

## ペナルティー関数を用いたトモグラフィアルゴリズムの開発

上原, 耀  
九州大学大学院総合理工学府先端エネルギー理工学専攻

<https://hdl.handle.net/2324/4150494>

---

出版情報：九州大学, 2018, 修士, 修士  
バージョン：  
権利関係：



平成30年度

九州大学大学院 総合理工学府

先端エネルギー理工学専攻

# 修士論文

論文名

ペナルティ関数を用いたトモグラフィアルゴリズムの開発

氏名

上原 耀

指導教員名

藤澤 彰英

## 目次

第 1 章 序論 .....	1
1.1 エネルギー問題と核融合炉 .....	2
1.2 磁場閉じ込めプラズマの異常輸送 .....	5
1.3 研究目的 .....	6
第 2 章 実験装置およびトモグラフィシステム .....	8
2.1 直線プラズマ装置 PANTA .....	8
2.2 トモグラフィシステム .....	10
第 3 章 解析手法 .....	14
3.1 ML-EM 法 .....	14
3.2 L2 正則化を用いた最小二乗法 .....	16
3.3 L1 正則化を用いた最小二乗法 .....	16
3.4 最急降下法 .....	17
第 4 章 解析結果 .....	20
4.1 $\gamma$ に対する $\chi^2$ 誤差の依存性 .....	20
4.2 $\gamma$ に対する再構成像の依存性 .....	24
4.3 $\chi^2$ 誤差が最小となる $\gamma$ における再構成像の比較 .....	27
4.4 各再構成手法の ML-EM 法に対する相関関係 .....	30
4.5 各再構成手法の再構成時間の比較 .....	33
第 5 章 まとめ .....	36
参考文献 .....	38
謝辞 .....	39

## 第1章 序論

近年世界中の発電所では石油、石炭、天然ガスを主な原料として使われており、これによって二酸化炭素の排出量が増加し地球温暖化に繋がっていると考えられている。その問題に対し、水力発電、原子力発電、再生可能エネルギーなどを用いた発電を用いることによって二酸化炭素の排出を抑えることが可能ではあるが、水力発電は主に水の落差による位置エネルギーを用いた発電であるため設置できる場所が限られており、またダムを建設する際に環境を大きく変化させてしまう。原子力発電は基本的な仕組みは火力発電と同じく蒸気によりタービンを回し発電を行い、また化石燃料の代わりに核分裂により発生するエネルギーを熱として利用しているため大量の電力を供給することができるが、放射線の管理、燃料として用いた放射性廃棄物の取り扱いなど多くの課題があり、旧ソ連においてチェルノブイリでの事故、またアメリカにおいてスリーマイル島での事故が起こっており、我が国でも2011年の3月、東北地方の大地震により原子力発電所での事故が起こっており、放射線による環境への影響が懸念されている。再生可能エネルギーであるが、我が国では主に太陽光発電の取り組みが盛んである。しかし太陽光発電は日中でかつ雲の少ない晴れの日にはしか発電されない、というデメリットを抱えている。

そのため次世代の電力の供給源として核融合発電が注目されており、核融合炉の実現に向けて様々な研究がなされている。核融合発電において、高温・高密度・高閉じ込め時間をもつプラズマの実現が必要である。特に核融合反応を起こすには十分長いプラズマの閉じ込め時間が必要であるが、プラズマにおける乱流がプラズマの閉じ込めを悪化させており、乱流の実態観測とその制御法の確立が求められている。磁場閉じ込めプラズマにおけるプラズマ乱流はプラズマの輸送を決定づける重要な要因であり、核融合炉を実現する上で解明すべき事象の一つである。

磁場閉じ込めプラズマ中における乱流輸送の理解を実験的に深めるためには、乱流の微細構造と乱流から生まれる大規模な二次的構造を同時観測する必要があり、ミクロスケールの現象を観測できる程度の空間分解能でプラズマ全体を計測できることが必要である。そこで我々はこの条件を満たす計測法としてトモグラフィという手法を用いている。トモグラフィは静電プローブと異なり非接触的な方法でプラズマ自身の発光を計測しているため、プラズマに影響を与えず観測することができる。

本研究では、トモグラフィで得られる局所発光量の再構成手法の最適化を目的として従来の方法とは異なる L2 正則化を用いたトモグラフィアルゴリズムに加え L1 正則化を用いたアルゴリズムについての開発を行なった。

## 1.1 エネルギー問題と核融合炉

前書きで述べた通り、近年化石燃料を用いた発電による地球温暖化を主とした環境問題が懸念されており、長期的に安定供給が可能なエネルギー源として、海水からほぼ無尽蔵に燃料を供給できまた CO<sub>2</sub> 排出の点で環境に配慮できる核融合発電が期待され、多くの研究が様々な国で行われている。

核融合発電に必要な核融合反応とは、原子核同士が衝突して融合し重い核種へと変化する反応で、核種が変化する際に発生するエネルギーを用いて発電を行う方法が核融合発電と呼ばれている。現在考えられている核融合発電は重水素と三重水素を用いて核融合を行うものであり、その 2 つを用いて核融合反応を起こすには原子を 1 億度以上のプラズマ状態にさせる必要がある。また、核融合反応にはプラズマの高密度も必要となるため、高温、高密度なプラズマを長時間閉じ込め続けることが安定した核融合エネルギーの供給に必要となる。そのためプラズマを閉じ込める研究が盛んに行われている。

プラズマを閉じ込める技術の 1 つに磁場を用いた磁場閉じ込めがあり，その研究の一例として ITER(International Thermonuclear Experimental Reactor)が挙げられる．ITER は 1985 年ジュネーブでの米ソ首脳会談をきっかけとした国際協力により開始されたトカマク型磁場閉じ込めによる核融合実験炉であり，フランスのカダラッシュが建設予定地となっている．この実験炉は重水素(D)と三重水素(T)の 2 つの実燃料を用いた D-T 反応



により，大出力長時間の燃焼を実証することを目的とし，日本を含め多くの国々が協力することによって計画が進められている [1]．図 1-1 に ITER の装置図を示す．核融合炉にはいくつか利点がある．一つ目は水素同位体を利用していること，これは燃料を海洋から取得することができるため可採年数を有する化石燃料と違いほぼ無尽蔵である．二つ目は重大な事故や災害が起これば核融合炉に損傷を与えた場合でも，環境に大きな影響を及ぼさないことであり，これは事故や災害で核融合炉に何らかの外的要因が及ぼされた場合，原子炉とは違い核融合反応の持続に必要な条件を失い自動的に反応が終了するからである．この核融合反応を持続させるために必要な条件はローソン条件と呼ばれる [2]．そして三つ目は燃料重量あたりの発生エネルギーが他のエネルギー源に比べて大きいことである．例えば原子力発電と比べると， ${}^{235}\text{U}$  の通常の核分裂により発生するエネルギーは原子当たり 207 MeV であり，D および T に比べ 47 倍の質量がある．これらの理由により，核融合炉の実現は現在国際的に抱えている環境問題の解決に有効な手段である．

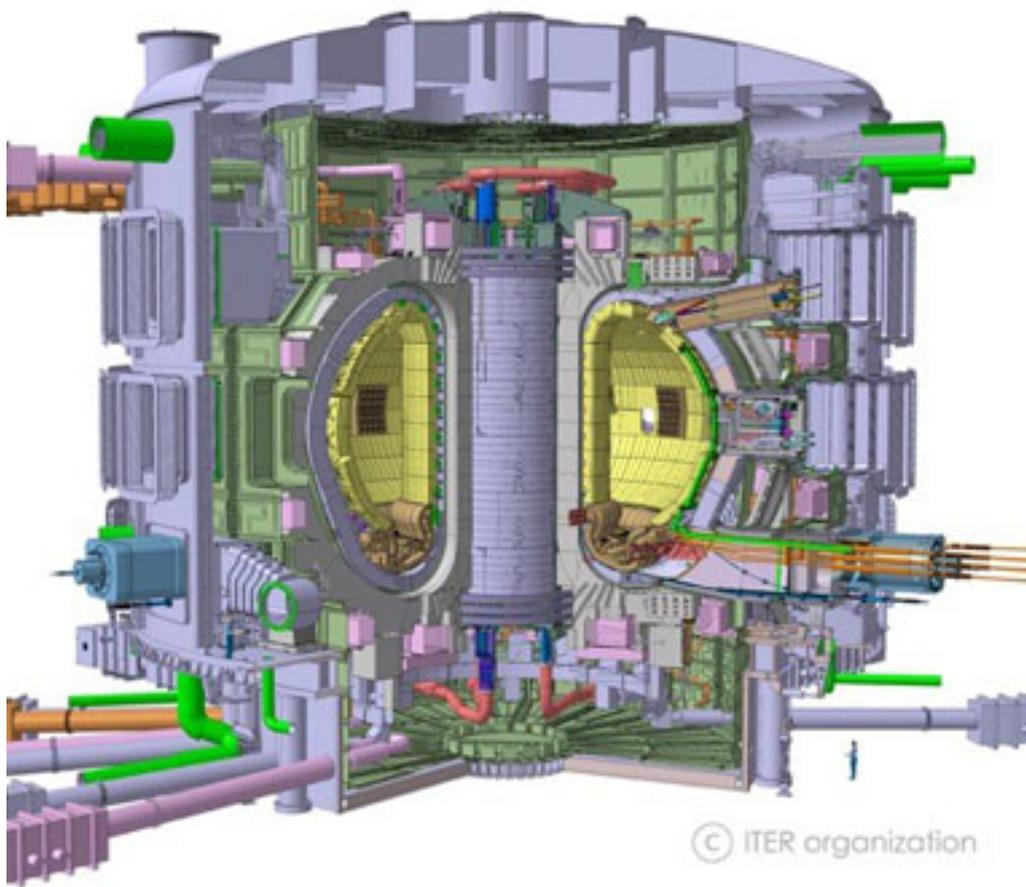


图 1-1 ITER[3]

## 1.2 磁場閉じ込めプラズマの異常輸送

1.1 で述べた通り核融合炉は環境問題を解決する上で有効な手段であるが、安定して長時間の核融合反応を持続させる上でプラズマの異常輸送の理解が必要不可欠であり、プラズマの異常輸送を理解するにはプラズマ乱流を理解することが求められる。その上で異常輸送を制御することが重要な課題である[4, 5].

