モンテカルロ法によるCFRP 直交積層板のトランス バースクラック進展解析

Onodera, Sota Department of Aerospace Engineering, Tohoku University : Graduate Student

Okabe, Tomonaga Department of Aerospace Engineering, Tohoku University : Professor

Nagumo, Yoshiko Department of Aerospace Engineering, Tohoku University : Assistant Professor

https://hdl.handle.net/2324/4403330

出版情報: Journal of the Japan Society for Composite Materials. 43 (4), pp.124-132, 2017-07-15. The Japan Society for Composite Materials バージョン: 権利関係:

原稿種類:研究論文

題目:モンテカルロ法による CFRP 直交積層板のトラン スバースクラック進展解析

(Prediction of the progression of transverse cracking in carbon fiber-reinforced plastic cross-ply laminates using Monte Carlo method)

氏名および会員資格:

小野寺壮太・学生会員 (Sota ONODERA)^{*1} 南雲佳子・正会員 (Yoshiko NAGUMO)^{*2} 岡部朋永・正会員 (Tomonaga OKABE)^{*3}

勤務先および職名:

*1~*3 東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻(980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-01)
Department of Aerospace Engineering, Tohoku University
*1 大学院生 Graduate Student
*2 助教 Assistant Professor
*3 教授 Professor

連絡先:南雲佳子

〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-01 東北大学大学院 工学研究科 航空宇宙工学専攻 TEL:022-795-6932 FAX:022-795-6983 E-mail:nagumo@plum.mech.tohoku.ac.jp

使用ソフト: Microsoft Word 2016 使用機種: Microsoft Windows 7 Professional

邦文要旨

本論文では、90°層を含む積層板におけるトランスバース クラック挙動のモデル化を行った. トランスバースクラ ックを有する単層板の応力分布を熱残留ひずみの影響を 考慮できるように拡張した応力分布 (RSF) モデルにより 定式化し、定式化した応力分布によりトランスバースク ラック発生に伴うエネルギー解放率を求めた. また, 比 較のために連続体損傷力学(CDM)モデルによるエネルギ 一解放率の定式化も行った. その後,臨界応力およびエ ネルギー解放率に基づく応力クライテリオンおよびエネ ルギークライテリオンを設けてモンテカルロ法によるト ランスバースクラック進展解析を実施し, CFRP 直交積 層板のトランスバースクラック挙動を調べた.その結果, 本 論 文 で 提 案 し た RSF モ デ ル お よ び CDM モ デ ル は , 実 験値を良く表現できることが示された.本論文で提案し た解析モデルは90°層を含む積層板に対して適用が可能 である.

(370 文字/400 字以内)

英文アブストラクト

this study, the prediction of the progression of In transverse cracking in laminates, including 90° plies, was field (RSF) model discussed. A refined stress was formulated that takes into account the thermal residual strain for plies, including transverse cracks, and the energy release rate associated with transverse cracking was calculated using this RSF model. For comparison, the energy release rate based on a continuum damage mechanics (CDM) model was also formulated. Next, the prediction for the progression of transverse cracking in carbon fiberreinforced plastic (CFRP) cross-ply laminates, including 90° plies, based on both stress and energy criteria was implemented using Monte Carlo methods. The results showed that the RSF and CDM models proposed in this experiment results for paper can predict the the relationship between the transverse crack density and ply strain in 90° plies. The models presented in this paper can potentially be applied to any arbitrary laminate that includes 90° plies.

Key words: CFRP, composite laminate, transverse crack, energy release late, Monte Carlo method

モンテカルロ法による CFRP 直交積層板のトランスバ ースクラック進展解析

Prediction of the progression of transverse cracking in carbon fiber-reinforced plastic cross-ply laminates

using Monte Carlo method

小野寺壮太,南雲佳子,岡部朋永

1 諸 言

近年、炭素繊維強化プラスチック(CFRP)を初めとする 繊維強化プラスチックは、優れた比強度と比剛性を有す ることから、特に軽量化が重視される航空・宇宙分野で 実用化されてきている.実用的には、一方向繊維強化プ ラスチックが持つ強い異方性を利用して、これを重ね合 わせて所定の力学特性を有する積層板として用いられる. 積層板には、一方向繊維強化材を荷重方向に対して orお よび 90方向に重ね合わせた直交積層板、±0 に重ね合わせ た斜交積層板、そして面内の弾性特性において等方性を 有する擬似等方積層板などがある.これら種々の積層構 成を有する積層板を実際の構造部材に使用するためには、 詳細な破壊プロセスを知ることが必要不可欠である.繊 維強化複合材料を用いた積層板は、特有の破壊プロセス を有しており、特に最も初期に起こるトランスバースク

ラック(繊維に対して平行方向のき裂)の発生によって 応力の再分布が起こってクラック先端の応力集中が層間 はく離や繊維破断を生じる要因となる.このため、トラ ンスバースクラックの生じた積層板の力学的挙動を把握 することはとても重要である.

