寡占的市場の動学分析

入江, 雅仁
九州大学大学院生物資源環境科学府

鈴木, 宣弘
九州大学大学院農学研究院

前田, 幸嗣
九州大学大学院農学研究院

https://doi.org/10.15017/4371

出版情報：九州大学大学院農学研究院学芸雑誌. 60 (2), pp.287-296, 2005-10-01. 九州大学大学院農学研究院

九大農学芸誌（Sci. Bull. Fac. Agr., Kyushu Univ.)
第60巻 第2号 287-296 (2005)

寡占的市場の動学分析

入江雅仁[1*]・鈴木宣弘・前田幸嗣
九州大学大学院農学研究院農業資源経済学部門農業関連産業組織学講座農業計算学研究室
(2005年6月30日受付，2005年7月26日受理)

Dynamic Analysis in Oligopolistic Market

Masahito IRIE[1*], Nobuhiro SUZUKI and Koshi MAEDA
Laboratory of Quantitative Analysis of Agribusiness Organization,
Division of Industrial Organization of Agribusiness,
Department of Agricultural and Resource Economics,
Faculty of Agriculture, Kyushu University,
Fukuoka 812-8581, Japan

はじめに

鈴木（1994）は，推測的変動（conjectural variations）が組み込まれた静学モデルを用いて，生乳市場を定量的に分析した．その結果，不完全競争下の生乳市場では，供給者間における競争の程度が均衡価格に影響を及ぼしていることを明らかにした．本稿では，推測的変動，および，運動方程式によって表された状態の変化に対して，他の供給者がどのように対応するのかを表す相互反応項（interaction terms）を考慮した動学モデルによる供給寡占市場の考察，および，その動学モデルにおける均衡状態の分析を行う．

Simaan and Takayama（1978）は，複占市場における動学分析を可能にするために，価格の運動方程式を導入した非ゼロ和微分ゲームモデルを複占市場に応用し，動学のナッシュ均衡がさまざまな可能性（均衡）の組合せになりうること，また，相互反応項が異なるために，開ループ解とフィードバック解（閉ループ解）に相違が生じることについて言及した．その後，線形二次の微分ゲームモデルを用いて，Fershtman and Kamien（1987）が，開ループ均衡はクールノー＝ナッシュ均衡と競争均衡の凸結合で示せることを明らかにした．一方，Fujimoto and Park（2003）は，開ループ均衡だけでなく，閉ループ均衡もクールノー＝ナッシュ均衡と競争均衡の凸結合で表せること，さらに，価格が瞬間的に調整されると，開ループ均衡も閉ループ均衡もクールノー＝ナッシュ均衡へ近づくことを証明した．しかしながら，これらの研究では，動学モデル内で推測的変動を明示的に組み込んでいないために，推測的変動が動学の均衡に及ぼす影響について分析されていなかった．他方，割引率を伴わない公共財の自発的貢献の動学モデルで，藤本（1997）が推測的変動を定義している．また，入江ら（2004）は，藤本（1997）のモデルを応用し，相互反応項を考慮しない供給寡占の動学モデルに推測的変動を導入し，動学の均衡価格が推測的均衡と競争均衡の凸結合で表されることを示した．

本稿では，推測的変動を考慮した入江ら（2004）のモデルを，推測的変動と相互反応項の両方を考慮した寡占の動学モデルに拡張する．この拡張によって，同一のモデルであっても，推測的変動だけを考慮した入江ら（2004）とは，異なる均衡価格が生じることを明らかにする．また，推測的変動と相互反応項の両方を考慮した場合の均衡

[1]九州大学大学院生物資源環境科学府農業資源経済学専攻農業関連産業組織学講座農業計算学研究室
[1]Laboratory of Quantitative Analysis of Agribusiness Organization, Division of Industrial Organization of Agribusiness, Department of Agricultural and Resource Economics, Graduate School of Bioresource and Bioenviromental Sciences, Kyushu University
*Corresponding author (E-mail: masajin@agr.kyushu-u.ac.jp)

価格に影響を及ぼしているパラメータを見出し，さらに，そのパラメータが及ぼす影響を考察する．

本稿の構成は，以下の通りである．まず，動学モデルの構築と静学モデルにおける解の考察を行う．次に，動学モデルの特殊解を導出し，パラメータが特殊解に及ぼす影響を考察する．最後に，本稿のまとめを行う．

モ デ ル

対称的な$\mu(\geq 1)$人の供給者が存在する供給寡占市場を考える．

この供給寡占市場における各供給者の費用関数は以下のように対称的であると仮定する：

$$c(u_i(t)) = \sigma u_i(t) + \frac{\tau}{2}\{u_i(t)\}^2. \tag{1}$$

ただし，変数$u_i(t)$は，供給者$i(i=1, 2, \cdots, \mu)$の時間tにおける生産量であり，記号σ, τは，それぞれ，正のパラメータ$(\sigma, \tau > 0)$である．