磁場閉じ込めプラズマ中で起こる異常輸送の要因として、ドリフト波[6]起因の乱流が代表的な乱流現象としてあげられる。このドリフト波は磁力線に対し垂直方向の密度勾配により発生する揺動であり、イオンサイクロトロン周波数よりも十分低い周波数を持つ。ドリフト波乱流によって引き起こされる乱流輸送は、磁氣的に閉じ込められた系での古典的な衝突過程による輸送量から予想されるよりもはるかに大きい粒子・エネルギー損失をもたらす、プラズマの閉じ込め悪化に繋がる。またドリフト波は径方向に粒子輸送を生じるが、乱流が非線形相互作用を通じて二次元的な周方向流れ場シア構造（帯状流）を形成した時、この帯状流により輸送を抑える働きをし、閉じ込めの改善に繋がることが知られている[7].このようにプラズマ乱流はマルチスケールの現象が輸送現象に大きく寄与するため、プラズマの閉じ込めを向上させるためにはプラズマ乱流による大小様々なスケールで輸送へ寄与される現象の理解を深めることが必要となる。つまり乱流輸送は微視的揺動だけでなく巨視的な揺動も含めたマルチスケール相互作用が重要な役割を果たしていると考えられつつある。

プラズマ乱流による輸送現象を理解するためには、ミクロスケールの揺動の時空間分解能でプラズマ全体を計測することが必要である。そのため本研究室ではプラズマの揺動を観測することを目的として、直線プラズマ装置 PANTA[8]においてプラズマ自身の発光を再構成するマルチチャンネル分光システムによるトモグラフィシステムを開発しており、プローブでは測定できなかったプラズマの中心から 20mm 以下

の中心領域を観測することが可能となっている。

### 1.3 研究目的

直線プラズマ装置 PANTA におけるトモグラフィシステムによって観測されるアルゴンプラズマの局所発光揺動分布を再構成するに当たって本研究室では ML-EM 法 [9] と呼ばれる手法を用いてプラズマ像の再構成を行なっている。PANTA によるプラズマの放電時間は 0.5 秒であるがそのデータ数は 1 放電につき二次元画像 50 万枚に及び、ML-EM 法を用いた場合全てを再構成するには実に 7 時間以上も必要となるためリアルタイム異常輸送の制御を行うには不向きである。そのため ML-EM 法よりも高速でかつ ML-EM 法に近い再構成を行えることを条件として L2 正則化を用いた最小二乗法によるトモグラフィアルゴリズムが開発された [10,11]。しかしこのアルゴリズムを用いて画像を再構成した際、プラズマ周辺の発光のない領域において局所発光量が負となる値を返す問題を抱えている。そのため本研究ではこの問題を解決するために異なる手法、L1 正則化を用いたトモグラフィアルゴリズムの開発を行った。

2 章では直線プラズマ装置 PANTA およびトモグラフィシステムについて説明する。3 章ではトモグラフィシステムによって取得されるプラズマの発光を再構成するアルゴリズムである ML-EM 法、および L2 正則化を用いた最小二乗法、L1 正則化を用いた最小二乗法について説明、また L1 正則化を用いた最小二乗法による解を推定するために用いたアルゴリズムで、最急降下法について詳しく述べる。4 章では L2 正則化および L1 正則化を用いたアルゴリズムにより得られたそれぞれの再構成像についてその特徴、特性を調べ、ML-EM 法で再構成される再構成像を元に L2 正則化、および L1 正則化で得られる再構成像の評価、および比較を行い、また L2 正則化、および L1 正則化による再構成手法、ML-EM 法におけるそれぞれの再構成に必要な時間を調

べ，比較を行った．そして 5 章においてまとめを述べる．

## 第2章 実験装置およびトモグラフィシステム

この章では本研究室で用いている実験装置である直線プラズマ装置 PANTA を 2.1 で、プラズマの発光を計測するためのトモグラフィシステムを 2.2 で述べる。

### 2.1 直線プラズマ装置 PANTA

直線プラズマ装置 PANTA (Plasma Assembly for Non-linear Turbulence Analysis) の装置図を図 2-1 に、概略図を図 2-2 に示す。PANTA は全長 4000 mm、内径 450 mm の真空容器を有し、その真空容器の全体は最大直径 535 mm、長さ 250 mm、壁厚 6mm の複数の真空チャンバで構成されており、真空容器内において全長 4000 mm、直径約 100 mm の円筒状のプラズマを生成し計測を行っている。また現在 PANTA では軸方向に 17 個の等間隔で並べられているコイルによってプラズマ点火部では直線磁場が形成されている。真空容器の片端に設置されている石英管にはダブルループアンテナが巻かれており、これに 7.0MHz の高周波を印加することでヘリコン波を励起、それによってプラズマの生成及び加熱を行っている。このとき整合回路を介して加熱のための高周波が供給され、その時の整合条件はプラズマパラメータに依存するため実験条件ごとに反射電力が最小となるように調整を行う。プラズマ源には中性ガス（主にアルゴン）が導入され、ガス流量は流量制御器により制御を行っている。またガスフローが過度にプラズマに混入せず安定させるため内径 150mm のバッフル版を真空容器の両端に設置、下流側に取り付けられた 5 つのターボ分子ポンプによりおよそ  $1 \times 10^{-4}$  Pa の真空度が保たれている。実験時のプラズマの電子温度はおおよそ 2~4eV である。表 2-1 に実験に用いられるパラメータを示す。



図 2-1 直線プラズマ装置の外観

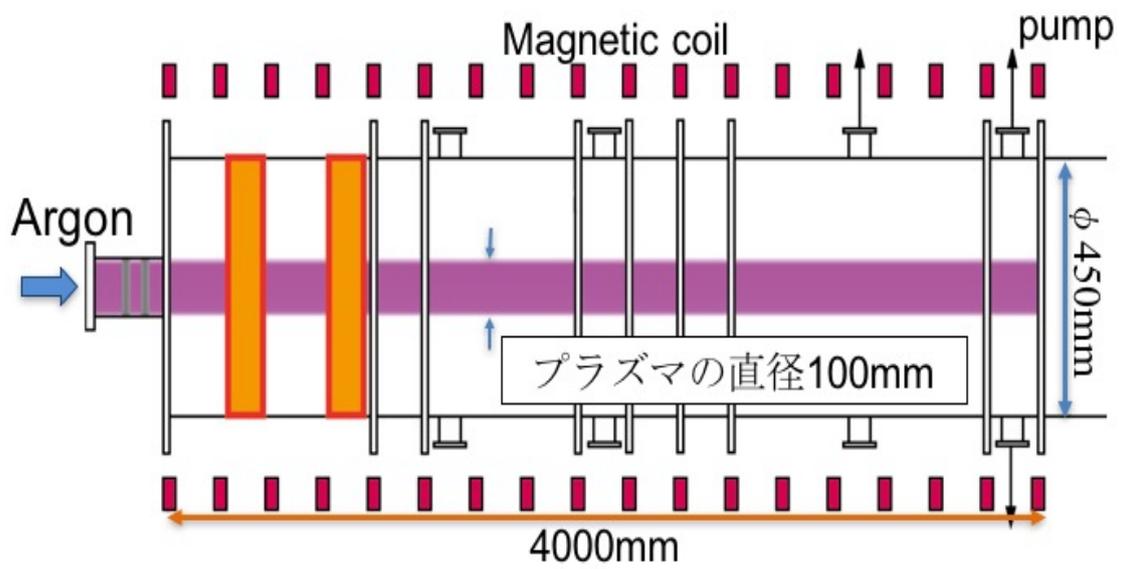


図 2-2 PANTA の概略図

## 2.2 トモグラフィシステム

これまで PANTA では静電プローブを用いて乱流計測を行っていた。図 2-3 に計測用の 64ch プローブの概略図を例に示す。しかしプローブによる計測はプラズマ内に直接計測器を差し込むためにプラズマに擾乱を与えてしまう欠点がある。そのため非接触的な方法でプラズマ全体を計測し乱流現象を観測する計測手法が必要である。そのため本研究室ではプラズマ自身の発光を取得するトモグラフィ計測を開発している。トモグラフィシステムの概略図を図 2-4 に示す。また、PANTA には図 2-5 に示すライトガイドアレイと呼ばれる計測器を周方向に 4 つ 45 度ごとに設置しており、1 ユニットにつき 33 本の観測チャンネルとコリメータを有している。コリメータは長さ 80 mm、内径 2 mm であり 5 mm 間隔で配置している。またコリメータは磁場に対し垂直となるよう向けられており、これによって平行な視線を確保している。コリメータに入射された光は図 2-6 に示す干渉フィルターにより波長が選別され光ファイバーへと入る。ファイバーを通過した光はフォトダイオードにより検出、I/V 変換回路によって電圧信号へと変換されデジタルタイザにより記録される。このとき記録されたデータは発光の線積分値であり、放電・発光時間は 0.5 s、サンプリング間隔は 1  $\mu$ s であるため 1 回の放電につき前後 50 ms の放電のない時間帯も含めて 60 万点の線積分データが得られる。

また PANTA におけるプラズマは Ar ガスを用いて生成されているため、干渉フィルターでは中性ガスからの発光である ArI の赤外光(810  $\pm$  30 nm)およびイオン化したプラズマからの発光である ArII の青色光(476  $\pm$  30 nm)の波長を通過させている。