トランスバースクラックを有する積層板に対して, 様々な研究がなされている¹⁾⁻²⁹⁾. Paganoら¹⁾は,ある一 定の熱力学的負荷を受けているときにトランスバースク ラックが無制限に伝播する状態(steady-state cracking)を 仮定して定式化した解析モデルにより,積層構成 [0/90n/0] (n=1, 2, 3, 4)の積層板について初期き裂発生応 力を算出し,実験値との比較を行った.彼らの研究によ ると,試験片幅方向に貫通き裂が生成される場合,解析 モデルと実験結果は一致することが示されている.また, 彼らは McCartney^{14,15)}, Dvorak ら¹³⁾のモデルとの比較も 行っている.

Wang ら²⁾は,トランスバースクラックが 90[®]層の潜在欠陥が成長して発生するとして,有限要素法によってトランスバースクラック進展に伴うエネルギー解放率を計算し,有効欠陥長さおよびその間隔の分布を仮定してモンテカルロシミュレーションを行い,応力とトランスバースクラック密度の関係を得た.

Gudmundson と Zang⁷⁾は,トランスバースクラックを有 する複合材料積層板の熱弾性特性を予測する解析モデル

を提案している.彼らのモデルでは、トランスバースク ラックによる平均き裂開口変位が等方弾性体のものと近 似できると仮定し、トランスバースクラックが発生した 層のひずみ増分を算出している.また、彼らはこの手法 を古典積層板理論へ組み込んだことによって、任意の積 層構成を持つ積層板のトランスバースクラック密度と力 学的特性の関係を解析的に予測することができる. Kobayashi ら⁸⁾は、Gudmundson と Zangのモデルを用い てトランスバースクラックのエネルギー解放率を導出し、 擬似等方積層板のトランスバースクラック形成の予測を 行った.Gudmundson と Zangのモデルでは、積層板の各 層内の平均応力分布を計算することができるが、層内の 局所的な応力分布を計算することができない.

Okabe ら¹⁰⁾は,連続体力学的手法を用いて,トランス バースクラックを有する任意の積層構成を有する複合材 料積層板の剛性低下予測モデルをクラック密度の関数と して定式化した.そして,先行研究の実験及び有限要素 解析結果と比較して提案されたモデルが有効であること を示した.Okabe らのモデルでは,Gudmundson と Zang のモデルでは計算できないトランスバースクラックを有 する層内の局所的な応力分布を計算することができる.

本論文では, 90°層を含む積層板におけるトランスバー スクラック挙動のモデル化を行った.まず, トランスバ ースクラックを有する単層板の応力分布を Okabe ら¹⁰⁾

のモデルで熱残留ひずみの影響を考慮できるように拡張 した応力分布(RSF: Refined stress field)モデルにより定 式化した.そして,定式化した応力分布によりトランス バースクラック発生に伴うエネルギー解放率を求めた. また, 比較のために, 連続体損傷力学(CDM: Continuum) damage model) モデルによるエネルギー解放率の定式化 も行った.その後、臨界応力およびエネルギー解放率に 基づく応力クライテリオンおよびエネルギークライテリ オンを設けることにより、定式化した層内の応力分布お よびエネルギー解放率を用いてトランスバースクラック 挙動を調べた、最後に、定式化したモデルを用いて直交 積層板の初期き裂応力およびトランスバースクラック密 度一実ひずみ関係について先行研究の実験および解析結 果 1), 9)と比較して本モデルの有効性を評価した. また, 本論文では直交積層板についての解析結果を示したが、 本 論 文 で 提 案 す る 解 析 は 90°層 を 含 む 積 層 板 に 対 し て 適 用が可能である.

2 力学モデル

2.1 トランスバースクラックを有する単層板の応力分布

トランスバースクラックを有する単層板の応力分布を, Okabeら¹⁰⁾のモデルで熱残留ひずみの影響を考慮できる ように拡張した応力分布(RSF)モデルの定式化について 述べる.モデルを確立する上で Fig.1(a)のようなトラン

スバースクラックを有する単層板を考え, (i) 単層板の 厚さは薄い, (ii) 損傷は主にトランスバースクラックに よるき裂からなる,ことを仮定した.仮定(i)により,単 層 板 の 曲 げ 変 形 は 考 慮 せ ず, 仮 定 (ii)に よ り 層 間 は く 離 に よる損傷を無視した. Fig. 1 (b)は, 両端にトランスバー スクラックを有する単層板内の代表体積要素である.x 軸は厚さ方向, v 軸は繊維垂直方向とする. クラック間 隔を2l, 単層板の厚さをt_{nlv}=2tとする. 代表体積要素(単 層板)は y 方向にトランスバースクラックによる開口変 位量を考慮した実ひずみ Epだけ変形するとする. 仮定と して、トンネル状のクラック表面を有するトランスバー スクラックを考え、トランスバースクラック表面は v 軸 に対して対称であると仮定する.また、隣接する層内に はトランスバースクラックは進展しないものとする. 問 題の対称性により, 0≤x≤t, 0≤y≤lの領域を考えること とする.

