目録

一 本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ
一 本号諸套ニ掲クル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル處ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサル者ハ編者ノ稿ナリ
一 本号ニ記スル問題ノ荅或ハ必ス次号ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ之ヲ登錄スヘシ
一 社外ト雖モ投書スルヲ得然レ𪜈變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス
一 凡ソ掲載セル問題、論說、解義、等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ
一 改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス
一 集會毎月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス
一 入社セント欲スルモノハ社則ニ從フヘシ

明治十五年十二月　東京數學會社

套外

第五十二号第二套質問第一二三ニ答フ

○第一 本題ハ二定点ヲ經過シ一定直線ニ觸ル、圓ヲ書クナル幾何學通常ノ問題ト同趣ナルモノナリ(トドハンタ—氏幾何學第二百九十六葉ヲ見ヨ)

○第二 本題要スル所ハ $10^x = 10x$ ナル方程式ニ於テxノ略近數ヲ求ムルモノナリ此式ノ左邊ヲ對數式級數ニ解ケハ

$$10x = 10^x = 1 + \left(\frac{x}{m}\right) + \frac{1}{\lfloor 2}\left(\frac{x}{m}\right)^2 + \frac{1}{\lfloor 3}\left(\frac{x}{m}\right)^3 + \cdots\cdots\cdots (1)$$

此式中 $m = .4342944819$ .... 而シテxハ必ス小數ナルヲ以テ假ニ右邊ノ第三項以下ヲ捨テxノ價ヲ求ムレハ $x = .128$ ...... ト成ル故ニ $x = \frac{1}{8} + x'$ トシ(1)式ヲ變スレハ $10\left(\frac{1}{8} + x'\right) = 10^{\frac{1}{8} + x'} = 10^{\frac{1}{8}}\left\{1 + \left(\frac{x'}{m}\right) + \frac{1}{\lfloor 2}\left(\frac{x'}{m}\right)^2 + \cdots\right\}$

即チ $$1 - \frac{10}{8\times 10^{\frac{1}{8}}} = \left(\frac{10m}{10^{\frac{1}{8}}} - 1\right)\left(\frac{x'}{m}\right) - \frac{1}{\lfloor 2}\left(\frac{x'}{m}\right)^2 - \frac{1}{\lfloor 3}\left(\frac{x'}{m}\right)^3 - \cdots\cdots\cdots (2)$$

今此左邊ヲpト定メ級數反轉法(インヴエルシヨンオフセリス)ニ依テ $\frac{x'}{m} = Ap + Bp^2 + Cp^3 + Dp^4 + \cdots$ トシ法ニ依テ不定係數ABC等ヲ算出シ而テx'ノ價ヲ求メ從テxノ價ヲ知ルヲ得ヘシ是レ頗ル繁雜ナリト雖モ若シ此級數第五項マテヲ用フレハ小數八位ヲ確定スルヲ得ヘク又若シ第六項マテヲ用フレハ小數十位ヲ得ヘシ

此他倚ホ數法アルヘシ余カ考フル所又他ニ一法アリ次号ニ記スヘシ

○第三 本題ハ通常ノ八線式 $\sin^2\frac{1}{2}A = \frac{1-\cos A}{2}$ ニ十ノ某乘數ヲ乘シタル者即チ $\left(10^n \sin\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{10^{2n}(1-\cos A)}{2}$ ヨリ得ヘシ但シnハ隨意ノ整數ナリ之ヲ用フルノ法ハ先ツ某積ヲ式ノ右邊ト定メnノ價ハ積ノ首位數字ヲシテ小數点下兩位ノ間ニ止ラシムヘキカ如ク定ム茲ニ於テ眞數八線表ニ依テA角ヲ知リ再ヒ同表ニ依テ左邊括弧内ノ數ヲ求ム即チ其二乘根數ナリ

東京數學會社雜誌第五十四號

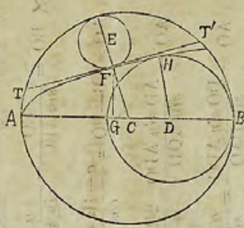
第一套

問題解義

一

第二十六號第三套ノ四

次圖ニ於テABハ外圓徑ニシテ$2R$ BDハ內圓半徑ニシテr AFHハ拋物線ニシテ其通徑ハ$4m$ Eハ等圓ノ中心ニシテEFハ求ムル所ノ半徑r'ナリ



Aヲ原点トスレハ拋物線ノ方程式ハ $y^2 = 4mx$ ....(1)

內圓ノ方程式ハ $y^2 + (x - 2R + r)^2 = r^2$ ....(2)

此兩式ヲ以テ $4mx + x^2 - 2(2R-r)x + (2R-r)^2 = r^2$ 即チ $x^2 - 2(2R - r - 2m)x + 4R(R-r) = 0$

內圓ト拋物線ト相觸ル、故ニ此方程式ノ二根相等シカルヘシ故ニ $(2R - r - 2m)^2 = 4R(R-r)$ 即チ $2R - r - 2m = 2\sqrt{R(R-r)}$ 故ニ $m = \frac{1}{2}\{2R - r - 2\sqrt{R(R-r)}\}$

又等圓ト拋物線トノ觸点Fニ於テ拋物線ニ切線TT'ヲ書スレハ是亦等圓ノ切線ニシテ其半徑EFト拋物線ノ法線FCトハ一直線ヲ成スコヲ知リ且ツ等圓ハ外圓ト拋物線トノ間ニ充容スヘキモノナルカ故ニ觸点Fハ必スTT'ノ中央ニ在ルヘク而シテCハ外圓ノ中心ナルコヲ知ル茲ニ於テ拋物線ノ定理ニ據レハ

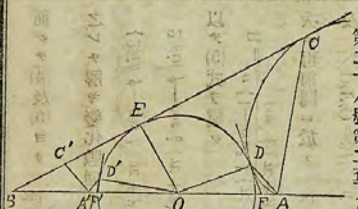
$CG = 2m$　$AG = R - 2m$　$FG = \sqrt{4m \times AG} = \sqrt{m(R-2m)}$

又 $FC = \sqrt{CG^2 + FG^2} = 2\sqrt{m(R-m)}$ ニシテ $2r' = R - FC = R - 2\sqrt{m(R-m)}$ ナリ此式中mニ代ユルニ前ニ得ル所ノ價ヲ以テシ逐次之レヲ變化スレハ終ニ $r' = \frac{1}{4}\{R - \sqrt{(R-r)(4\sqrt{R(R-r)} + r - 5R) + R^2}\}$ ト成ル

但シ第二十七號中ニ載スル所ノ答式ト小異アリ

二

第二十八號第二套ノ七



上圖ABハ二斜線ノ交角ノ中分線OハA圓ノ中心A及A'ハ大小兩等圓轉輾線各自ノ凹點C及C'ハ其一斜線トノ觸点D及D'ハ圓トノ觸点ナリ今Dニ於テ兩曲線ニ切線DFヲ書シ $\angle ADF = \varphi$ トスレハ $\angle DAO = 2\varphi$ 及ヒ $\angle DFO = 3\varphi$ ニシテ又 $\angle ABC = \frac{1}{2}\varphi$ ナル故ニ

$\angle BAC=\frac{2}{3}(\pi-\frac{1}{2}\phi)$ 及ヒ $\angle ACB=\frac{1}{3}(\pi-\frac{1}{2}\phi)$ ナリ

今大轉軌線ノ中軸徑ハ4R圓ノ半徑ハaナル故ニAOノ三價ヲ得ル逐次左ノ如シ

$AC=2R(1-\cos\frac{2}{3}(\pi-\frac{1}{2}\phi))=4R\sin^2\frac{1}{3}(\pi-\frac{1}{2}\phi)$ ニシテ

$$AB=\frac{AC\sin ACB}{\sin ABC}=\frac{4R\sin^3\frac{1}{3}(\pi-\frac{1}{2}\phi)}{\sin\frac{1}{2}\phi}$$

$$=\frac{4R\sin^3\frac{1}{6}(2\pi-\phi)}{\sin\frac{1}{2}\phi}=-\frac{4R\cos^3\frac{1}{6}(\pi+\phi)}{\cos\frac{1}{2}(\pi+\phi)}$$

又 $BO=\frac{EO}{\sin ABC}=\frac{a}{\sin\frac{1}{2}\phi}=-\frac{a}{\cos\frac{1}{2}(\pi+\phi)}$ 故ニ

$$AO=AB-BO=\frac{a-4R\cos^3\frac{1}{6}(\pi+\phi)}{\cos\frac{1}{2}(\pi+\phi)}\quad\cdots\cdots(1)$$

$$AO=\frac{AD\sin ADO}{\sin AOD}=\frac{2R(1-\cos 2\phi)\cos\phi}{\cos 3\phi}=\frac{4R\sin^2\phi}{1-4\sin^2\phi}\quad\cdots\cdots(2)$$

$$AO=\frac{DO\sin ADO}{\sin DAO}=\frac{a\cos\phi}{\sin 2\phi}=\frac{a}{2\sin\phi}\quad\cdots\cdots(3)$$

(1)及(3)ヨリ $\frac{a-4R\cos^3\frac{1}{6}(\pi+\phi)}{\cos\frac{1}{2}(\pi+\phi)}=\frac{a}{2\sin\phi}$ 故ニ

$$R=\frac{a\{2\sin\phi-\cos\frac{1}{2}(\pi+\phi)\}}{8\sin\phi\cos^3\frac{1}{6}(\pi+\phi)}\quad\cdots\cdots(4)$$

又(2)及(3)ヨリ $\frac{4R\sin^2\phi}{1-4\sin^2\phi}=\frac{a}{2\sin\phi}$ 故ニ

$$R=\frac{a(1-4\sin^2\phi)}{8\sin^3\phi}\quad\cdots\cdots(5)$$

而シテ(4)及(5)ヨリ $\frac{2\sin\phi-\cos\frac{1}{2}(\pi+\phi)}{\sin\phi\cos\frac{1}{6}(\pi+\phi)}=\frac{1-4\sin^2\phi}{\sin^3\phi}$

之レヲ解キ變化數回ニシテ終ニ

$\{2\sin\phi-\cos\frac{1}{6}(\pi+\phi)\}\{\sin\phi+\cos\frac{1}{6}(\pi+\phi)\}^2=0$ 故ニ

$2\sin\phi-\cos\frac{1}{6}(\pi+\phi)=0$ ニシテ $\sin\phi=\frac{1}{2}\cos\frac{1}{6}(\pi+\phi)$

以テ(5)式ヲ變シ

$$R=\frac{a\{1-\cos^2\frac{1}{6}(\pi+\phi)\}}{\cos^3\frac{1}{6}(\pi+\phi)}=a\tan^2\frac{1}{6}(\pi+\phi)\sec\frac{1}{6}(\pi+\phi)$$

次ヲ再前圖ニ於テ $\angle A'D'F'=\phi'$ トスレハ $\angle D'A'O=2\phi'$

及 $\angle D'F'O=3\phi'$ ニシテ小轉軌線ノ中軸徑ヲ$4r$トスレハ

$\angle A'C'E=\frac{1}{2}\angle C'A'O$ 及 $\angle A'C'E+\angle C'A'O=\pi+\frac{1}{2}\phi$ ナル

故ニ $\angle A'C'E=\frac{1}{6}(2\pi+\phi)$ 及 $\angle C'A'O=\frac{1}{3}(2\pi+\phi)$

而シテ $A'C'=4r\sin^2\frac{1}{6}(2\pi+\phi)$

$$A'B=\frac{A'C'\sin A'C'B}{\sin A'BC'}=\frac{4r\sin^3\frac{1}{6}(2\pi+\phi)}{\sin\frac{1}{2}\phi}=\frac{4r\cos^3\frac{1}{6}(\pi-\phi)}{\cos\frac{1}{2}(\pi-\phi)}$$

$BO=\frac{a}{\sin\frac{1}{2}\phi}=\frac{a}{\cos\frac{1}{2}(\pi-\phi)}$ 故ニ

$$A'O=BO-A'B=\frac{a-4r\cos^3\frac{1}{6}(\pi-\phi)}{\cos\frac{1}{2}(\pi-\phi)}\quad\cdots\cdots(6)$$

是レ即チ前ノ(1)式ト全ク同シ只$\pi+\phi$ノ代リニ$\pi-\phi$ヲ有スルノミ而シテ其他A'Oノ兩價ハ前ニ得タル所ノ(2)(3)兩式ト同シ只ϕノ代リニϕ'ヲ有スルノミ故ニ

$$A'O=\frac{4r\sin^2\phi'}{1-4\sin^2\phi'}\quad\cdots\cdots(7)\qquad 又\ A'O=\frac{a}{2\sin\phi'}\quad\cdots\cdots(8)$$

此(6)(7)及(8)ノ三式ヲ用ヒ前ト同法ヲ以テ進ムトキハ終ニ

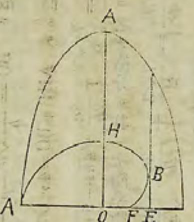
$$r=a\tan^2\frac{1}{6}(\pi-\phi)\sec\frac{1}{6}(\pi-\phi)$$

ヲ得前ニ(5)式ヲ變シテ得タル所ノRノ正價ト併セ以テ題言ニ合ス

三

第二十八號第二套ノ八

次圖A'Oハ楕圓ノ半長徑a又AOハ半短徑bニシテCEハ長徑ニ平行スル弦ノ半ナリ而シテAHBFハ其内ニ容ル丶所ノ等圓轉軌線ノ半ナリ



今AA'CEAノ截楕圓積ヲAトシAHBEAノ積ヲA'トシAA'CBHAノ黑積ヲuトスレハ

$u=A-A'$ ニシテ又 $OE=p$ トスレハ

$$A=\frac{\pi ab}{4}+\int_0^p x\,dy=\frac{\pi ab}{4}+\frac{a}{b}\int_0^p\sqrt{b^2-y^2}\,dy$$

$$=\frac{\pi ab}{4}+\frac{a}{b}\left(\frac{p}{2}\sqrt{b^2-p^2}+\frac{b^2}{2}\sin^{-1}\frac{p}{b}\right)$$

又轉軌線ノ中軸徑$4r$ニシテ其方程式 $y=2r\sin\theta(1-\cos\theta)$ $x=2r\cos\theta(1-\cos\theta)$ ヲ用ユレハ $\angle BFE=\frac{\pi}{3}$

$$A'=\int_{\frac{r}{2}}^{-4r}y\,dx=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}4r^2\sin\theta(1-\cos\theta)\sin\theta(2\cos\theta-1)\,d\theta$$

ニシテ $4r^2\int\sin^2\theta(1-\cos\theta)(2\cos\theta-1)\,d\theta$

$$=4r^2\int(2\cos^4\theta-3\cos^3\theta-\cos^2\theta+3\cos\theta-1)\,d\theta$$

$=r^2\{(2\cos^3\theta-4\cos^2\theta+\cos\theta+4)\sin\theta-3\theta\}$ 故ニ

$A'=\frac{1}{8}(15\sqrt{3}+16\pi)r^2$ ナリ而シテ

$$u=\frac{\pi ab}{4}+\frac{a}{b}\left(\frac{p}{2}\sqrt{b^2-p^2}+\frac{b^2}{2}\sin^{-1}\frac{p}{b}\right)-\frac{1}{8}(15\sqrt{3}+16\pi)r^2$$

但シ $b+p=4\frac{1}{2}r$ ナル故ニ $p=\frac{1}{2}(9r-2b)$ 故ニ

$$u=\frac{\pi ab}{4}+\frac{a}{b}\left\{\frac{1}{8}(9r-2b)\sqrt{4br-9r^2}+\frac{b^2}{2}\sin^{-1}\frac{9r-2b}{2b}\right\}$$

$-\frac{1}{8}(15\sqrt{3}+16\pi)r^2$ ナリ茲ニ於テ其最大ヲ求ムルカ爲メニ之ヲ微分シ其一次微係數ヲ零トス即チ

$$\frac{du}{dr}=\frac{a}{b}\left\{\frac{27}{8}\sqrt{4br-9r^2}-\frac{3(9r-2b)^2}{8\sqrt{4br-9r^2}}+\frac{3b^2}{2\sqrt{4br-9r^2}}\right\}$$

$-\frac{1}{4}(15\sqrt{3}+16\pi)r=0$ 故ニ

$27a(4b-9r)=b(15\sqrt{3}+16\pi)\sqrt{4br-9r^2}$ 故ニ

$(27a)^2\times 4b=\{(81a)^2+b^2(15\sqrt{3}+16\pi)^2\}r$ 故ニ

$$r=\frac{(27a)^2\times 4b}{(81a)^2+b^2(15\sqrt{3}+16\pi)^2}$$ 即チ題言ト合ス

四

同號同套ノ九

前解ノ圖ニ據リ猶 $A'O=a$ $AO=b$ $AF=4r$ $FE=\frac{r}{2}$ 及ヒ $BF=r$ ナルカ故ニ $BE=\frac{r\sqrt{3}}{2}$ 又 $OE=p$ トスレハ

ハ前解ニ同ク $p=\frac{1}{9}(9r-2b)$ 而シテ AHB ノ長ヲ s トシ轉軌線ノ方程式前ト同シケレハ $s=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$

$$=2r\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}\sqrt{(\sin 2\theta-\sin\theta)^2+(\cos\theta-\cos 2\theta)^2}\,d\theta$$

$$=4r\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi}\sin\frac{\theta}{2}\,d\theta=8r.\frac{\sqrt3}{2}=4r\sqrt3$$

又楕圓ノ方程式 $x=\frac{a}{b}\sqrt{b^2-y^2}$ ニ於テ y ニ代ユルニ p ヲ以テスレハ x ハ即チ CE ト成ル而シテ BC=CE−BE ナルカ故ニ $BC=\frac{a}{b}\sqrt{b^2-p^2}-\frac{r\sqrt3}{2}=\frac{3a}{2b}\sqrt{4br-9r^2}-\frac{r\sqrt3}{2}$

而シテ $AHB+BC=4r\sqrt3+\frac{3a}{2b}\sqrt{4br-9r^2}-\frac{r\sqrt3}{2}$

$=\frac{7r\sqrt3}{2}+\frac{3a}{2b}\sqrt{4br-9r^2}=u$ トシ其最大ヲ求ムルカ爲メニ之ヲ微分シ其一次微系數ヲ零トスレハ

$$\frac{du}{dr}=\frac{7\sqrt3}{2}+\frac{3a}{2b}\cdot\frac{2b-9r}{\sqrt{4br-9r^2}}=0$$ 故ニ

$7b\sqrt{12br-27r^2}=3a(2b-9r)$ ニシテ

$$r=\frac{2b}{9}\left\{1\pm\sqrt{1-\frac{27a^2}{27a^2+49b^2}}\right\}=\frac{2b}{9}\left\{1\pm\frac{1}{\sqrt{1+\frac{27a^2}{49b^2}}}\right\}$$

此式中複號アルハ弦長徑ノ下ニ在ルカ或ハ上ニ在ルカヲ示スナリ其故ハ此末式ヲ變スレハ $\frac{9r}{2}=b\pm\frac{b}{\sqrt{1+\frac{27a^2}{49b^2}}}=b\pm p$ トナシハナリ而シテ弦長徑ノ上ニ在ルモノハ最大ニ非サルコ勿論ナリ故ニ茲ニ於テハ正號ヲ用ユベキナリ故ニ

$$r=\frac{2b}{9}\left\{1+\frac{1}{\sqrt{1+\frac{27a^2}{49b^2}}}\right\}$$ ニシテ題言ニ合ス

然レトモ本題ニ於テハ楕圓ノ形ニ由リ轉軌線ノ周楕圓ノ周外ニ出ツルコアリ是レ本題ニ但書ノ在ル所以ナリ

案スルニ本題ニ於テハ轉軌線ノ中軸徑端ノ曲率半徑楕圓ノ短徑端ノ曲率半徑ヨリ大ナラサルヲ以テ度トスヘシ

今法ニ據テ各曲率半徑ヲ求ムルニ轉軌線ノ方ハ $\frac{8r}{3}$ トナリ楕圓ノ方ハ $\frac{a^2}{b}$ ト成ル故ニ $\frac{a^2}{b}>\frac{8r}{3}$ ニシテ即チ

$$\frac{a^2}{b}>\frac{8}{3}\cdot\frac{2}{9}b\left\{1+\frac{1}{\sqrt{1+\frac{27a^2}{49b^2}}}\right\}$$ 之ヲ解キ變化數回ニシテ後チ終ニ $a>\frac{b}{18}\sqrt{6(7\sqrt{113}-17)}$ ト成ル是レ本題ノ但書ト大ニ異ナレリ

五

同號同套ノ十四

題文ニ依テ案スルニ定楕圓ノ中心ヲ原点トシ觸点ノ縱横線ヲ h k トスレハ兩楕圓ノ各縱横徑相平行スル故ニ觸点ヨリ兩縱徑ニ至ルノ距離相等ク又兩横徑ニ至ルノ距離相等シ而シテ故ニ等楕圓中心ノ縱横線ハ $2h$ $2k$ ナリ故ニ等楕圓ノ方程式ハ

$$\frac{(x-2h)^2}{a^2}+\frac{(y-2k)^2}{b^2}=1\ \text{……(1)}$$

此式中中心ノ縱横線ハ觸点ニ由テ變シ觸点ハ定楕圓線中ノ一点ナルカ故ニ $\frac{h^2}{a^2}+\frac{k^2}{b^2}=1$ ……(2)

今此兩式ニ於テ h ト k トヲ兩變數トシ其他ヲ定數ト考ヘ微分スレハ $\frac{dk}{dh}=-\frac{b^2(x-2h)}{a^2(y-2k)}$ 及ヒ $\frac{dk}{dh}=-\frac{b^2h}{a^2k}$ 故ニ

$\frac{x-2h}{y-2k}=\frac{h}{k}$ 故ニ $kx=hy$ 之レト(2)式トヲ據テ

$h=\frac{x}{\sqrt{\frac{y^2}{b^2}+\frac{x^2}{a^2}}}$ 及ヒ $k=\frac{y}{\sqrt{\frac{y^2}{b^2}+\frac{x^2}{a^2}}}$ 以テ(1)式ヲ解ケバ

$$\frac{x^2}{a^2}\left(1-\frac{2}{\sqrt{\frac{y^2}{b^2}+\frac{x^2}{a^2}}}\right)^2+\frac{y^2}{b^2}\left(1-\frac{2}{\sqrt{\frac{y^2}{b^2}+\frac{x^2}{a^2}}}\right)^2=1$$

故ニ $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)\left(1-\frac{2}{\sqrt{\frac{y^2}{b^2}+\frac{x^2}{a^2}}}\right)^2=1$ 即チ $\left(\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}}-2\right)^2=1$ 故ニ $\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}}-2=\pm1$ ニシテ

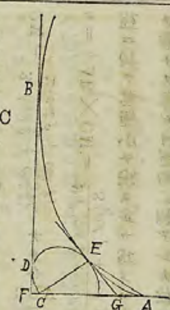
$\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}}=3$ or 1. ナリ

此方程式ノ根第一ヲ用ユレハ得ル所ノ方程式ハ即チ等楕圓ノ外方ニ成レル交跡線ニシテ本題求ムル所又第二根ハ其内方ニ成レル交跡線ニシテ即チ原楕圓ト成ルナリ故ニ第一根ヲ用ヒ之レヲ變化シテ $\frac{x^2}{(3a)^2}+\frac{y^2}{(3b)^2}=1$ ヲ得故ニ此交跡線ハ亦楕圓ニシテ長短兩半徑前ニ三倍スルモノナリ

六

第二十九号第二套ノ六

次圖 BF ヲ一直線トシ AEB ヲ大轉軌線トシ CDE ヲ小轉軌線トスレハ AF ハ公軸線ナリ今大轉軌線ノ中軸徑ヲ 4R トシ小轉軌線ノ中軸徑ヲ $4r$ トスレハ $AC=AF-CF=\frac{R-r}{2}$ 又 EAF 角ヲ θ トシ ECF 角ヲ θ' トシ公觸線ト公軸線トニテ成セル角 EGC ヲ ϕ トスレハ $\theta=\frac{1}{3}\phi$ 及ヒ $\theta'=\frac{1}{3}(\pi+\phi)$ ナリ而シテ AEC ノ三角形ヨリ左ノ二式ヲ得



$$AC=\frac{AE\sin AEC}{\sin ACE}=\frac{2R(1-\cos\frac{1}{3}\phi)\sin\frac{1}{3}\pi}{\sin\frac{1}{3}(\pi+\phi)}=\frac{R-r}{2}\ \text{...(1)}$$

$$AC=\frac{CE\sin AEC}{\sin EAC}=\frac{2r\{1-\cos\frac{1}{3}(\pi+\phi)\}\sin\frac{1}{3}\pi}{\sin\frac{1}{3}\phi}=\frac{R-r}{2}\ \text{(2)}$$

(1)ヨリ $\frac{8R\sqrt3}{R-r}=(\sqrt3.\cot\frac{1}{3}\phi+1)(\cot\frac{1}{3}\phi-\sqrt3)$

$$=\sqrt3.\cot^2\frac{1}{3}\phi-2\cot\frac{1}{3}\phi-\sqrt3\ \text{……(3)}$$

(2)ヨリ $\frac{2(R-r)}{r\sqrt3}=(\sqrt3.\cot\frac{1}{3}\phi+1)(\sqrt3+\tan\frac{1}{3}\phi)$

$$=3\cot\frac{1}{3}\phi+2\sqrt3+\tan\frac{1}{3}\phi\ \text{……(4)}$$

(3)式ニ $\sqrt3.\tan\frac{1}{3}\phi$ ヲ乘シ(4)式ト相減スレハ

$\frac{2(R-r)}{r\sqrt3}-\frac{24R}{R-r}\tan\frac{1}{3}\phi=4\sqrt3+4\tan\frac{1}{3}\phi$ 故ニ

$\tan\frac{1}{3}\phi=\frac{(R-r)(R-7r)}{2\sqrt3.r(7R-r)}$ 及ヒ $\cot\frac{1}{3}\phi=\frac{2\sqrt3.r(7R-r)}{(R-r)(R-7r)}$

以テ(4)式ヲ變スレハ

$$\frac{2(R-r)}{r\sqrt3}=\frac{6\sqrt3.r(7R-r)}{(R-r)(R-7r)}+2\sqrt3+\frac{(R-r)(R-7r)}{2\sqrt3.r(7R-r)}$$

之レヲ解キ分母ヲ去リ同類ノ項ヲ合セ而シテ過乘數ヲ省ケハ

$$R^4-12R^3r-26R^2r^2-12Rr^3+r^4=0$$ 即チ

$$\frac{R^2}{r^2}+\frac{r^2}{R^2}-12\left(\frac{R}{r}+\frac{r}{R}\right)-26=0$$ 故ニ

$\frac{R^2}{r^2}+\frac{r^2}{R^2}=14$ 他ノ一根ハ負号ニシテ用ユヘカラス而シテ故ニ $\left(\frac{R}{r}\right)^2-14\left(\frac{R}{r}\right)+1=0$ 故ニ $\frac{R}{r}=7\pm4\sqrt{3}$

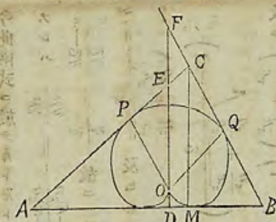
此式左邊ハ必ス一ヨリ大ナルヘシ故ニ右邊ノ複号ハ正ヲ用ヒサル可ラス故ニ

$$\frac{R}{r}=\frac{7+4\sqrt{3}}{1}=\frac{1}{7-4\sqrt{3}}$$

ニシテ即チ本題並ニ其次号正誤ノ言ニ合ス

七

同号同套ノ七



次圖ABCヲ三角形トシOPQヲ形内ノ轉軌線トス今Oヲ經過シ中軸徑ヲ作リ伸シテ三角形ノ三邊トD E及Fニ交ラシメ又二邊ト轉軌線トノ觸点ニOP及OQヲ引キ∠DOP$=\theta$及∠DOQ$=\theta'$トシ又∠CAB$=\varphi$及∠ABC$=\psi$トスレハ $\theta=\pi-\frac{3}{2}\varphi$ 及 $\theta'=\pi-\frac{3}{2}\psi$ ナリ而シテ轉軌線ノ中軸徑ヲ$4a$トスレハ

$$EO=\frac{OP\sin EOP}{\sin PEO}=\frac{2a(1-\cos\theta)\sin\frac{\varphi}{2}}{\cos\varphi}=\frac{4a\cos^3\frac{\varphi}{2}}{\cos\varphi}$$

又DO $=\frac{1}{2}a$ 故ニ

$$DE=\frac{1}{2}a+\frac{4a\cos^3\frac{\varphi}{2}}{\cos\varphi}=\frac{a(\cos\varphi+8\cos^3\frac{\varphi}{2})}{2\cos\varphi}$$

$$=\frac{3a\cos\frac{\varphi}{2}(3-4\sin^2\frac{\varphi}{2})}{2\cos\varphi}=\frac{3a}{2}\cot\frac{\varphi}{2}\tan\varphi$$

同法ヲ以テ $DF=\frac{3a}{2}(\cot\frac{\psi}{2}\tan\psi)$

又 $AB=AD+DB=DE\cot\varphi+DF\cot\psi$

$$=\frac{3a}{2}\left(\cot\frac{\varphi}{2}+\cot\frac{\psi}{2}\right)\text{..........(1)}$$

又三角形ノ高CMヲ求ムルカ為メニAC BC二邊ノ直線式ヲ作ル但シDヲ原点トシ直角縦横軸ヲ用フ

ACノ方程式 $y\cot\varphi-x=\frac{3a}{2}\cot\frac{\varphi}{2}$

BCノ方程式 $y\cot\psi+x=\frac{3a}{2}\cot\frac{\psi}{2}$

此両式ニ於テxノ價相同シキトキソノ價ハ即チCMナリ故ニ

$(\cot\varphi+\cot\psi)y=\frac{3a}{2}\left(\cot\frac{\varphi}{2}+\cot\frac{\psi}{2}\right)$ ニシテ

$CM=\frac{3a(\cot\frac{\varphi}{2}+\cot\frac{\psi}{2})}{2(\cot\varphi+\cot\psi)}$ ナリ今ABC三角形ノ積ヲuトスレハ

$$u=\frac{1}{2}AB\times CM=\frac{9a^2(\cot\frac{\varphi}{2}+\cot\frac{\psi}{2})^2}{8(\cot\varphi+\cot\psi)}\text{..........(2)}$$

茲ニ於テ其極小ヲ求ムルカ為メニ之レヲ微分シ其一次微系數ヲ零トス但シ自變數二個アルカ故ニ先ツφヲ變數トシψヲ定

數トス $\frac{du}{d\varphi}=\frac{9a^2}{8}\times$

$$\frac{-\frac{1}{2}(\cot\frac{\varphi}{2}+\cot\frac{\psi}{2})(\cot\varphi+\cot\psi)\csc^2\frac{\varphi}{2}+(\cot\frac{\varphi}{2}+\cot\frac{\psi}{2})^2\csc^2\varphi}{(\cot\varphi+\cot\psi)^2}=0$$

即チ $2(\cot\varphi+\cot\psi)\csc^2\frac{\varphi}{2}=3\left(\cot\frac{\varphi}{2}+\cot\frac{\psi}{2}\right)\csc^2\varphi$ ....(3)

次ニψヲ變數トシφヲ定數トシテ同法ヲ行ヘハ

$2(\cot\varphi+\cot\psi)\csc^2\frac{\psi}{2}=3\left(\cot\frac{\varphi}{2}+\cot\frac{\psi}{2}\right)\csc^2\psi$ ....(4)

(3)(4)両式相除シテ $\frac{\csc^2\frac{\varphi}{2}}{\csc^2\frac{\psi}{2}}=\frac{\csc^2\varphi}{\csc^2\psi}$

之レヲ解キ變化スレハ $\sin\frac{\varphi}{2}=\sin\frac{\psi}{2}$ 故ニ $\varphi=\psi$ ナリ

茲ニ於テ該三角形ハ二等邊ナルコトヲ知ル故ニ(2)式變シ

$u=\frac{9a^2\cot^2\frac{\varphi}{2}}{4\cot\varphi}$ ト成ル再ヒ之レヲ微分シ前同法ヲ行ヘハ

$$\frac{du}{d\varphi}=\frac{9a^2}{4}\times\frac{-\frac{1}{2}\cot\frac{\varphi}{2}\csc^2\frac{\varphi}{2}+\cot^2\frac{\varphi}{2}\csc^2\varphi}{\cot^2\varphi}=0$$

故ニ $2\cot\varphi\csc^2\frac{\varphi}{2}=3\cot\frac{\varphi}{2}\csc^2\varphi$

即チ $3\cot^4\frac{\varphi}{2}-26\cot^2\frac{\varphi}{2}+3=0$

故ニ $\cot\frac{\varphi}{2}=\frac{1}{3}(2\sqrt{6}+\sqrt{15})$ 以テ(1)式ヲ變スレハ

$AB=a(2\sqrt{6}+\sqrt{15})$ ヲ得即チ題言ニ合ス

八

第三十号第二套ノ二

尖頭ヲ原点トセル尖圓ノ式ハ $y=\frac{bx}{a^2}(2ax-x^2)^{\frac{1}{2}}$ ニシテ

尖頭ヨリ重心ニ至ルノ距離ヲ$\bar{x}$トスレハ半尖圓体ナルカ故ニ

$$\bar{x}=\frac{\pi\int_0^a xy^2dx}{\pi\int_0^a y^2dx}=\frac{7}{9}a$$ ナリ

今短徑ノ水平面ニ傾ク角ハ垂線ト長徑トノ交角ニ等シ之レヲθトス $\tan\theta=\frac{b}{a-\bar{x}}=\frac{9b}{2a}$ 故ニ

$\theta=\tan^{-1}\frac{9b}{2a}$ ナリ

九

同号同套ノ四

Aヲ一轉軌線ノ凹點トシBヲ轉軌線ト圓トノ觸點トシCヲ兩轉軌線ノ相觸点トシOヲ圓ノ中心トス然ルトキ∠BAO$=\theta$トスレハ∠ABO$=\frac{1}{2}(\pi+\theta)$及∠AOB$=\frac{1}{2}(\pi-3\theta)$又∠CAO$=\theta'$トスレハ$\theta'+\frac{\theta'}{2}=\frac{2\pi}{3}$ナル故ニ$\theta'=\frac{4\pi}{9}$ナリ

今轉軌線ノ中軸徑$4r$及圓ノ半徑Rヲ用ヒABO及ACOノ兩三角形ヨリAOノ三價ヲ得ル

$$AO=\frac{AB\sin ABO}{\sin AOB}=\frac{4r\sin^3\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{\cos^3\frac{\theta}{2}}\text{..........(1)}$$

$$AO=\frac{BO\sin ABO}{\sin BAO}=\frac{R\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\theta}\text{..........(2)}$$

$$AO=\frac{AC\sin ACO}{\sin AOC}=\frac{4r\sin^3\frac{2}{9}\pi}{\sin\frac{\pi}{3}}\text{..........(3)}$$

第一第二價チ以テ $R=\frac{8r\sin^3\frac{\rho}{2}}{1-4\sin^2\frac{\rho}{2}}$ ……(4)

第二第三價ヲ以テ $R=\frac{8r\sin^3\frac{2\pi}{9}\sin\frac{\rho}{2}}{\sin\frac{\pi}{3}}$ ……(5)

茲ニ於テ $\frac{2\sin^3\frac{2\pi}{9}}{\sin\frac{\pi}{3}}=A$ ト定ムレハ (5)式ヨリ

$2\sin\frac{\rho}{2}=\frac{R}{2rA}$ 以テ (4)式ヲ變スレハ

$R\left(1-\frac{R^2}{4r^2A^2}\right)=\frac{rR^3}{8r^3A^3}$ 故ニ $R=\frac{2rA\sqrt{2A}}{\sqrt{1+2A}}$ ニシテ

$A=2\sin^3\frac{2\pi}{9}\operatorname{cosec}\frac{\pi}{3}$ ナリ

解者案ルニ(5)式ニ於テAト定ムルノ際若シ其二倍ヲAトセシナラハRノ答式ニ於テ分母子中三個ノ2ヲ削去スルヲ得ヘシ又若シ之レチAトスルノ代リニ $\tan^2\frac{\pi}{9}$ トセシナラハ又分母子ノ根号チモ削去スルチ得ルノミナラス其答商チシテ分數タラザラシムルチ得ヘシ

十

第三十一号第二套ノ五

次圖ABCチ等邊三角形トシAGヲ至極ノ弧線トシOヲ其中心トシE及Fヲ等圓ノ中心トス然ルキ極圓ノ中心Oハ必スABノ垂線AOノ上ニ在ルヘキカ故ニ $\angle DAO=\frac{\pi}{3}$ ナリ今三角形ノ高ADチhトシ極圓ノ半徑ヲRトシ等圓半徑ヲrトシ等圓ノ中心ヨリ頂点ニ至ルノ距AE或AFチyトシ該直線ト高トニテ爲セル角チθトシスレハAEO及AFOノ兩三角形ニ於テ左ノ二式チ得

$(R+x)^2=y^2+R^2-2Ry\cos\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)$

$(R-x)^2=y^2+R^2-2Ry\cos\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)$ ……(1)

此兩式相減シ變化スレハ $x=y\sin\frac{\pi}{3}\sin\theta$ ……(2)

又AEH AEKノ三角形ニ於テ $h-x=y\sin\left(\frac{1}{2}\pi-\theta\right)=y\cos\theta$ ……(3)

(1)(2)ノ兩式ヨリ $\frac{x}{h-x}=\sin\frac{\pi}{3}\tan\theta$ ……(4)

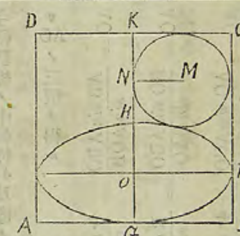
又(1)(3)ノ兩式ヨリ $\tan\theta=\frac{1}{2}\cot\frac{\pi}{3}$ 以テ(4)式ヲ變スレハ

$\frac{x}{h-x}=\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{4}$ 故ニ $x=\frac{1}{5}h$

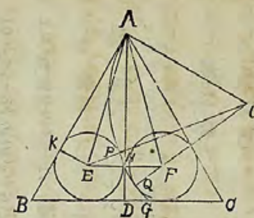
即チ本題ノ言ニ合ス

十一

同号同套ノ六



次圖ABCDハ方形Oハ楕圓ノ中心Mハ等圓ノ中心ナリOチ原点トスレハ楕圓ノ方程式ハ $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ……(1) 又 $ON=p$ トスレハ等圓ノ方程式ハ $(y-p)^2=2rx-x^2$ ……(2) 而シテ楕圓ト等圓ト相觸ルヽ故ニ兩曲線ニ必ス一ノ公切線アルヘシ



故ニ兩方程式ノ一次微係數相等シ即チ $\frac{b^2x}{a^2y}=\frac{x-r}{y-p}$ ……(3)

此式左右各自乘シ(1)(2)兩式ヲ以テyチ消去シ $2r=a$ ナル故ニ之レチ變シ過乘ヲ省キ解キテxノ指數ニ從テ括レハ

$4(a^2-b^2)x^3-3a^4x+a^5=0$ ……(4)

又(1)(3)兩式ヲ以テyヲ消去シ $p=2a-b-r$ ナル故ニ之レヲ變シ又rヲ解キxノ指數ニ從テ括レハ

$4(a^2-b^2)^2x^4-4a^3(a^2-b^2)x^3-a^3(3a^3-17ab^2+12b^3)x^2$
$+4a^5(a^2-b^2)x-a^8=0$ ……(5)

