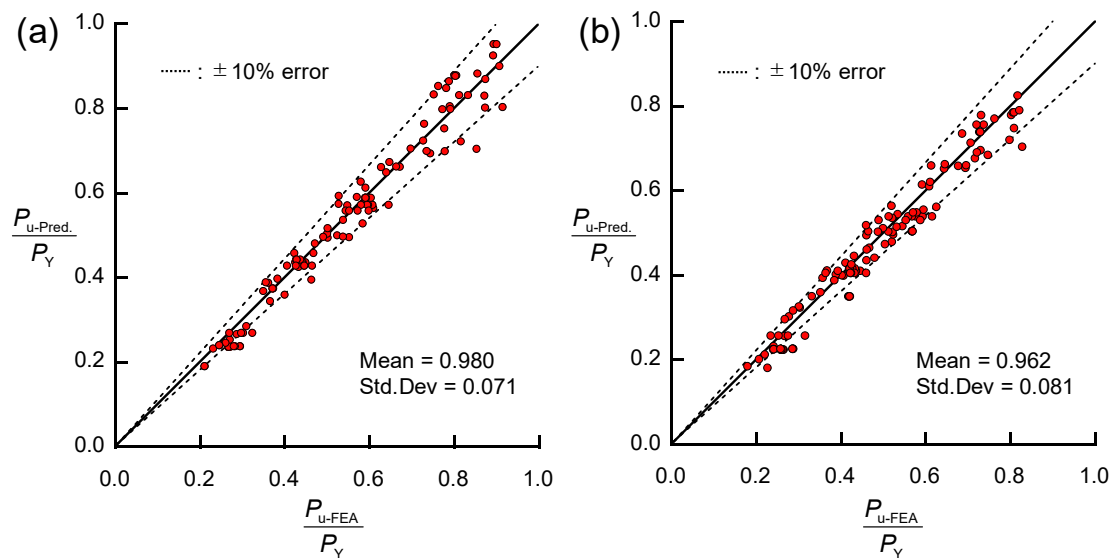


Fig. 6.15 Correlation of ultimate strengths estimated by proposed formulas with FEA results: (a) shells with inside ring-stiffeners and (b) shells with outside ring-stiffeners.

6.5.2 圧壊試験との比較

本研究は、実際の潜水調査船を対象として初期たわみの大きさや降伏応力を想定し、その想定のもとで最終強度推定式を開発している。一方で、過去に実施されてきた圧壊試験では、試験設備や試験体作成の都合上、初期たわみの大きさ、降伏応力、端部拘束条件等は、現実の潜水調査船等で用いられるリング補強円筒殻とは乖離があると考えられる。したがって、

提案式による推定値と試験結果を直接的に比較することはできないと考えられるものの、本節では両者の比較を行い、どの程度の差があるのかを確認する。本研究の最終強度解析でモデル化の参考にした Cho ら [25]の試験結果と推定値を比較し、この結果を Table 6.1 に示す。なお、この試験体の崩壊モードは胴板座屈崩壊となっている。

Table 6.1 Comparison between proposed formula and test result by Cho et al. [25]

Model	Ring-stiffener	$P_{u-Pred.}/P_Y$	$P_{u-Exp.}/P_Y$	$P_{u-Pred.}/P_{u-Exp.}$
RS-4	outside	0.393	0.300	1.309

表より、提案式は、試験結果と比べて 30%程度大きく最終強度を推定していることが確認できる。この原因について考察する。降伏応力を Cho らの試験体と同等の 288.3 MPa に変更した場合について、局部座屈を伴う最終強度推定式と FEA 結果を Fig. 6.16 に示す。パラメトリックスタディでは、降伏応力を 623.0 MPa と設定していたが、降伏応力を低下させると、FEA の最終強度は提案式より低下することが判明した。Table 6.1 に示した推定値と試験結果の乖離は、このように、降伏応力によって推定精度が変化することが原因であると推測される。ただし、全体座屈を伴う場合は、降伏応力を変化させたとしても推定精度が低下することは観察されていない。

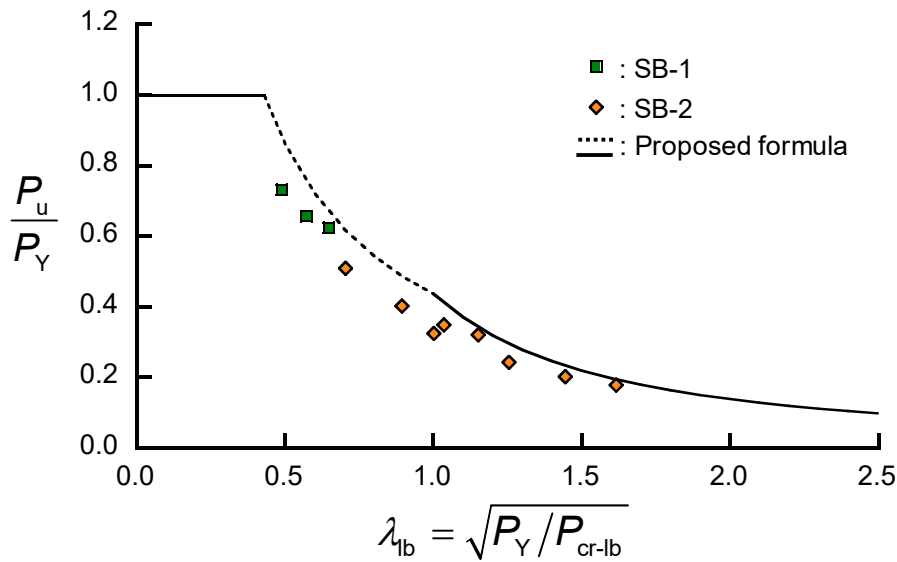


Fig. 6.16 Relationship between slenderness ratio and ultimate strength with yeild stress 288.3 MPa in case of shells with outside ring-stiffeners.

しかしながら、この結果は Fig. 6.16 の縦軸、横軸だけでは最終強度を推定できないことを示していることになるが、Fig. 6.16 のプロットは、ほぼ 1 つの曲線上に集まっていることから、降伏応力に応じて局部座屈を伴う最終強度推定式を定義すれば解決できると考えら

れる．一方で，この問題は初期たわみの大きさの問題とも言い換えることができる．降伏応力が小さい場合は座屈前に降伏に至るため厚板と等しい崩壊挙動を示すのに対して，降伏応力が大きい場合，降伏前に座屈が起こるため薄板と等価になる．初期たわみの大きさは，板厚に対する比に応じて崩壊挙動に影響を及ぼすと考えられ，ここでの板厚には降伏応力の影響も含まれる．実際，船舶海洋分野で平板の初期たわみ大きさを設定する場合には，次式が用いられる．

$$\delta_{\max} = \alpha \beta^2 t, \quad (6.3)$$

上式は Smith ら [54]によって提案され， α は初期たわみの大きさのばらつきを表す係数， β は板の細長比を表し， β には降伏応力が含まれる．上述の最終強度解析では，初期たわみの大きさを一律に半径の 0.3%と仮定している．ここで，降伏応力をパラメトリックスタディの 623.0 MPa として $\delta_{\max} = 0.003R_m \text{ mm}$ のときの α を算出し，その α と試験の降伏応力 288.3 MPa の場合の細長比 β を用いて，初期たわみの大きさを逆算すると $0.00139R_m \text{ mm}$ となることが判明した．つまり，パラメトリックスタディの初期たわみの大きさ $0.003R_m \text{ mm}$ より小さくなる．逆算した初期たわみの大きさを用いて FEA を実施した結果を Fig. 6.17 に示す．

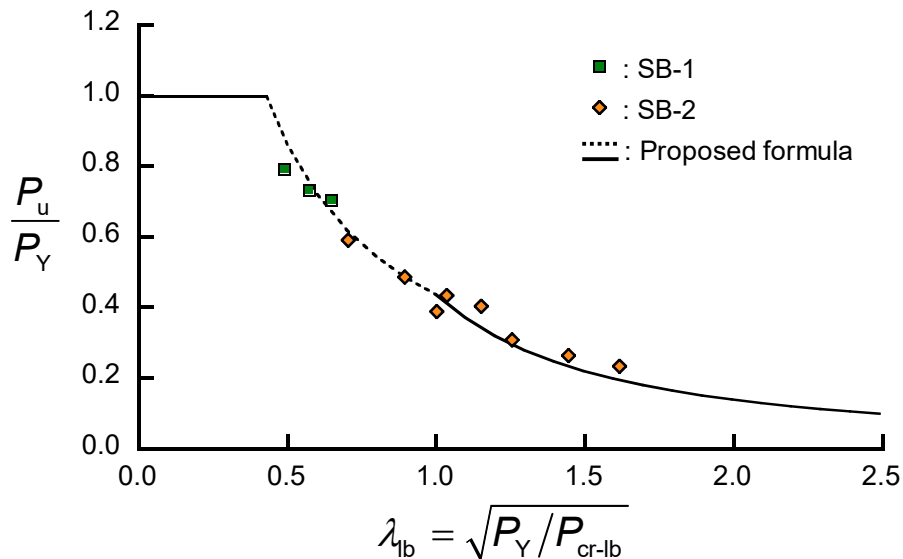


Fig. 6.17 Relationship between slenderness ratio and ultimate strength with magnitude of initial deflection 0.139% of mean radius in case of shells with outside ring-stiffeners.

