限界效用新測定法の陥穽

栗村, 雄吉

https://doi.org/10.15017/4150440

出版情報：經濟學研究. 5 (2), pp.69-108, 1935-06-30. 九州大学経済学会
バージョン：

限界效用新測定法の陷穽

栗村雄吉

一　序

效用の可測性及比較可能性に關して論議なされる事既に久しい。斯論議が、效用別して限界效用を理論的構造の礎となすところの限界效用學說の成否に關してなされる事は云ふを俟たない。從つて、斯問題に關して、限界效用學說贊否兩側より相逆の見解の現はれる事も亦覩やすき道理である。先づ、古き時代の限界效用學說の主張者乃至支持者に於いては、效用の可測性と比較可能性とが共に肯定せられてゐる。而して、概して斯二可能性に對して何等の疑問も挿まれず、更に、その論證は與へられてゐな

い。謂ば、斯二可能性は證明を要せざる自明の事柄として認められてゐるものゝ如くである。此の肯定論に對して、二の異論がある。一は可測性及比較可能性共に否定する見解である。此見解は、別の立場にありて限界效用學說を認めず否寧ろ之を否定せんとする人々に依りて、その否定論の理論的根據としてあげられる。併しながら可測性は別として、同一個人に於ける同種及異種の效用の比較の可能をも否定し去る事は議論の行過ぎと一般に考へられてゐる。日常行はれる經驗に就いて徵するに、斯見解の前こそ否定せられねばならぬと思ふ。第二の異論は效用の可測性に關しては否定的見解を採るか乃至は少くとも肯定的見解を採らないが、比較の可能だけを主張せんとする見解である。斯見解は改良せられたる限界效用學說就中後期ロザヌ學派の人々に依りて支持されるものである。これにありては效用の可測性の問題が如何にあれ、その問題の外に於いて、比較の可能と云ふ事實に基きて樹てられた選擇の原理を援用して、價格理論就中需要函數の決定が試みられる。此試にありても、詳細の點に到りては、理論的構造の差異はあるが、今はその問題には立入らない。效用の比較可能と測定の可能との理論的關係に就いては、考ふべき重要の問題が潜むと思ふが[1]、この問題にも玆では觸れない。後の機會に讓る。

飜りて惟ふに、價値乃至價格の理論に於いて、效用の問題（測定及比較の問題を含めて）が取扱はれるのは、效用が需要函數の決定的因子であるがためである。然るに、效用に就いて、略說したる如く、贊否兩側より區々の說がなされ、幾多の煩雜なる課題が提起される。效用か可測なるものであれ、然ら

1）高田保馬博士、貨幣效用の測定法に就いて。經濟論叢第四七卷第四號15頁

ざるものであれ、比較可能のものであれ、然らざるものであれ、效用別して限界效用が需要函數の決定要因であるならば、需要函數と供給函數との相關々係に依りて決定されると考へられるところの價格及取引量の上に、需要函數そのもの或は更に遡りて限界效用が一定の關係に於いて投影的に姿を現はしてゐる筈である。然るが故に、測定及比較の可能に就いて何等の疑の餘地なき客觀的事實であるところの價格及取引量の間にある一定の關係を以つて、それを招來したところの主觀的乃至心理的關係を代表せしめ、或はそれからこれを導出さんとする試みがなされるも無理からぬことである。これ等の試みは、恰も、重力の直接的測定は可能であるにせよ、それが外部に現はれたる關係即ち振子の運動より重力の具體的數値を間接的に測定せんとする試と軌を等しくする。この試に二ある。一は需要一般法則の統計的測定の試である。他は限界效用の統計的測定の試である。これ等の試は、共に主觀的乃至心理的要因を理論的構造の基礎とするところの主觀學派及至心理學派は抽象的關係の敍述說明に止りて具體的關係の說明に役立たずとなす非難から免れんとする一の努力の表現であると同時に、效用の直接測定に絡まる諸困難から免れんとする努力の表はれでもあると考へられやう。私は嘗つて、需要の一般法則の統計的測定法の可能條件に就いて論じた。[3] 今は後の試即ち限界效用の統計的測定の方法に就いて吟味批判をなしたいと思ふ。需要函數に關する私見の開陳の爲の準備工作として必要あるがためである。

限界效用の統計的測定の問題の萠芽がゼボンスに[4]宿してゐた事は敢へて問はない。斯問題を現代的經

2) Jevons. The Theory of Political Economy p. 11—12.
3) 拙稿、需要曲線及供給曲線の統計的測定法の可能條件、本誌、第四卷第三號、シユルツ統計的需要曲統を評す。本誌第五卷第一號。
4) Jevons. ibid.

濟學の問題として取扱つたものはフシツヤアであり[5]、それを更に發展せしめたるはその共同研究者ラグナア・フリッシュである。フリッシュは一九二六年既に斯問題に關して小冊子を公にしてゐる[6]。併しながら、之を手に入れるに道がない故に、後の而してより完全なる研究と云はれてゐる著書[7]を考察の對象としたいと思ふ。順序として先づフリッシュの見解を簡單に叙述し、次にフリッシュ方法に對する私見を開陳したいと思ふ。

二　フリッシュ法の叙述

フリッシュは先づ物理的によく可測的なる財例へば砂糖の如きを考察する。今、ある個人が此の財Xの一定量xを一定單位時間に消費するとする。此の財を、後に述べる如く、貨幣限界效用測定に際して貨幣との比較に用ひるが故に、比較財と呼ぶ。比較財Xに就いて二種の限界效用を考へる事が出來る。一は斯財の物理的單位（例へば一封度など）に就いて測定せられたる限界效用である。二は斯財の購入に振向けられる貨幣額の貨幣單位（弗、圓など）に就いて測定せられたる限界效用（marginal utility measured per dollars worth of the money）である。先づ前者より述べる。

比較財Xに關して、その物理的單位に就いて測定せられたる限界效用uは、一單位時間に於ける消費量xのみに依存する。固より此財の限界效用は、補完的に又は排他的に作用するところの同時に消費せ

5） I. Fisher, Astatistical Method far Measuring Marginal utility an d Testing the Ju stice of a Progressive Income Tax, Economic Essays contributed in honour of John Bates Clark. 1927.
6） Ragnar Frisch, Sur un Probleme d'e'conomie Pure, 1926.
7） Frisch, New Method of Measuring Marginal Utility, 1932.

られる他財の數量にも依存するが、それは二次的關係として無視し、フリシシュは考慮に入れない。かくして、比較財Xの限界效用uはその消費量xのみの函數である。之を次式にて表現する。

$$u = u(x) \qquad (1)$$

方程式1に就いて注意が與へられてゐる。即ちuは一方に於いて財の限界效用の大さそのものを示し他方に於いて、限界效用uは消費量に依存して變化すると云ふ函數關係を示す記號として用ひられる。一文字に二義を持たしめる事は混雜を招く虞なしとしないが、文字の節約のために敢へてなされてゐる。

次に比較財Xの價格をp（特別の必要ある場合はpx）とし、之が買入に費消せられる貨幣額をeとすれば、財の購入量x價格p支出額eとの關には次の關係がある。

$$e = px \quad 又は \quad x = \frac{e}{p} \qquad (2)$$

比較財Xに關する、貨幣單位に就いて測定せられたる限界效用を考へる。今より後私は此名稱の代に比較財に關する貨幣の特殊限界效用と呼ぶ。一方に於いて長たらしい名稱を避けるため、他方に於いて後出の貨幣の一般的限界效用と區別するために。この貨幣の特殊限界效用をmにて示す。mはパレトの表現に依れば加重せられたるオフエリミテである。

