

## 推測的変動と供給寡占の道学モデル

入江, 雅仁  
九州大学大学院生物資源環境科学府

鈴木, 宣弘  
九州大学大学院農学研究院

前田, 幸嗣  
九州大学大学院農学研究院

<https://doi.org/10.15017/4342>

---

出版情報 : 九州大学大学院農学研究院学芸雑誌. 59 (2), pp.247-254, 2004-10-01. 九州大学大学院農学  
研究院  
バージョン :  
権利関係 :

## 推測的変動と供給寡占の動学モデル

入江 雅仁<sup>1\*</sup>・鈴木 宣弘・前田 幸嗣

九州大学大学院農学研究院農業資源経済学部門農業関連産業組織学講座農業計算学研究室  
(2004年6月30日受付, 2004年7月16日受理)

### Dynamic Oligopoly with Conjectural Variations

Masahito IRIE<sup>1\*</sup>, Nobuhiro SUZUKI and Koshi MAEDA

Laboratory of Quantitative Analysis of Agribusiness Organization, Division of Industrial  
Organization of Agribusiness, Department of Agricultural and Resource Economics,  
Faculty of Agriculture, Kyushu University, Fukuoka 812-8581, Japan

### はじめに

本稿の課題は二つである。一つは、推測的変動 (conjectural variation) を導入した動学モデルを構築し、異時間的均衡価格の決定要因を理論的に明らかにすることである。また、もう一つは、異時間的均衡価格と静学的な均衡価格との関係を考察することである。

供給者  $i$  の供給量を  $u_i$ 、産業全体の供給量を  $u = \sum_i u_i$  とするとき、

$$\frac{\partial u}{\partial u_i} = \frac{\partial}{\partial u_i} \sum_i u_i = \frac{\partial u_i}{\partial u_i} + \frac{\partial}{\partial u_i} \sum_{j \neq i} u_j = 1 + \sum_{j \neq i} \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \equiv 1 + \sum_{j \neq i} r_{ij} \equiv 1 + r_i$$

における記号  $r_i$  が供給者  $i$  の推測的変動である。また、記号  $r_{ij}$  は、供給者  $j$  に対する供給者  $i$  の推測的変動である。つまり、記号  $r_i$  は、供給者  $i$  の供給量  $u_i$  が変化したときに、供給者  $i$  を除いた全供給者の供給量  $\sum_{j \neq i} u_j$  が  $r_i$  単位分だけ変化するだろうという供給者  $i$  の推測を表し、また、記号  $r_{ij}$  は、供給者  $i$  の供給量  $u_i$  が変化したことによって、供給者  $j$  の供給量  $u_j$  が  $r_{ij}$  単位分だけ変化するだろうという供給者  $i$  の推測を表している。なお、この推測的変動に一定の値を仮定することで、クールノー等の伝統的寡占理論を統一的に説明できる。例えば、供給者  $i$  が利潤を最大にするときに、自己の供給量の変化は他の供給者の供給量に影響を与えない ( $r_i = 0$ ) と推測する場合は、クールノー型の寡占行動と同一になる。

鈴木 (1991b) は、生乳市場の不完全競争性を計量的に把握するために、推測的変動を組み入れた推測的変動モデル (conjectural variations model) を、農業分野で初めて、開発した。この推測的変動モデルの開発によって、供給者間の競争と協調とが、供給寡占市場における均衡価格の決定要因になると認識されるようになった。

しかし、この種の推測的変動モデルに対しては、繰り返しゲームの動学的過程を静学的に捉えているため、理論的に問題があるとの批判があった (Tirole, 1988)。このため、推測的変動の動学化は、実証的な産業組織論研究における大きな課題の一つである。本稿は、推測的変動の動学化に向けての一つの試みとして、供給寡占の動学モデルに推測的変動を導入したモデルを提示する。

<sup>1</sup>九州大学大学院生物資源環境科学府農業資源経済学専攻農業関連産業組織学講座農業計算学研究室

<sup>1</sup>Laboratory of Quantitative Analysis of Agribusiness Organization, Division of Industrial Organization of Agribusiness, Department of Agricultural and Resource Economics, Graduate School of Bioresource and Bioenvironmental Sciences, Kyushu University