Fig. 1 (b)の等方面内(x-y平面)で平面熱ひずみ問題を 考える. x,y方向の変位をそれぞれu,vとする. 熱残留ひず みを考慮した場合, Hooke の法則により等方面内のひず みと応力の関係は次式のようになる.

$$\varepsilon_x^M = \frac{\partial u^M}{\partial x} = \varepsilon_x - \alpha_2 \Delta T = C_1 \sigma_x - C_2 \sigma_y \tag{1}$$

$$\varepsilon_y^M = \frac{\partial v^M}{\partial y} = \varepsilon_y - \alpha_2 \Delta T = C_1 \sigma_y - C_2 \sigma_x \tag{2}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{G_{23}} = \frac{\partial v^M}{\partial x} + \frac{\partial u^M}{\partial y} \approx \frac{\partial v^M}{\partial x}$$
(3)

ここで, 定数*C*₁,*C*₂は

$$C_1 = \frac{1 - \nu_{21}\nu_{12}}{E_2}, C_2 = \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{12}}{E_2}$$
(4)

とおいた. σ_x, σ_y はそれぞれ x,y方向の応力, $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ はそれぞれ 熱ひずみの影響を含む x,y方向のひずみ, $\varepsilon_x^M, \varepsilon_y^M$ および u^M, v^M はそれぞれ熱ひずみの影響を含まない機械ひずみおよび 変位, σ_{xy} はせん断応力, γ_{xy} は工学せん断ひずみ, ΔT は応 カフリー温度 T_{sf} から対象としている温度 T間での温度差 ($\Delta T = T - T_{sf}$)である.また, E_1 は長手方向ヤング率, E_2 は横 方向ヤング率, G_{23} は面外せん断弾性係数, α_2 は横方向熱 膨張係数, v_{12} は面内ポアソン比, v_{23} は面外ポアソン比, $v_{21} = E_2 v_{12}/E_1$ であり,添え字 1,2,3は Fig.1(a)で示した 方向である.式(3)において,変位 u^M のy方向勾配は非常に 小さいと仮定した.また,ひずみ $\varepsilon_x^M \ge \varepsilon_y^M$ の間には以下の 関係が成り立つとする.

$$\varepsilon_x^M = a\varepsilon_y^M \tag{5}$$

ここで,aは比例定数であり,平衡方程式を満たすように決定される.式(1),(2),(5)より応力σ_x,σ_yは以下のようになる.

$$\sigma_x = \frac{aC_1 + C_2}{C_1^2 - C_2^2} \frac{\partial v^M}{\partial y} \tag{6}$$

$$\sigma_y = \frac{C_1 + aC_2}{C_1^2 - C_2^2} \frac{\partial v^M}{\partial y} \tag{7}$$

また,式(3)より, σ_{xy} は以下のようになる.

$$\sigma_{\rm xy} = G_{23} \frac{\partial v^M}{\partial x} \tag{8}$$

式(6)-(8)を平衡方程式

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0$$
(9)
$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0$$
(10)

へ代入することにより,比例定数aおよび変位 v^Mに関する ラプラス方程式が得られる.

$$a = -\{C_2 + G_{23}(C_1^2 - C_2^2)\}/C_1 \tag{11}$$

$$\frac{\partial^2 v^M}{\partial x^2} + \lambda^2 \frac{\partial^2 v^M}{\partial y^2} = 0; \lambda = \sqrt{\frac{C_1 + aC_2}{G_{23}(C_1^2 - C_2^2)}}$$
(12)

変位 𝒴 を決定するために, ラプラス方程式(12)の境界条件を以下のように与える.

$$v^M = 0 \text{ on } y = 0$$
 (13)

$$\frac{\partial v^M}{\partial y} = 0 \text{ on } y = l \tag{14}$$

$$\frac{\partial v^M}{\partial x} = 0 \text{ on } x = 0 \tag{15}$$

$$v^{M} = \left\{ \varepsilon_{y}^{p} + (\alpha_{c} - \alpha_{2}) \Delta T \right\} y \text{ on } x = t$$
 (16)

ここで、 α_c は積層板の0[°]方向の熱膨張係数である.式(13) ではy = 0で変位vはないと仮定している.式(14)は、クラ ック表面(y = l)において応力 $\sigma_y = 0$ と考え、式(7)より定め た.式(15)は、単層板の中心線上(x = 0)でせん断変形が生 じない($\sigma_{xy} = 0$)と仮定して、式(8)より定めた.また、層界 面での変位分布を与える式(16)は既存の研究例²⁵⁾に従い、 トランスバースクラックに関係なく隣接する層は実ひず み ε_y^p と熱残留ひずみ($\alpha_c - \alpha_2$) ΔT で一様に変形していると考 えた.上記のように境界条件を与えて変数分離法を用い ると、境界条件(13)-(16)を満たすラプラス方程式(12)の 解 v^Mは以下のように書くことができる.

