

Numerical study of infrared criticality of the supersymmetric Landau-Ginzburg model

森川, 億人

<https://hdl.handle.net/2324/4474929>

出版情報 : 九州大学, 2020, 博士 (理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :

氏 名 : 森川 億人

論 文 名 : Numerical study of infrared criticality
of the supersymmetric Landau-Ginzburg model
(超対称ランダウ・ギンツブルグ模型の赤外臨界点の数値的研究)

区 分 : 甲

論 文 内 容 の 要 旨

自然界の基本構成要素である素粒子は場の量子論によって記述される。場の量子論は、低エネルギー極限（赤外固定点）において、スケール不変であると期待される。このようなスケール不変な理論は共形場理論(CFT)として記述される。非自明な CFT を赤外固定点に持つ系を、Landau-Ginzburg (LG)模型と呼ぶ。特に超対称性(SUSY)を持つ LG 模型として、2次元 $N=(2,2)$ Wess-Zumino (2D $N=2$ WZ)模型は $N=2$ 超共形場理論(SCFT)に対応すると信じられている。多くの先行研究においてこの予想の傍証が与えられているが、低エネルギーでの強結合のために証明は困難である。さらに、この模型はゼロ質量の系であるため、通常の摂動論的手法では赤外発散の問題がある。WZ 模型と SCFT の対応は非摂動論的な現象として非常に興味深いテーマである。

この問題はさらに超弦理論と密接な関係がある。超弦理論は重力の量子化の問題を解決し、全ての力を統一的に記述する究極の理論の候補として注目されている。そこでは 4次元宇宙に加え、余分に 6次元空間が存在し、これは Calabi-Yau (CY)多様体にコンパクト化されていると考える。このとき弦の 2次元世界面上には $N=2$ SCFT が実現し、SCFT 側から対応する超弦理論の物理量を計算することができる。しかし、これは SCFT が可解なミニマル模型によって記述される特別な場合でしか実行可能でない。そのため、一般の CY 多様体に対する計算や時空のダイナミクスに関する現象などを扱うことが困難である。一方で、LG 模型のポテンシャル構造は CY 多様体の幾何構造と関連しており、LG 模型のポテンシャル変形により CY 多様体を任意に変形することができる。従って、強結合の場の理論を非摂動論的に解析できれば、LG 模型はこのような解析的に困難な問題にアプローチする新たな手段となるだろう。

2D $N=2$ WZ 模型の非摂動論的な解析手法として、格子場理論に基づく数値計算が有用である。格子場理論では、時空を格子目に離散化することで理論をコンピュータ上に実現し、第一原理からの非摂動論的解析が可能となる。ところが一般に SUSY のような時空対称性を格子上で保つことができない。時空対称性は連続極限で回復すると期待されるが、このことは SUSY の非摂動論的・数値的検証の大きな障害となっている。これに対し、近年、Nicolai 写像と呼ばれる分配関数の重みをガウス関数にするような変数変換を利用した格子シミュレーションが試みられた。そこでは、最も単純な 3次ポテンシャルの場合に、対応する A_2 ミニマル模型を特徴づけるスケーリング次元や中心電荷が数値的に求められている。この研究は重要な成功を収め、対応関係の非摂動論的な証拠を与えている。

本論文では、Kadoh-Suzuki による SUSY を保つ非摂動論的定式化を用いて、WZ 模型の数値シミュレーションを行った。この定式化は運動量空間でのカットオフによる正則化に基づくもので、

作用の非局所性を許容して SUSY を厳密に保つことができる。本研究では、以下の 3 つに着目し、下記に示す結果を得た。これらの数値的研究は WZ 模型が SCFT の LG 記述である傍証を与え、また超弦理論における非摂動論的現象にアプローチする新たな手法であると期待する。

(I) ADE 型ミニマル模型に対する数値的計算手法の確立と予想の検証

ADE 分類に属する様々な WZ 模型に Kadoh-Suzuki の定式化を適用し、 $A_2, A_3, D_3, D_4, E_6, E_7$ ミニマル模型の検証を行った。まず、DE 型ミニマル模型や今後の応用のため、複数超場を含む場合に手法を拡張した。 A_2 ミニマル模型の場合については、先行研究よりも高精度の配位を生成した。次に、スケーリング次元の計算では、高エネルギーの不定性のある先行研究の方法を改善した。また、中心電荷を得る際に、通常は計算困難なエネルギー運動量テンソルの 2 点関数を高い精度で計算した。結果として、いずれの模型に対しても、低エネルギー領域での種々の 2 点関数のフィッティングから、予想されるミニマル模型のスケーリング次元や中心電荷が再現されることを確かめた。

(II) スケーリング次元の連続極限に基づいた決定法

先行研究や上記の研究(I)の解析は比較的小さな格子間隔（または大きな空間サイズ）での結果であり、連続極限をとっていない。そこで、スケーリング次元の決定法として、連続極限を考慮した有限体積スケーリング法を開発した。この手法を用いて A_2 ミニマル模型を数値的に解析し、非常に精密かつ信頼できる成果を得た。この研究は定式化の非局所性が連続極限で回復することを示唆する。

(III) トーラスコンパクト化された超弦理論への適用

ミニマル模型で記述できない超弦理論へ本手法を応用した。簡単のため 2 次元トーラスへのコンパクト化を考える。これは単純には $A_2 \times A_2 \times A_2$ ミニマル模型で記述されるが、これに適当な項をポテンシャルに加えることでトーラスの形状が変化する。このとき中心電荷は変形に依らずに一定であると予想されている。本研究では、数値シミュレーションから中心電荷がほぼ一定となることを確かめ、この予想を非摂動論的に検証した。