図より、最終強度は Fig. 6.16 に示す値より上昇し、FEA 結果は提案式のラインに乗ることが確認できる。このことから、降伏応力と初期たわみには相互影響を及ぼす関係にあり、初期たわみによって（あるいは降伏応力によって）は、推定式を変更しなければならない。これらの影響度を詳細に把握し、初期たわみの大きさに応じた推定式を開発する必要があるものの、本研究では、最終強度推定式の導出方法を示すことに主眼を置いており、これらに対する検討は今後の課題とする。また、実際のリング補強円筒殻に発生する初期たわみの形状や大きさについて情報が少ないため、これらの調査も必要であり、調査結果に基づいて妥当な初期たわみを決定することも重要と考える。ところで、本研究では半径に比例する初期たわみの大きさを仮定しているが、船舶海洋分野では式 (6.3) に示すように板厚に対して比例した大きさを仮定することが多い。したがって、今後の課題として、板厚に比例した初期たわみの大きさを考慮した解析を実施し、影響調査を実施する予定としている。

最後に、パラメトリックスタディと近い大きさの降伏応力を持つ高張力鋼を用いた、横田ら [40], 森鼻ら [38], および寺田ら [36] の試験結果と、提案式による推定値との比較を Table 6.2 に示す。

Table 6.2 Estimated ultimate strengths by proposed formula and test results by Yokota et al. [40], Morihana et al. [38], and Terada and shimamoto [36].

Model	Ring-stiffener	σ_Y (MPa)	$P_{u-Pred.}/P_Y$	$P_{u-Exp.}/P_Y$	$P_{u-Pred.}/P_{u-Exp.}$
W1	outside	588.0	0.408	0.485	0.84
W3	outside	588.0	0.557	0.582	0.96
A2	inside	413.1	0.492	0.499	0.99
A3	inside	391.3	0.405	0.468	0.86
A4	inside	413.1	0.310	0.364	0.85
D1	outside	416.5	0.226	0.265	0.85
D2	outside	401.8	0.426	0.406	1.05
D3	outside	416.5	0.311	0.357	0.87

高張力鋼で降伏応力が大きな試験体では、提案式は、ほとんどの場合で試験結果より小さく推定しており、誤差の要因として、初期たわみの大きさの影響、残留応力の影響、端部境界条件の違いなどが考えられる。しかしながら、最も大きな差でも 15%程度であり、比較的良好な推定結果を示していると考えられ、本研究での最終強度推定法の妥当性が示されたとと言える。

6.6 結論

本章では、外圧を受けるリング補強円筒殻の全体座屈を伴う場合の最終強度推定式を提案した。加えて、第5章で開発した局部座屈を伴う場合の最終強度推定式と、本章での最終強度推定式を組み合わせ、リング補強円筒殻のすべての崩壊モードに対応した最終強度推定法を提案した。得られた知見を次に示す。

1. 周方向座屈波数が異なる全体座屈モードの初期たわみ形状を与えた最終強度解析の結果から、最小弾性座屈強度を与える1次座屈モードの初期たわみを用いた場合の最終強度が、他のモードを与えた場合に比べて最も小さくなる。したがって、全体初期たわみとして1次座屈モードを与える解析により、最も妥当な最終強度を得ることができることを確認した。
2. 弾性局部座屈強度と弾性全体座屈強度がほぼ等しくなるリング補強円筒殻では、初期たわみ形状として局部座屈モードと全体座屈モードを組み合わせる利点は見られないが、全体座屈強度が胴板座屈強度よりも小さい場合、両者の座屈モードを組み合わせることで、それぞれ単独の場合に比べて最終強度が低下し、妥当な最終強度を得ることが可能になる。
3. リング補強円筒殻の全体モデルを用いて最終強度解析を実施すると、補強リングの横倒れ座屈が端部で発生し、その最終強度は、無限長を仮定した場合に比べて低下する。ただし、これは、隔壁の存在や端部胴板の長さによって変化する可能性があり、さらなる検討を必要とする。
4. 第5章で提案した局部座屈を伴う場合の最終強度推定式と、本章で提案した全体座屈を伴う場合の最終強度推定式から計算される値のうち、小さい方を真の最終強度とする推定手法を示した。推定値とFEA結果とを比較すると約10%未満の誤差となっており、本提案法が高い精度を有した妥当な手法であることが明らかとなった。
5. 既存の試験結果と推定式による最終強度を比較した結果、降伏応力が低い場合に高めの最終強度を推定する傾向となった。降伏応力と初期たわみの大きさには関係性によるものと考えられるが、初期たわみの大きさに対する設定については、今後も調査検討が必要と考えられる。一方、本研究で仮定した降伏応力の大きな高張力鋼を使った試験結果に対しては、提案式で妥当な最終強度を推定可能である。

リング補強円筒殻の最終強度は、初期たわみの大きさによって変化する。したがって、設

計式として妥当な推定式とするためには、実際の潜水調査船等で用いられるような現実的な寸法を持つリング補強円筒殻の初期たわみに関する情報を集めることが必要となる。

第7章 総括

本研究では、外圧を受けるリング補強円筒殻の座屈・最終強度推定式を開発することを目的として、初めに、リング補強円筒殻の胴板、補強リングのウェブ、フランジのそれぞれに生じる座屈前応力推定式を提案した。局部座屈および全体座屈後の円筒殻に生じる変位を表す関数を仮定するとともに、提案した応力推定式を組み込むことで弾性局部・全体座屈強度推定式を開発した。最後に、開発した座屈前応力推定式から導出できる降伏強度と弾性座屈強度推定式を用いた新たな細長比を定義し、細長比をパラメータとした最終強度推定式を提案した。本研究は、これらの研究成果をまとめたものであり、以下に詳細を示す。

第1章では、まず、本研究が行われた背景について述べた。続いて、本研究に関連するリング補強円筒殻の座屈・最終強度に関する従来の研究について調査した結果を示した。最後に、本研究の目的と構成について述べた。

第2章では、座屈前変形時の応力推定式を導出した。リング補強円筒殻を胴板、ウェブ、およびフランジに分解し、変位の適合条件より全部材における応力推定式を開発した。以下に得られた結果を示す。

1. 提案式の推定値は、FEA 結果と比較して誤差 1%未満で推定でき、ウェブ高さが変化したとしても精度を維持できる。
2. 提案式は、内外リング補強方式の違いに対応することができ、どちらにおいても応力を高精度で推定できる。

第3章では、2種類のアプローチに基づいて胴板座屈強度および補強リングの横倒れ座屈強度に関する推定式を提案した。両者は、曲り梁モデルに基づく提案式 (CBM) と板モデルに基づく提案式 (FSM) である。どちらのアプローチにおいても、円筒形状に対応した定式化を実施し、FSM では、従来式では無視されてきたウェブに作用する座屈前半径方向応力の影響を考慮した。以下に得られた結果を示す。

1. 横倒れ座屈現象を、ばねを有する梁に基づき取り扱う提案式および従来式は、簡易的に強度を推定できる利点があるものの、座屈波数 $n=0\sim 2$ で FEA 結果よりも非常に大きく推定することから、正確な強度推定には適格とは言えない。

2. 板モデルに基づく提案式の推定値は、FEA 結果と非常に精度よく一致する。また、従来式では不可能であった $n = 0$ となる横倒れ座屈モードの強度も推定することができる。これは、ウェブに作用する半径方向応力の影響を考慮したことが大きな要因である。特に、内リング補強方式のウェブに作用する半径方向応力は、横倒れ座屈強度に非常に大きな影響を及ぼす。
3. 胴板座屈に関する従来式は、比較的正確に推定することができるが、胴板板厚が小さくなるにつれて精度が低下した。対照的に、提案式は、高精度に胴板座屈強度を推定することができる。

第 4 章では、全体座屈変形に胴板の局部座屈変形を組み合わせた変位関数を考えた全体座屈強度推定式を導出した。その際、曲り梁効果とウェブのせん断変形の影響を断面 2 次モーメントに含める手法を提案した。以下に得られた結果を示す。

1. 提案式は、従来式より精度が向上しており、内外リング補強方式の違いを評価することができる。
2. 曲り梁効果は、内外リング補強方式で推定値に異なる影響を及ぼし、内リング補強方式では推定値を大きくし、外リング補強方式では小さくする。せん断変形の影響は、内外リング補強方式の両方で推定値を小さくする効果を持ち、その度合いは、両方式で同程度である。いずれの効果も座屈強度の推定精度向上に寄与する。

第 5 章では、局部座屈を伴う場合のリング補強円筒殻の崩壊挙動と最終強度を調査した。また、第 2 章で提案した座屈前応力推定式を用いた降伏強度推定式と、第 3 章で提案した板モデルに基づく局部座屈強度推定式を用いる新たな細長比を定義し、これを用いた最終強度推定式を開発した。以下に得られた結果を示す。

1. 局部座屈を伴う崩壊モードとなる場合、最小弾性座屈強度を与える 1 次座屈モードの初期たわみを用いたとしても、最終強度は必ずしも最小とならない。一方、実際の構造に生じると考えられる痩せ馬モードの初期たわみは、1 次弾性座屈モードの初期たわみを使用した場合よりも大きな最終強度を与える。したがって、安全側の強度評価を考えた場合、初期たわみの形状として 1 次座屈モードを用いても妥当な最終強度を得ることができると考えられる。
2. 局部座屈を伴う場合の崩壊モードは、次の 5 つに分類できる。胴板座屈崩壊（変形局所化モード SB-1 および均一変形モード SB-2）、横倒れ座屈崩壊（変形局所化モード TB-1

および均一変形モード TB-2), および複合座屈崩壊 STB である.