$$v^{M} = \frac{8l}{\pi^{2}} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^{2}} \frac{\cosh\left[(2n-1)\pi\lambda x/(2l)\right]}{\cosh\left[(2n-1)\pi\lambda t/(2l)\right]} \sin\left[\frac{(2n-1)\pi y}{2l}\right] \right) (\varepsilon_{y}^{p} + \varepsilon_{th})$$
(17)

ここで, $\varepsilon_{th} = (\alpha_c - \alpha_2) \Delta T$ とおいた.上式を式(6)-(8)に代入することで,次式で示される代表体積要素内の応力分布を得る.

$$\sigma_x(x,y) = \frac{4}{\pi} \frac{aC_1 + C_2}{C_1^2 - C_2^2} f(x,y) (\varepsilon_y^p + \varepsilon_{th})$$
(18)

$$\sigma_{y}(x,y) = \frac{4}{\pi} \frac{C_{1} + aC_{2}}{C_{1}^{2} - C_{2}^{2}} f(x,y) (\varepsilon_{y}^{p} + \varepsilon_{th})$$
(19)

$$\sigma_{xy}(x,y) = \frac{4}{\pi} G_{23} \lambda g(x,y) (\varepsilon_y^p + \varepsilon_{th})$$
(20)

ただしf(x,y), g(x,y)は次式のようになる.

$$f(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^2} \frac{\cosh\left[(2n-1)\pi\lambda x/(2l)\right]}{\cosh\left[(2n-1)\pi\lambda t/(2l)\right]} \cos\left[\frac{(2n-1)\pi y}{2l}\right]$$
(21)

$$g(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^2} \frac{\sinh\left[(2n-1)\pi\lambda x/(2l)\right]}{\cosh\left[(2n-1)\pi\lambda t/(2l)\right]} \sin\left[\frac{(2n-1)\pi y}{2l}\right]$$
(22)

2.2 RSF モデルによるエネルギー解放率の定式化

ここでは、90°層におけるトランスバースクラックの発 生を考え、2.1節で Okabe ら¹⁰⁾のモデルに熱残留ひずみ の影響を考慮した応力分布(RSF)モデルを用いてエネル ギー解放率の定式化を行う. Fig. 2 のように、もともと 存在しているクラック間で新しいクラックが進展すると きを考え、エネルギー解放率Gを次のように定義する.

$$G = \frac{U(l) - [U(l_1) + U(l_2)]}{2t}$$
(23)

ここで, U(l)は Fig. 1(b)に示すクラック間隔2lの代表体積

要素が蓄えているひずみエネルギーである. このひずみ エネルギー U(l)は, 次式により表される.

$$U(l) = \frac{1}{2} \int_{V} (\sigma_{x} \varepsilon_{x} + \sigma_{y} \varepsilon_{y} + \sigma_{xy} \gamma_{xy}) dV \qquad (24)$$

ただし,領域Vは Fig. 1 (b)の代表体積要素内部とする. この式に,熱残留ひずみを考慮した Hooke の法則を表す 式(1)-(3),および代表体積要素内の応力分布を表す式 (18)-(20)を代入すると,ひずみエネルギーは以下のよう に表すことができる.

$$U(l) = \int_0^t \left\{ \int_0^l \left(A\{f(x,y)\}^2 \left(\varepsilon_y^p + \varepsilon_{th}\right)^2 + B\{g(x,y)\}^2 \left(\varepsilon_y^p + \varepsilon_{th}\right)^2 + Cf(x,y)(\varepsilon_y^p + \varepsilon_{th}) \right) dy \right\} dx$$

$$(25)$$

ただし, A, B, Cは定数であり,

$$A = \frac{32}{\pi^2} \frac{(1+a^2)C_1 + 2aC_2}{C_1^2 - C_2^2}$$
(26)

$$B = \frac{32}{\pi^2} G_{23} \lambda^2$$
(27)
$$C = \frac{8}{\pi} \alpha_2 \Delta T \frac{1+a}{C_1 - C_2}$$
(28)

である.式(25)-(28)を式(23)に代入することにより,エネ ルギー解放率を計算することができる.ここで,式(25) を解析的に解くのは難しいため,ガウスの数値積分法を 用いて計算を行った.

