

サプライチェーンマネジメントにおける要因変動リスクとオプション理論：基本的論点とカオス力学系適用について

時永, 祥三
九州大学大学院経済学研究院 : 教授

<https://doi.org/10.15017/4362375>

出版情報：経済学研究. 67 (1), pp.33-51, 2000-10-30. 九州大学経済学会
バージョン：
権利関係：

サプライチェーンマネジメントにおける 要因変動リスクとオプション理論

—基本的論点とカオス力学系適用について—

時 永 祥 三

1. まえがき

現在、企業間の連携の形態としてサプライチェーンマネジメント (Supply Chain Management:SCM) が注目されている。SCMにおいては、一般には異なる企業どうしが製品の製造から販売までを1つの緊密なネットワークとして連携し、顧客の要求に速やかに適応するシステムを構築することが目的とされている[1][2]。

これまで、このようないわゆる情報システム、情報ネットワークをフルに活用した経営戦略に関する提案はさまざまに行われているが、SCMにおいては具体的なソフトウェアパッケージが提供されているなど、従来とは異なる様相を呈している。更に、SCMにおける最適化理論に関して、会計論からゴールドラッツなどによる批判的な展開がなされていることも、注目を集める1つの理由となっている。

同時に、自動車業界や電子機器業界においては、インターネットによる部品の調達が本格化しており、従来の系列企業からの固定的な調達パターンが大きく変化しようとしている。従って、今後ともSCMあるいはこれに類するシステム構成を前提とした経営戦略は不可欠なものとなると考えられ、企業間の連携あるいは水平的な統合が重要な課題となるであろう。

本論文では、このような調達と供給の関係により結ばれた企業連携において、経済社会に起因するさまざまなリスクを評価する方法と、それを回避する手段について考察していく。例えば、為替レート変動に応じて生産を国内と海外に切り換える政策をとった場合のリスク軽減の評価や、生産者から調達を評価、選択する方法が存在するならば、生産をこのような状況に適合させることにより効果はどのようなかを推定することが必要になる。

この分野の研究は、操作の柔軟性 (Operational Flexibility) として議論されており、Kogut-Kulatilakaおよび Huchzermeier-Cohenらにより、為替変動を2項過程により近似した場合に動的計画法を用いて評価を行う方法が提案されている[7]–[11]。この中では、確率微分方程式として表現される生産の選択 (オプション) が、最終的に変数分離型などの解析解が求まる場合でなくても、これと等価な動的計画を数値的に解くことにより、政策を決定できることを示しており、現実的な適用に有効な方法論を提供している。

しかし、為替変動など確率過程を限定した議論はなされているが、これを拡張することについてはな

されておらず、例えば、調達先の企業の信頼性の変化や納入実績の不確実性などへの適用はない。本論文では、これまでの方法論を拡張することにより、どのような分野に適用可能であるかを述べ、いくつかの例を示す。特に、我々が提案したカオス力学系の推定方法を用いることが1つの拡張を与えることを示す[16]。変動過程をカオス力学系により生成される時系列により近似することにより、企業評価を行う計算が簡単化できること、更に幾何ブラウン運動でモデル化されるケースに限定されない、相対的に広範囲の変動過程を考慮した企業評価が可能となる。

以下、2. では、SCMの基本モデルについてサブシステムを中心に整理する。3. ではSCMを実行する場合の為替レート変動などの要因のモデル化について述べ、4. では変動要因の影響を分析する基本的手法について述べる。5. では代表的な事例について、本論文の手法によりリスク回避を行う効果について述べる。

2. SCMの基本モデル

2.1 調達—供給—実施の連鎖

SCMが競争優位の戦略として注目されている理由については、すでに多くの成書が出ているので省略するが、特に、ネットワーク型の企業連携の到達点であることに注目する必要があるであろう。従来より、ネットワークを経営戦略の要とすべきであるとの議論が存在しており、特に、その意味では新しいものではない。その1つの例がSIS (Strategic Information System, 日本語では戦略情報システム) である。このSISにおいては、顧客のニーズをネットワークを介して即座に収集し、経営戦略に生かすといった発想であり、その事例もいくつか報告されている。

しかし、このSISが継続的に経営環境を変化させるコンセプトになったかどうかは疑問であり、現在では、1つの実験であり多くの反省材料を残している。その1つが、コンピュータ処理における多プロトコル化、多端末化の現象である。それぞれの企業がSISを基本として戦略をたてることにより、独自のプロトコルの採用、いわばネットワークによる囲い込みが実質的に行われる結果となっている。従って、このようなネットワークを介した製品製造にこたえる調達側では、納入先となるメーカーの処理方式に応じたコンピュータデータの準備、処理内容の変更を余儀なくされている。

当時では、メーカーの系列の意識は健在であり、メーカーの自社方式によりコンピュータ処理が大きな影響を与えることもなかった。この環境を大きく変えたものがインターネット取引の実施、および世界的な企業の再編である。この間の事情に関しては、すでに分析を行っているのでここでは詳しく述べない。インターネット取引の拡大により、調達側では、より多くのメーカーを顧客とすることができること、統一的なコンピュータデータ処理の可能性が増大するなどのメリットが発生する一方で、メーカーによる調達先の選別、あるいは淘汰が行われる。

世界的な企業の再編は、冷戦集結後の世界経済の一元化により、急速に進展しており、例えば、自動車産業など大きな産業分野では、実質的に3つないし4つのグループは統合されようとしている。また、同時に企業間の連携の進展は、産業における生産などの標準化、規格化を推し進める背景をなしている。

SCMは、このような時代背景を集約したものであるといえ、今後、企業経営のコンセプトが変化しても、基本的な路線は継承されると考えられる。その基本的な要素を整理すると、以下のようになる。

(1) 企業をこえたタイトな連携

自社の系列を越えて、広い範囲から原材料や部品を調達するシステムを追求することと、その連携を情報システムによる確実なものにすること。

(2) 情報インフラの活用

インターネットによる部品の調達など、従来の企業の専用網を越えてアクセスできるネットワークが必要となる。

(3) 無駄な工程の検出

SCMにおける最適化の理論で注目される手法として、ボトルネックの検出と改善がある。これ自体は極めて一般的な手法であるが、従来の会計基準偏重の計画では、本当に改善されるべき項目が見いだせないとの批判である。

(4) 標準化

企業の電子的なデータ交換 (EDI:Electronic Data Interchange) を標準化するとともに、製品や部品に関する情報管理を標準化することが必要となる。

(5) キャッシュフロー

SCMの実施により、外部企業との連携が増加し、企業は資産も含めて流動的な財を管理することになる。そのため、従来に資産負債管理では問題点が見いだせないため、キャッシュフローによる分析と再構成、あるいは資産配分などが必要となる。

(6) リスク管理

連携する企業の範囲が拡大することにより、海外生産や海外市場など経済的な変動をうける機会が増大する。これにともない、リスク分析や管理が必要となる。また、原材料を納入する業者の信頼性が企業の利益全体に影響するなどのリスク分析が必要となる。

