九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

電磁気学における起電力

原田, 恒司
九州大学基幹教育院

https://doi.org/10.15017/4363024

出版情報：基幹教育紀要. 7, pp.19-29, 2021-02-25. 九州大学基幹教育院
バージョン：
権利関係：

KYUSHU UNIVERSITY

電磁気学における起電力

原田 恒司*

九州大学基幹教育院, 〒819-0395 福岡市西区元岡 744

Electromotive Force in Electromagnetism

Koji HARADA*

Faculty of Arts and Science, Kyushu University, 744, Motooka, Nishi-ku, Fukuoka 819-0395, Japan

*E-mail: harada@artsci.kyushu-u.ac.jp

Received Oct. 29, 2020; Revised Dec. 09, 2020; Accepted Dec. 09, 2020

Electromagnetism is an important subject in physics, especially for the students majoring in science and technology. It is, however, much more difficult than Mechanics. One of the reasons is that there are several concepts in Electromagnetism which have not appeared in Mechanics. To make matters worse, there are confusions even in the textbooks. In this paper, we concentrate on the concept of “electromotive force” (emf) as one of such examples and point out the confusions in the literature on the basis of the proper treatment. In conclusion, we point out that it is possible to make a clear explanation about emf at the elementary level.

1. 導入

電磁気学は物理学の基礎として重要な位置を占めている。電磁気学は身近な実験事実から非常に高度な理論へと昇華していった学問であり、科学的思考の発展を理解する上で重要であるばかりではなく、極めて応用範囲が広く、工学的にも深い理解が求められる。そのため、大学初年次においてほとんどの理工系学生が学ぶだけでなく、専門課程においても学部・学科によっては、学生は繰り返し学ぶことになる。

電磁気学は力学に比べると、ずっと学びにくい科目である。第一に、電磁気学の対象である電場・磁場は目に見えないので、それを直感的に捉えるのは難しい。第二に、電磁気学の本質的な部分は電場・磁場といった場の運動であり、それを記述するための数学（偏微分、ベクトル解析など）が力学に比べるとかなり高度である。第三に、力学では現れなかった概念が電磁気学には現れ、その理解・習得に困難が伴う。特に最後の点に関しては、教科書等にも混乱が見られ、学習者の障害となっているように思われる。

本論文では、電磁気学における起電力という概念に注目し、その正確な理解と誤解しやすい点を整理する。また、文献における混乱を指摘する。そうすることによって、電磁気学を教える際の参考に供したいと考えている。

本論文の構成は以下の通りである。第 2 章において、起電力、電位、電位差、電圧といった概念

Bulletin of KIKAN Education, Vol. 7, 2021
© 2021 Faculty of Arts and Science, Kyushu University

について整理する。第 3 章では文献における起電力の取り扱いを批判的に検討し、その問題点を指摘する。第 4 章で本論文の結論を述べ、起電力を教える際に重要な点をまとめる。

2. 起電力

2.1. 起電力の概念

「起電力 (electromotive force)」はもともと非常に誤解を招きやすい用語であり、そのことは様々な文献で繰り返し強調されてきた。まず、起電力は「力」ではない。「電力」でもない[1]。英語の文献の中には、起電力を単に略号の emf で記述し、electromotive force という用語の使用を避けようとするものもある[2-3]。あまり一般的ではないが、electromortance[4] という用語さえあるようだ。しかし現状では、ほとんどの文献では、不満はあっても起電力という用語を用いている。

起電力は電荷を正負に分離したり、回路に電流を流し（続け）たりする原因となるものである[5]。そのためには、電荷に対して仕事をして、電位の低い位置から電位の高い位置に移動させる必要がある。この電荷の移動は、（誘導起電力の場合を除き）電磁気学の対象となる系の「外部」から供給されるエネルギーを用いて行われることが重要である。その意味で（誘導起電力以外の）起電力は電磁気学で論じるべきものではないのかも知れない。しかし、誘導起電力を正しく理解する上でも、起電力概念の正しい理解は必要なものだと思われる。