\*Corresponding author (E-mail: masajin@agr.kyushu-u.ac.jp)

これまで、一定期間に繰り返し行われる供給者間の競争を分析するために、Fershtman and Kamien (1987) による供給寡占の動学モデルが適用されてきた (Tsutsui and Mino, 1990; Fujimoto and Park, 2003). しかしながら、これらの研究では、異時間的均衡と静学の推測的均衡との関係は捉えられていなかった。これに対して、藤本 (1997) が動学モデルの推測変量パラメータを提案している。本稿では、この考えを応用し、割引率を伴う供給寡占の動学モデルに推測的変動を導入する。

ここで、本稿で提示したモデルの特徴を述べておく。一つは、供給寡占市場を動学化する際に、割引率を導入したことである。これによって、異なる時点における利潤を割引現在価値で比較できるようになった。また、供給寡占の動学モデルに推測的変動を導入したことで、供給者間の水平的関係と異時間的均衡価格を結びつけることが可能になった。さらに、需要者と供給者の垂直的關係については、Kinoshita *et al.* (2004) 等の静学モデルが提示されているが、ここでは、動学的アプローチとして、戦略的な需要者が、価格の動向を考慮することによって、供給者の価格操作に対抗できるような状態方程式を組み込んだ。

## 分析モデル

対称的な  $\mu (\geq 1)$  人の供給者が存在する供給寡占市場を考える。

この供給寡占市場における各供給者の費用関数は以下のように対称的であると仮定する：

$$c(u_i(t)) = \sigma + \tau u_i(t) + \frac{\omega}{2} \{u_i(t)\}^2. \quad (1)$$

ただし、変数  $u_i(t)$  は、供給者  $i (i = 1, 2, \dots, \mu)$  の時間  $t$  における生産量率であり、また、記号  $\sigma, \tau, \omega$  は、それぞれ、正のパラメータ ( $\sigma, \tau, \omega > 0$ ) である。

さらに、供給寡占市場における逆需要関数を

$$p(t) = \alpha - \beta D(t) - \varepsilon \dot{p}(t)$$

と仮定する。ここで、変数  $p(t)$  は、時間  $t$  に市場で需要される率  $D(t)$  の価格水準である。記号  $\alpha, \beta$  は、それぞれ、価格  $p(t)$  の時間変化率が 0、すなわち、 $\dot{p}(t) \equiv \frac{dp(t)}{dt} = 0$  となったときに生じる静学の逆需要関数における切片と傾きを表す正のパラメータ ( $\alpha, \beta > 0$ ) である。また、記号  $\varepsilon$  は、戦略的な需要者の将来価格に対する期待を表す正のパラメータ ( $\varepsilon > 0$ ) である：例えば、価格の時間変化率  $\dot{p}(t)$  が負、すなわち、 $\dot{p}(t) < 0$  となっているときには、偏微分  $\frac{\partial D}{\partial \varepsilon} = -\frac{\dot{p}}{\beta} > 0$  より、パラメータ  $\varepsilon$  の値が 1 単位増加すると、逆需要関数のシフトによって、需要者は現在の需要量  $D$  を  $-\frac{\dot{p}}{\beta}$  単位分だけ増加させる；一方、パラメータ  $\varepsilon$  の値が 1 単位減少すると、逆需要関数のシフトによって、需要者は現在の需要量  $D$  を  $\frac{\dot{p}}{\beta}$  単位分だけ減少させる。この仮定の下では、偏微分  $\frac{\partial D}{\partial p} = -\frac{1}{\beta} < 0$  より、価格  $p$  が 1 単位増加したときに、需要者は、逆需要関数に沿って、需要量  $D$  を  $\frac{1}{\beta}$  単位分だけ減少させる。さらに、偏微分  $\frac{\partial D}{\partial \dot{p}} = -\frac{\varepsilon}{\beta} < 0$  より、価格の時間変化率  $\dot{p}(t)$  が 1 単位増えると、逆需要関数のシフトによって、需要者は需要量  $D$  を  $\frac{\varepsilon}{\beta}$  単位分だけ減少させる。なお、当該財に対する異時点間の価格上昇率は、価格水準  $p(t)$  の時間変化率として定義した  $\dot{p}(t)$  によって測られるものと仮定する。さらに、すべての時間  $t (\geq 0)$  において市場が清算していると仮定する：