(4)(5)ノ兩式ヲ以テxノ大指數ナル方ヨリ逐次消去スレハ終ニ

$x=\frac{3a^2}{2(7a-6b)}$ ト成ル以テ(4)式ノxチ解ケハ

$\frac{4(a^2-b^2)\times27a^6}{8(7a-6b)^3}-\frac{3a^4\times3a^2}{2(7a-6b)}+a^5=0$ 即チ

$\left(\frac{b}{a}\right)^3-\frac{43}{16}\left(\frac{b}{a}\right)^2+\frac{7}{3}\left(\frac{b}{a}\right)-\frac{17}{27}=0$

三次方程式ノ解法ニ從テ $\frac{b}{a}=t+\frac{43}{48}$ トスレハ

$t^3-\frac{19}{2^8}t+\frac{1261}{2^{11}3^3}=0$ 故ニ $t=$

$\left\{-\frac{1261}{2^{12}3^3}+\sqrt{\frac{(1261)^2}{2^{24}3^6}-\frac{(19)^3}{2^{24}3^3}}\right\}^{\frac{1}{3}}+\left\{-\frac{1261}{2^{12}3^3}-\sqrt{\frac{(1261)^2}{2^{24}3^6}-\frac{(19)^3}{2^{24}3^3}}\right\}^{\frac{1}{3}}$

$=-\frac{(1261)^{\frac{1}{3}}}{2^4 3}\left\{\left(1-\sqrt{1-\frac{(57)^3}{(1261)^2}}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(1+\sqrt{1-\frac{(57)^3}{(1261)^2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right\}$

茲ニ於テ $\frac{(57)^3}{(1261)^2}=\cos^2 z$ ……(6) ト定ムレハ

$t=-\frac{\sqrt{57}}{48\sqrt[3]{\cos z}}\left\{(1-\sin z)^{\frac{1}{3}}+(1+\sin z)^{\frac{1}{3}}\right\}$

$=-\frac{\sqrt{57}}{48}\sqrt[3]{\frac{1+\sin z}{\cos z}}\left\{\sqrt[3]{\frac{1-\sin z}{1+\sin z}}+1\right\}$

$=-\frac{\sqrt{57}}{48}\sqrt[3]{\cot\left(45^\circ-\frac{z}{2}\right)}\left\{\sqrt[3]{\tan^2\left(45^\circ-\frac{z}{2}\right)}+1\right\}$

茲ニ於テ又 $\sqrt[3]{\tan\left(45^\circ-\frac{z}{2}\right)}=\tan u$ ……(7) ト定ムレハ

$t=-\frac{\sqrt{57}}{48}\cot u\sec^2 u=-\frac{\sqrt{57}}{48}\times2\operatorname{cosec}2u$

而シテ $b=a\left(t+\frac{43}{48}\right)=\frac{a}{48}(43-2\sqrt{57}\operatorname{cosec}2u)$

是レ楕圓ノ半短徑ニシテ長徑ヲ2aトセシモノナリ然レハ則チ若シaヲ以テ長徑トセシナラハ從テbモ亦短徑ト成ルヘシ故ニ此最末式ハ即チ短徑ニシテ(6)及(7)ノ兩式ト共ニ本題ノ答式ナリ

十二

同号同套ノ七

前解ノ圖ニ於テABCDヲ直形トシ二等圓チP圓トシ其一ト楕圓トノ觸点チPトシ猶此点ニ於テ觸レ且ツ楕圓形內ニ容ルヽ所ノ

Q圓ノ中心ヲQトス然ルキ此Q點ハ必ス楕圓長徑ノ上ニ在ルヘシ而シテ $OQ=q$ トス

今本題ハ前ノ第六題ト大ニ類似シタルヲ以テ前解ニ同ク楕圓ノ中心ヲ原點トシ又其(1)及(4)式ヲ用フ即チ

$$\frac{y^2}{b^2}+\frac{x^2}{a^2}=1 \quad\cdots\cdots(1) \qquad 4(a^2-b^2)x^3-3a^4x+a^6=0 \quad\cdots\cdots(2)$$

又Q圓ノ方程式ハ $y^2+(x-q)^2=r^2$ ……(3)

楕圓トQ圓ト相觸ル、故ニ(1)(3)兩式ニ因リ

$\frac{b^2x}{a^2y}=\frac{x-q}{y}$ $\therefore x-q=\frac{b^2x}{a^2}$ 以テ(3)式ヲ變シ又(1)式ヲ以テ

yヲ消去スレハ $\frac{b^2}{a^2}(a^2-x^2)+\frac{b^4x^2}{a^4}=r^2$ 即チ

$$b^2(a^2-b^2)x^2-a^4(b^2-r^2)=0 \quad\cdots\cdots(4)$$

(2)(4)兩式ヲ以テxヲ其高指數ノ方ヨリ逐次消去スレハ終ニ

$b^2(a^2-b^2)-a^2(b^2-r^2)(4r^2-b^2)^2=0$ 解キテ轉置スレハ

$16a^2r^6-24a^2b^2r^4+9a^2b^4r^2=b^6$ 左右平方ニ開ケハ

$4ar^3-3ab^2r=b^3$ 即チ $4\left(\frac{r}{b}\right)^3-3\left(\frac{r}{b}\right)=\frac{b}{a}$ 故ニ

$\frac{b}{a}=\cos z$ トスレハ $\frac{r}{b}=\cos\frac{z}{3}$ 故ニ $r=b\cos\frac{z}{3}$

ニシテ $\cos z=\frac{b}{a}$ 即チ答式ニ合ス

第二套

問題

英國大學校試驗問題

一

其和nナル兩數ノ稍差中數(ハーモニカルミーン)ノ総和ハ $\frac{1}{3}(n^2-1)$ ナリ其証如何

二　仝

四邊形内ニ圓ヲ容ル、キ四邊累乘ノ第四乘根ハ四邊形ノ半周ト容圓半徑トノ比例中數ナリト云フ其証如何

三　仝

若シ $\tan x=a_1x+a_3x^3+a_5x^5+\cdots\cdots$ ナルキハ

次ノ兩式ヲ得ルノ証ヲ問フ

$$\cot x=\frac{1}{x}-\frac{a_1}{2^2-1}x-\frac{a_3}{2^4-1}x^3-\frac{a_5}{2^6-1}x^5-\cdots\cdots$$

$$\operatorname{cosec} x=\frac{1}{x}+\frac{2-1}{2^2-1}\frac{a_1}{2}x+\frac{2^3-1}{2^4-1}\frac{a_3}{2^3}x^3+\frac{2^5-1}{2^6-1}\frac{a_5}{2^5}x^5+\cdots$$

四　仝

楕圓ノ中心ヲCトシ周中ノ一点Pニ於ケル曲率半徑ノ端ヲOトシ此線ト横軸トノ交点ヲGトス然ルキCOGノ三角形ヲシテ最大ナラシムヘキP点ノ位置ヲ問フ

五　仝

曲線アリ其P点ノ法線Gニ於テ横軸ニ會ス而シテPGノ中点ノ蹤跡ハ $y^2=lx$ ヲ式トセル拋物線ナリト云フ今若シ此原曲線原点ヲ通過スルモノトセハ原曲線ノ式如何

第三套

譯語會紀事

十一月四日第二十譯語會ヲ開ク出席議員左ノ如シ

一番　岡本　則錄　二番　中川　將行　四番　眞野　肇
八番　菊池　大麓　十三番　三輪　桓一郎　十五番　川北朝鄰
十六番　關谷　清景　十八番　荒川重平　二十番　長澤龜之助
廿六番　菊池錄吉郎　廿七番　向井嘉一郎　廿八番　北條時敬
草案者平岡　道生

岡本則錄當撰ヲ以テ議長ノ席ニ就ク

議長ハ前會未決ノ譯語(67)ヨリ議定スヘキ旨ヲ述フ

草案者(平岡)曰ク原案ノ譯等比トアレトモ草案者自ラモ適等ナル譯語ト認メタルニハ非ス畢竟止ムヲ得スシテ下セル譯ナリサレハ草案者ハ尚ホ一個ノ譯ヲ下シ以テ諸君ノ參考ニ供セントス(65)(66)ノ譯語既ニ優劣ノ二字ヲ配セリ故ニ此ニハ優劣ナキノ意義アル文字ヲ下サンコト必要ナリ支那書此等ノ處ニ於テ往々平。ノ字ヲ用ウル者ヲ見受タリ故ニ少シク語路ハ悪シケレドモ平比トセハ意義穏當ナランカ○(八番菊池)曰ク對ノ字ニ優劣ナキノ意義アリト聞ク宜ク對比トスヘシ○(廿七番向井)曰ク前會ニ欠席シタルヲ以テ其議論ヲ詳ニセサレトモ此ハ相等シキ數ヲ以テ作レル比ナレハ等比即チ原案ニテ不可ナルコナシト考フ不可ナル所アラハ請フ其理由ヲ説明アランコヲ○(八番菊池)前會ノ要領ヲ述ヘテ曰ク等比ト云ヘハ等シキ比ト云フ意ニナリテ二比相等シキ義ヲ顯スコトナランカ相等シキ數ヲ以テ作レル比ト云フ意義ハ等比ニテハ聞エス○(二番中川)曰ク菊池君ノ對比モヨカラン對ハ對當ノ對ナレハナリ然レドモ本員ハ既ニ前會ニ於テ之ヲ敵比トセハ可ナラント發議シタリシハ敵ニ優劣ナキノ意義アレハナリ尚ホ考フルニ敵、對、當ノ三字皆優劣ナキノ意義アル文字ナレハ何レヲ取ルモヨシト考フ但シ當比ハ等比ト字音マキラハシケレハ對敵ノ中ヲ用ヰハ可ナランカ○(十八番荒川)曰ク中川菊池二君ノ説ニヨリテ考レハ當ノ字ヲヨシトス但シ字音上ヨリ起ル差支ハG.P.(Common ratio ノ譯語等比ノミ然レトモ是レハ等比ヨリモ寧ロ通比ト譯シタル方適當ナルヘシ故ニ彼レヲ通比トシ此レヲ當比トセハ双方穏當ナルヘシ○(八番菊池)曰ク等比ニテハCo. r.ニ差支アルノミナラス尚ホ相等シキ比ト去ッ意義ニナリテ不都合ナリ對比トスルニ如カス○(廿七番向井)曰ク此處Proportionノ如ク相等シキ比ヲ以テ組立ル等ノコニ關係ナケレハ等比ト譯シタリトモ相等シキ比ノ意ニハ聞エス益原案ヲ可トス○(十八番荒川)向井君ノ説判然セス蓋シ未タ前會ノ議論ヲ詳ニセサル者ナランカト曰テ更ニ等比トスヘカラサル理由ヲ述ヘ且ツ菊

池ノ說ヲ駁シテ曰ク本員ガ「トーヒ」ト云ヒシハ等比ニアラス當比ナリ對ノ字一字孤用シテハ對當ノ意義ヨリハ寧ロ二數相對シ向ヒ合フノ意義トナラン本員ハ益當比ノ可ナルヲ信ス○(一番岡本)議員席ニ就キテ曰ク對比當比等皆弊アリ之ヲ均比トセハ如何優比劣比モ諸君ノ如クニ論セハ尙ホ其意義穩當ナラス何ソ獨リ等比ノミナランヤ均ノ字等ト意義稍同クシテ音異ナリ宜ク均比ト譯スヘシ○(廿七番向井)岡本ヲ贊成ス ○(十八番荒川)曰ク「ヒトシ」ト云フ語ヲ用ウルノ不都合ナルヿハ前會既ニ諸君ノ認ムル所ナリ今其音異ナリト云フトモ安ソ之ヲ用ウルヿヲ得ン○(一番岡本)曰ク大小二比アル乍大ヲ優比小ヲ劣比ト云ハヽ云フヘシ然レハ等比ニ弊アリトテ之ヲ何ト改稱ストモ到底相等シキ二比ノ意義ヲ遁クルヿ難カルヘシ但暫ク其字音ヲ異ニセハ可ナランノミ○(十六番關谷)曰ク原案ヲ可トス等ノ字比例ニ於テハ之ヲ働詞トシテ用ウルナリ此即チ比ニ於テハ之ヲ名詞トシテ用ウ字同シト雖モ働名其用ヲ殊ニシ區別判然タリ原案何ノ不可カアラン○(十八番荒川)曰ク岡本君ノ說尤ナリ優劣固ヨリ其意義適當シタリト云フニ非ス大小ノ字ニ代フルニ優劣ヲ以テシタルハ誠ニ止ムヲ得サルニ出テタルナリ然レトモ今優劣ナキノ意義アル字ヲ撰マントスルニ當リテ均ノ字ヲ取ラハ等ト異ナル所ナク優劣ノ二字ヲ下シタル苦心モ詮ナキヿトナラン請フ少ク此ニ注意アリタシ○(十六番關谷)曰ク若シ强テ其弊ナカランヿヲ欲セハ更ニ一ノ字ヲ加ヘテ等一比トセハ可ナリ前ノ優劣亦皆一ヲ加フヘクンハ加フルモ差支ナシソハ兎モ角モ此ニ一ノ字ヲ加フレハ其意義判然タリト考フ○(四番眞野)等一比モ苦シキ樣ナリ相當比トセハ如何○(八番菊地)相等トスルモ其弊同シ又關谷君ノ名詞働詞ノ說一應ハ尤ナリ左レトモ之ヲ以テ其區別判然セリトモ云フヘカラス況ンヤ時トシテハ名働ノ別ナシトモ期スヘカラサルヲヤ成ルヘクハ差支ナキヲ取ル方然ルヘシ對當敵ノ類皆大差ナシ宜ク其一ヲ取ルヘシ然レトモ本員ハ對ノ字弊尤モ少シト考フ○(四番眞野)曰ク菊池君ハ本員ノ說ヲ相等比トナシテ難セラレタレトモ本員ノ「サウトウ」ハ相等ニ非ス相當ナリ○(十八番荒川)曰ク議論到底盡クヘカラス投票セハ如何○(廿七番向井)曰ク今初テ等比ノ非ナルヿヲ解セリ宜ク差支ナキ字ヲ撰フヘシ○(四番眞野)曰ク前ノ優比劣比ヲ改ムヘカラストスルモ此ハ相當比等一比ノ中ニ定メタシ前ノハ二字此ハ三字少ク齊整ナラサル所アレトモ實ニ止ムヲ得サルモノアレハナリ○(四番眞野)更ニ起立シテ曰ク本日會員ノ出席多カラス且ツ議論多岐ニ渡リ決セス請フ之ヲ次會ニ於テ再議セン○全會眞野ニ一致乃チ次會ニ於テ再議スルニ決ス

(78) Variation　齊變

草案者曰ク本員ノ此譯語ハ餘程苦心シテ下セルモノナリ然レトモ遂ニ穩當ナルヿヲ得サリキ諸君願クハ十分ニ討議セラレンヿヲ○(十八番荒川)曰ク齊ハ Directly ト云フ語ヲ譯セシ者カ○(草案者)曰ク然リ○(八番菊池)曰ク變法ニテ可ナリ但少ク弊アレトモ仕方ナシ○(二番中川)曰ク變法ト云テハ論者自ラモ云ハルヽカ如ク弊ナキヲ得ス變數トセハ如何余嘗テ變數ノ譯語ヲ見タリ蓋シ其行ハルヽヿ久シト考フ若シ Variable ト抵觸スルノ恐アラハ更ニ法ノ字ヲ添ヘテ變數法トスヘシ○(四番眞野)變數法ヲ可トス○(十三番三輪)曰ク變遷法トセハ如何○(十八番荒川)變數法ヲ可トス○(廿六番菊池)同意ス○(十六番關谷)曰ク對シ變スルノ意義アレハ對變法トセハ如何○(四番眞野)曰ク字義ハ可ナラン字音ノ可ナラサルヲ如何變數法ニ如カス○議長說ノ盡クルヲ見テ變數法ニ同意者ヲ起立セシム多數乃チ變數法ニ決ス

(79) Sign of Variation　齊變號

(八番菊池)曰ク變號ト改ムヘシ○(十八番荒川)(一番岡本)其他續々贊成○變號ニ決ス

(80) Commensurable Quantity　通度數

(二番中川)曰ク通度スヘキ數ト云フ意義アル語ナレハ可通度數ト譯スレハ完全ナルヘケレトモ餘リニ長文句トナレハ通ノ字ヲ省略シテ可度數トセハ如何○(八番菊池)曰ク通度數即チ原案ヲ可トス通ノ字ヲ略スルカ如キハ尤不可ナリ大切ノ文字ナリ○(二番中川)曰ク通度數ト云ヘハ通シテ度ル數ト云フ意義ニナリテ原語ト其意反セリ原語ハ通シテ度ルヿノ出來ル數ト云フ意義ナリ例ヘハ a b ヲ c ニテ通度スルカ如キ c ハ通度數ニシテ a b ハ共ニ c ヲ以テ度ルヿノ出來ル數卽チ通度スヘキ數ナルニ非スヤ故ニ通度數ト可度數トハ自他ノ別アリ但通ノ字ノ大切ナルヿハ本員モ知レリ然レトモ次ノ(81)ノ如キ之ヲ不可通度數ト云ハンニハ餘リニ長キ樣ナレハ止ムヿヲ得ス之ヲ略セント云ヒシナリ○(四番眞野)曰ク兩君互ニ相駁スレトモ此論際限ナカルヘシ如何トナレハ各弊ヲ免レス如カス長文句ナリトモ完全ナル譯語ヲ取ランニハ因テ本員ハ可通度數トセンヿヲ欲ス○(十八番荒川)(二番中川)贊成○議長可通度數並ニ原案ニ同意者ヲ起立セシム可通度數多數ヲ得テ之ニ決ス

81) Incommensurable Quantity　不通度數

異議ナク不可通度數ニ決ス

時既ニ晡ナリ會員或ハ事アルヲ以テ去ル議長乃チ散會ヲ命ス

本日筆記者出席セス故ニ生議席ニアリテ且ツ論シ且ツ記ス遺漏誤脫盖少ナカラス諸君幸ニ恕スル所アレ　中川將行

追加社告

本會入社

藤澤利喜太郎　田中正平　北條時敏　福田半

右常員

絨原太郎　杉浦忠昌　脇山百松　安井章八

本木常次郎　塚原邦太郎

右別員

本會退社

元良勇次郎　金木十一郎　福田理軒

○

來十六年一月發會ハ第二土曜日乃十三日ト相定候間此段御報知候也

十五年十二月　　事務委員

○

本會社則改正ニ付御問合ノ向不少右ハ一々御荅申上候得共尚改テ左ニ報告致候

一　別員タラント欲スル諸君ハ入社ノ日ヨリ向六ケ月分ノ會費御送附有之候ハヽ領収證及ヒ社員證ヲ交附スベシ但シ其月ヨリ雜誌配冊スベシ別ニ郵税ハ要セス

○本紙正誤

第八葉ノ圖ト第九葉ノ圖ト位置相違ヘリ乞フ讀者前後ヲ合セ看ラレンコヲ

總理　伊藤直温
編輯　菊地鍬吉郎
印刷　中村義方

賣捌所
東京芝區柴井町　松井忠兵衛
同日本橋區本町三丁目　清水卯三郎
大坂備後町四丁目　梅原龜七

定價拾錢

驛遞局認可
明治十六年一月刊行
明治十六年三月三日發兌

東京數學會社雜誌

第五拾五號

東京數學會社

目錄

一　本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ

一　本号諸套ニ掲クル條件ハ社員ヨリ寛輯スル所ニシテ姓名ハ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ記セサルモノハ編者ノ稿ナリ

一　本号ニ記スル問題ノ答式ハ必ス次号ニ記ス又解義ハ投書ニ從テ登錄スヘシ

一　社外ト雖投書スルヲ得然レモ變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ登錄セス

一　凡ソ掲載セル問題論說解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ

一　改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス

一　集會ハ毎月第一土曜日午后一時ヨリ東京大學ニ於テス

一　入社セント欲スルモノハ社則ニ從フヘシ

明治十六年二月　東京數學會社

套外

明治十六年一月中毎日平均風雨鍼寒暑鍼海軍觀象臺實驗

日次	風雨鍼	寒暑鍼	日次	風雨鍼	寒暑鍼
一日	二十九、七三二	四三、六	十七日	二十九、七五六	四一、二
二日	二十九、八九四	三八、二	十八日	二十九、七二六	三三、五
三日	三十〇、二〇四	三七、三	十九日	二十九、八三四	三一、八
四日	三十〇、二三九	三八、四	二十日	二十九、九九八	三〇、五
五日	三十〇、一四三	三七、〇	廿一日	三十〇、一四六	三四、一
六日	三十〇、二三二	四一、六	廿二日	三十〇、一六八	三七、三
七日	三十〇、二五六	三七、八	廿三日	三十〇、一〇四	四三、六
八日	二十九、九四八	四二、〇	廿四日	三十〇、三一〇	二九、〇
九日	三十〇、一五四	四一、〇	廿五日	三十〇、二八三	三六、三
十日	二十九、八九一	四〇、二	廿六日	二十九、九〇六	四二、〇
十一日	二十九、八六六	四五、九	廿七日	二十九、七六六	四〇、一
十二日	三十〇、〇〇七	三九、二	廿八日	三十〇、〇二〇	三六、六
十三日	三十〇、二一七	三七、二	廿九日	三十〇、一八九	三五、三
十四日	三十〇、一一一	三九、八	卅日	三十〇、〇二八	三一、五
十五日	三十〇、二一五	三三、三	卅一日	二十九、六五九	四一、七
十六日	三十〇、〇五〇	四〇、六			

東京數學會社雜誌第五十五號

第一套　論說

本書ハ昨明治十五年八月米國ヨリ我東京地學協會ヘ送致シタル本初子午線幷萬國普通標準時刻新定ノ說ナリ余曾テ肝付氏ト談話ス氏曰ク此編最モ新說ニシテ且ツ數理ニ關係アリ之チ本誌ニ載スルモ蓋シ無益ニ非サラント余モ亦之チ然リトス乃チ茲ニ之チ掲ケテ温知ノ諸氏ニ告ント欲スルノミ

左ノ一編ハ一千八百八十一年九月廿一日ウエニスノ万國公會ニ於テトロントノ加拿陀學會及新約克氣象協會ノ代議士サントフヲルトフレミング氏ニ依テ述ヘラレシモノニテ其概意ハ新タニ本初子午線ヲ選定スルニアリ

茲ニ予カ畧述セントスル旨意ハ各國普通ノ本初子午線及零時チ新タニ確定スヘキ丁是ナリ

地史チ按スルニ古來天學者及航海者ノ用ヰチ以テ起算子午線トナシタルモノ許多ニシテ則チアレキサンドリアノ天學家トルミーノ確定シタル子午線ハ其最古ナルモノヽ一ナリ同氏ハ百年代ノ人ニシテ當時ニ在テハ世人以爲ラク凡ソ人ノ住居セル部分ハ唯地中海近傍ニ限レリト其後漸ク地理學開ケ著名ノ地學者輩出スルニ及テ各更ニ起算子午線ヲ撰定シ此レニ基キテ經度ヲ算シタルモノ毎擧ニ遑アラス而シテ其等ノ地學者ハ皆自國ノ首府或ハ司天臺ノ如キ著明ノ位置ニ於テ是ヲ定ムル可キ通規トセリ是レ後世ニ至テ子午線ノ數大ニ增加シタル原因ナリ然ルニ近年ニ至リ各國ノ往來頻ル便利チ得隨テ交際日ニ繁ク玆ヲ以テ起算子午線ノ衆多ナルハ不便ニシテ且ツ無益ナルチ悟リ乃チ數年前ヨリ其數ヲ減少セントノ議論起リタリ既ニアントウヱルプ及巴黎ノ地學公會等ニ於テ皆是チ議シ諸協會ヨリモ種々其意見チ發シタリ然レモ各國普通ノ本初子午線チ新タニ撰定スヘキ件ニ就テハ衆議ノ合同ヲ得ダル丁ナシ各國ト協議シテ從來ノ子午線中ヨリ其一線ヲ抜撰シテ是ヲ本初子午線ニ定メントセシ丁屢ナリ然レモ此發議タル各國ノ人心チ感動シテ却テ其目的ヲ達スルノ障碍トナレリ又從來ノ子午線ニ據ラスシテ全ク新タニ本初子午線チ定メントノ議題ハ他ニ甚タ不都合アリテ是亦今日迄空シク過タリ

起算子午線ヲ普通同一ニスルハ其利益トスル所地理天文航海ノ諸學ニ在リトサレタリ其論辨固ヨリ然リトスルモノニテ予ハ世界普通ノ本初子午線チ確定スヘキ他ニ尚ホ道理アルチ示シ以テ諸君ノ考案ニ供セントス

今若シ全地球ニ就テ考フルトキハ正午中夜日出日沒ノ諸時刻及

其中間細分ノ時刻皆同一ノ時ニ在ルヿトナレリ現今電線ノ架設日々盛大ニ赴キ全地球ヲ覆フテ蛛網ノ漸次擴張セル如シ故ヲ以テ開明諸國ニ於テ其同一ナルヲ實驗スルニ至レリ蓋シ電線ノ架設ハ各地互ヒニ遠隔セルモ其通信ニ於テ毫モ時間ヲ費ヤスヿナク晝夜ヲ異ニスル兩地モ是ヲシテ隣接セシムルモノト云フヘシ故ニ現今用フル所ノ時刻ノ制ニテハ混雜ヲ生シ惣テ時刻ヲシテ紛亂セシムルナリ

現今ノ制ニ從ヘハ各地ニ於テ太陽南中前十二時ヲ以テ其日ノ始トシ十二時間ヲ以テ同シク終トス而シテ地球ハ絶ヘス自轉シテ寸時モ止ムヿ無キヲ以テ毎瞬間時必ラス太陽ノ南中セル地アリ故ニ各地悉ク一日ノ始終ヲ異ニシテ其數極リナク唯同子午線上ニ在ル諸所ハ日ヲ同シフスルノミ其他ハ皆是ヲ異ニシ且ツ其差違因ヨリ一樣ナラサルカ故ニ一事ノ起ルアリテ其時刻ヲ示サントスルトキハ必ラス不都合ヲ生スルニ至ルナリ但シ電線ハ起事ノ正確ナリ本地時刻ヲ報スヘシト雖𪜈子午線ヲ異ニスル各地ノ時刻トハ悉ク一致セサルナリ故ニ一起事ノ時刻ヲ各地ニ電報スルモ或ハ是ヲ前日トシ或ハ翌日トスルノ地アルヘシ又月末或ハ年末ニ當リ其翌月或ハ翌年ニ移ラントスル頃ニ於テ一起事ノ時刻ヲ報スルアルトキハ土地ニ依テ月或ハ年ヲ異ニスルヿアリ

斯樣ノ時刻ノ制定ハ學術上ニ最モ適セス且ツ紛亂ヲ生スヘキモノニテ多少疑惑ノ生スルアルヘク後來交際上及商業上ニ頗ル混亂ヲ生スヘク歷史上重大ノ誤謬ヲ生スヘク爭論ノ起ルニ至ルヘク其他種々ノ困難アルニ至ルヘシ偖又現今ノ時刻制定ニ從フトキハ或地ノ時刻ヲ記スルニ必ラス其地ノ位置ヲ確示スルヲ以テ緊要ナリトス否ラサレハ他所ニ於ケル其同時ヲ確知スル能ハス故ニ此制定タル迅速ノ交通法愈々開ケ各國各所ノ時刻ヲ比較シテ彼此同一ノ時刻ヲ一般須要トスル時ニ於テハ極テ不便煩勞ナルモノニテ逐次必ラス經度差ヲ加減スル如キ迂遠法方ノ爲メ通世ノ事業ヲ遲緩ナラシムルハ明白ナリトス此不便ヲ避クルニハ万國普通ノ時刻ヲ制定スルニ若クハナシ是ヲ做スニハ特殊ノ子午線ヲ撰定シテ是ヲ零時ノ線トシ而シテ地上各地ノ時刻ハ悉ク此子午線ヲ以テ準據トスルニアリ且ツ此零時ノ子午線ハ即チ本初子午線トシテ經度ヲ起算スルニ万國皆是ヲ通用スヘキモノトス

玆ニ又普通子午線ノ撰定ヲ急速緊要トスル特殊ノ理由アルヲ述フヘシ但シ予ハ北米ノ景情ヲ熟知シアルヲ以テ該國ニ就テノミ是ヲ說カントス然レ𪜈其說タル恐ラクハ他ノ諸國ニモ皆適スヘシ

米國ニ於テハ鐵道電線ノ設立既ニ廣大ニシテ交際商業ノ道大ヒニ開ケ史上未タ見サル所ノ隆盛ナル景況ヲ顯出シタリ而シテ各地ノ距離ト時刻トノ關係ハ往時ト是ヲ異ニシ從來ノ時刻ノ制ニテハ其用ニ達セス則チ或ハ混亂ヲ生シ空シク時間ヲ費ヤシ旅行商業上ノ準備ヲ亂タシ或ハ往々人命ヲ害スルニ至リ種々ノ不便ヲ生セリ概スルニ廣ク蒸氣及電氣ヲ用ヒテ迅速交通ノ自在ニナリタル世ニ於テハ万事ニ適セルモノトス

故ニ普通子午線ヲ選定スヘキ議題ハ公衆一般ノ一大緊要事トナリ而シテ最モ簡單審艮ノ法方ニ於テ商業及交際上ノ不便ヲ除カントスルニ至レリ

現今猶ホ所用ノ時刻ノ制度ハ五十年前ニ在テ電信法未タ開ケス發動力ニハ專ラ馬ヲ使用セシ世ニ於テハ毫モ差支ヘ無トス而シテ其制タル各所其地ノ太陽南中經過ニ依テ時刻ヲ定メ其南中時前十二時間ヲ午前トシ南中時後十二時間ヲ午後トシ前後ヲ合シテ則チ一日トス故ニ經度ヲ異ニスル地ハ委ク一日ノ初起ヲ別ニシ必ラス其地限リノ時刻アリ依テ其異同時刻ハ衆多極リナシトス

北米ニ就テ論スレハ此大洲ハ甚タ廣濶ニシテ經度百五度間ニ連亘ス故ニ此東西兩端間ニハ數千ノ子午線ヲ畫スルヲ得ヘク從來ノ法ニ從ヘハ數千個所ニ於テ各々皆時刻ヲ異ニスルモノナリサレハ鐵道管理局ニ於テハ最モ不便ヲ極メ已ムヲ得ス遠長線路ニ就テハ其通過スル各所ノ時刻ニ關セス各々特別ノ時刻ヲ設ケ之ヲ用ヒテ稍々列車駛行ノ安全ヲ保ツヿトセリ而シテ其特別時刻ハ亦數多ニシテ各々定準ヲ異ニシ合衆國及加拿他ニ用フルモノヲ合シ少ナクモ七十五ニ下ラス而シテ線路ニ最近ナル主要市街ノ時刻ト間々符合スルアリト雖モ往々是ト差違アルナリ斯ノ如キ不規則ノ制ハ是迄餘儀ナク用ヒ來リシモ愈々其不便ニ窘迫セラルヽニ至リタリ故ニ今ヤ普通同一ニシテ簡單ナル時刻ノ制度ヲ設立スルハ衆庶ノ大ヒニ希望スル所ナリトス

故ニ米國ニテハ是ヲ改正セントシテ既ニ其處置ノ初歩ニ就キタリ而シテ加拿陀學會亞米利加氣象協會亞米利加土工協會亞米利加學術會及其他ノ協會皆是ニ從事セリ

今加拿他及合衆國ノ諸地方ニ於テ便利トスル時刻ノ制定ニ就テ發セラレタル意見ノ大略ヲ左ニ揭クヘシ

第一　万國普通ノ標準時刻ヲ制定シ海陸ノ交通通常事業同時觀測及諸學術ノ要用ニ供スルヿ而シテ此時ヲ通世時ト名付スヘキ事

第二　通世時ハ特殊ノ子午線ヲ選定シ太陽ノ是ヲ經過スヘキ時(平均經過)ヲ以テ零時トスルヿ

第三　零時子午線ハ即チ本初子午線トシテ各國普ク是ヨ

リ經度ヲ起算スル事

第四　此零時子午線ハ開明諸國ト協議ノ上其位置ヲ定ムル事

第五　廿四ノ副子午線即毎時ノ子午線ヲ定ムル事但シ其逐次ノ距離十五度宛ニシテ本初子午線ヲ距ル十五度ニ在ルモノヲ第一子午線トスヘキ事

第六　地球上各地ノ時刻ハ惣テ副子午線ヲ標準トシテ是ヲ定ムル事

第七　廿四ノ標準子午線ニハ英字廿四（JVヲ除キ）ヲ以テ東ヨリ西ヘ順次配付シ零時子午線ハZヲ以テ是ヲ表スル事

第八　地球上各地ノ時刻ハ其地ヨリ經度上最近ナル標準子午線ニ基キテ是ヲ定ムル事

第九　本初子午線ヲ太陽ノ通過シテ再ヒ是ヲ通過スル時間ヲ通世日ト名付ル事

第十　通世日ハ歴史ヲシテ正確ナラシメ地球諸部ニ於テ行フヘキ同時觀測ニ便ナラシメ又一般學術上ノ要ニ供スル為メ是ヲ設クルモノトス

第十一　各地ニ於テハ其近傍ノ標準子午線ヲ太陽平均ニ經過セル時ノ十二時前ヲ以テ初起トシ十二時後ヲ以テ同シク終リトシ而シテ其日次ハ標準トシタル子午線ノ符字ニ依テ區別スヘキ事

第十二　各地本地（ローカルデー）ノ日ヲ異ニスル數ハ減少シテ地球毎自轉間廿四トナルヘシ而シテ其各地ノ日ハ現今所謂本地ノ日ト同様ノ意ヲ以テ通常事業ニ用フヘキ事

第十三　通世日ノ毎時ハAヨリZニ至ル廿四字（JVヲ除キ）ヲ以テ順次之ヲ表シ毎時子午線字号ト各々符合セシムルヿ仮令ハ太陽G或ハHノ子午線ヲ經過スルトキハ（平均行動）即チ通世日ノG時或ハH時トスル如シ

第十四　各地ノ日ハ毎十二時ニ二分スルヲ廢シ凡テ一時ヨリ廿四時迄連次數フヘキ事否ラサレハ中夜ヨリ正午迄ノ十二時ヲ現今ノ如ク第時ト唱ヘ正午ヨリ中夜迄ノ十二時ハ各々通世時ト符合スル字号ヲ以テ表スル事

第十五　通世日ニ於ケル如ク本初子午線ヨリ直チニ起算シタル時刻ハ通世時ト唱フル事

第十六　各地ノ時刻ハ其地ニテ標準トナシタル子午線ニ依テ是ヲ示ス事仮令ハB号ノ子午線ヲ標準トナシタルトキハBノ標準時ト示スカ如シ

第十七　各地ノ標準時刻ハ其政府ニテ是ヲ定メ廣告スヘキヿ

第十八　主眼ノ市城市街ニハ各々一個處ノ時刻信号所ヲ建設シ中央司天臺ト電線ヲ相通シテ公衆ニ示スヘキ精密ノ標準時刻ヲ得ルニ便ナラシムルヿ

第十九　各々時刻信号所ニハ自動器械ヲ備置キ報時球ヲシテ自カラ落下セシムル如ク装置スヘキ事或ハ其他ノ法方ニ依テ毎時若シクハ更ニ屢々標準時ヲ衆庶ニ報スル事

第二十　鐵道用及公衆用ノ時計ハ惣テ時刻信号所ヨリ電線ニ依テ比較調査スル事

右ハ意見ノ概畧ニシテ斯ク通世時ヲ制定スルトキハ既ニ示シタル諸ノ不便ヲ避クルハ固ヨリ容易ニシテ即チ經度ニテ甚タ隔絶スル兩地モ互ヒノ時刻ハ唯全幾時ヲ違フノミ其他ニ就テハ何レノ經緯度ノ在ル地モ皆其標準時刻ハ全ク一致スルモノナリ而シテ地上各地ノ時計ハ皆其地ノ第何時ヲ一齊ニ報スルノ理ニシテ分秒ノ數ハ全ツ同數同刻ヲ示スモノトス

己ニ陳述シタル制ニ從フトキハ現今ノ如ク日次ニ紛乱ヲ生スルヿナク各地ニ於テ唯廿四ノ日次アルノミ且ツ其差ハ皆一定ノ數ナリ且ツ各地悉ク本初子午線ニ準據シタル太陽ノ位置ニ從フモノニテ又各地ノ日ニハ其地ニテ標準トナシタル子午線ノ記号ヲ以テ是ヲ區別スルモノ故現用時刻ノ制ヨリ生スヘキ紛乱或ハ曖昧ナルヿハ全ク跡ヲ絶ツモノトス

前述ノ如キ制定ハ米國ニ於テハ目下必要トスル所ナリ而シテ各國普ク是ヲ採用スルトキハ一般人民ノ便利ヲ增スハ決シテ疑ヒナシトス是ヲ採用セントスルニハ先ツ世界普通ノ起算子午線ヲ選定スルニアリ依テ是レカ為メ決定シタル左ノ條々ヲ以テ諸君ノ考察ニ供セントス

第一　經度ヲ起算スヘキ子午線ヲ普通同一ニスルハ地理航海ノ學術上ニ頗ル要用ナルモノトス

第二　世界普通ノ零時子午線ヲ選定スルハ時刻ノ計算ヲシテ一般同一ナラシメ且ツ正確ナラシムヘキ便利ヲ大ヒニ進ムルモノトス

第三　普通子午線ヲ選定シ及ヒ時刻ノ制定ヲ建ツル為メ開明諸國互ヒニ協議合同スルハ一般人民ノ為メ甚タ希望スヘキヿ

第四　各國ノ政府ハ各々適宜ノ議員ヲ選擧シテ是ヲ派遣シ以テ此事件ノ商議ニ與カラント欲スルヤ否ヤヲ問フ為メ當万國公會開場後直チニ其旨ヲ万國政府ニ通告スヘキヿ

第五　當方國公會ニ列シタル米國代議士ノ意見ニ隨ヒ各國政府ヨリ派遣サルヘキ代議士ハ華盛頓府ニ集會シ而シテ其議場ノ開日ハ千八百八十二年五月第一月曜日ヲ以テスヘシ

第六　左ニ列スル人々ハ右代議士集會ニ要用ナル整頓ヲナシ且ツ此諸條ノ目的ヲ達セシムル爲メ便宜ノ處置ヲ施スヘキ所ノ事務委員ナリトス而シテ是ニ係ル通信ハ都ヘテ華盛頓府陸軍局ノ氣象局長ゼネラル、ダブルエー、ビー、ヘーゼン氏ニ向テ送致スヘキモノナリ

新約克　亞米利加氣象協會長　ドクトル、エフ、エー、ビー、バルナルト

華盛頓　合衆國陸軍土工隊　カピテン、ジョージ、エム、ホヰーラル

新約克　亞米利加地學協會長　チーフジョステース、デリー

華盛頓　上等裁訟局　ジョステース、フヰールド

新約克　亞米利加地學協會副長　ゼネラル、ジー、ダブルユー、コルロム

華盛頓　氣象課長　ゼネラル、ダブルユー、ビー、ヘーゼン

新約克　亞米利加地學協會　ジユッジ、ピーボデー

華盛頓　陸軍信号局　プロフェッソル、クレーウランド、アッベー

新約克　亞米利加地學協會　デーウヰット、ダヅレー、フヰールト

波士頓　亞米利加工學協會長　ジェームス、ビー、ロランシス

トロント　トロント大學校長　ドクトル、ダニール、ウヰルソン

トロント　トロント加拿他學會長　ジョン、ラングトン

オトワ　加拿他クヰンス大學校尚書　サントフヲルト、フレミング

第七　右ノ條々ハ意太利政府ニ依頼シテ各國政府ニ通知サルヘキモノトス

種々討議ノ後公會委員ハ適宜報告セント合同シ而シテ左ノ草案ヲ記載シタリ　己下次號

第二套　譯

支氏行星原理　　磯野健譯

第一章

凡ソ諸天体ノ運行ハ唯其相互ノ攝力ニ因ルモノニシテ其運行ヲ確定スルハ數理上未タ曾テ之カ解拆ヲ詳悉シ能ハサル所ノ一問題ナリ是ヲ以テ之カ解義ヲ爲サントスル片ハ理上天文學ノ論スル處ニ因リテ或ハ汎數法(methode of approximation)ノ一助ニ從ハサルヲ得サルモノアリ太陽統系ノ整備ノ如キモ亦幸ニ彼汎數法ヲ以テ善ク其結果ヲ得ルノ補助タラシメ而シテ輓近老練熟達ノ數學家輩出スルニ及テ其法遂ニ益高尚ノ点ニ達スルヲ得タリ