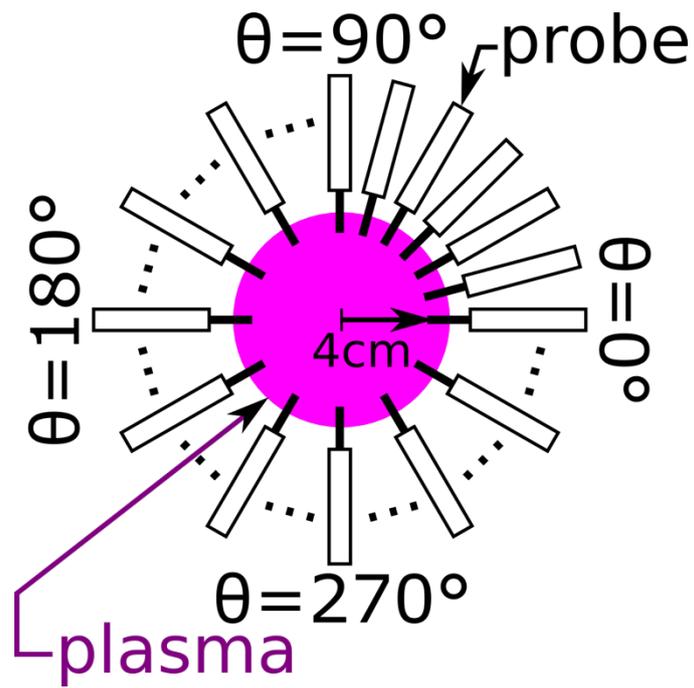


図 2-3 64 チャンネルプローブ概略図

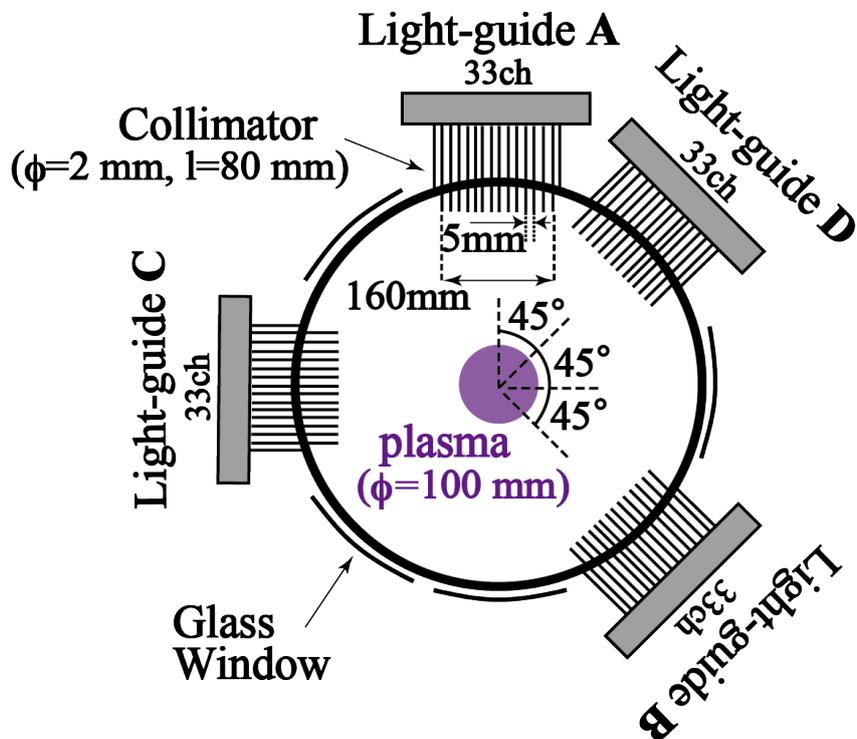


図 2-4 トモグラフィシステムの概略図

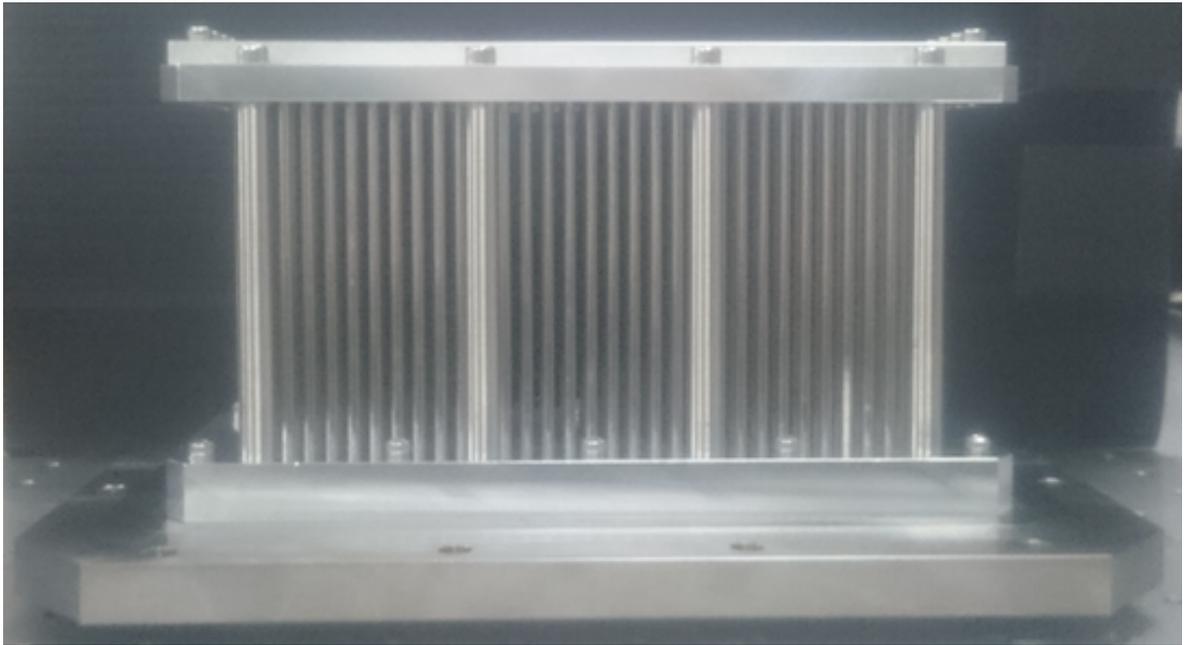


図 2-5 ライトガイドアレイ

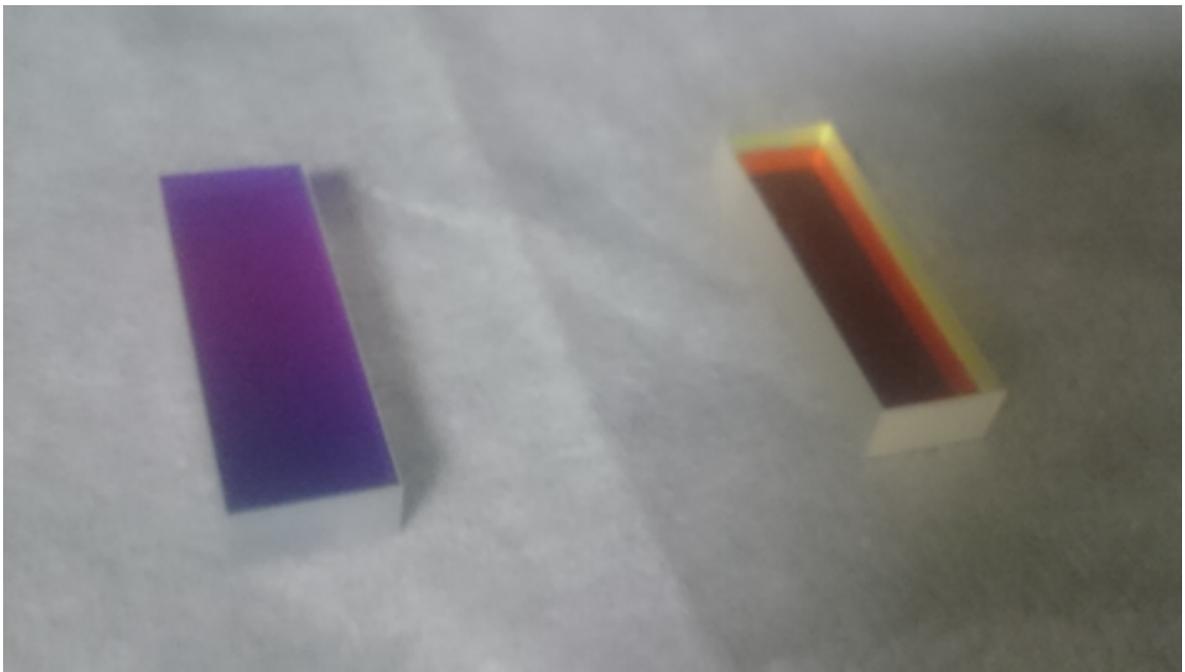


図 2-6 干渉フィルター

Parameters	Typical Value
Base Pressure	$1 \times 10^{-4}$ Pa
Neutral Gas Pressure	0.13 – 0.53 Pa
Magnetic Field	100 – 1500 G
RF Power	0.5 – 6 kW
Electron Temperature	2 – 4 eV

表 2.2-1 PANTA における実験パラメータ

## 第3章 解析手法

本章では本研究において用いたトモグラフィアルゴリズムについて説明をする．3.1では本研究室において普段から用いられている再構成手法である ML-EM 法について述べ，3.2では L2 正則化を用いた最小二乗法によるアルゴリズムの説明，3.3では本研究で新たに開発をした L1 正則化を用いた最小二乗法について述べ，3.4において L1 正則化を用いた最小二乗法の計算に用いる最急降下法のアルゴリズムについて説明をする．

### 3.1 ML-EM 法

トモグラフィにおける画像の再構成手法に用いられるアルゴリズムはいくつか存在する．本研究室ではプラズマ像を再構成するにあたり ML-EM (Maximum Likelihood-Expectation Maximization, 最尤推定-期待値最大化)法を用いている．これはプラズマの計測において乱流の突発性，局所性により基底関数を用いない方法が望まれること，また再構成するに当たって必ず正の値を返す，などプラズマ像の再構成に好ましい条件を有するためである．2.2において説明したトモグラフィシステムによる視線および格子状の観測領域の関係を図3-1に示す．j番目のグリッドに含まれるi番目の視線の長さ成分を $C_{ij}$ ，発光量を $\varepsilon_j$ としたとき，線積分値 $g_i$ との関係式は

$$g_i = \sum_j C_{ij} \varepsilon_j \quad (3.1)$$

と書ける．またML-EM法では収束計算によって誤差が十分小さいデータを採用する．収束計算による線積分値の推定は以下の式により行われる．

$$g_i^k = \sum_j C_{ij} \varepsilon_j^k \quad (3.2)$$

ここでkは収束計算の回数である． k回目とk+1回目のj番目のグリッドにおける発光量の関係式は以下の式で推定される．

$$\varepsilon_j^{k+1} = \varepsilon_j^k \left( \frac{\sum_i C_{ij} (g_i / g_i^k)}{\sum_i C_{ij}} \right) \quad (3.3)$$

このようにML-EM法は $|\varepsilon_j^{k+1} - \varepsilon_j^k| = \delta_c$ の条件を満たすまで式2.2, 2.3の計算を繰り返すことにより局所データから構成される画像の再構成を行っている． このとき計測に用いられる視線数は128個であり，グリッドは11×11の計121個としている．

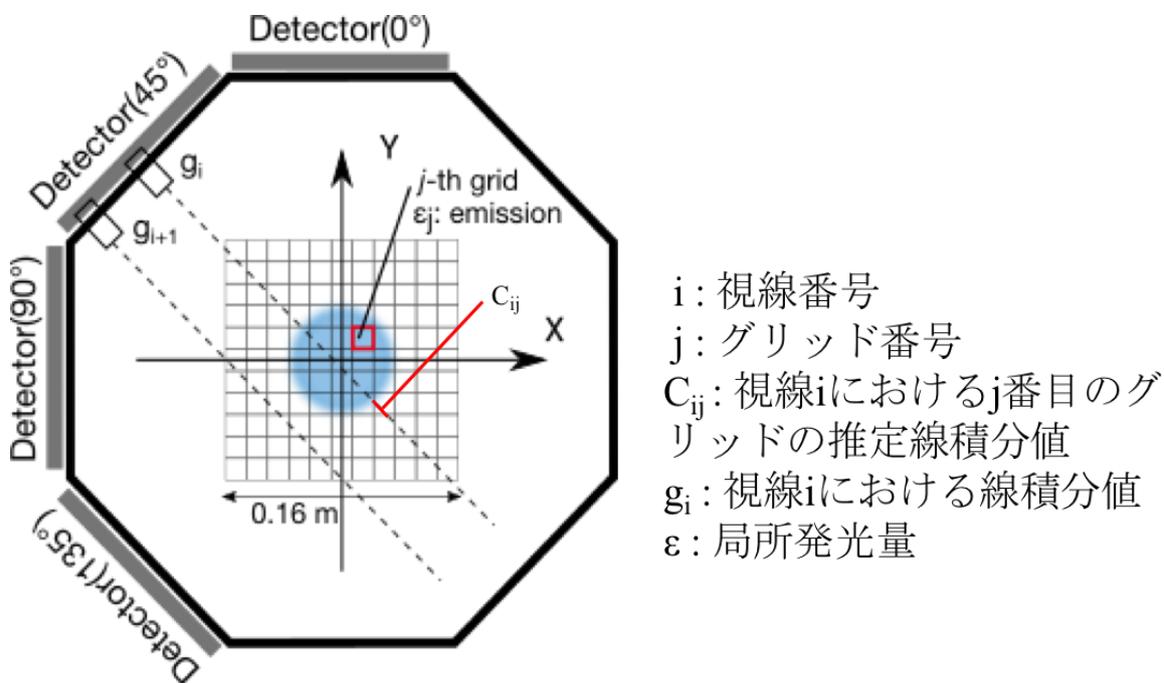


図 3-1 トモグラフィシステムとグリッドの関係

### 3.2 L2 正則化を用いた最小二乗法

L2 正則化を用いた最小二乗法によるアルゴリズムは 3.1 で述べた ML-EM 法に数値的に近い再構成を行え、かつ ML-EM 法よりも高速な再構成を行えることを目的として開発されたアルゴリズムである。L2 正則化を用いた最小二乗法の式を下に示す。

$$\chi^2 = \sum_i \left\| g_i - \sum_j c_{ij} \varepsilon_j \right\|^2 + \gamma \sum_j \|\varepsilon_j\|^2 \quad (3.4)$$

ここで右辺第二項は正則化項と呼ばれ、過適合による揺らぎを抑制する効果を持つ。2 次のノルムであることからこれを L2 正則化と呼ぶ。この式の解析解は以下のように書ける。

$$\varepsilon_k = \sum_i \sum_j (c_{ik} g_i) (c_{ij} c_{ik} + \gamma)^{-1} \quad (3.5)$$

しかしこのアルゴリズムでは再構成したとき非常に大きな負の値を返す場合があることが知られている [10]。そのためその問題の解決として正則化項に重みをつけたアルゴリズムが開発された。例えば、データの空間位置によって重みを変えた場合（重みが空間依存性を持つ場合）の式を以下に示す。

$$\chi^2 = \sum_i \left\| g_i - \sum_j c_{ij} \varepsilon_j \right\|^2 + \gamma \sum_j \|w(r) \varepsilon_j\|^2 \quad (3.6)$$

