

## 予算管理システムの効率性評価とファジィ化：誘因 におけるファジィネスに関する試論

小野，博則  
下関市立大学：教授

<https://doi.org/10.15017/4369976>

---

出版情報：経済學研究. 64 (5/6), pp.1-13, 1998-06-30. 九州大学経済学会  
バージョン：  
権利関係：

# 予算管理システムの効率性評価とファジィ化

——誘因におけるファジィネスに関する試論——

小 野 博 則

はじめに

- I 予算管理システムの効率性  
——デムスキー＝フェルサム分析から
- II ファジィベクトルと確率
- III 誘因におけるファジィネスとメンバシップ関数
- IV 予算管理システムのパフォーマンスとファジィ化  
おわりに

はじめに

科学技術の分野では、曖昧さは排除すべきものであり、研究や知識が熟すれば、いずれすべてに合理的で厳密な説明が与えられるであろうと考えられてきた。事実、科学や技術は曖昧さを克服することによって進歩を続けている。

反面、1965年に L. A. ザデーがファジィ理論を提唱すると、この理論を用いて人間の思考や感性が本来的にもつ曖昧さを数学的に表現できるようになり、科学技術の分野でもファジィ制御などの形で応用されるようになった。とくに、人間と物が交渉をもつ領域では、従来用いられてきた二値論理よりも、人の認識や思考の様式に近い多値論理としてのファジィ論理の方が有効である場合も存在するということが、経験から知られるようになった。

当然のことながら、こうした流れは、人間を

対象とする人文・社会科学にも影響を与え、経済や経営の領域においても、理論的、あるいは実践的にファジィ理論の導入が図られるようになってきたことは、周知の通りである。この間、意志決定モデルやファジィ・エキスパートシステムなどにファジィ理論が組み込まれるようになり、意志決定支援における役立ちが中心であった。

本稿では、意志決定問題の解決を志向する意志決定支援の関連におけるファジィ理論の可能性ではなく、組織やシステムのパフォーマンス評価の理論的枠組としてのファジィ・モデルの可能性が探られる。

ところで、デムスキー＝フェルサムは、エージェンシー・アプローチによって、予算制度 (budget system) の効率性を考察しているが、その効率性を評価できるような明快な分析結果が導かれたとは言いがたい。この点に関して、掘って立つ視点によって解釈は分かれるであろうが、方法論、そして、これを支える認識の問題として問い直すことの一つの糸口を、ファジィ概念の導入に求めてみたい。

人間を取りまく多義的な不確かさは一様ではない。その中でも不確か性については、確率論を取り入れた期待効用理論によって合理的な行動選択による説明が可能になった。エージェンシー・アプローチによる組織やシステムのパレ-

ト基準に基づく評価も、その成果の一端である。

曖昧さも、普遍的に存在する不確かさの一つである。ファジィ理論は、そういった人間の判断や行動に含まれる曖昧さを定量的に取り扱う科学である。意志決定を支援する立場からの有用性への評価が高まるとともに、意志決定関連の研究が先行しているものの、説明枠組への組入れや経済理論とも深く係わる研究は、今後展開が期待される領域である。エージェンシー・モデルへのファジィ概念の導入に際して、期待効用仮説 (expected utility hypothesis) との関係についての理論的整理は課題として残さざるをえないが、当面はペイオフ、そして誘因におけるファジィ化の可能性を探ることから踏み出すことにする。

## I 予算管理システムの効率性

——デムスキー＝フェルサムの分析から

組織の階層関係をプリンシパル・エージェント関係と見るとき、組織や制度のシステム・パフォーマンスを評価したり、システムの存在理由を経済的な視点から説明する際に、その理論的枠組としてエージェンシー・アプローチは有効である。たとえば、業績評価システムのパフォーマンスの評価については、業績評価システムを包摂する賃金契約を、上位者と下位者の間の配分的効率性の評価の問題として捉え、組織の情報構造との係わりがその決定的要因となることが同接近法によって明らかにされてきた。

エージェンシー・アプローチによる研究成果は極めて多岐に亘っているが、多くの研究成果は、将来事象に必然的に伴われる不確実が確率を用いて数学的に記述できるようになり、期待効用理論が構成されるに及んで、異なる複数の

情報構造の中における主体の行動を合理的に説明できるようになったからに他ならない。そうした考察には、ランダムな環境の中で合理的に行動するとは、主体が効用の期待値を極大化するように行動することであるとする期待効用仮説が基底に置かれている。つまり、研究成果はこの仮説を理論的支柱にして生み出されてきたという側面をもつ。

ところが、管理システムや業績評価システムの動機づけ機能の評価を分析の中心に置く研究に限れば、同アプローチの有効性に関する評価は容易ではない。その理由の一つは、同アプローチの基礎にある同仮説に求めることができる。この仮説には、誘因に対する見方に一定の枠を課すという側面もあるからである。

同アプローチが誘因システムそのものの考察に有効であるかどうかは、他の代替的報酬契約に対する予算基準契約のパレート優位性を論述するために、結果的に予算基準契約の本質である動機づけ機能それ自体に光を当てざるを得なくなったデムスキー＝フェルサムの分析の帰結に明らかである。

展開の意図はどうあれ、予算システムのパフォーマンスをパレート基準に基づいて配分的効率性の視角から照射しようとし、結果としては期待効用仮説のもつ先述の2側面をふたつながらに体現することにならざるを得なかったその展開の輪郭を辿ることにしよう。

分析に先立って、予算基底的な報酬契約 (budget-based contract) が他のすべての報酬制度よりもパレート優位である必要条件の一つは、エージェントがリスク回避的であるという命題が提示されている<sup>1)</sup>。それ故、リスク回避的なエージェント (以下、A) とリスク中立的なプリンシパル (以下、P) を前提に置いて論が進め