第二章

凡ソ諸天體ノ運行ヲ確定スルニ設シ獨リ太陽ノミ攝力ヲ有スルノ體トセハ刻白爾第一法(本書ニ説明ナキヲ以テ余ノ記臆スル所ニ因リテ其大略ヲ掲ケン曰ク諸行星太陽ヲ繞周スル所ノ軌道ハ橢圓ニシテ太陽ノ中心ハ該橢圓ノ兩心ノ一ニ在リト)ノ如ク諸行星ノ行道ハ尽ク精密ナル橢圓タルヘシ然レ𪜈其攝引スルノ力ハ獨リ太陽ニノミアラスシテ諸行星モ亦各自攝力ヲ有スル者ナルヲ以テ其行道ハ精密ナル橢圓ヲ爲サスシテ僅々ノ偏差ヲ生スヘシ蓋シ此偏差ノ推算法ハ即ナ宥爾氏ノ發明ニ係リテ本書ニ説明セントスルモノモ尚此点ニ專心注目スルトコロナリ而シテ此法ハ遂ニ羅其蘭氏ノ擴充整頓セシ所ニシテ其組織ハ行星ノ行道ヲシテ假リニ橢圓ト定メ其諸根數(即チ任意ノ不易數)ヲ徐々ニ變易シテ止マサルモノトスルニ由ルナリ

第三章

今橢圓軌道ノ諸根數ヲ掲クルコト左ノ如シ

第一　太陽ト行星トノ中數距離即チ橢圓ノ半長徑

第二　橢圓ノ兩心差

第三　最近點ノ經度　即チ太陽ニ最近ノ軌道中一點ノ經度ナリ

第四　元點ノ經度　即チ時ヲ起算スル元點ノ中數經度ナリ

第五　傾角　即チ軌道ノ面ト關係定面ト爲ス角ナリ

第六　最高點ノ經度

以上掲クル所ハ橢圓軌道ヲ推算スルノ諸根數ニシテ其第一第

二ハ軌道ノ大小ヲ確定シ第三ハ軌道面中ニ其位置ヲ確定シ第五第六ハ軌道面ノ位置ヲ確定シ第四ハ軌道中ニ於ル體自ラノ位置ニ關スルモノナリ

設シ諸行星ノ軌道精密ニ橢圓ヲ爲サハ右ニ說ク所ノ諸根數ハ皆常數ニシテ變易ナキノ理ナリ然レ𪜈惟フニ此等ノ諸數ハ必ス變易ノ數量タルニ疑ナキヲ以テ此問題ヲ解拆スルニ於テハ又此變數ヲ確定スルヲ主眼トス今橢圓軌道ノ諸根數ト稱スルモノハ則チ是ナリ

第四章

既ニ說明スル處ニ據レハ行星ノ軌道ハ各自ノ攝力ニ因リテ精密ナル橢圓ニ非サルヲ知ルト雖モ啻ニ橢圓ニアラサルノミナラス其行道又平面曲線ヲ爲サヽル所以ノモノアリ夫レ行星ノ運行ハ常ニ一平面上ニ在ラスシテ漸々僅ニ其面ヲ距リ其距ルヿ極メテ遲迂ナリト雖𪜈竟ニ曲面上ヲ運行スルニ至ル行星ノ軌道ノ變易アル已ニ斯ノ如シ故ニ其軌道面ヲ考察スル𬼀ハ唯行星運行ノ方向ト其軌道ノ帶經トヲ維持スル所ノモノナリト決定スルニ若クナシ

第五章

今假リニ太陽ト諸行星トノ各位置ヲシテ相互ニ攝引スルニ適ス可キ距離ニ在リトシ其相攝引スルヿ恰モ各體ノ重心ニ凝結スルカ如キモノト定ム設シ太陽諸行星共ニ精密ナル球體ニシテ疎密相均シキ同中心ノ殼體ヨリ組織セシモノト看做セハ此想像モ或ハ當然眞正ノ理ナリト云ハサル可ラス然レ𪜈此想像ハ固ヨリ確實ニ非サルヲ以テ之ニ因テ諸衛星ノ運動ヲ推算スル𬼀ハ其誤謬ノ著明ナルヲ知ル唯行星ニ在テハ其誤差微々トシテ之カ改正ヲ施スモ或ハ施サヽルノ勝レルニ若カス且ツ各體自轉ニ關シテハ固ヨリ本論ノ考究スル所ニ非サルヲ以テ又此想像ノ行星原理ニ適スルヤ明カナリ

第六章

且又行星ノ質積ハ之ヲ太陽ノ質積ニ比スレハ極メテ些微ナリ故ニ各體質積ノ精微ヲ要セスシテ汎數法ヲ施スノ時ニアリテハ微動累疊ノ法ニ因リテ之ヲ推算スルノ便アリテ遂ニ此一大難問ヲシテ三物體運動ノ距合ニ適セシムルニ至リシナリ

第七章

諸行星ノ原理ハ恰モ太陰原理ニ類似シテ其論究スル所ノ方法モ亦俱ニ相同シト雖モ他體ト關係アル𬼀ハ其法ヲ異ニスルヿアリ夫レ攝力ノ中心體ト妨礙體及被妨礙體（中心體トハ某體ノ運行ヲ知ラント欲スルニ他ニ數體アリテ之ヲ攝引ス其之ヲ攝引スルヿ最モ強キ體ヲ云フ假令ハ行星原理ニ於テハ太陽ヲ中心體ト云ヒ太陰原理ニ於テハ地球ヲ中心體ト云フカ如シ又

此章不完猶ホ次号ヲ照觀スベシ

第三套　問題解義

一

第二拾八號二套ノ十…

本題ハ等圓轉軌線其…

點ニ至ルノ曲周ト其…

テ其長短兩徑ノ比ハ…

之ヲ解スルヿ次ノ如…

今轉軌線ノ方程式ヲ…

$x=2a\cos\theta(1-\cos$ …

及ヒ　$dx=2a(\sin2\theta$ …

$p=\frac{dy}{dx}=\frac{\cos\theta-\cos\ldots}{\sin2\theta-\sin\ldots}$

$q=\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{dp}{dx}=\frac{\ldots}{2a\ldots}$

徑ヲRトスレハ

$R=\pm\frac{(1+p^2)^{\frac{3}{2}}}{p}$ …

終ニ　$R=\pm\frac{9a}{3}\sin$ …

又頂点ヨリ全點ニ至…

$s=\int^{x}2a\sqrt{1+p^2}dx$ …

故ニ　$y=R=\pm\frac{8a}{3}\sin\frac{\theta}{2}$ 及ヒ $x=s=8a\cos\frac{\theta}{2}$

東京數學會社雜誌第四十三號附錄

十五年一月七日(第一土曜日)午後一時ヨリ例ノ如ク東京大學ニ於テ發會出席十七八

古市公威君佛國ニ於テ發明セシ微分法ヲ施シ難キ函數ノ說ヲ述フ

社長柳君雜誌編輯ノヿヲ衆員ニ談シ各員ニ成ヘク出稿セラレンヿヲ望ム衆之ヲ領ス

菊地大麓君發議ニテ定會前日定議員ニ郵便端書ヲ以テ報知スルヿニ決ス

駒野政和君發議ニテ譯語會書記二名ヲ置クヿニ決ス

眞野肇君發議ニテ世間數學ノ雜誌ヲ買入レ社員ヘ定會ニ展覽セシムルニ決ス

岡本則錄君發議ニテ編輯ヲ長澤龜之助ヘ負擔セシメ大村一秀君ト交代スルヿニ決ス

以上各件ハ該會ニ於テ議決セルモノナリ

… $\frac{\theta}{2}+\cos^2\frac{\theta}{2}=1$ ヲ得

…徑ノ比三ト一トノ如キモ

同

…ヲ大ノ短徑ヲ以テ小ノ長

…程式ヲ

…小橢圓ノ方程式ハ

…シテ又其切線式ハ

…此式中 h k ハ小橢圓周中

…切線ノ一分長ヲ算スルガ

…變式 $b^2-k^2=\frac{a^2k^2}{b^2}$ ヲ以

…シテ之レヲ(3)式中ニ用

…ヲ以テ變化スレハ

… h^2

… $(a^2k^2+b^2h^2)k$ … $a^2bk^2k\sqrt{a^4-b^4}$

此 x 及ヒ y ノ價中複號アルハ弦ノ兩端ノ縱橫線ヲ示スナリ

二ハ軌道ノ大小ヲ確定シ第三ハ軌道面中ニ其位置ヲ確定シ第五第六ハ軌道面ノ位置ヲ確定シ第四ハ軌道中ニ於ル體自ラノ位置ニ關スルモノナリ

設シ諸行星ノ軌道精密ニ橢圓ヲ爲サハ右ニ説ク所ノ諸根數ハ皆常數ニシテ變易ナキノ理ナリ然レ𪜈惟フニ此等ノ諸數ハ必ス變易ノ數量タルニ疑ナキヲ以テ此問題ヲ解拆スルニ於テハ又此變數ヲ確定スルヲ主眼トス今橢圓軌道ノ諸根數ト稱スルモノハ則チ是ナリ

第四章

既ニ説明スル處ニ據レハ行星ノ軌道ハ各自ノ攝力ニ因リテ精密ナル橢圓ニ非サルヲ知ルト雖モ啻ニ橢圓ニアラサルノミナラス其行道又平面曲線ヲ爲サヽル所以ノモノアリ夫レ行星ノ運行ハ常ニ一平面上ニ在ラスシテ漸々僅ニ其面ヲ距リ其距ルヿ極メテ遲迂ナリト雖𪜈竟ニ曲面上ヲ運行スルニ至ル行星ノ軌道ノ變易アル已ニ斯ノ如シ故ニ其軌道面ヲ考察スルトキハ唯行星運行ノ方向ト其軌道ノ滯經トヲ維持スル所ノモノナリト決定スルニ若クナシ

第五章

今假リニ太陽ト諸行星トノ各位置ヲシテ相互ニ攝引スルニ適スル可キ距離ニ在リトシ其相攝引スルヿ恰モ各體ノ重心ニ凝結スルカ如キモノト定ム設シ太陽諸行星共ニ精密ナル球體ニシテ疎密相均シキ同中心ノ殼體ヨリ組織セシモノト看做セハ此想像モ或ハ當然眞正ノ理ナリト云ハサル可ラス然レ𪜈此想像ハ固ヨリ確實ニ非サルヲ以テ之ニ因テ諸衞星ノ運動ヲ推算スルトキハ其誤謬ノ著明ナルヲ知ル唯行星ニ在テハ其誤差微々トシテ之カ改正ヲ施スモ或ハ施サヽルノ勝レルニ若カス且ツ各體自轉ニ關シテハ固ヨリ本論ノ考究スル所ニ非サルヲ以テ又此想像ノ行星原理ニ適スルヤ明カナリ

第六章

且又行星ノ質積ハ之ヲ太陽ノ質積ニ比スレハ極メテ些微ナリ故ニ各體質積ノ精微ヲ要セスシテ汎數法ヲ施スノ時ニアリテハ微動累疊ノ法ニ因リテ之ヲ推算スルノ便アリテ遂ニ此一大難問ヲシテ三物體運動ノ距合ニ適セシムルニ至リシナリ

第七章

諸行星ノ原理ハ恰モ太陰原理ニ類似シテ其論究スル所ノ方法モ亦倶ニ相同シト雖モ他體ト關係アルトキハ其法ヲ異ニスルヿアリ夫レ攝力ノ中心體ト妨礙體及被妨礙體（中心體トハ某體ノ運行ヲ知ラント欲スルニ他ニ數體アリテ之ヲ攝引ス其之ヲ攝引スルヿ最モ強キ體ヲ云フ假令ハ行星原理ニ於テハ太陽ヲ中心體ト云ヒ太陰原理ニ於テハ地球ヲ中心體ト云フカ如シ又

此章不完備ハ次号ヲ照觀スヘシ

第三套 問題解義

一 伊藤直温 解

第二拾八號二套ノ十

本題ハ等圓轉輾線某點ノ曲率半徑ト頂點即チ中軸徑端ヨリ其點ニ至ルノ曲周トヲ以テ縱横線ト爲ス所ノ曲線ハ橢圓周ニシテ其長短兩徑ノ比ハ三ト一トノ如シト云フモノナリ

之ヲ解スルヿ次ノ如シ

今轉輾線ノ方程式ヲ $y=2a\sin\theta(1-\cos\theta)$ 及ヒ $x=2a\cos\theta(1-\cos\theta)$ トスレハ $dy=2a(\cos\theta-\cos2\theta)d\theta$ 及ヒ $dx=2a(\sin2\theta-\sin\theta)d\theta$ ニシテ

$p=\frac{dy}{dx}=\frac{\cos\theta-\cos2\theta}{\sin2\theta-\sin\theta}$ 又 $dp=\frac{3(1-\cos\theta)\,d\theta}{(\sin2\theta-\sin\theta)^2}$ ニシテ

$q=\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{dp}{dx}=\frac{3(1-\cos\theta)}{2a(\sin2\theta-\sin\theta)^3}$ ナリ而シテ其点ノ曲率半徑ヲRトスレハ

$R=\pm\frac{(1+p^2)^{\frac{3}{2}}}{q}$ ナル故ニ之ヲ變化スルヿ數回ニシテ

終ニ $R=\pm\frac{8a}{3}\sin\frac{\theta}{2}$ ト成ル

又頂点ヨリ全點ニ至ルノ周長ヲsトスレハ

$$s=\int_{2a}^{x}\sqrt{1+p^2}\,dx=2a\int_{\pi}^{\theta}\sqrt{2(1-\cos\theta)}\,d\theta=8a\cos\frac{\theta}{2}$$

故ニ $y=R=\pm\frac{8a}{3}\sin\frac{\theta}{2}$ 及ヒ $x=s=8a\cos\frac{\theta}{2}$ トスレハ $\left(\frac{x}{8a}\right)^2+\left(\frac{y}{\frac{8a}{3}}\right)^2=\sin^2\frac{\theta}{2}+\cos^2\frac{\theta}{2}=1$ ヲ得

是レ即チ橢圓ノ方程式ニシテ長短兩徑ノ比三ト一トノ如キモノナリ

二 同

第三拾二號第二套ノ四

本題ハ兩個ノ橢圓全形異積ナルアリテ大ノ短徑ヲ以テ小ノ長徑ト爲スモノナルカ故ニ大橢圓ノ方程式ヲ

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ……(1) トスレハ小橢圓ノ方程式ハ

$\frac{a^2x^2}{b^4}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ……(2) ナリ而シテ又其切線式ハ

$\frac{a^2hx}{b^4}+\frac{ky}{b^2}=1$ ……(3) 但シ此式中 h k ハ小橢圓周中ノ一点ナリ今大橢圓ノ弦タル小橢圓切線ノ一分長ヲ算スルガ爲メ(1)(3)兩式ヨリyヲ消去シ又(2)ノ變式 $b^2-k^2=\frac{a^2h^2}{b^2}$ ヲ以テ其式ヲ變スレハ

$$(a^2h^2+b^2k^2)x^2-2a^2b^4hx=-a^4b^4h^2$$

之レヨリxノ價ヲ求メ $b^4-a^2h^2=b^2k^2$ ヲ以テ變化スレハ

$x=\frac{a^2b^4h\pm a^2b^2hk\sqrt{a^4-b^4}}{a^2h^2+b^2k^2}$ ヲ得而シテ之レヲ(3)式中ニ用ヒyヲ求ムレハ $y=\frac{b^2}{k}-\frac{a^2b^2h^2\pm a^2bh^2k\sqrt{a^4-b^4}}{(a^2h^2+b^2k^2)k}$

此 x 及ヒ y ノ價中複號アルハ弦ノ兩端ノ縱横線ヲ示スナリ

茲ニ於テxノ兩價ヲx_1及x_2トシy_1兩價ヲy_1及y_2トシ又弦ノ長ヲuトスレハ

$$u^2=(x_1-x_2)^2+(y_2-y_1)^2$$

$$=\left\{\frac{2a^2b^3hk\sqrt{a^4-b^4}}{a^6h^2+b^6k^2}\right\}^2+\left\{\frac{2a^4bh^2\sqrt{a^4-b^4}}{a^6h^2+b^6k^2}\right\}^2$$

$$=\frac{4a^4b^6k^2(b^4k^2+a^4h^2)(a^4-b^4)}{(a^6h^2+b^6k^2)^2}$$

$$=\frac{4a^4b^2(a^4-b^4)\{a^2(a^2-b^2)h^2+b^6\}h^2}{\{a^2(a^4-b^4)h^2+b^8\}^2}\text{ ------(4)}$$

而シテ本題ハuノ極大ヲ求ムルモノナルカ故ニ

$$\{2a^2(a^2-b^2)h^2+b^6\}\{a^2(a^4-b^4)h^2+b^8\}$$
$$-2a^2(a^4-b^4)\{a^2(a^2-b^2)h^2+b^6\}h^2=0$$

之レヲ解キhノ價ヲ求ムレハ　$h=\frac{b^4}{a(a^2-b^2)}$　以テ(4)式ヲ解キ變化スレハ　$u=\sqrt{a^2+b^2}$　ト成ル卽チ題文中ニ云ヘル如ク大橢圓ノ兩徑端ニ接スル直線ト全長ナルナリ

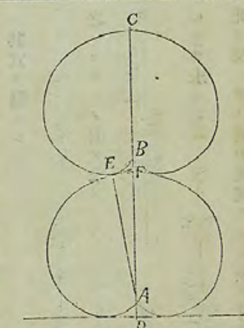
三

全號全套ノ五　　全

次圖A及Bヲ上下兩轉輒線ノ凹點トシCDヲ全高トシEヲ相觸點トシEFヲ公切線トス。

$\angle EFA=\theta$　トスレハ　$\angle EAD=\frac{2}{3}(\pi+\theta)$及$\angle EBA=\frac{2}{3}\theta$

ニシテ兩轉輒線ノ中軸徑ヲ$4a$トスレハ　$BE=4a\sin^2\frac{1}{3}\theta$　及



$AE=4a\sin^2\frac{1}{3}(\pi+\theta)$ ナリ茲ニ於テABEノ三角形ヨリABノ兩價ヲ得ル左ノ如シ

$$AB=\frac{BE\sin AEB}{\sin BAE}$$

$$AB=\frac{AE\sin AEB}{\sin ABE}$$

故ニ

$$\frac{4a\sin\frac{2}{3}\pi\sin^2\frac{1}{3}\theta}{\sin\frac{1}{3}(\pi+\theta)}=\frac{4a\sin\frac{2}{3}\pi\sin^2\frac{1}{3}(\pi+\theta)}{\sin\frac{2}{3}\theta}$$

卽チ　$\sin^3\frac{1}{3}\theta\cos\frac{1}{3}\theta=\sin^3\frac{1}{3}(\pi+\theta)\cos\frac{1}{3}(\pi+\theta)$

之ヲ變化スル數回ニシテ

$\sin\frac{2}{3}\pi\cos\frac{1}{3}(\pi+2\theta)=2\sin\frac{1}{3}\pi\cos\frac{1}{3}(\pi+2\theta)$　故ニ

$2\cos^2\frac{1}{3}(\pi+2\theta)-1=2\cos\frac{1}{3}(\pi+2\theta)$　ニシテ

$\cos\frac{1}{3}(\pi+2\theta)=\frac{1}{2}(1-\sqrt{3})$　ヲ得而シテABノ第二價ヨリ

$$AB=\frac{2a\sin\frac{2}{3}\pi(\sin\frac{1}{3}\pi\cos\frac{1}{3}\theta+\cos\frac{1}{3}\pi\sin\frac{1}{3}\theta)^2}{\sin\frac{1}{3}\theta\cos\frac{1}{3}\theta}$$

$$=\frac{a\sqrt{3}}{4}\left\{\frac{\sqrt{3}}{\tan\frac{1}{3}\theta}+1\right\}\left\{\sqrt{3}+\tan\frac{1}{3}\theta\right\}$$

併ヲ　$\tan\frac{1}{3}\theta=\tan\{\frac{1}{6}(\pi+2\theta)-\frac{1}{6}\pi\}=\frac{\tan\frac{1}{6}(\pi+2\theta)-\tan\frac{1}{6}\pi}{1+\tan\frac{1}{6}(\pi+2\theta)\tan\frac{1}{6}\pi}$

ニシテ　$\tan\frac{1}{6}(\pi+2\theta)=\sqrt{\frac{1-\cos\frac{1}{3}(\pi+2\theta)}{1+\cos\frac{1}{3}(\pi+2\theta)}}=\frac{1}{3}\sqrt{9+6\sqrt{3}}=\frac{1}{3}m$

トスレハ　$\tan\frac{1}{3}\theta=\frac{m\sqrt{3}-3}{3\sqrt{3}+m}$　ナル故ニ

$$AB=\frac{a\sqrt{3}}{4}\times\frac{2(m+\sqrt{3})}{m-\sqrt{3}}\times\frac{2\sqrt{3}(m+\sqrt{3})}{m+3\sqrt{3}}=\frac{3a(m+\sqrt{3})^2}{m^2+2m\sqrt{3}-9}$$

茲ニ至テ　$m=\sqrt{9+6\sqrt{3}}$　ヲ以テ解キ變化スレハ

$AB=a\sqrt{9+6\sqrt{3}}$　ト成ル卽チamナリ故ニ

$$CD=CB+BA+AD=4a+am+\frac{a}{2}=\left(\frac{9}{2}+m\right)a$$

$$=\left(\frac{9}{2}+\sqrt{9+6\sqrt{3}}\right)a$$　卽チ答式ニ合ス

四

同号同套ノ六　別解　　同

解者曰ク予甞テ本題ノ解ヲ草セリ其後第五十一号ニ於テ白井君ノ解義アルヲ見ル甚明瞭ナリ因テ之ヲ函底ニ沒スルコ數旬適〻開テ之ヲ見レハ其解路大ニ異ナル所アリ故ニ茲ニ錄シ以テ其別解ト爲ス

（第五十一号第十一頁ノ圖ヲ用フ）

$\angle ODC=\theta$　トスレハ　$\angle FCD=2\theta$　及ヒ　$\angle FCB=3\theta$

ニシテ　$DO=4a\sin^2\theta$　又　$CO=\frac{DO\sin\theta}{\sin3\theta}=\frac{4a\sin^3\theta}{\sin3\theta}$

故ニ　$FC=\frac{a}{2}-CO=\frac{a}{2}-\frac{4a\sin^3\theta}{\sin3\theta}=\frac{3a(\sin\theta-4\sin^3\theta)}{2\sin3\theta}$

$=\frac{3a}{2}\tan\theta\cot3\theta$　ト成ル今　$AB=x$　トスレハ

$x=2FC\tan3\theta=3a\tan\theta$　ナリ而シテ又

$$FC=\frac{3a}{2}\times\frac{1-3\tan^2\theta}{3-\tan^2\theta}=\frac{9a}{2}\times\frac{3a^2-x^2}{27a^2-x^2}$$　ナリ茲ニ於テABC三角形ノ積ヲuトスレハ

$u=\frac{1}{2}AB\times FC=\frac{9a}{4}\times\frac{3a^2x-x^3}{27a^2-x^2}$　是レ最大ヲ求ムルモノナリ故ニ

$(3a^2-3x^2)(27a^2-x^2)+2x(3a^2x-x^3)=0$　卽チ

$x^4-78a^2x^2+81a^4=0$　故ニ

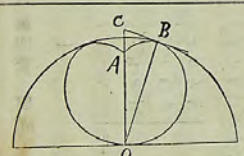
$x^2=a^2(39\pm12\sqrt{10})$　ニシテ　$x=a(2\sqrt{6}\pm\sqrt{15})$　ナリ

但シ本題ニ於テハ此複号ハ負ナルモノヲ用フルナリ因テ答式ニ合ス若シ正ナルモノヲ用フレハ三角形變大シテ轉輒線ヲ圍ムモノト成リ最大ナラスシテ却テ最小ヲ示セリ

五

同号同套ノ七　　同

次圖Oハ圓ノ中心AOハ轉輒線ノ中軸徑ニシテ$4a$又Bハ兩曲線ノ切點BCハ其公切線ニシテBOハ圓ノ半徑rナリ



$\angle BOC=\theta$　トスレハ　$\angle BAC=2\theta$

$\angle ABO=\frac{1}{2}\pi-\theta$　及　$\angle AOB=3\theta-\frac{1}{2}\pi$

ニシテ　$AB=4a\sin^2\theta$　ナル故ニ

ABOノ三角形ヨリBOノ兩價ヲ得ル

$$BO=\frac{AB\sin BAO}{\sin AOB}$$　及

$$BO=\frac{AO\sin BAO}{\sin ABO}$$　故ニ

$\frac{4a\sin\theta\sin2\theta}{\sin(3\theta-\frac{1}{2}\pi)}=\frac{4a\sin2\theta}{\cos\theta}$ 即チ

$4\sin^2\theta-1=\sin^2\theta$ ニシテ $3\sin^2\theta=1$ 故ニ

$\sin\theta=\frac{1}{\sqrt3}$ 之チBO即チrノ第二價中ニ用フレハ

$r=\frac{4a\sin2\theta}{\cos\theta}=8a\sin\theta=\frac{8a}{\sqrt3}$ チ得故ニ

$4a=\frac{r\sqrt3}{2}$ ニシテ答式ニ合ス

六　同

同号同套ノ九

水器ノ深サヲhトシ底ノ小孔ヨリ水面ニ至ルノ高チxトシ水面ノ半徑ヲyトス然ルキ水面ノ平積ハπy^2ナリ而シテ孔管斂縮ノ平積チKトスレハ之ヲ出ツルノ水力ハ $\sqrt{2gx}$ ニシテ又水ノ全ク漏尽スヘキ時間チtトスレハ一瞬時中ニ小孔ヨリ漏出スル水ノ量ハ $kdt\sqrt{2gx}$ 又同時中ニ器内減水ノ量ハ πy^2dx ナリ故ニ $kdt\sqrt{2gx}=\pi y^2dx$ ニシテ

$\frac{dt}{dx}=\frac{\pi y^2}{k\sqrt{2gx}}$ ヲ得但シ該題ニ於テハ水面平速チ以テ下行スルモノナルカ故ニ $\frac{dt}{dx}=\frac{t}{h}$ ナリ而シテ $\frac{t}{h}=\frac{\pi y^2}{k\sqrt{2gx}}$

故ニ $y^4=\frac{2gk^2t^2x}{\pi^2h^2}$ 茲ニ於テ $\frac{2gk^2t^2}{\pi^2h^2}=a$ トスレハ

$y^4=ax$ チ得テ答式ニ合ス

第四套　問題

一

$$\begin{vmatrix} A & c & b & a \\ c & B & a & \beta \\ b & a & C & \gamma \\ a & \beta & \gamma & F \end{vmatrix}=0.$$

ナルキハ左式ノ如シ其証如何

$$\begin{vmatrix} A & c & b \\ c & B & a \\ b & a & C \end{vmatrix}\times\begin{vmatrix} A & c & a \\ c & B & \beta \\ a & \beta & F \end{vmatrix}=\left\{\begin{vmatrix} c & A & c \\ \beta & c & B \\ \gamma & b & a \end{vmatrix}\right\}$$

二

今 $x^2+2px+q=0.$ ナル方程式ノ根數ヲα,及βトシ $x^2+2p'x+q'=0,$ ナル方程式ノ根數ヲα'及β'トスレハ左式ヲ得ル其証チ問フ

$$(\alpha-\alpha')(\alpha-\beta')(\beta-\alpha')(\beta-\beta')=(q-q')^2+4(p-p')(pq'-p'q)=(q+q'-2pp')^2-4(q-p^2)(q'-p'^2)$$

附錄

經線儀(クロノメータ)ノ日差(レート)ヲ推算スルリウソウ氏ノ公式

命名　rハ温度θ'ノ時ニ於テ經線儀ノ日差チ示ス

aハ保持ノ日數ニ關スル係數

cハ温度ノ較差自乘ニ關スル係數

此三件チ用井テ日差チ推算スルニ若シ温度ノ更換ナキトキハ$(t'-t)$日ニ於ル日差ハ $r+a(t'-t)$ ニシテ又温度θ'ノ時ニ於テ其日數同ケレハ則チ其日差ハ次式ノ如シ

$$r'=r+a(t'-t)-c(\theta-\theta')^2$$

是レ即チ經線儀ノ日差チ修正スル所ノ方程式ニシテ式中ノt及θハ各任意數ナリ

今此a r c及θノ四常數ハ各經線儀ニ因テ各相異ナル者ニシテ是等チ確知スルニハθ_1 θ_2 θ_3及θ_4ノ各温度ノ時ニ測定シタルr_1 r_2 r_3及r_4ノ日差ヲ用井且ツ推算ノ便宜チ得ンカ爲メ$(t-t)$日數チシテhノ倍數ヲ漸次増加シテ之ヲ推算ス乃チ

$$r_1=r+0a-c(\theta-\theta_1)^2$$
$$r_2=r+ha-c(\theta-\theta_2)^2$$
$$r_3=r+2ha-c(\theta-\theta_3)^2$$
$$r_4=r+3ha-c(\theta-\theta_4)^2$$

此四式チ併用シテ

$$r-2r_2+r_3=-c(\theta_1^2-2\theta_2^2+\theta_3^2-2\theta(\theta_1-2\theta_2+\theta_3))$$
$$r_2-2r_3+r_4=-c(\theta_2^2+\theta_4^2-2\theta_3^2-2\theta(\theta_2-2\theta_3+\theta_4))$$
$$r_3+r_4-r_1-r_2=4ha-c(\theta_3^2+\theta_4^2-\theta_1^2-\theta_2^2-2\theta(\theta_3+\theta_4-\theta_1-\theta_2))$$
$$r_1+r+r_3+r_4=4r+6ha-c((\theta-\theta_1)^2+(\theta-\theta_2)^2+(\theta-\theta_3)^2+(\theta-\theta_4)^2)$$

茲ニ於テ次式チ設ク

$$v=c(\beta-2\theta\gamma)$$
$$v'=-c(\beta'-2\theta\gamma')$$
$$v''=4ha-c(\beta''-2\theta\gamma'')$$
$$v'''=4r+6ha-c((\theta-\theta_1)^2+(\theta-\theta_2)^2+(\theta-\theta_3)^2+(\theta-\theta_4)^2)$$

右四式チ變化シ

$$\theta=\frac{1}{2}\frac{v\beta'-v'\beta}{v\gamma'-v'\gamma}$$
$$c=\frac{v\gamma'-v'\gamma}{\beta'\gamma-\beta\gamma'}$$
$$a=\frac{1}{4h}(v''+c(\beta''-2\theta\gamma''))$$
$$r=\frac{1}{4}\{v'''-6ha+c((\theta-\theta_1)^2+(\theta-\theta_2)^2+(\theta-\theta_3)^2+(\theta-\theta_4)^2)\}$$

此式ニ依テr a c及θノ價數チ推算シ而シテ推算日差ヲ求ムルノ諸根數トス

編者曰此公式ニ據レハ粗日差ヲ修正スルニ足ル者ト雖モ其保持ノ日數益増加スルキハ或ハ適合セザルヤノ恐ナキ能ハス知ラス江湖ノ諸君以テ何如トス

驛遞局認可

明治十六年二月刊行

明治十六年三月廿日發兌

東京數學會社雜誌

第五拾六號

東京數學會社

東京數學會社雜誌局之證印

總理　磯野健

編輯　菊地鍬吉郎

印刷　中村義方

賣捌所

東京芝區柴井町　松井忠兵衛

同日本橋區本町三丁目　清水卯三郎

大坂備後町四丁目　梅原龜七

定價拾錢

目錄

第一套　論說　三條
第二套　雜錄　三條
第三套　解義　一條

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ
一本號諸套ニ揭ケル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル所ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサル者ハ編者ノ稿ナリ
一凡ソ問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ登錄スヘシ
一社外ト雖𪜈投書スルヲ得然レ𪜈變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス
一凡ソ揭載セル問題、論說、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ
一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス
一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス
一入社セント欲スル者ハ社則ニ從フヘシ

明治十六年二月　東京數學會社

套外

○或人問フテ云ク聞ク三角術ニ新式古式ノ別アリト如何答テ云ク新式ハ專ラ解析法ニ頼リ古式ハ偏ニ總合法ヲ用ヰ之ヲ說ク古式ハ正弦餘弦等ヲ渾ヘテ單ニ線ト見ナシ即チ幾何學上ノ一形象ト觀想シ幾何學ノ理法ニ基キテ之ヲ攷明ス新式ハ然ラス正弦餘弦等ヲスヘテ比率ト見ナシ即チ單一ノ數量ト觀ナシ解析上ノ諸範式ヲ用ヰ之ヲ推究ス而テ新式ノ古式ニ優ルコト遠シ實ニ新式ハ理會シ易ク記臆シ易シ又問フテ云ク新式三角術ハ誰ニ創ルカ答テ云ク千五百年代ニ盛名アリシ日耳曼ノレチカスナルヘシ、デ、モルガン氏ノ言ニレチカスハ正割餘割ヲ刱設シ始メテ完備セル八線表ヲ作リ始メテ比率ノ理ヲ用ヰテ三角術ヲ說ケリト謂ヘリ證トスヘシ（米國印行セルス氏普通教育問答ニ見ユ）

○等差ヲ以テ遞變スル級數ヲ算術級數ト稱シ等比率ヲ以テ遞變スル級數ヲ幾何級數ト稱ス其所以如何答テ云ク等差遞變ノ級數ハ恰モ 1, 2, 3, 4, ……ナル自然數（希臘語ニ ἀριθμοί（アリツモイ）トイフ）ノ級數ニ似タリ因テ之ヲ算術級數（*Arithmetical Progression*）ト名ク又比率ヲ以テ諸數ヲ比較スルノ事ハ幾何學上ニ在テ多ク之ヲ見ル因テ等比遞變ノ級數ヲ幾何級數（*Geometrical Progression*）ト名クルナリ　（米國印行「エデュケーショナル、ノートス、エンド、クヱリース」ヨリ抄譯ス）

○各種ノ公方程式ヲ解明スルニ先ツ其右節ヲ0ト爲スノ便法ヲ創設セシハ誰ナルカ云ク千五百年代ノ人トマス、ハルリヨットナリ　（仝上）

東京數學會社雜誌第五十六號

第一套　論說

○サント、フォルト、フレミング氏演述本初子午線新定ノ件（前號ノ續）

經度ニ關シ及ヒ殊ニ時日ニ關スル起算子午線ノ選定法ヲ議スル爲メ各國政府ハ一ケ年内ニ議員ヲ命スヘシ其議員ハ量地學者地理學者及商事代議者等ノ如キ學識アル者ヲ以テシ而シテ各政府ニテ命スル所三名宛ニテ可ナルヘシ此趣意ハ意太利亞地學協會長ニ委托シテ同氏ヨリ同國政府及各國地學協會ニ最初通知サルヘク且ツ同氏ハ前記諸條決定ノ目的ヲ實施スルニ緊要ナル所置ヲ行フヘキコトヽス又陳述ノ萬國公會ハ亞米利加代議士ノ意見ニ隨ヒ華盛頓府ニ於テ開場アランヲ望ム（了）

○萬國標準時刻新定之議ニ付意見　肝付兼行

伊國ウエニスノ萬國公會ニ於テ地球上ノ時刻ヲ改正セン爲メ其意見ヲ各國政府ニ協議スルニ先タチ其原案一編ヲ我地學協會ニ送レリ其意蓋シ日本人民ノ意見ヲ聞ントスルニアルカ如シ因テ今鄙見ヲ陳フル左ノ如シ

本案旨意ノ大要ヲ按スルニ萬國普通ノ標準時刻即チ通世時ヲ新定シテ海陸ノ交通普通各般ノ事業及諸學術上ノ用ニ供シ且ツ本初子午線ヲ新定シ之ニ基キ二十四個ノ副子午線ヲ設ケテ各國ノ經度起算ヲ齊一ニシ各地ノ經度及時刻ヲ精確ナラシメ以テ公衆一般ノ便益ヲ圖ラント欲スルニアリ此議案タル今日開明各國ニ在リテハ理論ハ勿論事實上ニ於テ概ネ皆希望スル所ナルヘシ

凡ソ事成ルヘキノ理アレハ行フテ成ルヘカラサルノ理ナシ而シテ世間往々然ル能ハサルモノアルハ何ソヤ他ナシ其實際ニ緊急ナラサルト利害ノ相償ハサルトヲ以テナリ然則一大事業ヲ起サント欲ス必ズ先ツ此点ニ就テ之レカ斷定ヲ求メサルヲ得ス今者通世時新定ノ擧タル理論ニ於テハ實ニ一点ノ喙ヲ容ルヘキナシト雖モ我邦ノ現狀ヨリシテ之ヲ觀レハ大ニ後來ニ望ムヘキ今日ニ望ムヘカラサルナリ

彼北米ノ國タル疆域廣濶經度一百五度ノ間ニ連亘シ陸ニハ百條ノ轍路アリ滊車ノ往復絡繹絶セス海ニハ船舶ノ航線茂密織ルカ如ク又電線ノ交錯スル蛛網ノ如ク其レ然リ故ニ夫ノ通信運輸等ニ關シ從來ノ制定時刻ニテハ時刻ノ差異紛雜ヨリシテ意外ノ混亂ヲ生シ甚シキハ人命ヲ損シ爭擾ヲ釀スカ如キノ弊害ヲ生スルニ至ル故ニ通世時ヲ新定シテ此弊ヲ救フハ一時古來ノ習慣ヲ破ルノ嫌アルモ米國ニ於テハ其實際ニ緊急ニシテ利害相償フハ辨ヲ俟タスシテ知ルヘシ又其歐州各國ニ於テモ其情勢大異同ナカルヘキナリ

眼ヲ轉シテ我邦今日ノ形勢ヲ視ルニ維新後百物ノ改良ヨリ學術事業大ニ進歩シ驚クヘキ開明ヲナセリト雖モ亦其形跡ヲ顧ミレハ日尚淺キヲ以テ轍道ノ築造未タ百里ニ滿タス電線ノ架設亦缺クル所多ク通商船路ノ航線未タ海外ニ普ネカラス且ツ其地勢ヲ見レハ東西ニ狹ク南北ニ長クシテ其經度ノ差異モ亦三十度ニ過キス而テ人民智識ノ度商旅貿易ノ狀ヲ視ルニ目下通世時ヲ新定シテ之ヲ用井サレハ困難ナルモノアルヲ見ス況ンヤ米國ノ如キ弊害ヲヤ萬一之ヲ希望スル者アルモ之ヲ實施スルニハ數百ケ所ノ時刻信號所ヲ新設シ盡ク之ニ電線ヲ附架セサルヲ得ス是レ啻タ莫大ノ費ヲ要スルノミナラス百年ノ習慣テ一朝ニ破ラント欲ス亦難カラスヤ故ニ通世時制定ノ我邦ニ於ケル目下實際ニ緊急ナラスシテ且ツ利害相償ハサルモノト謂ハサルヲ得ス然レ𪜈我ハ決シテ此案ノ賛成ヲ好マサルモノニ非ラス我ハ實ニ我邦ノ速ニ喜ンテ此案ヲ賛成スヘキノ位置ニ達センコヲ熱望スルモノナリ