一般的交換手段としての貨幣にはその本質上、固有の效用従つて限界效用はない。直接に何等の欲望

充足にも役立たないがためである。貨幣の特殊效用延いては特殊限界效用は、それが交換手段として使用される事に依つて求められた財の持つ效用の反影或はそれから歸屬された效用である。從つて、比較財の購入に振向けられた貨幣額の最初のp單位の效用は、之を以て購入せられたるX財の第一單位の直接依存效用である筈である。此用途に於ける次のp單位の貨幣量の效用は、X財の第二單位の效用である。かくして、順次に進む。フリッシュは此關係を次式にて示す。

$$u = mp \tag{3}$$

此方程式に依りて示される事は、貨幣p單位の支出額の全部效用を、貨幣の限界效用mをp倍したものとなすことでなくて、uはp單位の貨幣にて購入せられた財量の限界效用であることである。方程式3より次式が導出される。

$$m = \frac{u}{p} \tag{4}$$

既に述べたる事から明なる如く、貨幣の特殊限界效用mは、比較財のために定められた貨幣支出額eと價格pとの函數である。

$$m = m(e,p) \tag{5}$$

特に、比較財の價格pが1即ち財Xの一單位と貨幣一單位とが交換されるならば、方程式5に於ける變數pを1と置きて、單一變數の函數 $m(e,1)$ を得るが、價格1であるが故に、財の數量xと之がため

の支出額eとは、その絶對値に於いて等しい。されば、貨幣の特殊限界效用函數 m(e,1) と、比較財の限界效用函數とが等しくなる。從つて、

$$u(x) = m(e,1) \qquad (6)$$

價格1ならずとせば、財量x、價格p、支出額eの間には、2の關係があるから、函數1、5とに依つて、貨幣特殊限界效用と財の限界效用との間には次の關係が成立する、

$$m(e,p) = \frac{1}{p}\,u\left(\frac{e}{p}\right) \qquad (7)$$

方程式7は別の方法を以て導出する事が出來る。貨幣の特殊限界效用函數5は特殊の性質を持たねばならぬ。即ち次の比例方程式を滿足せねばならぬ。

$$\lambda m(\lambda e,\lambda p) = m(e,p) \qquad (8)$$

此方程式8は方程式7の別の表物に過ぎぬ。若し7が成立すれば

$$\lambda u(\lambda e,\lambda p) = \lambda\frac{1}{\lambda p}\,u\left(\frac{\lambda e}{\lambda p}\right) = \frac{1}{p}\,u\left(\frac{e}{p}\right) = m(e,p) \qquad (9)$$

となり、8が成立する。その逆も亦眞である。[8]

次にフリッシュに依りて貨幣の限界效用と云はれてゐるものゝ敍述に移る。比較財に就いて二種の單位が區別せられる。財の物理的單位と貨幣一單位にて購入せらるべき數量を單位とするものである。一般財とも見らるべき購入餘力に就いても、二種の單位が區別せられる。購入

8) Frisch New Method., p. 8—12.

餘力の實質購買力を單位とするものは、財の前の單位に相應し、名目的貨幣の單位を以つて單位となすものは、財の後の單位に相應する。

比較財の二種の單位に就いて、夫々限界效用が考へられた如く、購入餘力の二種の單位に就いて夫々限界效用が考へられる。一は購入餘力の限界實質單位の持つ限界效用であり、之をフリッシュは實質貨幣效用（Real or deflated money utility）と呼び、Wを以つて表はす。他は購入餘力の限界名目單位の持つ限界效用である。フリッシュは之を名目貨幣效用（nominal money utility）と呼び、Vを以つて示す。私は之を貨幣の特殊限界效用と對比するために、貨幣の一般的限界效效用と呼ぶことにしてゐる。

比較財の限界效用uと貨幣の特殊限界效用mとの間に、3の關係があつた如く、貨幣の實質限界效用と一般的又は名目的限界效用との間にも、次の關係がある。

$$W = VP \qquad (10)$$

貨幣の特殊限界效用が特殊財Xへの支出貨幣額eと價格pとの二變數の函數であつた如く、貨幣の一般的限界效用も亦、購入餘力E及生活價格指數Pとの二變數の函數である。從つて、次式が成立する。

$$V = V(E,P) \qquad (11)$$

X財の限界效用はその消費量xの一變數の函數であつた如く、貨幣の實質的限界效用は實質所得γ即ち

$$\gamma = \frac{\mathrm{E}}{P} \tag{12}$$

の一變數の函數である、從つて次式がある。

$$\mathrm{W} = \mathrm{W}\ (\gamma) \tag{13}$$

次に、生活價格指數Pが1であるならば、方程式11に於いて變數Pは1となり、12から名目所得と實質所得が等しくなるから、

$$\mathrm{W(E)} = \mathrm{V}\ (\mathrm{E1})$$

或は同じ事であるが、

$$\mathrm{W}\ (\gamma) = \mathrm{V}\ (\gamma,\mathrm{I})$$

となるが、Pが1でない場合には方程式10 11 13より次式を得る。

$$\mathrm{W}\ (\gamma) = P\,\mathrm{V}\ (\mathrm{E}, P)$$

これに12よりγの値を代入し右邊のP因數を左邊に移せば、次式を得る。

$$\mathrm{V}\ (\mathrm{E}, P) = \frac{1}{P}\,\mathrm{W}\left(\frac{\mathrm{E}}{P}\right) \tag{14}$$

この方程式は方程式7に類似するものであり、而して、限界效用の統計的測定の基礎となる方程式の一である。貨幣の特殊限界效用函數が一定の比例方程式9を滿足せねばならなかつた如く、貨幣の一般的限界效用函數14も亦一定の比例方程式を滿足せねばならぬ。夫故に、次式が成立する。

此方程式は云ふまでもなく、方程式8に相應する。[9]

$$\lambda V(\lambda E, \lambda P) = V(V, P) \tag{15}$$

次に、フリッシュが取扱つてゐるものは、貨幣の限界效用の彎曲度（flexibility of the marginal utility of money）である。マアシャル[10]に依れば、需要の彈力性又は伸縮度は、需要量の變化率とそれに應ずる價格の變化率との比、嚴密に云へば、兩變化率が變數の無限小變化に應ずる時の値である事は人の知る事である。同じ考へ方を貨幣の限界效用に適用する。效用の無限小變化率と所得の無限小變化率との比が貨幣限界效用の伸縮度係數である。[11] フリッシュは之を貨幣の限界效用の彎曲度又は簡單に貨幣彎曲度（money-flexibility）と呼んでゐる。貨幣の限界效用に二種ありたるが故に、貨幣彎曲度にも二種ある。一は實質限界效用のそれと、名目貨幣限界效用のそれである。前者を$\overline{W}$、後者を$\overline{V}$にて示す。實質貨幣の彎曲度$\overline{W}$は次式にて示される。

$$\overline{W} = \overline{W}(\gamma) = \frac{dW(\gamma)}{d\gamma} \times \frac{V}{W(\gamma)} = \frac{d\log W(\gamma)}{d\log \gamma} \tag{16}$$

方程式13より明なる如く、實質所得の限界效用は實質所得の一變數の函數であるが、γは名目所得Eと生活價格指數Pとの函數であるから、結局に於いて、EとPの二變數の函數である。夫故に、實質貨幣の彎曲度$\overline{W}$は、Pを常數として名目所得γのみを變數と考へた場合の名目所得の偏分變化率（partial rate of change）と考へる事が出來る。[12] 夫故、

9） Frisch, ibid. P. 11—14.
10） A. Marshal, Principles of Economics, 1910. p. 839.
11） A. Bilimovic, Ein neuer Versuch der Bemessung. des Grenznntzens. Zeitschrift für Nationalökonomie Bd IV. 1933. S. 163.
12） Frisch, ibid. p. 14—15.

$$\overline{\mathrm{W}}(\gamma) = \frac{\partial \mathrm{V}(\mathrm{E},P)}{\partial \mathrm{E}} \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{V}(\mathrm{E},P)} \tag{18}$$

フリッシュは18の證明を與へてゐないが、之は極めて容易である。序にながら。γはEとPとの函數であるが、Pを常數とすれば、次の關係が成立する。

$$\mathrm{dW}(\gamma) = P\partial \mathrm{V}(\mathrm{E}.P), \qquad \mathrm{d}\gamma = \frac{\partial}{\partial \mathrm{E}} \frac{\mathrm{E}}{P} = \frac{1}{P}$$

他方14 12より

$$\frac{\gamma}{\mathrm{W}(\gamma)} = \frac{\mathrm{E}}{P^2\mathrm{V}(\mathrm{E},P)}$$