2.2 サブモデルによる分析

SCMは企業の連携による新しい生産から販売までを統合するシステムであるため、その規模の大きさや構成要素のバラエティについて、従来とは異なるとらえ方が必要である。

製品の製造販売を目的とするシステムでは、原材料の調達から製品の流通、販売までを考慮する必要がある。この場合、システムの性能やその課題を議論する場合に、シミュレーションにより解析することも可能であるが、1つの方法論として、数理モデルによる解析方法が提案されている。一般に製造販売をモデル化する場合、複雑なモデルによって解析してもその解析解に問題があったり、規模が大きくなるなどの問題がある。これを回避するためにプロセスを単純化することにより、全体の解を簡単に求めること、パラメータの変更による性能比較を容易にすることが行われている。

以下では、Cohen 等により提案されているサブモデルによる解析方法を整理する。このようにして得られるモデルを用いてあとの議論では調達先の選択問題を定式化する[1][2]。

(1) システムの全体

サブシステムへの分解の過程を図1に示している。現実のシステム構成では、途中のサブシステムが省略できたり、サブシステムが複数になっている場合も存在する。そのような変更は容易であるので、以下の議論では、図1に示すような、原材料の調達から製品の物流、供給にいたるまでのシステムを考察する。サブシステムの出力は、次の段階のサブシステムへの入力としてインプットされる、全体のシステムの性能が測定される。その場合、サブシステムの満足される条件として、次のようなものが設定される。

- (a) 原材料のストックの最低レベルが満足される割合
- (b) 製品製造において、工場における原材料のストック切れが発生する確率があるレベル以下であること。
- (c) 工場における製品のストックの最低レベルが満足される割合
- (d) 製品のストック数量が工場において、ある値以下となる確率があるレベル以下であること。
- (e) 物流センターでの製品のストックの最低レベルが満足される割合（製品の在庫数量がセンターにおいて、ある値以下となる確率）があるレベル以下であること。

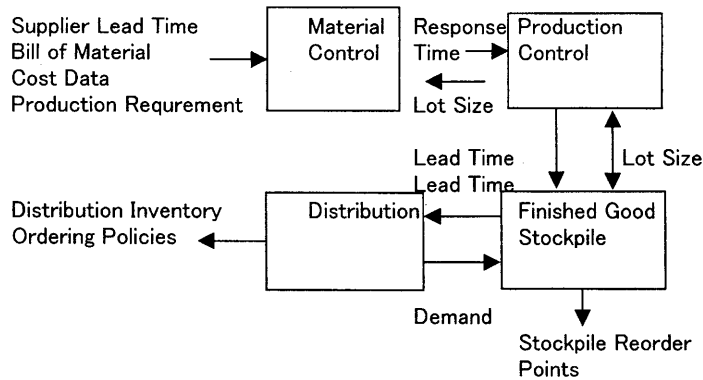


図1 SCMにおけるサブシステムへの分解

(2) 原材料制御サブモデル

最初のサブモデルである原材料制御サブモデル (Material Control Submodel) においては、製品の製造に必要な原材料を調達するモデルが記述される。原材料の調達の方法として、 (nQ, R) 在庫戦略とよばれるものを仮定する。すなわち、原材料の在庫レベルが R を下回った場合に、 Q の整数倍の原材料を調達する方法である。

原材料の調達要求は生産サブシステムにおける生産要求により計算される。この到着過程をポアソン到着により簡単にモデル化することにより計算は簡略化できる。これにより、製品生産に必要な原材料の調達までの待ち時間の評価、コストの見積りがなされる。なお、生産サブモデルにおける原材料の在庫切れの確率 (バックオーダーの確率) を推定し、これがある値以上にならないことが拘束条件となる。

(3) 生産サブモデル

生産ラインにおける製品の生産は、機械の作業時間、セットアップ時間のほかに、原材料が到着するまでの待ち時間を用いて推定することができる。この場合も、製品の到着をバッチサイズをもったポアソン到着により簡略化することにより、従来の待ち行列理論を適用することができる。

同時に、コストを機械の使用時間、セットアップ時間、保留時間により計算することができる。

(4) スtock在庫管理サブモデル

在庫数量を管理する政策を導入することにより、生産サブシステムに対するオーダー（発注）地点を決定することができる。これにより、期間あたりの製品の注文数量とその確率分布を推定することができる。生産に要するリードタイム、これにともなうコストが推定される。同時に、在庫切れの確率を推定し、これがある値以上にはならないことが拘束条件となる。

(5) 流通サブモデル

顧客からの注文に応じる在庫政策が取られていると仮定し、保管費用（holding cost）、管理費用（storage cost）を最小化しながら、一方では在庫切れの確率をある値以下に抑える方策がとられる。この場合、顧客からの注文には通常の状態によるもの（replenishment demand）のほかに、緊急の需要（emergency demand）によるものが仮定される。

2.3 SCM全体の性能評価

これまで、それぞれのサブモデルごとに計算したコスト、待ち時間などを総合することにより、システム全体の性能評価をすることができる。すなわち、原材料制御サブモデルから流通サブモデルにいたるまでの、それぞれのサブモデルにおけるコストなどを整理すると次のようになる。

(1) 原材料制御サブモデル

原材料を調達し、工場において在庫しておくコストを計上する。原材料の供給されるまでの工場における待ち時間が、システム製品完成までの待ち時間にそのまま加算される。制約条件として、工場における原材料のバックオーダーの確率が、ある値以下であることが求められる。

(2) 生産サブモデル

生産におけるコストとしては、製造機械のセットアップコスト、使用することによるコストなどであり、これを計上する。製造における待ち時間は、機械のセットアップ時間、生産時間、材料の供給遅れによる時間の総和により評価される。制約条件は特にない。

(3) 在庫ストックサブモデル

製造工場から在庫ストックのセンターまでの輸送費などでコストが評価される。同様に、製造工場から在庫ストックのセンターまでの製品輸送にかかる待ち時間がシステム全体の待ち時間に加わる。在庫切れに関して、ある確率以下であることが求められる。

(4) 流通サブモデル

在庫ストックセンターから顧客のいる販売拠点までの流通サブモデルにおいては、流通のコストが求められる。流通の時間遅れがシステム全体の遅れ時間として加算される。在庫ストックセンターの在庫

数量は販売店からの要求に応える在庫レベルを確保する必要がある。

(5) 全体の制御変数

これまでの議論で、サブモデル間の遅延時間などが評価されるが、全体を制御する変数として、次のものを選択する。

R_{ij} : 製品の注文個数のサイズ

Q_{ij} : 製品のリオーダーポイント

なお、同様の議論が原材料の調達についても言えるので、これらを決定変数とすることもできるが、近似的に求めることが行われている。

2. 4 解析手順の共通化

以上の議論を総合すると、それぞれのサブシステムの間での出力と入力との関係は、ほぼ同様の方法で統一的に記述できることが分かる。すなわち、前段からの待ち時間などの計算結果が、注目しているサブシステムの待ち時間やコストの計算に関連している。一方、製品の製造数量などの決定には、次の段のサブシステムからの要求が考慮されている。