起電力は、（閉回路に対して）単位電荷に対してなされる非静電的な仕事として定義される。電荷 q を移動させる非静電気力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{ns}}$ を導入するとわかりやすい。この力を用いて、起電力 $\mathcal{E}$ は

$$\mathcal{E} = \frac{1}{q}\oint \boldsymbol{F}_{\mathrm{ns}} \cdot d\boldsymbol{r} \qquad (1)$$

と表すことができる。化学電池では、この「力」はあまりはっきりしない[6]が、ヴァンデグラフ起電機では、力学的な操作で電荷を分離するので文字通りの意味を持つ。起電力はこのように閉回路に対する積分によって与えられるが、外部からの力がはたらかない部分からの寄与はゼロになるので、起電力を持つ部分（例えば電池）の端点間の（電池内部を通る）積分（後述の式（5）参照）としても表すことができる。

起電力に対するこの表式は、あまり馴染みがないかもしれない。しかし、第 3 章で述べるように、起電力の定義としてこの式あるいはこれと同等の表現を用いている教科書は多数存在する。標準的な定義であると考えてよい。

2.2. 起電力と電位差

クーロン力は保存力なので、静電場（クーロン電場）$\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}}$ は、任意の閉曲線 C に対して次の式を満たす。

$$\oint_{\mathrm{C}} \boldsymbol{E}_{\mathrm{s}} \cdot d\boldsymbol{r} = 0 \qquad (2)$$

あるいは同じことだが、**電位** ϕ を用いて静電場は

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{s}} = -\nabla\phi \tag{3}$$

と表される[7]。式（3）は電位の定義である。これは微分を含むので、電位には定数の不定性がある。通常は適当な基準点を設定し、その基準点での ϕ の値をゼロとすることによってこの不定性を固定する。よく用いられる基準点は無限遠と接地（アース）である。基準点を設定すると、空間の各点に電位が一意的に定まる。

空間の２点 P と Q の位置ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{r}_{\mathrm{P}}$、$\boldsymbol{r}_{\mathrm{Q}}$ とするとき、

$$\Delta\phi_{\mathrm{PQ}} = \phi(\boldsymbol{r}_{\mathrm{P}}) - \phi(\boldsymbol{r}_{\mathrm{Q}}) \tag{4}$$

を PQ 間の**電位差**と呼ぶ。電位差は**電圧**とも呼ばれることがある。電位差は基準点を変更してもその値は変わらない。

式（1）、式（2）および式（3）を見れば容易にわかるように、起電力の定義に現れる力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{ns}}$ は電位 ϕ とは無関係である。

次章で詳しく検討するように、起電力を（電流を流さないときの）電池の端子間の電位差であると記述するテキストは多い。これは間違いではないが、起電力と電位差を混同させる可能性がある点であまり望ましいものではないと私は考える。起電力は電池の内部の、電磁気学にとっては「外部」の問題であるのに対し、端子間の電位差は電池にとってはいわば外部の、電磁気学の対象となる系の性質で記述しているからである。すなわち、電池の陽極端子を T_+ とし、陰極端子を T_- とすると、起電力 $\mathcal{E}$ は

$$\mathcal{E} = \frac{1}{q}\int_{\boldsymbol{r}_{\mathrm{T}-}}^{\boldsymbol{r}_{\mathrm{T}+}} \boldsymbol{F}_{\mathrm{ns}} \cdot d\boldsymbol{r} \tag{5}$$

で与えられ、端子間の電位差は

$$\Delta\phi_{\mathrm{T}+\mathrm{T}-} = \phi(\boldsymbol{r}_{\mathrm{T}+}) - \phi(\boldsymbol{r}_{\mathrm{T}-}) = -\int_{\boldsymbol{r}_{\mathrm{T}-}}^{\boldsymbol{r}_{\mathrm{T}+}} \boldsymbol{E}_{\mathrm{s}} \cdot d\boldsymbol{r} \tag{6}$$