$$D(t) = \sum_{i=1}^{\mu} u_i(t).$$

以上の仮定の下で、無限の時間視野を持つ合理的な各供給者は、各供給者の生産量率  $u_i(t)$  に関して、すべての供給者に共通している非負の割引率 ( $\rho \geq 0$ ) で割り引いた利潤を最大にするはずである。ここで、記号  $e (\approx 2.71828)$  を自然対数の底とすると、対称的な各供給者の利潤汎関数  $J_i$  は、

$$J_i = \int_0^{\infty} [p(t)u_i(t) - \sigma - \tau u_i(t) - \frac{\omega}{2} \{u_i(t)\}^2] e^{-\rho t} dt$$

である。ただし、以下の状態方程式を条件とする：

$$\dot{p}(t) = \frac{1}{\varepsilon} \left\{ \alpha - \beta \sum_{i=1}^{\mu} u_i(t) - p(t) \right\}. \quad (2)$$

はじめに、対称的な各供給者に対する静学モデルを考察する。費用関数(1)式から、対称的な供給者*i*の限界費用  $MC_i = \tau + \omega u_i$  を得る。また、 $\dot{p}(t) = 0$  を(2)式に代入すると、静学の逆需要関数  $p = \alpha - \beta \sum_{i=1}^{\mu} u_i$  を得る。このとき、対称的な供給者*i*の限界収入  $MR_i$  は、

$$MR_i = p - \beta \left( 1 + \sum_{j \neq i}^{\mu} \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \right) u_i = p - \{(\mu - 1)r + 1\} \beta u_i$$

となる。ここで、供給者*j*に対する供給者*i*の推測的変動パラメータ  $r$  を  $\frac{\partial u_j}{\partial u_i} \equiv r$  で定義する。このパラメータは、供給者*i*の生産量率  $u_i$  が1単位増加したときに、供給者*j*の生産量率  $u_j$  が  $r$  単位分だけ変化するだろうと対称的な供給者*i*が推測していることを表している。なお、対称的な供給者に対して、完全競争型、クールノー型、および、共謀型の寡占行動を仮定した場合、推測的変動パラメータ  $r$  は、それぞれ、 $r = -\frac{1}{\mu - 1}$ ,  $r = 0$ ,  $r = 1$  である。

さて、対称的な供給者の仮定、すなわち、 $u_1 = \dots = u_{\mu} = u_i$  と静学の逆需要関数  $p = \alpha - \beta \sum_{i=1}^{\mu} u_i$  に注意しながら、対称的な供給者*i*と*j*について、限界費用と限界収入とを等しくすると、

$$\begin{cases} [ \{(\mu - 1)r + 2\} \beta + \omega ] u_i + (\mu - 1) \beta u_j = \alpha + \tau \\ [ \{(\mu - 1)r + 2\} \beta + \omega ] u_j + (\mu - 1) \beta u_i = \alpha + \tau \end{cases}$$

が得られる。この連立方程式から、対称的な供給者*i*の推測的均衡生産量  $u_i^*$  が計算できる：

$$u_i^* = \frac{\alpha - \tau}{\{(\mu - 1)r + (\mu + 1)\} \beta + \omega}. \quad (3)$$

再び、供給者の対称性と静学の需要関数を考慮すると、推測的均衡総生産量  $u^*$  と推測的均衡価格  $p^*$  とは以下のよう求められる：

$$u^* = \frac{\mu(\alpha - \tau)}{\{(\mu - 1)r + (\mu + 1)\} \beta + \omega}; \quad (4)$$

$$p^* = \frac{[ \{(\mu - 1)r + 1\} \beta + \omega ] \alpha + \mu \beta \tau}{\{(\mu - 1)r + (\mu + 1)\} \beta + \omega}. \quad (5)$$