またこの式の解析解は以下のようにかける。

$$\varepsilon_k = \sum_i \sum_j (c_{ik} g_i) (c_{ij} c_{ik} + \gamma w(r))^{-1} \quad (3.7)$$

この場合は重みとして

$$w(r) = 0.9r^2 + 0.1 \quad (3.8)$$

を用いた。この時  $r$  は中心からの距離である。

### 3.3 L1 正則化を用いた最小二乗法

しかしながら 3.2 で述べた L2 正則化を用いた最小二乗法は再構成の際、発光が負となるような値を返す問題を持っている [11]。その性質の改善を目的として正則化項に 1 次のノルムを使用した L1 正則化を

用いた最小二乗法によるアルゴリズムの開発を行った．L1 正則化を用いた最小二乗法の式を下に示す．

$$\chi^2 = \sum_i \left\| g_i - \sum_j c_{ij} \varepsilon_j \right\|^2 + \gamma \sum_j |\varepsilon_j| \quad (3.9)$$

このアルゴリズムは L2 正則化を用いた最小二乗法とは違い解析解を式から直接求めることが難しい．そのため解を求める際は最急降下法を用いて以下の解析解を求めた．

$$\frac{d\chi^2}{d\varepsilon_k} = \sum_i (-2g_i c_{ik} + 2 \sum_j c_{ij} c_{ik} \varepsilon_j) + \gamma \quad (3.10)$$

この解析解より適当な初期値を与えることによって各グリッドごとの勾配ベクトルを求め，その勾配ベクトルを元に与える値を変化させ，勾配ベクトルが 0 近傍となるまで繰り返し計算を行う手法をとった．

### 3.4 最急降下法

本節では 3.3 で述べた最急降下法による L1 正則化を用いた最小二乗法の詳しいアルゴリズムについて説明をする．

最急降下法とは初期値を与えた関数の傾きから関数の極小値を求める勾配法アルゴリズムの一種であり，勾配法の中でもっとも単純でありまた明快なアルゴリズムである．本研究では最急降下法により解析解の導出を行ったが，これは最小二乗法の計算過程において 1 つの局所発光量を求める際に全ての局所発光量の  $\chi^2$  誤差が影響を及ぼすため，最小二乗法の式に適当な初期値を与えその初期値に単純な変位を与えて  $\chi^2$  誤差の最小を求める，という元の式から直接解析解を得られないためである．最急降下法を用いて得られた式(3.10)を計算することによって 1 つの計算式で全ての局所発光量の勾配，すなわち 121 個の勾配ベクトルが求められる．

図 3.2 に最急降下法による L1 正則化を用いた最小二乗法の解の推定のフローチャートを示す．このように計算回数を  $m$  としたとき，式 3.9 に値  $\varepsilon$  を与えたものが  $m$  回目の計算における  $\chi^2$  誤差となり，また

式 3.10 に値  $\varepsilon$  を与え算出された勾配ベクトルを元に刻み幅を  $h$ ,  $a$  を定数として計算される  $\varepsilon + ha$  の結果を新たな  $\varepsilon$  として式 3.9 を改めて計算すれば  $m+1$  回目の計算における  $\chi^2$  誤差が算出される.  $m$  回目における  $\chi^2$  誤差と  $m+1$  回目との差を計算し,  $\chi^2$  誤差もしくは刻み幅  $h$  がそれぞれ設定した  $\delta$  未満となるまで繰り返し計算を行い, 解を推定した.

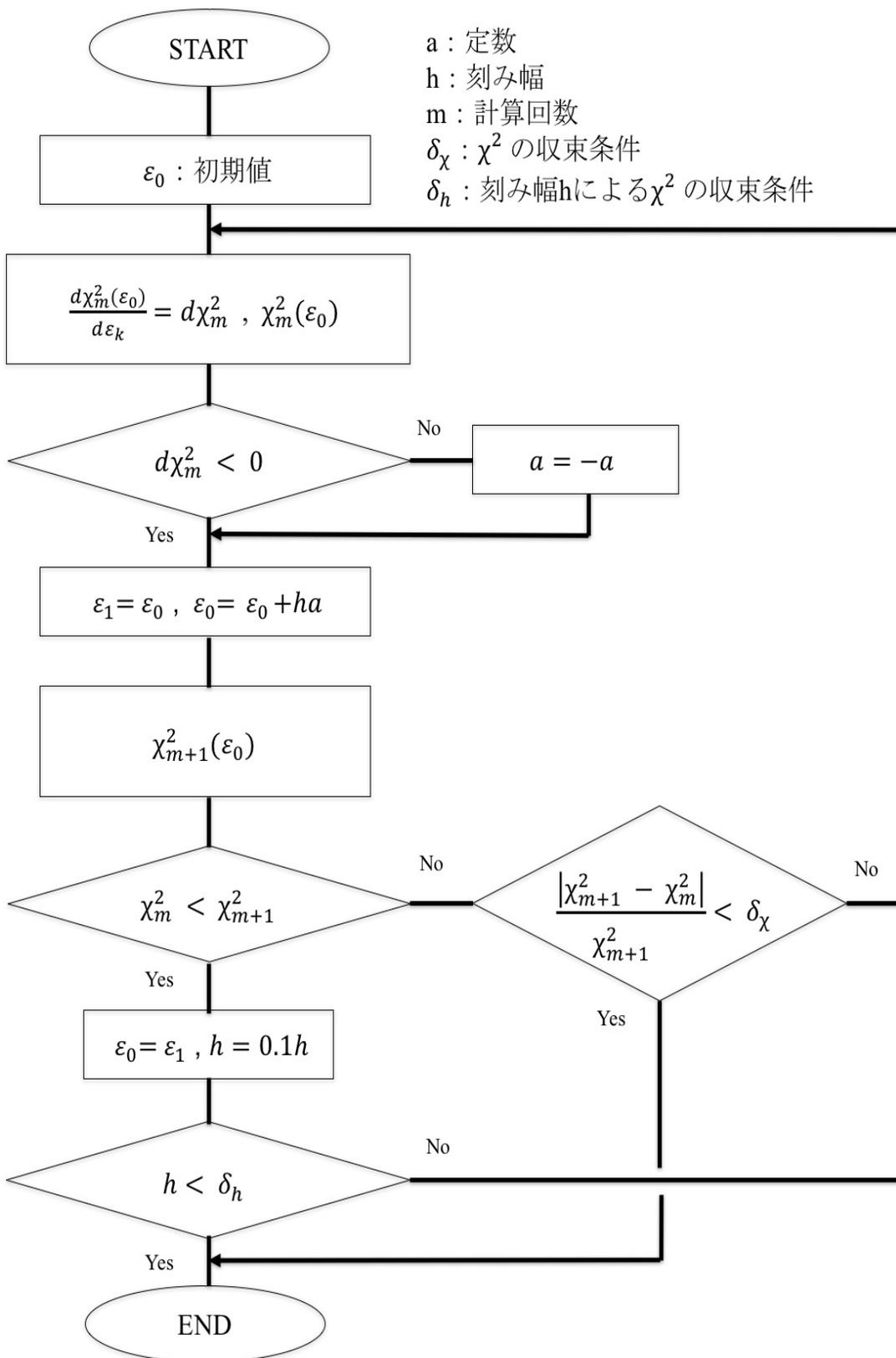


図 3-2 最急降下法による L1 正則化を用いた最小二乗法の解の推定

## 第4章 解析結果

本章では第3章で述べた3つのアルゴリズムによるプラズマの再構成像について比較を行う。この時もっともプラズマに近い像の再構成が行えていると仮定して ML-EM 法による再構成像を基準とした。4.1 では  $\gamma$  に対する  $\chi^2$  誤差（すべての局所観測点のデータの積算を考慮した）の依存性について述べ、4.2 では  $\gamma$  に対する二次元局所再構成像の依存性について述べ、4.3 では各再構成手法での  $\chi^2$  誤差が最小となる  $\gamma$  における再構成像の比較を行い、4.4 では L2 正則化および L1 正則化がどの程度 ML-EM 法に近い再構成が行えるのか相関により定量的に示し、4.5 では各再構成手法の再構成に必要な時間の比較を行う。

### 4.1 $\gamma$ に対する $\chi^2$ 誤差の依存性

まず L2 正則化および L1 正則化を用いた最小二乗法による再構成結果を示す前に、目標とする ML-EM 法により再構成されたプラズマ像を図 4.1 に示す。

L2 正則化を用いた最小二乗法で再構成をした際の  $\gamma$  に対する ML-EM 法との  $\chi^2$  誤差の依存性を図 4.2 に示す。L2 正則化を用いた場合の再構成では  $\gamma$  が小さい場合の  $\chi^2$  誤差は非常に大きく、 $\gamma$  が大きくなるにつれ  $\chi^2$  誤差は小さくなっていき  $\gamma = 1.0 \times 10^{-6}$  のときに最小値となった。またその後  $\gamma$  をそれ以上大きくしても  $\chi^2$  誤差は小さくならず大きくくなっていくことが分かる。

次に L1 正則化を用いた最小二乗法で再構成をした場合の  $\gamma$  に対する ML-EM 法との  $\chi^2$  誤差の依存性を図 4.3 に示す。 $\gamma$  が非常に小さい場所では L2 正則化を用いた再構成に比べて  $\chi^2$  誤差は小さく、また L2 正則化を用いた場合とは異なり  $\gamma$  がある一定以上大きくなるまで  $\chi^2$  誤差が変化しないことが分かった。 $\chi^2$  誤差が最小となる  $\gamma$  の値は  $2.5 \times 10^{-2}$  であり、それ以上  $\gamma$  を大きくしていくと  $\chi^2$  誤差は非常に大きくなっていくことが分かった。

ここで L2 正則化および L1 正則化を用いた最小二乗法の  $\gamma$  に対する  $\chi^2$  誤差にどの程度差があるのかを調べる．図 4.4 にそれぞれの手法の  $\gamma$  に対する  $\chi^2$  誤差の依存性をまとめたものを示す． $\gamma$  が小さいときの  $\chi^2$  誤差は L2 正則化を用いたときの方が 2 桁ほど大きいことが分かる．また  $\gamma$  が大きい場合で比較を行うと  $\chi^2$  誤差は同じとなることが分かった． $\chi^2$  誤差が最小となる  $\gamma$  において比較を行うと，L2 正則化を用いた場合では  $\chi^2 = 446.8$ ，L1 正則化を用いた場合では  $\chi^2 = 698.5$  となり，L2 正則化を用いたときの方が小さくはなるがオーダーとしてほぼ同程度となることが分かった．