また，供給寡占市場における逆需要関数を

$$p(t) = \alpha - \beta D(t) - \varepsilon \dot{p}(t)$$

と仮定する．ここで，変数$p(t)$は，時間tに市場で需要される率$D(t)$の価格水準である．記号α, βは，それぞれ，価格$p(t)$の時間変化率が0，すなわち，$\dot{p}(t) \equiv \dfrac{dp(t)}{dt} = 0$となったときに生じる静学の逆需要関数における切片と傾きを表す正のパラメータ$(\alpha, \beta > 0)$である．また，記号εは，戦略的な需要者の将来価格に対する期待を表す正のパラメータ$(\varepsilon > 0)$である：例えば，価格の時間変化率$\dot{p}(t)$が負，すなわち，$\dot{p}(t) < 0$となっているときには，偏微分$\dfrac{\partial D}{\partial \varepsilon} = -\dfrac{\dot{p}}{\beta} > 0$より，パラメータ$\varepsilon$の値が1単位増加すると，逆需要関数のシフトによって，需要者は現在の需要量Dを$-\dfrac{\dot{p}}{\beta}$単位分だけ増加させる；一方，パラメータεの値が1単位減少すると，逆需要関数のシフトによって，需要者は現在の需要量Dを$\dfrac{\dot{p}}{\beta}$単位分だけ減少させる．この仮定の下では，偏微分$\dfrac{\partial D}{\partial p} = -\dfrac{1}{\beta} < 0$より，価格$p$が1単位増加したときに，需要者は，逆需要関数に沿って，需要量Dを$\dfrac{1}{\beta}$単位分だけ減少させる．さらに，偏微分$\dfrac{\partial D}{\partial \dot{p}} = -\dfrac{\varepsilon}{\beta} < 0$より，価格の時間変化率$\dot{p}(t)$が1単位増えると，逆需要関数のシフトによって，需要者は需要量Dを$\dfrac{\varepsilon}{\beta}$単位分だけ減少させる．なお，当該財に対する異時点間の価格上昇率は，価格水準$p(t)$の時間変化率として定義した$\dot{p}(t)$によって測られるものと仮定する．さらに，すべての時間$t(\geq 0)$において市場が清算していると仮定する：$D(t) = \sum_{i=1}^{\mu} u_i(t)$.

以上の仮定の下で，無限の時間視野を持つ合理的な各供給者は，各供給者の生産量$u_i(t)$に関して，すべての供給者に共通している非負の割引率$(\rho \geq 0)$で割り引いた利潤を最大にするはずである．ここで，記号$e(\approx 2.71828)$を自然対数の底とすると，対称的な各供給者の利潤汎関数J_iは，

$$J_i = \int_0^{\infty} [p(t)u_i(t) - \sigma u_i(t) - \frac{\tau}{2}\{u_i(t)\}^2] e^{-\rho t} dt$$

である．ただし，以下の状態方程式を条件とする：

$$\dot{p}(t) = \frac{1}{\varepsilon}\{\alpha - \beta \sum_{i=1}^{\mu} u_i(t) - p(t)\}. \tag{2}$$

はじめに，対称的な各供給者に対する静学モデルを考察する．費用関数(1)式から，対称的な供給者iの限界費用$MC_i = \sigma + \tau u_i$を得る．また，$\dot{p}(t) = 0$を(2)式に代入すると，静学の逆需要関数$p = \alpha - \beta \sum_{i=1}^{\mu} u_i$を得る．こ

のとき，対称的な供給者 i の限界収入 MR_i は，

$$MR_i = p-\beta(1+\sum_{j\neq i}^{\mu}\frac{\partial u_j}{\partial u_i})u_i$$
$$= p-\beta\{1+(\mu-1)\chi\}u_i$$

となる．ここで，供給者 j に対する供給者 i の推測的変動 χ を $\frac{\partial u_j}{\partial u_i}\equiv\chi$ で定義する．この推測的変動は，供給者 i の生産量 u_i が1単位増加したときに，供給者 j の生産量 u_j が χ 単位分だけ変化するだろうと対称的な供給者 i が推測していることを表している．なお，対称的な供給者に対して，完全競争型，クールノー型，および共謀型の寡占行動を仮定した場合，推測的変動 χ は，それぞれ，$\chi=-\frac{1}{\mu-1}$, $\chi=0$, $\chi=1$ である．

さて，対称的な供給者の仮定，すなわち，$u_1=\cdots=u_\mu=u_i$ と静学の逆需要関数 $p=\alpha-\beta\sum_{i=1}^{\mu}u_i$ に注意しながら，対称的な供給者 i と j について，限界費用と限界収入とを等しくすると，

$$\begin{cases}[\beta\{2+(\mu-1)\chi\}+\tau]u_i+\beta(\mu-1)u_j=\alpha-\sigma\\ [\beta\{2+(\mu-1)\chi\}+\tau]u_j+\beta(\mu-1)u_i=\alpha-\sigma\end{cases}$$