2.3 CDM モデルによるエネルギー解放率の定式化

次に, RSF モデルにより定式化したエネルギー解放率

との比較のために連続体損傷力学(CDM)モデルによるエネルギー解放率の定式化も行った.CDM モデルを用いると, Fig 1(b)のクラック間隔2lの代表体積要素が蓄えるひずみエネルギーU(l)は次式のように表すことができる.

$$U(l) = \frac{1}{2} \cdot E_2 (1 - d_2(l)) \left(\varepsilon_y^p \right)^2 \cdot 4tl$$
 (29)

ここで、 $d_2(l)$ は Fig. 1(a)で示した 2 方向(繊維垂直方向)の損傷変数である. Okabe ら 10 によると、GudmundsonとZang⁷⁾のモデルにより定式化した損傷変数 d_2 は、次式のように表すことができる.

$$d_2(l) = \frac{\pi}{2} \frac{tE_1(1 - \nu_{12}\nu_{21})}{E_1 - E_2\nu_{12}^2} \frac{1}{l} \sum_{j=1}^{10} \frac{a_j}{(1 + t/l)^j}$$
(30)

ここで, 定数列 ajは Table 1 のように与えられる.以上より, 連続体力学的手法を用いると, 式(29), (30)を式(23) へ代入することによりエネルギー解放率を計算すること ができる.

3 モンテカルロ法によるトランスバースクラック進展 解析手法

臨界応力に基づいた応力クライテリオンおよび臨界エネルギー解放率に基づいたエネルギークライテリオンを用いてトランスバースクラック進展解析を行った.トランスバースクラック進展解析手法について説明する.まず,Fig.3に示すように,長さLの解析領域について90°層をn個の要素に離散化する.ここで,横方向強度は,材料

内に発生する初期欠陥により異なると考えられる. した がって, 各要素 *i* (*i* = 1,2,…,*n*)の強度分布 *R_i*が以下のような Weibull 分布に従うと仮定して,要素 *i*の横方向強度 *F_i*を計 算した.

$$R_i = 1 - e^{-\frac{\Delta L}{L_0} \left(\frac{F_i}{\sigma_0}\right)^m} \tag{31}$$

ここで、 L_0 はゲージ長さ、 ΔL は要素間隔、 σ_0 は横方向引張 強度、mは形状パラメータである. R_i は各要素に擬似乱数 を割り当てることにより決定し、式(31)より各要素の強 度 F_i を計算した. 擬似乱数は Mathematica 9.0³⁰⁾により生 成したものを用いた.また、本研究ではmをフィッティン グパラメータとした. その後、実ひずみ ε_y^p を与えて以下 の応力クライテリオンを満たした要素にマイクロクラッ クが発生すると仮定した.

$$\sigma_{y}(0, y) > F_{i} \tag{32}$$

ここで, $\sigma_y(0, y)$ は式(19)にて与えられた RSF モデルのx = 0における y方向応力 σ_y である.

次に, 実ひずみが εŷのときに発生しているマイクロク ラックのうちーつがトランスバースクラックへ進展する と仮定する. そして, マイクロクラックが発生している 要素のうちでトランスバースクラック進展に伴うエネル ギー解放率が最大となる要素を探し, その要素が以下の エネルギークライテリオンを満たした場合, その要素に 発生しているマイクロクラックがトランスバースクラッ クへ進展するとした. $G > G_c \tag{33}$

ここで, G_cは臨界エネルギー解放率である.また,Gはエ ネルギー解放率であり,RSF モデルにより定式化した式 あるいは CDM モデルにより定式化した式により計算し た.

上記の二つのクライテリオンにより,トランスバース クラック進展解析を行った.Fig.4に解析フローチャー トを示す.

4 結果および考察

4.1 積 層 板 初 期 き 裂 発 生 応 力

トランスバースクラック進展解析を行う前に, 定式化 した力学モデルを用いて積層板の初期き裂発生応力を求 めて Pagano ら¹⁾の実験および解析結果と比較を行った. 積層板の材料は IM7/5250-4 とし,解析に使用した材料物 性値を Table 1 に示す. 積層構成 [0/90 $_n$ /0] (n=1,2,3,4)の 積層板に対して 90[°]層にトランスバースクラックによる 初期き裂が発生するとして解析を行った. なお, ここで はクラック間隔は等間隔 ($l_1 = l_2 = l/2$)であると仮定し, ト ランスバースクラック密度を $\rho=1/l$ と定義した.積層板の 初期き裂発生応力は,以下のような手順で求めた.

(1) 実ひずみ ε^p_yを負荷したときのエネルギー解放率 Gを
 トランスバースクラック密度 ρの関数として計算し,

エネルギー解放率の最大値が臨界エネルギー解放率 G_c となるときのトランスバースクラック密度 ρ_c と実ひずみ $(\varepsilon_v^p)_c$ を求める.

(2) Okabe ら¹⁰が定式化した剛性低下モデルによりク ラック密度ρ_cにおける積層板の有効コンプライアンス **C**を求め、構成則を用いて(ε^p_y)_cのときに積層板0[°]方向に 負荷される応力σ_cを求める.この応力σ_cを積層板初期き 裂発生応力とする.