前二式より

$$\frac{\mathrm{dW}(\gamma)}{\mathrm{d}\gamma} \frac{\gamma}{\mathrm{W}(\gamma)} = \frac{P\partial\mathrm{V}(\mathrm{E},P)}{\frac{1}{P}} \times \frac{\mathrm{E}}{P^2\mathrm{V}(\mathrm{E},P)} = \frac{\partial \mathrm{V}(\mathrm{E},P)}{\partial \mathrm{E}} \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{W}(\mathrm{E},P)}$$

さて、茲までの準備的説明を以つて、フリッシュは限界效用の統計的測定の本問題に入る。それを説明するにはフリッシュの云ふ所の消費曲面を理解する必要がある。

靜態均衡理論に依れば、種々の變數殊に財の限界效用u、實質所得の限界效用W等は決して獨立に變化するものではなく、それらの間には一定の關係がある。即ち、均衡點に於いては、考察の對象となれる一個人はその支配する購入餘力を、極大の滿足を得る樣に、種々の項目に振當てる筈である。それが

爲には特定財に就いてその貨幣の一般的限界效用と當該財の價格との積が比較財 x の物理的單位に關する限界效用に等しくなる事が必要である。從つて、次式が成立する。

$$V(E, P)\,p = u(x) \tag{19}$$

然るに右式に於ける因數 V(E, P) に14の値を代入して整理すれば

$$W\left(\frac{E}{P}\right) = \frac{P}{p}\,u(x) \tag{20}$$

を得る。更に、生活價格數 P と比較財の價格 p との比を α と置く、即ち

$$\alpha = \frac{P}{p}$$

をフリッシュは逆相對價格 (inverted relative food price) と呼んでゐる。此の値と12に於ける値とを20式に代入すれば、次式を得る。

$$W(\gamma) = \alpha\,u(x) \tag{21}$$

而して、この方程式をフリッシュは均衡方程式と呼んでゐる。此の方程式を見るに變數として γ α x なる三數値が含まれてゐる。若し、觀察の對象なる個人の欲望狀態が少くとも觀察期間中不變であると假定すれば、一般に三變數に依つて結ばれてゐる一函數關係がさうである如く、此方程式21も三次の直角座標に於いて一の曲面を決定する。此の曲面をフリッシュは消費曲面 (surface of consumption) と名付ける。互に直角なる一水平軸に實質所得の大 γ を取り、他水平軸に逆相對價格 α を取り、水直軸に x

を取る。此座標に於いて、方程式21が描く消費曲面を次の三平面にて切り取られる事に依りて描かれる三組の曲線を研究する事が有益である。

一、α x兩軸に依りて決定せられる平面に並行なる諸平面に交る諸曲線。

二、x r兩軸に依りて決定せられる平面に並行なる諸平面に交る諸曲線。

三、α r兩軸に依りて決定せられる平面に並行なる諸平面に交る諸曲線。

第一の曲線は實質所得rの大さが一定の値を取りて不變である時に、比較財Xの消費量xと逆相對價格αとが如何なる關係にあるかを示す。之をフリッシュは逆需要曲線と呼ぶ。これは普通の意味に於ける需要曲線にすぎない。唯異るところは變數として選ばれてゐる價格が、逆需要曲線にありては生活價格指數PとX財の價格pとの比であり、當該財價格の逆數であるに反して、普通の需要曲線にありては當該財の價格そのものである。從つて、後者にありては需要曲線の傾斜係數は負値であるが前者にありてはその傾斜係數は正値である。實質所得rの値が異れば、それに應じて異りたる逆需要曲線が描かれる事は云ふを俟たない。

第二の曲線は逆相對價格αが一定の値を取りて不變である時に、消費量xと實質所得γとの間の關係を示す。之はエンゲルの法則と云はれてゐる關係の表現にすぎない。唯、之と異るところは、後者にありては所得の變化と一定財のために支出する貨幣額の百分比との間にある關係であるに反し、前者にあ

りては消費量の絕對量と實質所得との關係である。云ふまでもなく、此曲線とエンゲル曲線との間には密接なる關係がある。若し財の價格が與へられたるものとすれば、何れからでも他を導出す事は容易である。斯曲線は消費量の絕對量に關係し、エンゲル曲線は貨幣支出額に關係するが故に、フリッシュは此曲線を數量所得曲線、彼曲線を支出額所得曲線と呼び別けてゐる。

第三の曲線は消費量xが一定値に保たれてゐる時に於ける逆相對價格αと實質所得γとの關係を示す。此曲線は消費曲面が$\alpha\gamma$平面に平行なる平面と交る曲線であり、消費曲面の高度（altitude）を示す。此曲線に於いてはxが等量であるが故に、フリッシュは等量線（Isoquant）と名づける。xの値が異なれば夫に應じて夫に固有の等量線が描かれる。而して、是等の常數因子を離れて考へると、或は同じ事であるが、等量線の水平面$\alpha\gamma$への正射影に就いて云へばα軸に沿ふ常數因子を離れて考へると、等量線は貨幣の限界效用曲線の姿を示す。その理由はかうである。フリッシュの均衡方程式21より、

$$\alpha = \frac{1}{u(x)} W(\gamma)$$

を得る。xを常數とし從つてその限界效用$u(x)$を常數とすれば、その逆數も亦常數である。之をCにて表はせば、次式を得る。

$$\alpha = C\,W(\gamma) \qquad (22)$$

此方程式に於いて右邊項は常數Cと貨幣限界效用との積からなる。從つて、常數Cを除外して考へれ

ば、此方程式は貨幣の限界效用曲線の方程式に外ならぬ。更に嚴密に云へば、貨幣限界效用曲線の姿を案ずるに最重要なる貨幣彎曲度係數を算出する根本方程式である。

等量線の姿は凡て相似する。夫故に、等量線の一にある常數を乘ずる事に依りて、他のものを求める事が出來る事を、方程式22は數へる。而して、若し、等量線がα軸に沿ふて對數度盛に取らるるならば凡ての等量線は同一の形を取る。唯異るところはα軸の方向に於ける變位（デスプレースメント）に關するのみである。等量線は凡て相似であると云ふ性質が限界效用の統計的測定に於いて重要なる役目を持つ。

若し、二函數$u(x)$ $W(\gamma)$が與へられてゐるならば、消費曲面は一義的に決定せられる。而して、その方程式は21に依りて與へられる。逆に、消費曲面の形が與へられてゐるとすれば、是等二函數は一義的に決定せられるか。否然うではない。曲面の形を變化する事なしに、方程式21の兩邊に共通因子を乘ずる事が出來る。今、$W_1(\gamma)$と$u_1(x)$とを方程式21に於いて一の消費曲面を決定するところの函數とする。又$W_2(\gamma)$ $u_2(x)$を同樣に相似の曲面を決定する別の函數とする。從つて、次式が成立せねばならぬ。

$$\frac{W_1(\gamma)}{u_1(x)} = \frac{W_2(\gamma)}{u_2(x)}$$

これから次式を得る。

$$\frac{W_1(\gamma)}{W_2(\gamma)} = \frac{u_1(x)}{u_2(x)} \qquad 24$$

この方程式に於いて左邊はxに關係なく、右邊はγに無關係である。24にて示される共通比をcにて

示せば、cはx及γに無關係に常數でなければならぬ。即ち次式を得る。

$$u_1(x) = C\,u_2(x)$$

$$W_1(\gamma) = C\,W_2(\gamma)$$

この方程式は、消費曲面を決定する二函數$\frac{W(\gamma)}{u(x)}$に唯一の任意性があり、この任意性は任意の比例因子である事を示す。夫故に、客觀的與件である消費曲面から決定せられる$\frac{W(\gamma)}{u(x)}$は任意の比例常數に依つて影響を受け、而も、此比例常數は個人個人に依りて異る。從つて、統計的に消費曲面を構成せんとする企は、異りたる個人に於ける效用を比較せんことを企てるものではない。比較をなさんとするものは、前記の任意の比例常數に無關係なるもの即ち消費曲面の形であり、或は同じ事であるが、一個人の效用$W_1(\gamma)$にγに無關係なる常數を乘じても、他個人の效用$W_2(\gamma)$にγに無關係なる常數を乘じても影響を受けないところの貨幣彎曲度$\frac{\overline{W}(\gamma)}{\overline{W}(\gamma)}$である。[13]

消費曲面のこれだけの知識を以つて、貨幣の限界效用の測定に進み得る。その方法としてフリッシュは三をあげる。一は等量線法（The Isoquant method）二は數量變分法（The quantity variation method）三は變位法（The Translation method）である。是等一一に就いて叙述すべきであるが、測定法の根本思想を知るには、等量線法だけで足る。從つて、本稿の目的から等量線法の叙述に止め、必要なる限りに於いて他の方法に說き及びたいと思ふ。

13) Frisch ibid, p. 16—22.