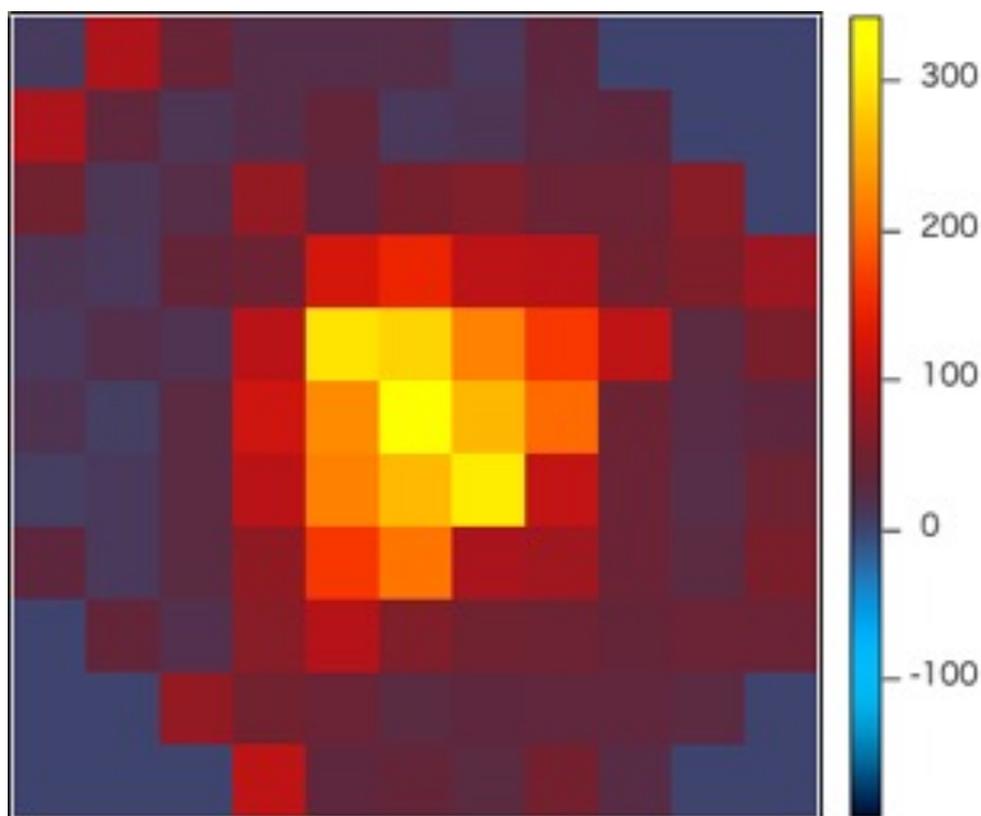


図 4-1 ML-EM 法による再構成像

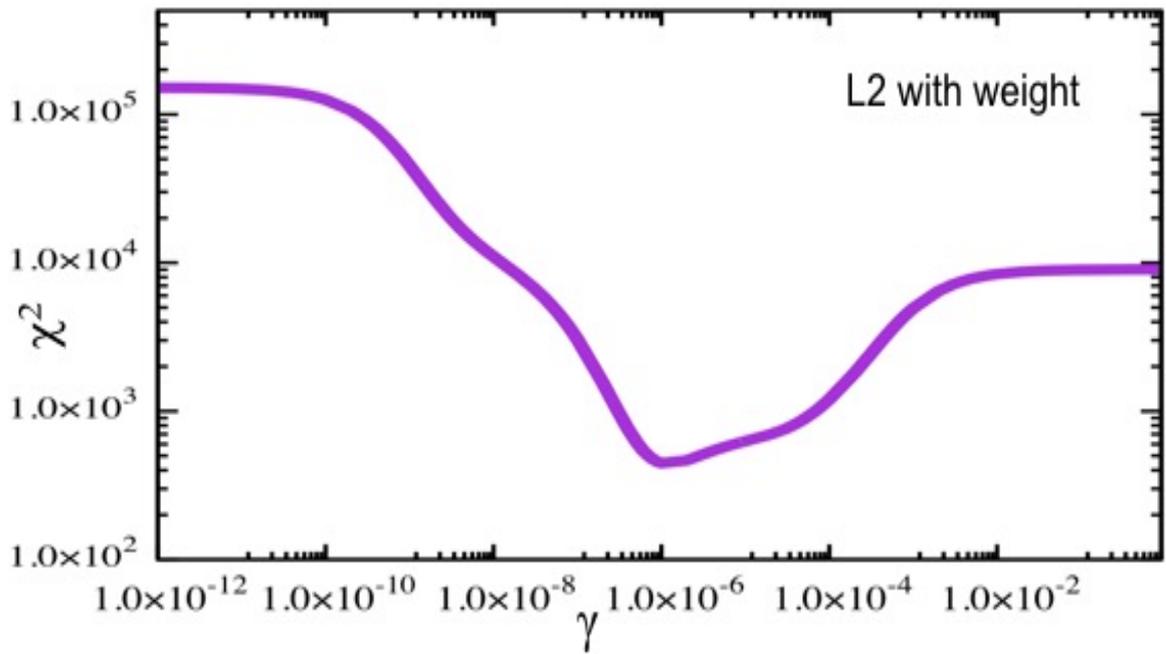


図 4-2 L2 正則化における  $\gamma$  に対する ML-EM 法との  $\chi^2$  誤差の依存性

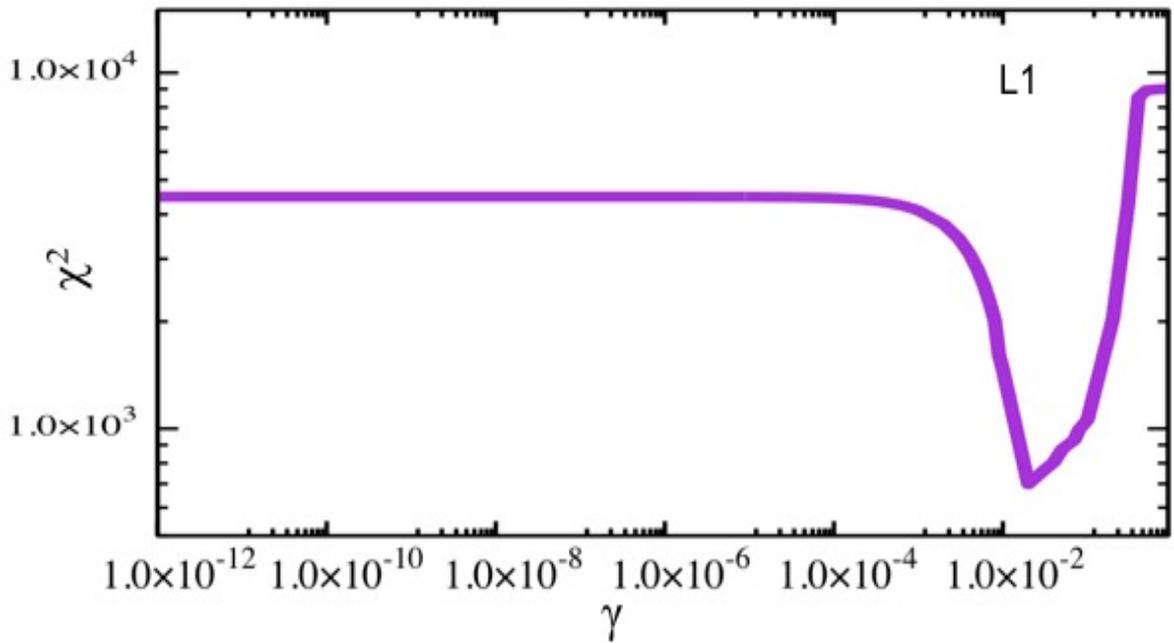


図 4-3 L1 正則化における  $\gamma$  に対する ML-EM 法との  $\chi^2$  誤差の依存性

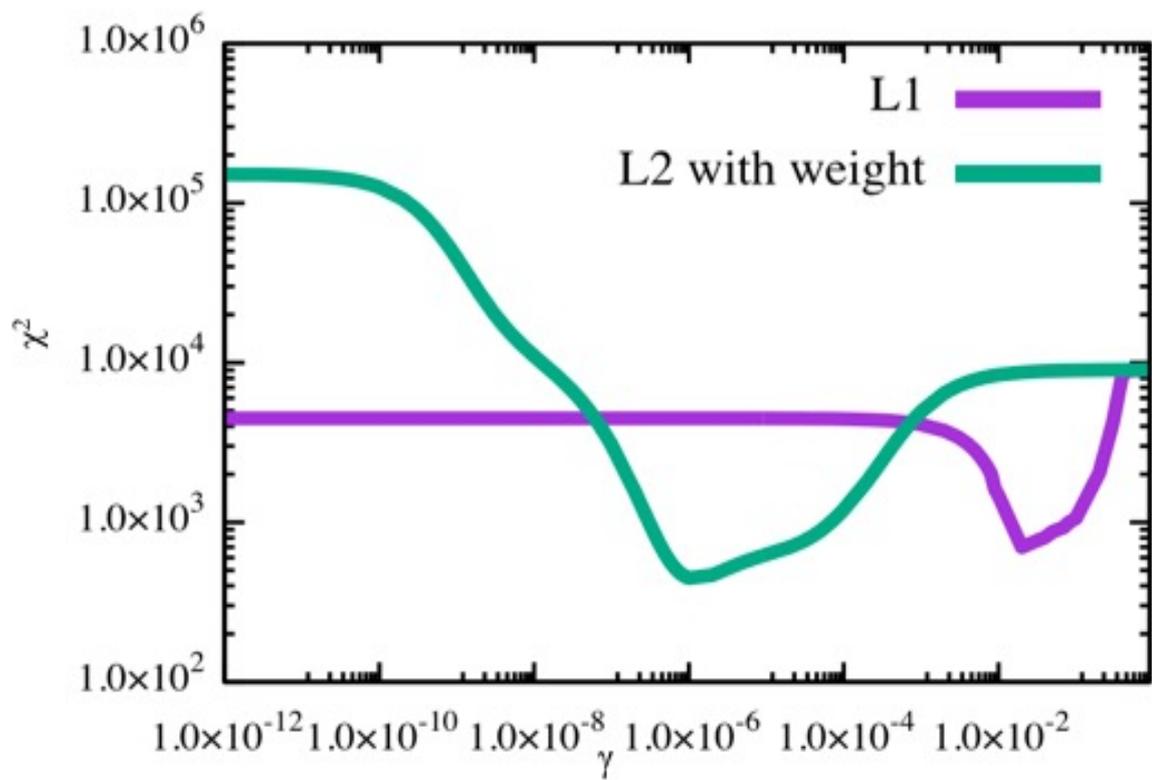


図 4-4 L1 正則化および L2 正則化による  $\gamma$  に対する  $\chi^2$  誤差の比較

## 4.2 $\gamma$ に対する再構成像の依存性

4.1 では L2 および L1 正則化を用いた最小二乗法による再構成の  $\gamma$  に対する ML-EM 法との  $\chi^2$  誤差の依存性を明らかにした. 本節では 4.1 を踏まえて  $\gamma$  に対する再構成像全体の依存性を示していく.

L2 正則化を用いた最小二乗法による  $\gamma$  に対する再構成像の依存性を図 4.5 に示す.  $\gamma$  が非常に小さいところでは最小二乗項の重みだけとなり解が過適合となっていることが分かる. さらに  $\gamma$  を大きくしていくとだんだんと像が収束していき,  $\chi^2$  誤差が最小となる点において最適解となる再構成像を得ることができた. しかしそれ以上  $\gamma$  を大きくしていくと像が平坦化されていくことも分かった.

次に L1 正則化を用いた最小二乗法による  $\gamma$  に対する再構成像の依存性を図 4.6 に示す. こちらは L2 正則化を用いた場合とは違い  $\gamma$  が非常に小さい点でも過適合は起こっておらずある程度の像を再構成していることが分かった. また  $\chi^2$  誤差が変化していない間再構成像も変化をしないことが分かった.  $\chi^2$  誤差が最小となる  $\gamma = 2.5 \times 10^{-2}$  において最適解となる再構成像が得られ, その後  $\gamma$  が増えると L2 正則化を用いた時と同様に平坦化が起こることが分かった.

計算式より,  $\gamma$  が小さい場合どちらも同様の結果となるべきであるが L2 正則化を用いた場合と L1 正則化を用いた場合とで解が異なった結果となった. これは L2 正則化による計算は逆行列を求めたのち連立方程式を解くことによって解を求めているのに対し, L1 正則化では  $\chi^2$  誤差の 1 階微分より各局所発光の勾配ベクトルを算出し, それを元に逐次近似を行い, 元の計算式より  $\chi^2$  誤差が小さくなるような解を求めている. というアルゴリズムの違いによるものであると考えられる.