で与えられる。式（5）と式（6）の符号に注意せよ。式（5）の積分は電池内部の経路に沿って行われる（電池外部には $\boldsymbol{F}_{\mathrm{ns}}$ は存在しない）のに対し、式（6）の積分は（任意の）経路に沿って行われる[8]。そしてこれらの２つは、電流が流れていないときには等しい。「起電力は電池の端子間電位差である」というのはこの関係をいうものである。電池の端子間電位差は起電力の結果として生じたものであるので、これは起電力の定義にはならない。また、起電力と電位差の混同は、誘導起電力を学ぶ際に大きな障害となる可能性がある。なぜなら、誘導起電力は電位差とは無関係なものだからである。

起電力と電位差の違いを、大学生の殆どが理解していないという研究結果がある[9]。

2.3. 誘導起電力

磁場が時間的に変動する場合、誘導電場 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{ind}}$ が生じる。誘導電場は静電場とは異なり、その周回積分はゼロではない。これが誘導起電力となる。つまり、式（1）に $\boldsymbol{F}_{\mathrm{ns}} = q\boldsymbol{E}_{\mathrm{ind}}$ を代入し、

$$\mathcal{E} = \oint_{\mathrm{C}} \boldsymbol{E}_{\mathrm{ind}} \cdot d\boldsymbol{r} \tag{7}$$

である。ここで C は任意の閉曲線である。電磁誘導の法則は、この起電力が閉曲線 C を境界とする曲面 S_C を通過する磁束 $\Phi = \iint_{S_C} \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$ の時間変化に関係していることをいう。ただし $\boldsymbol{B}$ は磁束密度である。

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\Phi = -\iint_{\mathrm{S_C}} \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \cdot d\boldsymbol{S} \tag{8}$$

起電力の一般的定義（2）と式（7）が整合していることに注意しよう。一方、起電力を化学電池の端子間電位差と関係づけて定義するのでは、誘導起電力を適切に理解することはできない。

誘導電場も含めて電場 $\boldsymbol{E}$ を定義すると、電場は式（3）の代わりに

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \tag{9}$$

と表される。$\boldsymbol{A}$ はベクトルポテンシャルである。誘導起電力（7）に寄与するのは式（9）の第２項のみである。

3. 教科書における起電力の取り扱い

3.1. 高校の教科書

本論文は大学教育における電磁気学に焦点を置いているが、その前提として、高校の教科書における起電力の取り扱いについて概観しておこう。高校では物理は基礎的な「物理基礎」(2 単位）と発展的な「物理」(4 単位）とに分かれる。現在高校で使われている東京書籍、数研出版、実教出版、啓林館、第一学習社の「物理基礎」と「物理」における起電力の取り扱いを調べた [10]。

「物理基礎」では、起電力を扱っているのは 5 冊中東京書籍と実教出版（物基 311、物基 313）のみである。両方とも電気回路を水流回路と対比させ、電池が水流回路のポンプの役目を果たしていること、一定の電圧（水位差と対比）を保つはたらきを起電力としている。これは初等的な説明としては優れている。この説明ならば、起電力が外部的な作用であることは間違いようがない。

「物理」では 5 冊とも起電力を扱っているが、その扱いには多少の差がある。東京書籍（物理 308）では電池の説明として「電位を上げるはたらき」をもっており、このはたらきが起電力であると述べる。一方、抵抗は「電位を下げるはたらき」をもつと記述されている。また、囲み記事で「電池の内部では、極板とその極板間の電解質溶液との接触面での化学反応により、電位差が生じている」

と説明している。他の教科書では電池の電位差が（電池の）起電力であると表現している。数研出版（物理 313）では「電流が流れていない状態での、電池の極板間の電位差を電池の起電力という」とし、啓林館（物理 310）もほぼ同じである。実教出版（物理 309）では「電池のつくり出す電位差が電池の起電力である」と言い切ってから、内部抵抗によって端子電圧が小さくなることを説明している。第一学習社（物理 316）では電流と端子電圧の関係を示すグラフを示しながら、「電池に電流が流れていないときの端子電圧」を「電池の起電力」であると述べている。数研出版（物理 313）では「ポンプが動力を用いて水位の差をつくりだすのと同様に、電池は化学反応により電極間に電位差をつくりだす」と述べたあとに、「電流が流れていない状態での、電池の極板間の電位差を電池の起電力という」という。