夫ノ普通ノ本初子午線ヲ新定シ二十四個ノ副子午線ヲ設ケ及通世日ナルモノヲ新定シ之ヲ諸學術上ノ要用ニ供スルコハ各國經度ノ起算ヲ齊一ニシ地表各處ノ經度及時刻ヲ明確ニシ歷史ノ時日ヲ正確ニシ同時觀測ヲ便ナラシムル等ノ利アレハ天文地理測量航海ノ諸術ヲ首トシ他ノ學術上ニ於テ益ヲ得ル甚タ大ニシテ我能ク之ヲ收ムルノ力アレハ此項ニ於テハ蓋シ自ラ進ンテ其目的ヲ達センコヲ希望スル所ナリ

余ノ見ル所此ノ如シ故ニ議員ヲ派出シテ其議ニ與ル事ハ目今之ヲ謝絶スル可ナルヘシ但各國議員一致シテ通世時ノ新定ヲ賛成シ決行ノコニ至ラハ此時ニ於テハ我邦ニ於テモ速カニ其施行方法ノ議ニ與カリ意見ヲ詳陳シテ應分ノ力ヲ盡サヽル可ラス

同上ノ議ニ付意見

磯野健

今般米國華盛頓府ニ於テ地球上ニ本初子午線ヲ新定シテ萬國標準ノ時刻ヲ適用センカ爲メニ萬國公會開設ノ件ニ付左ニ其意見ヲ陳述ス

抑今回米國ニ於テ發議ノ旨意ハ地球上ニ單ニ一個ノ子午線ヲ新定シ之ヲ本初子午線ト認定シ尚之ニ基キ二十四個ノ副子午線ヲ設ケテ各國ノ經度起算ヲ齊一ニシ各地ノ經度及時刻ヲ精確ナラシメ其時刻ノ計算法ニ因テ萬國普通ノ標準時刻即チ通世時ヲ新定シテ海陸ノ交通各般ノ事業及諸學術上ノ用ニ供シ以テ公衆一般ノ便益ヲ圖ランコヲ欲スルニアリ

今爰ニ本初子午線並副子午線新定ノ件ヲ陳述スヘシ夫レ本初子午線ナル者ハ元來固定ノモノニ非スシテ地球上何レノ地ヲ論セス任意ニ之ヲ定ム可キ者ナリ故ニ現今歐洲中ニ於テモ英

國ハ綠威ヲ以テ本初子午線トシ佛國ハ巴里府ヲ以テ本初子午線トシ又日耳曼ハ「ヘルロ」島米國ハ華盛頓ヲ以テ本初子午線トスル等各國皆本初子午線ヲ設ケテ經度ヲ起算シ之ニ由テ時刻ヲ明確ニス殊ニ綠威ノ如キハ航海圖書ノ專ヲ關スル所ニシテ世ノ航海家專心注目シテ經度ヲ起算スル一ニ此ニ基ケリ我國ノ如キモ亦然リ然レ𪜈海曆海圖ハ獨リ英國ノミ之ヲ製スルニ非スシテ各國亦之ヲ製ス故ニ本初子午線ナル者モ亦各自ノ認定スルニ係ルヲ以テ英國ノ海圖ト佛國ノ海圖ヲ比較スル𪜈ハ則チ其子午線ノ相同シカラサルヲ知リ又英國ノ海曆ト佛國ノ海曆トヲ比較スル𪜈ハ亦經度ノ差異ヲ知リテ各改算ヲ要セサル可カラス是レ各國各自ニ本初子午線ヲ認定スルニ由ルモノニシテ其他天文地理航海等ノ諸學術ニ關シテハ尙斯ノ如キ紛亂甚タ夥シトセス之ニ由テ是ヲ見レハ今回米國ノ發議ノ如ク地球上ニ唯一個ノ本初子午線ヲ選定スルハ前記ノ紛亂ヲ生セス各地經度ノ起算齊一ニシテ時刻亦明確ヲ得ルヲ以テ各國ニ於テ製スル所ノ海曆海圖ハ相共ニ供用スルニ便ナリ是レ諸學術上ニ於テモ其益ノ鮮少ナラサルヲ知ルヘシ故ニ此件ハ進ミテ賛成セサル可カラサルノ一事ナリ

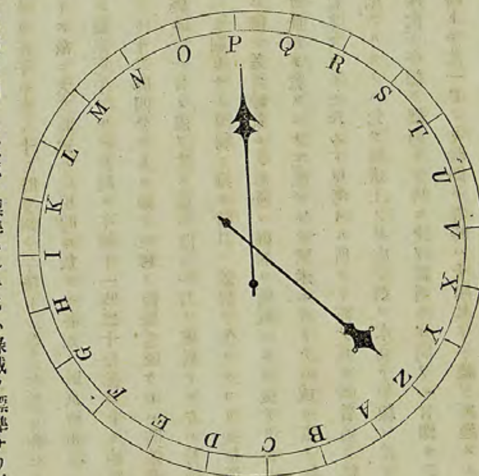
又左ニ萬國普通標準時刻即チ所謂ル通世時新定ノ件ヲ陳述スヘシ

夫レ今日用フル所ノ民用時ナルモノハ元來平大陽時ニシテ天文上ニテハ正午ヨリ正午ニ至ル二十四時間ヲ以テ一日トス即チ平大陽本初子午線ヲ經過シテ再ヒ之ヲ經過スル間ノ時ナリ然レ𪜈民用時ハ正子ヨリ正午ニ至ル十二時ヲ以テ午前トシ正午ヨリ正子ニ至ル十二時ヲ以テ午後トシ午前午後ヲ合セテ一日トス故ニ天文時或ハ民用時ニ於テモ各地ノ時刻皆相同シカラス東京正午ノ𪜈ハ長崎ハ午前十一時二十分餘ニシテ函館ハ幾ント十二時四分ナルカ如ク東西ノ距離愈遠ケレハ時差愈多ク終ニハ一日ノ差ヲ生ス或ハ既ニ一日ノ差異アル𪜈ハ月或ハ年ニモ關セサルヲ得ス斯ク時日ニ差異ヲ生スルヨリ通信運輸等ニ關シ差異紛亂シテ意外ノ混雜ヲ釀成スルノ憂アリ是レ米國カ此議ヲ發スルノ主眼ニシテ歐米ニ在リテハ或ハ斯ノ如キ混雜ナキニシモ非スト思考スル所ナリ而テ其萬國普通ノ標準時刻ナルモノハ先ツ地球上ノ某處ヲ選テ本初子午線ヲ設ケ平大陽此子午線ヲ經過シテ再ヒ之ヲ經過スル間ヲ一日即チ二十四時トシ此一日ノ初時即チ零時ハ大陽其子午線ヲ經過スルノ時ニシテ此零時ヲZ時ト云ヒ而シテ本初子午線ヨリ經度每十五度ニ副子午線二十三個ヲ定メ之ニABCD等（JWヲ除ク）ノ符號ヲ附シ以テ各地ノ時刻ヲ知ラシムルナリ今假リニ綠威ノ子午線ヲシテ本初トシ東京ノ時刻ヲ副子午線ニ由テ知ルモ

ノトスレハ則チ左記ノ時計ノ如シ而シテP時ノ子午線ハ播磨攝津兩國ノ間ニアリテ此地ヨリ東西各經度七度半以内ノ地ハ悉クP時ヲ以テ標準トシ其七度半以外ノ地ハ東ハO時チ以テ標準トシ西ハQ時ヲ以テ標準トス斯ノ如クナレハ東京長崎函舘共皆同時ヲ示スヲ以テ亦便益ナシト云フ可カラス然レモ之ヲ實際ニ施行スル件ハ若干ノ費用ヲ要シ又一時習慣チ破ルノ混雜アルヲ以テ遍ク人民ニ布及スルハ蓋シ一朝一夕ノ事ニ非サルヘシト信ス且ツ又我國今日ノ情勢ニ於テ與ニ公衆一般ノ裨益ヲ與フルヤ否ヤニ至リテハ決テ斷言ス可カラス故ニ方今ニ在リテハ唯其事チ贊成スルモ之ヲ實際ニ施スハ今日ノ急務ニ非ラサルヘシ

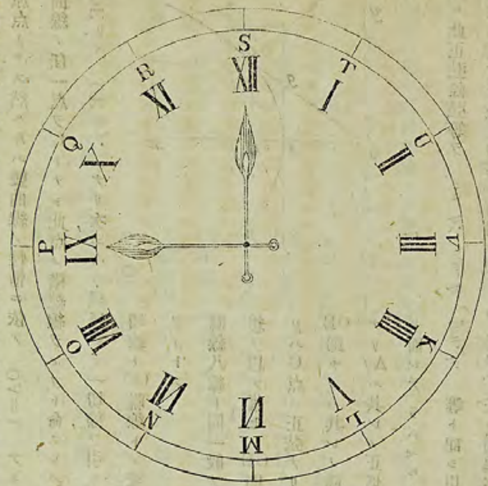
然レモ歐米各國既ニ其今日ニ缺ク可カラサルヲ知リテ本議ニ贊成スル者多ケレハ必ス實行スルニ至ルナラン設シ愈實行スルノ日ニ至テハ縱ヒ一國此法ヲ用井スト云フト雖モ萬國ノ與論如何トモス可カラス遂ニ此法ニ據ラサル可カラサルニ到ルヘシ然ラハ今日ノ公會ハ我國ノ宜ク加入スヘキ者ニシテ輕忽ニ看過シ措ク可カラサル者ナリ然レモ彼本初子午線選定ノ一点ニ於テハ各國各自ノ便利チ圖ランコヲ欲スルヲ以テ我國モ愈之ニ加入スル件ハ亦此点ニ注意セサル可カラス故ニ宜ク委員ヲ派遣シ以テ公會ノ議場ニ臨ミ我國ノ便益ヲ圖ラシメサル可カラス若シ之ヲ放棄シテ他日國人ノ不便ヲ訴フルニ至ラハ臍チ噬ムモ猶及フナシ然ラハ則チ今回米國ノ發議ハ我國ノ宜ク加入シテ委員ヲ派遣セサル可カラサルナリ

（甲圖）



（圖説）甲圖Pハ東京ノ標準ニシテZハ緑威ノ標準ナリ故ニ日次チ計フル件ハZ時チ其日ノ初時トシAヲ一時Bチ二時トナスカ如ク逐次追テ再ヒZ時ニ至レハ之ヲ翌日ノ初時トス斯ノ如クスル件ハ地球一般同一ノ時日ヲ知ルニ便ナルヘシ是レ通世日或ハ通世時ト唱フルモノニシテ東京ヨリ歐米等ニ發遣スル電信等ニハ殊ニ時日ノ齟齬チ生セサルチ以テ便益ナルモノトス又常ニ用ウル所ノ時ハCヨリPニ至ルヲ午前トシPヨリCニ至ルヲ午後トス而テ午前午後ヲ合セテ一日トスレハ是レ今日ノ法ニ異ナルコナシ

（乙圖）



此圖ハ時宜ニ依テ用ウルコアリト雖モ其用法ハ甲圖ニ異ナルコナク唯PQR等ハ晝一二三等ハ夜間ニ用井而テ九時チZ時ト看做スヘシ

第二套　雜錄

○雙曲線八線

岡本則録譯

所謂ル雙曲線八線ハ獨逸語ニ「ヒペルボリシエン、フンクチヨ子ン」ト呼ヒ英語ニ「ハイポテサカル、フォンクションス」等ト唱フ此八線ハ曾テラムベルト氏洋暦千七百六十八年獨國伯林大學校ノ日誌上ニ始メテ之ヲ載セ其後クレルノ數學雜誌第六、七、八、九冊中ニグーデルマン氏亦之ヲ説ケリ共用ハ蓋シ通常ノ圓線八線等ヲ以テ猶充分ニ簡括シ能ハサル式チ化シ更ニ便捷ノ形ニ歸セシムルノ類ニシ實ニ亦數學ノ一金鍵ト謂フヘシ然ルニ突発輸多兒氏ノ微分學其他尋常流布ノ微分學書之ヲ載スル者稀ナリ頃日獨國ソンケ氏ノ微分積分學チ繙キシニ雙曲線八線ノ一編アリ共説簡該ニシテ頗ル理會シ易キヲ覺ユ因テ玆ニ抄出シテ初學ノ一覽ニ供フ但シ其譯字ノ穩當ヲ缺ク者ノ如キハ特ニ大方ノ是正ヲ待ツ

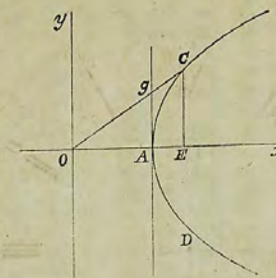
第一條　雙曲線八線ノ原理並ニ性情

今一圓線ノ方程式ヲ $x^2+y^2=r^2$ ト做シ等軸雙曲線ノ方程式ヲ $x^2-y^2=r^2$ ト做ス

此兩方程式ヲ比較シ按スルニ此圓線ト雙曲線トハ互ニ二点ヲ

以テ相切レ各中心共ニ同一点ニ在リ

次圖ニ於テCAヲ此雙曲線ノ一支トナシOヲ共中心即チ横縱軸ノ原点トナス然ルトキハ雙曲線ノ性情ニ依テ　$OA=1$　ナリ又此曲線ノ任一点ヲCトナシ此点ノ横縱線ヲx yト命スレハ　$OE=x.$　$CE=y.$　ナリ次ニAヲ通過シテ一切線ヲ引キ此



切線トOC聯線トノ交点ヲgトス

圓線八線ト同一般ノ思想ヲ以テ推セハCE即チyハC点ノ正弦ナリ又OE即チxハ共レノ餘弦ナリAgハ共レノ正切ナリ而シテ「ラムベルト」氏ハ此正弦餘弦等ヲ　$sin.h.$　$cos.h.$　$tan.h.$　等ト記シ以テ圓線ノ正弦餘弦正切等ト識別シ「グーデルマン」氏ハ獨逸字ヲ以テ之ヲ　$\mathfrak{Sin.}$　$\mathfrak{Cos.}$　$\mathfrak{Tang.}$　等ト記セリ

(譯者曰ク原本ニ在テハ以下スヘテ「グーデルマン」氏ノ法ヲ以テ之ヲ記セリ今私カニ「ラムベルト」氏ノ記法ニ改メテ譯出ス看者庶クハ之ヲ諒セヨ)

夫レ圓線八線ハ通常共レノ弧線ヲ以テ根率(アルグメント)トナシ起算ス蓋シ共半徑ハ必ス1ニ等シキカ故ニ共弧線ノ數量ハ即チ共レニ相配セル分圓面積ノ二倍ニ等シ　今此理ニ對應シOACナル雙曲線分面積ノ二倍ヲ以テCニ於ケル八線ノ根率トナシ此根率チwト命ス即チ　$2.OAC=w.$　ナリ

此故ニ　$sin.h.w=CE=y.$　$cos.h.w=OE=x.$

$$tan.h.w=Ag.$$

雙曲線ノ方程式ヨリシテ次ノ方程式ヲ得ル

$$cos.h.w^2-sin.h.w^2=1. \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

又圓線ノ方程式ニ依テ次式ヲ得ル

$$tan.h.w=Ag=\frac{Ag}{OA}=\frac{CE}{OE}=\frac{sin.h.w}{cos.h.w}. \quad \cdots\cdots(2)$$

又　$\frac{1}{tan.h.w}.$　ヲ以テ　$cot.h.w.$　ト做セハ

$$cot.h.w=\frac{cos.h.w}{sin.h.w}. \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

次ニ(1)(2)(3)ヨリシテ左ノ兩方程式ヲ得ル

$$1-tan.h.w^2=\frac{1}{cos.h.w^2}.$$

$$cot.h.w^2-1=\frac{1}{sin.h.w^2}. \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

圖象ニ就テ按スルニ　$cos.h.w>sin.h.w.$　ナリ而シテ

$$cos.h.w \geqq 1. \quad sin.h.w \gtreqless 1. \quad tan.h.w \leqq 1.$$

ナルコ明カナリ　是ニ由テ見レハ雙曲線ノ正弦餘弦正切ノ漸大漸小スル情況ハ猶圓線ノ正切正割正弦ニ於ケルカ如シ

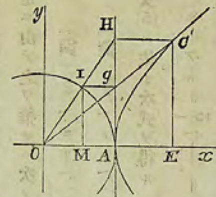
又若シ　$sin.h.w=tan\,O.$　ト做セハ(1)(2)(4)ニ依テ

$$cos.h.w=\frac{1}{cos.O} \quad tan.h.w.=sin.O.$$

此回歸八線ノ根率タルOチランベルト氏ハ超角ト名ケグーデルマン氏ハ之チwノ配對函數ト名ク　又Oトwトノ連屬ハ

$$O=l.w. \quad ナリ$$

雙曲線八線ト超角八線トノ連屬ハ又次圖ニ賴リテ之テ明カニスルコ易シ　今　$OA=1$　ヲ以テ半徑トシO点チ以テ中心



トシ一圓線ヲ畫ク後Cヨリ起リOEニ並行シテCHヲ引キ此線トAgトノ交点ナルHヨリHOヲ引キ此OI半徑ノ一端ヨリIgヲ引キ又Iノ縱線IMヲ引クヘシ此ノ如クレハ　$OE=OH$　ナリ又gIハOAト並行ニ在リ　前ノ如クAI弧即チ　AOI　ナル分圓面積ノ二倍ヲO.ト命レ　OAC　ナル雙曲線分面積ノ二倍ヲwトスレハ

$$sin\,O=IM=gA=tan.h.w.$$

$$cos\,O=\frac{OM}{OI}=\frac{OA}{OH}=\frac{1}{OE}=\frac{1}{cos.h.w}.$$

$$tan\,O=AH=CE=sin.h.w.$$

第二條　雙曲線八線ノ解析式

第一圖ニ於ケル雙曲線分面積ノ二倍ノ數量タルwヲ定ムル式ハ

$$w=l.(x+y)=-l.(x-y). \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

故ニ次ノ兩方程式ヲ生ス

$$e^w=x+y=cos.h.w+sin.h.w.$$

$$e^{-w}=x-y=cos.h.w-sin.h.w. \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

是ニ由テ雙曲線正弦及ヒ餘弦チ求ムレハ

$$cos.h.w=\tfrac{1}{2}(e^w+e^{-w}). \quad sin.h.w=\tfrac{1}{2}(e^w-e^{-w}).$$

若シ假ニxヲ以テwニ代ヘ且ツe^w等ヲ分解スレハ次式ヲ得ル

$$cos.h.x=1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\frac{x^6}{6!}+\cdots\cdots=\underset{x=0}{\overset{x=\infty}{\mathrm{M}}}\frac{x^{2n}}{(2n)!}.$$

$$sin.h.x=\frac{x}{1}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\cdots\cdots\cdots=\underset{x=0}{\overset{x=\infty}{\mathrm{M}}}\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}.$$

此兩式ハ　$cos.x.$　$sin.x$　ヲ分解シテ得ル所ト同一形ニシテ但タ各項ノ正負迭次ニ異ナルノミ看者宜ク之チ思ヘ

又圓線ノ正弦餘弦モ猶雙曲線ノ正弦餘弦ノ如キ式ヲ以テ表ハスコ易シ次ノ如シ

$$cos.x=\frac{1}{2}(e^{xi}+e^{-xi}). \quad sin.x=\frac{1}{2i}(e^{xi}-e^{-xi}).$$

玆ニ　$i=\sqrt{-1}$　ナリ

故ニ $\cos. h. w = \cos xi.$ $\cos xi. = \cos x.$

$i. \sin. h. x = \sin xi.$ $i. \sin x = \sin. h. xi.$

$i. \tan. h. x = \tan xi.$ $i. \tan x = \tan. h. xi.$

又若シ $\cos. h. x = n$ ナル者ニ於テ圓線反函數ノ紀法ニ倣ヒ x ノ式ヲ記セハ $x = (弧)\cos. h. n$

是ニ由テ之ヲ推サハ次ノ兩式ヲ證明スルヿ難カラサルヘシ

$(弧)\cos. h. n = l. (n+\sqrt{n^2-1}).$

$(弧)\sin. h. n = l. (n-\sqrt{n^2-1}).$

又(5)ニ依テ次式ヲ得ル

$$x = l. e^x = \frac{1}{2} l. \frac{e^x}{e^{-x}} = \frac{1}{2} l. \frac{\cos. h. x + \sin. h. x}{\cos. h. x - \sin. h. x}$$

$$= \tfrac{1}{2}\left[l. (1+\tan. h. x) - l. (1-\tan. h. x)\right]$$

$$= \tan. h. x + \tfrac{1}{3}\tan. h. x^3 + \tfrac{1}{5}\tan. h. x^5 + \ldots$$

次ニ $\sin. h. w = \tan O.$ $\cos. h. w = \operatorname{cosec} O.$ トナセハ左式ヲ得ル

$$w = l. (\sin. h. w + \cos. h. w) = l. (\tan. O + \operatorname{cosec} O)$$

$$= l. \tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{O}{2}\right).$$

此レ超角八線ノ根率Oト雙曲線八線ノ根率 w トノ關渉ヲ示ス最簡單ノ一範式ナリ

前ノ(6)ニ依テ容易ニ $\sin(\alpha+\beta)$ 等ノ式ヲ得ル次ノ如シ

$\sin. h. (\alpha+\beta) = \sin. h. \alpha \cos. h. \beta + \cos. h. \alpha \sin. h. \beta.$

$\cos. h. (\alpha+\beta) = \cos. h. \alpha \cos. h. \beta + \sin. h. \alpha \sin. h. \beta.$

若シ雙曲線ノ根率例之ハ m ニ相配スル超角ヲ n ト命スレハ

$\tan. h. \frac{m}{2} = \tan \frac{n}{2}$ ヲ得ル

第三條 雙曲線八線ノ微分式

圓線八線ノ微分ヲ求ムルト同一般ノ理ニ據リ(6)等ノ各式ヲ援用シテ雙曲線八線ノ微分ヲ求ムレハ

$d(\sin. h. u)_x = \cos. h. u\ du_x.$

$d(\cos. h. u)_x = \sin. h. u\ du_x.$

$d(\tan. h. u)_x = \frac{1}{\cos. h. u^2} du_x.$

$d(\cot. h. u)_x = -\frac{1}{\sin. h. u^2} du_x.$

$d(弧\sin. h. v)_x = \frac{1}{\sqrt{v^2+1}} dv_x.$

$d(弧\cos. h. v)_x = \frac{1}{\sqrt{v^2-1}} dv_x.$

$d(弧\tan. h. v)_x = \frac{1}{1-v^2} dv_x.$

$d(弧\cot. h. v)_x = \frac{1}{v^2-1} dv_x.$

此各式中 du_x ハ x ヲ自變數トナセル u ノ微分ナリ此他

類推スヘシ

又 $\frac{1}{\cos. h. x} = \sec. h. x.$ $\frac{1}{\sin. h. x} = \operatorname{cosec}. h. x.$

ト定ムレハ

$d(\sec. h. u)_x = -\sec. h. u \tan. h. u\ du_x.$

$d(\operatorname{cosec}. h. u)_x = -\operatorname{cosec}. h. u \cot. h. u\ du_x.$

$d(弧\sec. h. v)_x = -\frac{1}{v\sqrt{1-v^2}} dv_x.$

$d(弧\operatorname{cosec}. h. v)_x = -\frac{1}{v\sqrt{1+v^2}} dv_x.$

雙曲線八線ノ各高次微分式モ之ヲ求ムルヿ頗ル容易ナリ其一二ヲ掲クレハ

$$\frac{d^{2n}(\sin. h. x)}{dx^{2n}} = \sin. h. x.$$

$$\frac{d^{2n+1}(\sin. h. x)}{dx^{2n+1}} = \cos. h. x.$$

$$\frac{d^{2n}(\cos. h. x)}{dx^{2n}} = \cos. h. x.$$

$$\frac{d^{2n+1}(\cos. h. x)}{dx^{2n+1}} = \sin. h. x.$$

○不定指數式ノ眞數價ヲ求ムル一法

エフ、フランクリン氏原撰 （米國印行アメリカン、ジョルナル、オフ、マセマチックス、第一冊ヨリ抄譯ス）

一自變數 x ノ兩函數 y 並ニ z アリ若シ x ノ數價0トナル時此兩函數モ亦0トナレハ y^z ハ一種ノ不定式トナル尋常ノ法ニ據リテ此式ノ眞數價ヲ定メント欲セハ宜ク先ツ此式ノ對數ヲ求ムヘキナリ然リト雖モ $y:z$ ノ數價又ハ $y:z^k$ ノ數價（k ハ有窮ノ數）無窮大トナル者ノ他ハ其眞數價ハ必ス1ニ等シ敢テ一々其對數ヲ求メテ攷究スルヲ要セサルナリ其證下說ノ如シ

尋常ノ微分學書ニ論セル如ク x^x 式ハ x ノ數價0トナル時ニ1トナル故ニ $y^z = (y^y)^{\frac{z}{y}} = 1.$ ナリ但シ $y:z$ ハ無窮大ナラスト做シ之ヲ言フ 若シ $y:z$ ノ數價無窮大ト爲ル時ハ

$\frac{z^k}{y} = a.$ ト定ムヘシ（a ハ有窮ノモノトス）然ルトキハ

$$y^z = \left(\frac{z^k}{a}\right)^z = \frac{z^{kz}}{a^z} = \frac{(z^z)^k}{a^z} = \frac{(1)^k}{a^0} = 1.$$

是ニ由テ見レハ $y:z$ ノ數價又ハ $y:z^k$ ノ數價無窮大トナラサル以上ハ其眞數價ハ總ヘテ1ニ等シキヿ必セリ

惟フニ y 若クハ z ヲ表ハスニ x ノ某對數式乃至指數式ヲ以テスル一二特別ノ者ヲ除クノ外ハ常ニ能ク此制限ニ適フヘシ又通常ヲ以テ論スレハ其適フト否ヲ辨別スルヿ易々タルヘシ

上說ニ據リテ推セハ ∞^0 式ノ眞數價モ亦必ス1ニ等シ惟タ玆ニ仍 $y:z$ ノ數價又ハ $y:z^k$ ノ數價ハ無窮大ナラスト做シ之ヲ論ス　今 x ノ某數價ニ相配シテ y^z ハ ∞^0 ト爲ルト觀ナシ $y=\frac{1}{u}$ ト定ムレハ $y^z=\left(\frac{1}{u}\right)^z=\frac{1}{u^z}$. トナル然ルニ $y:z$ 又ハ $y:z^k$ ノ數價無窮大トナルノ他ハ前理ニ依テ $u^z=1$ ナリ乃チ $\frac{1}{u^z}$ ナリ要スルニ z ト y トノ相乘積又ハ z ノ某乘方ト y トノ相乘積無窮大ヲ得サレハ此式ノ數價ハ必ス1ナリ

印行ノ各微分學書ニ載スル所ノ其例題多クハ此制限內ニ在リ例セハウイルリヤムソン氏ノ微分學書ニ載スル所

$x=0$ ナル時 $\left(1+\frac{a}{x}\right)^x$ ノ眞數價ヲ求ムル者

$x=0$ ナル時 $\left(\frac{1}{x}\right)^{\tan x}$ ノ眞數價ヲ求ムル者

$x=0$ ナル時 $(\sin x)^{\sin x}$ ノ眞數價ヲ求ムル者

$x=\infty$ ナル時 $\left(\frac{\log x}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$ ノ眞數價ヲ求ムル者

此各式ノ如キハ倶ニ本說ノ制限ニ適ヘリ由テ直チニ各眞數價ハ1ナルヲ知ル

通常斯ノ如シト雖モ又往々此制限內ニ屬セサル者アリ例スルニ左ニ示ス三例題ハスピッツ氏（譯者按スルニ獨國ノ人）ノ微分積分學ニ見エテ倶ニ本說ノ制限外ニ在ルナリ即チ

$x=0$ ナル時 $x^{\frac{1}{1+2\log x}}$. ノ眞數價ヲ求ムル者

$x=0$ ナル時 $x^{\frac{1}{\log(e^x-1)}}$. ノ眞數價ヲ求ムル者

$x=0$ ナル時 $\left(\frac{1}{1-e^x}\right)^{\frac{1}{x}}$. ノ眞數價ヲ求ムル者

此三例題ノ如キハ各自ニ特別ノ攷求ヲ致スヲ要ス尋常ノ如ク對數ヲ用井テ之ヲ求ムルヲ要ス

又 x ノ某數價ニ相配シテ y^z ハ 1^∞ トナル時對數ヲ用井スシテ此式ノ眞數價ヲ求ムル一法アリ今前條ノ因ミニ之ヲ說クヘシ

此ノ如キ者ハ先ツ $z=\frac{1}{u}$ ト做スヘシ然ル時ハ求ムル所ノ眞數價ハ $(1+\Delta y)^{\frac{1}{\Delta u}}$ 式ノ極限數價ニ等シ即チ $(1+\Delta y)^{\frac{1}{\Delta y}\frac{\Delta y}{\Delta u}}$ ノ極限即チ $\left[(1+\Delta y)^{\frac{1}{\Delta y}}\right]^{\frac{\Delta y}{\Delta u}}$ ノ極限即チ $e^{\frac{dy}{du}}$ ニ等シ

○橢圓表面上ニ於ケル一質点ノ運動、トマス、クレイグ氏原稿（アメリカン、ジョルナル、オフ、マセマチックス、第一冊ヨリ譯出ス）

余嘗テヤコビ氏（譯者按スルニ獨國人）ノ動力學講義第二十八編ヲ讀ミテ得ル所アリ爰ニ於テ左ニ一設題ノ略說ヲ述フ蓋シ

此ノ如キ設題ハ先哲ノ已ニ解明セシモノ無キニ非サルヘシト雖モ余ハ未タ一モ其印行セシヲ見サルナリ因テ之ヲ示ス

橢圓表面上ニ在リテ運動スル一質点アリ此レニ加ハル所ノ力ハ恒ニ同表面ノ中心ニ向ヒ又其力ハ中心ヨリノ其距離ニ比例シテ變スルト做ス

今其中心ヨリ單位距離（長ノ單位ニ等シキ距離）ノ處ニ於ケル其力ヲβト命ス即チβハ常數ナリ又本表面上ノ一点ニ於ケル法線ノ方向ニ隨ヒテ質点ニ加ハル抵力（本表面ノ）ヲαトス本表面ノ三半軸ヲ $a\ b\ c$ ト命シ中心ヲ原点トナセハ其レノ方程式ハ $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1.$ ナリ

爰ニ於テ質点ノ運動ノ三方程式ヲ作レハ

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\alpha\frac{x}{a^2}+\beta x.\qquad \frac{d^2y}{dt^2}=\alpha\frac{y}{b^2}+\beta y.$$

$$\frac{d^2z}{dt^2}=\alpha\frac{z}{c^2}+\beta z.\quad\cdots\cdots(1)$$

此第一方程式ニ $\frac{x}{a^2}$ 第二ニ $\frac{y}{b^2}$ 第三ニ $\frac{z}{c^2}$ ヲ乘シ相併スレハ

$$\frac{x}{a^2}\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{y}{b^2}\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{z}{c^2}\frac{d^2z}{dt^2}=\alpha\left\{\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}\right\}+\beta\left\{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\right\}.$$

若シ其中心ヨリ其 (x,y,z) 点ノ切平面ニ對テ引ケル直角線ノ反數ヲ $\sqrt{p}$ ト命シ以テ此方程式ヲ化スレハ

$$\frac{x}{a^2}\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{y}{b^2}\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{z}{c^2}\frac{d^2z}{dt^2}=\alpha p+\beta.\quad(a)$$

t ニ相關シテ橢圓表面ノ方程式ヲ二次微分スレハ

$$\frac{x}{a^2}\frac{dx}{dt}+\frac{y}{b^2}\frac{dy}{dt}+\frac{z}{c^2}\frac{dz}{dt}=0.$$

$$\frac{x}{a^2}\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{y}{b^2}\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{z}{c^2}\frac{d^2z}{dt^2}+\frac{1}{a^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\frac{1}{b^2}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\frac{1}{c^2}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2=0.$$

此後方程式內ノ終尾ノ三項ヲPト命シ(a)ヲ以テ化スレハ

$$-P=\alpha p+\beta.\quad\cdots\cdots(2)$$

又(1)ノ三方程式ヨリシテ次ノ微分方程式ヲ生ス

$$\left\{\frac{1}{a^2}\frac{dx}{dt}\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{1}{b^2}\frac{dy}{dt}\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{1}{c^2}\frac{dz}{dt}\frac{d^2z}{dt^2}\right\}=\alpha\left\{\frac{x}{a^4}\frac{dx}{dt}+\frac{y}{b^4}\frac{dy}{dt}+\frac{z}{c^4}\frac{dz}{dt}\right\}+\beta\left\{\frac{x}{a^2}\frac{dx}{dt}+\frac{y}{b^2}\frac{dy}{dt}+\frac{z}{c^2}\frac{dz}{dt}\right\}.$$

即チ

$$\frac{dP}{dt}=\alpha\frac{dp}{dt}.\quad\cdots\cdots(3)$$

(2)方程式ト此レトヲ並用シテαヲ消去スレハ次ノ如シ

$$\frac{1}{p}\frac{dp}{dt}+\frac{1}{P+\beta}\frac{dP}{dt}=0.$$

此ヲ積分シ且ツ化スレハ次ノ如シ惟タAハ一常數ナリ

$$p(P+\beta)=A. \quad\cdots\cdots(4)$$

再ヒ(1)ヲ擧ケ各別ニ $\frac{dx}{dt}$ $\frac{dy}{dt}$ $\frac{dz}{dt}$ ヲ乘シ相併スレハ

$$\frac{dx}{dt}\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{dy}{dt}\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{dz}{dt}\frac{d^2z}{dt^2}=\beta\left\{x\frac{dx}{dt}+y\frac{dy}{dt}+z\frac{dz}{dt}\right\}.$$

此ヲ積分シテ次ノ方程式ヲ得ル惟タBハ積分ノ常數ナリ

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2=\left(\frac{ds}{dt}\right)^2$$
$$=\beta(x^2+y^2+z^2)+B. \quad (5)$$

若シ其中心ニ向ヒテ加ハル所ノ力アルヿ無ケレハ　$\beta=o.$ ナリ然ルトキハ簡單ノ結果ヲ得ル左ノ如シ

$$s=\sqrt{B}.t+(\text{常數}). \quad\cdots\cdots(b)$$

即チ其軌道ノ長ハ其時ト正比例ス

又本表面ノ任一点ハ　$\frac{x^2}{a^2+\lambda_1}+\frac{y^2}{b^2+\lambda_1}+\frac{z^2}{c^2+\lambda_1}=1.$

並ニ　$\frac{x^2}{a^2+\lambda_2}+\frac{y^2}{b^2+\lambda_2}+\frac{z^2}{c^2+\lambda_2}=1.$　ナル兩表面(即チ二箇ノ共心点表面(コンフォーカル))ト本表面トノ交点ナリト做スヲ得ル　此故ニ今 λ_1 並ニ λ_2 ヲ以テ其点ノ橢圓準率(エルリプチツク、コーオルヂネート)トナセハ　$\lambda_1=c_1$ ハ本表面上ニ於ケル一種屬ノ各曲率線ノ公方程式ナリ　$\lambda_2=c_2$ ハ同表面上ニ於ケル他ノ一種屬ノ各曲率線ノ公方程式ナリ(玆ニ c_1 c_2 ハ倶ニ常數ヲ示ス)而テ就中任二條ノ曲率線ノ交点ハ是レ即チ本橢圓表面ノ一点タリ

爰ニ於テサルモン氏ノ立體幾何學ニ據レハ

$$x^2+y^2+z^2=a^2+b^2+c^2-(\lambda_1+\lambda_2).$$

又　$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2$

$$=\frac{\lambda_1-\lambda_2}{4}\left\{\frac{\lambda_1\,d\lambda_1^2}{(a^2+\lambda_1)(b^2+\lambda_1)(c^2+\lambda_1)}-\frac{\lambda_2\,d\lambda_2^2}{(a^2+\lambda_2)(b^2+\lambda_2)(c^2+\lambda_2)}\right\}. \quad\cdots\cdots(6)$$

又 dx dy dz ナル各微分ノ式ハ

$$dx=-\frac{a}{2}\frac{\left\{d\lambda_1\sqrt{\frac{a^2+\lambda_2}{a^2+\lambda_1}}+d\lambda_2\sqrt{\frac{a^2+\lambda_1}{a^2+\lambda_2}}\right\}}{\sqrt{[(a^2-b^2)(a^2-c^2)]}}$$
$$dy=-\frac{b}{2}\frac{\left\{d\lambda_1\sqrt{\frac{b^2+\lambda_2}{b^2+\lambda_1}}+d\lambda_2\sqrt{\frac{b^2+\lambda_1}{b^2+\lambda_2}}\right\}}{\sqrt{[(b^2-c^2)(b^2-a^2)]}}$$
$$dz=-\frac{c}{2}\frac{\left\{d\lambda_1\sqrt{\frac{c^2+\lambda_2}{c^2+\lambda_1}}+d\lambda_2\sqrt{\frac{c^2+\lambda_1}{c^2+\lambda_2}}\right\}}{\sqrt{[(c^2-a^2)(c^2-b^2)]}} \quad\cdots(7)$$

其中心ヨリ同上ノ切平面ニマテ引ケル直角線ヲ定ムル式ハ

$$\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}=\frac{\lambda_1\lambda_2}{abc}=p. \quad\cdots\cdots(8)$$

dx dy dz ノ三式ヨリシテ次式ヲ得ルヿ知リ易シ

$$\frac{dx^2}{a^2}+\frac{d^2y}{b^2}+\frac{d^2z}{c^2}=\frac{\lambda_1-\lambda_2}{4}\left\{\frac{d\lambda_1^2}{(a^2+\lambda_1)(b^2+\lambda_1)(c^2+\lambda_1)}-\frac{d\lambda_2^2}{(a^2+\lambda_2)(b^2+\lambda_2)(c^2+\lambda_2)}\right\}. \quad (9)$$

此第一節ノ三項ヲ　$(dt)^2$　ニテ除サハ其得ル所ハ即チ P ニ同シキヲ見ル是ニ由テ次式ヲ得ル

$$P=\frac{\lambda_1-\lambda_2}{4}\left[\frac{\left(\frac{d\lambda_1}{dt}\right)^2}{X}-\frac{\left(\frac{d\lambda_2}{dt}\right)^2}{Y}\right]. \quad\cdots\cdots(10)$$

玆ニ　$X=(a^2+\lambda_1)(b^2+\lambda_1)(c^2+\lambda_1).$　ナリ又　$Y=(a^2+\lambda_2)(b^2+\lambda_2)(c^2+\lambda_2).$　ナリ蓋シ其簡ニ就テ斯ク命スルノミ

(4)ヨリ P ノ數價ヲ求メ此方程式內ニ代入スル後　$abc.A=D$ ト命スレハ

$$\frac{\lambda_1-\lambda_2}{4}\left\{\frac{1}{X}\left(\frac{d\lambda_1}{dt}\right)^2-\frac{1}{Y}\left(\frac{d\lambda_2}{dt}\right)^2\right\}=\frac{D}{\lambda_1\lambda_2}-B. \quad (11)$$

橢圓準率ヲ用ヰテ(5)方程式ヲ化スレハ次ノ如シ

$$\frac{\lambda_1-\lambda_2}{4}\left\{\frac{\lambda_1}{X}\left(\frac{d\lambda_1}{dt}\right)^2-\frac{\lambda_2}{Y}\left(\frac{d\lambda_2}{dt}\right)^2\right\}=C-\beta(\lambda_1+\lambda_2). \quad (12)$$