が得られる．この連立方程式から，対称的な供給者 i の推測的均衡生産量 u_i^{cv} が計算できる：

$$u_i^{cv}=\frac{\alpha-\sigma}{\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau}. \tag{3}$$

再び，供給者の対称性と静学の需要関数を考慮すると，推測的均衡総生産量 u^{cv} と推測的均衡価格 p^{cv} とは以下のように求められる：

$$u^{cv}=\frac{\mu(\alpha-\sigma)}{\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau}; \tag{4}$$

$$p^{cv}=\frac{\alpha[\beta\{1+(\mu-1)\chi\}+\tau]+\beta\mu\sigma}{\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau}. \tag{5}$$

また，対称的な供給者に対して，完全競争型，クールノー型，および，共謀型の寡占行動を仮定した場合の各均衡水準は，それぞれ，

$$u_i^{cm}=\frac{\alpha-\sigma}{\beta\mu+\tau},\ u^{cm}=\frac{\mu(\alpha-\sigma)}{\beta\mu+\tau},\ p^{cm}=\frac{\alpha\tau+\beta\mu\sigma}{\beta\mu+\tau}, \tag{6}$$

$$u_i^{CN}=\frac{\alpha-\sigma}{\beta(\mu+1)+\tau},\ u^{CN}=\frac{\mu(\alpha-\sigma)}{\beta(\mu+1)+\tau},\ p^{CN}=\frac{\alpha(\beta+\tau)+\beta\mu\sigma}{\beta(\mu+1)+\tau}, \tag{7}$$

$$u_i^{cl}=\frac{\alpha-\sigma}{2\beta\mu+\tau},\ u^{cl}=\frac{\mu(\alpha-\sigma)}{2\beta\mu+\tau},\ p^{cl}=\frac{\alpha(\beta\mu+\tau)+\beta\mu\sigma}{2\beta\mu+\tau} \tag{8}$$

となる．

解

次に，前節の最適問題を解くために，対称的な各供給者に対する現在価値ハミルトニアン H_i を

$$H_i\equiv p(t)u_i(t)-\sigma u_i(t)-\frac{\tau}{2}\{u_i(t)\}^2+\lambda_i(t)\frac{1}{\varepsilon}\{\alpha-\beta\sum_{i=1}^{\mu}u_i(t)-p(t)\}$$

で定義する．ただし，変数 $\lambda_i(t)$ は，時間 t における対称的な各供給者の共状態変数である．このとき，推測的変動 $\frac{\partial u_j}{\partial u_i}\equiv\chi$ と相互反応項 $\frac{\partial u_j}{\partial p}=\frac{\partial u_j}{\partial u_i}\frac{\partial u_i}{\partial p}\equiv\chi\frac{\partial u_i}{\partial p}$ を考慮すると必要条件は，

$$\frac{\partial H_i}{\partial u_i} = p(t) - \sigma - \tau u_i(t) - \frac{\beta}{\varepsilon}(1 + \sum_{j \neq i}^{\mu} \frac{\partial u_j}{\partial u_i})\lambda_i(t)$$
$$= p(t) - \sigma - \tau u_i(t) - \frac{\beta\{1+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon}\lambda_i(t) \tag{9}$$
$$= 0$$

$$-\frac{\partial H_i}{\partial p} = -\{u_i(t) - \frac{1}{\varepsilon}\lambda_i(t) - \frac{\beta}{\varepsilon}\sum_{j \neq i}^{\mu}\frac{\partial u_j}{\partial p}\lambda_i(t)\}$$
$$= -\{u_i(t) - \frac{1}{\varepsilon}\lambda_i(t) - \frac{\beta(\mu-1)\chi}{\varepsilon}\frac{\partial u_i}{\partial p}\lambda_i(t)\} \tag{10}$$
$$= \dot{\lambda}_i(t) - \rho\lambda_i(t)$$

で与えられる．ただし，$\dot{\lambda}_i(t) \equiv \dfrac{d\lambda_i(t)}{dt}$ は，対称的な各供給者の共状態変数の時間変化率である．なお，(10)式で相互反応項を考慮しない，すなわち $\dfrac{\partial u_j}{\partial p} = 0$，ならば，入江ほか (2004) に帰着する．さらに，対称均衡の仮定から，

$$\lambda_i(t) = k(t)p(t) + m(t) \tag{11}$$

を定義すると，次の二つの補題が導かれる．

補題 1　新たな共状態変数 $\lambda(t)$ を

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^{\mu}\lambda_i(t) = \mu k(t)p(t) + \mu m(t) \tag{12}$$