また、対称的な供給者に対して、完全競争型、クールノー型、および、共謀型の寡占行動を仮定した場合の各均衡水準は、それぞれ、

$$u_i^{**} = \frac{\alpha - \tau}{\mu \beta + \omega}, \quad u^{**} = \frac{\mu(\alpha - \tau)}{\mu \beta + \omega}, \quad p^{**} = \frac{\alpha \omega + \mu \beta \tau}{\mu \beta + \omega}, \quad (6)$$

$$u_i^{***} = \frac{\alpha - \tau}{(\mu + 1) \beta + \omega}, \quad u^{***} = \frac{\mu(\alpha - \tau)}{(\mu + 1) \beta + \omega}, \quad p^{***} = \frac{(\beta + \omega) \alpha + \mu \beta \tau}{(\mu + 1) \beta + \omega}, \quad (7)$$

$$u_i^{\dots} = \frac{\alpha - \tau}{2\mu\beta + \omega}, \quad u^{\dots} = \frac{\mu(\alpha - \tau)}{2\mu\beta + \omega}, \quad p^{\dots} = \frac{(\mu\beta + \omega)\alpha + \mu\beta\tau}{2\mu\beta + \omega} \quad (8)$$

となる。

### 分析モデルの特殊解

次に、前節の最適問題を解くために、対称的な各供給者に対する現在価値ハミルトニアン  $H_i$  を

$$H_i \equiv p(t)u_i(t) - \sigma - \tau u_i(t) - \frac{\omega}{2} \{u_i(t)\}^2 + \lambda_i(t) \frac{1}{\varepsilon} \left\{ \alpha - \beta \sum_{i=1}^{\mu} u_i(t) - p(t) \right\}$$

で定義する。ただし、変数  $\lambda_i(t)$  は、時間  $t$  における対称的な各供給者の共状態変数である。このとき、

推測的変動パラメータ  $\frac{\partial u_i}{\partial u_i} \equiv r$  を考慮すると必要条件は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_i}{\partial u_i} &= p(t) - \tau - \omega u_i(t) - \frac{\beta}{\varepsilon} \left( 1 + \sum_{j \neq i}^{\mu} \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \right) \lambda_i(t) \\ &= p(t) - \tau - \omega u_i(t) - \left\{ \frac{(\mu-1)\tau\beta}{\varepsilon} + \frac{\beta}{\varepsilon} \right\} \lambda_i(t) = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$-\frac{\partial H_i}{\partial p} = - \left\{ u_i(t) - \frac{1}{\varepsilon} \lambda_i(t) \right\} = \dot{\lambda}_i(t) - \rho \lambda_i(t) \quad (10)$$

で与えられる。ここで、 $\dot{\lambda}_i(t) \equiv \frac{d\lambda_i(t)}{dt}$  は、対称的な各供給者の共状態変数の時間変化率である。この必要条件から、次の補題が導かれる。

補題1 新たな共状態変数  $\lambda(t)$  を

$$\lambda(t) = \sum_{i=1}^{\mu} \lambda_i(t) \quad (11)$$

で定義する。このとき、(2)式、(10)式、(11)式は、次のような行列微分方程式に書き換えられる。

$$\begin{bmatrix} \dot{p}(t) \\ \dot{\lambda}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left( \frac{\mu\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{1}{\varepsilon} \right) & \frac{(\mu-1)\tau\beta^2}{\varepsilon^2\omega} + \frac{\beta^2}{\varepsilon^2\omega} \\ -\frac{\mu}{\omega} & \rho + \frac{(\mu-1)\tau\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{1}{\varepsilon} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(t) \\ \lambda(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{\varepsilon} + \frac{\mu\beta\tau}{\varepsilon\omega} \\ \frac{\mu\tau}{\omega} \end{bmatrix} \quad (12)$$

□証明：(9)式から、最適制御は、

$$u_i(t) = \frac{1}{\omega} p(t) - \left\{ \frac{(\mu-1)\tau\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{\beta}{\varepsilon\omega} \right\} \lambda_i(t) - \frac{\tau}{\omega} \quad (13)$$