どの教科書でも内部抵抗 r があるときの端子電圧 V と電流 I との関係

$$V = \mathcal{E} - rI \qquad (10)$$

を示している。この関係を実験で確かめるように促している教科書もある（物理 308）。

これらの多くが問題を抱えている。第一に起電力一般を説明するものが少なく、多くが「(化学)電池の起電力」のみを扱っている点である。第二に起電力を「電位差」を使って説明している点である。第 2 章で述べたように、電池の起電力を電流が流れていないときの端子間電位差とするのは誤りではない。しかし、これをもって起電力を説明したことにはならない。式（１０）が起電力の説明になっているとは言えないだろう。

高校では、電磁誘導の法則も学ぶ。ここで与えられた非常に狭い意味での起電力の説明で、誘導起電力がわかるのだろうか。高校の（ばかりでなく、ほとんどの大学の）教科書の誘導起電力の説明はあっさりしたものである。東京書籍（物理 308）では「コイルを貫く磁束が時間的に変化すると、コイルに起電力が発生する。この現象を電磁誘導といい、電磁誘導によって生じる起電力を誘導起電力」という、と説明している。実教出版（物理 309）と第一学習社（物理 316）では磁束ではなく「磁場」になっている。電磁誘導の説明としては磁束の方が正確だが、磁場でも間違いとまではいえないだろう。

問題なのは数研出版（物理 313）と啓林館（物理 310）で、これらでは電磁誘導とはコイルに「電圧」が発生する現象であると説明している。数研出版では「コイルの内部の磁場の変化によってコイルに電圧が生じる現象を電磁誘導といい、生じた電圧を誘導起電力という」と述べている。これは明らかに誤りと言っていい。第 2 章で述べたように、電圧＝電位差（これらの教科書では、「2 点間の電位の差を**電位差**または**電圧**という」（数研出版）などと記述している）は静電場に対して定義されたもので、誘導起電力とは無関係である。

3.2. 大学の教科書（海外）

大学の電磁気学の教科書は数多く出版されており、それらをすべて尽くすことはできない。ここでは私の目に留まったいくつかの教科書について述べる。海外の教科書は評判の良い本のみを入手しているので、ここで紹介する本には問題点は少ない。

アメリカを中心に、現在最もよく使われている中級レベルの標準的な教科書は Griffiths[4] だろう。

この教科書は学術雑誌 American Journal of Physics に掲載された記事を中心に、教育研究の成果を広く取り入れている点でも特筆に値する。この本では “There are really *two* forces involved in driving current around a circuit: the *source* $\mathbf{f}_s$, which is ordinarily confined to one portion of the loop (a battery, say) and an *electrostatic* force, which serves to smooth out the flow and communicate the influence of the source to distant parts of the circuit:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_S + \mathbf{E}. \tag{7.8}$$

The physical agency responsible for $\mathbf{f}_s$ can be many different things: in a battery it’s a chemical force: in a piezoelectric crystal mechanical pressure is converted into an electrical impulse: in a thermocouple it’s a temperature gradient that does the job; in a photoelectric cell it’s light; and in a Van de Graaff generator the electrons a literally loaded onto a conveyer belt and swept along. Whatever the *mechanism*, its net effect is determined by the line integral of $\mathbf{f}$ around the circuit:

$$\boxed{\mathcal{E} \equiv \oint \mathbf{f} \cdot d\mathbf{l} = \oint \mathbf{f}_s \cdot d\mathbf{l}.} \tag{7.9}$$

