最適資本配分政策の制御可能性

武野, 秀樹

https://doi.org/10.15017/4474752

出版情報：經濟學研究. 42 (1/6), pp.157-177, 1977-05-10. 九州大学経済学会

最適資本配分政策の制御可能性

—— 貯蓄率一定の場合 ——

武　野　秀　樹

はしがき
1．消費計画
2．最適性基準
3．資本配分の問題
4．公共的最適計画の制御可能性
5．経済循環
6．政策手段，所得分配，および固定的貯蓄率
7．資本配分問題の定式化
8．単一制御手段（単一税率）と次善計画
9．$Uc_g \equiv 0$ の場合の均衡の存在性と一意性
10．制御方法の型とその分類

はしがき

本稿の目的は，最適成長理論における標準的モデルの枠のなかで，資本ストックの，民間部門と公共部門への最適配分経路が，どのような条件のもとで制御可能となるか，を検討することである。この型の最適成長論は，いうまでもなく新古典派成長論における持続的成長の思想を発展させるべく構成されており，比較的 positive な性格をもつ理論領域であるということができる。したがって，この種のモデルの基礎には，つねに新古典派成長論の基本的前提である，1次同次性をもつ古典的生産関数と生産要素の完全利用の原則がおかれている。この概念機構と前提のもとでは，無限期間にわたる成長経路上で，実行可能な消費計画は無数に存在するのであり，計画者は，その無数の可能性のなかから最適なものを選択することが必要となる。

民間部門と公共部門から構成される閉鎖的経済においては，生産，消費，および蓄積という実物的プロセスをつうじて社会的生産水準と消費計画を決定するのは，基本的には資本ストックの部門間配分の時間経路である。したがって，本稿でいう最適資本配分問題とは，最適な社会的消費計画を実現させるような，資本ストックの部門間分割の方法を見出すことにほかならない。

このかたちの最適資本配分問題は，通常は，資本ストックの分割と消費計画そのものを直接に決定することが可能な経済システム，すなわち集権的経済機構を前提することによって分析されている。そして集権的経済における資本配分問題については，精密な分析方法といくつかの基本的命題がすでに確立されているといってよい。しかし，他方資本ストックの配分を，中央計画当局が直接に決定したり，実行したりすることが許されないような経済機構，つまり分権的経済における最適資本配分問題は，集権的経済におけるそれに比べて，明確に定式化され，分析されているとはいい難い[1)]。分権的経済の場合は，モデルから導びかれる，民間資本と公共資本のそれぞれの動向を規制する微分方程式系は，集権的経済におけるそれとは異っている。それは，1組の制御パラメーター（所得

税率などをあらわす）を含んでおり，それらのパラメーターの変域は，実際上きわめて限定されたもの（所得税率はゼロと1の中間の値をとらねばならない，などというように）と考えねばならない。分権的経済では，資本配分は，これらの制御変数の操作をつうじて，いわば間接的に誘導されることになるのである。そこで問題になるのは，そのような政策パラメーターの変化（具体的には租税・補助金政策など）が，どの程度まで最適成長の基準に照らして有効であるか，そして集権的経済で実現可能とされる最適資本配分経路そのものが，この方法で制御可能であるか否か，ということである。

この問題を，最初に厳密な手法によって定式化したのは，アロー＝カーツ〔5〕であった。本稿における分析も，基本的な点では，その業績にもとづいて展開されている。次に，以下でとられている推論の方針について簡単に記しておきたい。集権的経済における最適計画が，分権的経済において制御可能性をもつかどうかということは，制御変数としての政策パラメーターの種類，数，およびそれらの変域の大きさに依存して定まる。たとえば，政策パラメーターの数が増加すれば，最適計画の制御の可能性は増すであろう。本稿のモデルでは，最適計画は，ただ1つの政策パラメーターをもってしては，制御可能でないことがたしかめられる。しかしその場合は，その唯一の制御変数をもちいた最適化問題が検討されねばならない。この種の最適化問題の解は，「次善計画」とよばれており，その存在性と一意性の検討も，本稿における重要な課題の1つである。2つ以上の政策パラメーターの適用については，多くの組合わせが利用可能であるが，最適計画は，多くの場合複数の政策変数にたいしては制御可能であることが証明されるのである。

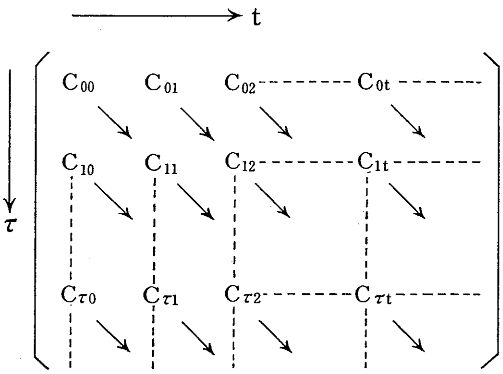
1）経済政策モデルにおける集権化と分権化の問題を，最初に体系的に分析したのは，ティンバーゲン〔1〕および〔2〕である。しかし，本稿における「分権化された経済」あるいは，「分権的経済」の概念は，複数の独立の計画者を明示的に含んでいないという点で，ティンバーゲンによって確立されたそれとは，やや異っている。

1．消 費 計 画

無限期間にわたる成長経路上で実行可能な消費計画は，無数に存在するにちがいない。その無数の可能な計画のなかから最適なものをえらび出すという問題を考察するのに先立って，われわれはまず，消費計画の表示，評価，および比較がどのようになされるべきかについて説明を試みよう。これらの論点は，本稿の主題である「最適資本配分の制御問題」の内容に直接にかかわるものではないが，この問題の定式化の段階では看過されてはならない重要性をもつのである。

成長経路上での消費計画は，2つの機能的側面をもっていると考えられる。その1つは，消費の，供給面における利用可能性であり，他は，消費の需要面での選択と評価である。前者は，外生的に与えられた労働供給と生産技術の制約のもとで，毎期どれだけの消費が提供可能になるかという問題をあらわしており，後者は，財貨・サービスが，消費者によって，その嗜好と価値観にもとづいて需要され，それから個人的あるいは社会的効用がもたらされるという点に関連している。このことから消費計画についても，おのずから消費の供給面と需要面のそれぞれに関連のある2つの表示基準が考えられることがわかる。それらは，消費が利用可能となる期間と，消費者自身の階層とである。ここ

でいう階層とは，通常は消費者の属している年令区分をあらわしている。こうして1つの社会的消費計画は，〔$C_{\tau t}$〕(τ, $t=0$, 1, 2, ……) というマトリックスのかたちで示されることになる。ここで，t は期間を示し，τ は消費者の年令区分をあらわしている。$C_{\tau t}$ は，期間 t における階層（年令グループ）τ による，実物単位で測られる消費であり，1財経済が前提されていることから，これは，ベクトルでなく，実数である。しかも，それらはすべて正値をとるものとする。この消費計画マトリックスをフルに書けば，



となる。この場合，年令区分を同じくする消費者のグループは，コーホト（cohort）の名でよばれることがある[2)]。上のマトリックス表示では，期間 t においてコーホト τ に属している消費者は，期間 $t+1$ では $\tau+1$ 番目のコーホトに移るのである。

この消費計画からえられる総効用を$\overline{U}$で示せば，それは，

$$\overline{U}=\sum_{t=0}^{\infty}\{U(C_{0t},\ C_{1t},\cdots,\ C_{\tau t},\cdots,\ t)/(1+\rho)^{t}\} \tag{1.1}$$

と書かれるであろう。ここでUは効用関数であり，その値は一定の割引率 $\rho(>0)$ によって割引かれる。次に，われわれは，消費計画の比較の問題にすすむために，(1.1) の一般的表示を極度に単純化することを考えよう。消費者は，多くのコーホトに分割されているにもかかわらず，各コーホトが同一の選好の場をもっていることを前提しよう。そうすれば，(1.1) の効用関数の変数 ($C_{0 1}$, $C_{1 1}$,…,$C_{\tau t}$,…) は，単一の変数 $C_t=\sum_{\tau=0}^{\infty}C_{\tau t}$ でおきかえることができる。すなわち，効用関数の記号Uを便宜上そのままもちいることにすれば，(1.1) は，

$$\overline{U}=\sum_{t=0}^{\infty}\{U(C_t,\ t)/(1+\rho)^t\}$$

$$(C_t=\sum_{\tau=0}^{\infty}C_{\tau t}) \tag{1.2}$$

と示される。

これまでは理解の便を考えて期間分析による表示をもちいたのであるが，これからは連続分析による表示をおこなうことにする。効用関数Uと割引率 ρ をそのままもちいて，全部効用 (1.2) を書きなおせば，

$$\overline{U}=\int_0^{\infty}e^{-\rho t}U(C(t),\ t)dt \tag{1.3}$$

となる。ここで $C(t)(t\geqq 0)$ は，連続分析における消費密度が，時間 t の関数であることを示す。

ところで，(1.3) は多くの消費計画について発散すると考えられる。したがって，任意の2つの実行可能な消費経路のいずれが，よりすぐれているかを定めるために，特別な判定基準を定義することが必要になるのである。消費経路の優劣比較のために，これまで多用されてきた基準として2つのものをあげることができる。それらは，「追いこし基準 (overtaking criterion)」と「追いつき基準 (catching-up criterion)」とである。連続分析の場合についてこれらの基準を示せば，次のようになる[3)]。$C(t)$，$C'(t)$ ($t\geqq 0$) が，ともに実行可能であ