である。この(13)式を(2)式に代入すると、

$$\begin{aligned} \dot{p}(t) &= -\frac{\beta}{\varepsilon} \left[ \frac{\mu}{\omega} p(t) - \left\{ \frac{(\mu-1)\tau\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{\beta}{\varepsilon\omega} \right\} \sum_{i=1}^{\mu} \lambda_i(t) - \frac{\mu\tau}{\omega} \right] - \frac{1}{\varepsilon} p(t) + \frac{\alpha}{\varepsilon} \\ &= -\left( \frac{\mu\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{1}{\varepsilon} \right) p(t) + \left\{ \frac{(\mu-1)\tau\beta^2}{\varepsilon^2\omega} + \frac{\beta^2}{\varepsilon^2\omega} \right\} \sum_{i=1}^{\mu} \lambda_i(t) + \frac{\alpha}{\varepsilon} + \frac{\mu\beta\tau}{\varepsilon\omega} \end{aligned}$$

となる。(10)式に再び(13)式を代入すると、

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_i(t) &= -\left[\frac{1}{\omega}p(t) - \left\{\frac{(\mu-1)r\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{\beta}{\varepsilon\omega}\right\}\lambda_i(t) - \frac{\tau}{\omega}\right] + \left(\rho + \frac{1}{\varepsilon}\right)\lambda_i(t) \\ &= -\frac{1}{\omega}p(t) + \left\{\rho + \frac{(\mu-1)r\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{1}{\varepsilon}\right\}\lambda_i(t) + \frac{\tau}{\omega}\end{aligned}$$

が得られる。ここで、(11)式から、

$$\dot{p}(t) = -\left(\frac{\mu\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{1}{\varepsilon}\right)p(t) + \left\{\frac{(\mu-1)r\beta^2}{\varepsilon^2\omega} + \frac{\beta^2}{\varepsilon^2\omega}\right\}\lambda(t) + \frac{\alpha}{\varepsilon} + \frac{\mu\beta\tau}{\varepsilon\omega}$$

と

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}(t) &= \sum_{i=1}^{\mu} \dot{\lambda}_i(t) \\ &= \sum_{i=1}^{\mu} \left[ -\frac{1}{\omega}p(t) + \left\{\rho + \frac{(\mu-1)r\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{1}{\varepsilon}\right\}\lambda_i(t) + \frac{\tau}{\omega} \right] \\ &= -\frac{\mu}{\omega}p(t) + \left\{\rho + \frac{(\mu-1)r\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{1}{\varepsilon}\right\} \sum_{i=1}^{\mu} \lambda_i(t) + \frac{\mu\tau}{\omega} \\ &= -\frac{\mu}{\omega}p(t) + \left\{\rho + \frac{(\mu-1)r\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{1}{\varepsilon}\right\}\lambda(t) + \frac{\mu\tau}{\omega}\end{aligned}$$

の連立微分方程式が得られる。この連立微分方程式から(12)式が導かれる。■証了

この補題から、次の定理を得る。

定理1 異時間的均衡価格  $\vec{p}$  は、静学解の加重平均となる：

$$\vec{p} = \frac{\varepsilon\rho(\mu\beta+\omega)\vec{p}'' + \{[(\mu-1)r+(\mu+1)]\beta+\omega\}\vec{p}'}{\varepsilon\rho(\mu\beta+\omega) + \{(\mu-1)r+(\mu+1)\}\beta+\omega} \quad (14)$$

このときの各供給者の異時間的均衡総生産量  $\vec{u}_i$  は、

$$\vec{u}_i = \frac{\varepsilon\rho(\mu\beta+\omega)\vec{u}_i' + \{[(\mu-1)r+(\mu+1)]\beta+\omega\}\vec{u}_i}{\varepsilon\rho(\mu\beta+\omega) + \{(\mu-1)r+(\mu+1)\}\beta+\omega} \quad (15)$$