で定義する．このとき，(2)式，(9)式，(10)式から，次のような連立微分方程式を得る：

$$\begin{cases} \dot{p}(t) = -\left(\dfrac{1}{\varepsilon} + \dfrac{\beta\mu}{\varepsilon\tau}\right)p(t) + \dfrac{\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon^2\tau}\lambda(t) + \dfrac{\alpha}{\varepsilon} + \dfrac{\beta\mu\sigma}{\varepsilon\tau} \\ \dot{\lambda}(t) = -\dfrac{\mu}{\tau}p(t) + \left[\rho + \dfrac{1}{\varepsilon} + \dfrac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau} - \dfrac{\beta^2(\mu-1)\{1+(\mu-1)\chi\}\chi}{\varepsilon^2\mu\tau}\dfrac{d\lambda}{dp}\right]\lambda(t) + \dfrac{\mu\sigma}{\tau} \end{cases} \tag{13}$$

□証明：最適制御は，(9)式と(11)式から，

$$u_i(t) = \frac{1}{\tau}p(t) - \frac{\beta\{1+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}\lambda_i(t) - \frac{\sigma}{\tau} \tag{14}$$
$$= \left[\frac{1}{\tau} - \frac{\beta\{1+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}k(t)\right]p(t) - \frac{\beta\{1+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}m(t) - \frac{\sigma}{\tau} \tag{15}$$

となる．なお，(15)式を考慮すると，偏微分 $\dfrac{\partial u_i}{\partial p}$ は，

$$\frac{\partial u_i}{\partial p} = \frac{1}{\tau} - \frac{\beta\{1+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}k(t) \tag{16}$$

で与えられる．一方，(14)式を(2)式に代入すると，

$$\dot{p}(t) = -\frac{1}{\varepsilon}p(t) + \frac{\alpha}{\varepsilon} - \frac{\beta}{\varepsilon}\left[\frac{\mu}{\tau}p(t) - \frac{\beta\{1+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}\sum_{i=1}^{\mu}\lambda_i(t) - \frac{\mu\sigma}{\tau}\right]$$
$$= -\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{\beta\mu}{\varepsilon\tau}\right)p(t) + \frac{\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon^2\tau}\sum_{i=1}^{\mu}\lambda_i(t) + \frac{\alpha}{\varepsilon} + \frac{\beta\mu\sigma}{\varepsilon\tau}$$

を得る．さらに，(12)式を考慮すると，

$$\dot{p}(t) = -\Big(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\mu}{\varepsilon\tau}\Big)p(t)+\frac{\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon^2\tau}\lambda(t)+\frac{\alpha}{\varepsilon}+\frac{\beta\mu\sigma}{\varepsilon\tau}$$

となる．また，(14)式と(16)式を(10)式に代入すると，

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_i(t) &= \Big(\rho+\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta(\mu-1)\chi}{\varepsilon}\Big[\frac{1}{\tau}-\frac{\beta\{1+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}k(t)\Big]\Big)\lambda_i(t)\\ &\qquad -\Big[\frac{1}{\tau}p(t)-\frac{\beta\{1+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}\lambda_i(t)-\frac{\sigma}{\tau}\Big]\\ &= -\frac{1}{\tau}p(t)+\Big[\rho+\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}-\frac{\beta^2(\mu-1)\{1+(\mu-1)\chi\}\chi}{\varepsilon^2\tau}k(t)\Big]\lambda_i(t)+\frac{\sigma}{\tau}\end{aligned}$$

が得られる．さらに，(12)式から，

$$\frac{d\lambda}{dp}=\frac{\dot{\lambda}(t)}{\dot{p}(t)}=\mu k(t) \tag{17}$$

であるので，

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}(t) &= \sum_{i=1}^{\mu}\Big(-\frac{1}{\tau}p(t)+\Big[\rho+\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}-\frac{\beta^2(\mu-1)\{1+(\mu-1)\chi\}\chi}{\varepsilon^2\tau}k(t)\Big]\lambda_i(t)+\frac{\sigma}{\tau}\Big)\\ &= -\frac{\mu}{\tau}p(t)+\Big[\rho+\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}-\frac{\beta^2(\mu-1)\{1+(\mu-1)\chi\}\chi}{\varepsilon^2\tau}k(t)\Big]\sum_{i=1}^{\mu}\lambda_i(t)+\frac{\mu\sigma}{\tau}\\ &= -\frac{\mu}{\tau}p(t)+\Big[\rho+\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}-\frac{\beta^2\{(\mu-1)\{1+(\mu-1)\chi\}\chi}{\varepsilon^2\mu\tau}\frac{d\lambda}{dp}\Big]\lambda(t)+\frac{\mu\sigma}{\tau}\end{aligned}$$

が得られる．この2本の微分方程式から連立微分方程式(13)式が導かれる．■証了

補題2　連立微分方程式(13)式は，次のような連立微分方程式に変換できる：

$$\begin{cases}\dot{p}(t) = -\Big(\dfrac{1}{\varepsilon}+\dfrac{\beta\mu}{\varepsilon\tau}\Big)p(t)+\dfrac{\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}\{\mu+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon^2\mu\tau}\lambda(t)+\dfrac{\alpha}{\varepsilon}+\dfrac{\beta\mu\sigma}{\varepsilon\tau}\\ \dot{\lambda}(t) = -\dfrac{\mu}{\tau}p(t)+\Big[\rho+\dfrac{1}{\varepsilon}+\dfrac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}\Big]\lambda(t)+\dfrac{\mu\sigma}{\tau}\end{cases} \tag{18}$$