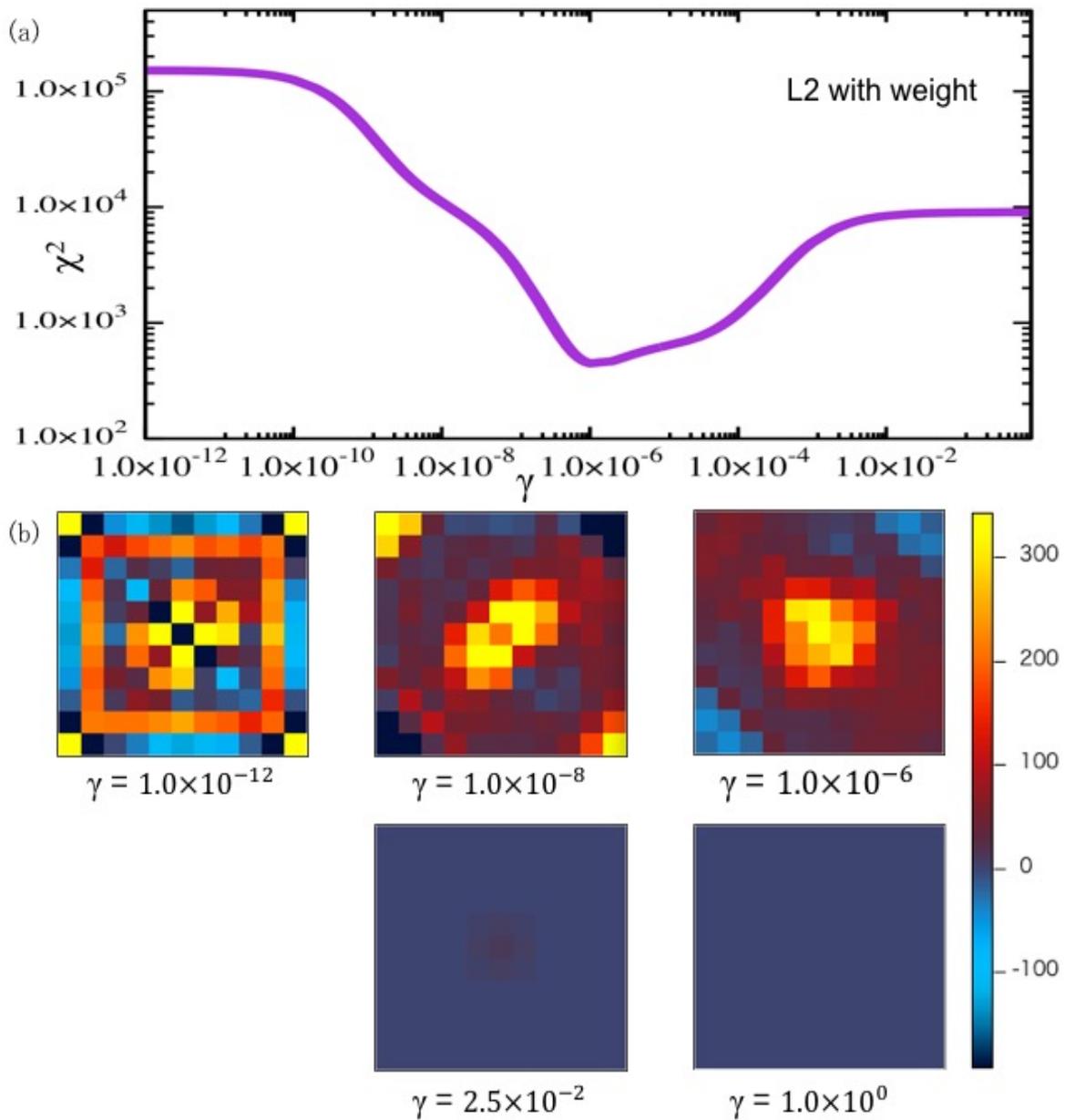


図 4-5 L2 正則化における  $\gamma$  に対する再構成像の依存性

(a)  $\gamma$  に対する  $\chi^2$  誤差の依存性

(b)  $\gamma$  に対する再構成像の依存性

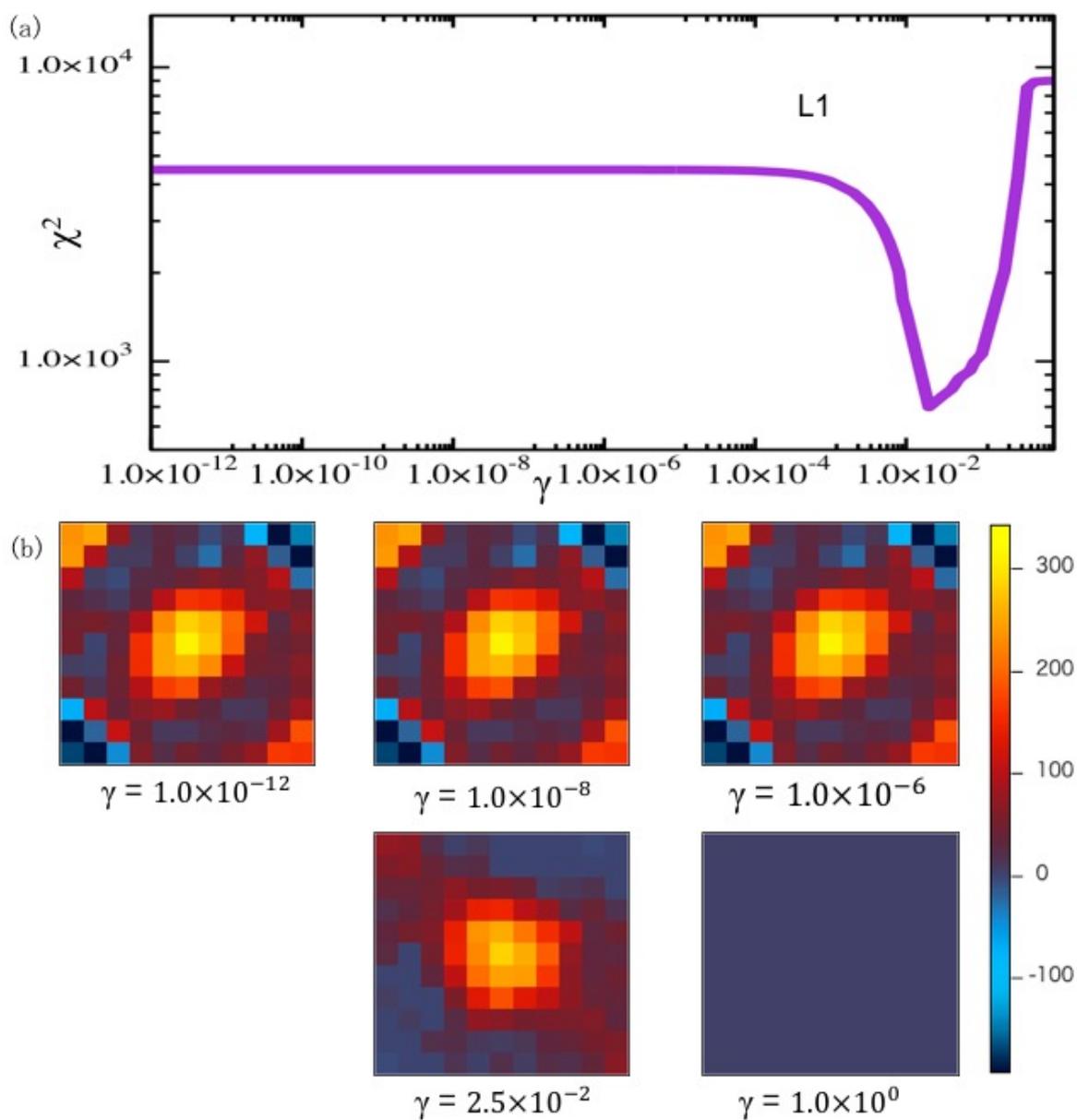


図 4-6 L1 正則化における  $\gamma$  に対する再構成像の依存性

(a)  $\gamma$  に対する  $\chi^2$  誤差の依存性

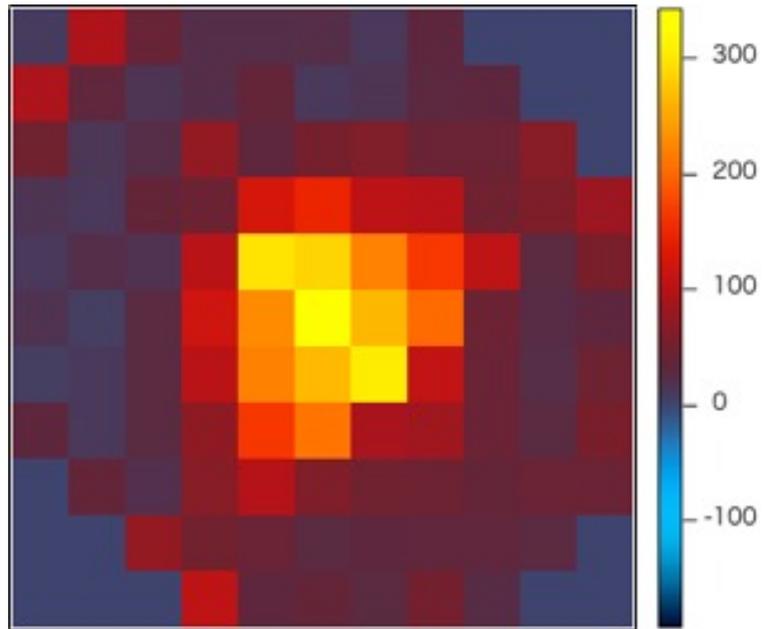
(b)  $\gamma$  に対する再構成像の依存性

### 4.3 $\chi^2$ 誤差が最小となる $\gamma$ における再構成像の比較

4.1, 4.2 より L2 正則化および L1 正則化を用いた最小二乗法による再構成手法の  $\gamma$  に対する  $\chi^2$  誤差, および再構成像の依存性を知ることができた. 本節では  $\chi^2$  誤差が最小となる最適解での再構成像の比較を ML-EM 法を基準として行っていく.

基準となる ML-EM 法による再構成像を図 4.7 に示す. また L2 正則化および L1 正則化を用いた最小二乗法による  $\chi^2$  誤差が最小となる  $\gamma$  における再構成像を図 4.8, 4.9 に示す. それぞれの最小局所発光量は ML-EM 法においてほぼ 0, L2 正則化を用いたときは -42.7, L1 正則化を用いた場合で -3.04 となった. これにより L1 正則化を用いることにより L2 正則化によるアルゴリズムを用いたときよりも負の局所発光量の値が小さくなることが分かる. しかし最大発光量を比べると ML-EM 法では 342.6, L2 正則化を用いると 335.7, L1 正則化を用いた場合では 283.4 となり, ML-EM 法および L2 正則化に比べると 15%程度小さくなっていることが分かった. これは L1 正則化を用いることにより再構成する際に最適解となる  $\gamma$  の値が L2 正則化を用いたときよりも大きいため正則化項の寄与が大きくなったためであると考えられる.