玆ニ　$C=\beta(a^2+b^2+c^2)+B$　ナリ是レ亦止タ其簡捷ニ隨フノミ別ニ意義アルニ非ラス

此(11)(12)ヲ並用シテ t ヲ消去セハ即チ本橢圓表面上ニ成レル其質点ノ軌道ノ微分方程式(橢圓準率ヲ以テセル者)ヲ得ヘシ其得ル所ハ

$$\left(\frac{D}{\lambda_1\lambda_2}-\beta\right)\left(\frac{\lambda_1 d\lambda_1^2}{X}-\frac{\lambda_2 d\lambda_2^2}{Y}\right)$$
$$=[C-\beta(\lambda_1+\lambda_2)]\left\{\frac{d\lambda_1^2}{X}-\frac{d\lambda_2^2}{Y}\right\}.$$

此レヲ化シテ兩變數ヲ分離セシムレハ

$$\frac{\sqrt{\lambda_1}.d\lambda_1}{\sqrt{X(D-C\lambda_1+\beta\lambda_1^2)}}\pm\frac{\sqrt{\lambda_2}.d\lambda_2}{\sqrt{Y(D-C\lambda_2+\beta\lambda_2^2)}}=o. \quad (13)$$

若シ其運動ノ始メニ一擊力ヲ受ケ其後ハ但タ各法線ノ方向ニ隨フ抵力ノミ質点ニ加ハリ他ニ外力ノ加ハルナシト觀レハ　$\beta=o$　ナリ　此ノ如キ者ニ在テ　$-\frac{D}{C}=\theta^2.$　ト名クレハ此方程式化シテ次ノ如シ

$$\frac{\sqrt{\lambda_1}.\,d\lambda_1}{\sqrt{[(a^2+\lambda_1)(b^2+\lambda_1)(c^2+\lambda_1)(\theta^2+\lambda_1)]}}$$
$$\pm\frac{\sqrt{\lambda_2}.\,d\lambda_2}{\sqrt{[(a^2+\lambda_2)(b^2+\lambda_2)(c^2+\lambda_2)(\theta^2+\lambda_2)]}}=o.$$

按スルニ此レハ本橢圓表面上ニ在ル一ノ測地線(ゼオデシツク)ノ微分方程式ナリ

(未完)

第三套解義

第十五號七套ノ五　　岡本則錄解

本題ノ方程式ヲ擧クレハ

$$y^3 - y^2 - 8x^6 - 36x^5 - 2x^4 = o. \quad \cdots\cdots\cdots(1)$$

此方程式ヲ以テ顯ハス所ノ曲線ニ有スル漸近線ノ狀情ヲ推定スルニハ牛童(ニウトン)氏ノ分開法（サルモン氏ノ高次平面曲線法ニ見ユ）ヲ用ヰテ先ツ之ヲ分開シyノ數價ヲ示スxノ無窮連數式ヲ求メサル可カラス由テ下說ノ如シ

今yノ略近數價ヲ　$y=Ax^a$.　ト做シ以テ(1)內ニ代入スレハ

$$A^3x^{3a} - A^2x^{2a} - 8x^6 - 36x^5 - 2x^4 = o.$$

牛童氏ノ定則ニ據リ　$3a=6$.　$A^3-8=o$.　トナセハ

$a=2$. $A=2$. ヲ得ル　所以ニ　$y=2x^2$.　ヲ得ルコレyノ第一略近數價ナリ

故ニyノ第二略近數價ヲ　$y=2x^2+Bx^b$.　トナシ代入スレハ

$$12Bx^{b+4}+6B^2x^{2b+2}+B^3x^{3b}-4Bx^{b+2}$$
$$-B^2x^{2b}-36x^5-6x^4=o.$$

同上定則ニ據リ　$b+4=5$.　$12B-36=o$.　トナセハ

$b=1$.　$B=3$.　ヲ得ル　所以ニ　$y=2x^2+3x$.　ヲ得ル

yノ第二略近數價トス

此故ニyノ第三略近數價ヲ　$y=2x^2+3x+Cx^c$.　トナセハ

$$12Cx^{c+4}+36Cx^{c+3}+23Cx^{c+2}-6Cx^{c+1}+4C^2x^{2c+2}$$
$$+9C^2x^{2c+1}-C^2x^{2c}+C^3x^{3c}+48x^4+15x^3-9x^2=o.$$

同上ノ定則ニ據リ　$c+4=4$.　$12C+48=o$.　トナセハ

$c=o$.　$C=-4$.　ヲ得ル由テ　$y=2x^2+3x-4$.　ヲ得ル

是レyノ三略近數價ナリ

爰ニ於テ之ヲ推セハyノ數價ヲ表ハス無窮連數式ハ次ノ如シ

$$y=2x^2+3x-4+Dx^{-1}+Ex^{-2}+\cdots\cdots \quad (2)$$

按スルニxノ數價若シ無窮大トナレハ此第四項ヨリ始メ以下ノ各項ハ倶ニ必ス消盡ス

此故ニ　$y=2x^2+3x-4$.　ナル曲線即チ一ノ二次拋物線ハ無窮遠ノ處ニ至リテ此(2)曲線ニ相切スルヿ明カナリ由テ(1)曲線ハ拋物線狀ノ一漸近線ヲ有スルモノトス

○正誤　第三十三號十二丁表第九行肝月君ハ好算無極齋子ノ誤

總理　岡本則錄
編輯　菊池鈫吉郎
印刷　中村義方

賣捌所　○東京芝區柴井町松井忠兵衛○同日本橋區本町三丁目淸水卯三郎○大阪備後町四丁目梅原龜七

定價十錢

驛遞局認可

明治十六年三月廿日發行

東京數學會社雜誌

第五拾七號

東京數學會社

目錄

雜錄　六條

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ
一本號諸套ニ揭クル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル處ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサル者ハ編者ノ稿ナリ
一本號ニ記スル問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ之ヲ登錄スヘシ
一社外ト雖ヒ投書スルヲ得然レヒ變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス
一凡ソ揭載セル問題、論說、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ
一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス
一集會ハ每月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス
一入社セントスルモノハ社則ニ從フヘシ
明治十五年十一月　東京數學會社

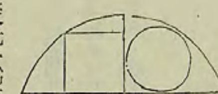
套外

小子本邦算家南山安島先生遺稿若干冊ヲ藏ス其內左ノ題術ヲ載ス其術最モ簡ニシ且ツ世間算書中ニ未タ見サルトコロ故ニ今茲ニ之ヲ錄シテ同學ニ示ス

今如圖平圓闕內容隔矢圓形及方只云玄、矢、圓徑、方面四和若干又云以圓徑除方面以玄除矢以矢除圓徑三商相併共若干問得各若干術

右京都祇園社見奉納之額洛陽住西村遠里之門人津田延久得玄術以開方一千零二十三乘式答之愚予今得開方四十五乘式求玄術其術如左云々

直圓者之如左答之乃九乘式



立天元一爲玄以減只云數余名甲列又云數加三個乘玄名乙列又云數乘玄加甲名丙列甲乘玄名丁列又云數乘玄冪名戊列丁乘又云數一十七之名己列併甲冪八段丁三十四段內併減玄冪一段戊九段余名庚列併玄冪二十七段戊三十六段己一段內併減甲冪三十二段丁五十五段余名辛列併玄冪一十八段丁二十二段戊一十四段己一段內減甲冪一十五段余名壬列併玄冪一十一段戊十二段內減丁一十一段余名癸列併庚三段辛一段乘玄名乾列併乙因庚一段玄因壬一段名兌丙因庚內減玄冪因癸余名離玄因壬三段離一段相併名震玄因癸三段庚一段相併名巽列乙因壬內併減丙因辛一段巽一段余名坎乙癸相乘以減辛余名艮丙癸相乘以減壬余名坤玄因乾因癸玄因庚冪相併得數與巽因坎震因艮相併得數相乘一段玄冪因癸冪坤因庚相併得數與離因震因減兌因坎余相乘一段玄冪因庚因壬玄因乾因艮相併得數與壬因巽辛因艮相併得數相乘一段右三位相併寄左

玄冪因癸因艮玄因壬因坤相併得數與壬因兌內減辛因離余相乘一段玄冪因癸因壬內減玄因庚因艮余與離因巽兌因艮相併得數相乘一段乾因坤內減玄冪因庚因癸余與辛因坎內減壬因震相乘一段右三位相併與寄左相消得九乘方式

東京數學會社雜誌第五十七號

雜錄

第一　不等四邊形ノ對角線ニ從ヒテ其四角點ニ働ク四力ノ相定ヲ論ズ

今甲圖ニ於テABCDヲ設ケタルトコロノ四不等邊形ト定メ其四角點ニ働ク四力ヲ以テPQP'及ヒQ'ト名ケ而メ先ツ四邊形ニ就テ

BC$=a$,　CD$=b$,　AD$=c$,　AB$=d$,

CBD$=\alpha$,　DBA$=\beta$,　BAC$=\gamma$,　CAD$=\delta$,　ADB$=\varepsilon$

BDC$=\theta$,　DCA$=\phi$,　ACD$=\psi$

ト定メ次ニPQP'Q'ノ各力ヲ分ツテAB及ヒCB、BC及ヒDC、CD及ヒAD、DA及ヒBA邊ノ方向ニ從フノ二力トナセハ則チ

Pノ二分力ニ就テ

BCノ方向ニ從フ力 $=\mathrm{P}\times\dfrac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$

BAノ方向ニ從フ力 $=\mathrm{P}\times\dfrac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$

Qノ二分力ニ就テ

CB方向ニ從フ力 $=\mathrm{Q}\times\dfrac{\sin\phi}{\sin(\phi+\psi)}$

CD方向ニ從フ力 $=\mathrm{Q}\times\dfrac{\sin\psi}{\sin(\phi+\psi)}$

P'ノ二分力ニ就テ

DC方向ニ從フ力 $=\mathrm{P'}\times\dfrac{\sin\varepsilon}{\sin(\varepsilon+\theta)}$

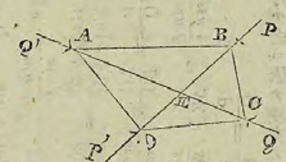
DA方向ニ從フ力 $=\mathrm{P'}\times\dfrac{\sin\theta}{\sin(\varepsilon+\theta)}$

及ヒQ'ノ二分力ニ就テ

AD方向ニ從フ力 $=\mathrm{Q'}\times\dfrac{\sin\gamma}{\sin(\gamma+\delta)}$

AB方向ニ從フ力 $=\mathrm{Q'}\times\dfrac{\sin\delta}{\sin(\gamma+\delta)}$

ナリ



甲圖

故ニ此例ニアリテハPQP'Q'四力ヲ以テ兩々互ニ四邊形ノ同邊ニ於テ對向ニ働ク他ノ八力ニ改ムルコトヲ得可シ是ヲ以テ相定ノ例ニ於テハ同一邊ノ兩對向力必ス相等ヲ致サスンハ非ス故ニ此時ニ當リテ必ス次式アリ

$$\left.\begin{aligned}
\mathrm{P}\times\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}&=\mathrm{Q}\times\frac{\sin\phi}{\sin(\phi+\psi)}\\
\mathrm{Q}\times\frac{\sin\psi}{\sin(\phi+\psi)}&=\mathrm{P'}\times\frac{\sin\varepsilon}{\sin(\varepsilon+\theta)}\\
\mathrm{P'}\times\frac{\sin\theta}{\sin(\varepsilon+\theta)}&=\mathrm{Q'}\times\frac{\sin\gamma}{\sin(\gamma+\delta)}\\
\mathrm{Q'}\times\frac{\sin\delta}{\sin(\gamma+\delta)}&=\mathrm{P}\times\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(甲)$$

是ニ於テ此甲式ノ首末兩式ヲ相乘シ而メ后チ同乘數ヲ省ケハ

$$\mathrm{Q'}\times\frac{\sin\beta\times\sin\delta}{\sin(\gamma+\delta)}=\mathrm{Q}\times\frac{\sin\phi\,\sin\alpha}{\sin(\phi+\psi)}$$

乃チ $\frac{Q'}{Q}=\frac{\sin\phi}{\sin\delta}\times\frac{\sin\alpha}{\sin(\phi+\psi)}\times\frac{\sin(\gamma+\delta)}{\sin\beta}$

而メ今 $\frac{\sin\phi}{\sin\delta}=\frac{c}{b}$, $\frac{\sin\alpha}{\sin(\phi+\psi)}=\frac{b}{BD'}$, $\frac{\sin(\gamma+\delta)}{\sin\beta}=\frac{BD}{c}$

ナルガ故ニ

故ニ $\frac{Q'}{Q}=\frac{c}{b}\times\frac{b}{BD}\times\frac{BD}{c}=1$

$Q'=Q$ ……(乙)

又(甲)ノ第一及ヒ第二式ヲ相乘スレバ

$$P\times\frac{\sin\beta\times\sin\psi}{\sin(\alpha+\beta)}=P'\times\frac{\sin\psi\sin\varepsilon}{\sin(\varepsilon+\theta)}$$

乃チ $\frac{P'}{P}=\frac{\sin\beta}{\sin\varepsilon}\times\frac{\sin\psi}{\sin(\alpha+\beta)}\times\frac{\sin(\varepsilon+\theta)}{\sin\psi}$

而メコヽニ

$\frac{\sin\beta}{\sin\varepsilon}=\frac{c}{d}$, $\frac{\sin\psi}{\sin(\alpha+\beta)}=\frac{d}{AC'}$, $\frac{\sin(\varepsilon+\theta)}{\sin\psi}=\frac{AC}{c}$

ナルガ故ニ

$$\frac{P'}{P}=\frac{c}{d}\times\frac{d}{AC}\times\frac{AC}{c}=1$$

$P'=P$ ……(丙)

但シ相定ノ情性又能ク直チニ $P'=P$ 及ヒ $Q'=Q$ アルヲ知ラシムルコトヲ得可シ

是ニ於テ $P'=P$ 及ヒ $Q'=Q$ ヲ(甲)式中ニ定ム然ルトキハ

$$\left.\begin{aligned}P.\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}&=Q.\frac{\sin\phi}{\sin(\phi+\psi)}\\P.\frac{\sin\varepsilon}{\sin(\varepsilon+\theta)}&=Q.\frac{\sin\psi}{\sin(\phi+\psi)}\\P.\frac{\sin\theta}{\sin(\varepsilon+\theta)}&=Q.\frac{\sin\gamma}{\sin(\gamma+\delta)}\\P.\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}&=Q.\frac{\sin\delta}{\sin(\gamma+\delta)}\end{aligned}\right\}\text{……(丁)}$$

今此(丁)ノ各式皆ナ能クPQノ相屬ヲ顯ハス故ニ任ニ其中ノ一式ヲ取リテPQ二力ノ比例ヲ推求ス可シ

但シ四邊幷ニ一角ヲ知レハ他件隨テ相定ル可シ

○又兩對角線及ヒ其互ニ相截リテ以テ成ル所ノ四分ヲ用テPQ二力ノ比ヲ推ス左ノ如シ

今先ツ(丁)ノ末式ニ依テPQノ比數ヲ顯ハセバ

$$\frac{P}{Q}=\frac{\sin\delta\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin(\gamma+\delta)}.$$

而メ茲ニ $\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\psi}=\frac{AC}{AB'}$, $\frac{\sin(\gamma+\delta)}{\sin\varepsilon}=\frac{BD}{AB}$ ニメ

$\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\gamma+\delta)}=\frac{\sin\psi}{\sin\varepsilon}\times\frac{AC}{BD}$ アリ故ニ

$\frac{P}{Q}=\frac{AC}{BD}\times\frac{\sin\delta}{\sin\varepsilon}\times\frac{\sin\psi}{\sin\alpha}$ 隨テ又

$\frac{\sin\delta}{\sin\varepsilon}=\frac{DE}{AE}$, $\frac{\sin\psi}{\sin\alpha}=\frac{BE}{CE}$ ナルヲ以テ直チニ

$$\frac{P}{Q}=\frac{AC\times DE\times BE}{BD\times AE\times CE}$$

ヲ得乃チ之ニ依テ左文アリ

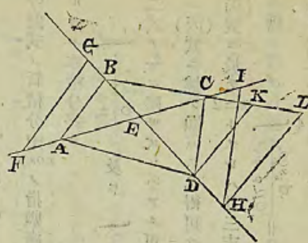
一凡ソPQ二力ノ比ハ其働ク所ノ對角線ノ兩分ノ矩積ト他ノ對角線トノ相乘ノ比ノ如シ

若シ乙圖ニ於テ $DE=p, BE=p', CE=q,$ 及ヒ $AE=q'$ ト定ムレバ

$$\frac{P}{Q}=\frac{pp'(q+q')}{qq'(p+p')}\text{……(戊)}$$

アリ故ニPQノ比ハ直チニ此式ニ依テ圖上ニ顯ハスヲ得其法次

ノ如シ



先ツCA對角線ノ引長上ニAFヲ取リ之ヲQ力ト定メ而メABト平行ニFGヲ引ク可シ然ルトキハ

$$BG=BE\times\frac{AF}{AE}=AF\times\frac{BE}{AE}=Q\times\frac{p'}{q'}.$$

次ニ又 $CI=BG$ ヲ取リCDト平行ニIHヲ引ク然ルトキハ

$$DH=CI\times\frac{ED}{EC}=BG\times\frac{ED}{EC}=Q\times\frac{p'}{q'}\times\frac{p}{q}.$$

隨テ再ヒ $BK=AC$ ヲ取リDK及ヒ之レト平行ニHLヲ引ク然ルトキハ

$$KL=DH\times\frac{BK}{BD}=DH\times\frac{AC}{BD}=Q\times\frac{p'p}{q'q}\times\frac{q+q'}{p+p'}$$

ニメ

$$\frac{KL}{Q}=\frac{p'p(q+q')}{q'q(p+p')}=\frac{P}{Q}.\quad\text{乃チ}\quad KL=P$$

故ニABCD四邊形ニ於テA及ヒCニ對角線ACノ方向ニ從ヒテ一力 $Q=AF$ ヲ加フレハ則チ相定ヲ得セシムルノ例ニ就テハ必スB及ヒDニ對角線ニ從ヒテ $P=KL$ 力ヲ加ヘズンバ非ス

○凡ソ(戊)式ニヨレバPQノ比ハ恆ニ兩對角線ノ交角ニ關セス只タ p q p' 及ヒ q' ニ關スルコト明カナリ故ニ若シAC及ヒBD對角線ヲメE點周ニ運動セシメ而ヲ各情勢ニ於テ其四端ヲ結ヒテ諸四邊形ヲ作レハ此諸形ニ就テPQ二力ノ比决シテ變スルコトナカル可シ

○若シ四邊形移リテ平行邊形トナルトキハ $BE=ED$ $AE=EC$ 乃チ $p'=p$ $q'=q$ ニメ(戊)式乃チ

$$\frac{P}{Q}=\frac{p^2}{q^2}\cdot\frac{2q}{2p}=\frac{p}{q}=\frac{BD}{AC}$$

ニ變ス故ニ此例ニ於テ二力乃チ兩對角線ト比例ス

第二 $\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^n\phi}$ 微分式ノ積分ヲ求ムル三解 但シ n ハ一任意ノ整偶數ト定ム

第一解 凡ソ $e^{\tan\phi}$ ノ微分ハ $\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^2\phi}$ ニ等シ故ニ今本式ヲ以テ

$$y=\int\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^2\phi}\times\frac{1}{\cos^{n-2}\phi}$$

$$=\int\frac{1}{\cos^{n-2}\phi}\times d\,e^{\tan\phi}$$

ノ形ニ改メ而メ

$$\int XdY=XY-\int YdX.$$

式ニ依テ y ヲ化ス然ルトキハ

$$y=\frac{e^{\tan\phi}}{\cos^{n-2}\phi}-\int e^{\tan\phi}\times d.\frac{1}{\cos^{n-2}\phi}$$

$$=\frac{e^{\tan\phi}}{\cos^{n-2}\phi}-(n-2)\int e^{\tan\phi}\frac{\sin\phi\,d\phi}{\cos^{n-1}\phi}\text{……(甲)}$$

次ニ此末積分ヲ y' ト定メ再ヒ $e^{\tan\phi}.\frac{d\phi}{\cos^2\phi}$ ニ就テ $d\,e^{\tan\phi}$ ヲ記セバ

$$y'=\int e^{\tan\phi}\frac{\sin\phi\,d\phi}{\cos^{n-1}\phi}=\int\frac{\sin\phi}{\cos^{n-3}\phi}\times d\,e^{\tan\phi}$$

隨テ又 $\int XdY = XY - \int YdX$ 式ニ依テ之レヲ移セバ

$$y' = \frac{e^{\tan\phi}\sin\phi}{\cos^{n-3}\phi} - \int e^{\tan\phi}\times d\,\frac{\sin\phi}{\cos^{n-3}\phi}$$

$$= \frac{e^{\tan\phi}\sin\phi}{\cos^{n-3}\phi} - \int e^{\tan\phi}\times\frac{\cos^{n-2}\phi+(n-3)\cos^{n-4}\phi\sin^2\phi}{\cos^{2n-6}\phi}d\phi$$

$$= \frac{e^{\tan\phi}\sin\phi}{\cos^{n-3}\phi} - \int e^{\tan\phi}\times\frac{(n-3)\cos^{n-4}\phi-(n-4)\cos^{n-2}\phi}{\cos^{2n-6}\phi}d\phi$$

$$= \frac{e^{\tan\phi}\sin\phi}{\cos^{n-3}\phi} - \int e^{\tan\phi}\left(\frac{(n-3)d\phi}{\cos^{n-2}\phi}-\frac{(n-4)d\phi}{\cos^{n-4}\phi}\right)$$

$$= \frac{e^{\tan\phi}\sin\phi}{\cos^{n-3}\phi} - (n-3)\int\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^{n-2}\phi}$$

$$,, + (n-4)\int\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^{n-4}\phi}\dots\dots(乙)$$

是ニ於テ此 y' ノ同數ヲ以テ(甲)式中ニ代用スレハ乃チ

$$\int\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^n\phi} = \frac{e^{\tan\phi}}{\cos^{n-2}\phi} - (n-2)\frac{e^{\tan\phi}\sin\phi}{\cos^{n-3}\phi}$$

$$+(n-)(n-3)\int\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^{n-2}\phi} - (n-2)(n-4)\int\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^{n-4}\phi}\dots(丙)$$

今此式ノ新積分中 $\cos\phi$ ノ指數漸ニ2ヲ以テ減小ス故ニ n 偶數ナルトキハ本積分終ニ

$\int\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^2\phi}$ 及ヒ $\int\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^4\phi}$

二式ノ一ニ歸サズンハアル可カラズ而シテ此二積分又能ク容易ニ(丙)式ニ據テ顯ハスヲ得可シ

(丙)式ニ於テ $n=2$ トスレバ其三末項悉ク消去ス故ニ

$$\int\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^2\phi} = e^{\tan\phi}$$

又同式ニ於テ $n=4$ トスレバ

$$\int\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^4\phi} = \frac{e^{\tan\phi}}{\cos^2\phi} - \frac{2e^{\tan\phi}\sin\phi}{\cos\phi}$$

$$,, + 2\int\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^2\phi}$$

$$= e^{\tan\phi}\left(\frac{1}{\cos^2\phi} - 2\tan\phi + 2\right)$$

$$= e^{\tan\phi}(\tan^2\phi - 2\tan\phi + 3)$$

$$= e^{\tan\phi}\{(\tan\phi-1)^2+2\}$$

故ニ(丙)式必ス n ノ諸偶數ニ就テ適當スルコト明カナリ

但シ(丙)式 n ノ奇數ナル時モ亦能ク適當ス可シ

第二解　先ツ $\tan\phi$ ヲ z ト定ム然ル時ハ

$$\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{1+z^2}}\ 及ヒ\ d\phi = \frac{dz}{1+z^2}$$

而シテ之レニ由テ本式移リテ

$$dy = e^{\tan\phi}\frac{d\phi}{\cos^n\phi} = e^z dz(1+z^2)^{\frac{n}{2}-1}$$

トナル、今 n ハ偶整數ナルカ故ニ指數 $\frac{n}{2}-1$ 必ス整數ヲナス可シ

而シテ $(1+z^2)^{\frac{n}{2}-1}$ ノ詳式ニ就テ能ク $\frac{1}{2}n$ 項ノ有窮式ヲ得ル故ニ

$$dy = e^z dz\left(1+\frac{n-2}{2}z^2+\frac{(n-2)(n-4)}{2\cdot4}z^4+\dots+z^{n-2}\right)$$

是ニ於テ此各項ヲ積分スレバ

$$y = \int e^z dz + \frac{n-2}{2}\int e^z z^2 dz + \frac{n-2}{2}\cdot\frac{n-4}{4}\int e^z z^4 dz + \dots$$

$$+\frac{n-2}{2}\cdot\frac{n-4}{4}\cdot\frac{n-6}{6}\int e^z z^6 dz + \dots + \int e^z z^{n-2} dz\dots(一)$$

但シ公式 $\int e^z z^m dz = \int z^m\times de^z$ ハ分積分法ニ由テ

$$\int e^z z^m dz = z^m e^z - m\int e^z z^{m-1} dz$$

故ニ此式ニ就テ m ヲ 0 1 2 3 4 …… ト定メ以テ各項ノ積分同數ヲ顯セハ逐次ニ

$$\int e^z dz = e^z$$

$$\int e^z z^2 dz = e^z(z^2-2z+2).$$

$$\int e^z z^4 dz = e^z(z^4-4z^3+3.4z^2-2.3.4z+2.3.4)$$

$$\int e^z z^6 dz = e^z(z^6-6z^5+5.6z^4-4.5.6z^3+3.4.5.6z^2$$

$$-2.3.4.5.6z+2.3.4.5.6)$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$\int e^z z^{n-2} dz = e^z\{z^{n-2}-(n-2)z^{n-3}+(n-3)(n-2)z^{n-4}$$

$$+\dots\dots1.2.3\dots(n-2)z+1.2.3\dots(n-2)\}$$

因テ今此諸同數ヲ(一)式中ニ代用スレバ

$$y = \left\{\begin{array}{l} e^z \\ +\frac{n-2}{2}e^z(z^2-2z+2) \\ +\frac{n-2}{2}\cdot\frac{n-4}{4}e^z(z^4-4z^3+3.4z^2-2.3.4z+2.3.4) \\ +\frac{n-2}{2}\cdot\frac{n-4}{4}\cdot\frac{n-6}{6}e^z(z^6-6z^5+5.6z^4-4.5.6z^3+ \\ \quad 3.4.5.6z^2-2.3.4.5.6z+2.3.4.5.6) \\ +\dots\dots\dots \\ +e^z\{z^{n-2}-(n-2)z^{n-3}+(n-3)(n-2)z^{n-4}-\dots \\ \quad +1.2.3\dots(n-2)\} \end{array}\right.$$

又之レヲ變化スレバ乃チ

$$y = \left\{\begin{array}{l} e^z\{1+(n-2)+3(n-2)(n-4)+3.5(n-2)(n-4)(n-6) \\ \quad +\dots+1.2.3\dots(n-2)\} \\ -ze^z\{(n-2)+3(n-2)(n-4)+3.5(n-2)(n-4)(n-6) \\ \quad +\dots+2.3.4\dots(n-2)\} \\ +z^2e^z\left(\frac{1}{2}(n-2)+\frac{1}{2}\cdot3(n-2)(n-4)+\frac{1}{2}\cdot3.5(n-2)(n-4)\right. \\ \quad ,,(n-6)+\dots+3.4.5\dots(n-2)\Big) \\ -z^3e^z\left(\frac{1}{2}(n-2)(n-4)+\frac{1}{2}\cdot5(n-2)(n-4)(n-6)\right. \\ \quad +\dots+4.5.6\dots(n-2)\Big) \\ +\dots\dots\dots \end{array}\right.$$

故ニ z ヲ以テ其同數ニ代ユレバ

$$\int\frac{e^{\tan\phi}d\phi}{\cos^n\phi} = \left\{\begin{array}{l} e^{\tan\phi}\{1+(n-2)+3(n-2)(n-4)+ \\ \quad 3.5(n-2)(n-4)(n-6)+\dots+1.2.3\dots(n-2)\} \\ -\tan\phi\, e^{\tan\phi}\{(n-2)+3(n-2)(n-4)+ \\ \quad 3.5(n-2)(n-4)(n-6)+\dots+1.2.3\dots(n-2)\} \\ +\tan^2\phi\, e^{\tan\phi}\left(\frac{1}{2}(n-2)+\frac{1}{2}\cdot3(n-2)(n-4)+\right. \\ \quad \frac{1}{2}\cdot3.5(n-2)(n-4)(n-6)+\dots+3.4.5\dots(n-2)\Big) \\ -\tan^3\phi\, e^{\tan\phi}\left(\frac{1}{2}(n-2)(n-4)+\frac{1}{2}\cdot5(n-2)(n-4)(n-6)\right. \\ \quad +\frac{1}{2}\cdot5.7(n-2)(n-4)(n-6)(n-8)+\dots \\ \quad +4.5\dots(n-2)\Big) \\ \dots\dots\dots \end{array}\right.$$

乃チ望積分ノ同數ナリ

今試ニ n ヲ4ト定ムル片ハ再ヒ

$$\int\frac{e^{an\phi}\,d\phi}{\cos^4\phi}=e^{an\phi}(3-2\tan\phi+\tan^2\phi)$$ アリ

第三解　先ツ $\tan\phi=x$ ト定メ而メ $\frac{d\phi}{\cos^2\phi}=dx$. 及ヒ

$d\phi=dx\cos^2\phi$ ヲ本式中ニ定ム然ル片ハ

$$\frac{e^{an\phi}\,d\phi}{\cos^n\phi}=\frac{e^x\,d\phi}{\cos^{n-2}\phi}$$

又 $\frac{1}{\cos^2\phi}$ ハ $1+x^2$ ニ等シ故ニ再ヒ變化シテ

$e^x\,dx(1+x^2)^{\frac{1}{2}(n-2)}$ トス

今 n ハ整偶數ナルガ故ニ $\frac{n-2}{2}$ 乃チ $\frac{n}{2}-1$ 又能ク整數ナル可シ因テ之ヲ m ト定ム然ル片ハ

$$e^x\,dx(1+x^2)^{\frac{1}{2}(n-2)}=e^x(1+x^2)^m dx$$

次ニ之ヲ積分センガ爲メニ

$(1+x^2)^m=y,\quad \frac{dy}{dx}=y',\quad \frac{d^2y}{dx^2}=\frac{dy'}{dx}=y'',$

$\frac{d^3y}{dx^3}=\frac{d^2y'}{dx^2}=\frac{dy''}{dx}=y''',\quad\cdots\cdots$

トスレバ分積分ノ公式ニ從ヒテ逐次ニ

$$\int e^x y\,dx=e^x y-\int e^x\,dy$$

$$\int e^x\,dy=\int e^x y'\,dx=e^x y'-\int e^x\,dy'$$

$$\int e^x\,dy'=\int e^x y''\,dx=e^x y''-\int e^x\,dy''$$

$$\int e^x\,dy''=\int e^x y'''\,dx=e^x y'''-\int e^x\,dy'''$$

$\cdots\cdots\cdots\cdots$

而メ此諸積分ヲ逐次代用スレバ

$$\int e^x y\,dx=e^x(y-y'+y''-y'''+\cdots)$$

乃チ $$\int e^x(1+x^2)^m dx=e^x\left(y-\frac{dy}{dx}+\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{d^3y}{dx^3}+\cdots\cdots\right)\cdots\cdots(甲)$$

是ニ於テ倚ホ $y=(1+x^2)^m$ ヨリ $\frac{dy}{dx}=2m(1+x^2)^{m-1}x$

$$\frac{d^2y}{dx^2}=2m(1+x^2)^{m-1}+2m(2m-2)(1+x^2)^{m-1}x^2$$

$\cdots\cdots\cdots\cdots$

ヲ求メ之ヲ(甲)式中ニ定メ而メ后チ x ニ就テ再ヒ $\tan\phi$. m ニ就テ再ヒ $\frac{n}{2}-1$ ヲ記セハ乃チ望積分全ク相定ル可シ但シ $y=(1+x^2)^m$ 整函數ナルガ故ニ $\frac{dy}{dx}\ \frac{d^2y}{dx^2}\ \frac{d^3y}{dx^3}\cdots\cdots$ 級數必ス有窮ナル可シ

假令ハ $n=6$ ト定ムル片ハ $m=\frac{n}{2}-1=2$ ニメ

$y=(1+x^2)^2,\quad \frac{dy}{dx}=4(1+x^2)x,\quad \frac{d^2y}{dx^2}=$

$\frac{d^2y}{dx^2}=4(1+x^2)+4.2x^2=4+12x^2,\quad \frac{d^3y}{dx^3}=24x$, 及ヒ $\frac{d^4y}{dx^4}=24$

故ニ之ヲ(甲)式中ニ定ムレバ

$$\int e^x(1+x^2)^2dx=e^x(x^4-4x^3+14x^2-28x+29)$$

而メ x ニ就テ其同數 $\tan\phi$ ヲ記セバ

$$\int e^{an\phi}\frac{d\phi}{\cos^6\phi}=e^{an\phi}(\tan^4\phi-4\tan^3\phi+14\tan^2\phi-28\tan\phi+29)$$ ナリ

第三八線函數ノ一題

今左ノ如キ函數アリ之レヲメ x ノ乘方ニ從ヒテ進行スル一級數トナスコトヲ問フ　$y=\tan(a-bx+cx^2-dx^3+\cdots)$

解　先ツ簡易ノ爲メニ $a-bx+cx^2-dx^3+\cdots\cdots=z$ ト定ム然ル片ハ $y=\tan z$.