られる。

彼らは次のような基本的モデル (basic model) を構築し<sup>2)</sup>, 不確実性の下で予算制度に基づく報酬制度が他の報酬制度よりもパレート優位であることを仮設例によって示そうとする。

$$\begin{aligned} \max_z E(U_0|a^*, b) &= \int_H \int_S U_0(T(s, a^*, q, h) \\ &\quad - z(\eta(s, a^*, q, h)) \\ &\quad - c(s, a^*, q, h, \eta)) f(s) ds f_0(h|b) dh \quad (1) \\ \text{s. t. } E(U_{wh}|a^*, b) &= \max E(U_{wh}|a, b) \\ &= \int_S U_{wh}(z(\eta(s, a, q, h)), a) f(s) ds \end{aligned}$$

ここで,  $E(\cdot)$ : 期待効用,  $U_0$ : P の効用,  $U_{wh}$ : A の効用,  $T(\cdot)$ : 成果,  $z(\cdot)$ : A への報酬,  $a$ : 努力水準,  $a^*$ : 最適努力水準,  $q$ : 資本,  $s \in S$ : 状態,  $h \in H$ : 技術型,  $\eta(\cdot)$ : 情報システム,  $c(\cdot)$ : 情報コスト,  $f(s)$ : 確率密度関数,  $f_0(h|b)$ : 確率密度関数,  $b$ : 契約の種類, を表わす。

実際の数値計算を進めるに際して, 他のすべての代替的報酬制度を代表するものとして, 普遍性が認められる線形分配関数に規定される報酬契約 (linear sharing function contract) が用いられる。線形分配関数は, J. E. ステイグリッツによって提示された関数である<sup>3)</sup>  $z(x, q) = ax - Rq$  が用いられている。ここで,  $z$  は A への報酬,  $x$  は成果,  $q$  は A に提供された資本を示す。この関数は多様な契約形態を代表し, 純粋な給与契約 ( $\alpha=0$  and  $R<0$ ), 純粋なレンタル契約 ( $\alpha=1$  and  $R>0$ ), 純粋な出来高払い契約 ( $0<\alpha<1$  and  $R=0$ ), そして混合契約 ( $0<\alpha<1$  and  $R\neq 0$ ) を含んでいる<sup>4)</sup>。中でも, デムスキー=フェルサムは混合契約によって, 他の代替的報酬契約を代位させる方法を取っている。

予算を基準とする報酬契約については, (1)二様式分配契約 (dichotomous sharing function

contract)<sup>5)</sup>, (2)二極分配契約 (bang-bang sharing function contract)<sup>6)</sup>, (3)調査付二極分配契約 (investigation contract)<sup>7)</sup> が想定されている。

この3種の予算基準契約の効率性は, 共通の所与のデータと(1)式を適用して, それぞれの最適努力水準と最適報酬水準が決定され, 各組織厚生が確定されることによって求められる。そして, 共通の所与のデータを用い同様の計算手続きを経て求められた線形分配契約, すなわち混合契約の組織厚生との比較を通じて, 各予算基準契約と線形分配契約との効率性が比較されている。

計算過程の詳細は省略するが, 二様式分配契約, 二極分配契約については, 線形分配システムに対するパレート優位を結論づけることは困難であるとの結果がもたらされる。調査付契約については, 「成果の発生原因の事後調査 (ex post investigation of the causes of the outcome) ]<sup>8)</sup> のためのコストが特定的水準より小さい場合に限るという条件つきで, 線形分配契約に対してパレート優位であるという分析結果が得られている。追加的な事後調査コストの多寡は, 現実には経済環境の不確実性の度合に依存し, 予測に困難が伴うことを顧慮すると, この種の予算基準契約についてもパレート優位の判断は留保されなければならないだろう。とすると, 得られた帰結によれば, 全体として予算基準契約の存在の根拠をパレート効率性の視点から説明しえたとは認めにくい。

しかしながら, デムスキー=フェルサムは, 予算の基準の水準設定を調整するならば, 二様式分配契約, 二極分配契約についても, パレート優位性を提示することができると考え, 総体としての予算基準契約の代替的な報酬制度に対

するパレート優位性を条件づきで結論づけている。

エージェンシー・モデルは期待効用仮説に従う条件付き最適化である故に、この仮説をそのまま自らのものとしていることは言うまでもない。目的関数や誘因両立性の制約が前提に置く期待効用極大化の行動原理は、期待効用がより大きくなる方向に、主体の行動を誘導するという内容をもっている。臨界点である期待効用が等しい場合も含めると、期待効用がより小さくならない方向に、両者は行動するように誘因づけられるという内容でもある。

行動に関する仮定は、誘因に関する仮定でもある。そこには、誘因に関する曖昧さを認めない明快とも言える見方が存在する。限界期待効用値が非負であれば、行動を促すに足る十分な誘因は存在するとする割り切りがある。誘因を巡る不確かさや複雑さは、一切捨象されている。とすれば、臨界点では、エージェントを誘因づけるための報酬の限界的な分配は、限界期待効用値がゼロに等しくなるように決定され、極めて効率的な分配によって動機づけは保証されることになる。その意味においては、誘因に関する問題は既に解決済みであるとも考えることができる。

エージェンシー・アプローチが導いた少なからぬ研究成果も、かかる誘因観に依拠して成り立つものである。これを、現実の予算制度に投影される誘因観と同一視することには無理がある。誘因がどの程度の効用から生ずるかは、個人や個人を取りまく状況に依存するし、また、年功序列制や終身雇用制などによって特徴づけられる労働慣行や企業風土と言った企業の固有性などにも依存する複雑さをもっている。