等量線法。貨幣の限界效用 $W(\gamma)$ を測定するための最簡單なる方法である。資料が十分に豐富にあるならば、X財の消費量の種々の値に就いて夫々等量線を構成し、それ等求められたる等量線が果してあるものに一定値の任意常數を乘ずる事に依りて、他を求むる事が出來るか否かを檢し、求めた等量線の正否を確める事が出來やう。

今、此方法に依りて求められたる一等量線を選みて考察する。それは21方程式にxの一定値を代入したるもの、從つて、一定値の常數Cを有するものである。このCを離れて考へると、右邊項は $W(\gamma)$ であるから、左邊の α を貨幣の限界效用を示す**W**と取扱へる事が出來る。かくして求められたるものは、貨幣の限界效用函數 $W = W(\gamma)$ と見做す事が出來る。又他面、方程式22にはX財の限界效用 $u(x)$ が含まれてゐるが故に、これから別途に、比較財の限界效用函數を測定する事も可能である（フリッシュはこの仕事を實行してゐないが）。而して、かくして求められたるX財の限界效用と貨幣の限界效用とを比較するがためには、財の效用函數を決定するにあたり、貨幣效用曲線を構成する際に選みたる效用測定の單位と等しき單位を選ばねばならぬ。若し然らずんば、比較は不可能であるから。又比較する必要がないならば、縱軸に沿ふ測定單位は兩者に於いて別々のものであり得る事は云ふを俟たない。[14]

フリッシュは Union des coorperateurs Parisian の統計局によつて與へられた一九二〇年六月より一九二二年一二月を含む三十一ケ月の資料に就いて、次の諸項を求む。

14) Frisch, ibid. p. 28—29.

一、各月の砂糖賣上量
二、砂糖價格
三、各月の總賣上額
四、各月初の成員數
五、統計局生活價格指數

是等資料の中、總賣上高に就いて、連鎖比法[註]に依りて季節的變動の消去をなしたる後、生活價格指數を砂糖價格にて除したる商をα、各月の總賣上高を各月初成員數にて除したる商をx、總賣上高を生活價格指數にて除したる商をγとする。

是等の資料より等量線を求むる手續は次の如くである。是等三變量γ α xは時數列である。從つて、γ α xは夫々別々に時tの函數である。それらを夫々$\gamma=f(t)$, $\alpha=g(t)$ $x=h(t)$とする。而して、夫等は別々に、tを横軸に、γ α xを夫々の縦軸とする直角座標上のγ曲線α曲線及x曲線を代表する。函數$x=h(t)$に於いて一定値xを決定すべきtの値が決定せられる筈である。換言すれば、x曲線とxの一定値を代表する水平直線との交點に相應するtの値がある。而も、かゝるtの値は必ずしも一ではない。xの一定値に相應するtの一値を、函數$\gamma=f(t)$, $\alpha=g(t)$, に代入すれば、その一に就きてγ及αの一組の値を得る。かくして、tの異値に應じて、γ及αの別の組合がある。夫等γ αの組合せを以つ

註　Schultz に依れば3ヶ月移動平均に依りて季節的變動の消去が行はれてゐると説かれてゐるが (Frisch on Measurment of utility, The Journal of Political Economy, vol XLI 1938. p. 102) "New Method" に關する限りこれは誤である。

て新にγを横軸にαを縦軸とする直角座標上の點を代表せしむる。これらの諸點を結ぶ時は折線を得るであらう。これら資料に時の補間法を用ふれば、滑かな曲線を得る。此曲線が等量線である。[15] 此等量線は、貨幣の限界効用の表現として次の函數を用ふる解析的方法に依りても決定せられる、[16]

$$W(\gamma) = \frac{C}{\log c - \log a} \tag{26}$$

フリッシュは是に依りて前述の資料より計算の結果[17]を示してゐるが省略する。就いて見られたい。

數量變分法。

等量線法に就いて述べたる所より明なる如く、比較財の逆相對價格αは、之に依つて貨幣限界効用函數が一般化せられる變數である。αの一値と之に相應するγの一値との一組が貨幣限界効用曲線上の一點を決定する。夫故に、時の補完法を施すにしても、貨幣効用曲線を得るがためには、前記の價格の値が複數なければならぬ。夫等の諸點を結ぶ事によつて、はじめて曲線の方向が決定せられるからである。然るに、價格の値が唯一であるならば、曲線上に一點が決定せられるのみであつて、曲線の方向を決定する事は出來ぬ。一點を通過する曲線は無限にあり得るからである。かゝる場合に工夫せられたるものが數量變分法である。此方法にありては價格αを常數に保ち、所得の變化と之に相應する消費量の變化を示すところの數量所得曲線、即ち、消費曲面がxγ兩軸に平行なる平面と交る曲線を、貨幣の限界効用曲線を求むる手段として用ふ。此方法は數量xを變數とするが故に、かく呼ばれる。

15) Frisch, ibid. p. 29.
16) Frisch, ibid. p. 31.
17) Frisch, ibid. p. 32.

前の方法にありては、一の等量線より直接に貨幣效用曲線を導出したるが、是にありては二叉はそれ以上の曲線を以ってのみ可能である。數量所得曲線は、既に述べたる如く、根本方程式に於いて、因數αを常數とする。αを不定常數（パラメエタア）とする隱函數よりγの陽函數を求める。それを次とする。

$$\gamma = \gamma(x;\ \alpha) \tag{27}$$

これは數量所得曲線の方程式である。不定常數αが異値を取れば、數量所得曲線も亦異る筈である。今不定常數αがα_1 α_2なる異りたる値を取りたりとする。それに應じて次の二曲線がある。

$$\gamma_1(x) = \gamma_1(x;\ \alpha_1)$$

$$\gamma_2(x) = \gamma_2(x;\ \alpha_2)$$

是等實質所得の値を根本方程式に代入して

$$W[\gamma_1(x)] = \alpha_1 u(x)$$

$$W[\gamma_2(x)] = \alpha_2 u(x)$$

を得る。兩式を對數化して差引くと$u(x)$なる因數の對數を消去する事が出來る。即ち

$$\log W(\gamma_1(x)) - \log W(\gamma_1(x)) = \log\alpha_1 - \log\alpha_2 \tag{28}$$

本式を$\log\gamma_1(x) - \log\gamma_2(x)$にて除すれば

$$\frac{\log W(\gamma_1(x)) - \log W(\gamma_2(x))}{\log\gamma_1(x) - \log\gamma_2(x)} = \frac{\log\alpha_1 - \log\alpha_2}{\log\gamma_1(x) - \log\gamma_2(x)} \tag{29}$$

を得る。本式の右邊は所得γ_1 γ_2の間の貨幣の arc flexibility に外ならぬ。若しγ_1とγ_2との間隔が餘り大ならずとすれば arc flexibility を point flexibility の近似値と考へる事が出來る。かくして、彎曲度函數を得れば、是を積分する事に依りて、貨幣の效用函數$W(\gamma)$を求むる事が出來る。[18] かくして次式が得られる。

$$\log W(\gamma) = \log W(\gamma) - \int_{S=\gamma_0}^{\gamma} (-)\, W(s)\, d\log s \qquad (30)$$

私はフリッシュ法の叙述は之を以つて終りたいと思ふ。その根本思想は十分に理解し得ると思ふが故である。

フリッシュは貨幣の限界效用測定の應用として、物價指數、勞働供給函數、累進税率等の問題をも考察してゐるが、私はそれらの問題には玆では觸れない。私の主要目的はそこにはないからである。

三　吟　味

本稿の主要課題に移らう。第一の課題はフリッシュの測定法は如何なる條件の上に打立てられてゐるかを吟味する。而して、是等の必要條件の中には、フリッシュが意識的に假定してゐるものと、意識的に假定してゐないが、それなくしては同法の成立を不可能ならしむるものとを區別する事が必要であ

18) Frisch, ibid. p. 33—36.