3. 有効幅を含む補強リングの中性軸位置での周方向応力が降伏応力に達したときの降伏強度と, 本研究で提案した局部座屈強度推定式を用いる新たな細長比を定義した. その細長比を使って FEA 結果を整理すると, 最終強度が細長比の関数となるグループとそうならないグループ (Group 1 および Group 2) に分けることができる.
4. Group 1 の最終強度を推定するために細長比の関数となる算式を導出した. 一方, Group 2 については, 補強リング間中央での応力が降伏応力に達したときの降伏強度に基づき, 最終強度を推定する算式を導出した. また, Group 1 と 2 は, 本研究で提案した局部座屈強度推定式から得られる弾性座屈モードを使用することで区分する. FEA 結果とこれらの推定値を比較した結果, 推定式が高い精度で最終強度を推定可能であることが明らかとなった.

第 6 章では, 全体座屈を伴う場合のリング補強円筒殻の崩壊挙動と最終強度を調査した. また, 全体座屈を伴う場合の最終強度推定式を提案し, 第 5 章で開発した局部座屈を伴う場合の最終強度推定式も使用することで, リング補強円筒殻のすべての崩壊モードに対応した最終強度推定法を提案した. 得られた知見を次に示す.

1. 全体座屈を伴う場合の最終強度解析においては, 最小弾性座屈強度を与える 1 次全体座屈モードの初期たわみを用いた場合, 最終強度も最小となり, これを用いた解析で妥当な最終強度を得ることができる.
2. 全体モデルを使用した最終強度解析においては, 初期たわみ形状として局部座屈モードと全体座屈モードを組み合わせたものを用いた方が, 結果的に妥当な最終強度を得ることができる.
3. 提案する局部座屈を伴う場合の最終強度推定式と全体座屈を伴う場合の最終強度推定式から計算される値のうち, 小さい方の値を選択して真の最終強度とする推定法を提案した. 推定値と FEA 結果を比較すると約 10%未満の誤差であり, 推定手法は高い精度で最終強度推定を可能とする. ただし, 降伏応力によって最終強度を大きく推定する場合がある.

今後の課題として, リング補強円筒殻の最終強度は, 初期たわみの大きさによって大きく変化するため, 実際の潜水調査船等で用いられるような, 現実的な寸法を有するリング補強円筒殻の初期たわみに関する情報を集めることが必要であり, これに基づき, 推定式の修正

等が必要になる.

付録 A 弾性局部座屈強度推定式の各係数

3.2.3 項にて、板モデルに基づき導出した弾性局部座屈強度推定式の各係数を以下に示す。

$$\varphi_1 = \left[2\lambda^2 + n^2(1-\nu) \right] (L/2) + 2 \left\{ \left[R_m D_w s_1 + k(n^2 GJ \varepsilon_1^2 + EI_y \varepsilon_2^2) \right] / C_s \right\}, \quad (\text{A.1})$$

$$\varphi_2 = n\lambda(1+\nu)(L/2), \quad (\text{A.2})$$

$$\varphi_3 = 2\nu\lambda(8L/3\pi) + 2 \left\{ \left[R_m D_w s_2 + k(n^2 GJ \varepsilon_1 \varepsilon_3 + EI_y \varepsilon_2 \varepsilon_4) \right] / C_s \right\}, \quad (\text{A.3})$$

$$\varphi_4 = \nu\lambda L + 2 \left\{ \left[R_m D_w s_3 + k(n^2 GJ \varepsilon_1 \varepsilon_5 + EI_y \varepsilon_2 \varepsilon_6) \right] / C_s \right\}, \quad (\text{A.4})$$

$$\varphi_5 = (1+\alpha) \left[2n^2 + (1-\nu)\lambda^2 \right] (L/2), \quad (\text{A.5})$$

$$\varphi_6 = n \left\{ 4 + \alpha \left[4n^2 + \nu\mu^2 + 2(1-\nu)\mu\lambda \right] \right\} (4L/3\pi), \quad (\text{A.6})$$

$$\varphi_7 = n \left[1 + \alpha(n^2 + \lambda^2) \right] L, \quad (\text{A.7})$$

$$\varphi_8 = \left[3 + \alpha(\mu^4 + 2n^2\mu^2 + 3n^4) \right] L + 2 \left\{ \left[R_m D_w s_4 + k(n^2 GJ \varepsilon_3^2 + EI_y \varepsilon_4^2) \right] / C_s \right\}, \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} \varphi_9 = & \left\{ 4 + \alpha \left[(2n^2 + \mu\lambda)^2 + \nu n^2 (2\lambda - \mu)^2 \right] \right\} (4L/3\pi) \\ & + 2 \left\{ \left[R_m D_w s_5 + k(n^2 GJ \varepsilon_3 \varepsilon_5 + EI_y \varepsilon_4 \varepsilon_6) \right] / C_s \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$$\varphi_{10} = \left[1 + \alpha(n^2 + \lambda^2) \right] L + 2 \left\{ \left[R_m D_w s_6 + k(n^2 GJ \varepsilon_5^2 + EI_y \varepsilon_6^2) \right] / C_s \right\}, \quad (\text{A.10})$$

$$\zeta_1 = 2R_m \left[o_1 + n^2 F_2' (R_0^3 a_7 + R_0^2 a_3 + 1) \right] / C_s, \quad (\text{A.11})$$

$$\zeta_2 = 2R_m \left[o_2 + n^2 F_2' R_0^2 (R_0 a_5 + a_1) (R_0^3 a_7 + R_0^2 a_3 + 1) \right] / C_s, \quad (\text{A.12})$$

$$\zeta_3 = 2R_m \left[o_3 + n^2 F_2' R_0 (R_0^3 a_7 + R_0^2 a_3 + 1) (R_0^2 a_6 + R_0 a_2 + a_4) \right] / C_s, \quad (\text{A.13})$$

$$\zeta_4 = -L\beta R_m F_1' A' / C_s, \quad (\text{A.14})$$

$$\zeta_5 = -4n\beta R_m F_1' A' (4L/3\pi) / C_s, \quad (\text{A.15})$$

$$\zeta_6 = -nL\beta R_m F_1' A' / C_s, \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned} \zeta_7 = 2R_m \left\{ \left[\mu^2 (R/2R_m)^2 + (3/2) \left[(n^2 - 1)(R/R_m) - n^2 \beta F_1' A' \right] \right] L \right. \\ \left. + \left[o_4 + n^2 F_2' R_0^4 (R_0 a_5 + a_1)^2 \right] \right\} / C_s, \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} \zeta_8 = 2R_m \left\{ \left[\mu \lambda (R/2R_m)^2 + (n^2 - 1)(R/R_m) - n^2 \beta F_1' A' \right] (8L/3\pi) \right. \\ \left. + \left[o_5 + n^2 F_2' R_0^3 (R_0 a_5 + a_1) (R_0^2 a_6 + R_0 a_2 + a_4) \right] \right\} / C_s, \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

$$\begin{aligned} \zeta_9 = 2R_m \left\{ \left[\lambda^2 (R/2R_m)^2 + (1/2) \left[(n^2 - 1)(R/R_m) - n^2 \beta F_1' A' \right] \right] L \right. \\ \left. + \left[o_6 + n^2 F_2' R_0^2 (R_0^2 a_6 + R_0 a_2 + a_4)^2 \right] \right\} / C_s, \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