茲ニ y ハ x ノ函數ト定ムルガ故ニ z モ亦タ x ノ函數トシテ攷ヘズンバ非ス此ニ因テ dy 及ヒ dz ハ倶ニ變數ナリ今此情狀ニ就テ $y=\tan z$ 式ヲ逐次ニ二次微分スレバ

$$dy=\frac{dz}{\cos^2 z}\quad 及ヒ\quad d^2y=\frac{\cos z\,d^2z+2\sin z\,dz^2}{\cos^3 z}$$

是ニ於テ此末式中 $\cos z$ 及ヒ $\sin z$ ヲ省去センガ爲メニ dy ノ同數ヨリ $\cos^2 z=\frac{dz}{dy}$ ヲ求メ且ツ $\tan z=y$ ヲ以テ之レニ乘シテ $\cos z\sin z=y\frac{dz}{dy}$ トシ隨テ d^2y ノ同數ヲ以テ $d^2y=\frac{\cos^2 z\,d^2z+2\cos z\sin z\,dz^2}{\cos^4 z}$ ニ記シ而メ此式中ニ $\cos^2 z$ 及ヒ $\cos z\sin z$ ノ同數ヲ代用ス

然ル片ハ $$d^2y=\frac{\frac{dz}{dy}\times d^2z+2y\frac{dz}{dy}\times dz^2}{\left(\frac{dz}{dy}\right)^2}.$$

乃チ $$d^2y\left(\frac{dz}{dy}\right)^2=d^2z\frac{dz}{dy}+2y\frac{dz}{dy}dz^2.$$

而メ dy^2 ヲ以テ乘シテ dz ヲ以テ除セバ

$$d^2y\,dz-d^2z\,dy-2y\,dy\,dz^2=0$$

故ニ再ヒ dx^3 ヲ以テ除ス乃チ

$$\frac{dz}{dx}\cdot\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}\cdot\frac{d^2z}{dx^2}-2y\cdot\frac{dy}{dx}\left(\frac{dz}{dx}\right)^2=0\cdots\cdots(甲)$$ アリ

今更ニ $z=a-bx+cx^2-dx^3+\cdots$

式ヨリ $\frac{dz}{dx}=-b+2cx-3dx^2+\cdots\cdots$

及ヒ $\frac{d^2z}{dx^2}=+1.2c-2.3dx+\cdots\cdots$

又 y 函數ハ x ノ乘方ニ從ヒテ解スルノ目途ナルガ故ニ未定係數ヲ用ヒテ $y=A+Bx+Cx^2+Dx^3+\cdots\cdots$ ト定ム然ル片ハ

$\frac{dy}{dx}=B+2Cx+3Dx^2+\cdots$

及ヒ $\frac{d^2y}{dx^2}=+1.2C+2.3.Dx+\cdots$

因テ此諸同數ヲ(甲)式中ニ代用スレバ

$$\left.\begin{array}{l}(-b+2cx-3dx^2+\cdots)(2C+2.3Dx+3.4Ex^2+\cdots)\\-(B+2Cx+3Dx^2+\cdots)(2c-2.3dx+3.4ex^2-\cdots)\\-2(A+Bx+Cx^2+\cdots)(B+2Cx+3Dx^2+\cdots)(-b+2cx-3dx^2+\cdots)^2\end{array}\right\}=0$$

又之ヲ解キテ x 乘方ニ從ヒ順次ニ諸項ヲ列スレハ乃チ次式アリ

$$\left.\begin{array}{l}-2bC-6bDx-12bEx^2-\cdots\cdots\\+4cCx+12cDx^2+\cdots\cdots\\-6dCx^2-\cdots\cdots\\-2cB+6dBx-12eBx^2+\cdots\cdots\\-4cCx+12dCx^2+\cdots\cdots\\-6cDx^2+\cdots\cdots\\-2b^2AB+8bcABx-12bdABx^2+\cdots\cdots\\-4b^2ACx-8c^2ABx^2+\cdots\cdots\\-2b^2B^2x+16bcACx^2-\cdots\cdots\\-6b^2ADx^2+\cdots\cdots\end{array}\right\}=0$$

$$+8bc\,B^2x^2+\dots\dots$$

$$-6b^2\,BCx^2-\dots\dots\}$$

故ニ今未定係數ヲ求メンガ爲メニ

$$-2bC-2cB-2b^2AB=0$$

$$-6bD+6dB+8bc\,AB-4b^2AC-2b^2B^2=0$$

$$-12bE+6eD+6dC-12eB-(12bd+8c^2)AB,,$$

$$,,+16bcAC-6b^2AD+8bcB^2-6b^2BC=0$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

ト定メ而メ先ツCヨリ始メ逐次ニ各係數ヲ推セバ

$$C=\frac{-cB-b^2AB}{b}$$

$$D=\frac{3dB+4bc\,AB-2b^2AC-b^2B^2}{3b}$$

$$E=\frac{3eD+3dC-6eB-(6db+4c^2)AB+8bcAC-3b^2AD+4bcB^2-3b^2BC}{6b}$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

故ニAB相定レバ隨テ他ノ諸係數皆ナ相定スルコト明ケシ

今 $y=A+Bx+Cx^2+\dots=\tan(a-bx+cx^2-\dots)$

$$\frac{dy}{dx}=B+2Cx+3Dx^2+\dots=\frac{-b+2cx-3dx^2+\dots}{\cos^2(a-bx+cx^2-\dots)}$$

二式ニ於テ $x=0$ ト定ムル𪜈ハ直チニ

$$A=\tan a\quad 及ヒ\quad B=-\frac{b}{\cos^2 a}$$

ナリ故ニ之レヲ他ノ諸係數ノ式中ニ用ユレバ

$$C=\sec^2 a(c+b^2\tan a)$$

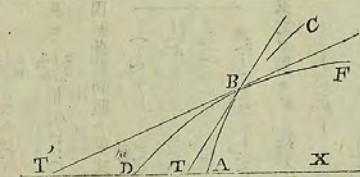
$$D=-\sec^2 a\left(d+2bc\tan a+\frac{1}{3}b^3+b^3\tan^2 a\right)$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

已ニ此ノ如ク未定係數ノ同數相定マレバ望級數自カラ相定マル可シ故ニ茲ニ以下ヲ畧ス

第四　無數等勢橢圓ヲ等角ニ截ル曲線一條

無數ノ等勢橢圓アリ其中點同一ニシテ其長徑恆ニ一直線上ニ占ム今此諸橢圓ヲ一定角ニ從ヒテ截斷スル曲線ノ式ヲ求ム



凡ソ上圖ノ如ク二曲線ABC及ヒDBC互ニBニ相交ル𪜈ハ其交角ハ必ス交點ニ於テ兩曲線ニ引ケル二切線ノ交角TBT'ヲ以テ相ヒ度ル可シ而メ

$$\angle BTX=\angle BT'X+\angle T'BT.$$

ナルガ故ニ

$$\tan BTX=\frac{\tan BT'X+\tan T'BT}{1-\tan BT'X\tan T'BT}\quad アリ$$

若シ今ABC曲線ノ縱横線ヲ $x\ y$ トシDBF曲線ノ縱横線ヲ $x'\ y'$ トシT'BT角ヲ a ト名クレバ

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy'}{dx'}+\tan a}{1-\frac{dy'}{dx'}\tan a}\dots\dots\dots\dots(一)$$

是ニ於テ此(一)式ヲ本題ニ就テ應用センガ爲メニ縱横線ノ原點

ヲ等勢諸橢圓ノ中心ニ取リ望曲線ノ二線ヲ $x'\ y'$ ト定ム然ル𪜈ハ其橢圓ノ式ハ　$y^2a^2=b^2(a^2-x^2)$　故ニ　$\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y}\frac{b^2}{a^2}$

今諸橢圓等勢ナルヲ以テ b ト a 商ハ必ス各橢圓ニ就テ一定ナラズンバ非ス故ニ $\frac{b^2}{a^2}$ ヲ以テ n^2 ニ等シト定ム然ル𪜈ハ

$$\frac{dy}{dx}=-n^2\frac{x}{y}$$

因テ此同數ヲ(一)式中ニ代用シテ $\tan a=p$ ヲ取レバ

$$-n^2\frac{x}{y}=\frac{\frac{dy'}{dx'}+p}{1-p\frac{dy'}{dx'}}$$

乃チ $pn^2\frac{x}{y}\cdot\frac{dy'}{dx'}-n^2\frac{x}{y}=\frac{dy'}{dx'}+p$

故ニ $\frac{dy'}{dx}=\frac{yp+n^2x}{pn^2x-y}.$

而メ交點ハ兩曲線ニ屬スルガ故ニ $x\ y$ ヲ以テ $x'\ y'$ ニ改ムルコトヲ得可シ乃チ

$$\frac{dy'}{dx'}=\frac{y'p+n^2x'}{pn^2x'-y'}\dots\dots\dots\dots(二)$$

隨テ此式ヲ積分センガ爲メニ $\frac{x'}{y'}=u$ ト定ムレバ

$$dx'=udy'+y'du$$

而メ(二)式逐次ニ移ルコト次ノ如シ

先ツ $\frac{dy'}{dx'}=\frac{p+n^2u}{pn^2u-1}$

乃チ $(pn^2u-1)dy'=(p+n^2u)dx'$

dx' ニ就テ前擧クル所ノ同數ヲ記セバ

$$(pn^2u-1)dy'=(p+n^2u)(udy'+y'du)$$

$$\left(\frac{pn^2u-1}{p+n^2u}-u\right)dy'=y'du.\qquad\frac{du}{\left(\frac{pn^2u-1}{p+n^2u}-u\right)}=\frac{dy'}{y'}$$

$$\frac{(p+n^2u)du}{-1+pn^2u-up-n^2u^2}=\frac{dy'}{y'}$$

$$\frac{dy'}{y'}=\frac{(p+n^2u)du}{-1+up(n^2-1)-n^2u^2}.$$

今更ニ積分法ヲ施スニ便ナランガ爲メニ $u=z+\frac{1}{2}\frac{p}{n^2}(n-1)$ ヲ取リ以テ右式ヲ化ス乃チ

$$\frac{dy'}{y'}=-\frac{\left(p+\frac{1}{2}p(n^2-1)+n^2z\right)dz}{1-\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2+n^2z^2}.$$

故ニ之レヲ積分スレバ

$$\log y'+\tan C=-\frac{1}{2}p(n^2+1)\int\frac{dz}{n^2z^2-\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2+1}$$

$$-n^2\int\frac{zdz}{1-\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2+n^2z^2}\dots\dots\dots\dots(三)$$

因テ今先ツ第一項ノ積分ヲ求ムレバ

$$\int\frac{dz}{n^2z^2-\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2+1}=\frac{1}{n^2}\int\frac{dz}{z^2-\frac{1}{4}\frac{p^2}{n^2}(n^2-1)^2+\frac{1}{n^2}}$$

$$=\frac{1}{2n^2\sqrt{\left(\frac{1}{4}\frac{p^2}{n^2}(n^2-1)^2-\frac{1}{n^2}\right)}}\left\{\int\frac{dz}{z-\sqrt{\left(\frac{1}{4}\frac{p^2}{n^2}(n^2-1)^2-\frac{1}{n^2}\right)}}\right.$$

$$,,\left.-\int\frac{dz}{z+\sqrt{\left(\frac{1}{4}\frac{p^2}{n^2}(n^2-1)^2-\frac{1}{n^2}\right)}}\right\}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2n^2(n^2-1)^2-n^2\right)}}\log\frac{nz-\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}{nz+\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}$$

又同法ニテ

$$\int\frac{zdz}{1-\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2+n^2z^2}=\frac{1}{2n^2}\log\left(1-\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2+n^2z^2\right)$$

故ニ此二積分ノ同數ヲ(三)式中ニ用ユ然ルキハ

$$\log y'C=\frac{p(n^2+1)}{4n\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}\log\frac{nz+\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}{nz-\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}-\frac{1}{2}\log\left(n^2z^2-\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2+1\right)$$

而シテzニ就テ $u-\frac{1}{2}\frac{p}{n^2}(n-1)$ ヲ記セバ

$$\log y'C=-\log\sqrt{(1-up(n^2-1)+n^2u^2)}+\frac{p(n^2+1)}{4n\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}\log\frac{nu-\frac{1}{2}\frac{p^2}{n}(n^2-1)+\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}{nu-\frac{1}{2}\frac{1}{n}p^2(n^2-1)-\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}$$

次ニ又uニ就テ x'/y' ヲ記セバ

$$\log Cy'=-\log\frac{\sqrt{(y'^2-p(n^2-1)y'x'+x'^2)}}{y'}+\frac{p(n^2+1)}{4n\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}\log\frac{nx'-\frac{1}{2}\frac{1}{n}p^2(n^2-1)y'+y'\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}{nx'-\frac{1}{2}\frac{1}{n}p^2(n^2-1)y'-y'\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}$$

因テ又之ヲ變化スレバ

$$\log C\sqrt{(y'^2-p(n^2-1)y'x'+x'^2)}=\frac{p(n^2+1)}{4n\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}\log\frac{nx'-\frac{1}{2}\frac{1}{n}p^2(n^2-1)y'+y'\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}{nx'-\frac{1}{2}\frac{1}{n}p^2(n^2-1)y'-y'\sqrt{\left(\frac{1}{4}p^2(n^2-1)^2-1\right)}}\cdots\cdots(四)$$

乃チ望曲線ノ式ナリ但シ式中ノ常數ハ望曲線過クルトコロノ一點ヲ取レハ自カラ相定マル可シ

特別例　若シ $n^2=1$ ナルキハ諸楕圓皆ナ圓線ニ變ス故ニ此例ニ於テハ(四)式移リテ

$$\log C\sqrt{(y'^2+x'^2)}=\frac{p}{2\sqrt{-1}}\log\frac{x'+y'\sqrt{-1}}{x'-y'\sqrt{-1}}$$

トナル

今此右邊ノ對數ヲ解キテ之ヲ詳カニスレバ

$$\frac{p}{2\sqrt{-1}}\log\frac{x'+y'\sqrt{-1}}{x'-y'\sqrt{-1}}=\frac{p}{2\sqrt{-1}}\left\{\log\left(1+\frac{y'}{x'}\sqrt{-1}\right)-\log\left(1-\frac{y'}{x'}\sqrt{-1}\right)\right\}$$

$$=\frac{p}{2\sqrt{-1}}\left[\left\{\frac{y'}{x'}\sqrt{(-1)}-\frac{1}{2}\left(\frac{y'}{x'}\sqrt{(-1)}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{y'}{x'}\sqrt{(-1)}\right)^3\cdots\cdots\right\}\right.$$

$$\left.+\left\{\frac{y'}{x'}\sqrt{(-1)}+\frac{1}{2}\left(\frac{y'}{x'}\sqrt{(-1)}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{y'}{x'}\sqrt{(-1)}\right)^3+\cdots\cdots\right\}\right]$$

$$=p\left(\frac{y'}{x'}-\frac{1}{3}\frac{y'^3}{x'^3}+\frac{1}{5}\frac{y'^5}{x'^5}-\cdots\cdots\right)$$

$$=p\tan^{-1}\frac{y'}{x'}$$

故ニ

$$\log C\sqrt{(y'^2+x'^2)}=p\tan^{-1}\frac{y'}{x'}\cdots\cdots(甲)$$

今若シ $y'=0$ ニ就テ $y'=a$ ト定ムレハ

$$\log.C.a=\frac{1}{2}p\pi$$

乃チ

$$\log.C=\frac{1}{2}p\pi-\log.a$$

アリ故ニ之ヲ(甲)式中ニ用ユレバ

$$\log.\frac{\sqrt{(y'^2+x'^2)}}{a}=p\left(\frac{1}{2}\pi-\tan^{-1}\frac{y'}{x'}\right)$$

$$=-p\tan^{-1}\frac{x'}{y'}\cdots\cdots(乙)$$

若シ望曲線ヲシテ原點ヲ過グサシムレバ則チ其曲線移リテ直線ト成リ以テ能ク逐次諸圓ヲ直角ニ截斷ス可シ而シテ問ニ完全ス可キノ直線無數アリ

今(乙)式ニ據テ此情狀ヲ證サン

(乙)式ニ於テ $a=0$ ト定ムレバ

$$\log.\infty=p\tan^{-1}.\frac{x'}{y'}$$

アリ此例ニアリテハpハ必ス無窮大ナラズンバ非ス然ルニpハ元來曲線交角ノ正切ナルガ故ニ此交角必ス直角ナル可シ

然リ而シテ前式移リテ

$$\frac{\infty}{\infty}=\tan^{-1}\frac{x'}{y'}=\frac{0}{0}$$

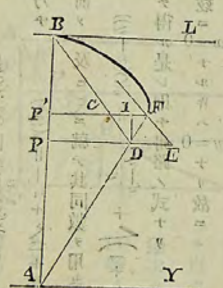
ノ如キ不定象トナル然レトモ $\tan^{-1}\frac{x'}{y'}$ ニ就テ任意ノ定同數ヲ取レハ此式能ク完全ス可シ故ニ x'/y' モ亦隨テ定同數ト成リ以テ原點ヲ過グル一直線ヲ顯ハス是ヲ以テ

$$\tan^{-1}\frac{x'}{y'}=\frac{0}{0}$$

乃チ原點ヲ過グル無數直線ノ式ヲ顯ハス可シ

第五

河アリ其寛ハ「メートル」ニシテ流水ノ速ハcナリ今此兩岸ニ對向ノ二到着點ヲ設ケ此連線ヲシテ岸ニ直角ナラシメ而シテ其一點ヨリ小舟ヲ以テ平速c'ニ乘シテ他點ニ向テ渡ラントスルニ舟ハ流水ノ爲メニ逐テ直路ヲ行クコト能ハス然レドモ方向恆ニ他ニフト云フ因テ舟路及ヒ着岸迄ノ時ヲ問フ



解　AY及ヒBLヲ兩岸トシA及ヒBヲ到着點トス今若シD點ヲ以テ舟路ノ某點トスレバ此點ニ於ケル舟ノ方向ハDBナリ而シテ此方向ニ在リテノ速ハcニシテdb時ニ $DC=c'db$ 路

ヲ行ク可シ然ルニ此時間ニ於テ流水ノ爲メニCF方向ニ逐レテ

CF$=c\,dt$ 長ノ處ニ至ル故ニ

AP$=x$, PD$=y$, PP'$=dx$ 及ヒ LF$=dy$

ト定ムレバ乃チ

$$dy=\mathrm{IF}=\mathrm{CF}-\mathrm{CI}$$

$$=c\,dt-\mathrm{DC}.\cos\mathrm{CDI}=c\,dt-c'dt\sin.\mathrm{ABD}$$

及ヒ $\mathrm{PP'}=dx=\mathrm{DC}\cos\mathrm{ABD}=c'dt\cos.\mathrm{ABD}$

アリ是ニ於テ此後式ヲ以テ前式ヲ除セバ

$$\frac{dy}{dx}=\frac{c}{c'\cos\mathrm{ABD}}-\tan.\mathrm{ABD}$$

而シテ又

$$\tan.\mathrm{ABD}=\frac{y}{h-x}$$

ニシテ

$$\cos.\mathrm{ABD}=\frac{h-x}{\sqrt{((h-x)^2+y^2)}}$$

ナルガ故ニ

$$\frac{dy}{dx}=\frac{c\sqrt{((h-x)^2+y^2)}}{c'(h-x)}-\frac{y}{h-x}$$

今積分ヲ施スニ便ナランガ爲メニ $\frac{c}{c'}=n$, $h-x=v$ 及ヒ $y=zv$ ト定メテ此末式ヲ變化ス然ル件ハ

$$-\frac{d\,zv}{dv}=\frac{n\sqrt{(v^2+z^2v^2)}-zv}{v}\text{ ……}$$

乃チ

$$-z-v\frac{dz}{dv}=n\sqrt{(1+z^2)}-z.$$

故ニ

$$-\frac{dv}{v}=\frac{dz}{n\sqrt{(1+z^2)}}$$

因テ此式ヲ積分スレバ

$$-\log.vC=\frac{1}{n}\log.(-z+\sqrt{(1+z^2)})$$

乃チ

$$(vC)^n=-z+\sqrt{(1+z^2)}$$

而シテ v 及ヒ z ニ就テ其同數ヲ用ユレバ

$$((h-x)C)^n=-\frac{y}{h-x}+\sqrt{\left(1+\frac{y^2}{(h-x)^2}\right)}\text{ ……(甲)}$$

ヲ得ル是レ則チ舟路ノ式ナリ

茲ニ $x=0$ ナル件ハ $y=0$ ナリ故ニ

$$h^nC^n=1$$

乃チ

$$C^n=\frac{1}{h^n}$$

アリ之レニ由リテ(甲)式移リ次式トナル可シ

$$\frac{(h-x)^{n+1}}{h^n}=-y+\sqrt{((h-x)^2+y^2)}\text{ ……(乙)}$$

又此式ノ根號ヲ去リテソヲ顯ハセバ

$$y=\frac{h^{2n}-(h-x)^{2n}}{2h^n(h-x)^{n-1}}\text{ ……(丙)}$$

或ハ

$$y=\frac{h-x}{2h^n}\{h^{2n}(h-x)^{-n}-(h-x)^n\}\text{ ……(丁)}$$

ヲ得可シ但シ小舟ノBL岸ニ至ルノ點ヲ知ラント欲セバ(丙)式ニ就テ $h=a$ ト定ム可シ

若シ $n>1$ ナル件ハ $h=x$ ニ就テ y 無窮大トナル故ニ此例ニ於テハ流水ノ速ハ小舟ノ速ヨリ大ニシテ舟ノ對岸ニ達スル點ハBヨリ無窮距ノ處ニ在リ

若シ $n<1$ ナル件ハ $h=x$ ニ就テ $y=0$ トナル故ニ此例ニ於テハ小舟ノ速ト流水ノ速ヨリ大ニシテ小舟恆ニ到着點Bニ達ス可シ

若シ $c'=c$ 乃チ $n=1$ ナル件ハ $y=\frac{1}{2}$ ニシテ小舟ノ對岸ニ達スル點ハ到着點ヨリ半河寬ニ等シキ距ノ處ニ在リ

○今尙ホ小舟ノ對岸ニ達スル時ヲ推ス左ノ如シ

先ツ

$$c'\,dt=\frac{dx\sqrt{((h-x)^2+y^2)}}{h-x}$$

ヲ撰ミ而シテ(乙)式ニヨリテ之レヲ變化ス然ル件ハ

$$c'\,dt=\frac{(h-x)^{n+1}+yh^n}{h^n(h-x)}dx\text{ ……}$$

次ニ(丁)式ノ同數ヲ以テ此式中ニ用ユレバ

$$c'\,dt=\left\{\left(\frac{h-x}{h}\right)^n+\frac{1}{2h^n}\left(h^{2n}(h-x)^{-n}-(h-x)^n\right)\right\}dx$$

$$=\left(\frac{(h-x)^n}{2h^n}+\frac{h^n(h-x)^{-n}}{2}\right)dx$$

是ニ於テ之ヲ積分スレバ

$$tc'=\mathrm{C}-\frac{(h-x)^{n+1}}{2(n+1)h^n}-\frac{h^n(h-x)^{1-n}}{2(1-n)}$$

而シテ $x=0$ ニ就テハ $t=0$ ナルヲ以テ

$$0=\mathrm{C}-\frac{h}{2(n+1)}-\frac{h}{2(1-n)}$$

$$\mathrm{C}=\frac{h}{1-n^2}.$$

故ニ

$$t=\frac{1}{c'}\left(\frac{h}{1-n^2}-\frac{(h-x)^{n+1}}{2(n+1)h^n}-\frac{h^n(h-x)^{1-n}}{2(1-n)}\right)\text{ ……(戊)}$$

是ヲ以テ $x=h$ ト定ムル件ハ全經過時ニ就テ

$$t=\frac{1}{c'}\cdot\frac{h}{1-n^2}$$

ヲ得ル但シ $n<1$ ナル件ハ t ニ定同數アリ然レトモ反對ノ例ニアリテハ t 無窮トナル故ニ $c>c'$ ナル件ハ小舟決シテ對岸ニ達スルコト能ハス

若シ $n=1$ 及ヒ $h=x$ ト定ムレバ

$$t=\frac{1}{c'}\left(\frac{h}{1-n^2}-\frac{h}{2(1-n)}\right)$$

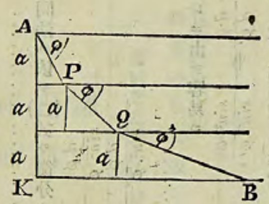
$$=\frac{1}{c'}\cdot\frac{h(1+n)}{2(1-n^2)}=\frac{1}{c'}\cdot\frac{h}{1-n}.$$

ニシテ t 無窮ナリ故ニ $c=c'$ ニ就テハ小舟又無窮時ノ后ヲニアラザレバ決シテ對岸ニ達スルヲ得ザル可シ

第六最速墜下ノ曲線

題今垂面上ニAB二點ヲ設ケ而シテ某曲線ヲ以テ此二點ヲ結ヒA點ヨリ此曲線ニ從ヒテ一物体ヲ下墜シテB點ニ至ラシム、其經過ノ時ヲシテ最小ナラシムル曲線如何

此題ハ元來「バリエーション」弄學ニ屬ス然レトモ茲ニ他法ニ據テ之レヲ解スルノ例ヲ擧グ可シ



第一A及ヒBヲ二設點トシ其縱距ヲ若干等分ニ分ケ各分ヲシテ a ニ等シト定メAB二點ヲ屈線APQ…ヲ以テ結ヒ而シテ一質點ヲシテAヨリ逐次ニ c c' c'' …等ノ平速ニテAP PQ等ノ直線上ニ行カシメ其Bニ至ルノ時間ヲシテ最短ナラシメント欲ス其屈線ノ性情ヲ求ム

解先ツAP PQ…ノ地平トナス所ノ

角ナ$\phi\phi'\phi''$……ト定ムレバ

$AP=\frac{a}{\sin.\phi}$, $PQ=\frac{a}{\sin.\phi'}$, $QB=\frac{a}{\sin.\phi''}$, ……

而メ平速動ノ例ニヨレバ $T=\frac{S}{C}$ ナルガ故ニ質點ノ全屈線ヲ過クルノ時ハ乃チ

$$t=\frac{a}{c\sin.\phi}+\frac{a}{c'\sin.\phi'}+\frac{a}{c''\sin.\phi''}+\cdots\cdots$$

故ニ目途ヲ達セシガ為メニ必ス

$$X=\frac{1}{c\sin.\phi}+\frac{1}{c'\sin.\phi'}+\frac{1}{c''\sin.\phi''}+\cdots\cdots\text{(一)}$$

ナメ極小ナラシムルヲ要ス

今地平距KBヲ以テtニ等シト定ムル時ハ

$$KB=a\cot.\phi+a\cot.\phi'+a\cot.\phi''+\cdots\cdots=b$$

乃チ $\cot.\phi+\cot.\phi'+\cot.\phi''+\cdots\cdots=\frac{b}{a}$ ……(二)

而メ直チニ $\cos.\phi=\frac{b}{a}-(\cot.\phi'+\cot.\phi''+\cdots\cdots)$

故ニXハ$\phi'\phi''$……ノ函數トシテ論セズンバ非ス之ニ因テ極數法ヲ以テ

$$\frac{dX}{d\phi'}=0,\quad \frac{dX}{d\phi''}=0,\cdots\cdots$$

ノ同數ヲ顯ハスノ時 $\frac{1}{c\sin.\phi}$ 項ハ恆ニ$\phi'\phi''$……ノ函數トシテ考ヘズンバアル可カラズ故ニ

$$\left.\begin{aligned}\frac{dX}{d\phi'}&=-\frac{\cos.\phi}{c\sin^2.\phi}\frac{d\phi}{d\phi'}-\frac{\cos.\phi'}{c'\sin^2.\phi'}=0\\\frac{dX}{d\phi''}&=-\frac{\cos.\phi}{c\sin^2.\phi}\frac{d\phi}{d\phi''}-\frac{\cos.\phi''}{c''\sin^2.\phi''}=0\end{aligned}\right\}\cdots\text{(三)}$$

又同法ニ依テ(二)式ヲ微分スレバ

$$-\frac{1}{\sin^2.\phi}\frac{d\phi}{d\phi'}-\frac{1}{\sin^2.\phi'}=0$$

$$-\frac{1}{\sin^2.\phi}\frac{d\phi}{d\phi''}-\frac{1}{\sin^2.\phi''}=0$$

………………

之レニ由テ容易ニ

$$\frac{d\phi}{d\phi'}=-\frac{\sin^2.\phi}{\sin^2.\phi'},\quad \frac{d\phi}{d\phi''}=-\frac{\sin^2.\phi}{\sin^2.\phi''}\cdots\cdots\text{(四)}$$

是ニ於テ此同數ヲ(三)式中ニ代用スル時ハ

$$\frac{\cos.\phi}{c\sin^2.\phi'}-\frac{\cos.\phi'}{c'\sin^2.\phi'}=0$$

$$\frac{\cos.\phi}{c\sin^2.\phi''}-\frac{\cos.\phi''}{c''\sin^2.\phi''}=0$$

………………

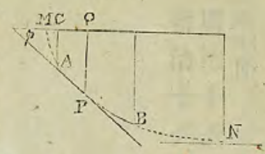
而メ $\sin^2.\phi'$ $\sin^2.\phi''$ ……ヲ以テ之レニ乘スレバ必ス

$$\frac{\cos.\phi}{c}=\frac{\cos.\phi'}{c'}=\frac{\cos.\phi''}{c''}=\cdots\cdots$$

ナリ故ニ左文ノ加シ

一若シ逐次各直線ト地平トノ交角ノ餘玄能ク質點ノ本直線部ヲ過クルノ速ト比例スル時乃チ各餘玄ヲ各速ニテ除スルノ商能ク恆ニ常數タルノ時ハ質點ノ屈線ヲ過クルノ全時必ス最短ナルヘシ

○若シAK高ヲ無數等分トナス時ハ前圖ノ屈線APQ……乃ヲ左圖ノ如キAB曲線ニ移リAP AQ……等ノ小直線ハdx常數ニ應スルdsノ同數ニ合ス而メϕ角變シテ切線ト地平トノ交角トナ



ル故ニ最速墜下ノ曲線ハ恆ニ $\frac{\cos\phi}{v}$ 常數タルノ性情ヲ有セズンバアルベカラス

第二地心力ニ依テ起ル最速墜下ノ曲線ヲ求ム

此末圖ニ於テAPBヲ質點ノ重力ノ為メニ引レテ最小時中過クル所ノ曲線トス若シ質點已ニA點ニ於テ某速ヲ有スレハ此速ハ恆ニ本曲線ノMA弧ヲ下墜シ來リテ得ル所ノ速トシテ論スルコトヲ得可シ故ニ某點Pニ於ケル質點ノ速ハ必スQP高ヲ墜下シテ得ル所ノ速ニ等シ今M點ヲ以テ縱横線ノ原點ニ取レバ

$\tan\phi=\frac{dy}{dx}$ ニメ $\cos\phi=\frac{dx}{\sqrt{(dx^2+dy^2)}}$

又P點ニ於テノ速ハ $v=2\sqrt{gy}$ ナリ故ニ前理ニ據レバ $\frac{\cos\phi}{v}$ 必ス常數ナラズンバアル可カラズ是ヲ以テ望曲線ノ微分式ニ就テ

$$\frac{dx}{\sqrt{(dx^2+dy^2)}}\times\frac{1}{2\sqrt{gy}}=\text{常數}$$

而メ $2\sqrt{g}$ モ亦タ常數ナルガ故ニ

$$\frac{dx}{\sqrt{(dx^2+dy^2)}}\times\frac{1}{\sqrt{y}}=A$$

今 $\phi=0$ 乃チ $\cos\phi=\frac{dx}{\sqrt{(dx^2+dy^2)}}=1$ ナルノ時 $y=2r$ ト定ムレバ $A=\frac{1}{\sqrt{2r}}$ ナルコト明ケシ故ニ望曲線ノ微分式變シテ

$$\frac{dx}{\sqrt{(dx^2+dy^2)}}\times\frac{1}{\sqrt{y}}=\frac{1}{\sqrt{2r}}$$

乃チ $dx\sqrt{2r}=\sqrt{y(dx^2+dy^2)}$ 因テ $2rdx^2=y(dx^2+dy^2)$

$$dx^2=\frac{ydx^2}{2r-y}=\frac{y^2dy^2}{2ry-y^2}.$$

而メ $dx=\frac{ydy}{\sqrt{(2ry-y^2)}}$

是ニ於テ之ヲ積分スレバ

$$x=C-\sqrt{(2ry-y^2)}+r\,\text{sin ver}^{-1}\frac{y}{r}.$$

今Mハ曲線ノ一點ニメ且ツ原點ナルヲ以テ $x=0$ ニ就テハ又 $y=0$ ナラズンバ非ス故ニCハ零ニ等シ因テ

$$x=-\sqrt{(2ry-y^2)}+r\,\text{sin ver}^{-1}\frac{y}{r}.$$

擺線式ヲ得ル是ヲ以テ擺線乃チ最速墜下ノ曲線ナルコトヲ知ル可シ

總理 山本信實
編輯 菊池鍬吉郎
印刷 中村義方

驛遞局認可
明治十六年八月刊行
明治十六年九月一日發兌

東京數學會社雜誌

第五十九號

東京數學會社

目錄

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ

一本號諸套ニ掲ケル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル所ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサル者ハ編者ノ稿ナリ

一凡ソ問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ登錄スヘシ

一社外ト雖𪜈投書スルヲ得然レ𪜈變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス

一凡ソ掲載セル問題、論説、解義等ノ正邪可否ハ投書者其責ニ任スヘシ

一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス

一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス

一入社セントト欲スル者ハ社則ニ從フヘシ

明治十六年八月

東京數學會社

東京數學會社雜誌第五十九號

第壹套

雜錄

演算記號

明治十六年七月七日數學會社例會ニ於テ菊池大麓君演述ス

代數學ニ於テ用ユル所ノ文字（a b c x y z 等）ハ數及量ヲ表スル記號ニシテ此ニ證明セル定理（セヲレム）ハ唯數量ノ記號ヲ論シタル者ナリ然レ𪜈今其意ヲ廣クシテ演算ノ記號ニ應用ス可キ者數多有リ蓋シ此等ノ定理ハ記號聯接ノ定則ニ由ル者ナレハ此定則ニ從フ記號ハ其如何ナル性質ノ者ナルヤニ係ラス之ニ適合スルナリ

此定則トハ即チ左ノ三者ナリ

第一　交換定則（コムミユテーチヴ、ロー）

第二　配分定則（ドイストリビユチヴ、ロー）

第三　指數定則（インデツクス、ロー）

交換法トハ記號ノ順序ヲ交換スルモ變化セサルヲ云フ例ヘハ

$$ab(u)=ba(u)$$

aトbハ二記號ニシテ尋常ノ代數學ニ於テハ二量ヲ顯ハシ此式ノ意ハuニbヲ乘シ又其積ニaヲ乘スルハ先ツuニaヲ乘シ其積ニbヲ乘スルト同一ナリト云フノ意ナリ之ヲ廣メタル意義ハuナル量ニ先ツbヲ以テ顯ス一ノ演算ヲ行ヒ又之ニaヲ以テ顯ス演算ヲ行フモ或ハ先ツaヲ以テ顯ス演算ヲ行ヒ次テbヲ以テ顯ハス演算ヲ行フモ其結果ハ同一ナリト謂フナリ

配分定則法ハ左ノ式ニ由リテ明ナル可シ

$$a(u+v)=a(u)+a(v)$$

即uトvトノ和ニaヲ以テ顯ス演算ヲ行フノ結果ハuトvト各別ニ之ヲ行ヒ其結果ヲ加ヘタル者ニ同シ

指數定則トハ左ノ式ニ由リテ明ナル可シ

$$a^m a^n(u)=a^{m+n}(u)$$

即uニaヲ以テ顯ス演算ヲn度行ヒ又m度行フハ之ヲ$m+n$度行フニ同シ此定則或ハ重覆定則（ローオヴ、レペチシヨン）トモ稱ス

代數學中重ナル定理ノ證明ヲ見レハ此三則ニ據レルヿ明ナリ故ニ其定理ハ此三則ニ從フ所ノ一切ノ記號ニ應用ス可キナリ」

今微分法ノ記號ハ此三則ニ從フ即若シu、vヲx yノ函數トセハ

$$\frac{d}{dx}\cdot\frac{d}{dy}(u)=\frac{d}{dy}\cdot\frac{d}{dx}(u)$$　交換定則

$$\frac{d}{dx}(u+v)=\frac{d}{dx}(u)+\frac{d}{dx}(v)$$　配分定則

$\left(\frac{d}{dx}\right)^m\left(\frac{d}{dx}\right)^n(u)=\left(\frac{d}{dx}\right)^{m+n}(u)$ 指數定則

故ニ代數學中ノ重ナル定理ハ微分法ニ於テ恰モ之ト相對稱スル者有リ且常數ノ記號ト微分ノ記號ト相聯接スルモ此三則ニ從フヲ以テ此等ノ定理ハ二者ヲ混合シタル者ニモ應用ス可シ」余ハ左ニ微分ノ記號ヲ數量ノ記號ト同一ニ認做スヲ以テ大ナル便宜ニ有ルヲ論セントス微分方程式ノ解ノ如キハ此法ヲ用ユルノ利益言語ニ盡ス能ハス實ニ此法ニ據ラサレハ解スル能ハサル者亦少カラサルナリ

（一）テーロル氏定理ハ左ノ如シ

$$f(x+h)=f(x)+h\frac{d}{dx}f(x)+\frac{h^2}{\lfloor 2}\left(\frac{d}{dx}\right)^2 f(x)+\cdots\cdots$$

$$=\left\{1+\frac{hd}{dx}+\frac{h^2}{\lfloor 2}\left(\frac{d}{dx}\right)^2+\cdots\cdots\right\}f(x)\cdots\cdots(1)$$

然ルニ $e^z=1+z+\frac{z^2}{\lfloor 2}+\cdots\cdots$ ナリ故ニ若 $h\frac{d}{dx}$ e ヲ e^z ノ如クニ取扱フキハ右ノ(1)式中括弧內ニ在ル者ヲ得故ニテーロル氏定理ハ左ノ如ク略記ス可シ

$$f(x+h)=e^{h\frac{d}{dx}}f(x)\cdots\cdots(2)$$

又 $f(x+h,y+k)=e^{h\frac{d}{dx}}e^{k\frac{d}{dy}}f(x,y)$

$$=e^{h\frac{d}{dx}+k\frac{d}{dx}}f(x,y)\cdots\cdots(2.a)$$

又 $f(x+h,y+k,z+e)$

$$=e^{h\frac{d}{dx}+k\frac{d}{dx}+e\frac{d}{dz}}f(x,y,z)\cdots\cdots(2.b)$$

（二）$u=f(x,y)$ トセハ

$$du=\frac{du}{dx}dx+\frac{du}{dy}dy=\left(\frac{d}{dx}dx+\frac{d}{dy}dy\right)u$$

故ニ $d^n u=\left(\frac{d}{dx}dx+\frac{d}{dy}dy\right)^n u\cdots\cdots(3)$

此式ノ右節ハ代數學ノ二項式法ト同一ニ演算スルヲ得可シ

（三）u 及 v ヲ x ノ函數トセヨ然レハ

$$\frac{d}{dx}(uv)=v\frac{du}{dx}+u\frac{dv}{dx}$$

今若シ D ハ u ノミニ係ル微分演算記號トシ D' ヲ v ノミニ係ル者トセハ右ノ式ヲ左ノ如ク記スルヲ得

$$\frac{d}{dx}(u,v)=(D+D')uv$$

故ニ $\left(\frac{d}{dx}\right)^n(u,v)=(D+D')^n uv\cdots\cdots(4)$

右節ヲ二項式法ニ由リテ取扱ヘハ彼ノライブニッツ氏定理ヲ得即チ

$$\left(\frac{d}{dx}\right)^n(u,v)=D^n(u,v)+nD^{n-1}D'(u,v)+\frac{n(n-1)}{1.2}D^{n-2}D'^2(u,v).$$

$$=v\frac{d^n u}{dx^n}+n\frac{d^{n-1}u}{dx^{n-1}}\frac{dv}{dx}+\frac{n(n-1)}{1.2}\frac{d^{n-2}u}{dx^{n-2}}\frac{d^2v}{dx^2}+\cdots\cdots$$

（四）(4)式ニ於テ n ヲ負數トセハ $\left(\frac{d}{dx}\right)^{-1}$ ハ x ノ係ル積分ヲ顯スヲ以テ $\left(\frac{d}{dx}\right)^{-1}(uv)=\iiint\cdots uv(dx)^n$ ナリ即 u,v ヲ n 度積分シタル者ナリ故ニ

$$\iiint\cdots uv(dx)^n=v\iiint\cdots u(dx)^n$$

$$-n\frac{dv}{dx}\iiint\cdots u(dx)^{n+1}+\frac{n(n+1)}{1.2}\frac{d^2v}{dx^2}\iiint\cdots u(dx)^{n+2}\cdots\cdots(5)$$

是部分積分（インテグレーションバイ、パーツ）公式ナリ n ヲ1トセハ尋常ノ式ヲ得即

$$\int uvdx=v\int udx-\frac{dv}{dx}\iint udx^2+\frac{d^2v}{dx^2}\iiint udx^3-\cdots\cdots$$

（五）(5)式ニ於テ u ヲ1トセハ $\iiint\cdots\cdots udx^n=\frac{x^n}{\lfloor n}$ トナルヲ以テ

$$\iiint\cdots\cdots vdx^n=\frac{x^n}{\lfloor n-1}\left(\frac{1}{n}v-\frac{x}{n+1}\frac{dv}{dx}+\frac{1}{\lfloor 2}\frac{x^2}{n+2}\frac{d^2v}{dx^2}-\cdots\cdots\right)\cdots\cdots(6)$$

n ヲ1トセハ

$$\int vdx=vx-\frac{x^2}{\lfloor 2}\frac{dv}{dx}+\frac{x^3}{\lfloor 3}\frac{d^2v}{dx^2}\cdots\cdots(7)$$

(7)式ハ即有名ナルベルシウヰーノ級數ト稱スル者ナリ

（六）(4)式ニ於テ $v=e^{ax}$ トセヨ然レハ $D'v=ae^{ax}$ ナレハ $D'=a$ ナリ

故ニ $\left(\frac{d}{dx}\right)^n(e^{ax}u)=(a+D)^n(e^{ax}u)$

然ルニ D ハ u ノミニ係ル微分演算記號ナレハ此式ハ

$$\left(\frac{d}{dx}\right)^n(e^{ax}u)=e^{ax}(a+D)^n u$$

$$=e^{ax}\left(a+\frac{d}{dx}\right)^n u\cdots\cdots(8)$$

トス可シ故ニ又

$$\left(a+\frac{d}{dx}\right)^n u=e^{-ax}\left(\frac{d}{dx}\right)^n(e^{ax}u)\cdots\cdots(9)$$

今 f ヲ有理代數函數（ラシヨナル、アルゼブラック）ヲ顯ストセヨ即

$f(Z)=AZ^n+BZ^{n-1}+CZ^{n-2}+\cdots\cdots$

然ルトキハ(8)(9)式ニ由テ

$$\left.\begin{aligned}f\left(\frac{d}{dx}\right)(e^{ax}u)&=e^{ax}f\left(a+\frac{d}{dx}\right)u\\ f\left(a+\frac{d}{dx}\right)u&=e^{-ax}f\left(\frac{d}{dx}\right)e^{ax}u\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(10)$$

uヲ1トセハ

$$f\left(\frac{d}{dx}\right)e^{ax}=e^{ax}f(a)\cdots\cdots(10.a)$$

ヲ得

余ハ之ヨリ進ミテ此法ヲ微分方程式ノ解ニ應用シタル二三ノ例ヲ擧ク可シ

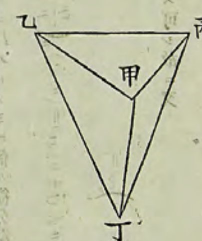
（未完）

○

在安藝廣島　社員　肝付兼行

此問題ハ余今回藝備海岸測量ノ實際ニ得タルモノニシテ即チ左ノ演算ヨリ其要數ヲ求ムルノ術ヲ得タリ惟フニ其術甚迂遠ヲ免カレス蓋シ必ス倚簡術ノアルアラン因テ遙カニ本社ニ郵寄シテ社友諸君ニ望ム

圖ノ如ク甲乙丙ナル三角點其各相距ヲ知ルモノアリ今甲丁ノ兩點ニ角度ヲ測リテ丁點ノ位置ヲ測定セントスルニ丁點ヨリハ地勢ニ因リ甲點ノ標ヲ望ムヿ能ハス故ニ該點ニ於テハ乙丁丙ナル角度ヲ測リ得ルノミ然レトモ甲點ヨリハ丁點ノ標ヲ望ムヿヲ得ル故ニ乙甲丁及丙甲丁共ニ各其角點ヲ測ヲル德タリト云フ甲丁、乙丁、丙丁ノ三距ヲ求ムル術如何



乙丙$=a$,　甲乙$=b$.

甲丙$=c$,　∠乙甲丁$=B$.