次節以下では、こうした問題意識を抱えなが

ら、デムスキー＝フェルサムの論点とは異なる方向から、彼らの分析の問題点を方法論に求め、モデルの残された改善の余地の中の考えられ得る一つとしてファジィ化を模索する。

註

- 1) Demski, J. S. and G. A. Feltham, "Economic Incentives and Budgetary Control Systems," *The Accounting Review*, Vol. 53 No. 2 (April 1978), p. 346.
- 2) *Ibid.*, pp. 342-343.
- 3) Stiglitz, J. E., "Risk Sharing and Incentives in Sharecropping," *Review of Economic Studies* (April 1974), pp. 219-255.
- 4) Demski, J. S. and G. A. Feltham, *op. cit.*, p. 346.
- 5) 成果が予算を上回る場合に固定賃金が支払われ ( $z_1(x)=B_1$  for  $x \geq \bar{x}$ ), 成果が予算を下回る場合に線形契約で支払われる ( $z_2(x)=a^*x-R^*$  for  $x < \bar{x}$ ). (Demski, J. S. and G. A. Feltham, *op. cit.*, p. 347.)
- 6) 成果が予算を上回る場合に高い固定賃金が支払われ ( $z_1(x)=B_1$  for  $x \geq \bar{x}$ ), 成果が予算を下回る場合に低い固定賃金が支払われる ( $z_2(x)=B_2$  for  $x < \bar{x}$ ). (Demski, J. S. and G. A. Feltham, *op. cit.*, p. 348.)
- 7) この契約は二極分配契約の一類型である。成果が予算を上回る場合か、あるいは、調査によって努力が基準努力水準以上であることが判明した場合に、高い固定賃金が支払われ ( $z_1(x)=B_1$  for  $x \geq \bar{x}$  or  $a \geq \bar{a}$ ), 成果が予算を下回る場合で、かつ、調査によって努力が基準努力水準より小さいことが判明した場合に、低い固定賃金が支払われる ( $z_2(x)=B_2$  for  $x < \bar{x}$  and  $a < \bar{a}$ ). (Demski, J. S. and G. A. Feltham, *op. cit.*, p. 349.)
- 8) Demski, J. S. and G. A. Feltham, *op. cit.*, p. 349.

II ファジィペイオフと確率

現実の生活や環境の中には、二つの種類の不確かさが混在していることが多い。一つは不確実性であり、もう一つは曖昧性である。

前者は、将来におけるできごとの起こる確からしさの度合によって表現され、確率論によって数的に記述する。数学的枠組を賦与されている。確率が経済学に組み込まれることによって、

不確実性下での個人の合理的行動を叙述する定式化は初めて可能になった。リスクを含む資産の主体にとっての合理的選択行動は、主体の効用の期待値の極大化行動として説明することができる。こうした期待効用仮説は、エージェンシー・モデルの理論的支柱にもなっている。

このモデルでは、確率はランダムな環境を数量的に取り扱うために用いられている。ペイオフ表の環境状態を確率変数で表現することを起点として効用の期待値が計算されて、プリンシパルとエージェントの合理的選択行動の下にプリンシパルの期待効用極大化を可能にする解が求められる。

後者の不確かさであるファジィネスを考慮しようとするならば、まず、ペイオフ表における確率変数からファジィ変数への転換が考えられよう。

ペイオフ表におけるファジィ概念の利用例は、ファジィ意志決定への支援の一つとして、たとえば設備投資の採択などで見られる。数多くのプロジェクトの中から選択を決定しなければならない状況の中で、各代替案の現在価値をファジィ言語で表現し、ファジィ演算を通して最も満足度の大きいプロジェクトを採択することが可能となる。同様の発想から、エージェンシー・モデルのペイオフ表にもファジィ概念の導入を試みることができる。表1のように、企業を取

表1 ファジィペイオフ表

	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>5</sub>
a <sub>1</sub>	~ π <sub>11</sub>	~ π <sub>12</sub>	~ π <sub>13</sub>	~ π <sub>14</sub>	~ π <sub>15</sub>
a <sub>2</sub>	~ π <sub>21</sub>	~ π <sub>22</sub>	~ π <sub>23</sub>	~ π <sub>24</sub>	~ π <sub>25</sub>

りまく環境状態  $s_j (j=1,2,3,4,5)$  を区別し、景気について  $s_1$  を悪い、 $s_2$  をやや悪い、 $s_3$  を普通、 $s_4$  をやや良い、 $s_5$  を良いとする。努力水準  $a_i (i=1,2)$  については、 $a_1$  を小さい、 $a_2$  を大きいと

する。 $a_i, s_j$  のときの企業利益  $\pi_{ij}$  をファジィな値で表現し、おおよそ  $\pi_{ij}$  であると考え、 $\pi_{ij}$  を要素とする全体集合  $\Pi$  の上のファジィ集合  $\sim H_{ij}$  を定義し、メンバシップ関数  $\mu_{H_{ij}}(\pi)$  は単峰型を仮定することにする。

$$\mu_{H_{ij}}(\pi) = \mu_{H_{ij}}(\pi_{ij}, c_{ij}) = 1 - |\pi - \pi_{ij}| / c_{ij} \quad (2)$$

$$\text{where } \mu_{H_{ij}}(\pi) = 0 \text{ if } \mu_{H_{ij}}(\pi) < 0$$

このメンバシップ関数は、図1のように三角形を想定している。

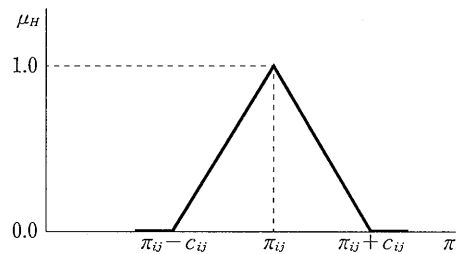


図1 三角型ファジィ数のメンバシップ関数

$s_j$  については、ペイオフ  $\pi_{ij}$  に関してファジィ集合  $\sim H_{ij}$  のメンバシップ関数のグレード値に影響を与える要因として認識する。