るとき，ある正数 $N_0>0$ が存在して，$N \geqq N_0$ なるすべての N にたいして，

$$\int_0^N e^{-\rho t}(U(C(t),\ t) - U(C'(t),\ t))dt \geqq 0 \qquad (1.4)$$

となるならば，消費計画 $C(t)$ は，$C'(t)$ を追いこす (overtake) という，また，次の関係が成立するならば，$C(t)$ は，$C'(t)$ に追いつく (catch up) といわれる。

$$\lim_{N\to\infty} \inf_{n>N} \int_0^n (U(C(t),\ t) - U(C'(t),\ t))dt \geqq 0 \qquad (1.5)$$

これらの定義からただちにわかるように，追いつき基準と追いこし基準は，いずれもすべての実行可能な消費計画の集りとしての集合に順序関係を導入するのに役立つ。この順序関係は，反対称律を欠いていることから，前順序 (preordering) であることがわかる[4]。しかし (1.4) は，任意の2つの消費計画の優劣を定めえないので，これによる順序は，半順序といわれるものである。まとめていえば (1.4) は，半前順序を与え，一方 (1.5) は全前順序を定めるということができる。

2) cohort の原義は，古代ローマの歩兵隊をさし，1 cohort は300人～600人であった。10個の cohort が1軍団 (legion) を構成したという。のちに，この語は転じて出生年次を同じくする人々の集団をさすことになった。cohort のかわりにヴィンテッジ (vintage) の語が使用されることもある。

3) 期間分析の場合については，マックファーデン〔4〕，pp. 27―8を参照。

4) マランボー〔7〕，pp, 17―20を参照。

2. 最適性基準

2つの異なる消費計画 $C(t)$，$C'(t)$ $(t \geqq 0)$ の比較についての説明を続けよう。$C(t)$ が $C'(t)$ を追いこすとき，$C(t)\ ot\ C'(t)$ 書く，また，$C(t)$ が $C'(t)$ に追いつくとき，$C(t)\ cut\ C'(t)$ と記すことにする。上に述べたように，ot は半前順序を構成し，cut は全前順序を定義する。ot と cut の否定は，$\overline{ot}$ と $\overline{cut}$ でそれぞれあらわすものとする。(1.4) と (1.5) からわかるように，

$$C(t)\ ot\ C'(t) \Rightarrow C(t)\ cut\ C'(t) \qquad (2.1)$$

である。ここで，$\Rightarrow$の記号は，前者が，後者のために十分であることを示している。また $C(t)$ は，以下ではたんに C と書くことにする。当然，

$$C\ \overline{cut}\ C' \Rightarrow C\ \overline{ot}\ C' \qquad (2.2)$$

も成立する。次に，C が，C' を「追い抜く (surpass)」という関係を定義してみる。$C\ ot\ C'$ かつ $C'\ \overline{ot}\ C$ であるならば，C は C' を追い抜くといい，これを $C\ sp\ C'$ と書く。(2.1) から，

$$C\ sp\ C' \Rightarrow C\ cut\ C' \qquad (2.3)$$

となることはいうまでもない。さらに，「追い抜く」という概念をいっそう厳しくしたものとして，「確実に追い抜く (strictly surpass)」という関係を導入してみよう。$C\ ot\ C'$ かつ $C'\ \overline{cut}\ C$ であるとき，$C\ ssp\ C'$ と書き，C は C' を「確実に追い抜く」という[5]。(2.2) を考慮すれば，

$$C\ ssp\ C' \Rightarrow C\ sp\ C' \qquad (2.4)$$

となることがわかる。以上の関係を要約的に示せば，

$$C\ ssp\ C' \Rightarrow C\ sp\ C' \Rightarrow C\ ot\ C' \Rightarrow C\ cut\ C' \qquad (2.5)$$

となる。

次に，これらの順序関係を基礎として，特定の消費計画が他のすべての計画と比較してもっともすぐれているということの内容を定義してみよう。特定の消費計画の最大性 (maximality)，最適性 (optimality)，および狭義最適性 (strict optimality) は，それぞれ次のように規定されるのである。ある消費計画が，他のいずれの実行可能計画によっても「確実に追い抜かれ」ないならば，その消費計画は最大性をもつ，あるいは最大である (maximal) という。次に，ある消費計画が，他のどの計画にも「追いつく」ことができれば，その計画は最適である (optimal) といわれる。最後に，ある消費計画が他のいずれの計画をも「確実に追い抜く」ことができれば，その計画は狭義の最適性をもつ (strictly optimal) という。これら3つの最適性基準の内容は，一見複雑であるから，これらが，相互にどのような関係におかれているかをたしかめよう。

まず，計画 C^0 が狭義最適性をもつとしよう。任意のCにたいして $C^0\,ssp\,C$ であるから (2.5) によって $C^0\,cut\,C$ となり，定義どおり C^0 は最適である。次に，もしこの C^0 が最大性をもたないとすればどうであろうか。定義によって $C'\,ssp\,C^0$ となる C' が存在するが，このことは ssp の定義から，$C^0\,\overline{cut}\,C'$ を意味する。すなわち C^0 は最適性をもたないことになるから，これは矛盾である。C^0 は，必ず最大でなければならない。最後に，狭義最適性をもつ計画は，存在するとしてもただ1つしかないことを確認することができる。このことは，関係 ssp の意味からただちに了解されるであろう。これにたいして，最適計画は一般に複数個存在しうるのである。

5) マックファーデンは，$C\,ssp\,C'$ を $C\,cut\,C'$ かつ $C'\,\overline{cut}\,C$ が成立する場合であるとして定義している。(マックファーデン〔4〕, p.28) しかし，この定義によるときは，(2.4) が必ずしも成立しないという不都合が生じる。たとえば，ゼロのまわり一定の振幅で振動する任意の周期関数 $g(n)$ ($\geqq 0$) を考え，効用差の積分値が，次の式で表示されるケースを考えよう。

$$\int_0^n e^{\rho t}(U(C,t)-U(C',t))dt$$
$$=\frac{|g(n)|+g(n)}{2}-\frac{|g(n)|-g(n)}{2n}$$

このときは，たしかに $C\,cut\,C'$ かつ $C'\,\overline{cut}\,C$ であるけれども同時に，$C\,\overline{ot}\,C'$ かつ $C'\,\overline{ot}\,C$ である。

3. 資本配分の問題

ここで考察の対象となる経済は，民間部門と公共部門の2部門から構成されるとする。これら2部門の性格と役割について次のような前提を設けることにする。民間部門と公共部門は，全体としての資本ストック K (簡単に資本という) を分割して保有する。前者が保有する資本を K_p，後者のそれを K_g で示すことにする。ただし，K, K_p, K_g は実物単位で表示されるものと考えよう。また，以下のすべての説明をつうじて財貨・サービスは共通の実物単位で示され，労働は，人時あるいは人日で測られるものとする。しかも，これらの経済量は，すべて時間 t の関数であり，その多くのものは非負値をとると考えられる。民間部門は，K_p, K_g, および労働 L_p を投入して，生産物 Y_p を生産する。ただし L_p は，外生的に与えられる利用可能なすべての労働Lの一部である。民間部門の生産技術は，新古典派的生産関数によって表現されると考えよう。すなわち，

$$Y_p=F(K_p,\ K_g,\ L_p)\geqq 0$$
$$(K_p\geqq 0,\ K_g\geqq 0,\ L_p\geqq 0) \qquad (3.1)$$

と書くことができる。生産物 Y_p の一部は，消費にむけられ (これを C_p で示す)，他の部分は，K_p あるいは K_g への付加分を構成する。本稿では，資本減耗はゼロであると仮定するので，この付加分は純資本形成にほかならず，$\dot{K}_p(\equiv dK_p/dt)$, $\dot{K}_g(\equiv dK_g/dt)$ によってあら

わされる。ここで，$K=K_p+K_g$ であるから，$\dot{K}=\dot{K}_p+\dot{K}_g$ であることはいうまでもない。

公共部門の保有する資本 K_g は，経済全体の生産活動のための投入として2重の働きをもつと考えられる。その1つは，(3.1) にみるように，K_g が民間部門の生産活動への投入となっていることをさしている。第2に，K_g は公共サービスを生み出すための投入として役立つのである。すなわち公共部門の保有する資本 K_g は，それ自体生産物としての公共サービスを生み出すと考えられる。このことは，公共部門による独自の生産活動として解釈することができるであろう。この考え方によれば，公共部門は，K_g と労働 L_g を投入して公共サービス C_g を産出することになる。そして，この関係を関数のかたちに書けば，

$$C_g=G(K_g,\ L_g)\geqq 0 \quad (K_g\geqq 0,\ L_g\geqq 0) \tag{3.2}$$

となる[6]。ただし L_g は，L のうちで L_p 以外の部分に等しい。すなわち，$L=L_p+L_g$ である。

(3.1) と (3.2) は，それぞれ民間部門と公共部門の生産関数の一般的な表示であるが，われわれは分析上の便宜と理解の平易さのために，これらの生産関数を，やや特殊なかたちに書き改めることにしたい。そのために，労働投入を必要とする公共サービスの生産は，すべて民間部門の生産活動に含め，C_g を K_g だけに依存するものとして解釈することにする。さらに C_g は，K_g に比例するとしよう。比例定数を $\alpha(>0)$ で示せば，(3.2) は，

$$C_g=\alpha K_g \quad (\alpha>0) \tag{3.3}$$

でおきかえられる。それと同時に，民間部門の生産関数 (3.1) は，L_p を L に改めることによって，

$$Y_p=F(K_p,\ K_g,\ L) \tag{3.4}$$

と書かれることになる。(3.4) の生産関数のもつ性質として次のことを前提する。(1)生産関数 (3.4) は，非負なる変数について定義され，非負値をとる狭義単調増加関数である。(2) (3.4) は，1次同次性をもつ。(3)それは，原点をとおる半直線上以外では，狭義凹関数の性質をもつ。