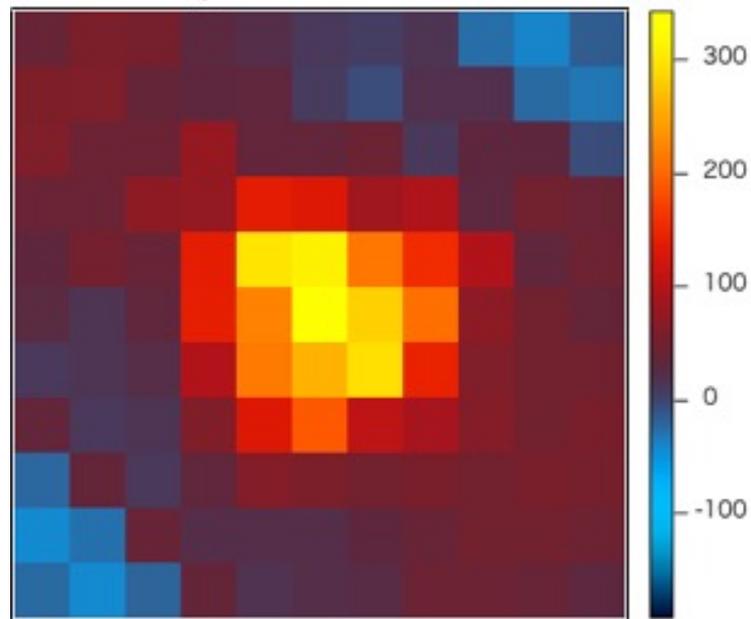
しかしながら L2 正則化で最大発光量に対し最小発光量の絶対値の比を取ると 12%程度であることにに対し L1 正則化において同様に最大発光量に対して最小発光量の絶対値の比をとると 1%程度となるため, L2 正則化を用いた最小二乗法による再構成の際に局所発光量が負となるような値を返す問題を改善できることが示唆された.



最小発光量  $\cong 0$   
 最大発光量 342.6

図 4-7 ML-EM 法による再構成像

$$\gamma = 1 \times 10^{-6}$$



最小発光量 -42.7  
 最大発光量 335.7

図 4-8 L2 正則化による  $\chi^2$  誤差が最小となる  $\gamma$  における再構成像

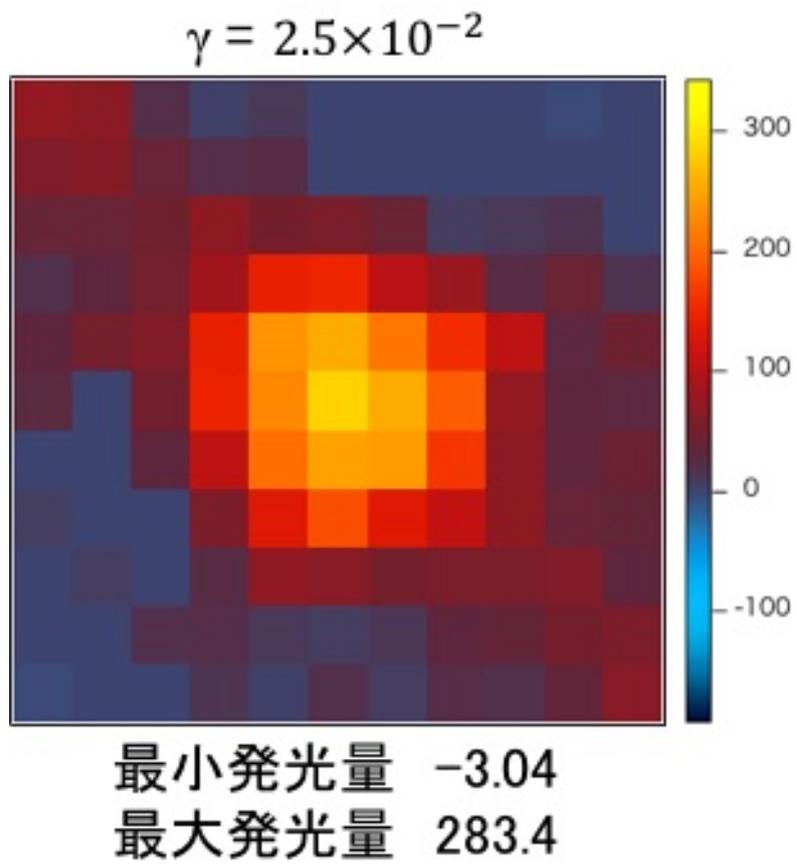


図 4-9 L1 正則化による  $\chi^2$  誤差が最小となる  $\gamma$  における再構成像

#### 4.4 各再構成手法の ML-EM 法に対する相関関係

4.3 では  $\chi^2$  誤差が最小となる最適解での再構成像を元に最大発光量、最小発光量の比較を行い、L1 正則化を用いることにより局所発光量が負の値を返すような問題を改善できることを示した。本節では L2 正則化および L1 正則化を用いたアルゴリズムによる再構成像がどの程度 ML-EM 法に近い再構成を行えているか、定量的に示すために相関解析を行った。相関解析に用いた式を以下に示す。

$$C(\varepsilon_{ML-EM}, \varepsilon_{Regularization}) = \frac{\sum F(x,y)G(x,y)}{\sqrt{\sum F(x,y)^2 \sum G(x,y)^2}} \quad (4.1)$$

ここで  $x,y$  は再構成像におけるグリッド  $11 \times 11$  の座標を示し、 $F(x,y)$  は ML-EM 法における再構成像の局所発光量、 $G(x,y)$  は L2 正則化および L1 正則化を用いた最小二乗法における再構成像の局所発光量である。

また再構成像の局所発光量をプロットしたものを図 4.10 に示す。ここで横軸は ML-EM 法による再構成像の局所発光量を、縦軸は L1 正則化および L2 正則化を用いた最小二乗法により得られる局所発光量であり、各点は再構成像におけるグリッドで同じ座標の局所発光量である。

式(4.1)を用いて全体の相関を求めると、L1 正則化を用いた場合では 0.96、L2 正則化を用いた場合では 0.98 となり、ともに非常に高い相関を得られることが分かった。

さらに図 4.11 に示すようにプラズマのある箇所、中心から  $7 \times 7$  の領域での相関の計算も行った。その結果 L1 正則化を用いたアルゴリズムでは 0.98、L2 正則化を用いたアルゴリズムでは 0.99 となり、プラズマを中心とした範囲での再構成は ML-EM とほぼ同等の再現性が得られることが確認された。

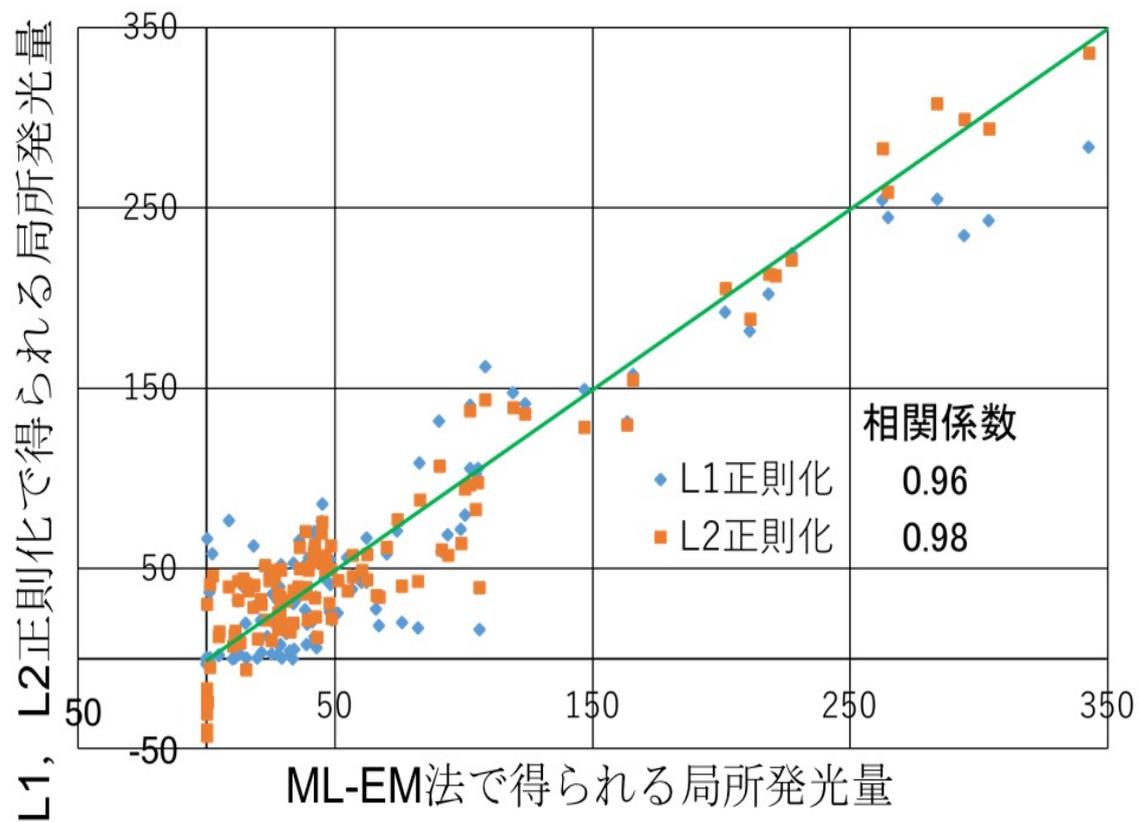
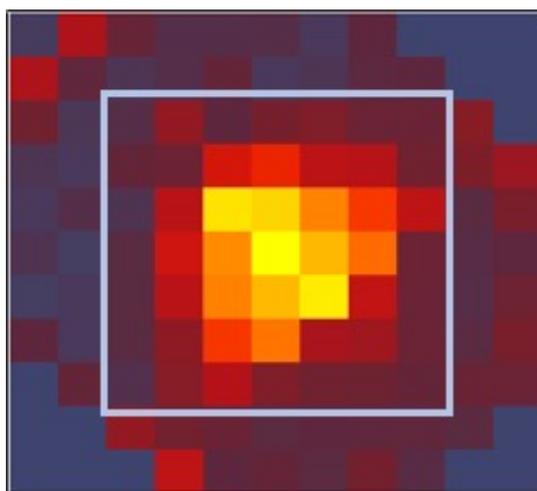
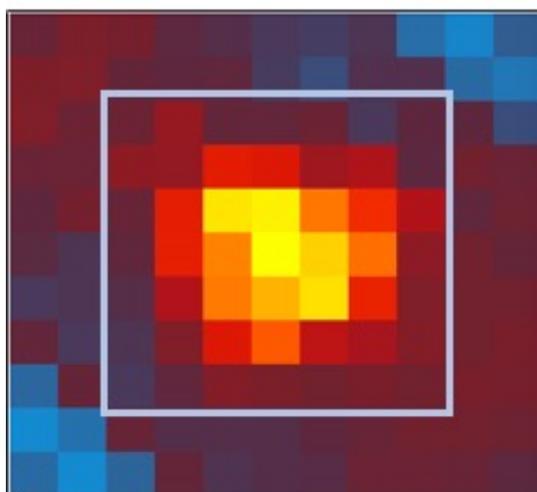


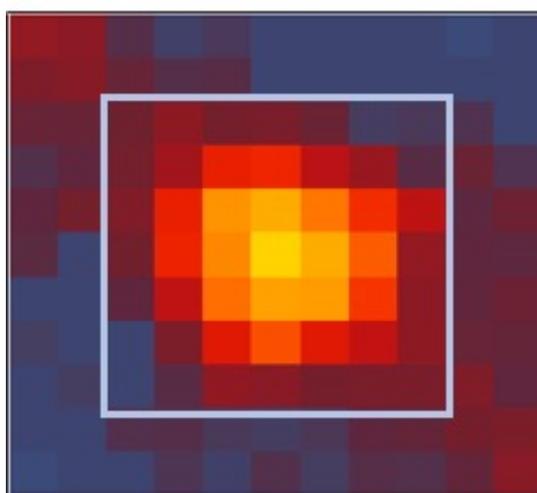
図 4-10 各再構成画像における相関解析



(a)



(b)



(c)