る。第二の課題は夫等の諸條件が現實に於いて肯定せらるべきものであるか否かを吟味する。第三の課題はフリッシュ法の結果は果して何を意味するかを考察するにある。

さて、前述の如くフリッシュにありては、特定財に就いて二種の限界效用が區別せられてゐる。即ち特定財の物理的單位に就いて測定せる限界效用と特定財に關する貨幣の特種限界效用である。而して、夫等に就いて考ふべき事は、變化の容相である。

特種財Xの限界效用は、X財に關する欲望狀感Iを不定常數としその消費量xを變數とする函數である。更に考ふべき事は、他欲望の充足程度、即他財YZ……の消費量yz……との關係である。一般に欲望は決して孤立的のものではない、他欲望との聯關に於いて意義を持つ。從つて、特定財Xの限界效用uは、他財の消費量yz……の函數でもある。されば次式が成立せねばならぬ。

$$u = u(x, y, z, \ldots ; I)$$

併しながら、他欲望の充足程度換言すれば他財の消費量yz……がX財の限界効用に及ぼす影響は比較的小である。從つて、第一次近似値としては、是等yz……なる變數の影響を無視するも差程大いなる誤差を示めさないと考へる事が出來る。[19] フリッシュは第一次近似値としての効用函數を考へてゐる。[20] かゝる假定の下に於けるX財の効用函數は次になる。

$$u = u(x; I)$$

19) 高田博士、前掲論文 17 頁
20) Frisch, ibid, p. 8. Schultz, ibid., p. 111.

次に、X財に關する欲望狀態Iが變化すれば、消費量xが不變であるとしても、その限界效用は變化する。而して、それが常に變化すれば、フリッシュの根本方程式に於いて、數量を不變とするも其の限界効用は變化し、從つて、方程式22に於けるCが常數でなくなる。さうすれば、限界效用の統計的測定は不可能となる。されば、フリッシュも此の條件を先づ第一に加へて、欲望狀態Iが觀察期間中不定であると假定してゐる[21]。而して、表現を簡單にするために、方程式31に於ける不定常數を效用函數から全く除外して、方程式Iを樹立したのである。尤も、此の條件は觀察期間を長く取れば、必ずしも正當ではない。Iの變化を考慮の外に置くことは重大なる誤差を招くであらう。併しながら、フリッシュの如く觀察期間を短く取れば、砂糖の如き財に就いては殊に、此變化を無視するもさまで大いなる誤差には陷らないであらう。此第二條件も亦肯定し得るものである[22]。

特殊財の限界効用函數より、貨幣の特殊限界效用函數を導出す點に就いては、私は嘗つて[23]私見を開陳した。而して、フリッシュの見解も亦私見と大體に於いて等しいと思はれる。從つて、それに就いては玆で新に取立てゝ云ふ程の問題はない。既に論じてあるから。

問題は貨幣の一般的限界效用と實質限界效用との關聯にある。フリッシュは貨幣に就いても、X財に關すると等しく、二種の限界效用を考へてゐる。而して、それらの中、貨幣の實質限界效用は比較財の限界效用に、一般的限界效用は特殊限界效用に相應し、方程式13は1に、方程式11は5に相應すると

21) Frisch, ibid , p. 16－17. Schultz, ibid., p. 111.
22) 高田博士、前揭論文 17 頁
23) 拙稿貨幣の限界效用と價格一般本誌第四卷第二號。

考へられてゐる。併しながら、フリッシュにありては、貨幣の一般的限界效用函數及び實質的限界效用函數が如何なる構成を持つものであり、前者より後者が、或は後者より前者が、如何にして導出され、如何にして方程式14が成立するかの考察が與へられてゐない。其問題に就いて何等かの表意があるとすれば、唯類推(アナロギイ)あるのみである。併しながら、類推が適用されるが爲には、兩面の關係に於て類似の關係がなければならぬ。然るに、特殊財の二種の限界效用と、貨幣の二種の限界效用との間には夫々類似の關係があるであらうか。私見を以つてすれば決してさうでない。

先づ、貨幣の一般的限界效用函數の構成に就き明解なる理解を持たねばならぬ。私は嘗[24]つて斯題に就いて私見を述べた。併しながらそれだけでは本稿に於ける問題のためには不十分である。從つて、必要なる限りに於いて私見を繰返し、更にそれを展開して行きたいと思ふ。

特定個人を念頭に置く。今假に凡ての財に就いて、夫々の效用函數が定まり、而して、夫等は方程式Iに於ける如く、欲望狀態が不變にし、他財とは無關係であるとする。かくして、XYZ……の效用函數は次のものとなる。

$$u_x = u(x),\quad u_y = u(y),\quad u_z = u(z)\ldots\ldots \qquad (32)$$

勿論、是等函數は特定個人に關するものであり、異人には別の函數がある筈である。更に凡ての財の價格PxPyPz……が定まりて、購入する數量の中の何れの部分に對しても一樣であるとする。この二條件

24) 拙稿、前掲論文 81—86 頁

に依りて、各財に闘する特殊限界效用函數が定まる。夫等は既に述べたる如く次のものとする。

$$mx = \frac{1}{Px}u(x),\ my = \frac{1}{Py}u(y),\ mz = \frac{1}{Pz}u(z), \cdots\cdots \qquad (33)$$

而して、今假りに此個人が一定の購入餘力Ｅ（所得に等しいとする）を持つとする。此個人は此貨幣額Ｅを以て諸財を購入するのであるが、その際極大滿足の法則に依つて拘束せられる。夫故に、各財への支出額を、各財に闘する貨幣の特殊限界效用が一樣となるやうに決定せねばならぬ。即ち次式がある。

$$\frac{1}{Px}u(x) = \frac{1}{Py}u(y) = \cdots\cdots \qquad (34)$$

此方程式は人の知る如く均衡方程式である。これを滿足せしむる諸財の量をｘｙｚ……とすれば、購入餘力（節約を行はぬと假定する）Ｅと諸財のための夫々の支出貨幣額との間には次の關係がある。

$$E = xPx + yPy + \cdots\cdots \qquad (35)$$

他方、貨幣の一般的限界效用は購入餘力の名目的單位の限界效用である。今一定の購入餘力Ｅが dE_1 dE_2 …… dE_n と云ふ小部分に分たれ、而して添數字の順に支出されると假定する。順次に消費に向けられる是等貨幣の各增分に就いても、全量に就いてと同樣に極大滿足の法則が支配し、方程式36が滿されねばならぬ。今最初の支出に決定された貨幣增分dE_1に就いて見る。かゝる條件を滿足すべき各財の數量を夫々 δx_1 δy_1 ……とするならば、貨幣增分dE_1と各財への支出額との關係は次のものである。

$$dE_1 = \partial x_1 Px + \partial y_1 Py + \cdots\cdots \quad (36.a)$$

更に他方。貨幣増分dE_1の效用V_1は、それに依りて買取らるゝ財の效用であるから、諸財の増分∂x_1 ∂y_1……の夫々の效用の總計である。從つて次式がある。

$$V_1 = u(\partial x_1) + u(\partial y_1) + \cdots\cdots \quad (37.b)$$

次に貨幣増分dE_2 dE_3……に就いても同樣のことが云はれる。從つて、次の二組の方程式が成立する。[25]

$$dE_2 = \partial x_2 Px + \partial y_2 Py + \cdots\cdots \quad (36.b)$$

……………………………

$$V_2 = u(\partial x_2) + u(\partial y_2) + \cdots\cdots \quad (37.b)$$

貨幣の一般的限界效用は名目的貨幣額の添加せらるる増分に依つて齎らさるゝ效用であるから、名目的貨幣額の函數ではあるが、貨幣が固有の效用を持たない當然の結果として、諸財の増分のもたらす效用、從つて、諸財の増分∂x ∂y……の函數である、然るに、諸財の増分は價格が決定してゐる事を前提として初めて決定せられる量であるから、諸財の價格の函數でもある。然るに、購入餘力Eと諸財の價格は同じく變數でありながら、兩者の間には變數である事に趣の差がある。先づ價格が定まつて、諸財の増分が定まり然る後、購入餘力の増分の效用が定まる。夫故に、購入餘力は普通の變數であり、諸財の價格は不定常數である。從つて、貨幣の一般的限界效用函數は次式となる。