(Because $\oint \boldsymbol{E} \cdot d\mathbf{l}=0$ for electrostatic fields, it doesn’t matter whether you use $\mathbf{f}$ or $\mathbf{f}_s$.) $\mathcal{E}$ is called **electromotive force**, or **emf**, of the circuit.” のように起電力を導入している。この本ではこの部分の前に $\mathbf{f}$ を単位電荷にはたらく力と定義しているので、式（7.9）は本論文の式（１）と同じものである。この説明では起電力を生じる具体的な機構に関わりなく、起電力は式（7.9）によって与えられることが明確に述べられている。

旧版以来特色のある教科書として親しまれてきた Purcell の教科書 [11] は、現在は Morin の改訂によってガウス単位系から SI に変更され、さらに数多くの加筆が施され、面目を一新している。この本では式は示されていないが、最初に “The origin of the electromotive force in a direct-current circuit is some mechanism that transports charge carriers in a direction *opposite* to that in which the electric field is trying to move them.” と述べてから、ヴァンデグラフ起電機の仕組みや鉛蓄電池の仕組みを図示しながら、起電力がいかに作られるかを説明している。鉛蓄電池の説明の後で “The open-circuit potential difference is established “automatically” by the chemical interaction of the constituents. This is the *electromotive force* of the cell” と電位差で電池の起電力を説明している。しかし、はじめに一般的なことを述べ、ヴァンデグラフの例も挙げているので、この記述で誤解する読者は少ないだろう。

入門レベルの物理学の教科書の代表格である Halliday, Resnik, and Walker[2] （HRW）では、まず、電池のような emf device の内部には何らかのエネルギー源があり、それが電荷を電位の低いところから高いところへ運んでいると述べる。その後、emf device が dq の電荷に対して、dW だけの仕事をしてこの移動を行うとき、emf device の起電力は

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \tag{27-1}$$

であると定義し、“In other word, the emf of an emf device is the work per unit charge that the device does

in moving charge from its low-potential terminal to its high-potential terminal.” と説明している。これは式（１）というよりも、式（５）に近い。

物理教育研究に基づき、他の入門レベルの大学物理学の教科書とはかなり異なった、極めて特色のある教科書である Chabay and Sherwood[3] (CS) では、ヴァンデグラフ起電機を模した “mechanical battery” という概念を導入している。mechanical battery 内部には（外部）動力によって動くコンベヤーベルトがあり、これにより電子を一方の極板から他方の極板に移動させる。起電力を説明する際には、はじめ極板が帯電していないとして、mechanical battery 内部のコンベヤーベルトによって運ばれる電子にはたらく一定の “non-Coulomb” force $\vec{F}_{\mathrm{NC}}$ と、極板が帯電するに従って大きさを増す “Coulomb” force $\vec{F}_{\mathrm{C}}$ が最終的にはつりあう様子を説明している。このようにして、“non-Coulomb” force のする単位電荷あたりの仕事として定義される起電力が、どうして電池の（電流が流れていないときの）端子間電位差に等しいかが説明されている。さらにダメ押しとして、 “It is important to keep in mind that although the units of emf are volts, the emf is not a potential difference.” と述べている。

大学院レベルの標準的な教科書である Jackson[12] では、誘導起電力以外の起電力一般に関する記述はない。また、Feynman の講義録 [13] にも誘導起電力以外の起電力についての記述はない。

3.2. 大学の教科書（国内）

その薄さに比して十分な内容を含み、かつ正確である加藤 [14] では、「回路の中で電位の高い所から低い所へ動くときは、電荷は電場から仕事をうける。しかし電位の低い所から高い所へ動くときは、電荷は静電場からの力にさからって進まなくてはならない。それには別の仕事源の助けを必要とする」と述べ、「単位電荷が仕事源を通過するときに受ける仕事を、この仕事源の**起電力**（electromotive force）という。起電力の定義として、単位電荷が回路を一周するときに受ける仕事、といういい方もできる。」と定義している。これは式（５）および式（１）と実質的に同じである。その後、ダニエル電池を説明し、起電力をギブスの自由エネルギーの差を用いて表現したり、熱起電力の説明を行っている。