$$s_j = \{\pi, \mu_{s_j}(\pi)\} \quad (3)$$

簡単化のため  $\mu_{s_j}(\pi_{ij}) = 1$  を与え、ザデーの拡張原理 (extention principle)<sup>9)</sup> に基づいて、 $a_i$  のときのファジィ値  $F_i (i=1,2)$  を求めるファジィ演算をすると、次のようになる。

$$\begin{aligned} F_i &= \{ \{ (\pi, \mu_{H_{i1}}(\pi)) / \mu_{s_1}(\pi) \}, \\ &\quad \{ (\pi, \mu_{H_{i2}}(\pi)) / \mu_{s_2}(\pi) \}, \\ &\quad \dots, \{ (\pi, \mu_{H_{i5}}(\pi)) / \mu_{s_5}(\pi) \} \} \\ &= \{ (\pi_{i1}, c_{i1}), (\pi_{i2}, c_{i2}), \dots, (\pi_{i5}, c_{i5}) \} \\ &= (\sum_k \pi_{ik}, \sum_k c_{ik}) \quad (4) \end{aligned}$$

ここでは、ペイオフをファジィ数で表現し、状態  $s$  に可能性分布としてのグレード値を対応させようとした。現実に照らせば、経済指標による単純な割り切りを許さない経済の錯綜する諸相があり、景気の動向やその良否を見分ける

ことも容易な仕事ではない。景気状況の境界に曖昧さを含ませながら客観的に処理することを、現実に即した意志決定モデルや分析モデルの構築につながっていく一つの可能性として捉えるならば、ファジィ化のディテイルを詰め、そのあり方を模索することは意味のあることである。

しかし一方で、不確実な将来の行動を論理的に説明するためには、確率によって期待効用を計算する手法に拠る外はない。むしろ、L. A. ザデーの提唱するように、ファジィ事象の確率測度を拡張定義する<sup>10)</sup>ことが有用である。従来、確率論で扱われていた事象は曖昧さを含むものではなく、明確に定義された事象であったが、ペイオフのような経済量についても、ファジィ事象としての確率を検討していくことが今後必要になるであろう。

こうした方向でのファジィ化とともに、もうひとつのファジィ化の可能性を提示することが、本稿の主旨である。期待効用を将来行動を規定する要因としながら、可能性理論としてのファジィ理論の認識から、誘因の存在という事象を可能性分布として把握し、期待効用と誘因の関係を再検することにする。何をどのようにファジィ化するべきかは、分析目的に依存する。デムスキー＝フェルサムの前掲の分析の帰結を再考する上で手掛かりとなる一つの論点に光を投ずるため、誘因におけるファジィネスの考察を試みることにする。

註

9) 水本雅晴『ファジィ理論とその応用』サイエンス社、1988、83頁。

10) Zadeh, L. A., "Probability Measures of Fuzzy Events," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 23 No. 2 (August 1968), 421-427.

### III 誘因におけるファジィネスとメンバシップ関数

誘因と情報に関する経済的考察は、個人や企業の行動を解明するうえで重要な領域を形成し、理論的、そして実証的な成果を広範に積み上げてきた。また、経営学、行動科学、管理会計論の分野においても、誘因は多様なテーマの下に研究視野の中に収められてきたことは言うまでもない。

誘因は、少なからぬ分野で様々な問題意識から取り上げられてきた概念であるが、効用との関係が思考対象に入ってくる場合に限定すると、中でも二つの見方が支配的であると考えられる。一つは、経済分析で一般的な考え方であり、いま一つは、経営学の研究成果の中に位置づけられる見方であり、特に V. H. ブルームの所説に代表させることができるものである。

経済理論では、主体の不確実性下での合理的行動は期待効用仮説によって基礎づけられる。合理的な個人は期待効用が極大化するように行動するという事は、効用理論では、効用の期待値がより大きくなる行為や状態が選好されるという選好の順序で表現される。

そこでは、誘因の概念で表現されてはいないが、複数の選択肢の中から選び取る選好が生じることを、そうした行動を促す誘因が生じることは同義であると考えことにする。つまり、選好が存在することと誘因が存在することを、内容のうえで対応させて理解するという事である。誘因の意味をこのように捉えて、期待効用仮説の含意する期待効用と誘因の関係について問い直してみよう。

誘因の表現を用いるならば、個人の合理的行

動には、期待効用がより大きくなるような行動選択を促す誘因が存在すると言うことができる。換言すれば、期待効用がより小さくなるような行動選択を促す誘因は存在しない。このことは、期待効用関数に連続的な増加関数を想定すると、より大きな変数が選好される、つまり、より大きな変数をもたらされるよう行動する誘因が存在することを意味する。増加関数では、期待効用が変化しない区間が誘因の存否の臨界点になるが、この区間も誘因が存在すると見做すならば、期待効用がより小さくならないような行動選択を促す誘因が存在すると言ってもよいであろう。

期待効用関数の導関数で考えるならば、導関数が非負である区間では、期待効用がより小さくならないような方向への行動選択を促す誘因が存在し、導関数が負である区間では、誘因が存在しないということである。連続型で導関数の符号が誘因の存否に関与するということを、離散型に敷衍するならば、変化率において「期待効用が非負である」ならば、期待効用がより小さくならないような方向への行動選択を促す誘因が存在し、変化率において「期待効用が負である」ならば、誘因が存在しないという判断に達する。