□証明：(17)式から，

$$\begin{aligned}\mu k(t)\dot{p}(t) &= \dot{\lambda}(t)\\ &= -\frac{\mu}{\tau}p(t)+\Big[\rho+\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}-\frac{\beta^2(\mu-1)\{1+(\mu-1)\chi\}\chi}{\varepsilon^2\tau}k(t)\Big]\lambda(t)+\frac{\mu\sigma}{\tau}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu k(t) &= \frac{-\dfrac{\mu}{\tau}p(t)+\Big[\rho+\dfrac{1}{\varepsilon}+\dfrac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi}{\varepsilon\tau}\Big]\lambda(t)+\dfrac{\mu\sigma}{\tau}}{\dot{p}(t)+\dfrac{\beta^2(\mu-1)\{1+(\mu-1)\chi\}\chi}{\varepsilon^2\mu\tau}\lambda(t)}\\ &= \frac{-\dfrac{\mu}{\tau}p(t)+\Big[\rho+\dfrac{1}{\varepsilon}+\dfrac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi}{\varepsilon\tau}\Big]\lambda(t)+\dfrac{\mu\sigma}{\tau}}{-\Big(\dfrac{1}{\varepsilon}+\dfrac{\beta\mu}{\varepsilon\tau}\Big)p(t)+\dfrac{\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}\{\mu+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon^2\mu\tau}\lambda(t)+\dfrac{\alpha}{\varepsilon}+\dfrac{\beta\mu\sigma}{\varepsilon\tau}}\end{aligned}$$

$$\frac{\dot{\lambda}(t)}{\dot{p}(t)}=\frac{d\lambda}{dp}$$

$$=\mu k(t)$$

$$=\frac{-\frac{\mu}{\tau}p(t)+\left[\rho+\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}\right]\lambda(t)+\frac{\mu\sigma}{\tau}}{-\left(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\mu}{\varepsilon\tau}\right)p(t)+\frac{\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}\{\mu+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon^2\mu\tau}\lambda(t)+\frac{\alpha}{\varepsilon}+\frac{\beta\mu\sigma}{\varepsilon\tau}}$$

である．これを変形すると，(18)式が導かれる．■証了

この補題2から，次の定理を得る．

定理1　異時間的均衡価格$\vec{p}$は，次式のように表される：

$$\vec{p}=\frac{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\beta\mu+\tau)p^{cm}+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]p^{cv}-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi\sigma}{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\beta\mu+\tau)+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi} \tag{19}$$

また，この異時間的均衡価格に対する各供給者の異時間的均衡総生産量$\vec{u_i}$は，

$$\vec{u_i}=\frac{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\beta\mu+\tau)u_i^{cm}+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]u_i^{cv}-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi(\frac{\alpha+\sigma}{\beta\mu})}{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\beta\mu+\tau)+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi} \tag{20}$$

である．

□証明：(18)式を行列表記に直すと，

$$\begin{bmatrix}\dot{p}(t)\\ \dot{\lambda}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\left(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\mu}{\varepsilon\tau}\right) & \frac{\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}\{\mu+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon^2\mu\tau}\\ -\frac{\mu}{\tau} & \rho+\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p(t)\\ \lambda(t)\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-\left(\frac{\alpha}{\varepsilon}+\frac{\beta\mu\sigma}{\varepsilon\tau}\right)\\ -\frac{\mu\sigma}{\tau}\end{bmatrix} \tag{21}$$

となる．(21)式の係数行列をAで，また，行列式を記号$|\ |$で表すと，行列Aの行列式は，

$$|A|=\begin{vmatrix}-\left(\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\mu}{\varepsilon\tau}\right) & \frac{\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}\{\mu+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon^2\mu\tau}\\ -\frac{\mu}{\tau} & \rho+\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}\end{vmatrix}$$

$$=-\frac{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\beta\mu+\tau)+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi}{\varepsilon^2\tau^2}$$