Fig. 5 に上記の方法で計算した積層板初期き裂発生応力 σ_cと90°層厚さの関係を示す. Pagano ら⁻¹⁾の実験結果に関 しては、トランスバースクラックが試験片幅方向に貫通 したときの実験データを示した. RSF モデルによって計 算された積層板初期き裂応力は、どの解析モデルよりも 大きい値となった.これは、RSF モデルではトランスバ ースクラックが発生している層の界面は境界条件(16)に より一定のひずみとなっており、トランスバースクラッ ク発生による層界面のひずみ分布の変化を考慮していな いからだと考えられる.また、RSF モデルと実験値を比 較すると、90°層の厚さが厚くなるほど、両者の値は近く なった.CDM モデルにより計算した積層板き裂応力につ いては、どのモデルよりも小さい値となった.また、こ れらのモデルの中で RSF モデルは積層板き裂発生応力の 上限値を、CDM モデルは下限値を与えることが確認でき る.

4.2 トランスバースクラック進展解析

ここでは、2章で定式化した力学モデルおよび3章で 述べた方法によりトランスバースクラックの進展解析を 実施し、小林⁹⁾の実験結果との比較を行った.材料は、 T800H/3900-2 および G40-800/5260 を用いた直交積層板 について解析を行った.Table 3 に使用した物性値を示す. ここで、形状パラメータmの値は、小林⁹⁾が実験より取得 した[0/90]。積層板のトランスバースクラック密度一実 ひずみ関係と RSFモデルによる解析結果をフィッティン グすることにより決定し、T800H/3900-2 では 10.5、G40-800/5260 では 7.5 を用いた.また、解析領域の長さLは 50mm とし、要素の数 n は 8000 とした.要素間隔 AL は 解析領域の長さ Lを要素数 n で割ることによって計算し、 AL=6.25×10⁻³mm とした、トランスバースクラック密度 はトランスバースクラックの本数を解析領域の長さLで 割って算出した.

まず, T800H/3900-2 を用いた $[0/90]_s$ 積層板の解析結 果について述べる. Fig. 6 は, RSF モデルにより計算し た実ひずみ ε_y^p =1.08%および 1.2%のときの90°層端面のト ランスバースクラック分布を表している. <u>Fig. 6 (a)では,</u> マイクロクラックは 24 本, トランスバースクラックは 12 本, Fig. 6 (b)ではマイクロクラックは 33 本, トラン

スバースクラックは 28 本であった. Fig. 6 のように, ト ランスバースクラックの位置に不自然な偏りは見られず, 実ひずみが大きくなるにつれクラックがほぼ均一に分布 することを確認した.Fig.7は,3章で述べたモンテカル ロ法により計算したトランスバースクラック密度と実ひ ずみの関係を示したグラフである.また,比較のために Fig. 7 に は 小 林⁹⁾の 実 験 結 果 を 示 し た . Fig. 7 を 見 る と , RSF モデルおよび CDM モデルは実験結果とよく一致し ていることが分かる.初期き裂発生ひずみは、CDM モデ ルよりも RSF モデルのほうが高い値となっている. これ は, Fig. 5 の結果と一致している. また, Fig. 7 から CDM モデルおよび RSF モデルの挙動は, トランスバースクラ ック密度が大きい範囲ではほぼ一致した.このことを説 明するために, Fig. 8 にクラック間隔を等間隔と仮定(L= $l_2 = l/2$)し、トランスバースクラック密度を $\rho = 1/l$ と表した ときの実ひずみ ε_{v}^{p} =1.0%におけるエネルギー解放率Gとト ランスバースクラック密度 oの関係を示す. Fig.8を見る と, pが小さい範囲では, RSF よりも CDM モデルのほう がエネルギー解放率が大きいが, pが大きい範囲では両モ デルはほぼ一致する.このため、Fig.7でトランスバー スクラック密度が大きい範囲では両モデルの挙動はほぼ 一致する.

次に, G40-800/5260 を用いた積層板の解析結果について述べる. Fig. 9に[0/90]。積層板, Fig. 10に[0/902]。積

層板のモンテカルロ法により計算したトランスバースク ラック密度と実ひずみの関係を示す.比較のために Fig. 9,10 にも小林⁹⁾による実験結果を示してある.Fig.7の ときと同様に,Fig.9では,CDM モデルが初期き裂発生 ひずみの下限値,RSF モデルが上限値を与え,またトラ ンスバースクラック密度が大きいほど CDM モデルと RSF モデルはほぼ等しい挙動を示した.Fig.10では,実 験値は両モデルよりも高い値となった.しかし,Fig.9, 10より,両解析モデルと実験値は90°層の厚さによらず良 く一致しており,この解析の妥当性を示すものであると 考えられる.さらに,RSF モデルに関して Fig.9と Fig. 10を比較すると,[0/90]。よりも90°層の厚さが厚い[0/902]。 のほうが初期き裂発生ひずみの予測値と実験値が近い値 となった.このことは,Fig.5の結果と一致する.