サブシステムによっては、生産サブシステムのように、特に制約条件を含まないものも存在する。しかし、この場合、制限条件を極めて緩いものにより、一般化できる。

従って、サブモデルを個別的に解析する方法論を構成するよりは、汎用的な評価関数を準備しておいて、これに含まれる要因を、前段および後段のサブシステムから求めてくることにより、単純な繰り返し計算として定式化することができる。この概要を図2に示す。

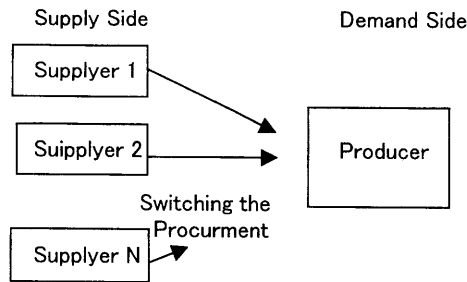


図2 需要側からの供給側選択

このような考察のもとで、後半の議論ではSCMをいくつかの3段階システムに分解することを考える。具体的には、原材料調達—工場での生産—市場での販売の3つの段階、あるいは更に単純化して生産のコスト関数のみを考察する。このような連鎖を、格段の名称や定義を変更しながら、更に接続することにより、モデルを更に精密にすることができるであろう。

また、システム全体のコストと処理時間の総和に関しても、複雑な評価関数を用いて実施することもできるし、単純に線型のコスト関数だけを用いることにより、特性を代表することもできるであろう。

この場合、SCM設計の段階でプロトタイプを用いることが1つのメリットとなっており、数理モデル

により解析解を用いて計算を簡単化することに意義があるので、コスト関数だけを複雑にするのは、あまり意味がない。

2. 5 QRにおける適応モデル

最近、インターネットによるパソコンの注文販売などのようなビジネスモデルにおいては、販売会社のような中間段階を省略して、顧客と直接的に製品の受注情報の交換を行っている。また、この場合には原材料の注文に関しても、生産する企業からの情報と同時に、顧客から得られる製品の受注情報を独自に処理することにより、需要予測などに生かしている。同様に、流通会社においても、顧客からの製品注文と同時に、その製品流通に必要な配送手順が作成される。

現在、このような企業戦略はデルコンピュータなどのビジネスモデルとして紹介されている。少し前に議論されたQR (Quick Response) も、ほぼ、このようなコンセプトであると言えよう。従って、SCMを解析するために定式化してきた、サブモデルへの分解と、その数理モデルによる解析方法が、このようなビジネスモデルでも適用可能であるかどうかを議論する必要がある。これについては、次のように整理できるであろう。

(1) 販売店モデルの削除

新しいビジネスモデルでは、メーカーから物流会社を通じて、直接的にユーザに製品が配送されること、更に、注文もユーザからメーカーに直接なされることから、販売店に相当する機能が大幅に縮小される。現実には、販売店は商品のサポート拠点となっている例も少なくなく、これは、いわばサイクルに相当する連鎖である。販売店モデルを削除することにより、あるいは、極めて簡略なものにすることで表現できるであろう。

(2) 情報共有によるサプライヤの適応能力

メーカーは、ユーザからの注文情報を、自社の製造計画に取り入れると同時に、部品のサプライヤなどと同じ情報を共有することにより、在庫管理を実行するための管理データがより精密になる。これは、直接的にはバックオーダーの減少につながるであろう。サプライヤの原材料供給の遅れを減少させることになるため、このケースにおいても、サブモデルを大幅に簡略化することで対応できるであろう。

(3) 物流企業の適応能力

同じような議論により、メーカーから部品や製品の配送を依頼される物流業者についても、情報共有により、顧客への商品の配送、原材料の納入にともなう物流に関して、時間的な遅れを解消できるであろう。同様に、バックオーダーの確率も着実に減少する。従って、物流にともなうコストを計上することは必要であるが、時間的要素に関しては、簡略化できるであろう。

(4) 考慮すべきポイント

このように、中間段階の削減、情報共有による遅延時間の短縮、消滅など、モデルを簡略化する方向に働くことは否定できない。しかし、情報共有が過度に進むあまりに、信頼おけない顧客からの情報がシステム全体の性能を容易に低下させることも考えられる。従って、QRの環境のものでは、情報の信頼性やそれを確保するための新しいモデルを展開することが必要であろう。

3. 変動要因のモデル化

3. 1 変動要因と調達先の切り替え問題

為替レート変動が企業価値に及ぼす影響の数理モデルに関しては、従来より投資決定問題として取り扱われてきたが[3][4]，最近，SCMに関連して盛んに論じられている[4]-[11]。SCMにおいて，定常的な環境のもとでの製造販売のコストや時間の評価はこれまでの議論で行うことができる。これに対して，変動要因が加わる場合には，生産を切り替えるなどの課題が発生する。例えば，為替レートが変動する場合には，円高傾向になれば国内の生産工場を閉鎖して，すべての生産を海外で行うことも可能である。これにより，為替リスクを回避することができる。これは，いままでのサブシステムによるモデル分析において，生産工場*i*の生産をゼロとし，その代わりに工場*j*の生産を拡大するなどの変更による容易に計算できる。

同様に，国内生産に限定しても，調達先の企業の信頼性に問題が発生したときには，このルートによる調達を廃止し，別ルートを強化することができる。変動要因については，のちほど議論することにして，ここでは，解析のモデルについて述べておく。

このように，変動する要因に応じて生産などを切り替える方法の評価をした研究としては，Kogut-Kulatilaka[10]-[11]，Huchzermeier-Cohenらの研究[7]-[9]がある。これらはOperating Flexibilityと呼ばれ，日本語では柔軟操作と訳せるであろうが，本論文では，適応的オペレーションとよんでおく。

このような企業戦略は，見方をかえれば，株式投資におけるオプションの所有に相当するものであり，工場を閉鎖するか，そのまま操業を続けるかは，プットオプションを行使するか，しないかと同じ議論になる。これに関して，Kogut-Kulatilakaは，次のように述べている[10]。This operating flexibility is an advantage gained by being a multinational...It can be conceived as owing the option to respond uncertain events, such as governmental policies, competitor's decisions, or arrival of new technologies in some parts of the world.