である．ここで，$|A|\neq 0$と仮定し，(21)式において，$\dot{p}(t)=\dot{\lambda}(t)\equiv 0$とおくことで，価格$p(t)$の特殊解$\vec{p}$が得られる：

$$\vec{p}=\frac{1}{|A|}\begin{vmatrix}-\left(\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta\mu\sigma}{\varepsilon\tau}\right) & \frac{\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}\{\mu+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon^2\mu\tau}\\ -\frac{\mu\sigma}{\tau} & \rho+\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}\end{vmatrix}$$

$$
= \frac{-\left(\frac{\alpha}{\varepsilon}+\frac{\beta\mu\sigma}{\varepsilon\tau}\right)\left[\rho+\frac{1}{\varepsilon}+\frac{\beta\{1+2(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon\tau}\right]+\left[\frac{\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}\{\mu+(\mu-1)\chi\}}{\varepsilon^2\mu\tau}\right]\frac{\mu\sigma}{\tau}}{|A|}
$$

$$
= \frac{\frac{-(\alpha\tau+\beta\mu\sigma)\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}+\tau(\alpha[\beta\{1+(\mu-1)\chi\}+\tau]+\beta\mu\sigma)+\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}[\mu-\{\mu+(\mu-1)\chi\}]\sigma}{\varepsilon^2\tau^2}}{|A|}
$$

$$
= \frac{-\frac{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\alpha\tau+\beta\mu\sigma)+\tau(\alpha[\beta\{1+(\mu-1)\chi\}+\tau]+\beta\mu\sigma)-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi\sigma}{\varepsilon^2\tau^2}}{-\frac{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\beta\mu+\tau)+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi}{\varepsilon^2\tau^2}}
$$

$$
= \frac{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\alpha\tau+\beta\mu\sigma)+\tau(\alpha[\beta\{1+(\mu-1)\chi\}+\tau]+\beta\mu\sigma)-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi\sigma}{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\beta\mu+\tau)+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi}. \tag{22}
$$

さらに，静学の解を考慮すると，(19)式が得られる．また，(22)式を $\vec{p}=\alpha-\beta u$ に代入すると，

$$
\beta\vec{u} = \alpha - \frac{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\alpha\tau+\beta\mu\sigma)+\tau(\alpha[\beta\{1+(\mu-1)\chi\}+\tau]+\beta\mu\sigma)-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi\sigma}{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\beta\mu+\tau)+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi}
$$

$$
= \frac{\beta\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}\mu(\alpha-\sigma)+\beta\tau\mu(\alpha-\sigma)-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi(\alpha+\sigma)}{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\beta\mu+\tau)+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi}
$$

となる．したがって，

$$
\vec{u} = \frac{1}{\beta}\times\frac{\beta\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}\mu(\alpha-\sigma)+\beta\tau\mu(\alpha-\sigma)-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi(\alpha-\sigma)}{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\beta\mu+\tau)+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi}
$$

$$
= \frac{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}\mu(\alpha-\sigma)+\tau\mu(\alpha-\sigma)-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi(\frac{\alpha-\sigma}{\beta})}{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\beta\mu+\tau)+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi}
$$

が得られる．さらに，対称的な供給者の仮定 $u_1=\cdots=u_\mu=u_i$ から，

$$
\vec{u_i} = \frac{1}{\mu}\times\frac{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}\mu(\alpha-\sigma)+\tau\mu(\alpha-\sigma)-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi(\frac{\alpha-\sigma}{\beta})}{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\beta\mu+\tau)+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi}
$$

$$
= \frac{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\alpha-\sigma)+\tau(\alpha-\sigma)-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi(\frac{\alpha-\sigma}{\beta\mu})}{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\chi\}(\beta\mu+\tau)+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi}
$$

となる．ここで，静学の解を考慮すると，(20)式を得る．■証了

推測的変動に加えて相互反応項を考慮した結果，異時間的均衡水準が凸結合で表せない可能性がある事を示している．しかしながら，クールノーの仮定，すなわち $\chi=0$，が成立するならば，異時間的均衡価格は静学の推測的均衡価格と静学の競争均衡価格の凸結合で表されることがわかる．また，以下の命題で，異時間的均衡価格と静学の推測的均衡価格との関係，および，異時間的均衡価格と静学の競争均衡価格との関係が考察できる．

命題 1 異時間的均衡価格は，$\rho\to 0$，または，$\varepsilon\to 0$ の時，それぞれ，(23)式と(24)式の極限をもつ．さらに，$\rho\to\infty$，または，$\varepsilon\to\infty$ の時には，異時間的均衡価格は，(25)式と(26)式の極限，すなわち，静学の均衡価格へ収束する．

□証明：(19)式に極限操作を施すと，それぞれ，

$$
\lim_{\rho\to 0}\vec{p} = \frac{\beta(\mu-1)\chi(\beta\mu+\tau)p^{cm}+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]p^{cv}-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi\sigma}{\beta(\mu-1)\chi(\beta\mu+\tau)+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi} \tag{23}
$$

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \vec{p} = \frac{\beta(\mu-1)\chi(\beta\mu+\tau)p^{cm}+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]p^{cv}-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi\sigma}{\beta(\mu-1)\chi(\beta\mu+\tau)+\tau[\beta\{(\mu+1)+(\mu-1)\chi\}+\tau]-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi} \tag{24}$$

$$\lim_{\rho \to \infty} \vec{p} = \frac{\varepsilon\tau(\beta\mu+\tau)p^{cm}}{\varepsilon\tau(\beta\mu+\tau)} = p^{cm} \tag{25}$$

$$\lim_{\varepsilon \to \infty} \vec{p} = \frac{\rho\tau(\beta\mu+\tau)p^{cm}}{\rho\tau(\beta\mu+\tau)} = p^{cm} \tag{26}$$