25) 方程式群 37.b の表現は正確ではないが簡單のためにかくする。

$$V = V(E;\ Px;\ Py;\ \ldots\ldots) \qquad (38)$$

此方程式はフリッシュが、前掲書の緒言に於いて1.1と符號したるものに等しい。七十六頁の方程式11と異るところは、方程式38は一個の獨立變數とn個の不定常數を有する函數であるに反し、11は購入餘力Eと生活價格指數Pの二獨立變數を有する函數である事である。フリッシュの函數11が果して成立するや否やに就いては後に述ぶるところであるが、方程式38の性質に就いて尙考ふるところがなければならぬ。諸財の價格は尙決定不變とする。この條件の下に於いて、貨幣の繼次的增分 dE_1 dE_2 ……の添加的效用を構成する諸財の增分の大さは如何なるものであるか。今貨幣增分の大さを等しくする。而して、理解を便ならしむるために、X財の增分δxのみを考察する。貨幣の繼次的增分 dx_1 dx_2 ……に相應するX財の增分をδx_1 δx_2 ……とする。Xの增分は凡て等しいものであるか、この問題を解決するものは、貨幣及X財の限界效用函數の容相である。今 37.a 37.b に於いてX財に關する項のみを除外せるものにて描かれる貨幣の效用曲線を考へる。これを貨幣の殘餘限界效用曲線と假稱しよう。殘餘限界效用曲線の傾斜はX財の限界效用曲線よりも緩である。この事から殘餘曲線の傾斜に變化なしと假定すれば、X財に就いて、X財の限界效用曲線の傾斜の急なる點に相應する增分は小であり緩なる點に相應する分は大である。他方、殘餘曲線の傾斜如何がX財の增分の大さに影響を與へる。X財の效用曲線の傾斜に變化なしとすれば、殘餘曲線の傾斜の急なる點に相應するX財の增分は大であり、傾斜の緩なる點に相應するX財の增分は小である。從

つて、X財の增分の大さはX財の效用曲線と貨幣の效用曲線の傾斜の容相に依つて影響を受ける、今假に、X財の效用線及貨幣の殘餘效用線の傾斜係數が夫々線上の凡ての點に於いて同値とす。換言すれば、兩線が曲線ならずして、直線をなすならば、此の場合に限りて、貨幣の繼次的增分に相應するX財の繼次的增分は同一の値を保つ。何れが直線ならずとも、財の增分の大さは一樣ではない。而して、貨幣效用線の傾斜係數は何に依りて決定されるか。それは前述の通り、諸財の效用曲線の容相と諸財の價格の大さである。而して、貨幣效用線は如何なる條件の下に於いて曲線とならずして直線となるか。價格が一定不變とすれば、各財に關する夫々の貨幣の特殊限界效用曲線が、一、凡て縱軸の同一値點から出發する、二、傾斜は別々であれ凡てが直線である事の二條件である。此二の中何を欠ぐも、一般的限界效用曲線は直線とはならない。各特殊效用線が曲線である場合は固より、各線が直線であるとしても、始發點の縱軸の値が異なれば貨幣效用線は直線とはならない。始發點の値に連續的差異があれば、曲線となり、不連續的差異があれば折線となる。

貨幣の一般的限界效用曲線が、前述二條件の滿足に依りて直線となるならば、X財の繼次的增分の大さは凡て一樣である。X財がさうであるならば、當然に他の凡ての財の繼次的增分の大さも亦夫々の財に就いて一樣となる。若し、それが許されるならば、購入餘力の增分に依りて購入され各財の增分の集合が貨幣の繼次的增分に從つて、その種類と夫々の數量に於いて、一樣となる。各財の增分の集合がさうで

あるならば、その集合の中の一一のものに一定の共通因數を乘じて、之を單位とする事が出來る。恰もX財の物理的單位の如くに。而して、此集合單位を以て實質所得を測定し、實質限界效用を此單位にて測定せる實質所得γの一變數の函數とし、方程式13を樹立する事が出來る。他方、均衡點を一だけ取つて考へるならば、價格は購入すべき數量の何れの部分に取つても不變であり、而して、その均衡點に固有の價格組織（その中個人の消費に關係する財に關するもの）を代表せしむるに、價格指數を以つてする事が出來、貨幣の一般的限界效用を名目所得Eと生活價格指數Pとの二變數の函數として、方程式11にて代表せしむる事が出來る。この兩式が成立するならば、方程式14は成立する。併しながら、注意すべき事は、方程式14が成立するとしても、均衡の一に就いてのみであり、それから、凡ての均衡點に共通なる方程式22が成立するや否やは自ら別の問題である。その點には後に觸れる。

然るに、貨幣の一般的限界效用線を直線ならしむる二條件は、現實に適用されるには甚だ遠いものである。凡ての特殊限界效用線の始發點が縱軸に於いて同値を取る事もあり得ない。凡ての效用線が直線である事も立證し得ない事である。暫、前の點は考慮の外に置く。後の點だけから、一般的效用線は曲線となる。それが曲線となれば、貨幣の繼次的增分に相應する諸財の繼次的增分の大さは、各財に就いて夫々異る。更に重要なる事柄は、今考慮の外に置いた事柄である。貨幣の特殊曲線の始發點の縱軸の値が異ると云ふ事から、財の繼次的增分の大さは別にして見ると、一般に貨幣の繼次的增分にて購入さ

れる財の種類は、購入餘力の名目額の小なる點に於いては少く、名目額大なる點に於いては多い。此事から二の事柄が流出づる。

一、貨幣の繼次的增分（大さを等しくした）に相應する諸財の增分の繼次的集合は、(A)財の種類に於いて、(B)同種の財に就いてはその數量に於いて、不等となる、此事から、一集合に屬する諸種の財の數量に一定常數を乘ずる事に依りて、實質購入餘力の單位を選む事が不可能となる。然るが故に、貨幣の實質限界效用を思浮べる事が出來なくなる。[26] 從つて、實質效用函數が13が成立否意味をなさない。

二、貨幣の一般的限界效用函數11に就いて、生活價格指數Pが何であるかの明なる說明はフリッシュには欠けてゐるが、凡ゆる價格を含めた一般價格指數ではないであらう。個人の消費と關係を有する財に關しての指數でなければならぬと思ふ。さうすると、名目所得の增加に連れて、財の種類が增すはずである、從つて、名目所得の變動につれて內容を異にする財種の價格組織を示すに、Pなる一變數を以つてする事は不可能となる。

一方に於いて方程式13が、他方に於いて方程式11が成立し得ずして、如何にして根本方程式14が成立し得るか。是が成立し得ずしてはフリッシュの理論はより立つところの基礎を失ふ事になる。

私の非難に對して、から反批判するものがあらう。なるほど貨幣の一般效用線も特殊效用線も共に全線に亘りて直線ではない。併しながら、曲線の僅かなる範圍に就いて見れば、兩線とも直線に近いと考

26) Bilimovic, a. a. O., S. 131.