これまでのSCM解析のサブモデルにおいて，4つのサブモデル間の関係を汎用的な1つのモデルで記述することを提案した。従って，以下では，ただ1つのモデルを対象として考察することとする。また，変動要因も，代表的なケースに限定する。その理由としては，変動要因をモデル化する場合に，これまでの確率過程によるモデル化で，適用が成功しているケースは限定されていること，複雑なモデルでは見通しが悪いことなどがある。

更に，あとの議論で分かるように，変動要因をある程度複雑にしても，生産の切り換え問題を数値計算的に求めることができるなどが理由となっている。以上のことを考慮して，変動要因を含むSCMの数理モデルを概念的に示したものは図3である。なお，このモデルでは原材料の調達に関連するリスクだけを取り扱ったものではない。しかし，適当な表現が見当たらないし，原材料を製品と読み替えると，製造と販売のサブモデル間のリスク分析であるので，以下では，単に適応的オペレーションとよんでおく。

図3に示すように，注目している変動要因の変化がSCMにおいて計算されるコストを変化させる場合，変動に従って適応的に生産などを切り替えるケースを評価する必要がある。変動要因が定常的な過程をたどる場合には，動的計画法などを用いて，変動が存在する場合の最適なオペレーションを決定するこ

とができる。SCMのサブモデル構成においては、4段階のサブモデルを用いることが可能である。これにより、為替レート変動により製品を生産する工場のサイトを選択的に変更する、製品を販売する市場を選択するなどのオプションが用いられる。しかし、すでに述べたようにサブシステム間の関係を共通化できるので、ここでは、製造と販売の2つのサブシステムだけを考慮している。更に、生産の切り換えを行う地域を2つに限定してる。このような場合の概念図を図4に示している。図4は、これを更に簡単にした例であり、生産のコスト関数だけを考察し、為替レート変動に応じて2つに国における生産基地を選択する。

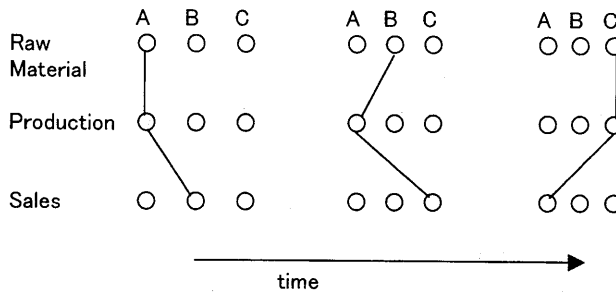


図3 原料から販売までの切り替え

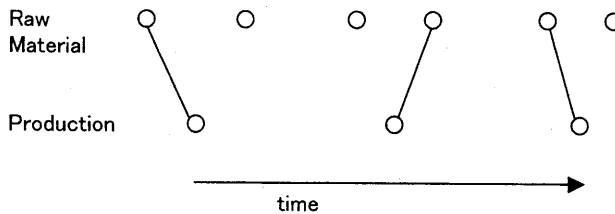


図4 原料と生産の切り替え

3. 2 経済指標の変動

SCMの性能評価に直接的に影響を与える変動要因として、経済指標があげられる。為替レート変動はその代表的なものであろう。このほかに、各国のインフレ率、金利、あるいはGDPの長期的な傾向などが考えられる。これらの経済指標を時系列として表現すれば、その影響を統一的に評価する方法が定式化できる可能性がある。しかし、変動要因がどこに影響するかは、以下のように区分化しておく必要がある。

(1) 原材料への影響

為替レート変動は、現地の労働力の調達、原材料の購入などに直接的に影響する。一般には調達などの契約、取引は市場原理により決まるので、コスト要因を推定して、有利な生産となる地域、調達業者を選択することができる。

(2)生産工場の切り換え

為替レート変動は、現地の労働力の調達への影響を与える。賃金レベルの相対的な変動は小さいと言えるが、海外で生産することによるメリットが、為替変動により大きく失われる場合には、工場の閉鎖、国内生産への切り換えなどが行われる。

(3)市場選択への影響

海外で販売した製品を国内の通貨に変換する場合に、為替レートが製造業者に不利に展開する場合には、市場を選択して販売を切り換える必要がある。一般には市場の確保などの目的があり、調達や生産のように自社で決定できる要素は制限されるであろう。

(4)その他

経済が好調である国と、そうではない国とでは、市場における商品販売の傾向が大きく異なってくる。また、債務超過などの国レベルのリスク（カントリーリスク:country risk）を評価した場合に、長期的な投資や市場への進出が望ましくないケースも存在する。

3.3 調達先などの信頼性の変動

調達する原材料などが規定の品質レベルを越えているか、調達に応じる業者の納期を守るなどの信頼性を評価する必要がある。特に、製品の製造に不可欠である部品などは、その調達に支障が起きたとたんに全部の製造過程が止まってしまうことになる。

調達先の信頼性の変化について、これを数理モデルとして表現するのは簡単ではないが、意図的な原材料の品質低下ではなく、製造工場における災害の発生などの外部的な要因を考慮する必要がある。これは予見が極めて難しい種類の問題であるが、このような信頼性変動をモデル化することにより、リスクを評価する、あるいはリスクを分散させるといった政策が可能となる。このようなことは、市場についても成立する。例えば、国が特定の国や企業に対して敵対的な行動にでたり、制裁措置を講じるなどのケースでは、市場が急速に縮小してしまう危険性がある。これらは主として政治的なリスクと言えるであろう。また、製造工場を立地させている地域や国において、制裁的な関税が課せられる場合には、工場の生産性は極めて低下することになる。

現在まで、これらの信頼性の低下に関する定性的な議論はなされているが、定量的な評価はなされていない。その理由としては、1つは国をまたがる投資など、政治的な不確実な要因が多いこと、更には投資期間が比較的長い場合に発生する課題である。従って、確率過程として数理モデルを定式化することには、さまざまな工夫が必要である。

3.4 変動過程のモデルI（ブラウン運動）

変動過程をモデル化する第1番目の手法として、ここでは、株価変動のモデル化などによく用いられている幾何ブラウン運動を用いる。いま、このモデルでは、変動過程が微分方程式により記述されるので、これを変動として含む関数（評価関数）の将来の値を微分方程式を解くことにより求めることができる。

以下では、変動要因は為替レートや金利などの経済変動を代表するものであると仮定し、簡単のため、

変動する過程は1つであるとする。問題を簡単にするために、これを為替レート変動で代表させる。変動過程は次のようにモデル化できる。

$$de/e = \mu dt + \sigma dZ \quad (1)$$

ここで、 μ は為替レート変動のトレンド（傾向線）であり、 σ は変動過程の分散である。 Z は正規白色過程（ dZ はウイーナ過程）である。

このような変動を前提とした場合の企業の時刻 t における利益を、企業価値 $V(t)$ で表す。企業価値は変動により影響されると仮定する。このとき、企業価値の値は、次の微分方程式に従って変動する。この微分方程式を解くことにより、時刻 t における企業価値を推定することができる。

$$dV = (V_t + \mu e V_e + 0.5 \sigma^2 e^2 V_{ee}) dt + \sigma V_e dZ \quad (2)$$

通常の株価におけるオプション価格を産出する場合と同様に、国内および外国における無リスク資産の利率 r, r_f を導入し、self-financingのポートフォリオを構成し、裁定なしの条件を用いて方程式を変換すると、次の偏微分方程式を得る。

$$V_t + e V_e (r - r_f) + 0.5 \sigma^2 e^2 V_{ee} = rV \quad (3)$$

ここで、注目すべき点として、式(1)に示す微分方程式を解くことと、次に示すような動的計画問題を逐次的に解いていくことが等価であることである。

$$V_t(e_t, O_{t-1}) = \max P_t(e_t, O_{t-1}, O_t) + \text{const} EV_{t+1}(e_{t+1}, O_t) \quad (4)$$

$$V_T(e_{T-1}, O_{T-1}) = \max P_T(e_T, O_{T-1}, O_T) \quad (5)$$

$$P_t(e_t, O_{t-1}) = \delta(O_{t-1}, O_t) + SP_t(e_t, O_t) \quad (6)$$

ただし、為替レート変動を簡単にして示しており、 O_t, CO_{t-1} などは、それぞれの期間において採用されたオプションを示す（例えば、生産基地の選定など）。はそれぞれ生産における利益とサブモデルの最適生産収益である。