比較的平易な説明を特色とする中山 [15] では、ヴァンデグラフ起電機の原理から説き起こし、一般的な直流電源の概念を説明する。そして「電池の能力は、単位電荷が陰極から陽極へと運ばれたときに、この機構によりなされる仕事で表され、これを**起電力** $\boldsymbol{V_e}$ という。

$$V_e = \frac{U_{em}}{q} \tag{4.12}$$

起電力の単位はボルト（V）である。」と定義している。ここで U_{em} は電池のする仕事、q は運ばれる電荷である。この式は HRW の式（27−1）に対応している。その後、化学電池、光電池、熱起電力など、さまざまな起電力があることを説明し、最後に「外部に電流を流さなければ、電池の両端の電位差は起電力に等しい。したがって、この電位差を利用して起電力を測定することができる。しかし、電位差はあくまで起電力の結果であって原因ではない」と、端子間電位差と起電力の違いを強調している。

少し古いが、実験に関する記述が豊富で独創的な教科書として定評のある高橋[16]では、Ohm の法則の節で「回路に電流が流れるのは、その中になにか電流を生ずる原因になるものがあるからである。それはあたかも（電流を速度に例えれば）物の運動が、ある力によって生ずるようなものであると考え、電流を生ずる力を**起電力**（electromotive force 略して e.m.f.）と呼ぶ。」と、おそらく歴史的には正当だろうが、「力」という言葉を使い極めて誤解を生みやすい説明をしている。その後の起電力の節で「回路に持続的に電流が流れるということは、静電的な Coulomb の力だけからは起こり得ない」と述べ、「それで、Volta 電池におけるような**起電力**（つまり電流を流そうとする力）は、回路のどこかで電気力以外の力が電気（動き得る荷電粒子）に働いているために起るのでなければならない。しかもその力は**非保存力**（non-conservative force）でなければ、持続的に電流が流れることはできない。」としている。再び「力」を不用意に使ってはいるが、起電力と保存力であるクーロン力による電位差とを区別している。しかし、電池やそれに関連した現象に関する記述にあてた興味深い章（第 4 章）では、起電力を電位差で語る事が多く、たとえば「電流が小さいときの電極間の電位差（$RI = E$）がこの電池の**起電力**である」と述べて、起電力と電位差の区別を曖昧にしている[17]。

なるべくマクスウェルの方程式を早く出したいと工夫した川村[18]では、基礎的な実験法則を始めにまとめ、電磁誘導の法則を説明する前に起電力を説明している。「単位電気量をもつ荷電粒子が電源で得る電気エネルギーをその電源の起電力（electromotive force）といい、その大きさを V_e と表すことにする」と述べ、「起電力の大きさは、電流が流れ出ない状態での両極間の電圧によって表わす」と述べている。その直後に熱電対の説明もあり、外部的エネルギー源としての電源と、その起電力については誤解を生じないだろう。

大学レベルの教科書でも、起電力を化学電池に限ったり、その端子間電位差を起電力としているものは多い。基礎物理教育研究会編[19]の教科書では、「電界と化学作用がつりあったときの両極間の電位差を**電池の起電力**という」として、それ以外の起電力の説明がない。川村[20]は化学電池の仕組みを一通り説明し、また「それぞれの箇所に抵抗がある」と述べた後、「これらを考慮して、電池を、**起電力** E と**内部抵抗** r によって表す。電池の電圧を**端子間電圧** V という」とし、式（9）と同等の式を示す。これでは起電力自体の説明を与えていない。電池を E と r でパラメータ化しただけである。近角[21]は化学電池とも限らず、「電源の生じる電位差を**起電力**」と呼んでいる。前野[22]は「電池の中に「−極から＋極へと正電荷を（あるいは逆向きに負電荷を）運ぶ電気の妖精さん」が存在している」と考え、「その結果として両極間には電位差が生まれる」と述べ、脚注では「妖精さん」が使う力は「静電気力とは別もの」で、「保存力ですらない」と記述する。ここまでは正確だが、「電池が作り出す電位差を「**起電力**」と呼ぶ」と、電位差＝起電力としてしまっていて惜しい。さらには誘導起電力についての脚注でも「「起電力」が力ではなかったのと同様に、「誘導起電力」も力ではない。電位差である。より正確には、「単位電荷が回路内を一周した時にされる仕事」である。」と、誘導起電力=電位差と述べている。これがなぜ「より正確には、「単位電荷が回路内を一周した時にされる仕事」」になるのか理解できない。