ここに見られる期待効用と誘因の関係は、どのような論理で組み立てられ、認識されているのかは、集合概念を援用して整理することができる。主体が期待効用極大化行動を取ることが意味する期待効用と行動を促す誘因との関係は、次の2命題で表現される。「期待効用が非負である」ならば、「誘因が存在する」という第1の命題と、「期待効用が負である」ならば、「誘因が存在しない」という第2の命題である。第1の命題の前件部「 $A \triangleq$  期待効用が非負であ

る」、後件部「 $B \triangleq$  誘因が存在する」から、表2の推論が成立する。

表2 推論1

前提1	$A \rightarrow B$
前提2	$A$
結論	$B$

そして同時に、非Aを $\neg A$ 、非Bを $\neg B$ で表記すると、表3の推論が成立していることが分かる。

表3 推論2

前提1	$A \rightarrow B$
前提2	$\neg A$
結論	$\neg B$

この推論は、排中律が成り立つことを示している。排中律は、Bでも非Bでもないという中間的な状態は存在しないことを主張する。ここで展開されているのは、排中律の成立が示すように、導かれる結論が真であるか、偽であるかを明確に断定できる論理であり、二値論理である。

二値論理は、従来から用いられてきた集合概念であるクリスプ集合によって説明できる。クリスプ集合では、要素に関して、その集合に属するか、属さないかが明確に判断可能なものだけが取り扱われる。先述の第1の命題をクリスプ集合の概念を用いて表現するならば、非負の期待効用  $u(\geq 0)$  なる要素は、「誘因が存在する」という概念によって規定される集合  $L$  に帰属するということになり、 $u \in L$  と表される。第2の命題については、負の期待効用  $u(< 0)$  は集合  $L$  の要素ではないことになり、 $u \notin L$  と表される。集合の要素になりうるかどうか、つまり帰属性の存否は截然と区別されていることが特徴である。



確かに、二値論理的な裁断は、期待効用仮説に沿うものであるし、数理的操作の可能性の枠が広がり、モデルにも明快な解が得られ易い。導かれた解からは、不確実性下においても新古典派パラダイムを理論的に確認することも可能であろう。

しかし、「誘因が存在する」という概念が、そもそもこういった二値判断で割り切れるものであるのかについて、疑問の余地はないわけではない。ことに、経営学やその関連領域では、誘因や動機づけに関連して様々な問題が議論され、異なる角度からの接近が試みられてきたことも、当該概念がもつ複雑さや多義的な不確かさの一端を示している。

なかでも、先に触れたブルームの所説は、誘因と効用の関係を考える上で検討に値する論点を含んでいる。彼の見解は、「ある行動を個人に遂行させる力は、その行動によってもたらされるであろう結果がもつ誘意性と、その結果が生起するであろうと考える彼の期待の強さとの積の代数和の単調増加関数である。」<sup>11)</sup> という命題を中心に構成されている。彼の言う「ある行動を個人に遂行させる力」は、誘因に相当すると考えられるが、その誘因を「方向と大きさをもつ力」<sup>12)</sup> として把握する立場は、誘因を二値論理によって規定しようとする立場とは明らかに異質のものである。

彼自身が、「力を誘意性と期待の積の単調増加関数として表現すること」<sup>13)</sup> は、「人が主観的期待効用を最大化するように選択するとする意思決定論の思考に似ている。」<sup>14)</sup> と述べているものの、その近似性にも拘らず、両者の基底にある決定的相違は、彼の見解の中では、誘因の基本的内容が大きさをもちうるという性格から認識されていることであり、さらにそれが期待効

用によって規定されるような大きさであると認識されていることにありと解釈できる。と言うのは、誘因を二値論理によって規定しようとする期待効用仮説の立場では、誘因の存否は問題とされても、誘因の大きさは意味をもたないからである<sup>15)</sup>。

ブルームの見解には、誘因をその大きさで量的に識別できるものとして捉えようとする視点があり、「誘因が存在する」という概念を、集合への帰属性の程度として識別するファジィ集合の考え方につらなるものをもっている。「誘因が存在する」という概念をファジィ集合の考え方から捉え直し、ファジィ論理によって組み立て直してみよう

全体集合  $U$  を効用  $u$  の全体で定義する。 $U$  の上において  $u$  に関して「誘因が存在する」集合をファジィ集合  $\sim F$  で表すと、ファジィ集合  $\sim F$  は  $u$  が  $\sim F$  に属する度合 (grade) によって規定される。この度合はメンバシップ関数  $\mu_F(u)$  で表わされるので、ファジィ集合  $\sim F$  は、次のように  $\mu_F(u)$  によって特性づけられる集合として定義される。

$$\mu_F: U \rightarrow [0,1] \quad (5)$$

$\mu_F(u)$  は 0 と 1 の間の値を取り、 $\mu_F(u)=1$  ならば、 $u$  が  $\sim F$  に完全に属することを表わし、 $\mu_F(u)=0$  ならば、 $u$  が  $\sim F$  に全く属さないことを表わす。メンバシップ関数の決定には主観が入り込むが、集合の境界を曖昧にするメンバシップ関数を用いることによって、ファジィ集合は通常の集合概念であるクリスプ集合よりも我々の現実感覚に近づいている。 $u$  に「誘因が存在する」集合は、たとえば次のように  $\mu_F(u)$  を定義することができる。

$$\mu_F(u) = \begin{cases} 1 & \theta \leq u \\ \frac{1}{\theta}u & 0 \leq u \leq \theta \\ 0 & u \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