である。

口証明：(12)式の係数行列を  $-A$  で、また、行列式を記号  $| \cdot |$  で表すと、行列  $A$  の行列式は、

$$\begin{aligned}|A| &= \begin{vmatrix} \frac{\mu\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{1}{\varepsilon} & -\left\{\frac{(\mu-1)r\beta^2}{\varepsilon^2\omega} + \frac{\beta^2}{\varepsilon^2\omega}\right\} \\ \frac{\mu}{\omega} & -\left\{\rho + \frac{(\mu-1)r\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{1}{\varepsilon}\right\} \end{vmatrix} \\ &= -\frac{\varepsilon\rho(\mu\beta+\omega) + \{(\mu-1)r+(\mu+1)\}\beta+\omega}{\varepsilon\omega} < 0\end{aligned}$$

となるので、(12)式において、 $\dot{p}(t) = \dot{\lambda}(t) \equiv 0$  とおくことで、価格  $p(t)$  の特殊解  $\vec{p}$  が得られる：

$$\begin{aligned}
\vec{p} &= \frac{1}{|A|} \left| \begin{array}{c} \frac{\alpha + \mu\beta\tau}{\varepsilon + \varepsilon\omega} - \left\{ \frac{(\mu-1)r\beta^2}{\varepsilon^2\omega} + \frac{\beta^2}{\varepsilon^2\omega} \right\} \\ \frac{\mu\tau}{\omega} - \left\{ \rho + \frac{(\mu-1)r\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{1}{\varepsilon} \right\} \end{array} \right| \\
&= \frac{-\left\{ \rho + \frac{(\mu-1)r\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{\beta}{\varepsilon\omega} + \frac{1}{\varepsilon} \right\} \left( \frac{\alpha + \mu\beta\tau}{\varepsilon + \varepsilon\omega} \right) + \left\{ \frac{(\mu-1)r\beta^2}{\varepsilon^2\omega} + \frac{\beta^2}{\varepsilon^2\omega} \right\} \frac{\mu\tau}{\omega}}{|A|} \\
&= \frac{-\frac{1}{\varepsilon^2\omega} \left[ \left\{ \varepsilon\rho + \frac{(\mu-1)r\beta}{\omega} + \frac{\beta}{\omega} + 1 \right\} (\alpha\omega + \mu\beta\tau) - \{ (\mu-1)r\beta^2 + \beta^2 \} \frac{\mu\tau}{\omega} \right]}{|A|} \\
&= \frac{-\frac{1}{\varepsilon^2\omega} [\{\varepsilon\rho\omega + (\mu-1)r\beta + \beta + \omega\}\alpha + (\varepsilon\rho + 1)\mu\beta\tau]}{|A|} \\
&= \frac{\varepsilon\rho(\alpha\omega + \mu\beta\tau) + [\{(\mu-1)r + 1\}\beta + \omega]\alpha + \mu\beta\tau}{\varepsilon\rho(\mu\beta + \omega) + \{(\mu-1)r + (\mu+1)\}\beta + \omega} \tag{16}
\end{aligned}$$

ここで、静学の解を考慮すると、(14)式が得られる。また、(16)式を  $\vec{p} = \alpha - \beta u$  に代入すると、

$$\begin{aligned}
\vec{u} &= \frac{1}{\beta} \times \frac{\varepsilon\rho\mu\beta(\alpha - \tau) + \mu\beta(\alpha - \tau)}{\varepsilon\rho(\mu\beta + \omega) + \{(\mu-1)r + (\mu+1)\}\beta + \omega} \\
&= \frac{\varepsilon\rho\mu(\alpha - \tau) + \mu(\alpha - \tau)}{\varepsilon\rho(\mu\beta + \omega) + \{(\mu-1)r + (\mu+1)\}\beta + \omega}
\end{aligned}$$

が得られる。さらに、対称的な供給者の仮定  $u_1 = \dots = u_\mu = u_i$  から、

$$\begin{aligned}
\vec{u}_i &= \frac{1}{\mu} \times \frac{\varepsilon\rho\mu(\alpha - \tau) + \mu(\alpha - \tau)}{\varepsilon\rho(\mu\beta + \omega) + \{(\mu-1)r + (\mu+1)\}\beta + \omega} \\
&= \frac{\varepsilon\rho(\alpha - \tau) + (\alpha - \tau)}{\varepsilon\rho(\mu\beta + \omega) + \{(\mu-1)r + (\mu+1)\}\beta + \omega}
\end{aligned}$$