3番目の式においては、 δ は切り換えコストに対応し、1期間における生産—流通—販売による利益を最大化する行動を表す。

従って、仮に変動過程が複雑になっても、このような動的計画問題を解くことができれば、企業価値の評価を実行できる。

3.5 変動過程のモデル化II

次に、変動過程をモデル化する方法として、カオス力学系による近似方法を用いることを提案する。カオス力学系とは、決定論的なシステム（確率変数などの不確実性を含まない微分方程式）によりデータが生成される仕組みを表し、生成されるデータは極めて多様な不規則性を含んでいる。データを生成するシステムには不確実性は含まれないが、データには不規則性が含まれる。

最初にカオス力学系の存在が実証的に示されたのは気象データの解析分野であり、同じ微分方程式でありながら、わずかの初期値の違いにより、時刻 t の経過とともに、その後の2つにケースの値が大きく異なっていくことが示された。また、微分方程式の係数などのパラメータを微小変化させることにより、規則的な変化が極めて大きな不規則変化へと移行する。

これまで、為替レートや株価、GDPなどの代表的な経済時系列に対してカオス性の検証が行われ、肯定的な結論と同時に、否定的な結論も示されている。

次に示すのはlogistic mapによるカオス生成の例であり、この式の解釈として資本の蓄積過程を表している。

$$y(t+1) = ay(t)(1-y(t)) \quad (7)$$

カオス時系列により経済的な変動要因をモデル化した場合、すでに述べた動的計画法を用いることにより、企業価値の評価を実行することができる。

なお、われわれは、以前、観測されたデータからこれを生成するカオス力学系を推定する問題に対して、遺伝的プログラミング (Genetic Programming :GP) を適用することを提案し、良好な結果を得ている [16]。GPとは、例えば式(7)に示される方程式の右辺を木構造により表現し、変数に値を代入した場合の左辺の値を求める操作を繰り返す場合において、複数の木構造を用意し、求まる左辺の値が観測値に近いものから遺伝的操作により、より良好な特性をもつ木構造を生成する方法である [12][15]。

従って、カオス力学系により、一般的な経済指標、変動過程をモデル化することができるので、動的計画法により評価できる問題の範囲が拡大する。

4. リスクを含むSCM最適化の方法

4.1 変動過程のモデル

これまでの議論では、SCMの全体に関する最適化を取り扱ってきたが、実際にはコスト関数を単純化したり、複数の為替レート間の変動を単純化することによっても、本質的にはアルゴリズムは変化しないことがわかる。従って、以下で議論するSCM最適化の前提条件として次のようなことを検討しておく。

(1) 為替レートの2国間での変動

複数の国が存在して、それぞれの国における生産コストが求められることになるとコスト関数における最小化問題も複雑となる。しかし、このような条件のもとでも、最終的には、米国のドル、EUにおける通貨 (例えば、マルク、ポンド)、あるいは日本の円によって決済される。従って、それぞれの国の通貨により多数の為替レート変動により生産の切り替えを行うことは考慮しなくて良いとの指摘がある。また、通貨の為替レート間の相関も、3つ以上の通貨での関連性は急速に減少するので、実際的には、3つ程度の通貨レート変動を考慮しておけばよい。

極端な例として、2つの通貨があり、1つをノミナルと考え、これに対する変動率を次のように決める。

$$W_2 = \theta W_1 \quad (8)$$

このような θ を用いて、ノミナルではない通貨の変動は、次のような微分方程式により記述される。

$$\Delta \theta_t = \lambda (\hat{\theta} - \theta_t) \Delta_t \sigma \theta Z \quad (9)$$

(2) コスト関数

すでに述べたように、SCMのそれぞれの段階では、コスト関数の評価と、処理に要する待ち時間の推

定がなされる。しかし、結果的には、SCMの全体を通じて単一のコスト関数が計算されることには変わらない。また、コスト関数と待ち時間を総合した評価関数を最小化する問題において、生産におけるロットサイズ、バックオーダーの値を決定変数とすることを示してきた。しかし、これも、いわば為替レート変動などの基本枠組みを決定した後での部分問題であると言え、局所的な最適化である。従って、ロットサイズやバックオーダー地点をあらかじめ定める（定数とする）ことにより問題を複雑にすることはない。

このような前提のもので、コスト関数を文献に従って極端に単純化したケースを考察する。いま、コスト関数は為替レート変動の基準化のファクターであるにのみ依存すると仮定し、次のように記述する。

$$\phi(\theta) = -\alpha + \beta\theta \quad (10)$$

4. 2 問題の定式化

本論文で考察するモデルでは、為替レート変動を幾何ブラウン運動に限定せずに、GPにより近似された変動過程であるとしている。これにより、リスク分析の方法を拡張することができる。

以下では、変動過程には複雑なものを含むことを前提としているので、企業価値の変動過程を微分方程式を解くことにより求めるのではなく、動的計画法により評価する方法を用いる（数値計算法）。ただし、動的計画問題において変動要因は決定論的に求まっていくので、2項過程のような確率的な変動の導入と、分岐過程を模擬する必要はない。

企業評価を行う期間を長さ Δt の期間が T 個連続したものであると仮定する。

(1) 切り換えコストを含まない場合

2つの国の間の工場で生産の切り換えコストを含まない場合の最適政策は、次の動的計画問題を解くことにより得られる。

$$F(\theta_T) = \min[1, \phi(\theta_{T+1})] \quad (11)$$

どの時刻 t においても、最適政策でのコスト総額は、時刻 $t-1$ における最小化されたコストと時刻 t の開始時刻における最適政策との和になるので、次の式を得る。

$$F(\theta_t) = \min[1, \phi(\theta_t)] + \rho E(F(\theta_{t+1})), t = 0, 1, \dots, T-1 \quad (12)$$

(2) 切り換えコストを含む場合

2つの国の間の工場で生産の切り換えコストを含む場合の最適政策は、次の動的計画問題を解くことにより得られる。

工場の場所を i から j に変更する切り換えコストを k_{ij} とする。これには、工場閉鎖と新規の立ち上げの費用などが含まれる。

この場合、前の時刻に操業していた場所に依存してコストが計算される。同じ場所で操業を継続するなら切り換えコストは不要であり、そうでない場合には必要となる。従って、例えば時刻 $t-1$ において場所 1 で操業している場には、次の式を得る。

$$F(\theta_t) = \min(1 + \rho E(F(\theta_{t+1}, 1)), -k_{12} + \phi(\theta_t) + \rho E(F(\theta_{t+1}, 2))) \quad (13)$$