(3.4) の変数のうち労働投入 L は，人口（これを P で示す）の一定割合であるとしよう。人口は定数 π (>0) で成長し，その l $(0<l<1)$ 倍が労働投入であるならば，

$$L=lP=lP(0)e^{\pi t}=L(0)e^{\pi t} \tag{3.5}$$

と書かれる。ただし，$L(0)=lP(0)(>0)$ であり，$P(0)$ と $L(0)$ は，それぞれ $t=0$ における人口と労働投入である。

資本 K の K_p と K_g への分割が，どのようにして民間消費 C_p と公共サービスの消費 C_g を発生させるかが簡単に説明されたのであるが，次に効用関数の構成について述べねばならない。第1節と第2節では，消費計画の評価と比較についての簡単な説明をおこなう目的から，社会的効用を，総消費 C と時間 t だけの関数としてあらわした。しかしここでは，より現実的な効用の大きさを表示するために，社会的効用は民間消費 C_p，公共消費 C_g，および人口 P の関数であると考える。さらに，われわれは C_p，C_g を変数とする社会的効用関数のかわりに，1人あたり消費に依存する，1人あたり効用を示す関数を，あらためて採用することにする。1人あたり消費は，

1人あたり民間消費　$\tilde{c}_p(\equiv C_p/P)$

1人あたり公共消費　$\tilde{c}_g(\equiv C_g/P=\alpha K_g/P=\alpha\tilde{k}_g)$

と定義される。ただし，$\tilde{k}_g$ が1人あたり公共資本であることはいうまでもない。1人あたり

効用は，時間 t の絶対的な大きさには左右されないことを前提すれば，新しい効用関数は，

$$U=U(\tilde{c}_p,\ \tilde{c}_g)\quad(\tilde{c}_p>0,\ \tilde{c}_g\geqq 0)\qquad(3.6)$$

と書かれる。社会的効用は，(3.6) に人口を乗じたものとしてあらわされるから，

$$P\cdot U(\tilde{c}_p,\ \tilde{c}_g)$$

と示される。

(3.6) は，通常の意味での効用関数の性質をそなえていることが前提されるが，それらの性質のうち主要なものをあげておく。(1) (3.6) は，$1>\sigma>0$ なる定数にたいして $(1-\sigma)$ 次同次性をもつ。(2) 効用Uは，その変数の狭義増加関数であり，しかもこの関数は，狭義凹関数の性質をもつ。(3) 効用関数(3.6) の導関数については，

$$\lim_{\tilde{c}_p\to 0}U\tilde{c}_p=\infty,\ \lim_{\tilde{c}_p\to\infty}U\tilde{c}_p=0,$$

$$U\tilde{c}_p\tilde{c}_g\equiv\frac{\partial U\tilde{c}_p}{\partial\tilde{c}_g}>0$$

が成立する。ただし，$U\tilde{c}_p$ などは，添字に関する偏導関数をあらわしている。

6) 本稿では，民間部門と公共部門を，それぞれ独自の生産関数にしたがうものとして並列的にとり扱うことは意図しない。このような並列的2部門構成については，ダイヤモンド〔6〕を参照。

4. 公共的最適計画の制御可能性

第1，第2節で，消費計画の比較について述べたさいにもちいた効用関数は，$U(C,\ t)$ というかたちのものであった。しかし，そこで示した定義的関係は，すべてそれとは異なるかたちの効用表示についてもそのまま成立するのである。われわれは，以下の説明では社会的効用の表示として $U(C,t)$ でなく，$PU(\tilde{c}_p,\ \tilde{c}_g)$ のかたちをもちいることとし，それを基礎として最適消費計画と最適資本配分の概念を定義する，第2節で述べたように，最適な消費計画とは，どのような実行可能な消費計画にも「追いつく」ことができるようなものである。すなわち，消費計画 $(\tilde{c}_p{}^1,\ \tilde{c}_g{}^1)$ (ただし，$\tilde{c}_p{}^1=C_p{}^1/P$, $\tilde{c}_g{}^1=C_g{}^1/P$) が最適であるとは，与えられた初期資本 $K(0)$ のもとで実行可能な任意の消費計画を $(\tilde{c}_p,\ \tilde{c}_g)$ とするとき，

$$\lim_{N\to\infty}\ \inf_{n>N}\int_0^n e^{-\rho t}P(t)\{U(\tilde{c}_p{}^1(t),\ \tilde{c}_g{}^1(t))-U(\tilde{c}_p(t),\ \tilde{c}_g(t))\}dt\geqq 0\qquad(4.1)$$

がつねに成立することである。一般に，労働供給と生産技術が与えられたとき，初期資本$K(0)$を出発点とする実行可能な K_p と K_g への資本配分の時間経路にたいして，1つの消費計画が対応することがあきらかである。そのようにして生み出される消費が最適性基準 (4.1) を満たすとき，それをもたらす資本配分を最適資本配分とよぶことにしよう。

ところで，資本配分の決定（したがって消費の決定）をおこなうための機構には，基本的に2とおりのものが考えられる。そして資本配分の最適化問題も，その決定機構の性格にそくして設定されねばならないのである。その1つは，集権的経済機構における資本配分問題であり，他は，分権的意思決定機構におけるそれぞれである。集権的経済 (centralized economy) においては，中央計画当局は，消費計画を直接に決定し，実行しうる立場にあり，この決定にもとづいて資本の配分がなされる。したがってこの場合は，消費主体への所得分配や消費主体の意思にもとづく行動をなんら考慮に入れることなく，最適計画を立案しうるのである。これにたいして，分権的経済 (decentralized economy) においては，消費主体がみずからの意思にしたがって消費をおこなう。計画当局は，

消費活動やその結果としての資本配分を直接に決定することはできず，それがなしうるのは，消費主体の行動の間接的誘導ということにすぎない。すなわち消費は（したがって資本配分は），いくつかの政策手段としてのパラメーターに依存して定まるのであり，計画者は，これらのパラメーター（それは，各種の税率などである）を操作することによって，消費計画の最適化をはかることになる。これら2つの種類の経済機構における資本配分問題を次に示そう。

（1）集権的経済における最適資本配分問題

「資本合計Kの初期値（$t=0$ における大きさ）が与えられるとき，(4.2) から (4.7) までの条件のもとに，(4.1) の意味で最適になるような，資本配分と消費の経路を求めること，ただし，$K_p(t)\geqq 0$, $K_g(t)\geqq 0$, $\tilde{c}_p(t)>0$, および $\tilde{c}_g(t)\geqq 0$ であるとする。

$$K=K_p+K_g, \tag{4.2}$$

$$Y_p=\dot{K}_p+\dot{K}_g+P\tilde{c}_p, \tag{4.3}$$

$$Y_p=F(K_p,\ K_g,\ L), \tag{4.4}$$

$$P=P(0)e^{\pi t}, \tag{4.5}$$

$$L=L(0)e^{\pi t}, \tag{4.6}$$

$$P\tilde{c}_g=\alpha K_g. \tag{4.7}$$

（2）分権的経済における最適資本配分問題

「集権的経済の場合と同様に，与えられた資本Kの初期値から出発し，(4.2)～(4.7) の性質をもつ，$K_p(t)\geqq 0$, $K_g(t)\geqq 0$, $\tilde{c}_p(t)>0$，および $\tilde{c}_g(t)\geqq 0$ の経路の集りを考え，そのなかで (4.1) の意味で最適性をもつようなものをえらびだすこと。ただし，民間資本 K_p と公共資本 K_g の動きは，政策パラメーター：A_1, A_2,…, A_r を含む微分方程式 (4.8)，(4.9) を満足するものでなければならない。

$$\dot{K}_p=\psi^p(K_p,\ K_g,\ A_1,\ A_2,\cdots,A_r), \tag{4.8}$$

$$\dot{K}_g=\psi^g(K_p,\ K_g,\ A_1,\ A_2,\cdots,A_r). \tag{4.9}$$

ここで，$(A_1,\ A_2,\cdots,A_r)$ は，r 個の実数の組であり，制御変数をあらわしている。ここで，$A_2,\cdots,A_r$ は，すべて時間 t の関数であると考えられる。制御変数のとりうる値は，r 次元ユークリッド空間のある定められた集合 $M^{(r)}$ の範囲内にかぎられている。すなわち，制御変数のベクトルは，

$$(A_1,\ A_2,\cdots,A_r)\in M^{(r)}$$

となっていなければならない[7]。」

上の集権的モデルと分権的モデルがそれぞれ含んでいる実行可能プログラムのあいだには，どのような対応関係があるかを考えてみる。分権的モデルの場合は，制御変数を含む微分方程式 (4.8)，(4.9) が付け加えられていることからあきらかなように，それが生み出す実行可能経路の集合（これを Z_d と記す）は，一般に集権的モデルの実行可能プログラムの集合（これを Z_c をかく）の部分集合になるはずである。すなわち，$Z_d\subset Z_c$ となっている。

集権的モデルにおける最適計画[8]は，公共的観点から最適性をもつものであるという意味で，それを公共的最適計画 (publicly optimal program) とよぶことにしよう。ここで，任意の特定化された最適配分計画を想定するとき，2つのケースのいずれかが生じることがあきらかである。ある場合は，公共的最適計画が分権的モデルの実行可能計画の集合 Z_d に含まれるであろうが，他の場合はそのようにならないかもしれない。また，公共的最適計画そのものが Z_d に含まれていないとしても，その最適計画に収束するような経路が，Z_d に含まれる場合が考えられる。そこで，少くとも最適計画に収束するような経路が Z_d に含まれる場合に，公共的最適計画が政策手段 $(A_1,\ A_2,\cdots,A_r)$ $(\in M^{(r)})$ によって制御可能 (controllable) で