となる。したがって、静学の解を考慮すると、(15)式を得る。■証了

異時間的均衡価格が、静学の推測的均衡価格と静学の競争均衡価格の凸結合として表された定理1から、異時間的均衡価格は、静学のそれらの均衡価格を端点とする線分上で決まることがわかる。つまり、異時間的均衡価格は、静学の推測的均衡価格よりも低く、かつ、静学の競争均衡価格よりも高くなるのである。また、以下の命題で、異時間的均衡価格と静学の推測的均衡価格との関係、および、異時間的均衡価格と静学の競争均衡価格との関係が考察できる。

**命題1** すべての供給者に共通の割引率が低くなる ( $\rho \rightarrow 0$ ) か、あるいは、需要者の戦略的な期待が小さくなる ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ) と、異時間的均衡価格は、静学の推測的均衡価格へ近づく。

□証明：(14)式に2つの極限操作  $\rho \rightarrow 0$  と  $\varepsilon \rightarrow 0$  を施すと、それぞれ、

$$\begin{aligned}
\lim_{\rho \rightarrow 0} \vec{p} &= \frac{[\{(\mu-1)r + (\mu+1)\}\beta + \omega] p^*}{\{(\mu-1)r + (\mu+1)\}\beta + \omega} = p^* \\
\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \vec{p} &= \frac{[\{(\mu-1)r + (\mu+1)\}\beta + \omega] p^*}{\{(\mu-1)r + (\mu+1)\}\beta + \omega} = p^*
\end{aligned}$$

となる。■証了

命題2 すべての供給者に共通の割引率が高くなる ( $\rho \rightarrow \infty$ ) か、あるいは、需要者の戦略的な期待が大きくなる ( $\varepsilon \rightarrow \infty$ ) と、異時間的均衡価格は、静学の競争均衡価格へ近づく。

□証明：(14)式より、それぞれ、

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \vec{p} = \frac{\varepsilon(\mu\beta + \omega)p^{**}}{\varepsilon(\mu\beta + \omega)} = p^{**}$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \vec{p} = \frac{\rho(\mu\beta + \omega)p^{**}}{\rho(\mu\beta + \omega)} = p^{**}$$

である。■証了

したがって、将来の価値が現在の価値と全く同じであるために割引率が完全に無視される場合か、あるいは、需要者が価格の動向を全く考慮しないために需要者の戦略的な期待が小さくなっている場合には、異時間的均衡価格は推測的均衡価格へ近づく。一方、割引率が大きい場合か、あるいは、需要者が、価格の動向に応じて、現在の財の購入を大幅に変化させるために需要者の戦略的な期待が大きくなっている場合には、異時間的均衡価格は競争均衡価格へ近づく。

## 結 論

本稿では、推測的変動パラメータを導入した供給寡占の動学モデルを提示した。そのモデルの特徴として、割引率パラメータの導入で、異時点間の均衡を比較できるようにしたことが挙げられる。また、供給寡占の動学モデルに推測的変動パラメータを導入することで、供給者間の水平的関係を把握できるようにしたこと、および、戦略的な需要者の将来価格に対する期待パラメータを導入した状態方程式を仮定することで、需要者と供給者の垂直的關係に新たな工夫を施したことが挙げられる。その結果、異時間的均衡に影響を及ぼす要因、および、異時間的均衡と静学的な均衡の關係が明らかになった。

具体的には、異時間的均衡価格が静学の推測的均衡価格と静学の競争均衡価格の凸結合として表された定理1の(14)式から、異時間的均衡価格が静学のそれらの均衡価格の間で形成されること、さらに、戦略的な需要者の将来価格に対する期待、割引率、および、推測的変動などのパラメータが異時間的均衡価格へ影響を及ぼしていることが明らかになった。つまり、静学の推測的均衡価格だけでは、均衡価格を十分に捉えていない可能性があるので、均衡価格を的確に捉えるためには、供給者間の競争と協調だけでなく、買い手の行動や割引率などを考慮する必要があることを示唆している。