へる事が出來る筈である。さうすれば、前述の非難は解消する筈であると。然しながら、此の反批判は決して正しくない。觀察されてゐる期間内に於いて、逆相對價格αは變化してゐる。今までの議論に於いては價格組織の變化しない事を前提としての話であるが、價格組織が變化すれば、私の非難は益々强力となる。それは後に述べる。それは別として、フリッシュは所得の75%より150%に到る大範圍を取扱つてゐる。かゝる大範圍にては此の反批判は妥當でない。これはフリッシュの計算せる貨幣彎曲度の數値そのものが證明してゐる。

更に吟味の歩を進めよう。フリッシュの說明は根本方程式より消費曲面へ進む。消費面の構造に於いて重要なる事柄は、均衡點に於いて個人はその消費を各財に關する特殊限界效用が凡て等しくなるやうに決定する事である。從つて、34が成立したのであるが、此の事柄をフリッシュは貨幣の名目的限界效用と比較財の價格との積が、比較財の限界效用と等しいと表現し、19を樹てゐる。然れども、方程式34と19との事柄は決して同じではない。19を見るに左邊項は貨幣の一般的限界效用である。而して、前の34表現が正しいのであつて後の表現は正しくない。貨幣限界效用は方程式37にて明なる如く、限界名目單位を以つて購入し得る財の最終増分の效用の總計である。夫故に、フリッシュ表現が正しいならば、方程式37.bに於いて、有邊の第二項以下が零でなければならぬ。然れども、かく斷定する何の理由も現實にはない。而も、フリッシュの如く財の無限可分性を假定する限り、37.b成立は必然であるからである。

假りに、方程式19の成立を許しても、夫から、20、引いては21が成立するか。決してさうではない。20が成立するためには、フリッシュも云ふ如く、14が成立せねばならぬ。然るに、既に述べたる事に依つて、14は現實にあてはまらざる必要條件を持つ。之が成立せずしては20、引いては21は成立しない。これが成立せずしては、消費曲面は成立しない。

更に重要なる困難がある。今までの叙述にありては、諸財の價格は決定且不變である事が假定せられてゐる。一均衡點に就いて見れば、價格は不變である。而して、夫故に、フリッシュの云ふ如く、[27] 生活價格指數なる一變數を以つて價格組織を代表せしむる事も、さまで大なる誤差を生ぜぬ。併しながら異りたる多數の均衡點を（フリッシュもさうである）取扱ふに於いては、此の考をその儘持續する事は許されない。複數の均衡點からなるところの消費面の構造に於いて、Pの變化は如何なるものであり得るか。第一Pを構成する凡ての價格が同一の方向に而して同一程度に於いて變化する。第二Pを構成する價格の種類を異にし且つ個々の價格の變化は方向と程度に於いて區々である。

第一の場合に就いて考ふ。貨幣の一般的限界效用函數及特殊限界效用函數は嘗つて論じたる如く、[28] 購入餘力と凡ての財の價格の-1次の同次函數である。即ち、

$$V(\lambda E;\ \lambda p_x;\ \lambda p_y;\ \ldots\ldots) = \lambda^{-1} V(E;\ p_x;\ p_y;\ \ldots\ldots)$$

これは諸財の價格及購入餘力が一樣に一定常數倍されるならば、貨幣限界效用は一定常數分の一とな

27) Frisch. ibid, p. 4.
28) 拙稿、前掲論文、89 頁

る事の表現にすぎぬ。Pの此變化が實現するならば、フリッシュの22式が成立する。併しながら、それが成立しても、それは貨幣の限界效用函數であるか否かは別に吟味を要する事である。是は後の仕事である。

第二の場合に就いて考ふ。第一の場合は實現する事極めてあり難きものである。現實に於ける變化は凡て第二の變化であらう。さうすれば、どうなるか。假に一價格だけ變化したとする。斯財の效用函數は不變に不拘、その特殊效用函數が變化する。夫に依りて、貨幣の一般效用函數も亦變化する。此の事から、貨幣の繼次的增分に相應する諸財の增分の繼次的集合に於いて、當該財の增分の大さのみならず他財の增分の大さ、更に、各集合に含まれたる財種が變化する。短言すれば、集合の構造が變化する。

茲で注意すべき事柄は、前述の價格の變動は一財の買入れられる繼次的部分に就いて等しい變動である。これを不變的變動と假稱しよう。是と異りたる變動の姿がある。購入せられる數量の部分に就いて價格の異るはそれである。之れを可變的變動と假稱しよう。而して均衡點を辿りて價格の變動を觀察する時、その變動は正に可變的變動である。價格の可變的變動から、購入餘力の增分に相應する諸財增分の集合は更に一次元だけ變化の度を大とする。從つて、根本方程式の成立を益々困難とならしめる。フリッシュの此の誤謬は何處より來たか。貨幣の一般的效用函數に關する深き考察を缺ぎたる事から由來する。

私は今まで、相繼ぐ均衡點に就いては尙更、根本方程式が一均衡點だけに就いても、成立しない事を明にし得たと思ふ。而して、その不成立はフリッシュ法を根本より不可能ならしむるものであると信ずるものであるが、假に數歩を讓りて、根本方程式が成立し、それから、消費面の方程式が亦成立し得たとしても、フリッシュに依りて求められたるものは、果して貨幣の限界效用函數そのもの、又はそれに相應するものであり得るか。私見に依れば決してさうではない。何故に然らざるか次に述べたい。

フリッシュに依れば、均衡方程式21に於いてx從つてその限界效用を常數とならしめるところのγとαとの關係を示すものが、等量線である。而して、xに種々の値を代入して種々の等量線を得る事が出來るが、それら等量線は相似である。之に對して異論を挾む者がある。ビリモヴチ[29]はその一人である。その見解の大要はかうである。フリッシュの云ふところに依れば、等量線は凡て相似である。然るに、フリッシュと同じ材料を用ひて、示されたる統計的方法を施して求めたる數個の等量線に就いて見るに、互に交る。從つて、相似ではない。相似であるならば交る筈はないからである。ビリモヴチは之を以つてフリッシュ法の不成立を主張せんとするものの如くである。フリッシュの主張が計算の結果と一致しない事はロッシイも亦指摘してゐる。[30] 併しながら、フリッシュは何れの著作に於いても、[31]等量線を求むべき統計學的方式を明示してゐない。ビリモヴチの方法は自らもいふ如く、フリッシュの方法に等しからんものに過ぎない。從つて、算出の結果を以つて批判をする前に、此の推測が果して眞

29) Bilimovic, a. a. O., S. 183—184.
30) Dionelle Rossi, Osservazioni intorno alla misura statistica dell' utilita finale, Giornale degli Economisti., 1930 p. 1029.
31) Bilimovic, a. a. O., S. 183.

なりや否やを吟味せねばならぬ。私は何れが眞なりやを判斷するだけの材料を持たぬ。私は結果に立つて議論しない。

私惟ふに、等量線は貨幣の一般的限界效用函數の理論的性質より當然相似でなければならぬ。若しフリッシュ法による測定算出の眞の結果が等量線の相似ならざる事を示し、ビリモヴチの批判が正しいとしても、必ずしも、フリッシュ法の根本思想の非を證明するものではない。私見を以つてすれば、フリッシュの材料そのものが、フリッシュの根本思想を發現せしむるに足らざるものである。材料さへ十分に正確なるものならば、等量線は必然的に相似形を示す。然らば、何故であるか。