あるということにする。このことが成立しない場合，すなわち Z_d が，公共的最適計画それ自体も，それに収束する経路も含んでいないときは，政策手段 $(A_1, A_2,\cdots, A_r)$ $(\in M^{(r)})$ をもってしては，集権的経済における最適計画の実行は不可能である。つまり最適政策は，その政策手段のもとで制御不能であることになる。このときは，Z_d なかでもっともすぐれた計画がえらばれることになるが，そのような計画は，公共的最適計画におよばない（(4.1) の意味で）ことがあきらかであることから，「次善計画」(second best program)[9] とよばれる。

この次善計画を，公共最適計画に接近させ，さらには両者を一致させることが可能であるか否かがしばしば問題とされる。これについては，形式的に次のようにいうことができるであろう。集合 Z_d は，一般に Z_c の部分集合であるが，それは手段変数 $(A_1, A_2,\cdots,A_r)$ の変域を制度的に拡張するか，もしくは政策手段の数そのものを増加させる（新しい手段変数を追加する）ことによって拡大されるであろう。この方法によって，もし $Z_d=Z_c$ ならしめうるならば，次善計画は必ず公共的最適計画に一致することになる。

7）より一般的な表示においては，集合 $M^{(r)}$ は，それ自体時間 t の関数であると考えられる。また，制御変数：$A_1, A_2,\cdots,A_r$ は，相互に独立でなく，なんらかの条件式を満足すべきことが要求されるかもしれない。

8）この最適計画が存在し，かつ一意的であるためには，消費利子率の均衡値が均衡成長率より小でないことが必要である。この条件は，効用が，ただ1つの変数としての1人あたり消費だけの関数であるときは，十分条件でもある。（アロー=カーツ〔5〕，pp. 59—60 参照）ただしここでは，技術進歩を考慮に入れていないので，均衡利子率は時間割引率 ρ に等しく，均衡成長率は人口成長率 π と一致する。したがって，最適計画の存在のための必要条件は，$\rho\geqq\pi$ である。

9）アロー=カーツ〔5〕，pp. 131—8 を参照。

5. 経 済 循 環

われわれは，本節以下の説明をつうじて分権的経済における最適資本配分を考察し，与えられた政策手段のもとでの，公共的最適政策の制御可能性について検討する。その目的のために，まず検討の対象となるべき政策手段を導入し，それを含んだ経済循環の社会会計的構造を示さなければならない。これまでに現われたものを除いて，あたらしく使用される記号をあげよう。ただし，ストック量もフロー量もともに，実物単位で測られるものとする。

ストック：D 公債発行残高
A_p 民間部門正味資産
A_g 公共部門正味資産
フロー：C_E 消費税を含んだ民間部門実質消費
B 公債発行 $(\equiv dD/dt)$
W 実質賃金総額
$\overline{S}_p$ 民間部門実質経常余剰
S_p 民間部門実質貯蓄
S_g 公共部門実質貯蓄
割　合：$r(>0)$ 利子率
$r_g(\geqq 0)$ 公共資本の利子率
x_r 利子所得税率
x_w 賃金所得税率
x_c 消費税率
x_s 貯蓄税率

ここでは，2部門（民間部門と公共部門）からなる閉鎖的経済を念頭においており，部門別の実物的バランス・シートは，表5−1，表5−2に示される。定義的に，

$$K=K_p+K_g=A_p+A_g \tag{5.1}$$

が成立することも知られる。

表5－1　民間部門バランス・シート

K_p	A_p
D	

表5－2　公共部門バランス・シート

K_g	D
	A_g

次に，フローについての総合的バランスを表示するために，社会会計恒等式を列挙しよう。この勘定体系は，生産，消費，および蓄積の3勘定を含むのであるが，各勘定は，さらにいくつかの小勘定に分割され，結局9勘定が示される。各バランス式の右辺は，収入項目であり，左辺は支出項目をあらわす。また，これらのフロー勘定の総合的表示としての社会会計マトリックスは，表5－3のようになる。

(1)　民間生産バランス：

$$Y_p = C_p + \dot{K}_p + \dot{K}_g \tag{5.2}$$

(2)　公共サービス生産バランス：

$$\alpha K_g = C_g \tag{5.3}$$

(3)　民間付加価値バランス：

$$(rK_p + W) + r_g K_g = Y_p \tag{5.4}$$

(4)　個人所得バランス：

$$(x_r r A_p + x_w W) + (1 - x_r) r A_p + (1 - x_w) W = (rK_p + W) + rD \tag{5.5}$$

（ただし，$A_p = K_p + D$ である）

(5)　民間部門可処分所得・消費バランス：

$$C_p + x_c C_E + \overline{S}_p = (1 - x_r) r A_p + (1 - x_w) W \tag{5.6}$$

(6)　公共部門可処分所得・消費バランス：

$$C_g + rD + S_g = \alpha K_g + r_g K_g + (x_r r A_p + x_w W) + x_c C_E + x_s \overline{S}_p \tag{5.7}$$

(7)　民間部門貯蓄税バランス：

$$x_s \overline{S}_p + S_p = \overline{S}_p \tag{5.8}$$

(8)　民間部門資本形成バランス：

$$\dot{K}_p + \dot{D} = S_p \quad (\dot{D} = B) \tag{5.9}$$

(9)　公共部門資本形成バランス：

$$\dot{K}_g = \dot{D} + S_g \tag{5.10}$$

表5－3　社 会 会 計 マ ト リ ッ ク ス

			1	2	3	4	5	6	7	8	9
生産	民間生産	1					C_p			$\dot{K}_p$	$\dot{K}_g$
	公共サービス	2						C_g			
消費	民間部門付加価値	3	Y_p								
	個人所得	4			rK_p+W			rD			
	民間部門可処分所得・消費	5				$(1-x_w)W+(1-x_r)rA_p$					
	公共部門可処分所得・消費	6		αK_g	$r_g k_g$	$x_r r A_p + x_w W$	$x_c C_E$		$x_s \overline{S}_p$		
蓄積	民間部門貯蓄税	7					S_p				
	民間部門資本形成	8							S_p		
	公共部門資本形成	9						S_g		$\dot{D}$	

以上の9つの会計的恒等式のほとんどのものは，とくに説明の要がないが，(5.6) と (5.7) に含まれる項目について一言しよう。消費税は，しばしば販売額の一定割合として表示されることから，それは，$x_c C_E$ に等しい。したがって，

$$C_E = C_p + x_c C_E$$

または，

$$C_E = C_p/(1-x_c) = x'_c C_p$$

$$(x'_c = 1/(1-x_c)) \qquad (5.11)$$

である。(5.11) によって，(5.6) と (5.7) の C_E は，ただちに消去される。また，(5.3) から (5.7) の両辺の第1項は，たがいに等しい。これは，公共サービスが公共部門によって最終生産物として帰属的に買いとられるという社会会計的な考え方をあらわすものである。最後に，(5.2) から (5.10) の9式において，同一項目が収入側と支出側に1度ずつ現われていることから，これらの式のうち任意の1つは従属的であることがわかる。

6. 政策手段，所得分配，および固定的貯蓄率

前節で示した係数あるいは割合のうち，いくつかのものは，公共的政策手段として利用される変数である。それらは，次の6つである。

$0 \leqq x_r$（利子所得税率）$\leqq 1$

$0 \leqq x_w$（賃金所得税率）$\leqq 1$

x_c（消費税率）< 1

$0 \leqq x_s$（貯蓄税率）< 1

$-\infty < B$（公債発行量）$< +\infty$

$A_p(0) - K(0) \leqq D(0) \leqq A_p(0)$

これらの手段変数の変域について注意すべき点は，x_c が負値をとりうることである。これは，民間部門にたいして補助金が与えられる場合を考慮することにもとづいている。他の税率については，ここでは非負値をとるべきものとする。ただし，後の議論で可制御性を具体的に考えるさいには，必ずしもつねにこれらが非負値をとらないことが予測される。また，Bは，公債発行の手段によって K_p と K_g を再配分するための手段変数である。Bそれ自身の値には，とくに制限は課されないが，K_p, K_g が非負でなければならないことはいうまでもない。初期値：$K(0)$, $A_p(0)$, および $A_g(0)$ が所与であるから，表5－1と表5－2からわかるように，初期における資本の配分を定めるのは $D(0)$ の大きさである。$D(0) = A_p(0) - K(0) (<0)$ ならば，初期資本は，すべて民間部門によって保有されており，また $D(0) = A_p(0)$ であれば，逆にすべての初期資本は公共部門の手中にあることがわかる。

(5.2)〜(5.10) に示される関係式を整理すれば，K_p と K_g の運動方程式に類似した関係式が導びかれる。すなわち，(5.3)，(5.6)，(5.7)，および (5.8) をもちいて，$\mathcal{S}_p$, $\mathcal{S}_p$, $\mathcal{S}_g$, および C_g を消去すれば，(5.9) と (5.10) はそれぞれ，

$$\dot{K}_p = (1-x_s)\{(1-x_r)rA_p + (1-x_w)W - C_E\} - \dot{D} \qquad (6.1)$$

$$\dot{K}_g = r_g K_g + \{x_s(1-x_r) + x_r\}rA_p + \{x_s(1-x_w) + x_w\}W + x_c(1-x_s)C_E - x_s C_p - rD + \dot{D} \qquad (6.2)$$

と書かれる。これらの関係は，前節の表5－1から，$K_p + D = A_p$ であることと (5.11) を考慮して，

$$\dot{K}_p = (1-x_s)\{1-x_r)r(K_p + D) + (1-x_w)W - x'_c C_p\} - B \qquad (6.3)$$

$$\dot{K}_g = r_g K_g + \{x_s(1-x_r) + x_r\}r(K_p + D) + \{x_s(1-x_w) + x_w\}W + \{(1-x_s)x'_c - 1\}C_p - rD + B \qquad (6.4)$$