同様に、時刻 $t-1$ に場所 2 で操業している場合には次の式を得る。

$$F(\theta_t) = \min(1 - k_{21} + \rho E(F(\theta_{t+1}, 1)), \phi(\theta_t) + \rho E(F(\theta_{t+1}, 2))) \quad (14)$$

5. 応用例

以下では、カオス時系列により変動過程をモデル化した場合の特性を検討するために、簡単な例を検討する。一般に、適応的な調達などを実施することが利益拡大につながることは示されているので、以下では、典型的な取引パターンに限定して、比較分析を行う。

文献(10)にならって、次のようなケースを考察する。

(1) 生産を切り換える国の数。

生産は2つの国で切り換える。

(2) 為替レート変動は基軸通貨に対して θ 変動する。

$$W_1 = \theta W_2$$

(3) 生産コストの関数は為替レート変動の簡単な関数とする。

$$\phi(\theta) = -\alpha + \beta\theta$$

(4) 生産の切り換えコストを一定とし、これを含む動的計画とする。

以下では、最初に為替レート変動を幾何ブラウン運動とした場合の結果をまとめ、次に、我々の提案するカオス時系列による為替レート変動のモデルを用いた場合の結果を示す。

5.1 変動がブラウン運動の場合

(a) 為替レート変動による生産切り換え

最初の例として、ある企業が2つの工場で生産を行う場合の企業評価について述べる。通貨レートが幾何ブラウン運動をするとの仮定のもとでは、微小時間のあとでの通貨レートの均衡関係により、次のような式が満足されることを条件としている。

$$\Delta\theta_t = \lambda(\hat{\theta} - \theta)\Delta t + \sigma\theta t\Delta Z \quad (15)$$

ここで Z は離散的なウイーナ過程である。

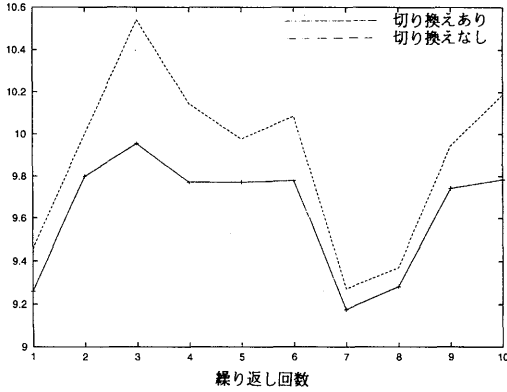
為替レート変動に関して、次のような条件のもとでの適応的オペレーションの効果を分析している。

(平均値) $\lambda = 0.05, 0.10, 0.20$ の3つの場合を仮定する。

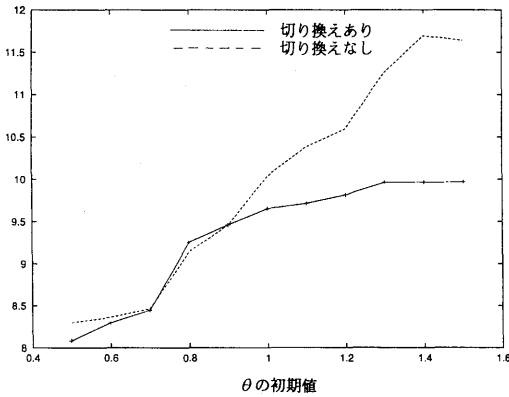
(分散) $\sigma = 0.05, 0.10, 0.20$ の3つの場合を仮定する。

代表的な事例について、生産切り換えによる企業価値(コストとして表示)の変化の概要を図5に示す。このような場合、為替レートの変動による企業価値の変化(コスト変化)は、最大で35%、最小でも10%程度となっており、切り換えの効果が見られる。

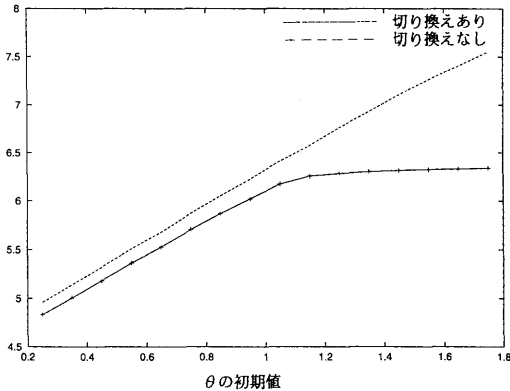
なお、このような簡単なケースをやや複雑な問題に拡張することは、文献(7)において行われている。文献(7)においては、3つの通貨の間の為替レート変動を2項過程でモデル化し、これを一般に拡張する形で、一般の複数の通貨が存在する場合の企業評価を動的計画法を用いて解いている。いま、通貨 i の変動過程を関数により表現する。ただし、複数の通貨は基軸的な通貨(例えばドル)に対しての



(a) θ の初期値が $\theta = 1$ の場合の100ステップごとのコスト関数の変化(合計10回繰り返し)



(b) θ の初期値を0.5~1.5に変化させた場合のコスト関数(100ステップを実行)



(c) 切り換えコストがある場合に θ の初期値を0.25~1.75に変化させた場合のコスト関数(θ の遷移確率を用いて計算)

図5 為替レート変動による企業価値変化の概要

相対値で評価されていると仮定する。このとき、時刻 t における通貨の為替レートは幾何ブラウン運動でモデル化できる。

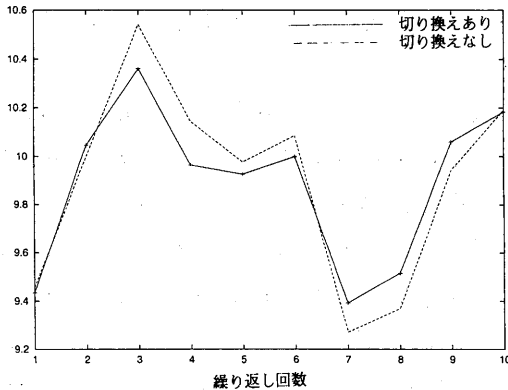
複数の通貨を仮定し、為替レート変動が幾何ブラウン運動であるための条件として、 n 個の通貨に関して、状態遷移を考慮した場合に、満足されるべき関係式を求めている。また、文献(7)においては、原材料調達、生産、市場における販売の3つの段階からなる連鎖を仮定しており、それぞれの段階で、複数の選択肢が存在している。この場合、為替レート変動に応じて、原材料調達、生産、市場における候補から企業価値を最大化する(コストを最小化)サイトを選択する問題を、動的計画問題として解き、1期間における価値最大化の問題を整数計画問題として、解いている。