∠乙丁丙$=D$, ∠甲丁乙$=\theta$

∠甲丁丙$=\varphi$　ト定ム

$\sin\theta : b :: \sin(B+\theta)$: 甲丁

$\sin\varphi : c :: \sin(C+\varphi)$: 甲丁

$\therefore\ b\sin(B+\theta)\sin\varphi=c\sin(C+\varphi)\sin\theta$

$\therefore\ \cos(\theta-\varphi)(b\cos B-c\cos C)-\sin(\theta-\varphi)(b\sin B+c\sin C)$

$=\cos(\theta+\varphi)(b\cos B-c\cos C)-\sin(\theta+\varphi)(b\sin B-c\sin C)$

$$\therefore\ \cos(\theta-\varphi)-\sin(\theta-\varphi)\frac{(b\sin B+c\sin C)}{(b\cos B-c\cos C)}=$$

$$\cos D-\sin D\frac{(b\sin B-c\sin C)}{(b\cos B-c\cos C)}\cdots\cdots(1)$$

今 $\left.\begin{aligned}\frac{(b\sin B+c\sin C)}{(b\cos B-c\cos C)}&=\tan S\\ \frac{(b\sin B-c\sin C)}{(b\cos B-c\cos C)}&=\tan S'\end{aligned}\right\}$ ト定ムレハ

則チ(1)式ヲ左ノ如ク變化シ得ヘシ

$$\cos\big(S+(\theta-\varphi)\big)=\frac{\cos(S'+D)\cos S}{\cos S'}$$

而メ $\cos S=\dfrac{1}{(1+\tan^2 S)^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{(b\cos B-c\cos C)}{\big(b^2+c^2-2bc\cos(B+C)\big)^{\frac{1}{2}}}$

$$=\frac{\left(1-\frac{c\cos C}{b\cos B}\right)b\cos B}{a}$$ ナルヲ以テ

今 $\dfrac{c\cos C}{b\cos B}=\cos^2 Q$ ト定ムルトキハ則チ

$$\cos S=\frac{b\sin^2 Q\cos B}{a}$$

又 $\cos S'=\dfrac{1}{(1+\tan^2 S')^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{(b\cos B-c\cos C)}{\big(b^2+c^2-2bc\cos(B-C)\big)^{\frac{1}{2}}}$

$$=\frac{\left(1-\frac{c\cos C}{b\cos B}\right)b\cos B}{\left(1+\frac{4bc\sin\frac{1}{2}(B-C)}{(b-c)^2}\right)^{\frac{1}{2}}(b-c)}$$ ナルヲ以テ

今 $\dfrac{2\sqrt{bc}\sin\frac{1}{2}(B-C)}{(b-c)}=\tan P$ ト定ムルトキハ則チ

$$\cos S'=\frac{b\sin^2 Q\cos B}{(b-c)\sin P}$$

$$\therefore\ \cos\big(S+(\theta-\varphi)\big)=\frac{(b-c)\cos(S'+D)\sin P}{a}$$

乃チ此式ニ依リ$(\theta-\varphi)$ヲ得ルトキハ則チDヲθ及φニ分離シ得ヘシ由テ是ヨリ各相距ハ尋常ノ正弦比例法ヲ以テ容易ニ得ヘキニヨリ之ヲ略ス

○

第二套

翻譯

英國　フェルラー氏著　原名ツライリチールコーヲルヂチート　田中矢德

譯者曰ク本書ハ幾何ノ新法ニテ代數式ヲ用フルト雖圧唯簡短ナル記法ヲ用フルト云フニ過ギズ從來ノデカート氏ノ法ト全ク同ジカラズ其法三角形ヲ躰トナシ三距離ヲ用トナス此三距離ヲツライリチールコーヲルヂチートト云フナリツライトハ三ト云ヘル義リチールトハ線ト云ヘル義コーヲルヂチートハ互ニ相對シテ同勢同等ト云ヘル義ナリ是レ三距離ハ此ヨリ彼ヲ推シ彼ニヨリテ此ヲ定ムル等本末ノ別ナク皆同勢同等ナル線ナルガ故ナリ

第一篇

ツライリチールコーサルヂチート並直線ノ方程式

(1) 從來ノコーヲルヂチートノ法ハ平面上ナル一點ノ位ヲ兩定線ヨリ量リタル距離ニテ定ムルナリ此書ニ論ズル所ノ法ハ平面上ナル一點ノ位ヲ三定線（此三線一點ニ交ルヿナシ）ヨリ

量リタル距離ノ比ニ據テ定ムルナリ此三定線ニテ作レル三角形ヲレフェレンス三角形ト云ヒ其各邊ヲレフェレンスノ線ト云ヒ此三邊ヨリ任意ナル一點ニ至ル三距離ヲ三線コーヲルヂ子ートト云フ此三角形ノ各角頭ヲA B Cトシ其對邊ヲa b cトシ一點ヨリBC CA ABニ至ル距離ヲα β γトス

兩點若シレフェレンスノ線ノ兩傍ニ在ラバ其一點ヨリ此線ニ至ル距離ヲ正數トシ他ノ點ヨリ此線ニ至ル距離ヲ負數トス今BC線ノ一方ニAト一點ト倶ニ集ル件ハα正數トシBC線ノ兩傍ニAト一點ト別ル丶件ハαヲ負數トスβ γニ就テモ同理アリ是故ニ一點若シレフェレンスノ三角形ノ内ニ入ラバ三線コーヲルヂ子ートハ皆共ニ正數ナリ然レモ三線コーヲルヂ子ートハ皆倶ニ負數トナルヿ有ルベカラス

(2) 一點ノ三線コーヲルヂ子ートノ間ニ緊要ナル關係アリ左ニ之ヲ論ゼントス

レフェレンスノ三角形ノ積ヲ$\triangle$トシ一點ノ三線コーヲルヂ子ートヲα β γトセバ$a\alpha+b\beta+c\gamma=2\triangle$ ナリ

一點ヲPトシ先ヅPヲレフェレンスノ三角形ノ内ニ在リトシテ論ス(第一圖)

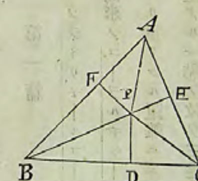
PA PBヲ聯子BCヘ垂線PDヲ作ラバ$PD=\alpha$ ニシテ三角形PBCノ積二倍ナリ又同理ニテ$b\beta$ハ三角形PCAノ積二倍$c\gamma$ハ三角形PABノ積二倍ナルヲ知ル

此三積ヲ合シテ方程式

$$a\alpha+b\beta+c\gamma=2\triangle$$

ヲ得

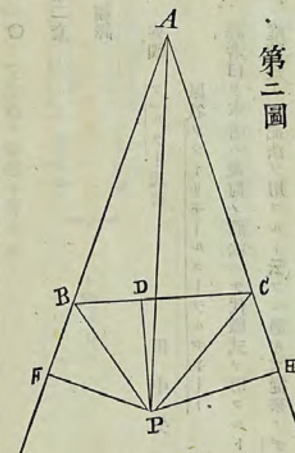
第一圖



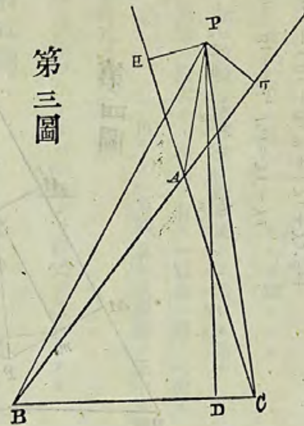
次ニPヲAB ACノ引長線ノ間ニ在リテBCノ下方(Aノ在ラザル方)ニ出ルトシテ論ス(第二圖)然ル件ハα負數ニシテβ γハ倶ニ正數ナリ此ニ由テ三角形PBCノ積二倍ハ$-a\alpha$ナリ是故ニ前ノ如ク方程式$a\alpha+b\beta+c\gamma=2\triangle$ヲ得

末ニPヲAB ACノ引長線(Aノ方ニ引長ス)ノ間ニ在リトシ論ス(第三圖)然ル件ハβ γ倶ニ負數ニシテαハ正數ナリ故ニ三角形

第二圖



第三圖



PBC, PCA, PAB ノ積順次ニ$a\alpha$, $-b\beta$, $-c\gamma$ トナル此ニ由テ前ノ如ク方程式$a\alpha+b\beta+c\gamma=2\triangle$ ヲ得

是故ニ恒ニ$a\alpha+b\beta+c\gamma=2\triangle$ 此ノ如キ定理アリ

右ノ定理ノ緊要ナルヿハ三線コーヲルヂ子ートノ法ニ從ヘル方程式ハ如何ナル形狀ニテモ皆同次式ニ化スルヿヲ得ルニ由ナリ又動點ノ運行踪跡ハ常法ノ如ク兩線コーヲルヂ子ート(設令バβ γ)ヲ以テ顯スヿヲ得ヘシト雖モ其式ニ$\dfrac{a\alpha+b\beta+c\gamma}{2\triangle}$ 或ハ此式ノ幾乘ヲ乘スル件α β γノ同式ヲ得ルニ由ルナリ設令ハ方程式 $\beta^2+k\gamma+l^2=0$ ニ於テハ同次式

$$4\triangle^2\beta^2+2\triangle k\gamma(a\alpha+b\beta+c\gamma)+l^2(a\alpha+b\beta+c\gamma)=0$$ ヲ得

左ノ例ヲ讀マバ讀者必ス三線コーヲルヂ子ートノ法ヲ熟知スベシ

第一例　BC線ノ正中ノ三線コーヲルヂ子ートハo、$\dfrac{\triangle}{b}$、$\dfrac{\triangle}{c}$ナルヿヲ證明スヘシ

第二例　外切圓(三角頭ヲ貫ク圓)ノ圓心ノ三線コーヲルヂ子ートハ$R\cos A$, $R\cos B$, $R\cos C$ナルヿヲ證明スヘシ

但シRハ $\dfrac{2\triangle}{a\cos A+b\cos B+c\cos C}$ ナリ

第三例　内切圓(三邊ニ切スル圓)ノ圓心ノ三線コーヲルヂ子ートハ皆$\dfrac{2\triangle}{a+b+c}$ナルヿヲ證明スベシ

又問フ邊外切圓(一邊及ヒ兩邊ノ引長線スル圓)ノ圓心ノ三線コーヲルチ子ート如何

第四例　重心ノ三線コーヲルチ子ートハ$\dfrac{2\triangle}{3a}$、$\dfrac{2\triangle}{3b}$、$\dfrac{2\triangle}{3c}$ナルヿヲ證明スヘシ

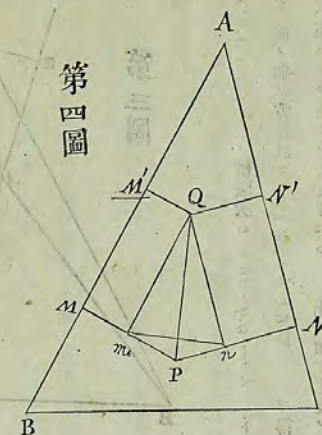
第五例　外切圓ノ半徑ヲRトセバ$\alpha\sin A+\beta\sin B+\gamma\sin C+\dfrac{\triangle}{R}$ナルヿヲ證明スベシ

(3) 三線コーヲルヂ子ートヲ以テ兩定點ノ距離ヲ顯ス法

両定點ノ三線コーヅルヂチートヲ $\alpha_1\ \beta_1\ \gamma_1\ \alpha_2\ \beta_2\ \gamma_2$ トシ両定點ノ距離ヲ r トス然ルトキハ r^2 ハ $\alpha_1-\alpha_2,\ \beta_1-\beta_2,\ \gamma_1-\gamma_2$ ノ二次式ニシテ其根數及ヒ分數ヲ式中ニ有セザルコト明ナリ

（此理若シ明ナラサレハ左ノ如ク證明スルコヲ得

両定點ヲ P Q トシ PQ ヲ聯チ PM QM' ヲ AB ヘ垂直ニ作リ PN QN' ヲ AC ヘ乗直ニ作リ Qm ヲ PM ヘ垂直ニ作リ Qn ヲ PN ニ垂直ニ作リ mn ヲ聯ヌルトキハ



第四圖

$r=PQ=\frac{mn}{\sin mPn}=\frac{mn}{\sin A}$ ニシテ

$Pn=\beta_1-\beta_2,\ Pm=\gamma_1-\gamma_2$

$mn^2=(\beta_1-\beta_2)^2+(\gamma_1-\gamma_2)^2+2(\beta_1-\beta_2)(\gamma_1-\gamma_2)\cos A$ ヲ得此ニ由テ

$r^2=\frac{(\beta_1-\beta_2)^2+(\gamma_1-\gamma_2)^2+2(\beta_1-\beta_2)(\gamma_1-\gamma_2)\cos A}{\sin A}$

ナリ此式ニ次式ニシテ根數及ヒ分數ヲ有セズ）

$a\alpha_1+b\beta_1+c\gamma_1=2\Delta,\quad a\alpha_2+b\beta_2+c\gamma_2=2\Delta$

ナルガ故ニ $a(\alpha_1-\alpha_2)+b(\beta_1-\beta_2)+c(\gamma_1-\gamma_2)=0$

ヲ得故ニ $(\alpha_1-\alpha_2)^2=-\frac{c}{a}(\gamma_1-\gamma_2)(\alpha_1-\alpha_2)-\frac{b}{a}(\alpha_1-\alpha_2)(\beta_1-\beta_2)$ ナリ

$(\beta_1-\beta_2)^2$ 及ヒ $(\gamma_1-\gamma_2)^2$ ニ於テモ同形ナル式ヲ得ヘシ此ニ由テ $r^2=l(\beta_1-\beta_2)(\gamma_1-\gamma_2)+m(\gamma_1-\gamma_2)(\alpha_1-\alpha_2)+n(\alpha_1-\alpha_2)(\beta_1-\beta_2)$ ヲ得但シ l m n ハ a b c ノ函數ニシテ皆之ヲ求ムルコヲ得ルナリ

l m n ノ値ハ両點ノ所在ニ係ラズ恒ニ同一ナリ是故ニ今此両點ヲ B C トセバ $\alpha_1=0,\ \beta_1=\frac{2\Delta}{b},\ \gamma_1=0,\ \alpha_2=0,$ $\beta_2=0,\ \gamma_2=\frac{2\Delta}{c}$ ニシテ $r=a$ ナリ此ニ由テ

$a^2=l.\frac{2\Delta}{b}\frac{2\Delta}{c}$　$l=-\frac{a^2bc}{4\Delta^2}$ ナルヲ知ル又同理ニテ

$m=-\frac{ab^2c}{4\Delta^2},\quad n=-\frac{abc^2}{4\Delta^2}$ ナルヲ知是故ニ

$r^2=\frac{abc}{4\Delta^2}\left\{a(\beta_1-\beta_2)(\gamma_1-\gamma_2)+b(\gamma_1-\gamma_2)(\alpha_1-\alpha_2)+c(\alpha_1-\alpha_2)(\beta_1-\beta_2)\right\}$

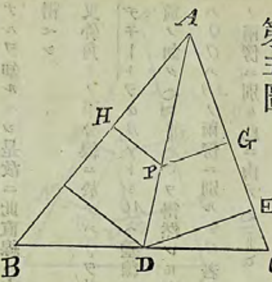
トナル是レ r^2 ヲ顯ス一公式ナリ又同法ニテ

$r^2=\frac{abc}{4\Delta^2}\left\{a\cos A(\alpha_1-\alpha_2)^2+b\cos B(\beta_1-\beta_2)^2+c\cos C(\gamma_1-\gamma_2)^2\right\}$ ナルヲ知ルヘシ

(4) 次ニ直線ノ方程式ヲ論ゼントス然レモ先ヅレフェレンスノ三角形ニ緊要ナル關係ヲ有スル直線ニ就テ考究ス

レフェレンスノ三角形ノ一角頭及ヒ其對邊ノ正中ヲ貫ク直線ノ方程式ヲ發見スル法

BC 邊ノ正中ヲ D トセバ AD 線ノ方程式ヲ要スルナリ



第五圖

AD 線ニ一點 P ヲ定メ其三線コーヲルヂチートヲ $\alpha\ \beta\ \gamma$ トシ D P ヨリ AC ヘ垂線 DE PG ヲ作リ又 D P ヨリ AB ヘ垂線 DF PH ヲ作ラハ相似三角形ノ理ニ由テ

$PG:DE::PH:DF$ ナルヲ知ル然ルニ $DE.AC=DF.AB$（此式ノ両節倶ニ三角形 ABC ノ積二分ノ一ナリ）ナルガ故ニ $PG.AC=PH.AB$ 即チ $b\beta=c\gamma$ ヲ得是レ AD 線中ナル任意ノ點ノコーヲルヂチートノ關係ヲ示スナリ是故ニ之レ此線ノ方程式トナス

系（譯者曰ク系ハ原名コロラリート云フ幾何原本ニ叙光敬ノ譯例アルヲ以テ余モ亦之ニ倣フ）三角形ノ各角頭ヨリ出デ、對邊ノ正中ヲ貫ク三線ハ交互ニ一點ニ交ルモノナリ其故何トナレハ斯ル三線ハ方程式 $b\beta=c\gamma$ $c\gamma=a\alpha$ $a\alpha=b\beta$ ニテ示スベシ故ニ此三線皆コーヲルヂチートノ關係 $a\alpha=b\beta=c\gamma$ 此ノ如キ理ニ合フ所ノ一點ヲ貫クコ明カナリ

以下三題圖ヲ略ス讀者前第五圖ノ例ニ倣テ自ラ圖ヲ作ルヘシ

(5) レフェレンスノ三角形ノ一角頭ヨリ對邊ヘ垂直ニ作レル直線ノ方程式ヲ發見スル法

前題ノ如ク圖ヲ作ラハ $\frac{DE}{AD}=\sin DAE=\cos C,$ $\frac{DF}{AD}=\sin DAF=\cos B$ ナルヲ知ル是故ニ $\frac{DE}{\cos C}=\frac{DF}{\cos B}$ ナリ此ニ由テ $\frac{PG}{\cos C}=\frac{PH}{\cos B}$ 即チ $PG\cos B=PH\cos C$ ナリ故ニ $\beta\cos B=\gamma\cos C$ ヲ得是レ A ヨリ BC ヘ垂直ニ作レル直線ノ方程式ナリ

系　右ノ理ニ由テ三角形ノ各角頭ヨリ對邊ヘ垂直ニ作レル三線ハ方程式 $\alpha\cos A=\beta\cos B=\gamma\cos C$ ノ理ニ合

フ所ノ一點ニ於テ交互ニ交ルヲ知ル

(6) レフェレンスノ三角形ノ內角ノ平分線及ヒ外角ノ平分線ノ方程式ヲ發見スル法

內角Aノ平分線ニ於テハ前ノ如ク圖ヲ作ラバ$PG=PH$ナルヲ知ルヘシ是故ニ此直線ハ方程式$\beta=\gamma$ニテ示スコヲ得ベシ

又外角Aノ平分線ニ於テハQヲ其線中ノ一點トシ其コーヲルヂ子ートヲ$\alpha\beta\gamma$トシACヘ垂線QRヲ作リABヘ垂線QLヲ作ラハ前ノ如ク$QR=QL$ヲ得然レモ若シQ B倶ニACノ同方ニ在ラハQ CハABノ兩傍ニ別ルQ C若シABノ一方ニ在ラハQ BハACノ兩傍ニ別ル此ニ由テ$QR=\beta$ナレバ$QL=-\gamma$ナリ是故ニ方程式$\beta+\gamma=0$ヲ得是レAノ外角ノ平分線AQノ方程式ナリ

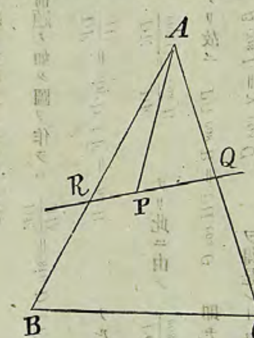
右ノ理ニ由テ三角形ノ三內角ノ平分線交互ニ一點ニ交ルヲ知リ又一內角ノ平分線ト兩外角ノ平分線トモ交互ニ一點ニ交ルヲ知ル而メ此兩點ハ內切圓及ヒ邊外切圓ノ圓心ナリ

此後ニ於テ三角形ノ外角ノ平分線ト其對邊トノ交點ハ三點一直線ヲナスト云ヘルコヲ證明ス可シ又三角形ノ兩內角ノ平分線及ヒ他ノ一角ノ外角ノ平分線各其對邊ト交ル所モ三點一直線ヲナスト云ヘルコヲ證明ス可シ

(7) 直線ノ公式ヲ論ス

各種直線皆一次方程式ニテ示スコヲ得ベシ

第六圖



AC線中ナル任意ノ點ヲQトシQR線中ナル任意ノ點ヲRトシQR線中ナル任意ノ點ヲPトセバPノコーヲルヂ子ート$\alpha\beta\gamma$ノ關係ヲ考究スルコヲ要スルナリ

本題ニ主トスル所ノ直線ノ性質ハ兩三角形APQ, PARノ和不易數ナリト云フニ在リ是ヲ以テ$AQ=q$, $AR=r$トセバ兩三角形APQ, PARノ積ハ遞次ニ$\frac{1}{2}q\beta$, $\frac{1}{2}r\gamma$ニシテ三角形QARノ積ハ$\frac{qr}{bc}\Delta$ナリ

是故ニ$q\beta+r\gamma=\frac{2qr}{bc}\Delta=\frac{qr}{bc}(a\alpha+b\beta+c\gamma)$

ヲ得是レ直線QRノ方程式ナリ此式q rニテ示セル兩任意ヲ有スルガ故ニ二元一次方程式ノ公式中ノ公式ト云フベシ若シ

$\frac{qra}{bc}=l,\ \frac{qr}{c}-q=m,\ \frac{qr}{b}-r=n,$

トセバ此方程式ヲ更ニ$l\alpha+m\beta+n\gamma=0$　此ノ如キ形狀ニ化スルコヲ得

(8) 前題ノ反義ヲ論ゼントス

各種一次方程式皆直線ヲ顯ス

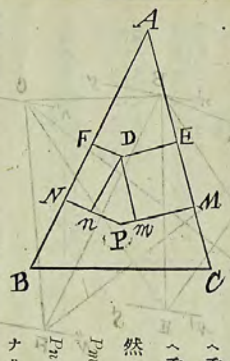
一次方程式ヲ$l\alpha+m\beta+n\gamma=0$トシ此方程式ニテ顯ス踪跡線(原名ローカス)中ナル定點Dノコーヲルヂ子ートヲ$f\,g\,h$トシ任意ナル點Pノコーヲルヂ子ートヲ$\alpha\beta\gamma$トスACヘ垂線DE PMヲ作リABヘ垂線DF PNヲ作リPM PNヘ垂線Dm Dnヲ作ルヘシ然ルトキハ

$Pm=\beta-g,$

$Pn=\gamma-h$

ナリ然ルニ$f\,g\,h$ハ踪跡中ナル一點ナルガ故ニ$lf+mg+nh=0$ナリ此ニ由テ$l(\alpha-f)+m(\beta-g)+n(\gamma-h)=0$ヲ得又$a\alpha+b\beta+c\gamma=2\Delta,\ af+bg+ch=2\Delta$ナルガ故ニ$a(\alpha-f)+b(\beta-g)+c(\gamma-h)=0$ヲ得

第七圖



是故ニ$\frac{\alpha-f}{bn-cm}=\frac{\beta-g}{cl-an}=\frac{\gamma-h}{am-bl}$　ナリ

是ニ由テPノ踪跡線中如何ナル點ニテモPmノPnニ於ケル比一定不易ナリ此理踪跡線直線ナルニアラザレバ有ルベカラス

〔以下次號〕

○

第三套

問題解義

一

第二十一號問題三　岸　俊雄

NS $N'S'$ $N''S''$ノ各線ハ測點ノ子午線ヲ示スns $n's'$ $n''s''$ノ各線ハ測定スヘキ子午線ニシテ測點ノ線ト平行スルモノナリ

故ニ

$\angle NDA=\angle SAD=m$　$\angle NDB=n$　$\angle NDC=l$

$\angle N'EA=\angle SAE=m'$　$\angle N'EB=n'$　$\angle N'EC=l'$

$\angle N''FA=\angle SAF=m''$　$\angle N''FB=n''$　$\angle N''FC=l''$

$\angle ADB=n-m=\alpha$　$\angle AEB=n'-m'=\gamma$

$\angle BDC=l-n=\beta$　$\angle BEC=l'-n'=\delta$

$\angle AFB=n''-m''=\mu$　$\angle BFC=l''-n''=\nu$

$\angle DCE=l-l'=\lambda$　$\angle ECF=l'-l''=\omega$

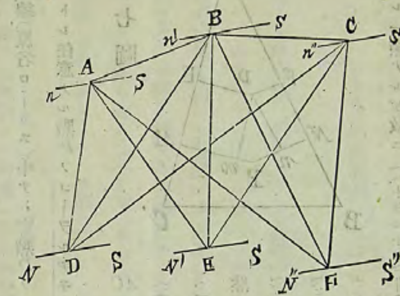
$\angle EAF=(180^\circ-m'')-(180^\circ-m')=m'-m''=\sigma$

$\angle DAE=(180^\circ-m')-(180^\circ-m)=m-m'=\tau$

以上ハ凡テ已知セル角ヲ示ス

又未定ノ角ハ次ノ如ク定ム

$\angle BAE=\phi$　$\angle BCE=\theta$　$\angle BAD=\phi+\tau$　$\angle BAF=\phi-\sigma$　$\angle BCD=\theta-\lambda$　$\angle BCF=\theta+\omega$



圖中各三邊形ヨリ比例ヲ求ムルニ

$AB:BD=\sin ADB:\sin BAD$ ....(a)

$BD:BC=\sin BCD:\sin BDC$ ....(b)

$BC:BE=\sin BEC:\sin BCE$ ....(c)

$BE:AB=\sin BAE:\sin AEB$ ....(d)

$AB:BF=\sin AFB:\sin BAF$ ....(e)

$BF:BC=\sin BCF:\sin BFC$ ....(f)

(a)ヨリ(d)ニ至ル四式ヲ相乗スレバ

$\sin ADB\times\sin BCD\times\sin BEC\times\sin BAE:$

$\sin BAD\times\sin BDC\times\sin AEB\times\sin BCE=1:1$

或ハ

$\sin\alpha.\sin(\theta-\lambda).\sin\delta.\sin\phi=$

$\sin(\phi+\tau).\sin\beta.\sin\phi.\sin\nu$ ....(1)

又(c)ヨリ(f)ニ至ル四式ヲ相乗スレバ

$\sin BEC\times\sin BAE\times\sin AFB\times\sin BCF:$

$\sin BCE\times\sin AEB\times\sin BAF\times\sin BFC=1:1$

或ハ

$\sin\delta.\sin\phi.\sin\mu.\sin(\theta+\omega)=$

$\sin\theta.\sin\nu\sin(\phi-\sigma)\sin\gamma$ ....(2)

(1)ヨリ

$$\frac{\sin(\theta-\lambda)}{\sin\theta}=\frac{\sin\beta\ \sin\gamma}{\sin\alpha\ \sin\delta}\cdot\frac{\sin(\phi+\tau)}{\sin\phi}$$

但シ $\dfrac{\sin(\theta-\lambda)}{\sin\theta}=\cos\lambda-\sin\lambda\cos\theta$　故ニ

$$\cot\theta=\cot\lambda-\frac{\sin\beta.\sin\gamma}{\sin\alpha.\sin\delta\sin\lambda}\cdot\frac{\sin(\phi+\tau)}{\sin\phi}$$

$$=\cot\lambda-\frac{\sin\beta.\sin\gamma}{\sin\alpha.\sin\delta\sin\lambda}(\cos\tau+\sin\tau\cot\phi)\ \text{............(3)}$$

(2)ヨリ $\dfrac{\sin(\theta+\omega)}{\sin\theta}=\dfrac{\sin\gamma\sin\nu\sin(\phi-\sigma)}{\sin\delta\sin\varpi\quad\sin\phi}$　故ニ

$$\cot\theta=\frac{\sin\gamma\sin\mu}{\sin\delta\sin\varpi\sin\omega}(\cos\sigma-\sin\sigma.\cot\phi)-\cot\omega\ \text{....(4)}$$

(3)(4)相減シ變化ノ後

$$\cot\phi=\frac{\dfrac{\sin(\omega+\lambda)}{\sin\omega\sin\lambda}-\dfrac{\sin\beta\sin\gamma\cos\tau}{\sin\alpha\sin\delta\sin\lambda}-\dfrac{\sin\gamma\sin\nu\cos\sigma}{\sin\delta\sin\varpi\sin\omega}}{\dfrac{\sin\beta\sin\nu\sin\tau}{\sin\alpha\sin\delta\sin\lambda}-\dfrac{\sin\gamma.\sin\nu\cos\sigma}{\sin\delta\sin\mu\sin\omega}}\ \text{....(5)}$$

(5)式中分母子ニ(g)式ヲ乗シ後ニ(6)ノ如ク假定スレバ(7)式ヲ得

$$\frac{\sin\varpi\sin\lambda}{\sin(\varpi+\lambda)}\ \text{............(g)}$$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\sin\beta.\sin\nu.\sin\omega}{\sin\alpha.\sin\delta.\sin(\omega+\lambda)}=P\\[2ex]\dfrac{\sin\gamma\sin\lambda\sin\nu}{\sin\delta\sin\varpi\sin(\omega+\lambda)}=Q\end{array}\right\}\ \text{............(6)}$$

$$\cot\phi=\frac{1-P\cos\tau-Q\cos\sigma}{P\sin\tau-Q\sin\sigma}\ \text{............(7)}$$

又未定角θヲ求ムルニハ(7)式ヨリϕ角ヲ得テ以テ(4)式ニ入ルヘシ然シテ(8)式ヲ得

$\angle ABC=\pi-(\phi+\gamma+\sigma)$ ....(8)

○

第四套

問題.

一　　　岸　俊　雄

四邊形有リ内ニ各邊ニ觸レテ無數ノ橢圓ヲ画クトキ其中心ノ位置ハ恒ニ外形對角線ノ平分點ノ連線上ニ在リト云フ証ヲ求ム

(但シ双曲線ニ於テモ亦同シ)

二　　　仝

三個ノ縦横軸互ニ直角ニ交ルモノアリ旋轉拋物体ニ觸レテ轉ルトキ其三切點ヲ過キ平面ヲ造リ該面上ニ軸ノ交點ヨリ垂線ヲ引キナハ恒ニ拋物体ノ頂點ヲ通過ス可シ又垂線ノ頂點ニ於テ兩断サル、各部ヨリ成ル矩形ハ拋物線ノ半通徑ノ方形ニ等シト云フ其兩証ヲ求ム

三　　　仝

平面上ニ一大球アリ他ノ一小球ヲ以テ一定點ヨリ之ヲ打撃シ共衝突ノ後轉進ノ方向ヲシテ共向ニ取ラシメントスルトキハ打撃ノ點果シテ何レニ在ルヤト問フ

附錄

會社委員撰舉手續併社告

五月四日定會ニ於テ委員撰擧會ヲ開ク此日出席スル者拾三名投票ノ數三十八〇學務事務兩委員ノ投票ヲ得タル人名左ノ如シ

學務委員投票ヲ得タル人名

三十五票	菊池大麓	三十二票	岡本則錄
三十二票	山本信實	二十五票	大村一秀
二十三票	長澤龜之助	二十票	岸俊雄
十八票	田中矢德	十四票	川北朝鄰
十一票	福田半	十票	長嶺讓
八票	三輪恒一郎	四票	田中正平
一票	三浦清俊		

事務委員投票ヲ得タル人名左ノ如シ

三十四票	川北朝鄰	十九票	長澤龜之助
十三票	岡本則錄	五票	大村一秀
二票	福田半	一票	田中矢德
一票	山本信實	仝上	菊池大麓
仝上	三浦清俊		

本日出席ノ諸員中菊池、川北、長澤、岸ノ四氏ハ承諾サレタリ

○

六月二日本社期年會ニ付例席ニ集會ス當日出席スル者拾名ニテ僅少ナル故宴會ヲ延ス〇例ニ隨ヒ事務委員川北朝鄰氏ハ第五期本會委員承諾ヲ告ク續テ第四期中ノ景況併テ會計報告等述ラレ後チ會社雜誌出板ノ手續キヲ議サレタリ畢ツテ數學大科目譯語會ヲ開カル菊池大麓氏議長タリ岡本則錄氏艸按者タリ議決スルヿ二十語即チ左ノ如シ

(1) Arithmetic		算術　（既決）
(2) Algebra		代數學　（既決）
(a) Elementary	″	初等代數學
(b) Higher	″	高等代數學
(3) Geometry		幾何學
(a) Plane	″	平面幾何學
(b) Solid	″	立體幾何學
(c) Descriptive	″	畫法幾何學
(4) Trigonometry.		三角法
(a) Plane	″	平面三角法
(b) Spherical	″	球面三角法
(5) Conic Sections		圓錐曲線法
(a) Geometrical	″ ″	幾何圓錐曲線法
(b) Analytical	″ ″	解析圓錐曲線法
(6) Analytical Geometry		解析幾何學
(a) Plane Co-ordinate Geometry		解析平面幾何學
(b) Solid Geometry (Analytical)		解析立體幾何學
(7) Differential Calculus		微分學
(8) Integral	″	積分學
(9) Calculus of Variations		變分法
(10) Differential Equations		微分方程式
(12) Elliptic Integrals		橢圓積分
(13) Quaternious		四元法

此他重學ニ係ル分ハ物理學會ト聯合シテ議スルヿニ決ス

學務委員
菊池大麓
岡本則錄
山本信實
長澤龜之助
岸俊雄
田中矢德

事務委員
川北朝鄰
長澤龜之助

第五期中右ノ八名委員承諾候事

明治十六年六月

○

七月七日定會ニ於テ菊池大麓氏ノ演述アリ（雜錄ニ載ス）畢テ工學會ヨリ數學語譯ヲ依賴アリ同會員ト談話セリ

○

八月ハ暑中ニ付例ノ通リ休會ス

○

新聞條例御改正ニ付今般改テ本會雜誌發行相願本月許可有之候ニ付爾後毎月出板ノ事

但シ左ノ人名ヲ以テ責任トス

持主兼印刷人　樋口藤次郎

編輯人　菊池鍬吉郎

○

本號ヨリ右ノ通リ相定メ候事

右書記ヲ解雇候事　中村義方

右書記ニ雇入候事　大脇貞信

○

社告

本社雜誌第五十八號ハ四月出板ノ分五月發兌シ爾後新聞條例御改正ニ付引續キ發行スベキヤノ議ナ定會ニ論ヒ候事故自然引續キ出板スベキ願モ延引ニ及ヒ漸ク本月許可相成候ニ付爾後ハ月々出板致スベキニ付會員ハ勿論江湖ノ看客此間ニ出板セザルハ追テ能キ方法ヲ以テ補ヒ候間右樣御承知アリタシ

○

會員中ニハ雜誌出板無之候ハヽ毎月ノ社費ハ納メザルモ可ナルヤノ疑念之レアルヤモ難計右ハ雜誌出板ノ有無ニ均ハラス社費ハ月々納メベキ譯ニテ雜誌出板セザルハ前條ノ理由ニ付之ヲ補フベキ能キ御考ヘ有之候ハヽ來ル十月定會マテニ御通知アリタシ且又社費滯リノ分ハ不日受取人差出シ候事

持主兼印刷人　樋口藤次郎

編輯人　菊池錸吉郎

發行所　東京麴町區富士見町二丁目廿八番地　數學會社假事務所

賣捌所　東京芝區柴井町　松井忠兵衛　仝日本橋區本町三丁目　清水卯三郎

定價拾錢

驛遞局認可

明治十六年十一月三日發兌

東京數學會社雜誌

第六十號

東京數學會社

東京數學社雜誌局之證印

目錄

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ
一本號諸套ニ掲ケル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル所ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサル者ハ編者ノ稿ナリ
一凡ソ問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ登錄スヘシ
一社外ト雖モ投書スルヲ得然レモ變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス
一凡ソ掲載セル問題、論說、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ
一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス
一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス
一入社セント欲スル者ハ社則ニ從フベシ

明治十六年八月

東京數學會社

東京數學會社雜誌第六十號

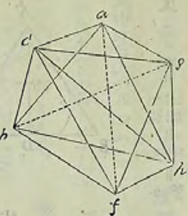
第一套

飜譯

八面體ノ質心ヲ求ム　英國クリッフホード氏考(英國刊行プロシーヂングス、オフ、ゼ、ロンドン、マセマチカル、メサイテー、ニ見ユ)

岡本則錄

茲ニ八面體ト稱スルハ $agh, ahb, fbc, fcg, fgh, fhb$ 八表面ヲ以テ圍成セル体ヲ謂フ但タ af hg ch ナル有窮三線ハ互ニ相過ハサル者トス



此体ヲ塡充スルニ疏密率平勻ノ物質ヲ以テスルナレハ其質心(譯者云フ即チ重心)ヲ發見スルノ圖法甚タ易シ

此体ニ於テ $bcgh$, $cahf$, $abfg$ ハ倶ニ捩曲四邊形ナリ此每四邊形ノ各邊ノ中點ハ共ニ必ス一平面上ニ在ルヘシ　此故ニ今此三箇ノ四邊形ノ各邊ヲ二平分スル三平面ヲ設ケ此三平面ノ公過點ヲ k ト倣シ之ヲ行過點ト名ク(シルヴエストル氏ノ命名ニ遵フ)又本体ノ六尖頂 a b c f g h ノ均勻點(ミーンパイント)ヲ求メ之ヲ m ト倣ス此點ハ則チ af bg ch ノ各中點ニ因テ成レル三角形質心タリ　本体ノ質心 s ヲ求ムルニハ km 聯線ヲ引キ之ヲ s ニ迄引長シ $ms=\frac{1}{2}km$ ナラシムベシ

次ニ此圖法ノ理ヲ證明セン本体ハ蓋シ $afbc$, $afcg$, $afgh$, $afhb$ ナル四箇ノ四面体ノ和ナリ　凡ソ任何四面体ノ質心ハ其レノ四尖頂ノ均勻點即チ是レナリ所以ニ $afbc$ ノ質心ト gh ノ中點トヲ聯ク線ハ $1:2.$ ナル比率ヲ以テ m 點ニ因テ分截セラル、ヲ知ル餘三箇ノ四面体ト hb bc cg 三線ノ各中點トニ於ケルモ亦然リ

是ニ由テ觀レハ此四箇ノ四面体ノ各質心ハ上說ノ s 點ヲ通過スル同一平面上ニ在リ從テ全体ノ質心モ亦必ス此平面上ニ在ルヘキナリ　仍同法ニ依テ之ヲ推スニ若シ本体ヲ分割シテ或ハ bg ヲ公有スル四箇ノ四面体ト爲シ或ハ ch ヲ公有スル四箇ノ四面体ト爲スモ全体ノ質心ハ當サニ此ノ如キ平面上ニ在ルヘシ

此故ニ全体ノ質心ハ s ニ在ルコ必セリ

此稿ハ嚮ニシルヴエストル氏カ攷覈セシ截四面体ノ質心ヲ定ムルノ圖法ニ基キテ之ヲ述フ實ニ止タ伸引擴充セシニ過キサルノミ　今若シ一雙ノ兩表面 abh, abg, 或ハ acg, cfg, 或ハ cbf, bhf ヲシテ共ニ同一平面ニ在ラシメ宜ク本法ヲ適用セハ輙チ截四面体ノ質心ヲ定メ得ヘシ

○

第二套

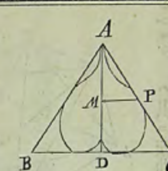
問題解義

岸 俊雄

一

第三十九號ノ一

尖凹圓長徑ヲa短徑ヲbトナス



$\angle PAM=\phi$, $AM=x$, $PM=y$

尖凹圓式ニ據テ

$x=\frac{a}{2}(1+\cos\theta)\cos\theta$ ......(1)

$y=\frac{b}{4}(1+\cos\theta)\cos\theta$
$\times(2-\cos\theta-\cos^2\theta)$ ......(2)