こ こ で,

$$\mu = 2\pi R_m / L,$$

$$\lambda = \pi R_m / L,$$

$$\alpha = t^2 / 12 R_m^2,$$

$$\varepsilon_1 = R_0^2 (2 + k) a_7 + R_0 (1 + k) a_3 + (1/R_f),$$

$$\varepsilon_2 = R_0^2 [3 + n^2 (k - 1)] a_7 + R_0 [2 + n^2 (k - 1)] a_3 + (n^2 / R_f),$$

$$\varepsilon_3 = R_0^2 (2 + k) a_5 + R_0 (1 + k) a_1,$$

$$\varepsilon_4 = R_0^2 [3 + n^2 (k - 1)] a_5 + R_0 [2 + n^2 (k - 1)] a_1,$$

$$\varepsilon_5 = R_0^2 (2 + k) a_6 + R_0 (1 + k) a_2 + k a_4,$$

$$\varepsilon_6 = R_0^2 [3 + n^2 (k - 1)] a_6 + R_0 [2 + n^2 (k - 1)] a_2 + [1 + n^2 (k - 1)] a_4,$$

$$a_1 = \alpha_7,$$

$$a_2 = -\alpha_5\alpha_8,$$

$$a_3 = -\alpha_6,$$

$$a_4 = \mp\alpha_8,$$

$$a_5 = \pm\alpha_2\alpha_7/\alpha_1,$$

$$a_6 = \mp(\alpha_2\alpha_5 - \alpha_3)\alpha_8/\alpha_1,$$

$$a_7 = \mp(\alpha_2\alpha_6 - \alpha_4)/\alpha_1,$$

$$s_i = \mp\left(\frac{12f_{i1}R_0 + 6f_{i2}R_1^2 + 4f_{i3}R_3^3 + 3f_{i4}R_4^4}{12} + f_{i5}\log k + \frac{f_{i6}R_0}{R_m R_f} + \frac{f_{i7}R_1^2}{2R_m^2 R_f^2}\right),$$

$$f_{11} = 4(1-\nu)(\eta_7\eta_9 + \eta_8\eta_{10} + \eta_{12}\eta_{13}) + 2(\eta_2\eta_4 + \eta_1\eta_3),$$

$$f_{12} = 2(1-\nu)\left[2(\eta_7\eta_{10} + \eta_5\eta_9) + \eta_{11}^2\right] + 2\eta_2\eta_3 + \eta_1^2,$$

$$f_{13} = 4(1-\nu)(\eta_6\eta_9 + \eta_5\eta_{10} + \eta_{11}\eta_{12}) + 2\eta_1\eta_2,$$

$$f_{14} = 2(1-\nu)(2\eta_6\eta_{10} + \eta_{12}^2) + \eta_2^2,$$

$$f_{15} = 4(1-\nu)(\eta_8\eta_9 + \eta_{11}\eta_{13}) + 2\eta_1\eta_4 + \eta_3^2,$$

$$f_{16} = 2\eta_3\eta_4,$$

$$f_{17} = 2(1-\nu)\eta_{13}^2 + \eta_4^2,$$

$$f_{21} = (1-\nu)\left[2(\eta_9\psi_9 + \eta_{10}\psi_{10} + \eta_{13}\psi_{12} + \eta_{12}\psi_{13}) + \eta_8\psi_6 + \eta_7\psi_5\right] + \eta_4\psi_2 + \eta_2\psi_4 + \eta_3\psi_1 + \eta_1\psi_3,$$

$$f_{22} = (1-\nu)\left[2(\eta_{10}\psi_9 + \eta_9\psi_7 + \eta_{11}\psi_{11}) + \eta_7\psi_6 + \eta_5\psi_5\right] + \eta_2\psi_3 + \eta_3\psi_2 + \eta_1\psi_1,$$

$$f_{23} = (1-\nu)\left[2(\eta_9\psi_8 + \eta_{10}\psi_7 + \eta_{11}\psi_{12} + \eta_{12}\psi_{11}) + \eta_5\psi_6 + \eta_6\psi_5\right] + \eta_1\psi_2 + \eta_2\psi_1,$$

$$f_{24} = (1 - \nu) \left[2(\eta_{10}\psi_8 + \eta_{12}\psi_{12}) + \eta_6\psi_6 \right] + \eta_2\psi_2,$$

$$f_{25} = (1 - \nu) \left[2(\eta_9\psi_{10} + \eta_{11}\psi_{13} + \eta_{13}\psi_{11}) + \eta_8\psi_5 \right] + \eta_4\psi_1 + \eta_1\psi_4 + \eta_3\psi_3,$$

$$f_{26} = \eta_4\psi_3 + \eta_3\psi_4,$$

$$f_{27} = 2(1 - \nu)\eta_{13}\psi_{13} + \eta_4\psi_4,$$

$$f_{31} = 2(1 - \nu) \left(\kappa_9\eta_7 + \kappa_7\eta_9 + \kappa_{10}\eta_8 + \kappa_8\eta_{10} + \kappa_{13}\eta_{12} + \kappa_{12}\eta_{13} \right) + \kappa_4\eta_2 + \kappa_2\eta_4 + \kappa_3\eta_1 + \kappa_1\eta_3,$$

$$f_{32} = 2(1 - \nu) \left(\kappa_{10}\eta_7 + \kappa_7\eta_{10} + \kappa_9\eta_5 + \kappa_5\eta_9 + \kappa_{11}\eta_{11} \right) + \kappa_2\eta_3 + \kappa_3\eta_2 + \kappa_1\eta_1,$$

$$f_{33} = 2(1 - \nu) \left(\kappa_9\eta_6 + \kappa_6\eta_9 + \kappa_{10}\eta_5 + \kappa_5\eta_{10} + \kappa_{11}\eta_{12} + \kappa_{12}\eta_{11} \right) + \kappa_1\eta_2 + \kappa_2\eta_1,$$

$$f_{34} = 2(1 - \nu) \left(\kappa_{10}\eta_6 + \kappa_6\eta_{10} + \kappa_{12}\eta_{12} \right) + \kappa_2\eta_2,$$

$$f_{35} = 2(1 - \nu) \left(\kappa_9\eta_8 + \kappa_8\eta_9 + \kappa_{11}\eta_{13} + \kappa_{13}\eta_{11} \right) + \kappa_4\eta_1 + \kappa_1\eta_4 + \kappa_3\eta_3,$$

$$f_{36} = \kappa_4\eta_3 + \kappa_3\eta_4,$$

$$f_{37} = 2(1 - \nu) \kappa_{13}\eta_{13} + \kappa_4\eta_4,$$

$$f_{41} = 2(1 - \nu) \left(\psi_5\psi_9 + \psi_6\psi_{10} + 2\psi_{12}\psi_{13} \right) + 2(\psi_2\psi_4 + \psi_1\psi_3),$$

$$f_{42} = 2(1 - \nu) \left(\psi_6\psi_9 + \psi_5\psi_7 + \psi_{11}^2 \right) + 2\psi_2\psi_3 + \psi_1^2,$$

$$f_{43} = 2(1 - \nu) \left(\psi_5\psi_8 + \psi_6\psi_7 + 2\psi_{11}\psi_{12} \right) + 2\psi_1\psi_2,$$

$$f_{44} = 2(1 - \nu) \left(\psi_6\psi_8 + \psi_{12}^2 \right) + \psi_2^2,$$

$$f_{45} = 2(1 - \nu) \left(\psi_5\psi_{10} + 2\psi_{11}\psi_{13} \right) + 2\psi_1\psi_4 + \psi_3^2,$$

$$f_{46} = 2\psi_3\psi_4,$$

$$f_{47} = 2(1 - \nu) \psi_{13}^2 + \psi_4^2,$$

$$f_{51} = (1-\nu) \left[2(\kappa_9\psi_9 + \kappa_{10}\psi_{10} + \kappa_{13}\psi_{12} + \kappa_{12}\psi_{13}) + \kappa_8\psi_6 + \kappa_7\psi_5 \right] + \kappa_4\psi_2 + \kappa_2\psi_4 + \kappa_3\psi_1 + \kappa_1\psi_3,$$

$$f_{52} = (1-\nu) \left[2(\kappa_{10}\psi_9 + \kappa_9\psi_7 + \kappa_{11}\psi_{11}) + \kappa_7\psi_6 + \kappa_5\psi_5 \right] + \kappa_2\psi_3 + \kappa_3\psi_2 + \kappa_1\psi_1,$$

$$f_{53} = (1-\nu) \left[2(\kappa_9\psi_8 + \kappa_{10}\psi_7 + \kappa_{11}\psi_{12} + \kappa_{12}\psi_{11}) + \kappa_5\psi_6 + \kappa_6\psi_5 \right] + \kappa_1\psi_2 + \kappa_2\psi_1,$$

$$f_{54} = (1-\nu) \left[2(\kappa_{10}\psi_8 + \kappa_{12}\psi_{12}) + \kappa_6\psi_6 \right] + \kappa_2\psi_2,$$

$$f_{55} = (1-\nu) \left[2(\kappa_9\psi_{10} + \kappa_{11}\psi_{13} + \kappa_{13}\psi_{11}) + \kappa_8\psi_5 \right] + \kappa_4\psi_1 + \kappa_1\psi_4 + \kappa_3\psi_3,$$

$$f_{56} = \kappa_4\psi_3 + \kappa_3\psi_4,$$

$$f_{57} = 2(1-\nu) \kappa_{13}\psi_{13} + \kappa_4\psi_4,$$

$$f_{61} = 4(1-\nu) (\kappa_7\kappa_9 + \kappa_8\kappa_{10} + \kappa_{12}\kappa_{13}) + 2(\kappa_2\kappa_4 + \kappa_1\kappa_3),$$