このような通貨レートの変動の関係式をもとにして、最初の部分で述べた生産切り換えの評価式に含まれる通貨レートの値と、そのときの最適な生産パターンの決定が行われる。

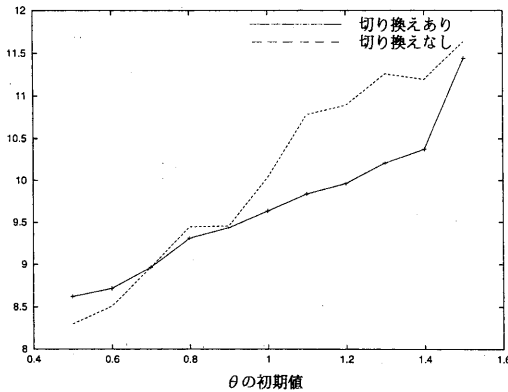
これまでの議論は、確率過程であるとはいっても、通貨レートが幾何ブラウン運動をするとした仮定のもとでの、いわば平衡状態の解析を行ったことになる。従って、確率過程を含む動的計画問題(Stochastic Dynamic Programming)とは言うものの、予め確率を与えた定常解析である。

(b) 信頼性変動による生産切り換え

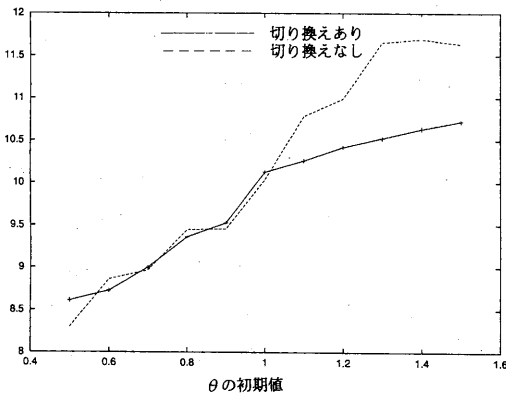
次に、拡張としてパートナー企業の信頼性が変動する場合の生産切り換えの効果について概要を見してみる。簡単な例として、企業の納入する製品の品質がブラウン運動に従って変動しており、瞬間的には問題はないとしても、この信頼性低下の累計が生産切り換えのトリガとなるとするケースを考察する。すなわち、変動過程 θ を企業 a の信頼性の変動と仮定し、この数値がある一定の数値(しきい値 $C1$)より低くなる割合が一定数 ($P1$) に到達すると生産



(a) θ の初期値が $\theta=1$ の場合の100ステップごとのコスト関数の変化(合計10回繰り返し)ただし、 $\theta > 1$ となると10回経過後まで調達しない。



(b) θ の初期値を0.5~1.5に変化させた場合のコスト関数(100ステップを実行)ただし、 $\theta > 1$ となると5回経過後まで調達しない。



(c) θ の初期値を0.5~1.5に変化させた場合のコスト関数(100ステップを実行)ただし、 $\theta > 1$ となると5回経過後まで調達しない。

図6 信頼性変動による企業価値変化の概要

を企業bに切り換え、しばらく生産を継続する。

次に、企業aの信頼性 θ がある一定のしきい値(C2)より多くなる回数が一定の割合(P2)に達すると、再び生産を企業aに切り換えることにする。ここで、一般にはC1, C2, およびP1, P2には相関がないとする。すなわち、企業bへ生産を切り換えても、企業aの信頼性は高くなったり低下したりするが、この時間領域では信頼性向上の場面だけに注目しておく。

図6には、このようなケースの代表的な事例の企業価値の変化の傾向を示している。図5と比較して、全般に企業価値が低下(コスト上昇)していることは、機敏な反応がとられていないこと、切り換えが実施されても、継続的に信頼性が向上しないことが原因となっている。しかし、企業提携の現実のシーンを考慮すると、一度のしかも中程度の信頼性の低下で契約を打ち切ることはいないといえ、ここで考察したようなケースがむしろ、よく発生すると考えられる。

5.2 変動がカオスである場合

(a) 為替レート変動により生産の切り換え

適応生産切り換えのこれまでの議論では、主として為替レート変動が、上昇と下降の2項過程で表現できる場合を取り上げている。これに対して、為替レート変動がカオスとして決定論的に記述できる場合には、時系列の値がすべての時刻で求められる(計算できる)利点はあるが、定常的な解を得るためには、このような企業評価を繰り返すことにより、定常的な値を求める必要がある。

為替レート変動を幾何ブラウン運動で記述する場合には、あらかじめ長い時間経過(time horizon)の中で求められる平均的な動き、企業評価が求められている。すなわち、為替レート変動についても、遷移確率が一定の数値として与えられ、動的計画問題

の最適性原理の式として組み込まれている。

我々が、ここで提案するカオス時系列による変動過程の表現は、このような平均的な企業評価という側面よりは、瞬間的な企業変化の状況を映し出すものであると言える。

このような瞬間的な変動を用いる利点としては、当然のことながら平均的な企業評価ではなく、次の時刻における企業評価を推定することができること、あるいは、その信頼性が高いことがあげられる。

すでに述べた幾何プラン運動により変動過程の記述では、確率変数として白色ノイズを含んでおり、これを統計的に処理するには容易であるが、現実の社会現象として定義することには無理がある。

これに対してカオス時系列の場合には、次の時点を予測する精度や、その具体的な意味付けが明確であり、直接的な企業評価の予測値を与えている。

例を次に示す。

ここでは、例1と同じ枠組みであるが、為替レート変動が logistic map により生成された場合の企業価値の評価について述べる。カオス時系列は、これら2つに限定されるものではなく、すでに述べたように、我々が示したようなGPによるカオス力学系の推定により、時系列を生成するシステムを推定することができれば、これらのシステム方程式に置き換えることができる。

図7には、企業価値（コストで表示）のケースごとの値を示す。

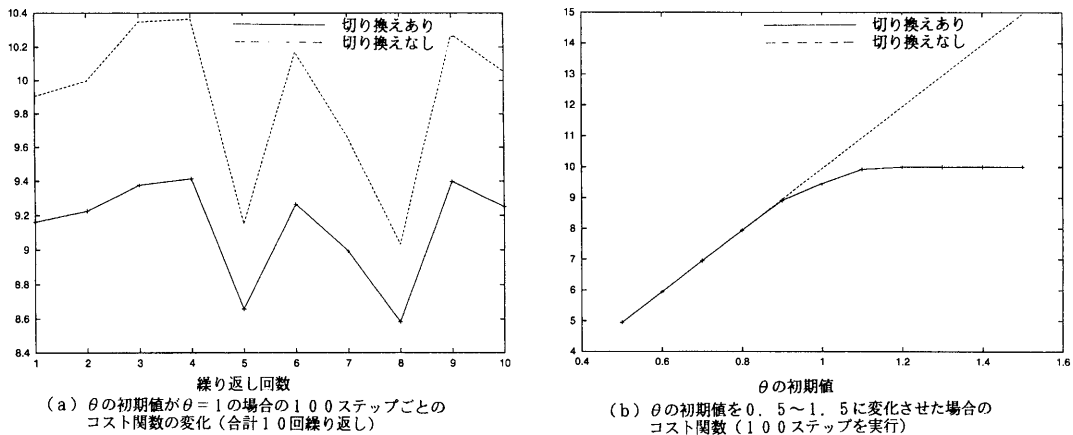


図7 為替レート変動による企業価値の変化

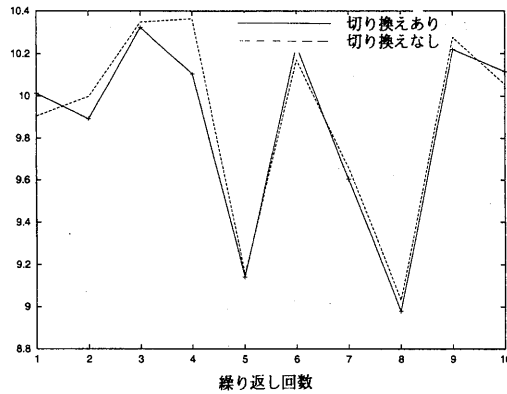
(b) 信頼性変動による生産切り換え

次に、拡張としてパートナー企業の信頼性が変動する場合の生産切り換えの効果について概要を見定める。簡単な例として、企業の納入する製品の品質がカオス力学系に従って変動しており、企業aの信頼性の変動と仮定し、この数値がある一定の数値(しきい値C1)より低くなる割合が一定数(P1)に到達すると生産を企業bに切り換え、しばらく生産を継続する。