と書きなおされる。ただし，$B = \dot{D}$ である。

次に，生産要素への所得の分配にかんするいくつかの前提について述べよう。公共資本 K_g は，一方で公共サービスを生み出すための投入として解釈される。K_g は，この用途によって

αK_g だけの帰属報酬を公共部門にたいしてもたらすことは，(5.7) のバランス式に示すとおりである。ところで，K_g のもう1つの用途である，民間生産プロセスへの投入からえられる報酬についてはどのように考えるべきであろうか，この報酬は，事実上は無料であることが多いであろう。それは，たとえ有料であっても，そのコストを償うのに十分なものではなく，名目的な受益者負担にとどまることが多い[10]。したがって，公共資本利子 r_g は，むしろ外生的に与えられる定数であると考える方が現実的である。すなわち r_g は，K_g の限界生産物をこえない数として与えられるとしてよい。K_g の限界生産物を $F_g(\equiv\partial F/\partial K_g)$ と書けば，

$$0\leqq r_g\leqq F_g \tag{6.5}$$

である。一方，K_p は，正当な分け前としてその限界生産物 $F_p(\equiv\partial F/\partial K_p)$ と K_p の積に等しいものを要求すると考えられる。すなわち，

$$r=F_p>0 \tag{6.6}$$

となる。すでに述べた，生産関数の1次同次の性質から，民間生産物 Y_p は，K_p, K_g, および L にたいして残りなく分配される可能性がある。しかし現実には，(6.5) の前提から実質賃金総額 W は，民間資本 K_p と公共資本 K_g に与えられない Y_p の残余部分として定められる。そこで，

$$W=F(K_p,\ K_g,\ L)-F_pK_p \\ -r_gK_g(\geqq F_LL>0) \tag{6.7}$$

と書くことができる。

ここで，貯蓄率を一定値とするという前提を導入しよう。この前提の含意は，消費者の貯蓄行動（消費行動といっても同じである）そのものを，なんらかの定式化された最適化原理にしたがうものとしては考えないということにほかならない。つまりここでは，経験的にえられた命題としての，あるいはケインズ的所得分析で多用される近似的処理法としての固定的貯蓄率を採用するのである[11]。いま，民間可処分所得を Y_d，貯蓄率を s で示せば，

$$Y_d=(1-x_r)F_p(K+D)+(1-x_w)W \tag{6.8}$$

$$\overline{S}_p=sY_d\quad(0<s<1) \tag{6.9}$$

と書かれる。ところで，(5.6)，(5.11) から，

$$Y_d=C_E+\overline{S}_p$$

であり，したがって (6.9) も考慮すれば，

$$C_p=\frac{1-s}{x'_c}Y_d \tag{6.10}$$

となる，(6.8) から結局，

$$C_p=\frac{1-s}{x'_c}\{(1-x_r)F_p(K_p+D) \\ +(1-x_w)W\} \tag{6.11}$$

が成立する。

10) 具体的にいえば，これに含まれるものとしては，民間の生産活動に利用される公有地や公有施設（道路，港湾，公園など）の使用料や入場料をあげることができる。営業のための許認可手数料や免許手数料もこの例である。

11) もし，消費者の貯蓄行動を理論的に解釈するとすれば，個人は，その将来賃金を資本化した人身資産と既存家計資産の合計からえられる消費の与える効用総計を最大にするように，時間 t における貯蓄率を定めることになるであろう。

7．資本配分問題の定式化

第4節で示した「分権的経済における最適資本配分問題」にそくして述べるならば，(6.3) と (6.4) は，それぞれ (4.8) と (4.9) の特殊なかたちである。そして，$\dot{D}=B$ の関係から，

$$D=\int_0^t Bdt+D(0)$$

であることを考慮し，さらに (6.7) と (6.11) に注意すれば，(6.3) と (6.4) は，K_p, K_g を状態変数とし，前節の初めにあげた6つの制御変数を含む，自律系の連立微分方程式を形成す

ることがわかる。

このことに注意して資本配分問題を定式化してみよう。そのためには変数変換をおこない，モデルの変数を規準化するのが便利である，必要となる変換式は，次のように書かれる。

$$\left.\begin{aligned}
&y_p=Y_pe^{-\pi t},\\
&k=Ke^{-\pi t},\\
&k_p=K_pe^{-\pi t},\\
&k_g=K_ge^{-\pi t},\\
&c_p=C_pe^{-\pi t}=P\tilde{c}_pe^{-\pi t}\\
&\quad=P(0)\tilde{c}_p,\quad (P=P(0)e^{\pi t})\\
&c_g=C_ge^{-\pi t}=P\tilde{c}_ge^{-\pi t}=P(0)\tilde{c}_g\\
&\quad=\alpha k_g,\quad (\therefore \alpha K_g=C_g)\\
&d=De^{-\pi t},\\
&b=Be^{-\pi t},\\
&w=We^{\pi t}.
\end{aligned}\right\}\quad (7.1)$$

生産関数の1次同次性から，

$$y_p=F(k_p,\ k_g,\ L(0))=f(k_p,\ k_g)\quad (7.2)$$

となり，2変数の関数fをあたらしく定義することができる。f は，k_p, k_g について単調増加であり，かつ狭義凹性をもつことが容易にわかる。他方，最適性基準における被積分関数としての効用関数にかんする変数変換は，関数Uの $(1-\sigma)$ 次同次性に注意すれば，次のように示される。

$$\begin{aligned}
&e^{-\rho t}PU(\tilde{c}_p,\ \tilde{c}_g)\\
&=e^{-\rho t}P(0)e^{\pi t}U(c_p/P(0),\ c_g/P(0))\\
&=P(0)^{\sigma}e^{-(\rho-\pi)t}U(c_p,\ c_g).
\end{aligned}\quad (7.3)$$

結局，ここで定式化された分権的経済における資本配分問題は，(7.1)，(7.2)，および (7.3) の変数変換によって，次のように述べることができる。

「与えられた資本kの初期値から出発し，(7.4) から (7.10) までの関係を満足する，$k_p\geqq 0$，$k_g\geqq 0$, $c_p>0$, $c_g\geqq 0$ の時間 $t(\geqq 0)$ における経路のうち，最適なものを決定するような制御変数：$0\leqq x_r\leqq 1$, $0\leqq x_w\leqq 1$, $x_c<1$, $0\leqq x_s<1$，$-\infty<b<+\infty$，および $A_p(0)-K(0)\leqq d(0)\leqq A_p(0)$ の大きさを求めること，ただし，資本配分計画 $(k_p^1,\ k_g^1)$，あるいはそれによってもたらされる消費計画 $(c_p^1,\ c_g^1)$ が最適であるとは，任意の実行可能な消費計画 $(c_p,\ c_g)$ にたいして，

$$\lim_{N\to\infty}\ \inf_{n>N}\int_0^n e^{-(\rho-\pi)t}\{U(c_p^1,\ c_g^1)-U(c_p,\ c_g)\}dt\geqq 0$$

が成立することである。

$$\dot{k}_p=(1-x_s)\{(1-x_r)f_p(k_p+d)+(1-x_w)w-x'_cc_p\}-\pi k_p-b\quad (7.4)$$

$$\begin{aligned}\dot{k}_g=&r_gk_g+\{x_s(1-x_r)+x_r\}f_p(k_p+d)\\&+\{x_s(1-x_w)+x_w\}w\\&+\{(1-x_s)x'_c-1\}c_p-\pi k_g-f_pd+b\end{aligned}\quad (7.5)$$

$$\dot{d}=-\pi d+b\quad (7.6)$$

$$c_p=\frac{1-s}{x'_c}\{(1-x_r)f_p(k_p+d)+(1-x_w)w\}\quad (7.7)$$

$$w=y_p-f_pk_p-r_gk_g\quad (7.8)$$

$$y_p=f(k_p,\ k_g)\quad (7.9)$$

$$c_g=\alpha k_g\quad (7.10)$$

ただし，$f_p\equiv\partial f/\partial k_p$, $f_g\equiv\partial f/\partial k_g$ である[12]。」

12) ここで，$y_p=\dot{k}_p+\dot{k}_g+\pi(k_p+k_g)+c_p$ という関係は基本的なものであるが，これは，(7.4) と (7.5) を加え，(7.8) を考慮すれば導びかれる。

8．単一制御手段（単一税率）と次善計画

前節で示した分権的経済の資本配分モデルには，6つの政策手段が含まれていた。これらの手段変数を利用すれば，公共的最適計画が実行可能になるかどうか，いいかえれば，公共的最

適計画が制御可能になるかどうか，を検討しなければならない。その手始めに制御手段をただ1つに限定し，モデルを単純化することによって，この問題を分析してみる。いま，分配される所得にたいして，単一の税率が適用され，公共部門は過去においても，また将来も公債発行をおこなわないものとする。しかも，消費税，貯蓄税は存在しないと考えよう。これは，$x_r=x_w=x(<1)$，$x_c=x_s=b=d(0)=0$（したがって $x'_c=1$）という極端に単純化された場合である。さらに，公共部門によって課される K_g の賃貸料率 r_g（＝定数）がゼロであるとする。これらの前提のもとでは，前節の（7.4）から（7.8）までの式は，

$$\dot{k}_p=(1-x)sy_p-\pi k_p \tag{8.1}$$

$$\dot{k}_g=xy_p-\pi k_g \tag{8.2}$$

とまとめることができる。ここで x は，賃金所得と利子所得への税率を等置した値である。

（8.1）と（8.2）は，前節の（7.9）を合わせ考えるとき，k_p と k_g の可能なすべての経路を規定しており，しかもこの前提のもとでは，$c_p=(1-s)(1-x)f(k_p, k_g)$，$c_g=\alpha k_g$ である。4節の記号を使えば，与えられた初期値 $k_p(0)$ と $k_g(0)$ にたいして，Z_d は，（8.1）と（8.2）によって定まる。しかしこの Z_d は，一般的には公共的最適計画を含んでいないことがわかる。その理由は，次のとおりである。（8.1）と（8.2）の均衡点は，

$$\left.\begin{aligned}(1-x^*)sy_p^*-\pi k_p^*=0\\ x^*y_p^*-\pi k_g^*=0\end{aligned}\right\} \tag{8.3}$$