ここでは, 直交積層板についての解析結果を示したが, 本論文で提案する解析は90°層を含む積層板に対して適 用が可能である.また, Okabeら¹⁰⁾の剛性低下モデルと 組み合わせることにより, 積層板の応力一ひずみ線図を 予測することが可能となる.

5 結 言

本論文では, 90°層を含む積層板におけるトランスバー スクラック挙動のモデル化を行った.まず, トランスバ ースクラックを有する単層板の応力分布を Okabe ら¹⁰⁾ のモデルで熱残留ひずみの影響を考慮できるように拡張 した応力分布(RSF)モデルにより定式化し,定式化した応 力分布によりトランスバースクラック発生に伴うエネル ギー解放率を求めた.また,比較のために連続体損傷力 学(CDM)モデルによるエネルギー解放率の定式化も行っ た.その後,臨界応力およびエネルギー解放率に基づく 応力クライテリオンおよびエネルギークライテリオンを 設けることにより,定式化した層内の応力分布およびエ ネルギー解放率を用いて CFRP 直交積層板のトランスバ ースクラック挙動を調べた.その結果,本論文で提案し た RSF モデルおよび CDM モデルは,実験値を良く表現 でき,提案した解析モデルの妥当性が示された.また, 本論文では直交積層板についての解析結果を示したが, 本論文で提案する解析は90°層を含む積層板に対して適 用が可能である.

参 考 文 献

- N.J. Pagano, G.A. Schoeppner & R. Kim : Comp. Sci. Tech., 58,11 (1998), 1811-1825.
- 2) A. S. D. Wang, P. C. Chou & S.C. Lei : J. Comp. Mater.,
 18, 3 (1984), 239-254.
- 3) J.M. Berthelot & J. -F. Le Corre : Comp. Sci. Tech., 60, 14 (2000), 2659-2669.
- 4) J.M. Berthelot, Appl. Mech. Rev., 56, 1 (2003), 111-147.

- 5) J.M. Berthelot, P. Leblond, A. El Mahi & J. -F. Le Corre : Comp. Part A, 27, 10 (1996), 989-1001.
- N. Takeda, & S. Ogihara : Comp. Sci. Tech., 52, 2 (1994), 183-195.
- 7) P. Gudmundson & W. Zang : Int. J. Solid Structures, 30, 23 (1993), 3211-3231.
- 8) S. Kobayashi, S. Ogihara, & N. Takeda : Adv. Comp. Mater., 9, 4 (2000), 363-375.
- 9)小林訓史: 複合材料積層板におけるマトリックスク ラック挙動の実験的評価及び損傷力学モデリング,東 京大学博士論文,(1990)
- T. Okabe, S. Onodera, Y. Kumagai & Y. Nagumo : Int.
 J. Damage mech. (in press).
- 11) G. J. Dvorak, N. Laws & M. Hejazi : J. Comp. Mater.,
 19, 3 (1985), 216-234.
- 12) G. J. Dvorak & N.Laws : J. Comp. Mater., 21, 4 (1987), 309-329.
- 13) G. J. Dvorak & N. Laws : Eng. Frac. Mech., 25, 5-6
 (1986), 763-770.
- 14) McCartney, L. N. : J. Mech. Phys. Solids, 40, 1 (1992),
 27-68.
- 15) McCartney, L. N. : Stress transfer mechanics for ply cracks in general symmetric laminates, NPI, Report CMMT(A)50, National Physics Laboratory, Teddington,

UK, 1996.

- 16) J. A. Nairn : J. Comp. Mater., 23, 11 (1989), 1106-1129.
- 17) J. A. Nairn & S. Hu : Int. J. Fract., 57, 1 (1992), 124.
- 18) Y. Huang, J. Varna & R. Talreja : Comp. Sci. Tech.,
 95, (2014), 100-106.
- 19) 荻原慎二,武田展雄,小林訓史,小林昭:材料,47,
 1 (1998), 68-72.
- 20) 武田展雄:日本航空宇宙学会誌, 43, 495 (1995),
 245-253.
- 21) 武田展雄,新妻秀規,荻原慎二,小林昭:材料シ ステム,14,(1995),73-78.
- 22) E. V. Iarve, M.R. Gurvich, D.H. Mollenhauer, C.A.
 Rose & C.G. Dávila : Int. J. Numer. Meth. Eng., 88, 8 (2011), 749-773.
- 23) E.V. Iarve, S. Chellapilla & D. H. Mollenhauer : ICCM 15 Conference Proceedings, Durbon, S. Africa June 27-July 2, (2005).
- M. R. Gurvich : Comp. Sci. Tech., 59, 11 (1999),
 1701-1711.
- 25) J. W. Lee, D. H. Allen and C. E. Harris : J. Comp.
 Mater., 23, 12 (1989), 1273-1291.
- 26) S. Murakami : Continuum Damage Mechanics: A

Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture. Dordrecht Heidelberg London New York: Springer, (2012).