また、異時間的均衡価格の極限を考察した命題から、需要者が、価格の動向に応じて、現在の財の購入を大幅に変化させる場合には、供給者のどのような価格操作も失敗に終わる。一方、供給者が価格操作を成功させるためには、割引率を無視できる、すなわち、現在と将来の価値が全く変わらない場合には、供給者間の協調が重要であること、また、将来の価値が現在の価値と異なるために割引率を無視できないような状況にあるならば、需要者が価格の動向を考慮しないような手段と供給者間の協調が、価格操作を成功させるための鍵であることを示唆している。

最後に、今後の課題を述べる。一つめの課題は、供給者の価格操作を成功させるための方法を提供する最適制御法の導出である。二つめは、推測的変動の動学化に関連して、観測した状態変数に基づいて、相手方の制御変数を推測する可能性まで含めたモデル、すなわち、相互反応項 (interaction term) を導入したモデルの開発も今後の課題として残されている。さらに、三つめとして当該モデルの妥当性を検証するために、実際のデータを使つてのシミュレーション実験や実証分析への取り組みなども非常に重要な課題である。

## 文 献

- Fershtman, C. and M. Kamien 1987 Dynamic Duoplistic Competiton with Sticky Prices. *Econometrica*, 55(5) : 1151-1164
- 藤本浩明 1997 公共財の自発的貢献の動学モデル：協力の可能性. 福岡大学経済学論叢, 41 : 289-321
- Fujimoto, H. and E. S. Park 2003 Dynamic Duopoly with Sticky Prices. 福岡大学経済学論叢, 47 : 717-731
- Intriligator, M. D. 2002 *Mathematical Optimization and Economic Theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics., New York, pp.201-213, pp.370-388

- 入江雅仁 2002 コースの推測とLQ最適制御. 福岡大学経済学研究科修士論文: 1-62
- Kinoshita, J., N. Suzuki and H. M. Kaiser 2004 The Degree of Vertical and Horizontal Competition Among Dairy cooperatives, Processors and Retailers in Japanese Milk Markets. (unpublished paper)
- 鈴木宣弘 1991a 生乳市場の競争性と飲用乳価水準. 農業総合研究, 45(2): 1-26
- 鈴木宣弘 1991b 推測的変動による不完全競争市場のモデル化と政策変更効果の計測—生乳市場を事例として—. 農業経済研究, 63(1): 11-21
- 鈴木宣弘 1994 生乳市場の不完全競争の実証分析. 農林統計協会, 東京
- 鈴木宣弘 2002 寡占的フードシステムへの計量的接近. 農林統計協会, 東京
- Suzuki, N., J. E. Lenz, and O. D. Forker 1993 A Conjectural Variations Model of Reduced Japanese Milk Price Supports. *American Journal of Agricultural Economics*, 75(1): 210-218
- Tirole, J. 1988 *The Theory of Industrial Organization*. The MIT Press, London
- Tsutsui, S. and K. Mino 1990 Nonlinear Strategies in Dynamic Duopolistic Competition with Sticky Prices. *Journal of Economic Theory*, 52: 136-161
- Varian, H. R. 1992 *Microeconomic Analysis*, 3rd ed. W.W. Norton, New York, pp.285-308

## Summary

In this paper, a dynamic model for oligopoly is developed to examine the relationship between static conjectural variations equilibrium and intertemporal equilibrium. We demonstrate that the intertemporal equilibrium strictly lies between the static conjectural variations equilibrium and competition equilibrium. We also show that as either the common discount rate or the effect of strategic consumers' purchases on future prices goes to zero, the intertemporal equilibrium converges to the static conjectural variations equilibrium level. Meanwhile, it is shown that if either the common discount rate or the effect of strategic consumers' purchases on future prices increases, then the intertemporal equilibrium converges to the static competition equilibrium level.