で与えられる k_p^*，k_g^*，および y_p^* である。これら2式から，

$$\frac{y_p^*}{k_p^*+k_g^*}=\frac{\pi}{s(1-x^*)+x^*}$$

となり，これは，均衡点において資本係数が，ある特定数に等しくなることを述べている。他方，初期値を同じくする公共的最適計画は，一意的な均衡点に収束することが知られており，均衡におけるその資本係数は，時間割引率 ρ に依存する。しかるに，上式の資本係数は ρ を含んでいないことから，（8.3）の均衡点が公共的最適計画のそれとは異なるものであることがわかる。

この単一税率をもちいる資本配分モデルが，一般的に集権的立案者の手になる公共的最適計画を含んでいない以上，次にわれわれは，この制約条件下で最善の計画を求めねばならないことになる。この最善の計画が，4節で述べた次善計画にほかならない。次善計画が存在する場合，それが満足しなければならない必要・十分条件は，どのようなものであろうか，ポントリャーギンの最大値原理の手法をもちいながら，これを説明しよう。

現行価値ハミルトニアン（current value Hamiltonian）を H で示せば，

$$\begin{aligned}H&=H(k_p,\ k_g,\ x,\ p_p,\ p_g)\\ &=U(c_p,\ c_g)+p_p\{(1-x)sy_p-\pi k_p\}\\ &\quad+p_g(xy_p-\pi k_g)\end{aligned} \tag{8.4}$$

となる[13]。ここで，p_p と p_g は補助変数である。制御変数は x だけであり，他の変数をパラメーターとするとき，x にかんする H の最大性条件は，

$$\frac{\partial H}{\partial x}=\{p_g-(1-s)Uc_p-p_ps\}y_p=0 \tag{8.5}$$

である。U の狭義凹性から，H は，x について狭義凹性をもつ。また，$k_p>0$，$k_g>0$ ならば，$y_p>0$ であるから，$\partial H/\partial x=0$ となる $0<x<1$ が一意的に存在するかどうかは，（8.5）の右辺の｛　｝のなかが，一意的にゼロになるか否かによって定まる。Uc_p は，x の増加関数であ

り，Uの性質（3節）から，$x\to1$ のとき，$Uc_p\to\infty$ となる。しかし，$x\to0$ のとき，

$$Uc_p\leqq\frac{1}{1-s}(p_g-p_ps)$$

となるかどうかは，あきらかでない。ここでは，「次善解」の存在を前提することから，(8.5) が $0<x<1$ なるある x について成立すると考えねばならない[14)]。この最大値条件（補助変数についての後記の条件も含めて）が，最適性の必要条件であるだけでなく，同時に十分条件でもあるためには，Hの最大値 H^0 が，状態変数 k_p, k_g にかんして狭義凹性をもてばよい。(8.5) で一意に定まる x の値 x^0 とすれば，それは，

$$x^0=x^0(k_p,\ k_g,\ p_p,\ p_g)$$

と書かれる。ここでたしかめるべきことは，

$$H^0=\max_x H=H(k_p,\ k_g,\ p_p,\ p_g,\ x^0)$$

が，k_p, k_g について狭義に凹であるという性質であり，そのことは，Uとfの狭義凹性とx^0の性質から容易にたしかめることができる[15)]。

さらに，補助変数 p_p および p_g がしたがうべき微分方程式は，

$$\dot{p}_p=(\rho-\pi)p_p-\frac{\partial H}{\partial k_p} \tag{8.6}$$

$$\dot{p}_g=(\rho-\pi)p_g-\frac{\partial H}{\partial k_g} \tag{8.7}$$

と書くことができる。(8.5) から，$(1-s)Uc_p=p_g-p_ps$ であることと，$c_p=(1-s)(1-x)y_p$, $c_g=\alpha k_g$ という定義的関係に注意すれば，(8.6) と (8.7) は，それぞれ，

$$\dot{p}_p=\rho p_p-p_gf_p \tag{8.8}$$

$$\dot{p}_g=\rho p_g-p_gf_g-\alpha Uc_g \tag{8.9}$$

となることがわかる。

13) このハミルトニアンは，現行価値であることのほかに，第1項の補助変数が1に等しくとられているという特徴をもっている。これらの点については，アロー=カーツ〔5〕，pp. 47—9；バーコヴィッツ〔3〕，pp. 157—8を参照。

14) 税率 x が負値をとりうるとすれば，最適解が存在する可能性はますであろうが，この税率の経済的定義から逸脱することになる。$x<o$ の場合は，補助金率とよびかえねばならない。

15) この証明法については，アロー=カーツ〔5〕，p. 133 をみよ。

9．$Uc_g\equiv0$ の場合の均衡の存在性と一意性

均衡解の存在

単一税率が適用される場合の資本配分における均衡解は，前節の4つの微分方程式 (8.1)，(8.2)，(8.8)，および (8.9) を，それぞれゼロとおいた式と (8.5) が成立するように定まる。これらの関係を列挙すれば，

$$s(1-x^*)y_p^*=\pi k_p^* \tag{9.1}$$

$$x^*y_p^*=\pi k_g^* \tag{9.2}$$

$$\rho p_p^*=p_g^*f_p^* \tag{9.3}$$

$$\rho p_g^*=p_g^*f_g^*+\alpha U\overset{*}{c}_g \tag{9.4}$$

$$(1-s)U\overset{*}{c}_p=p_g^*-sp_p^* \tag{9.5}$$

$$c_p^*=(1-s)(1-x^*)y_p^* \tag{9.6}$$

$$y_p^*=f(k_p^*,\ k_g^*) \tag{9.7}$$

となる。ここで，最後の2式は，周知の関係式である。また，すべての変量にアステリスク (*) がつけられているのは，いうまでもなく，これが均衡値であることを示すものである。

均衡解の存在性にかんしてある程度まで考察をすすめるための便宜から，$Uc_g\equiv0$ という仮定を設けることにしよう。このことは，効用の大きさが，提供される公共サービスの量に全く無関係であることを意味する。以下では，この仮定のもとで (9.1)〜(9.7) のシステムが，$k_p^*>0$, $k_g^*>0$ なる解をもつための十分条件を検討することにしよう。

（命題 9.1） $Uc_g \equiv 0$ であるとする。このとき (9.1)～(9.7) を満す均衡解：$k_p^* > 0$, $k_g^* > 0$, $p_p^* > 0$, $p_g^* > 0$, および $0 < x^* < 1$ が存在するためには，次の (i) から (iv) までが成立することが十分である。

(i)　任意の $k_p > 0$ にたいして，極限の意味で，

$$f_g(k_p,\ 0) = \infty,\ f_g(k_p,\ \infty) = 0.$$

(ii)　任意の $\varepsilon > 0$ にたいして，$M > 0$ が存在して，$k_p + k_g > M$ なるすべての $k_p > 0$, $k_g > 0$ について

$$\frac{f(k_p,\ k_g)}{k_p + k_g} < \varepsilon$$

となる。

(iii)　$\rho > \pi$.

(iv)　$f_g(k_p,\ k_g) = \rho$ を満足する任意の点列 $\{(k_p^\nu,\ k_g^\nu)\}(\nu = 1, 2, \cdots)$ について，$k_p^\nu \to 0$ なるとき，次の (a), (b) のいずれかが成立する。

(a)　$\underline{\lim}_{\nu \to \infty} k_g^\nu > m > 0$（$m$は定数）

(b)　$\underline{\lim}_{\nu \to \infty} k_g^\nu = 0$ かつ

$$\underline{\lim}_{\nu \to \infty} f_p(k_p^\nu,\ k_g^\nu) > \frac{\pi}{s}.$$

（証明）この証明を3段階にわけて記す[16]。

(1)　任意の $k_p > 0$ にたいして，$f_g(k_p,\ k_g) = \rho (> 0)$ を満足する k_g は，(i) から一意的に定まる。これによって定義される関数を，$k_g = \hat{k}_g(k_p)$ $(0 \leqq k_p) < \infty)$ と書く。そのとき，

$$\overline{\lim_{k_p \to 0}}[\{\pi - sf_p(k_p, \hat{k}_g(k_p))\}(k_p/\hat{k}_g(k_p))] \leqq 0 \tag{9.8}$$

が成立する。その理由は，次のとおりである。

$k_p \to 0$ のとき，(iv) の (a) が成立していれば，$k_p/\hat{k}_g(k_p) \to 0$ であるから，(9.8) が成立する。(iv) の (b) が成り立っていれば，

$$\pi - s \underline{\lim}_{k_p \to 0} f_p(k_p,\ \hat{k}_g(k_p)) < 0$$

であり，これを書き改めれば，

$$\overline{\lim_{k_p \to 0}} \{\pi - sf_p(k^p,\ \hat{k}_g(k_p))\} < 0 \tag{9.9}$$

となる。$k_p/\hat{k}_g(k_p) > 0$ $(k_p > 0)$ は，あきらかであるから，いずれにしても (9.8) が成立することがわかる。

(2)　条件 (ii) に注意すれば，k_p が十分大であるとき，$\pi > \varepsilon > 0$ なる ε にたいして，

$$\frac{f(k_p,\ \hat{k}_g(k_p))}{k_p + s\hat{k}_g(k_p)} < \frac{f(k_p,\ \hat{k}_g(k_p))}{s(k_p + \hat{k}_g(k_p))} < \frac{\varepsilon}{s} < \frac{\pi}{s} \tag{9.10}$$