図 4-11 再構成像においてプラズマの中心から  $7 \times 7$  の領域  
(a)ML-EM 法 (b)L2 正則化 (c)L1 正則化

## 4.5 各再構成手法の再構成時間の比較

4.4 において L2 正則化および L1 正則化を用いたアルゴリズムによる再構成像が ML-EM 法による再構成像に近い再現性が得られることが示唆された。本節において各アルゴリズムによる再構成にかかる時間の比較を行う。

解析に用いた計算機は Apple 社製の iMac - Technical Specifications (CPU: Intel core i5 2.7Ghz quad-core, Memory: 8GB) [12]である。

再構成時間を比較するにあたり、1 回の再構成における時間はどのアルゴリズムも非常に小さな時間であったため正確性が確保されないと判断し、図 4-11 に示すように実行するプログラムの内、再構成を担う部分のみを複数回繰り返し処理をさせ、処理する前と後の時間差を計算をした。さらに計算回数を増やし、計算に要する時間が計算回数に比例してきたところを正式な計算時間とし、平均的な再構成時間を算出した。

表 4-1 にそれぞれのアルゴリズムが再構成に要する時間を示す。L2 正則化を用いると画像 1 枚あたりの再構成時間は約 0.3 ms であり、L1 正則化を用いると再構成時間は約 6 ms であった。これにより、L1 正則化を用いることにより L2 正則化を用いたアルゴリズムよりも約 20 倍ほどの時間が必要となることが分かった。これは L1 正則化を用いた最小二乗法の計算を行う際、繰り返し計算を用いているためである。

しかし同じく反復計算を用いている ML-EM 法は画像 1 枚あたりの処理時間が約 54 ms であり、L1 正則化と比べると約 9 倍の計算時間を要する結果となった。これは L1 正則化を用いることにより解が ML-EM 方を用いるよりも早く収束していることを示していると考えられる。

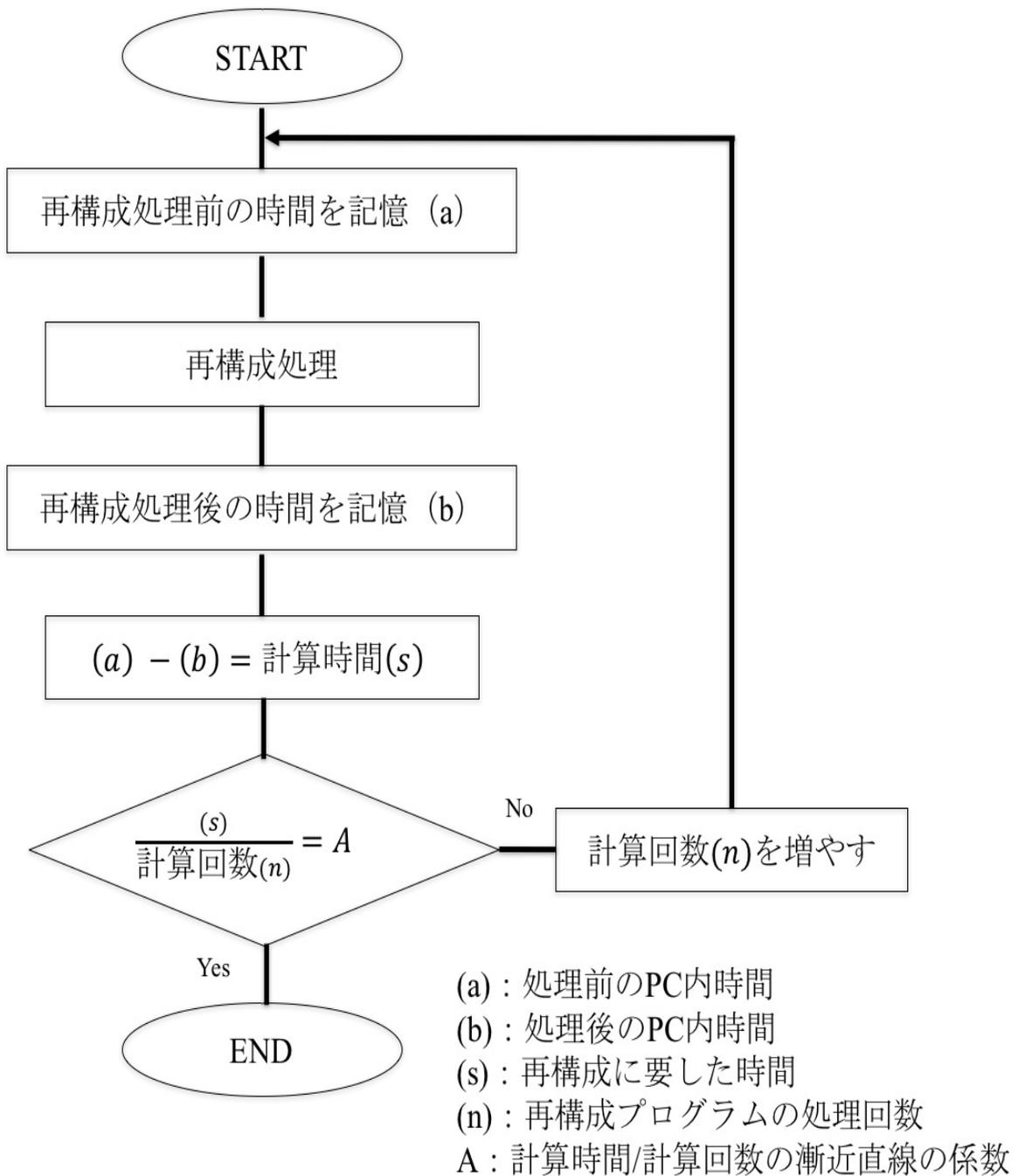


図 4-12 再構成時間を算出する際に用いたアルゴリズム

再構成手法	必要な時間
L1正則化	約 6 ms
L2正則化	約 0.3 ms
ML-EM法	約 54 ms

表 4-1 各手法における再構成時間の比較

## 第5章 まとめ

核融合炉による発電の実現には高温・高密度なプラズマを長時間閉じ込める必要があり，そのためにはプラズマ乱流揺動と異常輸送の理解，およびその制御が必要不可欠となる．プラズマ乱流においてマルチスケールの現象が輸送現象に大きく寄与しているため，ミクロスケールの揺動の時空間分解能でプラズマ全体を計測する必要がある．そのため我々の研究室では直線プラズマ装置 PANTA において非接触的な手法でプラズマの局所・全体の発光を観測できるトモグラフィシステムによりプラズマ乱流の研究を行っている．トモグラフィシステムにより取得された線積分データを元に ML-EM 法を用いて 2 次元のプラズマ局所発光分布の再構成を行っている．しかし ML-EM 法を用いて再構成を行う際，逐次近似を行うため非常に時間がかかってしまう．プラズマ乱流の制御を行う第一歩として ML-EM 法に近いプラズマ像の再構成が行えること，ML-EM 法よりも高速であることを目標として L2 正則化を用いた最小二乗法による再構成手法が開発されているが，この手法では局所発光量に負の値を返すような問題を抱えている．そのため本研究では L2 正則化を用いた最小二乗法に加え新たなアルゴリズムとして L1 正則化を用いた最小二乗法の開発を行った．

まず L2 正則化，および L1 正則化を用いた最小二乗法について  $\gamma$  に対する ML-EM 法との  $\chi^2$  誤差の依存性について調べた．L2 正則化を用いると  $\gamma$  が非常に小さいとき解は過適合となり， $\chi^2$  誤差が最小となる  $\gamma$  において最適解が現れ， $\gamma$  が大きくなると解が平坦化されることが分かった．L1 正則化においては，過適合は起こっていなかったが L2 正則化と同様に， $\chi^2$  誤差が最小となる  $\gamma$  において最適解が現れ， $\gamma$  が大きくなると解が平坦化されることが分かった．また 2 つのアルゴリズムについて  $\chi^2$  最小誤差の比較を行うとどちらも同程度の値を持つことが分かった．

次に L2 正則化および L1 正則化を用いたアルゴリズムの  $\chi^2$  誤差が

最小の  $\gamma$  における再構成像において比較を行った。最大発光量については L2 正則化を用いると ML-EM 法により再構成ものに近い値を示すが、L1 正則化を用いると最大発光量は過小評価されていることが分かった。しかし最小発光量については L2 正則化を用いると大きな負の発光を示しているのに対し L1 正則化を用いることにより小さな負の発光となり、L2 正則化による再構成手法が抱えている局所発光量が負となる問題が改善されることが示唆された。

さらに ML-EM 法にどれだけ近い再構成が行えているかを ML-EM 法に対して L2 正則化および L1 正則化を用いた手法との相関解析を行った。その結果、再構成像全体、およびプラズマ領域のみの両方において、L2 正則化および L1 正則化を用いた再構成手法はともに高い相関が得られ、どちらの手法も ML-EM 法による再構成像に近い再構成が行えることが分かった。

最後に各手法を用いたときの再構成に必要な時間の比較を行った。L1 正則化を用いた再構成手法は L2 正則化を用いたものに比べて約 20 倍程度の計算時間が必要となることが分かった。しかしながら ML-EM 法に比べ約 9 倍ほど高速な再構成が行えるため、L1 正則化を用いた最小二乗法による再構成も十分有効な手法であると言えることが分かった。

## 参考文献

- [1] [http://www.mext.go.jp/a\\_menu/shinkou/iter/021/005.htm](http://www.mext.go.jp/a_menu/shinkou/iter/021/005.htm)
- [2] J. D. Lawson, Atomic Energy Research Establishment(1957)
- [3] [http://www.fusion.qst.go.jp/ITER/iter/page1\\_1.html](http://www.fusion.qst.go.jp/ITER/iter/page1_1.html)
- [4] K. H. Burrell, Phys. Plasmas 4, 1499 (1997)
- [5] H. Biglari and P. H. Diamond, Phys. Plasmas 2,1 (1990)
- [6] W. Horton, Rev. Mod. Phys. 71, 3, 735-778 (1999)
- [7] A. Fujisawa, Nucl. Fusion 49, 013001 (2009)
- [8] S.Oldenbürger, *et al.*, Plasma Phys. Controled Fusion 54 055002 (2012)
- [9] L.A.Shepp, *et al.*, IEEE Trans. on MI Vol.1 Issue 2 Oct.1982
- [10]K.Yamasaki, *et al.*, Plasma and Fusion Reserch Vol.12, 1201045(2017)
- [11]K.Eto, *et al.*, (2017) (未公刊)
- [12][https://support.apple.com/kb/SP665?locale=ja\\_JP&viewlocale=en\\_US](https://support.apple.com/kb/SP665?locale=ja_JP&viewlocale=en_US)

## 謝辞

本研究を進めるにあたり，多くの方々のご指導，ご助力をいただきました．この場を借りて感謝申し上げます．

藤澤彰英先生，永島芳彦先生には研究方針，アルゴリズムの開発，学会発表や論文作成などに対して適宜丁寧なご指導，ご鞭撻をしていただきました．先生方のご助力のおかげで研究の成果を発表することができました．深く感謝申し上げます．

また九州大学学術研究員である山崎広太郎さんには PANTA での作業やデータ解析，学会発表の準備，研究に関するご助言など大変お世話になりました．ご多忙の中であっても親身になって相談に乗ってくださるだけでなく，発表資料の添削なども行っていただき深くお礼申し上げます．

加えまして，実験をするにあたり協力していただきました藤澤・永島研究室の皆様，所属する研究グループである稲垣滋教授、糟谷直宏准教授、小菅佑輔准教授、山田琢磨准教授、佐々木真助教、九州大学応用力学研究所高温プラズマ理工学研究センターの皆様・事務員の皆様，この他にも多くの先生方，先輩，友人，後輩たちの支えがあってこそ研究生活が大変意義深いものとなりました．改めましてお礼申し上げます．