$$f_{62} = 2(1-\nu) \left[2(\kappa_7\kappa_{10} + \kappa_5\kappa_9) + \kappa_{11}^2 \right] + 2\kappa_2\kappa_3 + \kappa_1^2,$$

$$f_{63} = 4(1-\nu) (\kappa_6\kappa_9 + \kappa_5\kappa_{10} + \kappa_{11}\kappa_{12}) + 2\kappa_1\kappa_2,$$

$$f_{64} = 2(1-\nu) (2\kappa_6\kappa_{10} + \kappa_{12}^2) + \kappa_2^2,$$

$$f_{65} = 4(1-\nu) (\kappa_8\kappa_9 + \kappa_{11}\kappa_{13}) + 2\kappa_1\kappa_4 + \kappa_3^2,$$

$$f_{66} = 2\kappa_3\kappa_4,$$

$$f_{67} = 2(1-\nu) \kappa_{13}^2 + \kappa_4^2,$$

$$\psi_1 = -(n^2 - 4)(3R_m a_5 + a_1),$$

$$\psi_2 = (n^2 - 9)a_5,$$

$$\psi_3 = (n^2 - 1)(3R_m a_5 + 2a_1)R_m,$$

$$\psi_4 = -n^2 (R_m a_5 + a_1)R_m^2,$$

$$\psi_5 = 2(3R_{\text{m}}a_5 + a_1),$$

$$\psi_6 = -6a_5,$$

$$\psi_7 = (n^2 - 2)(3R_{\text{m}}a_5 + a_1),$$

$$\psi_8 = -(n^2 - 3)a_5,$$

$$\psi_9 = -\psi_3,$$

$$\psi_{10} = -\psi_4,$$

$$\psi_{11} = -n(3R_{\text{m}}a_5 + a_1),$$

$$\psi_{12} = 2na_5,$$

$$\psi_{13} = n(R_{\text{m}}a_5 + a_1)R_{\text{m}}^2,$$

$$\kappa_1 = -(n^2 - 4)(3R_{\text{m}}a_6 + a_2),$$

$$\kappa_2 = (n^2 - 9)a_6,$$

$$\kappa_3 = (n^2 - 1)[(3R_{\text{m}}a_6 + 2a_2)R_{\text{m}} + a_4],$$

$$\kappa_4 = -n^2[(R_{\text{m}}a_6 + a_2)R_{\text{m}} + a_4]R_{\text{m}},$$

$$\kappa_5 = (n^2 - 2)(3R_{\text{m}}a_6 + a_2),$$

$$\kappa_6 = -(n^2 - 3)a_6,$$

$$\kappa_7 = -\kappa_3,$$

$$\kappa_8 = -\kappa_4,$$

$$\kappa_9 = 3R_{\text{m}}a_6 + a_2,$$

$$\kappa_{10} = -3a_6,$$

$$\kappa_{11} = -n(3R_{\text{m}}a_6 + a_2),$$

$$\kappa_{12} = 2na_6,$$

$$\kappa_{13} = n[(R_{\text{m}}a_6 + a_2)R_{\text{m}} + a_4]R_{\text{m}},$$

$$\eta_1 = -(n^2 - 4)(3R_{\text{m}}a_7 + a_3),$$

$$\eta_2 = (n^2 - 9)a_7,$$

$$\eta_3 = (n^2 - 1)(3R_{\text{m}}a_7 + 2a_3)R_{\text{m}},$$

$$\eta_4 = -n^2[(R_{\text{m}}a_7 + a_3)R_{\text{m}}^2 + 1],$$

$$\eta_5 = (n^2 - 2)(3R_{\text{m}}a_7 + a_3),$$

$$\eta_6 = -(n^2 - 3)a_7,$$

$$\eta_7 = -\eta_3,$$

$$\eta_8 = -\eta_4,$$

$$\eta_9 = 3R_{\text{m}}a_7 + a_3,$$

$$\eta_{10} = -3a_7,$$

$$\eta_{11} = -n(3R_{\text{m}}a_7 + a_3),$$

$$\eta_{12} = 2na_7,$$

$$\eta_{13} = n[(R_{\text{m}}a_7 + a_3)R_{\text{m}}^2 + 1],$$

$$o_i = \mp \left(\frac{60g_{i1}R_0 + 30g_{i2}R_1^2 + 20g_{i3}R_3^3 + 15g_{i4}R_4^4 + 12g_{i5}R_5^5 + 10g_{i6}R_6^6}{60} \right. \\ \left. + g_{i7} \log k + \frac{g_{i8}R_0}{R_m R_f} + \frac{g_{i9}R_1^2}{2R_m^2 R_f^2} \right)$$

$$g_{i1} = n^2 \xi_1 \chi_{i1} + \xi_2 (n^2 \chi_{i2} - \chi_{i3}),$$

$$g_{i2} = \xi_1 (n^2 \chi_{i4} + \chi_{i5}) + \xi_2 (n^2 \chi_{i6} - \chi_{i7}),$$

$$g_{i3} = \xi_1 (n^2 \chi_{i2} + \chi_{i3}) + \xi_2 \chi_{i8} (n^2 - 6),$$

$$g_{i4} = \xi_1 (n^2 \chi_{i6} + \chi_{i7}) + \xi_2 \chi_{i9} (n^2 - 9),$$

$$g_{i5} = \xi_1 \chi_{i8} (n^2 + 6),$$

$$g_{i6} = \xi_1 \chi_{i9} (n^2 + 9),$$

$$g_{i7} = n^2 \xi_1 \chi_{i10} + \xi_2 (n^2 \chi_{i4} - \chi_{i5}),$$

$$g_{i8} = n^2 \xi_2 \chi_{i1},$$

$$g_{i9} = n^2 \xi_2 \chi_{i10},$$

$$\xi_1 = \mp \left(R_m^2 F_1' - R_f^2 F_2' \right) / R_1^2,$$

$$\xi_2 = \mp \left[\left(F_1' - F_2' \right) R_m^2 R_f^2 \right] / R_1^2,$$

$$\chi_{i1} = m_{i11}R_m^5 + m_{i12}R_m^4 + m_{i13}R_m^3 + m_{i14}R_m^2 + m_{i15}R_m + m_{i16},$$

$$\chi_{i2} = m_{i21}R_m^3 + m_{i22}R_m^2 + m_{i23}R_m + m_{i24},$$

$$\chi_{i3} = m_{i31}R_m^3 + m_{i32}R_m^2 + m_{i33}R_m + m_{i34},$$

$$\chi_{i4} = m_{i41}R_m^4 + m_{i42}R_m^3 + m_{i43}R_m^2 + m_{i44}R_m + m_{i45},$$

$$\chi_{i5} = m_{i51}R_m^4 + m_{i52}R_m^3 + m_{i53}R_m^2 + m_{i54}R_m + m_{i55},$$

$$\chi_{i6} = m_{i61} R_m^2 + m_{i62} R_m + m_{i63},$$

$$\chi_{i7} = m_{i71} R_m^2 + m_{i72} R_m + m_{i73},$$

$$\chi_{i8} = m_{i81} R_m + m_{i82},$$

$$\chi_{i9} = m_{i91},$$

$$\chi_{i10} = m_{i101} R_m^6 + m_{i102} R_m^5 + m_{i103} R_m^4 + m_{i104} R_m^3 + m_{i105} R_m^2 + m_{i106} R_m + m_{i107},$$

$$m_{111} = -6a_7^2, \quad m_{112} = -10a_3a_7, \quad m_{113} = -4a_3^2, \quad m_{114} = -6a_7, \quad m_{115} = -4a_3, \quad m_{116} = 0,$$

$$m_{121} = -20a_7^2, \quad m_{122} = -20a_3a_7, \quad m_{123} = -4a_3^2, \quad m_{124} = -2a_7,$$

$$m_{131} = -36a_7^2, \quad m_{132} = -36a_3a_7, \quad m_{133} = -8a_3^2, \quad m_{134} = 0,$$

$$m_{141} = 15a_7^2, \quad m_{142} = 20a_3a_7, \quad m_{143} = 6a_3^2, \quad m_{144} = 6a_7, \quad m_{145} = 2a_3,$$

$$m_{151} = 9a_7^2, \quad m_{152} = 12a_3a_7, \quad m_{153} = 4a_3^2, \quad m_{154} = 0, \quad m_{155} = 0,$$

$$m_{161} = 15a_7^2, \quad m_{162} = 10a_3a_7, \quad m_{163} = a_3^2,$$

$$m_{171} = 54a_7^2, \quad m_{172} = 36a_3a_7, \quad m_{173} = 4a_3^2,$$

$$m_{181} = -6a_7^2, \quad m_{182} = -2a_3a_7,$$

$$m_{191} = a_7^2,$$

$$m_{1101} = a_7^2, \quad m_{1102} = 2a_3a_7, \quad m_{1103} = a_3^2, \quad m_{1104} = 2a_7, \quad m_{1105} = 2a_3, \quad m_{1106} = 0, \quad m_{1107} = 1,$$