これは、図2のように右上がりの区分線形の関数  $\mu = \mu_F(u)$  で描かれる。

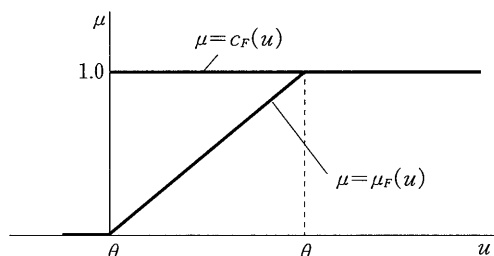


図2 2つのメンバシップ関数

これに対し、メンバシップ関数が0か1のいずれかの値しか取らない集合は、コンベンショナルな集合概念であるクリस्प集合となる。この集合のメンバシップ関数  $c_F(u)$  は特性関数と呼ばれ、図2のように原点  $O$  や縦軸上の点  $(0,1)$  を通る線形関数  $\mu = c_F(u)$  で描かれる。

$$c_F(u) = \begin{cases} 1 & 0 \leq u \\ 0 & u < 0 \end{cases} \quad (7)$$

クリस्प集合は、メンバシップ関数が0か1のいずれかの値に限定されるということから、ファジィ集合の特殊な形であると位置づけることができる。

通常集合からファジィ集合へと拡張しても、通常集合演算と同様にファジィ集合演算を定義できる。ファジィ集合を  $\sim A$ ,  $\sim B$  で表わすと、補集合  $\sim A^c$  は次のように定義される。

$$\mu_{A^c}(u) = 1 - \mu_A(u) \quad (8)$$

和集合  $\sim A \cup \sim B$  は、

$$\begin{aligned} \mu_{A \cup B}(u) &= \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \\ &= \mu_A(u) \vee \mu_B(u) \end{aligned} \quad (9)$$

共通集合  $\sim A \cap \sim B$  は、

$$\begin{aligned} \mu_{A \cap B}(u) &= \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \\ &= \mu_A(u) \wedge \mu_B(u) \end{aligned} \quad (10)$$

のように、メンバシップ関数を用いて定義できる。

この定義の下では、ファジィ集合では排中律は成立しない。

$$\sim A \cup \sim A^c \neq U \quad (11)$$

同時に、矛盾律も成立しない。

$$\sim A \cap \sim A^c \neq \phi \quad (12)$$

以上の結果は、排中律と矛盾律がともに成立するクリस्प集合との違いを示している。ファジィ集合概念から構成されるファジィ論理においても、同様に排中律と矛盾律が成立しないという結果が導かれるが、これは二値論理と異なる著しい特徴である。ファジィ集合演算を用いて得られた計算結果もファジィ集合であり、解はファジィ数として表現される。すなわち、この文脈においては、解は期待効用の値  $u^*$  とメンバシップ関数の値であるグレード値  $\mu_F(u^*)$  の組合せで表現されるのも、二値論理に基づく演算とは相違している。

次節では、ファジィ集合演算を用いながら、エージェンシー・モデルにおける誘因のファジィ化の可能性と妥当性を探る。

註

- 11) Vroom, V. H., *Work and Motivation*, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1964, p. 18.
- 12) *Ibid.*, p. 18.
- 13) *Ibid.*, p. 19.
- 14) *Ibid.*, p. 19.
- 15) 一般化された形では、ブルームの命題は、「動機づけの力、すなわち誘因の大きさは、2 選択対象間における期待効用の差の単調増加関数である。」と解釈できるであろう。これに対して、エージェンシー・モデルの動機づけの制約では、「誘因の強度についての明示的な表現を欠いているのである。」(小野博則「企業におけるリスク負担と誘因形成」、『農業計算学研究』(京都大学), 第26号 (1993年12月), 35-41頁。)

IV 予算管理システムのパフォーマンスと  
ファジィ化

期待効用仮説は誘因について陽表的には明示していないが、そこに内包される誘因と期待効用の関係を析出するならば、その関係は極めて明確であり、一意に定められていることが理解される。その関係は、これを説明する最も基本的な枠組が二値論理に求められることや、クリスプ集合概念を用いて把握されうことを述べてきた。

同様のことは、この仮説に裏づけされたエージェント・モデルにも妥当する。まず、基本的なモデルを設定することから始める。

P, A の効用関数をそれぞれ  $U_P, U_A$  とし、期待効用をそれぞれ  $E(U_P), E(U_A)$  とする。成果を  $x$ , A への報酬を  $z(x)$  と表記する。 $x$  は確率変数であり、その確率分布については P, A ともに知識があると考える。

$$U_P = x - z(x) \quad (13)$$

$$U_A = U(x) - V(a_i) \quad (14)$$

P はリスク中立的なので、 $x$  に関して  $U_P' > 0, U_P'' = 0$ , A はリスク回避的なので、 $z$  に関して  $U_A' \geq 0, U_A'' < 0$  である。A は努力回避的であるので、 $-V$  は努力  $a_i (i=1,2)$  の投入に伴う不効用を表わす。A が組織に留まり、自発的に最適努力水準を選択し実行したとき、P の期待効用が極大化されるような最適報酬は、以下のモデルの最適解として求められる。

$$\begin{aligned} \max_z E(U_P) &= \int_x (x - z(x)) f(x|a_2) dx \\ \text{s. t. } E(U_A) &= \int_x U(z(x)) f(x|a_2) \\ &\quad - V(a_2) \geq \theta_1 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} &\left\{ \int_x U(z(x)) f(x|a_2) - V(a_2) \right\} \\ &- \left\{ \int_x U(z(x)) f(x|a_1) - V(a_1) \right\} \geq 0 \end{aligned}$$