となる．■証了

推測的変動と相互反応項の両方を考慮した場合に，割引率，あるいは，需要者の戦略的期待が小さくなると，異時間的均衡価格は，推測的均衡価格と異なる水準に達する．一方，割引率，あるいは，需要者の戦略的な期待が大きくなった場合には，相互反応項を考慮しない時と同様に，異時間的均衡価格は競争均衡価格へ近づく．

命題2　異時間的均衡価格は，(27)式から(33)式の極限に収束する．

□証明：(22)式に極限操作を施すと，それぞれ，

$$\lim_{\mu \to 1} \vec{p} = \frac{\varepsilon\rho\tau(\alpha\tau+\beta\sigma)+\tau\{\alpha(\beta+\tau)+\beta\sigma\}}{\varepsilon\rho\tau(\beta+\tau)+\tau(2\beta+\tau)}$$

$$= \frac{\varepsilon\rho(\beta+\tau)\lim_{\mu\to 1}p^{cm}+(2\beta+\tau)\lim_{\mu\to 1}p^{cl}}{\varepsilon\rho(\beta+\tau)+(2\beta+\tau)} \tag{27}$$

$$\lim_{\mu \to \infty} \vec{p} = \frac{\beta\chi\beta\sigma-\beta^2\chi\chi\sigma}{\beta\chi\beta-\beta^2\chi\chi} = \frac{\beta^2\chi(1-\chi)\sigma}{\beta^2\chi(1-\chi)}$$

$$= \sigma = \lim_{\mu \to \infty} p^{cm} = \lim_{\mu \to \infty} p^{CN} \tag{28}$$

$$\lim_{\chi \to -\frac{1}{\mu-1}} \vec{p} = \frac{(\varepsilon\rho\tau-\beta)(\alpha\tau+\beta\mu\sigma)+\tau(\alpha\tau+\beta\mu\sigma)}{(\varepsilon\rho\tau-\beta)(\beta\mu+\tau)+\tau(\beta\mu+\tau)}$$

$$= \frac{(\varepsilon\rho\tau-\beta+\tau)(\beta\mu+\tau)p^{cm}}{(\varepsilon\rho\tau-\beta+\tau)(\beta\mu+\tau)} = p^{cm} \tag{29}$$

$$\lim_{\chi \to 0} \vec{p} = \frac{\varepsilon\rho\tau(\alpha\tau+\beta\mu\sigma)+\tau\{\alpha(\beta+\tau)+\beta\mu\sigma\}}{\varepsilon\rho\tau(\beta\mu+\tau)+\tau\{\beta(\mu+1)+\tau\}}$$

$$= \frac{\varepsilon\rho(\beta\mu+\tau)p^{cm}+\{\beta(\mu+1)+\tau\}p^{CN}}{\varepsilon\rho(\beta\mu+\tau)+\{\beta(\mu+1)+\tau\}} \tag{30}$$

$$\lim_{\chi \to 1} \vec{p} = \frac{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\}(\alpha\tau+\beta\mu\sigma)+\tau\{\alpha(\beta\mu+\tau)+\beta\mu\sigma\}-\beta^2\mu(\mu-1)\sigma}{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\}(\beta\mu+\tau)+\tau(2\beta\mu+\tau)-\beta^2\mu(\mu-1)}$$

$$= \frac{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\}(\beta\mu+\tau)p^{cm}+\tau(2\beta\mu+\tau)p^{cl}-\beta^2\mu(\mu-1)\sigma}{\{\varepsilon\rho\tau+\beta(\mu-1)\}(\beta\mu+\tau)+\tau(2\beta\mu+\tau)-\beta^2\mu(\mu-1)} \tag{31}$$

$$\lim_{\tau \to 0} \vec{p} = \frac{\beta(\mu-1)\chi\beta\mu\sigma-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi\sigma}{\beta(\mu-1)\chi\beta\mu-\beta^2\{1+(\mu-1)\chi\}(\mu-1)\chi}$$

$$= \sigma = \lim_{\mu \to \infty} p^{cm} = \lim_{\mu \to \infty} p^{CN} \tag{32}$$

$$\lim_{\beta \to 0} \vec{p} = \frac{\alpha\varepsilon\rho\tau^2+\alpha\tau^2}{\varepsilon\rho\tau^2+\tau^2} = \alpha \tag{33}$$