$$m_{211} = -6a_5a_7, \quad m_{212} = -5\omega_1, \quad m_{213} = -4a_1a_3, \quad m_{214} = -3a_5, \quad m_{215} = -2a_1, \quad m_{216} = 0,$$

$$m_{221} = -20a_5a_7, \quad m_{222} = -10\omega_1, \quad m_{223} = -4a_1a_3, \quad m_{224} = -a_5,$$

$$m_{231} = -36a_5a_7, \quad m_{232} = -18\omega_1, \quad m_{233} = -8a_1a_3, \quad m_{234} = 0,$$

$$m_{241} = 15a_5a_7, \quad m_{242} = 10\omega_1, \quad m_{243} = 6a_1a_3, \quad m_{244} = 3a_5, \quad m_{245} = a_1,$$

$$m_{251} = 9a_5a_7, \quad m_{252} = 6\omega_1, \quad m_{253} = 4a_1a_3, \quad m_{254} = 0, \quad m_{255} = 0,$$

$$m_{261} = 15a_5a_7, \quad m_{262} = 5\omega_1, \quad m_{263} = a_1a_3,$$

$$m_{271} = 54a_5a_7, \quad m_{272} = 18\omega_1, \quad m_{273} = 4a_1a_3,$$

$$m_{281} = -6a_5a_7, \quad m_{282} = -\omega_1,$$

$$m_{291} = a_5a_7,$$

$$m_{2101} = a_5a_7, \quad m_{2102} = \omega_1, \quad m_{2103} = a_1a_3, \quad m_{2104} = a_5, \quad m_{2105} = a_1, \quad m_{2106} = 0, \quad m_{2107} = 0,$$

$$m_{311} = -6a_6a_7, \quad m_{312} = -5\omega_2, \quad m_{313} = -4\omega_3, \quad m_{314} = -3\omega_4, \quad m_{315} = -2a_2, \quad m_{316} = -a_4,$$

$$m_{321} = -20a_6a_7, \quad m_{322} = -10\omega_2, \quad m_{323} = -4\omega_3, \quad m_{324} = -\omega_4,$$

$$m_{331} = -36a_6a_7, \quad m_{332} = -18\omega_2, \quad m_{333} = -2\omega_5, \quad m_{334} = -2a_3a_4,$$

$$m_{341} = 15a_6a_7, \quad m_{342} = 10\omega_2, \quad m_{343} = 6\omega_3, \quad m_{344} = 3\omega_4, \quad m_{345} = a_2,$$

$$m_{351} = 9a_6a_7, \quad m_{352} = 6\omega_2, \quad m_{353} = \omega_5, \quad m_{354} = 2a_3a_4, \quad m_{355} = 0,$$

$$m_{361} = 15a_6a_7, \quad m_{362} = 5\omega_2, \quad m_{363} = \omega_3,$$

$$m_{371} = 54a_6a_7, \quad m_{372} = 18\omega_2, \quad m_{373} = \omega_5,$$

$$m_{381} = -6a_6a_7, \quad m_{382} = -\omega_2,$$

$$m_{391} = a_6a_7,$$

$$m_{3101} = a_6a_7, \quad m_{3102} = \omega_2, \quad m_{3103} = \omega_3, \quad m_{3104} = \omega_4, \quad m_{3105} = a_2, \quad m_{3106} = a_4, \quad m_{3107} = 0,$$

$$m_{411} = -6a_5^2, \quad m_{412} = -10a_1a_5, \quad m_{413} = -4a_1^2, \quad m_{414} = 0, \quad m_{415} = 0, \quad m_{416} = 0,$$

$$m_{421} = -20a_5^2, \quad m_{422} = -20a_1a_5, \quad m_{423} = -4a_1^2, \quad m_{424} = 0,$$

$$m_{431} = -36a_5^2, \quad m_{432} = -36a_1a_5, \quad m_{433} = -8a_1^2, \quad m_{434} = 0,$$

$$m_{441} = 15a_5^2, \quad m_{442} = 20a_1a_5, \quad m_{443} = 6a_1^2, \quad m_{444} = 0, \quad m_{445} = 0,$$

$$m_{451} = 9a_5^2, \quad m_{452} = 12a_1a_5, \quad m_{453} = 4a_1^2, \quad m_{454} = 0, \quad m_{455} = 0,$$

$$m_{461} = 15a_5^2, \quad m_{462} = 10a_1a_5, \quad m_{463} = a_1^2,$$

$$m_{471} = 54a_5^2, \quad m_{472} = 36a_1a_5, \quad m_{473} = 4a_1^2,$$

$$m_{481} = -6a_5^2, \quad m_{482} = -2a_1a_5,$$

$$m_{491} = a_5^2,$$

$$m_{4101} = a_5^2, \quad m_{4102} = 2a_1a_5, \quad m_{4103} = a_1^2, \quad m_{4104} = 0, \quad m_{4105} = 0, \quad m_{4106} = 0, \quad m_{4107} = 0,$$

$$m_{511} = -6a_5a_6, \quad m_{512} = -5\omega_6, \quad m_{513} = -4\omega_7, \quad m_{514} = -3a_1a_4, \quad m_{515} = 0, \quad m_{516} = 0,$$

$$m_{521} = -20a_5a_6, \quad m_{522} = -10\omega_6, \quad m_{523} = -4\omega_7, \quad m_{524} = -a_1a_4,$$

$$m_{531} = -36a_5a_6, \quad m_{532} = -18\omega_6, \quad m_{533} = -2\omega_8, \quad m_{534} = -2a_1a_4,$$

$$m_{541} = 15a_5a_6, \quad m_{542} = 10\omega_6, \quad m_{543} = 6\omega_7, \quad m_{544} = 3a_1a_4, \quad m_{545} = 0,$$

$$m_{551} = 9a_5a_6, \quad m_{552} = 6\omega_6, \quad m_{553} = \omega_8, \quad m_{554} = 2a_1a_4, \quad m_{555} = 0,$$

$$m_{561} = 15a_5a_6, \quad m_{562} = 5\omega_6, \quad m_{563} = \omega_7,$$

$$m_{571} = 54a_5a_6, \quad m_{572} = 18\omega_6, \quad m_{573} = \omega_8,$$

$$m_{581} = -6a_5a_6, \quad m_{582} = -\omega_6,$$

$$m_{591} = a_5a_6,$$

$$m_{5101} = a_5 a_6, \quad m_{5102} = \omega_6, \quad m_{5103} = \omega_7, \quad m_{5104} = a_1 a_4, \quad m_{5105} = 0, \quad m_{5106} = 0, \quad m_{5107} = 0,$$

$$m_{611} = -6a_6^2, \quad m_{612} = -10a_2 a_6, \quad m_{613} = -4\omega_9, \quad m_{614} = -6a_2 a_4, \quad m_{615} = -2a_4^2, \quad m_{616} = 0,$$

$$m_{621} = -20a_6^2, \quad m_{622} = -20a_2 a_6, \quad m_{623} = -4\omega_9, \quad m_{624} = -2a_2 a_4,$$

$$m_{631} = -36a_6^2, \quad m_{632} = -36a_2 a_6, \quad m_{633} = -4\omega_{10}, \quad m_{634} = -4a_2 a_4,$$

$$m_{641} = 15a_6^2, \quad m_{642} = 20a_2 a_6, \quad m_{643} = 6\omega_9, \quad m_{644} = 6a_2 a_4, \quad m_{645} = a_4^2,$$

$$m_{651} = 9a_6^2, \quad m_{652} = 12a_2 a_6, \quad m_{653} = 2\omega_{10}, \quad m_{654} = 4a_2 a_4, \quad m_{655} = a_4^2,$$

$$m_{661} = 15a_6^2, \quad m_{662} = 10a_2 a_6, \quad m_{663} = \omega_9,$$

$$m_{671} = 54a_6^2, \quad m_{672} = 36a_2 a_6, \quad m_{673} = 2\omega_{10},$$

$$m_{681} = -6a_6^2, \quad m_{682} = -2a_2 a_6,$$

$$m_{691} = a_6^2,$$

$$m_{6101} = a_6^2, \quad m_{6102} = 2a_2 a_6, \quad m_{6103} = \omega_9, \quad m_{6104} = 2a_2 a_4, \quad m_{6105} = a_4^2, \quad m_{6106} = 0, \quad m_{6107} = 0,$$