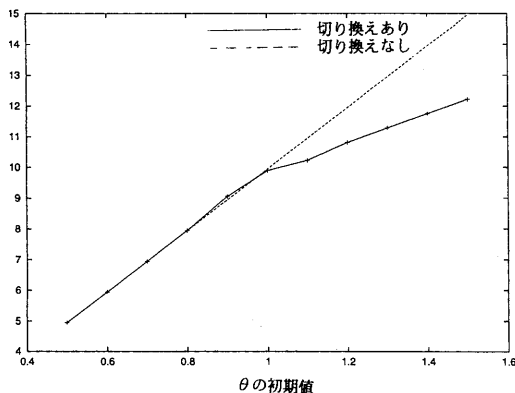
次に、企業aの信頼性 θ がある一定のしきい値(C2)より多くなる回数が一定の割合(P2)に達す

ると、再び生産を企業 a に切り換えることにする。

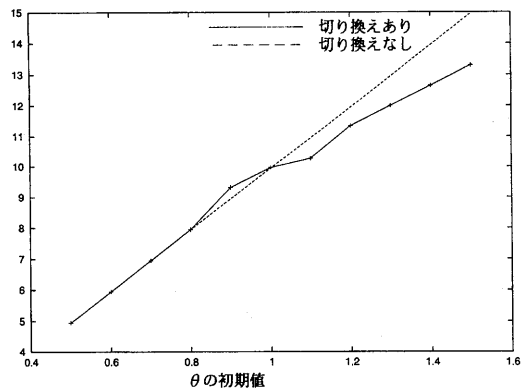
図8には、このようなケースの代表的な事例の企業価値の変化の傾向を示している。図7と比較して、全般に企業価値が低下している。原因としては、変動を幾何ブラウン運動と仮定した場合と同様に、機敏な反応がとられていないこと、切り換えが実施されても、継続的に信頼性が向上しないことが原因となっている。しかし、企業提携の現実に対応しており、ここで考察したようなケースがむしろ、よく発生すると考えられる。



(a) θ の初期値が $\theta=1$ の場合の100ステップごとのコスト関数の変化(合計10回繰り返し)
ただし、 $\theta > 1$ となると10回経過まで調達しない。



(b) θ の初期値を0.5~1.5に変化させた場合のコスト関数(100ステップを実行)
ただし、 $\theta > 1$ となると5回経過まで調達しない。



(c) θ の初期値を0.5~1.5に変化させた場合のコスト関数(100ステップを実行)
ただし、 $\theta > 1$ となると10回経過まで調達しない。

図8 信頼性変動による企業価値の変化

6. むすび

本論文では、SCMに見られるような調達と供給の関係により結ばれた企業連携において、経済社会に起因するさまざまなリスクを評価する方法として、為替変動など確率過程に応じて生産拠点を切り替える操作の柔軟性(Operating Flexibility)をカオス力学系のモデルを用いて拡張した。これまで、為替変動

を2項過程により近似した場合に動的計画法を用いて評価を行う方法が提案されているが、我々が提案したカオス力学系の推定方法を用いることが1つの拡張を与えることを示した。論文では、SCMの基本モデル、SCMを実行する場合の為替レート変動などの要因のモデル化、変動要因の影響を分析する基本的手法について述べ代表的な事例について、本論文の手法によりリスク回避を行う効果について述べた。

今後の検討課題として、現実的な問題に適用してカオス力学系を推定すること、そのもとでのオプションの評価があり、議論を進めていく予定である。

参 考 文 献

- [1] M.A.Cohen and H.L.Lee:“Strategic analysis of integrated production–distribution systems:models and methods”, Operations Research, vol.36, no.2, pp.216–228, 1988.
- [2] H.L.Lee , V.Padmanabhan nad S.Whang:“Information distortion in a supply chian: The bullwhip effect”, Management Science, Vol.43, No.4, pp.546–559, 1997
- [3] A.Dixit:“Entry and exit decision under uncertainty”, Plolitical Economy, 97, pp.620–638 (1989).
- [4] A.Dixit:“Hysterisis, import and exchange rate pass-through”, Quarterly Journal of Economics, 104, pp.205–228 (1989).
- [5] C.Fine and R.Freund:“Optimal investment in product flexibility manufacturing capacity”, Management Science, 36, pp.449–466 (1990).
- [6] D.DeMeza and F. van der Ploeg:“Production flexibility as a motive for multinationality””, Journal of Industrial Economy, 35, pp.343–352 (1987).
- [7] A.Huchzermeier and M.A.Cohen:“Valuing operational flexibility under exchange rate risk”, Operations Research, vol.44, no.1, pp.100–113, 1996.
- [8] A.Huchzermeier:Global Manufacturing Strategy Planning under Price and Exchange Rate Uncertainty, Ph.D Thesis, Decision Science department, The Wharton School, University of Pennsylvania, Philadelphia (1991).
- [9] A.Huchzermeier:Glabal Supply Chain Competition, University of Chicago, Illinois (1993).
- [10] B.Kogut and N.Kulatilaka:“Operational flexibility, global manufacturing and the option value of a multinational networks”, Management Science, vol.40, no.1, pp.123–139, 1994
- [11] B.Kogut:“Designig global strategies: profiting from operating flexibility”, Sloan Management Reviews, 26, pp.27–38(1985).
- [12] M.Robert:“Theory of rational option pricing”, Bell Journal of Economics and Management Science, 101, pp.707–727(1986).
- [13] J.R.Koza: Genetic Programming, MIT Press (1992).
- [14] J.R.Koza:“Genetic Programming: A paradigm for genetically breeding populations of computer programs to solve problems”, Report No.STAN-CS-90–1314, Computer Science, Stanford University (1992)
- [15] J.R.Koza:“Evolution and subsumption using genetic programming”, Proc. of the First European Conference on Artificial Life, MIT press (1991)
- [16] Y.Ikeda and S.Tokinaga:“Approximation of chaotic dynamics by using smaller number of data based upon the genetic program ming and its applications”, Trans. IEICE vol. E83–A, no.8, pp. 1599–1607(2000).

[九州大学大学院経済学研究院教授]