となる．■証了

供給者が減少しても，異時間的均衡価格は，必ずしも，共謀均衡価格（独占価格）に近づくわけではなく，この場合，割引率や需要者の戦略的な期待が異時間的均衡価格に影響を及ぼしている．ところが，供給者が無限に増えると，異時間的均衡価格は σ に低下する．また，競争が激しくなると，異時間的均衡価格は，静学の競争価格に近づく．一方，協調を強めたとしても，異時間的均衡価格は，共謀均衡価格（独占価格）に近づくわけではなく，この場合，割引率や需要者の戦略的期待に加えて，供給者の数が重要な要因になっている．さらに，クールノーの仮定が成立するならば，異時間的均衡価格は，静学の競争価格と静学の推測的均衡価格（クールノー価格）を端点とする逆需要関数上の点で決まる．このとき，割引率と需要者の戦略的な期待が，異時間的均衡価格の決定要因となっている．また，各企業の限界費用関数が一定に近づくならば，異時間的均衡価格は，σ に減少する．最後に，逆需要関数の傾きが水平に近づいた場合，異時間的均衡価格は，α に達する．

お わ り に

本稿では，推測的変動と相互反応項を同時に考慮した動学モデルを使って，供給寡占市場における均衡価格を考察した．その結果，異時間的均衡水準が凸結合で表せなくなることを明らかにした．さらに，クールノーの仮定が成立するならば，異時間的均衡価格は，静学の推測的均衡価格と静学の競争均衡価格の凸結合で表されることも示した．

また，入江ら（2004）の相互反応項を考慮しない場合と異なり，本稿のモデルでは，割引率と需要者の戦略的期待が小さくなっても，異時間的均衡価格が，必ずしも，推測的均衡価格に近づくわけではないことを明らかにした．一方，割引率が大きい場合か，あるいは，需要者が，価格の動向に応じて，現在の財の購入を大幅に変化させるために需要者の戦略的な期待が大きくなっている場合には，相互反応項を考慮しない時と同様に，異時間的均衡価格は競争均衡価格へ近づく．また，供給者が減少しても，異時間的均衡価格は，必ずしも，共謀均衡価格（独占価格）に近づくわけではないことも明らかになった．ところが，供給者が無限に増えると，異時間的均衡は，σ に減少する．さらに，競争が激しいほど，異時間的均衡価格は，静学の競争価格に近づくこと，協調を強めたとしても，異時間的均衡価格は，必ずしも，推測的均衡価格（共謀価格）に近づくわけではないことを示した．また，クールノーの仮定が成立するならば，異時間的均衡価格は，静学の競争価格と静学の推測的均衡価格を端点とする逆需要関数上の点で決まり，このとき，割引率と需要者の戦略的な期待が，価格の決定要因となることなども示した．さらに，各企業の限界費用関数が一定に近づくならば，異時間的均衡価格は，σ に減少することが明らかになった．最後に，逆需要関数の傾きが水平に近づいた場合，異時間的均衡価格は，α に近づくことが明らかになった．

今後の課題を最後に述べておく．まず第一に，各変数の時間経路を求めて，その時間経路の特徴を明らかにするという課題が残されている．また，当該モデルの妥当性を検証するために，実際のデータを使ってのシミュレーション実験や実証研究への取り組みも重要な課題である．その他，ある期間内の推測的変動を一定の値と仮定したことに対して，相手の行動に対する推測のメカニズムを明らかにせずに，推測的変動の値を一定にすることは不合理であり，理論的に満足できないとの批判がある（Tirole, 1988）．したがって，相手の行動に対する推測が追求できるような実証研究も大きな課題の一つである．

文　献

Fershtman, C. and M. Kamien 1987 Dynamic Duopolistic Competiton with Sticky Prices. *Econometrica*, **55**(5) : 1151-1164

藤本浩明 1997 公共財の自発的貢献の動学モデル：協力の可能性．福岡大学経済学論叢，**41**: 289-321

Fujimoto, H. and E. S. Park 2003 Dynamic Duopoly with Sticky Prices. 福岡大学経済学論叢，**47** : 717-731

入江雅仁・鈴木宣弘・前田幸嗣 2004 推測的変動と供給寡占の動学モデル．九州大学大学院農学研究院学芸雑誌，**59**(2) : 247-254

Simaan, M. and T. Takayama 1978 Gama Theory Applied to Dynamic Duopoly Problems with

Production Constraints. *Automatica*, 14 : 161-166
鈴木宣弘 1994 生乳市場の不完全競争の実証分析. 農林統計協会, 東京
Tirole, J. 1988 *The Theory of Industrial Organization.* The MIT Press, London

Summary

In this paper, a dynamic model for oligopoly is developed to find the parameters which influence the intertemporal equilibrium. Then we defined an interaction term as a partial derivative of a control variable with respect to a state variable, which represents how opponents react to changes in the state variable described by an equation of motion. In addition, we let the parameters influencing the intertemporal equilibrium go to the particular values or infinitly increase and examine the limits of the intertemporal equilibrium price. As a result, we demonstrate that if suppliers take interactions into account each other, the intertemporal equilibrium may not lie between the static conjectural variations equiliblium price and competition equilibrium price.