がつねに成立する。また，条件 (iii) と (9.8) から，十分小さいある $k_p > 0$ について，

$$s(\rho - \pi) \geqq \{\pi - sf_p(k_p, \hat{k}_g)\}(k_p/\hat{k}_g) \tag{9.11}$$

となる。一方，f の狭義凹性から，

$$0 \leqq f(0,\ 0) < f(k_p, \hat{k}_g) + f_p(k_p, \hat{k}_g)(-k_p) + f_g(k_p,\ \hat{k}_g)(-\hat{k}_g)$$

が成立し，これは，書きなおせば，

$$f(k_p,\ \hat{k}_g) > f_p(k_p,\ \hat{k}_g)k_p + \rho\hat{k}_g \tag{9.12}$$

となる。これを (9.11) と結合し，$f_p(k_p,\ \hat{k}_g)$ を消去するならば，

$$\frac{f(k_p,\ \hat{k}_g)}{k_p + s\hat{k}_g} \geqq \frac{\pi}{s} \tag{9.13}$$

がある十分小さい k_p について成立することがわかる。(9.10) と (9.13) から，

$$sf(k_p,\ \hat{k}_g(k_p)) = \pi(k_p + s\hat{k}_g(k_p)) \tag{9.14}$$

は，$k_p^* > 0$ なる解をもつことがわかる。

(3)　上でえられた $k_p^* > 0$ にたいして，$k_g^* = \hat{k}_g(k_p^*)$ から $k_g^* > 0$ が求められる。この k_p^* と k_g^* は，$U\overset{*}{c}_g \equiv 0$ のときの (9.4) を満足する。(9.14)，(9.2)から (9.1) が成立し，しかも，$0 < x^* < 1$ であることがわかる。次に，(9.3) と (9.5) から，$p_p^* (> 0)$，$p_g^* (> 0)$ が計算されることになる[17]。　　$(q.e.d.)$

均衡解の一意性

次善計画における均衡解が，一意的であるかどうかということを検討しよう。この一意性は，次の関数：

$$E=E(k_p)\equiv\frac{f(k_p,\ \hat{k}_g(k_p))}{k_p+s\hat{k}_g(k_p)}$$

が，k_p について狭義単調減少であれば保証される。そのためには，$dE/dk_p<0$，すなわち

$$(f_p+f_g\hat{k}'_g)(k_p+s\hat{k}_g)-f(1+s\hat{k}'_g)>0$$

であることがわかればよい。ここで，$\hat{k}'_g\equiv d\hat{k}_g/dk_p$ である。$f_g=\rho$ と (9.12) を代入すれば，この条件は，必要条件でなく，十分条件のかたちで，

$$(sf_p-\rho)(\hat{k}_g-k_p\hat{k}'_g)<0 \qquad (9.15)$$

と整理される。ところで，均衡においては，(9.5) から，

$$p_g^*-sp_p^*>0$$

である。これと (9.3) から，

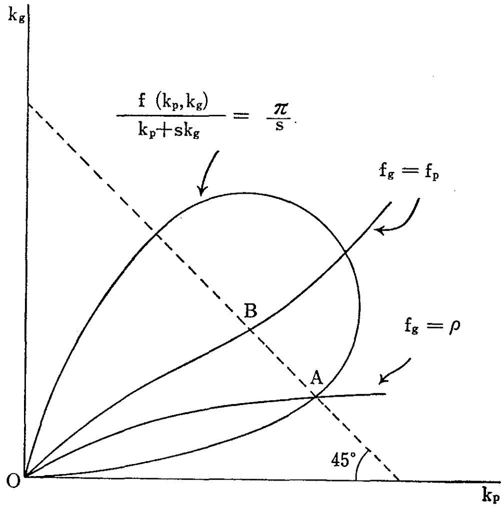
$$sf_p^*-\rho<0 \quad (p_g^*>0)$$

が知られる。均衡において (9.15) が成立するための条件は，$\hat{k}_g^*-k_p^*\hat{k}'^*_g>0$ であるが，これは $\hat{k}'^*_g=-(f_{gp}^*/f_{gg}^*)$ と $f_{gg}^*<0$ に注意して，

$$f_{gg}(k_p^*,\ \hat{k}_g^*)\hat{k}_g^*+f_{gp}(k_p^*,\ \hat{k}_g^*)k_p^*<0$$

となることがわかる。関数Eが均衡点で右下がりでありさえすれば，$E(k_p)=\pi/s$ は，ただ1つの根をもち，均衡は，一意的である。

均衡点が一意的に定まる場合の資本配分を図示すれば，次図のとおりである。この図では，k_p と k_g が，それぞれ水平軸と垂直軸にとられている。まず，$f(k_p,\ k_g)/(k_p+sk_g)$ が π/s に等しくなる $(k_p,\ k_g)$ の軌跡をあらわす曲線がえがかれる[18]。この曲線と $f_g=\rho$ を示す曲線とは，ただ1つの点Aで交わる。これが求める均衡資本配分を示す点にほかならない。



ところで，点Aで示される資本配分を，公共的最適資本配分と比較するならば，両者は，どのように異なるであろうか。仮定によって $Uc_g=0$ であることを考えれば，集権的最適化のもとでの資本配分計画は，$f_g=f_p$ の条件に支配されることが知られている[19]。この図で，$k_p+k_g=\mathrm{const.}$ の直線と $f_g=f_p$ の曲線との交点をBとすれば，これが点Aと同一でないかぎり，分権的計画のもとでの次善政策による均衡資本構成は，公共的最適資本配分の均衡状態とは別のものであるといわねばならない。2点A，Bが，この図のような位置関係にあるとすれば，あきらかにAにおいては，$f_g^*=\rho>f_p^*$ である。このことは，(9.3) から $p_g^*>p_p^*$ を意味し，次善均衡においては，公共資本の潜在価格 p_g^* は，民間資本のそれをこえることになる。いいかえれば，均衡における民間資本の限界生産物は，公共資本のそれよりも小である。

均衡点Aの安定性と，その位置への，資本蓄積経路の収束性についての立入った議論は困難であるため，とくにふれないことにする。ただ，この問題についてのよりすすんだ分析の目標が，どのような点におかれるべきであるかについて一言しよう。問題の要点は，(1) $t=0$ に

おいて与えられる，$k_p(0)>0$，$k_g(0)>0$ がどのような大きさのものであれ，そこから点Aに到達することが可能であるか否か，(2) それが可能であるとすれば，制御変数 $x(t)$ $(t\geqq 0)$ はどのように定められるか，ということである。そのためには，(8.1)，(8.2)，(8.8)，(8.9)，および (8.5) から k_p, k_g, p_p, および $p_g(t\geqq 0)$ の解を導びき，その均衡点への収束条件を求めることが必要である。その収束条件を満す p_p, p_g の初期値 $p_p(0)$，$p_g(0)$ が，与えられた $k_p(0)$，$k_g(0)$ にたいして存在するかどうか，がたしかめられねばならない。

16) この命題とその証明法は，アロー=カーツ〔5〕，pp. 135—6を修正したものである。

17) 補助変数の均衡値 p_p^*, p_g^* がプラスであることは，それらが，k_p, k_g の潜在価格の均衡値として定義されていることからわかる。(アロー=カーツ〔5〕，pp. 45—8を参照)

18) 18)$f(k_p,\ k_g)/(k_p+sk_g)\geqq\pi/s(k_p\geqq 0,\ k_g\geqq 0)$ を満足する点の集合は凸である。このことは，fの狭義凹性をもちいて証明することができる。

19) この場合は，民間資本 k_p と公共資本 k_g の実質的区別は消失し，集権的機構のものでは，両者の限界生産物は等しくならねばならない。

10. 制御方法の型とその分類

制御可能と制御不能

利用可能な政策的制御手段（本稿では，4種の税率，公債行量，および初期公債残高）の操作をつうじて公共的最適計画が実行できるか否かによって，公共的最適計画が制御可能あるいは制御不能であるという。これを4節の言葉で述べれば，集合 Z_d が公共的最適計画を含むとき最適計画が制御可能である，ということになる。しかし，Z_d が最適計画を含むか否かを直接たしかめることは，一般的には困難であろう。したがってわれわれは，公共的最適計画が制御可能であるための十分条件を検討することをもって満足しなければならない。そして，その十分条件とは，この場合 $Z_d=Z_c$ を確認することにほかならない。$Z_d=Z_c$ であることがわかれば，公共的最適資本配分計画は，すでに求めた種類の「次善計画」と同一であることが判明するのである。本節でわれわれは，任意の実行可能計画が制御可能になるような制御変数の組合せを発見することに努めるであろう。

8節で示したように，公共部門が公債発行をおこなわず，しかも単一の所得税率のみを操作しうるにすぎないような分権的モデルにおいては，制御可能性は認められない。ここで，制御変数を複数個に増せば，制御可能性がえられるかもしれない。