レベルの高い電磁気学の教科書として定評のある砂川[23]には、誘導起電力以外の記述はない。

4．まとめ

第３章で、教科書でいかに起電力が扱われているかを詳細に検討した。正確で注意深い説明を行っている教科書もあるが、不用意に起電力を電位差と同一視したり、起電力を生じる電源には様々なものがあるにも関わらず、化学電池に対してのみ成り立つ記述しかないものもある。これらの記述に基づく起電力の理解では、誘導起電力を学ぶ際に障害となるだろう。

ただ、初等的なレベルでは、式（１）のような線積分を用いた定義はハードルが高いのも事実である。改めて起電力について重要な事柄を列挙すると、

- 起電力は電荷を正負に分離したり、回路に電流を流し（続け）る原因となるものである。
- 起電力は保存力、特に静電気力とは関係がない。
- 起電力は電位差ではない。むしろ、（定常的な場合に）電位差を生じる原因である。
- 電池の端子間電位差は、（電流が流れていようがいまいが）起電力の結果であって、定義ではない。（「端子間電位差を測ることによって起電力を知ることができる」というのは正しい。）

であり、これらは初等的なレベルでも十分説明可能である。更に定量的な記述としては、

- 電源（HRW[2] の emf device、加藤[14] の「仕事源」）が電荷 q にする仕事を W とすると、その電源の起電力 $\mathcal{E}$ は、

$$\mathcal{E} = \frac{W}{q} \qquad (11)$$

で与えられる。初等的なレベルではこれで必要十分だろう。これは HRW[2] や中山[15] で使われているもので、W を線積分の形で表したものが、式（１）や式（５）である。CS[3] の mechanical battery を導入すれば、仕事 W は “non-Coulomb” force の大きさ F_{NC} と極板間距離 d を用いて $W = F_{\mathrm{NC}}d$ と表わすことができる。

以上のように、起電力を電位差と区別し、正確に記述することは高度な数学的概念を導入せずとも初等的なレベルで十分可能である。我々の周りには化学電池ばかりでなく、太陽電池や、ピエゾ効果による起電力など、様々な起電力が存在する。また、誘導起電力を正しく理解するためにも、起電力と電位差が全く別の概念であることをきちんと教える必要がある。

謝辞

西南学院中学校高等学校の柴崎幸貴教諭には、電池の内部抵抗測定の実験の実際や、中高生への指導の実際についてご教示戴いた。また、九州大学基幹教育院の小島健太郎准教授には原稿を読んでコメントを戴いた。本研究は JSPS 科研費 JP20K03210 の助成を受けたものである。

参考文献および注

[1] 起電力の次元は電位と同じで $\mathsf{ML^2T^{-3}I^{-1}}$ である。力の次元は $\mathsf{MLT^{-2}}$、電力の次元は $\mathsf{L^2MT^{-3}}$ であるから、全く別物である。

[2] D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker, *Fundamentals of Physics*, 9th Ed. Wiley 2011. この本はアメリカの大学の入

門的物理学の教科書として最もよく知られているものの一つである。この本の起電力を導入している箇所(p.705)には “The term *emf* comes from the outdated phrase *electromotive force*, which was adopted before scientists clearly understand the function of an *emf* device.” と記述されている。

[3]R. W. Chabay and B. A. Sherwood, *Matter and Interactions*, 4th Ed. Wiley 2015. この本にも “Historically, emf was an abbreviation for “electromotive force,” which is a bad name, since emf is not a force at all but energy per unit charge. We will avoid this terminology by just using the abbreviation emf.” と書かれている。この本の特に電磁気学の部分はいわゆる表面電荷を全面に出して、概念的な一貫性を重視した説明を採用し、極めて興味深い。この本の構成については、R. Chabay and B. Sherwood, Am. J. Phys. 74, 329 2006 を見よ。