ここで、第1制約式は組織への参加条件であり、 $\theta_1$  は A が組織に留まることによって断念しなければならない効用、すなわち機会原価を示す。第2制約式は誘因両立性の制約 (incentive compatibility constraint) であり、行動に関する意志決定の主体としての A を動機づけるための条件である。主体の合理的な行動選択は、期待効用を極大化することであるとの原理に従い、 $a_2$  を最適努力水準とすると、A が  $a_1$  の投入よりも、それ以上の期待効用をもたらすであろう  $a_2$  の投入を選択する条件を定式化したものが、第2制約式である。臨界点において、すなわち  $a_1$  の投入によって得られる期待効用と、 $a_2$  の投入によって得られる期待効用とが等しい場合にも、 $a_2$  が選ばれるのが合理的行動であり、そのように動機づけられると考えていることが、式によって表現されている。

第1制約式では、簡単化のため、努力は  $a_1, a_2$  の2つの水準から選択されるのだが、最適努力水準である  $a_2$  を選択したときに組織によってもたらされる期待効用が、臨界点においては、すなわち、他の機会がもたらす期待効用と等しければ、組織から出ていこうとする誘因は生じないと考えられている。この式は、組織から出ていこうとする動機を否定しなければならない。あるいは、外部から組織へ入ることを積極的に誘因づけなければならない状況にある場合には、動機づけの条件としての性格を帯びるであろう。

誘因両立性の制約は、連続型の場合は  $a$  についての1次微分がゼロになる点、すなわち期待効用が極大値を取る点で最適努力が達成される

ように設定する。期待効用が極大値を取る点まで内発的に誘因づけられると考えられているからである。これに対して本稿では、 $a$  に関して離散型の条件式となっているが、動機づけについては連続型の場合と同じ考え方に基づいている。式が非負であれば、動機づけは可能である。P にとって最も有利な動機づけは、その中で A への分配を最も小さくすることであるから、制約式の右辺がゼロになる場合である。これは、組織のパレート効率性の上からも、最も有利になる。すなわち、繰り返しになるが、 $a_1$  の投入によって得られる期待効用と、 $a_2$  の投入によって得られる期待効用とが等しい場合にも、 $a_2$  が動機づけられることが保証されているということが前提にある故に、最小の分配による有利な動機づけが可能となるのである。

現実の経営での動機づけの困難さは、どの程度の分配によって動機づけが成功するかが見極めにくい不確かさの存在にある。そういう意味からは、動機づけ問題の本質は、いかに小さな分配でそれを成功に導くかという点に収束するが、誘因両立性の制約においては分配的効率性を達成する最も有利な動機づけの実現がすでに前提されており、動機づけの問題は解決済みであると言わなければならない。

誘因というコンセプトのもつ複雑さや困難さが二値論理的な切断によって捨象され、動機づけの成否のリスクが最低限の報酬によって完全に回避されうると見る枠組からは、その成否の曖昧さや成功の可能性を評価する必要性は、始めから生まれては来ない。予算制度という管理システムをインセンティブ・システムとしての機能から評価しようとする際には、動機づけの成否のリスクや成功の可能性についての評価は重要なポイントの一つに数える必要がある。イン

センティブ・システムの経営における実践的意義やシステム改善への持続的な努力は、誘因に対する管理可能性の部分的欠如やその不確かさが厳しく意識されてきた証左であるからである。

言うまでもなく、対象を抽象化・単純化し、求めるべき関係を把握するために意識的にデファジィ化する手法も、分析目的に応じて有効である。ただ、管理システムのパフォーマンス評価の中でも予算制度を対象とする分析では、誘因構造それ自体を評価の中心に据えなければならない故に、誘因を巡る不確かさを再度考慮し、評価の中に織り込んでいく新しい基準が必要である。このことは、I 節で触れたように、誘因に関してデファジィ化を取り込んだ従来型のモデルによるデムスキー＝フェルサム分析の結果からも首肯されるであろう。

そこで、誘因を巡る不確かさを考慮したモデルを用いるならば、予算管理システムのパフォーマンス評価は、どのように変わるのか、その方向を模索してみよう。誘因へのファジィ概念の導入は、二値論理からファジィ論理への転換、そしてクリスプ集合を包含するヨリ一般的なファジィ集合への移行を伴うものであると同時に、最適化基準から満足化基準へと評価の視座を移すことになるが、そのことによる予算管理システムの評価がこれまでの評価とどのように変わるのか、(15)式のモデルを用いて検討することにしたい。

$$\left[ \begin{array}{l} E(U_F) = \int_X (x - z(x)) f(x|a_2) dx \geq \sim \theta_0 \\ E(U_A) = \int_X U(z(x)) f(x|a_2) - V(a_2) \geq \sim \theta_1 \\ \left\{ \int_X U(z(x)) f(x|a_2) - V(a_2) \right\} \\ - \left\{ \int_X U(z(x)) f(x|a_1) - V(a_1) \right\} \geq \sim \theta_2 \end{array} \right. \quad (16)$$

(16)式に示されるように、(15)式の目的関数

に替えて、ファジィ目標を立て不等式で表わす。もはやPは期待効用の極大化を目的とするのではなく、期待効用についてのファジィ数である $\sim\theta_0$ は、Pにとっておよそ $\theta_0$ 以上の期待効用であるならば、ある程度満足できるであろう期待効用の水準を示す。

Aの組織への参加のための条件についても満足度基準を採用する。およそ $\theta_1$ 以上の期待効用が与えられれば、参加の満足度はある程度満たされるとし、ファジィ数 $\sim\theta_1$ によるファジィ制約で表わす。誘因両立性の制約についても、ファジィ数 $\sim\theta_2$ によってファジィ化する。このファジィ制約は、Aが努力 $a_1$ よりも $a_2$ を実行するように動機づけるために、およそ $\theta_2$ の効用格差が要求されることを表現している。