$$\omega_1 = a_1 a_7 + a_3 a_5,$$

$$\omega_2 = a_2 a_7 + a_3 a_6,$$

$$\omega_3 = a_4 a_7 + a_2 a_3,$$

$$\omega_4 = a_6 + a_3 a_4,$$

$$\omega_5 = 3a_4 a_7 + 4a_2 a_3,$$

$$\omega_6 = a_2 a_5 + a_1 a_6,$$

$$\omega_7 = a_4 a_5 + a_1 a_2,$$

$$\omega_8 = 3a_4a_5 + 4a_1a_2,$$

$$\omega_9 = 2a_4a_6 + a_2^2,$$

$$\omega_{10} = 3a_4a_6 + 2a_2^2,$$

$$R_3^3 = R_{\text{m}}^3 - R_{\text{f}}^3,$$

$$R_4^4 = R_{\text{m}}^4 - R_{\text{f}}^4,$$

$$R_5^5 = R_{\text{m}}^5 - R_{\text{f}}^5,$$

$$R_6^6 = R_{\text{m}}^6 - R_{\text{f}}^6.$$

付録 B 弾性全体座屈強度推定式の各係数

4.2.1 項にて導出した弾性全体座屈強度推定式の各係数を以下に示す。

$$\phi'_1 = l \left[2\varepsilon^2 + n^2(1-\nu) \right] / 2, \quad (\text{B.1})$$

$$\phi'_2 = n\varepsilon l(1+\nu)/2, \quad (\text{B.2})$$

$$\phi'_3 = \nu\varepsilon l, \quad (\text{B.3})$$

$$\phi'_4 = 2\nu\varepsilon k_1, \quad (\text{B.4})$$

$$\phi'_5 = (l/2)(1+\rho) \left[2n^2 + (1-\nu)\varepsilon^2 \right] + w_\xi \left(2n^2 E/C_s \right) \left(A_r + I_r/r_r^2 \right) (r_r/R_m), \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} \phi'_6 = n l \left[1 + \rho(n^2 + \varepsilon^2) \right] \\ + w_\xi \left(2nE/C_s \right) \left\{ A_r \left[n^2 \left[(r_r/R_m) - 1 \right] + 1 \right] + n^2 \left(I_r/r_r^2 \right) (r_r/R_m) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

$$\phi'_7 = 2n \left\{ k_1 + \rho \left[n^2 k_1 + \nu R_m^2 k_3 + (1-\nu)\varepsilon R_m k_4 \right] \right\}, \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned} \phi'_8 = l \left[1 + \rho(n^2 + \varepsilon^2)^2 \right] \\ + w_\xi \left(2E/C_s \right) \left\{ A_r \left(R_m/r_r \right) \left[n^2 \left[(r_r/R_m) - 1 \right] + 1 \right]^2 + n^4 \left(I_r/r_r^2 \right) (r_r/R_m) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

$$\phi'_9 = 2 \left\{ k_1 + \rho \left[R_m^2 (\nu n^2 + \varepsilon^2) k_3 + n^2 (n^2 + \nu\varepsilon^2) k_1 + 2(1-\nu)n^2 \varepsilon R_m k_4 \right] \right\}, \quad (\text{B.9})$$

$$\phi'_{10} = 2 \left\{ k_2 + \rho \left[R_m^4 k_5 + n^4 k_2 + 2n^2 R_m^2 k_6 \right] \right\}, \quad (\text{B.10})$$

$$\zeta'_1 = \left[l(N_{\theta s} - R) + w_\xi (2\sigma_{\theta r} A_r) (r_r/R_m) \right] / C_s, \quad (\text{B.11})$$

$$\zeta'_2 = n \left[l(N_{\theta s} - R) + w_\xi (2\sigma_{\theta r} A_r) (r_r/R_m) \right] / C_s, \quad (\text{B.12})$$

$$\zeta'_3 = 2n k_1 (N_{\theta s} - R) / C_s, \quad (\text{B.13})$$

$$\zeta'_4 = \left[l \left(\varepsilon^2 N_{\xi s} + n^2 N_{0s} - R \right) + w_{\xi} \left(2n^2 \sigma_{0r} A_r \right) (r_r / R_m) \right] / C_s, \quad (\text{B.14})$$

$$\zeta'_5 = 2 \left[k_4 \varepsilon R_m N_{\xi s} + k_1 \left(n^2 N_{0s} - R \right) \right] / C_s, \quad (\text{B.15})$$

$$\zeta'_6 = 2 \left[k_6 R_m^2 N_{\xi s} + k_2 \left(n^2 N_{0s} - R \right) \right] / C_s, \quad (\text{B.16})$$

ここで,

$$\varepsilon = \pi R_m / l,$$

$$\rho = t^2 / 12 R_m^2,$$

$$w_{\xi} = \sum_{N=1}^{m-1} \cos^2 \left(\frac{\pi \xi}{l} \right),$$

$$m = \frac{l}{L},$$

$$k_1 = \pm \frac{l}{2},$$

$$k_2 = \frac{3}{4} l,$$

$$k_3 = \pm \frac{\pi^2}{2l},$$

$$k_4 = \pm \frac{\pi}{2},$$

$$k_5 = \frac{\pi^4 (16m^4 + 24m^2 + 3)}{4l^3},$$

$$k_6 = \frac{\pi^2 (4m^2 + 3)}{4l}.$$

k_1, k_3, k_4 の \pm は, $+$ が補強リングの数が偶数の場合, $-$ が奇数の場合を表す.

謝辞

本研究は、九州大学大学院 工学研究院 海洋システム工学部門 教授 柳原大輔 博士の御指導のもと実施したものであり、懇切丁寧かつ熱心に御指導、御鞭撻を賜りました。心より厚く御礼申し上げます。

本研究を始める機会と数多くの貴重な御助言を賜りました、九州大学大学院 工学研究院 海洋システム工学部門 名誉教授 吉川孝男 博士に謹んで御礼申し上げます。

本研究の審査にあたり、九州大学大学院 工学研究院 海洋システム工学部門 教授 宇都宮智昭 博士、教授 後藤浩二 博士には、有益な御教示・御討論を賜りました。謹んで御礼申し上げます。

東京大学大学院 新領域創成科学研究科 海洋技術環境学専攻 助教 藤公博 博士には、研究のみならず、論文の書き方などの基礎を細部にわたって御教授頂きました。謹んで御礼申し上げます。また、川崎重工業株式会社 船舶海洋カンパニー 技術本部 液化水素運搬船開発部 和泉徳喜 博士には、研究を始めるきっかけと研究遂行のための多大なる御助言と御協力を賜りました。謹んで御礼申し上げます。

本研究の一部は、公益財団法人 日本科学協会の笹川科学研究助成より御支援を受け、実施したものであります。ここに深く謝意を表します。また、一般社団法人 日本造船工業会 および国立大学法人 九州大学より奨学金を賜り、生活費や学費を心配することなく、本研究に専念することができました。ここに深く感謝申し上げます。

九州大学大学院 工学府 海洋システム工学専攻 船舶海洋構造工学講座 構造システム工学研究室の在学生の皆様には、研究・生活において多大な御協力を賜りました。深く感謝の意を表します。

最後になりましたが、いつも陰ながら支えてくれた家族に心より感謝します。

参考文献

- [1] G.H. Bryan, Application of the energy test to the collapse of a long thin pipe under external pressure, Proc. of the Cambridge Phil. Soc. VI (1889) 287–292.
- [2] R.V. Southwell B.A., On the collapse of tubes by external pressure, The London, Edinburgh, and Dublin Phil. Mag. J. Sci. 25 (149) (1913) 687–698.
- [3] R. von Mises, Der kritische Aussendruck zylindrischer Rohre, Zeit. V.D.I. 58 (1914) 750–755.
- [4] R. von Mises, Der kritische Aussendruck fur allseits belastete zylindrische Rohre, Festschr. zum 70 Geburtstag von Prof. Dr. A. Stodola, Zurich, (1929) 418–430.
- [5] T. Tokugawa, Model experiments on the elastic stability of closed and cross-stiffened circular cylinders under uniform external pressure, Proc. World Eng. Cong., Tokyo, 29 (1929) 249–279.
- [6] T.E. Reynolds, Elastic lobar buckling of ring-supported cylindrical shells under hydrostatic pressure, David Taylor Model Basin, Report 1614 (1962).
- [7] 和泉徳喜, 佐野敦司, 伊藤豪敏, 藤久保昌彦, 吉川孝男, 外圧を受けるリング補強円筒殻の胴板座屈強度および補強リングの横倒れ座屈強度に関する研究, 日本船舶海洋工学会論文集, 21 (2015) 55–62.
- [8] Det Norske Veritas AS, Buckling strength of shells, Recommended Practice DNV-RP-C202, 2013.
- [9] S.P. Timoshenko, J.M. Gere, Theory of elastic stability, Second Edition, McGraw-Hill, 1961.
- [10] E.H. Kennard, Tripping of T-shaped stiffening rings on cylinders under external pressure, David Taylor Model Basin, Report 1079 (1959).
- [11] D. Faulkner, Application of reliability theory in submarine design, Advances in Mar. Struct. 2, Elsevier Applied Science Publishers, London, (1991) 566–595.
- [12] A.C. Morandi, D. Faulkner, P.K. Das, Frame tripping in ring stiffened externally pressurised

cylinders, *Mar. Struct.* 9 (6) (1996) 585–608.