「公共部門が公債発行をおこなわない（これは，$b=d(0)=0$，したがって $d=0$ ということである）にもかかわらず，単一の所得税率 $x(=x_r=x_w)$ のほかに，消費税率 x_c をも操作しうるものとしよう。(7.4)，(7.5)，(7.6)，(7.7)，および(7.8)において，$r_g=x_s=b=d=0$ とすれば，$\dot{k}_p$, $\dot{k}_g$, および c_p は，それぞれ，

$$\dot{k}_p=(1-x)sy_p-\pi k_p \tag{10.1}$$

$$\dot{k}_g=xy_p+x_c(1-s)(1-x)y_p-\pi k_g \tag{10.2}$$

$$c_p=(1-x_c)(1-s)(1-x)y_p \tag{10.3}$$

と書かれる。ただし，$x_c=(x'_c-1)/x'_c$ である。ところで，任意の実行可能経路上では，それが最適であるか否かにかかわりなく，生産物=消費+投資という定義的関係として，

$$\dot{k}=\dot{k}_p+\dot{k}_g=y_p-c_p-\pi(k_p+k_g) \tag{10.4}$$

が成立している。この事実のために，(10.1)～(10.3) のうち任意の2式が成立するならば，第3の式は自動的に成り立つことがわかる。状態変数とその導関数が連続であるかぎり，制御変数は連続関数となり，前者が一定値に収束す

れば，後者も収束するように定めうるのである。

ところで，ここに示された例は，制御可能な場合であるといえるか。(10.1) から x を定めることができるが，これは必ずしもつねに $x \leqq 1$ の条件を満さない。$x>1$ をゆるすとすれば，(10.3) から，その x に対応する x_c は 1 より大とならざるをえない。なぜならば，(10.3) の両辺は，つねにプラスでなければならないからである。このように考えるとき，制御変数の，与えられた変域：$x<1$, $x_c<1$ では最適計画はつねに制御可能であるとはいえない。

公債発行と均衡予算政策

任意の蓄積経路の制御を可能にするような制御変数の組み合せには，どんな種類のものがあるかを総括的に検討するのにさいして，制御方法の基本的な型について考えておこう。これまでと同様に，公共資本にたいする賃貸料報酬率 r_g は，つねにゼロであるとする[20]。すでに指摘したように，制御変数の変域については，必要に応じて拡大されることが可能であるとする。制御方法の基本的な型を定める基準として 2 つの観点を考慮に入れねばならない。その第 1 は，公債発行による，資本の部門間移転が可能であるか否かということであり，このことは，b を制御変数とするかどうかという区別である。もし，b を制御変数としない（すなわち $b \equiv 0$ とする）のであれば，(7.6) の式からわかるように，公債残高の初期値 $d(0)$ がどのようなものであっても，$t \to \infty$ のとき，$d \to 0$ である。そして，b が制御変数から除かれるときは，制御可能性の度合は減少することもあきらかである。第 2 の観点は，公共セクターが，経常的な意味での収支均等を維持しようとするか否かという区別である。この収支均等は，具体的にいえば，公共セクターがその租税収入によって公債利子を過不足なく賄うということである。これは，公共セクターの貯蓄 S_g がゼロに等しいということと同値である。形式的にみれば (5.10) において，$S_g=0$ ならば，$\dot{k}_g=B$ $(=\dot{D})$ となり，したがって，

$$\dot{k}_g=b-\pi k_g \tag{10.5}$$

となる。

ところで，上に述べた 2 つの分類基準は，相互に独立であるとはいえないことに注意すべきである。財政収支均等政策のもとでは，公共セクターの公債利子負担の原因となるべき公債残高 d と公債発行変数 b が恒等的にゼロであってはならない。事実，すでにみたように，$b=0$ のときは，d はゼロに収束し，(10.5) から，k_g もまたゼロに収束する[21]。また，$S_g=0$ かつ $d(0)=0$（したがって $D(0)=0$）であればどうであろうか。(5.7) の公共部門のバランス式の両辺において，(5.3)に注意して C_g と αK_g を消約すれば，$t=0$ における公共部門の支出側はゼロになり，これはあきらかに矛盾である。これらのことから，$S_g=0$ のときは，$d(0) \neq 0$ かつ $b \neq 0$ でなければならないことがわかる。すなわち，この資本配分モデルでは，成長経路が最適性をもつか否かとはかかわりなく，公共部門の収支均等政策と公債不発行政策とは，決して両立しないのである。この点に注意しながら，制御方法の型を以下の 3 つのタイプに分類し，それぞれについての制御変数の値の定まり方，それによる制御可能性などを検討しよう。ただし，個別のケースについてその都度微分方程式を示すことは煩瑣にすぎるので，問題の要点を記すにとどめる。

（I）公債発行をともなわない不均衡予算政策 ($b=d(0)=0$ かつ $S_g \neq 0$ の場合)

この場合は，すでにみたように単一所得税率 $x(=x_r=x_w)$ のみによる制御は不可能である。しかし，利子所得税率 x_r と賃金所得税率 x_w の2つの所得税率を，それぞれ別個のものとして操作するならば，制御可能になることが示される。すなわち，(7.4)～(7.8) で，$r_g=x_s=b=d(0)=0$，$x'_c=1$ とすれば，

$$\dot{k}_p=\{(1-x_r)f_pk_p+(1-x_w)(y_p-f_pk_p)\}s-\pi k_p,$$

$$\dot{k}_g=x_rf_pk_p+x_w(y_p-f_pk_p)-\pi k_g$$

がえられるが，任意の実行可能経路にたいして，x_r と x_w を解くことがつねに可能である。また，単一所得税率 x と x_c，x_s のいずれか一方を組合わせて利用するときは，つねに制御可能である。x_s と x_c の組合わせ，あるいはそれに x を加えた組合わせによって，任意の実行可能経路が制御できることも容易にわかる。しかし，これらの税率のうち単一のものを採用したのでは，決して制御可能にはならない。たとえば，x_c だけが利用される場合の方程式は，

$$\dot{k}_p=sy_p-\pi k_p,$$

$$\dot{k}_g=(1-s)x_cy_p-\pi k_g,$$

$$c_p=(1-x_c)(1-s)y_p,$$

である。この第2，第3の式を同時に満足する x_c がつねに存在するという保証はない。したがって，任意の経路が制御できるとはいえないのである。

(Ⅱ) 公債発行をともなう不均衡予算政策
($b\neq0$，$d(0)\neq0$ かつ $S_g\neq0$ の場合)

この場合は，b に他のもう1つの制御変数を加えた2つ以上の手段の組合わせを操作すれば，必ず制御可能になる。一例として，$x(=x_r=x_w)$ と b をもちいる場合の方程式を書いてみれば，(7.4)～(7.8) において $r_g=x_s=0$，かつ $x'_c=1(x_c=0)$ とおくことによって，

$$\dot{k}_p=(1-x)s(y_p+f_pd)-\pi k_p-b \tag{10.6}$$

$$\dot{k}_g=x(y_p+f_pd)-\pi k_g+b-f_pd \tag{10.7}$$

$$\dot{d}=-\pi d+b \tag{10.8}$$

$$c_p=(1-x)(1-s)(y_p+f_pd) \tag{10.9}$$

となる。これが，制御可能なケースを構成していることは一見してあきらかである。(10.6) と (10.9) から，

$$b=\frac{s}{1-s}c_p-(\dot{k}_p+\pi k_p)$$

がえられるが，これを (10.8) に代入し，d の動きを検討すれば，どのような結果がえられるであろうか。k_p，c_p が定数値に収束し，$\dot{k}_p$ がゼロに収束するような経路（公共的最適経路は，そのようなものとして確立されている）にたいしては，公債発行残高（の規準化量）d は定数値にちかづく。しかし，d は，どのような制御変数にたいしても収束する傾向をもつわけではない。たとえば，b と x_c だけを操作するときは，d が発散する可能性をもつことがたしかめられるのである[22]。

(Ⅲ) 公債発行をともなう均衡予算政策
($b\neq0$，$d(0)\neq0$ かつ $S_g=0$ の場合)

この場合は，（Ⅱ）よりも制御条件はきびしいから，（Ⅱ）で制約可能であった経路が同一の政策手段のもとで，今度は制御不能になることがあると予想される。(Ⅱ) で示したような，x と b をもちいるケースをふたたびとり上げよう。(10.5) を使えば，(10.7) は，

$$x(y_p+f_pd)-f_pd=0 \tag{10.10}$$

となる。制御可能性が保証されるためには，任意の実行可能経路に対応する x と b の値は，(10.5) と (10.6) を満足しなければならないことはいうまでもない。その x と b が，(10.10) をも満たすことが要求されるわけであるが，このように3式が同時に成立する x と b が存在す

ることは，一般的には期待できないであろう。すなわち，$S_g=0$ という条件件が付加されることによって，（II）でいったん制御可能となった経路はふたたび制御能不の状態にもどると考えられる。

20) r_g がゼロでないとしても，それが定数であるかぎり，本稿でとり扱う制御可能性の問題の結果には影響を与えない。r_g は，考え方によっては制御手段のなかに加えてもよい。しかしこの問題については，ここでは考察しない。

21) 以下の説明においては，$=0$ は，恒等的にゼロであることを示し，$\neq 0$ は，恒等的にはゼロでないことをあらわすものとする。

22) アロー=カーツ〔5〕, pp. 150—1 を参照。

参考文献

〔1〕Tinbergen, J., *On the Theory of Economic Policy*, 1952.

〔2〕Tinbergen, J., *Centralization and Decentralization in Economic Policy*, 1954.

〔3〕Berkovitz, L. D., "Variational Methods in Problems of Control and Programming," *Journal of Mathematical Analysis and Applications 3*, 145—169, 1961.

〔4〕McFadden, D., "The Evaluation of Development Programes," *Review of Economic Studies*, Jan., 1967.

〔5〕Arrow, K. J. and M. Kurz, *Public Investment, the Rate of Return, and Optimal Fiscal Policy*, 1970.

〔6〕Diamond, P. A. and J. A. Mirrlees, " Optimal Taxation and Public Production, I & II," *The American Economic Review*, Vol. LXI, No. 1, No. 2, 1971.

〔7〕Malinvaud, E., *Lectures on Microeconomic Theory*, (Translated by A. Silvey), 1972.