ファジィ・モデルでは、ファジィ数 $\sim\theta_0, \sim\theta_1, \sim\theta_2$ のそれぞれに対応するファジィ集合 $\sim F_0, \sim F_1, \sim F_2$ について、メンバシップ関数を特定化しておくことが必要である。期待効用 $u$ の集合 $U=\{u\}$ の上のファジィ集合 $\sim F_k(k=0,1,2)$ は次のように定義される。

$$\sim F_k = \{u, \mu_{v^k}(u)\}, \quad 0 \leq \mu_{v^k} \leq 1, u \in U \quad (17)$$

ここで、メンバシップ関数 $\mu_{v^k}(u)$ は、要素 $u$ がファジィ集合 $\sim F_k$ に帰属する割合を表現する。 $\sim F_2$ は、「誘因が存在する」という性格をもつ集合を表わし、 $\mu_{v^2}(u)$ の値が1のとき、そのときの効用水準では確実に誘因が存在することを意味し、 $\mu_{v^2}(u)$ の値が0のとき、そのときの効用水準では誘因が存在することは完全にあり得ないことを意味する。1に近づくほど誘因が存在する割合は大きくなり、0に近づくほどそれは小さくなる。この関係は図2に描かれたグラフの通りである。

ファジィ不等式関係にどのような意味をもたせるかは、意思決定者に任されているのだが、

$\sim F_k(k=0,1)$ は、「満足が存在する」という性格をもつ集合を表わすとする。期待効用がおよそ $\theta_0$ 、あるいはおよそ $\theta_1$ 以上であれば、ある程度の満足が存在する。 $\mu_{v^k}(u)$ の値が1のとき、そのときの効用水準では確実に誘因が存在することを意味し、 $\mu_{v^k}(u)$ の値が0のとき、そのときの効用水準では誘因が全く存在しないことを意味する。1に近づくほど誘因が存在する割合は大きくなり、0に近づくほどそれは小さくなると考える。

ファジィ目標とファジィ制約を同時に満たす共通集合を $\sim D$ とする。

$$\sim D = \sim F_0 \cap \sim F_1 \cap \sim F_2 \quad (18)$$

集合 $\sim D$ のメンバシップ関数を $\mu_D(u)$ とすると、次のように特性づけられる。

$$\mu_D(u) = \min_{0 \leq k \leq 2} [\mu_{v^k}(u)] \quad (19)$$

ファジィネス下では、目標と制約の間の本質的な区別は存在しない。解を求めるために、 $\sim D$ に帰属する割合が最大となるような $u$ をもたらす $z(u)$ を見い出さなければならない。

$$\mu_D(u) = \max_{u \in U} \min [\mu_{v^k}(u)] \quad (20)$$

ファジィ・モデルでは、解はファジィ数となり、解 $z(u)$ が求められると同時に、ファジィ集合への帰属度を表わす $\mu_D$ も決定される。求められた組織厚生からパレート効率性が評価されるとともに、システムがもたらす誘因の程度、そして関係者の満足度が評価される。つまり、効率性だけを評価する一元評価から、効率性評価に加えて、動機づけの成否の可能性に対する評価がグレード値によって与えられる二元評価となる。「高い基準が強い誘因効果 (strong incentive effect) をもつ」<sup>16)</sup>とデムスキー＝フェルサムは言うが、彼らのように「強い誘因効果」という言語変数をデファジィ化して、報酬

格差という代理変数で表現するのではなく、期待効用格差を起因とする「誘因の存在する」グレードとして、直感的な言語変数をそのままに客観化する可能性が、そこには拓かれている。

そして、ここに至る誘因のファジィ化プロセスは、従来のクリップ集合を包摂するファジィ集合への一般化の過程であり、古典論理である二値論理から、多値論理としてのファジィ論理への転換、条件付最適化基準から満足化基準への移行の過程でもある。

註

16) Demski, J. S. and G. A. Feltham, *op. cit.*, p. 348.

おわりに

経済や経営における現象や制度を理論的に説明するために、エージェンシー・モデルを用いることの有効性は既存の諸研究によって確認することができる。その中で、業績評価制度や報酬制度に対するパレート効率性を基軸とする分析においても、同接近法による考察は少なからぬ成果を残している。

そこで、業績評価制度の中でも管理手法としての有効性が経験的に実証されてきた予算制度を対象を絞り、同アプローチの有効性について検討するために、デムスキー＝フェルサムの研究を取り上げた。

彼らは、上位者のリスク中立性と下位者のリスク回避性を前提としながら、普遍的な報酬制度と考える線形分配システムと比較することによって、予算制度のパレート優位性をエージェンシー・アプローチを用いて示そうとする。精緻なモデルを構築し、数種の予算制度、すなわ

ち二様式分配契約、二極分配契約、そして調査付二極分配契約を仮設例によって線形分配契約と比較するが、どのタイプの予算制度においてもパレート優位性を提示する明快な結論を引出すには至ってはいないと考えられる。

予算制度への同アプローチによる分析の隘路を、むしろモデルの設定の基礎にある認識の問題として捉えることの可否を、ファジィ概念のモデルへの導入を通して考えてみようとした。分析目的に適合的なファジィ化の方向を探るために、ペイオフにおけるファジィネスと誘因におけるファジィネスを取り上げたが、インセンティブ・システムとしての予算制度のシステム・パフォーマンスを評価する際には、後者が決定的な影響を持つであろう。

本稿では、誘因におけるファジィネスを考慮し、モデルに定式化することによって、システム・パフォーマンスの評価がパレート基準のみに依拠する一元評価から、効率性と同時にインセンティブ・システムとしての実現可能性を加味する二元評価様式に変換されることを述べた。そこに予算制度のインセンティブ・システムとしての経験的な実感をも反映させようであろうより現実的な評価の方向性があるであろうことを示したが、もとより、試論の域を出るものではない。従来のモデルによる分析結果とファジィ・モデルによる分析結果との実体的な比較・考察は、これに続く今後の研究に譲りたい。

〔下関市立大学教授〕