- [13] J.C. Adamchak, Design equations for tripping of stiffeners under inplane and lateral loads, David W. Taylor Naval Ship Research and Development Center, Report 79/064 (1979).
- [14] A.R. Bryant, Hydrostatic Pressure Buckling of a Ring-Stiffened Tube, Naval Construction Research Establishment Report R306, (1954).
- [15] W. Flügge, Die Stabilität der Kreiszyinderschale, *Ing.-Arch.* 3 (1932) 463–506.
- [16] K. von Sanden, F. Tölke, Über Stabilitätsprobleme dünner, kreiszyindrisher Schalen. *Ing. arch* 3 (1932) 24–66.
- [17] P.P. Bijlaard, Buckling under external pressure of cylindrical shells evenly stiffened by rings only, *J. Aeronaut. Sci.* 24 (1957) 437–447.
- [18] 山本善之, 補強円筒殻の外圧による全体的圧壊の研究, 造船協会論文集, 1963 (113) (1963) 95–105.
- [19] S. Kendrick, The buckling under external pressure of ring stiffened circular cylinders, *Trans. RINA*, 107, (1965) 139–156.
- [20] 大坪英臣, 吉田二郎, 補強円筒殻の全体圧壊と有効幅の検討, 日本造船学会論文集, 1988 (164) (1988) 420–425.
- [21] 吉川孝男, 吉村健司, 外圧を受けるリング補強円筒殻の全体圧壊強度と有効幅に関する研究, 日本船舶海洋工学会論文集, 2006 (3) (2006) 253–259.
- [22] D. Graham, Predicting the collapse of externally pressurised ring-stiffened cylinders using finite element analysis, *Mar. Struct.* 20 (4) (2007) 202–217.
- [23] J.R. MacKay, L. Jiang, A.H. Glas, Accuracy of nonlinear finite element collapse predictions for submarine pressure hulls with and without artificial corrosion damage, *Mar. Struct.* 24 (3) (2011) 292–317.
- [24] J.R. MacKay, F. van Keulen, Partial safety factor approach to the design of submarine pressure

- hulls using nonlinear finite element analysis, *Finite Elements in Analysis and Design* 65 (2013) 1–16.
- [25] S.R. Cho, T. Muttaqie, Q.T. Do, S. Kim, S.M. Kim, D.H. Han, Experimental investigations on the failure modes of ring-stiffened cylinders under external hydrostatic pressure, *Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng.* 10 (6) (2018) 711–729.
- [26] G.-M. Luo, Y.-C. Hsu, Nonlinear buckling strength of out-of-roundness pressure hull, *Thin-Walled Struct.* 130 (2018) 424–434.
- [27] T. Muttaqie, Q.T. Do, A.R. Prabowo, S.R. Cho, J.M. Sohn, Numerical studies of the failure modes of ring-stiffened cylinders under hydrostatic pressure, *Struct. Eng. Mech.* 70 (4) (2019) 431–443.
- [28] W. Guggenberger, Buckling and postbuckling of imperfect cylindrical shells under external pressure, *Thin-Walled Struct.* 23 (1–4) (1995) 351–366.
- [29] S. Barlag, H. Rothert, An idealization concept for the stability analysis of ring-reinforced cylindrical shells under external pressure, *Int. J. Non-Linear Mech.* 37 (4–5) (2002) 745–756.
- [30] 吉川孝男, 石川倫浩, 初期不整を有する殻構造の様々な応力状態における座屈強度, *日本船舶海洋工学会論文集*, 7 (2008) 223–231.
- [31] D. Bushnell, Buckling of shells-pitfall for designers, *AIAA J.* 19 (9) (1981) 1183–1226.
- [32] D. Bushnell, Global optimum design of externally pressurized isogrid stiffened cylindrical shells with added T-rings, *Int. J. Non-Linear Mech.* 37 (4–5) (2002) 801–831.
- [33] B.C. Cerik, S.R. Cho, Numerical investigation on the ultimate strength of stiffened cylindrical shells considering residual stresses and shakedown, *J. Mar. Sci. Technol.* 18 (4) (2013) 524–534.
- [34] BSI, PD 5500: Specification for unfired fusion welded pressure vessels, British standard institution, United Kingdom, 2009.
- [35] D. Faulkner, Effects of residual stresses on the ductile strength of plane welded grillages and of ring stiffened cylinders, *J. of Strain Analysis for Eng. Design* 12 (2) (1977) 130–139.

- [36] 寺田明, 島本参之助, 補強材を有する薄肉円筒殻の圧壊に関する研究, 造船協会論文集, 1960 (108) (1960) 199–210.
- [37] C.D. Miller, R.K. Kinra, External pressure tests of ring-stiffened fabricated steel cylinders, JPT. 33 (12) (1981) 2528–2538.
- [38] 横田公男, 難波直愛, 山内裕, 浦部吉雄, 馬場金司, 一様外圧を受ける耐圧補強円筒殻の全体圧壊強度に関する検討 (第 1 報), 日本造船学会論文集, 1985 (158) (1985) 406–419.
- [39] Y. Yamamoto, Y. Homma, K. Oshima, Y. Mishiro, H. Terada, T. Yoshikawa, H. Morihana, Y. Yamauchi, M. Takenaka, General instability of ring-stiffened cylindrical shells under external pressure, Mar. Struct. 2 (2) (1989) 133–149.
- [40] 森鼻英征, 山内裕, 井上和也, 中村和博, 竹中誠, 馬場金司, 一様外圧を受ける耐圧補強円筒殻の全体圧壊強度に関する検討 (第 2 報), 日本造船学会論文集, 1990 (168) (1990) 431–440.
- [41] P.A. Frieze, The experimental response of flat-bar stiffeners in cylinders under external pressure, Mar. Struct. 7 (2–5) (1994) 213–230.
- [42] DNV-GL, Rules for classification naval vessel, Part 4 Sub-surface Ships Chapter 1 Submarines, DNV GL AS, 2015.
- [43] ABS, Rules for building and classing underwater vehicles, systems and hyperbaric facilities, American Bureau of Shipping, USA, 2002.
- [44] API, Bulletin 2U - Bulletin on stability design of cylindrical shells, American Petroleum Institute, USA, 2000.
- [45] D.J. Price, Comparison of approaches for determining the failure of stiffened cylindrical shells, MSc Thesis Massachusetts Institute of Technology, 2002.
- [46] M.W. Temme, Comparison of analytical and numerical approaches for determining failure of ring-stiffened cylindrical shells, MSc Thesis Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [47] S.R. Cho, P.A. Frieze, Strength formulation for ring-stiffened cylinders under combined axial

loading and radial pressure, *J. Constr. Steel Res.* 9 (1) (1988) 3–34.

- [48] S.R. Cho, T. Muttaqie, Q.T. Do, H.Y. So, J.M. Sohn, Ultimate strength formulation considering failure mode interactions of ring-stiffened cylinders subjected to hydrostatic pressure, *Ocean Eng.* 161 (2018) 242–256.
- [49] J.G. Pulos, V.L. Salerno, Axisymmetric Elastic Deformations and Stresses in a Ring-Stiffened, Perfectly Circular Cylindrical Shell under External Hydrostatic Pressure, David Taylor Model Basin, Report 1497, 1961.
- [50] 寺沢一雄, 松浦義一, 材料力学 (上巻), 海文堂出版, 1966.
- [51] M. Fujikubo, T. Yao, Elastic local buckling strength of stiffened plate considering plate/stiffener interaction and welding residual stress, *Mar. Struct.* 12 (9–10) (1999) 543–564.
- [52] 楠田忠雄, 藤井英輔, 高張力鋼の塑性域における機械的性質について, 造船協會論文集, 1960 (108) (1960) 365–374.
- [53] IACS, Common structural rules for bulk carriers and oil tankers, 2018.
- [54] C.S. Smith, P.C. Davidson, J.C. Chapman, P.J. Dowling, Strength and stiffness of ships plating under in-plane compression and tension, *Trans. RINA*, W.6 (1987) 277–296.

本研究に関する発表論文

- [1] 塩満大祐, 和泉徳喜, 藤公博, 柳原大輔, 吉川孝男, 外圧を受けるリング補強円筒殻の全体座屈強度推定式に関する研究, 日本船舶海洋工学会論文集, 28 (2018) 99–110.
- [2] D. Shiomitsu, K. Toh, D. Yanagihara, Tripping buckling strength of ring-stiffener in stiffened cylindrical shells under external pressure, Proc. of the Int. Ocean and Polar Eng. Conf. 4 (2019) 4375–4381.
- [3] D. Shiomitsu, D. Yanagihara, Elastic local shell and stiffener-tripping buckling strength of ring-stiffened cylindrical shells under external pressure, Thin-Walled Struct. 148 (2020) 106622.
- [4] D. Shiomitsu, D. Yanagihara, Ultimate strength and collapse behavior of ring-stiffened cylindrical shells under external pressure with shell buckling or stiffener torsional buckling, Proc. of the ASME 2020 39th Int. Conf. on Ocean, Offshore and Arctic Eng. (2020) OMAE2020-19295.
- [5] D. Shiomitsu, D. Yanagihara, Estimation of ultimate strength of ring-stiffened cylindrical shells under external pressure with local shell buckling or torsional buckling of stiffeners, Thin-Walled Struct. (under review).