[4]D. J. Griffiths, Introduction to Electrodynamics, 4th Ed. Cambridge Univ. Press 2017 に紹介されている。しかしこの本でも起電力 (Electromotive force) という用語を用いている。

[5]R. N. Varney and L. H. Fisher, Am. J. Phys. 48, 1980 405 を参照せよ。この論文では Volta の起電力の概念から説き起こし、電位差との違い、文献での混乱などを指摘している。この論文が本論文執筆の動機となった。こうした論文が 40 年前に出版されているにも関わらず、未だに起電力に関する誤解があることに驚く。C. H. Page, Am. J. Phys. 45, 1977 978 も参照せよ。

[6]化学電池の場合、起電力は電池内部の化学反応の反応ギブスエネルギー（の大きさ）を、反応によって移動する電荷（の大きさ）で割ったものである。

[7]静電場は通常静止した電荷分布によって作られる電場をいうが、ここでは定常電流が流れているときのような、定常的な場合の電場も含めて考える。このときには式（３）により電位を定義できる。また、電磁場の時間変化がゆっくりで、電場を誘導電場とクーロン電場とに分けて考えられる場合には、式（３）の左辺をクーロン電場として、やはり電位を定義できる。

[8]式（２）より、電池の外部の経路に対しても、内部の経路に対しても結果は同じである。ただ、電池の内部では静電場の向きと逆向きに電流が流れ、電池の外側では静電場の向きと同じ向きに（導線に沿って）電流が流れるのが違う。このことからも、電池は電磁気学の系の「外部」であることが明らかである。

[9]I. Garzón, M. De Cock, K. Zuza, P. van Kampen, and J. Guisasola, Am. J. Phys. 82, 2014 72 および K. Zuza , M. De Cock, P. van Kampen, L. Bollen, and J. Guisasola, Eur. J. Phys. 37, 2016 065709 を見よ。これらの論文では大学生がどのように起電力の概念を理解しているかを、特に電位差との区別を中心に調べている。大学生で起電力概念を正しく理解できているのは 10%程度に過ぎないこと、また、起電力概念と電位差概念の違いを多くの教師が重要視していないことを指摘している。

[10]東京書籍「改訂物理基礎」（物基 311）・「改訂物理」（物理 308）、数研出版「改訂版物理基礎」（物基 318）・「改訂版物理」（物理 313）、実教出版「物理基礎新訂版」（物基 313）・「物理新訂版」（物理 309）、啓林館「物理基礎改訂版」（物基 315）・「物理改訂版」（物理 310）、第一学習社「高等学校改訂物理基礎」・「高等学校改訂物理」

[11]E. M. Purcell and D. J. Morin, *Electricity and Magnetism*, 3rd Ed. Cambridge Univ. Press 2013.

[12]J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, 2nd Ed. 1975.

[13]R. Feynman, R. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Online Ed. 2013. https://www.feynmanlectures.caltech.edu/.

[14]加藤正昭「電磁気学」（東京大学出版会）1989.

[15] 中山正敏「電磁気学」第 26 版（裳華房）2008.

[16] 高橋秀俊「電磁気学」第 37 版（裳華房）2003.

[17] 電気化学の分野ではさまざまな「電位」のついた用語（例えば標準電極電位、接触電位差）が用いられるので、無理からぬ事かも知れない。

[18] 川村清「電磁気学」（岩波書店）1994.

[19] 基礎物理教育研究会編「やさしく学べる基礎物理」新装版（森北出版）2012.

[20] 川村康文「確実に身につく基礎物理学（下）【電磁気学・現代物理学】」（ソフトバンククリエイティブ）2011.

[21] 近角聰信「基礎電磁気学」培風館 1990.

[22] 前野昌弘「よくわかる電磁気学」（東京図書）2010.

[23] 砂川重信「理論電磁気学」第 3 版 （紀伊國屋書店）1999.