貨幣の一般及特殊的限界效用函數は既に述べたる如く、諸變數に關する-1次の同次函數である。從つて、財の效用函數を不變と見て、xを不變に保たしめるためには、購入餘力Eと諸價格との間に一定の關係、即ち正比例の關係がなければならぬ。多數の變數を取入れる事は事柄を複雜にし理解に不便なるが故に、當該個人は一定所得を以て、一種財のみを購入して生活を維持すると假定する（その他には消費する必要なし）。この假定に依りて、事柄の性質は何等破壞せられない。フリッシュは方程式1と5が、夫々13と11に相應すると考へるからである。かかる假定の下に於いては、消費曲面を示す方程式22は次の姿をとる、

$$V(E,\ p) = \frac{1}{p}\,u\,(x)$$

若し價格の逆數をβとすれば、

$$V\ (E,\ p)=\beta\ u\ (x)$$

となる。之は貨幣の特殊效用函數であり、而して今の場合は貨幣の一般效用函數である。然るに、それは變數ＥＰに關する-1次の同次函數であるから、xを不變ならしむるＥとＰとの間に正比例の關係があり、同時にＥとβとの逆比例の關係がある。かゝる關係を、Ｅを横軸にβを縦軸とする直角座標上に描がけば、兩軸を漸近線とするところの双曲線でなければならぬ。而して、ｘの値を如何にとるとも、此關係は保たれるから、凡ての等量線は、兩軸より夫々異りたる一定距離にある双曲線でなければならぬ。かくて、凡ての等量線は相似形を持つ。從つて、フリッシュの云ふ如く、等量線の一に一定數を乘ずる事に依つて他を導出す事が出來る筈である。此關係は前述の關係を取去り、Ｘ財のみならず他財をも購入するとしても、貨幣一般效用函數が-1次の同次函數である性質を失はぬ限り妥當する。而も、異個人に就いても同樣の關係が妥當するが故に、凡ての等量線は個人の異に拘はらず、相似である。唯ｘの限界效用そのものが各人に依りて異り、而も、異人間の效用が通算し得ざるものとするならば、一人の限界效用曲線から他人のそれを導出する事は不可能ではあるが。

さて、かくして得られたる等量線はフリッシュの云ふが如く、貨幣の限界效用曲線であるか。この問を肯定するものは次の奇怪なる關係を是認せねばならぬ。一個人の彎曲度は貨幣效用曲線の歪線に亘り

て、絕對値に於いて一であり、又凡ての個人に於いてさうである。然しながら、何人もかゝる荒唐無稽の關係を是認するものはない。これはフリッシュ法の非を證明する所以であると思ふ。さう云へば或は反論するものがあらう。フリッシュの計算に依れば貨幣彎曲度は決して絕對値1ではない。その非難は的なきに射る矢の如くであると。併しながら、フリッシュの計算が正しくないと云ふ論者のある事は既に記した通りであるが、それを今私は固執しないとしても、私はフリッシュの用ひたる材料が決して理論的に純粹のものではないと思ふ。

第一、比較財Xの消費量は多數人の平均値である。これは極めて不當である。

第二、諸財の價格組織をPなる一變數にて示す事が不當である。

第三、購入餘力を實質所得單位にて測定するが不當である。

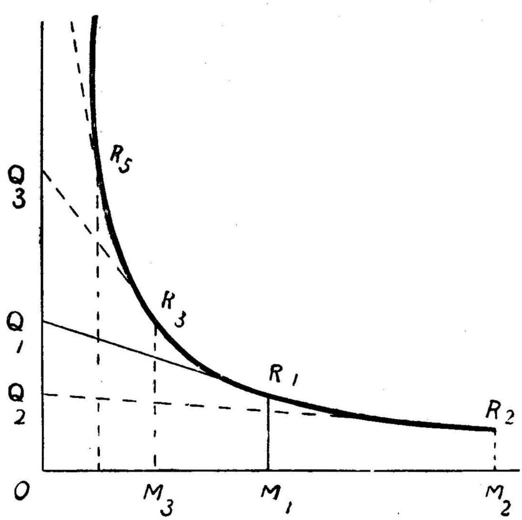
第四、議論の出發點は均衡方程式である。然るに、現實に於いて成立する市場關係は均衡點と見る事は不當である。

是等諸不當を內に含んでゐて、理論的正確を期する事は不可能である。フリッシュの計算の結果が理論の必然的結論と一致せざるは、材料の中に含まれたる不當に基くものである。嚴正なる材料を以つてすれば、必ず私の述べた結果を得る筈である。

然らば、等量線は何を意味するか。私は前三段の假定に歸りてそれを說明しよう。

財の效用函數と貨幣の一般效用函數（今の假定に於いては特殊效用函數）との關係は $V(E)=\frac{1}{P}u(x)$ である。貨幣效用曲線は幾何學的に説明すれば、財の效用曲線の縱軸に $\frac{1}{P}$ を、横軸にPを乘じたるものである。今一均衡點を考へる。この點に於ける購入餘力をE_1、價格をP_1、數量をx_1とする。此點に於ける貨幣效用線の實現せる部分は定まる。それは $V_1=V(E_1P_1)$ にて描かれる部分である。他の均衡點に就いて、一定値x_1を購入せしむる購入餘力をE_2E_3……價格をP_2P_3……とする。さうすれば、それ等の點に於いて貨幣效用線の實現せる部分は、$V_2=V(E_2P_2)$ $V_3=V(E_3,P_3)$…… が描く曲線である。然るに、購入餘力と價格との間には正比例の關係がなければならぬから、各點に於いて、貨幣曲線の實現せる部分の間に一定の關係がある筈である。その事から、購入餘力と價格との變化するにつれて、變化する貨幣の限界效用$V_1V_2V_3$……を結ぶ線が一定の關係、即ち、兩軸を漸近線とする双曲線となる。圖表を以て説明しよう。左圖に於いて、實線Q_1R_1は價格1に於ける貨幣效用線である。（價格1なるが故にβも亦一而して、これは財の效用線と一する。）所得OM_1にてQ_1R_1だけ實現する。價格2從つて $\beta=\frac{1}{2}$ となれば、貨幣效用線はOM_2の所得にてQ_2R_2まで實現する。價格 $P=\frac{1}{2}$ 從つて $\beta=2$ となると、貨幣效用線は所得OM_3にてQ_3R_3まで實現する。かくして、多數の點$R_1R_2R_3$……を得て、之を結ぶ滑なる線が等量線である。この等量線は財の效用線Q_1R_1が如何なる姿を取らうとも、必ず、兩軸を漸近線とする双曲線である。而してxの値が如何なる値に固定せられ、從つて、各均衡點に於ける各の貨幣效用曲線が如何なる點まで實現せられ

ようと、凡て相似である。唯常數Cの大さが異るだけである。フリッシュの主張する如くに。此曲線はなるほど、貨幣の限界效用の變動の姿を表現するが、理論的貨幣效用曲線の必要條件としての、價格の



不變的變動を前提してゐない。フリッシュに於ける等量線は、圖表に於いて最も明なる如く、あくまで可變的變動を前提する。同じ事ではあるが、限界效用曲線を積分すれば、それに依りて總效用が得られねばならぬ。然るに、等量線を積分することによつて總效用は得られない。例へば、所得OM_1を有する場合の總效用は、フリッシュの云ふ如くならば兩軸、曲線……$R_5R_3R_1$、直線R_1M_1にて圍まれたる部分でなければならぬが、所得OM_1を有する場合の總效用は四邊形 $OQ_1R_1M_1$でなければならぬ。等量線の積分に依りて求められるものは、所得OM_1の後の半分を價格1にて、最初の半分の後半を價格$\frac{1}{2}$、殘半分の後半を$\frac{1}{4}$……にて、從つて、$(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\cdots\cdots)x$を消費したる場合の總效用である。然るに實際にはxだけ消費し

てゐる。これフリッシュの根本思想の根本的誤謬でなくて何であらう。これは明に、繰返して云へば、貨幣の一般的限界效用函數に關する深き考察を缺ぐに基くものである。

四　結

私は以上で、種々の方面よりフリッシュ方法を吟味した。而して、如何にしても、フリッシュ法は限界效用曲線を測定するものにあらざる事を明にしたと信ずる。今之を要約する。

第一、貨幣の一般的限界效用を所得と生活價格指數との二變數とする事は不當である。それは所得を獨立變數、各財の價格個を不定常數とする函數でなければならぬ。

第二、各財に關する貨幣の特殊效用函數が凡て異るが故に貨幣の繼次的增分に相應する各財の增分の繼次的集合の構成は、財の種類に於いて又その數量に於いて異る、從つて、實質所得單位の效用を思ひ浮べる事が出來ない。夫故に、貨幣の實質的限界效用函數は成立し得ない。

第三、以上の二點から根本方程式は成立するを得ない。

第四、第三點を讓るとしても、等量線から貨幣效用曲線又は貨幣彎曲度係數を導出す事は不可能である。蓋し、決して貨幣の限界效用曲線と全線を通じて關係を持たないからである。