- 27) Y. Kanagawa, S. Murakami, Y. Liu, Q. Bai & K.
 Tanaka : J. Soc. Mat. Sci., Japan 45, 2 (1996), 206-211.
- Z.C. Xia, R.R. Carr & J.W. Hutchinson : Acta Metall.
 Mater., 41, 8 (1993), 2365-2376.
- Z. Hashin : Eng. Frac. Mech., 25, 5-6 (1986), 771-778.
- 30) Wolfram Research, Inc., Mathematica, Version 9.0,Champaign, IL (2012).



Fig. 1 Schematics of transverse crack model. (a) Ply including transverse crack, (b) Representative volume element.



Fig. 2 The formation of a new crack between two pre-

existing cracks.



Fig. 3 Discretization of the 90° plies for distributed static transverse strength.



Fig. 4 A flow chart of the procedure implemented for the analysis of the progression of transverse cracking.



Fig. 5 Laminate cracking stress as a function of thickness of 90° plies / thickness of 0° plies.



Fig. 6 Prediction of transverse crack distribution in the 90° ply for $[0/90]_s$ T800H/3900-2 laminate along the longitudinal length L using RSF model. Each vertical line represents one transverse crack: (a) under $\varepsilon_y^p = 1.08\%$, (b)

under $\varepsilon_y^p = 1.2\%$.



Fig. 7 Transverse crack density in the 90° ply for $[0/90]_{s}$ T800H/3900-2 laminate as a function of ply strain.



Fig. 8 Energy release rate associated with transverse cracking in 90° ply as a function of equally spaced transverse crack density for $[0/90]_s$ T800H/3900-2 laminate $(\varepsilon_y^p = 1.0\%)$.



Fig. 9 Transverse crack density in the 90° ply for $[0/90]_{s}$ G40-800/5260 laminate as a function of ply strain.



Fig. 10 Transverse crack density in the 90° ply for $[0/90_2]_s$ G40-800/5260 laminate as a function of ply strain.

	5				
j	a_j	j	a_j		
1	0.63666	6	-33.09444		
2	0.51806	7	74.32002		
3	0.51695	8	-103.06411		
4	-1.04897	9	73.60337		
5	8.95572	10	-20.34326		

Table 1 Numerical parameter a_j used in eqn. $(30)^{7}$.

Longitudinal Young's Modulus E ₁ (GPa)	165.475
Transverse Young's Modulus E ₂ (GPa)	10.342
In-Plane Poisson's Ratio v_{12}	0.31
Out-of-Plane Poisson's Ratio v_{23}	0.56
In-Plane Shear Modulus G_{12} (GPa)	5.7922
Longitudinal Thermal Expansion	0.45
Coefficient $\alpha_1 (10^{-6} / ^{\circ}C)$	
Transverse Thermal Expansion	24.66
Coefficient α_2 (10 ⁻⁶ /°C)	
Stress Free Temperature T_f (°C)	180
Ambient Testing Temperature T (°C)	24
Ply thickness $t_0 \pmod{m}$	0.127
Critical Energy Release Rate G_c (J/m ²)	225

Table 2 Material properties of IM7/5250-4.¹⁾

Table 3 Material properties of T800H/3900-2 and G40-

	T 8 0 0 H / 3 9 0 0 - 2	G 4 0 - 8 0 0 / 5 2 6 0
Longitudinal Young's Modulus E ₁ (GPa)	143.0	152.0
Transverse Young's Modulus E_2 (GPa)	7.99	10.0
In-Plane Poisson's Ratio v_{12}	0.35	0.33
Out-of-Plane Poisson's Ratio v_{23}	0.49	0.49
In-Plane Shear Modulus G_{12} (GPa)	3.96	6.94
Longitudinal Thermal Expansion	1.5	- 0 . 6
Coefficient $\alpha_1 (10^{-6} / ^{\circ}C)$	-1.5	
Transverse Thermal Expansion	34.3	36.0
Coefficient α_2 (10 ⁻⁶ /°C)		
Stress Free Temperature T_f (°C)	165	195
Ambient Testing Temperature T ($^{\circ}$ C)	2 5	2 5
Ply thickness t_{ply} (mm)	0.18	0.14
Gaugelength L_0 (mm)	8 0	8 0
Critical Average Stress σ_0 (MPa)	7 2	7 5
Distribution Shape Constant m	10.5	7.5
Critical Energy Release Rate G_c (J/m ²)	300	330

800/5260.8,9)