又 $\tan\phi=\frac{PM}{AM}=\frac{y}{x}=\frac{b}{2a}(1+\cos\theta)\sin\theta$

$\therefore \phi=\tan^{-1}\frac{b(1+\cos\theta)\sin\theta}{2a}$

今微係數ヲ零ト定メ

$\frac{d\phi}{d\theta}=0 \quad \therefore \cos^2\theta+\frac{1}{2}ax-\frac{1}{2}=0$

$\therefore \cos\theta=\frac{1}{4}(1\pm3)=\frac{1}{2}$

$\therefore \theta=60^\circ$ ......(3)

(3)ヲ(1)(2)兩式ニ入レハ

$x=\frac{5}{8}a \quad y=\frac{15b}{64}\sqrt{3}$ ......(4)

又尖凹圓ノ性質ニ據リ $AD=\frac{9}{8}a$

又 $AM:PM=AD:CD$

或ハ $x:y=\frac{9}{8}a:CD$ 　(4)ニ入レハ

$\therefore CD=\frac{9ay}{8x}$

$CD=\frac{27}{64}b\sqrt{3}$

$\therefore BC=2CD=\frac{27}{32}b\sqrt{3}$ 　答トナス

全

二

同號ノ二

前圖ニ據テ又前解ノ(4)ヲ用ユ

$x=\frac{5}{8}a \quad y=\frac{15b}{64}\sqrt{3}$

$\therefore \tan\phi=\frac{y}{x}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{15b\sqrt{3}}{64}:\frac{5a}{8}$

$\therefore b=\frac{8}{9}a$ ......(a)

又 $AD=\frac{9}{8}a=\frac{a^2}{\frac{8}{9}a}=\frac{a^2}{b}$ ......(b)

故ニ(a)(b)兩式ヲ以テ答トナス

全

三

第四十號ノ二十三

抛物線ノ性質ニ據テ $MO=2a$

$AM=x \quad PM=y \quad AB=m$

$CB=BO=n \quad OP=OB=r$

$O'C=O'D=OA=R$

抛物線式ヨリ

$x^2=4am$

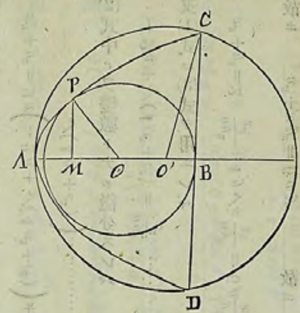
$y^2=4ax$

又圓式ヨリ

$OP^2=PM^2+MO^2$

或ハ 　$r^2=y^2+4a^2$

$=4ax+4a^2$ ......(1)



又 $AB=AM+MO+OB$

或ハ $m=x+2a+r$ 　故ニ $x=m-2a-r$ ......(2)

(1)式中(2)ヲ入ルレハ

$r^2=4a^2+2a(m-2a-r)$

$(r+2a)^2=4am=n^2$ 　故ニ 　$x=r+2a$ ......(3)

或ハ

又 $CO'^2=O'B^2+CB^2$ 　或ハ 　$R^2=(m-R)^2+n^2$

此式ニ(3)ヲ用ユレハ 　$R^2=m^2-2mR+R^2+4am$

故ニ $m=2R-4a$ ......(4)

又(3)ヨリ 　$2n=2r+4a$

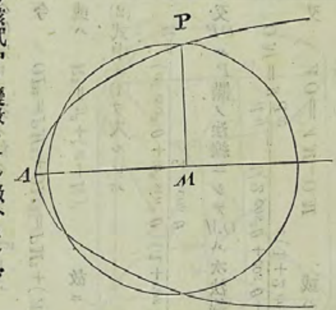
故ニ 　$AB+CD=2r+4a+m=2r+4a+2R-4a$

$=2(R+r)$ ヲ以テ答トス

全

四

同號ノ二十四



$AM=\alpha$, $PM=\beta$

圓線一點ノ兩軸線ヲx yト定ムレハ

抛物線式 　$\beta^2=4a\alpha$

圓式$y^2+(x-\alpha)^2=\beta^2$

或ハ 　$y^2+x^2+\alpha^2-2a\alpha$

$=4a\alpha$ ......(1)

今該式中α變數トナシ微分スレハ

$0=2\alpha-2x-4a$ 　故ニ 　$\alpha=2a+x$ ......(2)

(1)式中ニ(2)ヲ入ルレハ 　$x^2+y^2=4a^2+4ax+x^2$

故ニ 　$y^2=4a(a+x)$ 　故ニ同抛物線ナルヲ知リ以テ答トナス

全

三

同號ノ二十五

$AN=x \quad PN=y \quad AM=\alpha \quad OM=\beta$

$AO=OP=c$

抛物線式 　$\beta^2=4a\alpha$

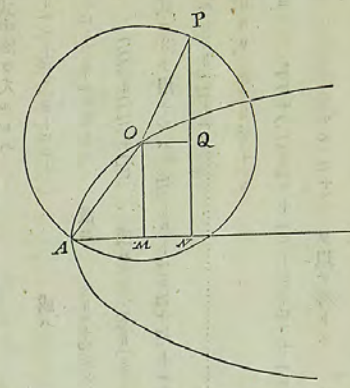
圓式 　$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=C^2$

但シ $c^2=\alpha^2+\beta^2$

故ニ $\alpha^2+4a\alpha=c^2$

故ニ $\alpha=-2a\pm\sqrt{(4a^2+c)}$

$\beta=2\sqrt{a}\left(-2a\pm\sqrt{(4a+c^2)}\right)$



圓式ヨリ $x^2+y^2=2\alpha x+2\beta y$ ……(1)

(1)ヲ變化シテ $x^2+y^2=2x\left(-2a+\sqrt{(4a^2+c^2)}\right)+4y\sqrt{a}\left(-2a\pm\sqrt{(4a^2+c^2)}\right)$ ……(2)

(2)式中 c ヲ變數トナシ微分スレバ $-2a+\sqrt{(4a^2+c^2)}=\frac{ay^2}{x^2}$ ……(3)

又(1)式ニ(3)式ヲ用ユレバ $x^2+y^2=2x\frac{ay^2}{x^2}+4y\sqrt{a}\frac{ay^2}{x^2}=6a\frac{y^2}{x}$

故ニ $x^3+xy^2=6ay^2$ 故ニ $y=\pm x\sqrt{\frac{x}{6a-x}}$

以テ答式トナス

全

四

同號番外ノ三

$AB=A,\quad EF=B$

$AP=r,\quad AM=x$

$PM=y,\quad OP=OA=R$

凹楕圓式ニ據テ

$$\left.\begin{array}{l} x=\frac{A}{2}(1+\cos\theta)\cos\theta \\ y=\frac{B}{2}(1+\cos\theta)\sin\theta \end{array}\right\}\ \cdots\cdots(1)$$

今假定シテ次ノ如クナス $\frac{A}{2}=a,\quad \frac{B}{2}=b$

今 $OP^2=PM^2+OM^2=PM^2+(AM-OA)^2$

或ハ $R^2=y^2+(x-R)^2$ 故ニ $R=\frac{x^2+y^2}{2x}$ ……(2)

(2)式中ニ(1)ヲ入ルレバ

$$R=\frac{(a^2\cos^2\theta+b^2\sin^2\theta)(1+\cos\theta)}{2a\cos\theta}\ \cdots\cdots(3)$$

又 OP ハ P 點ノ法線ニシテ OM ハ次法線ヲナス故ニ

$$OM=y\frac{dy}{dx}=-\frac{b^2(2\cos^2\theta+\cos\theta-1)(1+\cos\theta)}{a(1+2\cos\theta)}$$

又 $AO=AM-OM$ 或ハ $R=x-y\frac{dy}{dx}$

$$R=\frac{(1+\cos\theta)\left(a^2(1+2\cos\theta)\cos\theta-b^2(2\cos^2\theta+\cos\theta-1)\right)}{a(1+2\cos\theta)}\ \cdots\cdots(4)$$

(3)(4)兩式ヨリ

$$\frac{(a^2\cos^2\theta+b^2\sin^2\theta)(1+\cos\theta)}{2a\cos\theta}=\frac{(1+\cos\theta)\left(a^2\cos\theta(1+2\cos\theta)-b^2(2\cos^2\theta+\cos\theta-1)\right)}{a(1+2\cos\theta)}$$

或ハ $2(a^2-b^2)\cos^3\theta+(a^2-b^2)\cos^2\theta-b^2=0$

或ハ $\sec^3\theta-\left(\frac{a^2}{b^2}-1\right)\sec\theta-2\left(\frac{a^2}{b^2}-1\right)=0$

$\frac{a^2}{b^2}-1=M$ ト假定ス故ニ

$$\sec\theta=\sqrt[3]{\left\{M+M\sqrt{\left(1-\frac{M}{27}\right)}\right\}}+\sqrt[3]{\left\{M-M\sqrt{\left(1-\frac{M}{27}\right)}\right\}}=N$$

ト假定ス故ニ $\cos\theta=\frac{1}{N}$ ……(5)

(1)式中ニ(5)ヲ入ルレバ $x=a\left(\frac{1+N}{N^2}\right)$

$y=b\left(\frac{1+N}{N^2}\right)\sqrt{(N^2-1)}$ 以テ(2)式ニ代用スレバ

$R=\frac{(1+N)\left(a^2-b^2(1-N^2)\right)}{2aN^2}$ 以テ答式トナス

但シ凹楕圓式ヲ求ムルニハ次ノ如シ

$AB=4a,\quad AC=A,\quad EF=4a=B,$

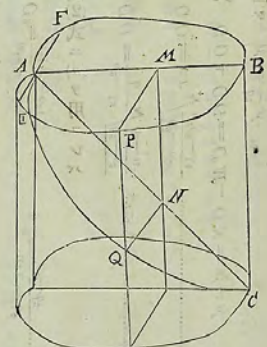
$AP=r,\quad AM=x',\quad PM=y',$

$\angle PAM=\theta,\quad AN=x,\quad QN=y,$

凹圓式 $r=2a(1+\cos\theta),$

$x'=AP\cos\theta=2a(1+\cos\theta)\cos\theta,$

$y'=y=AP\sin\theta=2a(1+\cos\theta)\sin\theta,$



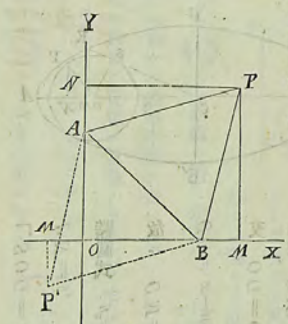
又 $x':x=4a:A$ 故ニ $x=\frac{A}{4a}x'$

故ニ $\left.\begin{array}{l} x=\frac{A}{2}(1+\cos\theta)\cos\theta \\ y=\frac{B}{2}(1+\cos\theta)\sin\theta \end{array}\right\}$ ナリ

全

四

第四十二號ノ一



$AB=AP=BP=AP'=BP'=a,$

$OM=x,\quad PM=y,$

$AN=\sqrt{(AP^2-PN^2)}=\sqrt{(a^2-x^2)},$

$BM=\sqrt{(BP^2-PM^2)}=\sqrt{(a^2-y^2)},$

$OA=y-\sqrt{(a^2-x^2)}$,　　$OB=x-\sqrt{(a^2-y^2)}$

又　$OA^2+OB^2=AB^2$　或ハ

$\left\{y-\sqrt{(a^2-x^2)}\right\}^2+\left\{x-\sqrt{(a^2-y^2)}\right\}^2=a^2$

自乘シテ后ニ變化スレバ

$2y\sqrt{(a^2-x^2)}+2x\sqrt{(a^2-y^2)}=a^2$

再ヒ該式ヲ自乘シテ變化スレバ次ノ如シ

$x^2y^2(a^2-x^2)(a^2-y^2)=(a^4-4a^2(x^2+y^2)+2x^2y^2)^2$

或ハ　$y^2\pm xy\sqrt{3}+x^2-\frac{1}{2}a^2=0$ ……………(a)

$y^2+Axy+Bx^2+Cy+Dx+E=0$ ……………(b)

今二次公式(b)ニ比スレバ

$\frac{1}{4}A^2-B=\frac{3}{4}-1=-\frac{1}{4}$

故ニ負ナナセバ正負兩記號共ニ楕圓ナルヲ知ル

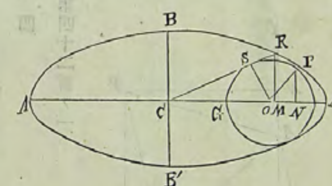
又式中　$C=0$,　$D=0$　ナレバ原點即チ中心O點ニアルコ明ナリ且ツ式中xy項ニ正負兩記號ヲ有スレバ二個ノ同形楕圓アルヲ知ル一個ハP點ノ軌跡一箇ハP′點ノ軌跡ナルモノトス

五　　仝

同號ノ三

$AC=a$,　$BC=b$,　$RG=c$,

$OS=OP=r$,　$CM=x$,　$RM=y$,



$\angle SOG=\theta$,　$CN=x'$,

$PN=y$,

楕圓式　$y^2=\frac{b^2}{a^2}(a^2-x^2)$

故ニ　$CM=n=\frac{b^2}{a^2}x$

$CG=x-n=\frac{a^2-b^2}{a^2}x$ ……………(1)

又　$OG=OS\sec\theta=\frac{cr}{y}$

$CR^2=CM^2+RM^2$

或ハ　$c^2=y^2+n^2$　　故ニ

$=\frac{b^2}{a^4}(a^4-(a^2-b^2)x^2)$

$x^2=\frac{a^4(b^2-c^2)}{n^2(a^2-b^2)}$,　$y^2=\frac{a^2c^2-b^4}{a^2-n^2}$ ……………(a)

(a)式ヨ準シテ

$C^2=\frac{a^4(b^2-r^2)}{n^2(a^2-b^2)}$,　$y'^2=\frac{a^2n^2-b^4}{a^2-b^2}$ ……………(b)

(1)(2)式ニ(a)ヲ用ユレバ

$CG=\frac{a^2-b^2}{b}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-n^2}}$ ……………(3)

$GO=cr\sqrt{\frac{a^2-n^2}{a^2c^2-b^4}}$ ……………(4)

又　$GO+CG=CM-ON=x'-n'$

但シ　$n'=\frac{b^2}{a^2}x'$

或ハ　$\frac{a^2-b^2}{b}\sqrt{\frac{b^2-r^2}{a^2-b^2}}=\frac{a^2-b^2}{b}\sqrt{\frac{b^2-c^2}{a^2-b^2}}+cr\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2c^2-b^4}}$

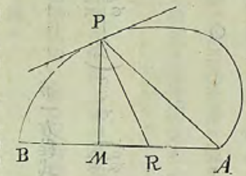
或ハ　$r^2((a^2+b^2)c^2-b^4)+2bcr\sqrt{(b^2-c^2)(a^2c^2-b^4)}$
$-c^2(a^2c^2-b^4)=0$

故ニ變化數回ノ后

$r=\frac{c\sqrt{(a^2c^2-b^4)}}{ac+b\sqrt{(b^2-c^2)}}$　　以テ答トナス

六　　仝

第四十四號ノ二



$AB=4a$,　　$AP=r$,

$\angle PAB=\theta$,　　$AR=p$,

$PM=y$,

四圓式　　$r=2a(1+\cos\theta)=$
$4a\cos^2\frac{1}{2}\theta$ ……………(1)

三角形APRヨリ

$AR:AP=\sin APR:\sin ARP$

或ハ　$p:r=\sin\frac{1}{2}\theta:\sin\frac{3}{2}\theta$

故ニ　$p=\frac{r}{4\cos^2\frac{1}{2}\theta-1}=\frac{ra}{r-a}$　　但シ(1)ヲ入ル

又　$PM=y=AP\sin\theta=r\sin\theta=\frac{r}{2a}\sqrt{(4ar-r^2)}$

三角形APRノ積ヲAト假定セレハ

$A=\frac{1}{2}yP=\frac{r^2}{2}\cdot\frac{\sqrt{(4ar-r^2)}}{r-a}$　　今　$\frac{da}{dr}=0$　トスレバ

故ニ　$4r^2-17ar+10a^2=0$

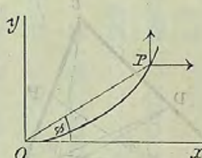
故ニ　$8\cos^2\theta-\cos\theta-4=0$

$\cos\theta=\frac{1}{16}(1\pm\sqrt{129})$　以テ答トナス

七　　　岡本則錄

第五十二號ノ六

已知ノ方程式　$s=f(\phi)$　ヲ以テ顯ハス曲線ヲOPトシOヲ橫縱軸ノ原點ト做シ此點ニ於ケル切線法線ヲx y兩軸ト做ス



今t時ニ於テ質點(即チ分子)ハPニ在リト做ス然ルトキハOP極半徑トx軸トノ角ハϕナリOP弧ハSナリ　此質點ニノミ働ク力ハx y兩軸ニ並行ナルXY二力ナリ又其生力(エッフェクチヴ)ナPノ切線ト法線トニ隨ロテ分解スレハ切線ニ隨フ分力ハ　$\frac{d^2s}{dt^2}$　法線ニ隨フ分力ハ　$\frac{1}{\rho}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2$　ナリ但シρハPニ於ケル曲率半徑ヲ表ハス

爰ニ於テP質點ノ運動ノ方程式ヲ作レハ

$$\left.\begin{array}{l}\frac{d^2s}{dt^2}=X\cos\phi+Y\sin\phi\\ \frac{1}{\rho}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2=-X\sin\phi+Y\cos\phi\end{array}\right\}\text{……………(1)}$$

又微分學ニ據レハ $\rho=\frac{dS}{d\phi}$ ナリ以テ此第二方程式ヲ化スレハ

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)^2=(Y\cos\phi-X\sin\phi)\frac{dS}{d\phi}$$

此レヲ微分スル後互ク化スレハ次ノ方程式ヲ生ス

$$2\frac{d^2S}{dt^2}=\frac{dY}{d\phi}\cos\phi-\frac{dX}{d\phi}\sin\phi-Y\sin\phi-X\cos\phi+(Y\cos\phi-X\sin\phi)\frac{f''(\phi)}{f'(\phi)}$$

此レト(1)トノ第一方程式ヲ並用シテ $\frac{d^2S}{dt^2}$ ヲ消去スレハ

$$\left(\frac{dY}{d\phi}-3X\right)\cos\phi-\left(\frac{dx}{d\phi}+3Y\right)\sin\phi+\frac{f''(\phi)}{f'(\phi)}(Y\cos\phi-X\sin\phi)=0.$$

○

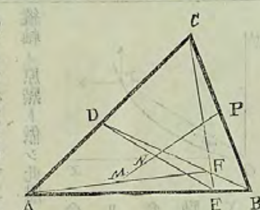
第三套

雜錄

某氏ノ問ニ應フ　竹弄軒主人

本日即十六年九月一日ハ本月第一土曜日ニ方リ例ノ如ク數學會社員諸君ハ東京大學ニ會合ス某氏余ニ一問題ヲ示シテ解義ヲ要ム余其解ヲ施サンコヲ約シテ退キ即夜燈下ニ鉛筆ヲ執リテ之ヲ布算スルニ容易ク之ヲ解シ得タリ仍テ某氏ニ應ヘ併セテ幼學ニ告クルコ左ノ如シ

題ニ曰ク ABC 三角形ノ B、C 二角點ヨリ對邊ト D、E ニ於テ相交スル任意ノ二直線 BD、CE ヲ畫キ其交點ヲ F トシ AF ノ中點ヲ M DE ノ中點ヲ N BC ノ中點ヲ P トスレハ M、N、P ノ三點ハ一直線ヲナスナリ其證如何



解ニ曰ク AB AC ヲ x、y ノ軸ニ取リ D 點ヲ $(o,\ b)$ E 點ヲ $(a,\ o)$ トシ F 點ヲ $(h,\ k)$ トスレハ M 點ハ $\left(\frac{h}{2},\frac{k}{2}\right)$ N 點ハ $\left(\frac{a}{2},\frac{b}{2}\right)$ ナリ而シテ EF 直線ノ方程式ハ $y=\frac{k}{h-a}(x-a)$ 今 $x=o$ トスレハコレヨリ

$$y=\frac{ak}{a-h}=AC$$ ヲ得

又 DE 直線ノ方程式ハ $y-b=\frac{k-b}{h}x$ 今 $y=o$ トスレハコレヨリ $x=\frac{bh}{b-k}=AB$ ヲ得

是ニ於テ NP 直線ノ方程式ヲ求ムレハ

$$y-\frac{b}{2}=\frac{\frac{ak}{2(a-h)}-\frac{b}{2}}{\frac{bh}{2(b-k)}-\frac{a}{2}}\left(x-\frac{a}{2}\right)\quad or\quad y-\frac{b}{2}=\frac{k-b}{h-a}\left(x-\frac{a}{2}\right)$$

此方程式中ノ x y ニ M 點ノ縦横線 $\left(\frac{h}{2},\frac{k}{2}\right)$ ヲ代入スル件ハ

能ク必適スルコヘ N、P 二點ヲ通徹スル直線ハ又 M 點ヲ通徹スルコ明カナリ之ヲ再述スレハ M、N、P ノ三點ハ一直線中ニアルナリ

○

第四套

問題

一　　岸俊雄

三邊形アリ外圓ノ中心ヨリ各角ニ連線ヲ引キ三個ノ三邊形ニ分割シ該三邊形外ニ圓ヲ畫キナハ其半徑ノ比ハ大三邊形ノ各角ノ餘弦ノ反比例ヲナス其證如何

二　　仝

垂立セル平面上ノ一鏡アリ外部ノ某距旁ニ一燈火ヲ置クニ其光線該鏡面ニ映シ反射線ノ軌跡如何ナル曲線ヲナスヘキヤ其式ヲ求ム

數理遺玉

不朽算法下卷第四十二號ノ續キ

假如眞數二者配數〇三分〇一〇三九九九五六六六强

求配數者置眞數二爲算一實　查表眞數近實而略少之配數三分爲第一配數以其眞數一個九九五二六二 三一四九六九八 爲法實如法而一得一〇〇 二三〇七 分三〇〇 爲

四四六七二 五四五二九 爲第二實　查表眞數近實數而畧少之配數一毛爲第二配數以其眞數一個〇〇二三〇五 二三八〇七七九 爲法實如法而一得一〇〇〇〇 六九〇六九 九五三 九四 爲第三實　查表眞數近實數而略少之配數二忽爲第三配數以其眞數一個〇〇〇〇四六 〇五二七六二二 爲法實如法而一爲第四實

次第如此求之而尾位就近棄之乃五以上收之以下棄之

次々所求得數如左

第四實一〇〇〇〇二三〇一六一三一六八

配數〇〇〇〇〇〇九微

法一個〇〇〇〇二〇七二三四八〇六

第五實一〇〇〇〇〇二九二六〇三六一

配數〇〇〇〇〇〇〇九纖

法一個〇〇〇〇〇二〇七二三八七

第六實一〇〇〇〇〇〇二〇二七四四五

配數〇〇〇〇〇〇〇〇九沙

法一個〇〇〇〇〇〇二〇七二三二七

第七實一〇〇〇〇〇〇〇一三〇四一七五

配數〇〇〇〇〇〇〇〇〇五塵

法一個〇〇〇〇〇〇〇〇一一五一二九

第八實一〇〇〇〇〇〇〇〇一五二八八五

配數〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六埃
法一個〇〇〇〇〇〇〇一三八一
第九實一〇〇〇〇〇〇〇〇〇一四七二五
配數〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六渺
法一個〇〇〇〇〇〇〇〇一三八二
第十實一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇九〇五
配數〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇三漠
法一個〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六九
右配數相併共得〇三分〇二〇二九九九五六六三尾位數三棄之爲強餘做之

凡求配數者常眞數爲第一實　眞數十以上分以下者各以首之位數位第一法以其配數爲第一配數假如眞數十以上百以下者一以下一分以上者並以一爲第一配數以一十或一分爲法又眞數百以上十以下一釐以上者並以二爲第一配數以一百或一釐爲法餘倣之

假令配數二個五分六釐者眞數三百六十三個〇七八〇五四七七〇一一弱

置配數二個ノ眞數一百以配數五分之眞數三個一六二二七七六六〇一六八四乘之又以配數六釐ノ眞數一個一四八一五三六二一四九六九乘之得所求眞數

如此起於配數之首位至尾位以每一位眞數累乘之得所求眞數

開方術

凡求開方商者置開方乘數加一個爲法　置積依前述求配數以法除之得數爲開方商之配數依前術求其眞數爲開方商

假如積二百五十六個者依前術得配數二個四〇八二二九九六五三二平方開之爲法眞二　置配數以法除之得一個二〇四一一九九八二六六爲開方商之配數依前術得眞數一十六爲開方商

又七乘開之者法數八　置配數以法除之得〇三分〇一〇一九九九五六六爲開方商ノ配數依術得眞數二爲開方商

若積在寸位以下者依前術得配數如法級內減第一配數二段不若及減者累加法數而減之餘爲定配數以法除之爲開方商之配數以求眞數爲開方商以法加段數擬配數以其眞數爲開方商之首位乃法數一次加者爲分二次加者爲釐三次加者爲毛餘倣之

假如積四絲八忽八微二纖八沙一塵二埃五漠十乘方開之者以一絲除之得四個八八二八一二五依術得配數四個六八八六七〇〇有奇加法數一十得內減一絲之配數四個二段餘七個六八八六七〇〇有奇以法除之得〇六分九八八九一〇〇有奇以求眞數得五個法加段數一故得商爲五分

又積六沙四塵立方開之者以一沙除之得六個四分依前術得配

數八個八〇六一八弱加法數三個三段內減第一配數八個二段餘得一個八〇六一八弱以法除之得〇六分〇二〇六弱以求眞數得四個法加段數三故得商爲四毛餘倣之

別雖有依綴術得開方商術乘數多則諸數亦及繁多故不載之

（以下次號）

附錄

定會記事

九月一日例刻ヨリ定會ヲ東京大學ニ開ク出席人員二拾名

本日兼テ工學會ノ依賴ニ付事務委員ニ於テ艸按ヲ印刷シ（艸按ハ別ニアリ社員ニテ御望方ヘハ呈スベシ）之ヲ出席ノ社員ニ頒チ議事ニ係ラント欲セシモ如何セン工學會ヨリ艸按者ハ勿論同會員ノ出席モ無之ニ付空シク議事ヲ開カス

〇

本會學務委員岡本則錄氏今般愛媛縣ヘ赴任ニ付會員有志者ニ於テ九月一日午後四時ヨリ送別會ヲ神田三河町三河樓ニ開ク臨席ノ諸氏ニハ神田孝平、赤松則良、村岡範爲馳、荒川重平、中川將行、眞野肇、遠藤利貞、田中矢德、山本信賢、駒野政和、伊藤直溫、中條澄清、中村宗次郎、鏡光照、川北朝鄰、長澤龜之助菊地鉞吉郎ノ十七名ニシテ席上岡本君カ諸君ノ厚意ヲ謝シ併テ諸君ノ會社ニ益々盡力ヲ希望シ尙數理上有益ナルコハ任地ニ報知アランコヲ望ム等ノ演述アリ川北朝鄰氏ハ臨席諸氏ニ代リテ岡本君ノ今回赴任ヲ賀シ次ニ關西之レヨリ數理ヲ盛大ナラシメンコヲ証シ終リニ自今益々會社ノ爲メニ通信盡力ヲ乞フノ旨ヲ演ヘタリ夫々雜話交々歡ヲ盡シテ午後第九時各々退散セラレタリ

〇

本會學務委員岸俊雄氏ハ長野縣下ヘ赴カレタリ

〇

入社

高橋豐夫

退社

小宮山昌壽　澤鑑之丞

別員入社

埜間小三郎　高關八百千郎

社告

本社雜誌ノ儀ハ松井忠兵衛、清水卯三郎ノ兩家ニテ賣捌致シ候間右兩家ヘ御引合被下度本會假事務所ニ於テハ更ニ御引合不申候事

○

本會雜誌第五十九號ハ事故有之發兌延引ニ及ヒ候得共爾後毎月第一土曜日ヲ以テ遲滯ナク發兌致シ候事

持主兼印刷人　樋口藤次郎

編輯人　菊池錣吉郎

發行所　東京麹町區富士見町二丁目廿八番地　數學會社假事務所

賣捌所　東京芝區柴井町　松井忠兵衛
仝日本橋區本町三丁目　清水卯三郎

定價金拾錢

驛遞局認可

明治十六年四月七日　刊行

明治十六年五月十日　發兌

東京數學會社雜誌

第五拾八號

東京數學會社

目錄

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ
一本號諸套ニ掲ケル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル所ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサル者ハ編者ノ稿ナリ
一凡ソ問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ登錄スヘシ
一社外ト雖ドモ投書スルヲ得然レドモ變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス
一凡ソ掲載セル問題、論説、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ
一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス
一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス
一入社セント欲スル者ハ社則ニ從フヘシ

明治十六年四月　東京數學會社

套外

幾何製圖ニハ通常兩脚規及ヒ界木ノ二器ヲ要ス千八百年頃伊國數學者マセロニー氏ハ幾何製圖ハ盡ク兩脚規ノミヲ以テ爲シ得ヘキヿヲ示セリ同時ニ又佛國ニ幾何製圖問題中界木ノミヲ以テ解スヘキ者尠カラサルヲ論セシ一二ノ數學者アリタリ

千八百三十三年ニ至リ獨逸國伯林大學教授スタイネル氏ハ一小冊子ヲ著ハシテ平面上ニ一ノ圓與ヘアルトキハ如何ナル製圖問題モ唯界木一個ヲ以テ盡ク解スヘキヿヲ證明セリ其根據トナル者次ノ八題ニアリ

第一　ABナル直線Cナル點アリCヲ通シテABニ平行線ヲ引クヿ
第二　ABナル距離アリ之ニ數倍ナル距離ヲ求ムルヿ及ヒ之ヲ隨意ノ同部分ニ分ツヿ
第三　ABナル線上Cナル點ニ錘線ヲ作ルヿ
第四　Aナル點BCナル線アリAヲ通シテ一線ヲ引キDナル角度ヲ作ルヿ
第五　Aナル角度ヲ折半スルヿ及ヒ之ヲ數倍ニスルヿ
第六　一點A一線BCアリAヲ端點トシテBCト同長ナル線ヲ引クヿ
第七　一線AB及ヒ一圓ノ中心Cアリ其半徑既知ナリ圓ト線ノ切點ヲ求ムルヿ
第八　二圓ノ中心A及ヒBアリ其半徑ハ既知ナリ其切點ヲ求ムルヿ

スタイネル氏ハ右ノ八題ヲ解シ之ヲ應用シテ前述ノ目的ヲ達シタリ爾後同氏及ヒ其弟子等益々此學ヲ擴充シ遂ニ今日ノ歸納幾何學ヲ成セリト云フ

東京數學會社雜誌第五十八號

歸納幾何一班

村岡範爲馳

第一章　歸納幾何ト他ノ幾何トノ比較

歸納幾何ノ學タルヤ晩近獨逸國一二ノ大學ニ行ハル、者ニシテ其術甚タ簡單快明ニシテ近世數學進歩ノ一大部ヲ爲スト雖未タ世上ニ擴布セサル所以ノ者ハ蓋シ其猶新奇ニシテ實用ノ多カラサルニ由ルカ余ハ別ニ之ヲ修メシニアラサレドモ近世專ラ此學ヲ純精ニシ且ツ之ヲ擴充セラレタルテヲドル、ライエ氏ニ親炙シタルガ故ニ自然其端緒ヲ覗フヿヲ得タリ玆ニ氏ノ著書ヲ參考シ余ノ記臆スル所ヲ記載シ以テ其大旨ヲ述ヘントス歸納如何ハユウクリード及ヒ代數幾何ト異ナリ更ニ度量ヲ用フルヿナシ又計算スルヿナシ（スタイネル氏ガイセル氏等ハ度量ト計算トヲ借ルヲ免レサリシカライエ氏ニ至リ全ク之ヲ省クヿヲ得タリ）故ニ純精ナル歸納幾何ニ於テハ比例、正角、面積、八線變化、方程式ノ類或ハ同片三角、同脚三角、正三角、圓等ノ事ヲ論スルヿナシ何トナレハ此等ハ皆度量計算ニ關スルカ故ナリ然レドモ其應用ニ至リテハ勿論度量ヲ用フルヿアリ又計算スルヿナリ歸納幾何ハ總テ位置ヨリ立論ス故ニ又位置幾何ノ名アリ通常ノ幾何學ハ之ニ對稱スレハ度量幾何ト云フテ可ナルヘキナリ

右ノ如クナルガ故ニ歸納幾何ヲ修ムルニハ更ニ他ノ數學知識ヲ要セス唯空間位置ノ想像力ヲ用フルヿ極メテ大ナリ之ヲ比スレハ外面ニ於テハ甚タ畫法幾何ニ似タル所アリ（其基礎ハ同シカラス）畫法幾何ニ於テモ計算甚タ少クシテ想像力ヲ用フルヿ尤モ多シ然レドモ猶直角、圓等ノ用ヲ欠クヿ能ハサルナリ歸納幾何ニ於テハ先ツ一二ノ點、線、面等ヲ取リテ之ヲ幾何原形（後文ニ詳ナリ）ト名ケ其相互ノ關係ヲ求メ之レヨリ更ニ第二種ノ原形ヲ作リ漸々寡ヨリ多ニ移リ小ヨリ大ニ及ホシ遂ニ代數幾何等ノ如ク幾何的形態ノ諸性質ヲ考究シ得ヘキ者ナリ是レ歸納幾何ノ名アル所以ナリ代數幾何ニテハ例セハ一方程式ヲ立テ之ヲ演繹シ又分析スルヲ得ヘシト雖歸納幾何ニ於テハ度量ト計算トヲ用ヒサルカ故ニ之ヲ爲ス能ハス是レ代數幾何ト相異ナル所以ナリ然ラハ代數幾何ハ歸納幾何ニ對稱スレハ演繹幾何ト稱スルモ可ナランカ通常ノ幾何、三角術、代數幾何上ノ術語定義等ハ多クハ度量ニ關係アルカ故ニ純精ナル歸納幾何學ニ於テハ總シテ之ヲ用フルヿ能ハサルヤ知ルヘシ故ニ歸納幾何ノ大旨ヲ説カントセハ先ツ其術語ヲ解釋セサル可ラス然レドモ其術語甚タ奇異ニシテ穩當ノ譯語ヲ擇フヿ極メテ難シトス且又想像ノ力ヲ要スルヿ甚タ大ナルカ故ニ後文中殊更ニ意ヲ用フル非ニサレハ了解

スヘカラサルヿアルヘシ

点、直線、平面ノ三者ハ歸納幾何學ノ單性元素ナリ直線ト平面トハ常ニ無究ニ擴布スル者ト想像ス此三原素ヲ組織シテ歸納幾何ノ原形ヲ作ルヲ得ヘシ

第二章　抛射及ヒ截切附抛、切、擔

人若シ一ノ物体例ヘハ一家屋ヲ視ル件ハ其外面ニ顯ハレタル諸点盡ク光線ヲ眼中（一眼ヲ以テ視ルモノト思考スヘシ）ニ抛射ス一点ヨリ抛出スル直線ヲ名ツケテ其点ノ抛ト云フ全家屋ノ抛ハ眼点ニ輻輳スル夥多ノ抛射線ヨリ成ル者ナリ一ノ直線ヨリ抛射スル線ハ盡ク一ノ平面中ニアリ是平面ハ即チ直線ト眼点トヲ有ツモノナリ之ヲ名ツケテ直線ノ抛ト云フ他言ヲ以テ之ヲ云ヘハ一ノ直線ハ眼点ヨリ平面ニ因リテ抛射セラル、ナリ（前文ニ返對セル語法ナリ後文此語法ヲ用フルヿ多シ）又一ノ曲線ハ錐面ニ因リテ眼点ヨリ抛射セラル今全家屋ノ抛ヲ截切スルニ（遮キルニ）一ノ平面ヲ以テスル件ハ其抛射圖（遠景圖）ヲ得之ヲ名ツケテ全家屋ノ抛ノ切ト云フ此切ハ眼中ニ家屋ト同様ノ抛線ヲ送ル故ニ眼目ノ感少シモ家屋ヲ視ルト異ナルヿナシ是レ吾人カ平素寫真ニ於テ知ル所ナリ

今視學上ノ關係ハ暫ク之ヲ置キ眼点ニ代フルニ空中ノ一点Sヲ以テシ之ニ向ヒテ隨意ノ形体ϕヲ抛射スル件ハ其形体ノ諸点ハ盡ク線ニ因リテ抛射セラレ線ハ盡ク平面ニ因リテ抛射セラル而シテSハ抛線ト抛面ヲ擔フ者ナルカ故ニ名ツケテ擔ト云フ而シテ其抛線ト抛面ハ即チ合シテ其形体ノ抛トナルナリ若シ空中ニ平面ト直線ノ組織ヲ想像シ一ノ新平面Eヲ以テ之ヲ截切スル件ハ若干ノ直線ト点トヲ得ヘシ即チ平面ノ切ハ直線ニシテ直線ノ切ハ点ナリ其直線平面ハEニ組織ノ切ニシテEハ其切ノ擔ナリ

第三章　歸納幾何原形ノ定義及ヒ解釋

連点　一ノ直線上ニアル諸点ヲ總稱シテ連点ト云ヒ其各点ヲ連點ノ元素ト云フ連點ノ諸點ハ互ニ固着シテ假令其擔ナル連點即チ直線ハ空中ニ進動スルモ各自ノ位置ハ變セサルモノトス

延　連點ハ二點ヨリ疆域セラル、部分ヲ延ト云フ

線籔　一ノ平面上ニ於テ一點ヲ通過スル諸直線ヲ總稱シテ線籔ト云フ其切點ヲ線籔ノ中點ト云ヒ各直線ヲ線籔ノ元素ト云フ此元素ハ又互ニ各自ノ位置ヲ變セサルモノトス線籔ノ擔ハ即チ中點ナリ又平面ヲ以テ擔ト爲スモ可ナリ

完性平角　線籔ノ二線ヲ股トシテ疆域セラル、部分ヲ完性平角ト云フ即チ二個ノ對交角ヨリ成ルモノナリ

遮絶　一ノ線籔S（第一圖）ニ於テ隨意ノ線四個$a\,b\,c\,d$ヲ擇フ件ハ$a\,c$兩線ハ$b\,d$兩線ヨリ遮絶セラレ$b\,d$ハ$a\,c$ヨリ遮絶セラル即チaヨリcニ行カントスル件ハ必スb或ハdヲ横通セサレハ能ハサルナリcヨリaニ行キbヨリdニ行キdヨリbニ行クモ共遮絶ノ理一也

面籔　一ノ直線ヲ通過スル平面ヲ總稱シテ面籔ト云フ其直線ヲ面籔ノ軸ト云ヒ其平面ヲ面籔ノ元素ト云フ此元素ハ又互ニ各自ノ位置ヲ變セサルモノトス面籔ノ擔ハ即チ共軸ナリ

右ノ三原形ヲ以テ第一種ノ原形トス而シテ抛射ト截切ノ法ヲ用フレハ一原形ハ他原形ヨリ導キ來ルヲ得ヘシ次ニ一二ノ例ヲ擧ケテ之ヲ解釋スヘシ

$A\,B\,C\,D$（第二圖）ナル連点ヨリ線籔ヲ得ント欲セハ連点外ニSナル一点ヲ擇ヒ之ニ向ヒテ抛射スル件ハ$a\,b\,c\,d$ナル線籔ヲ得又$a\,b\,c\,d$或ハSナル線籔ヨリ一ノ連点ヲ得ント欲セハ一ノ線ヲ以テ之ヲ截切スヘシ然ル件ハ$A\,B\,C\,D$ハSノ切ニシテ其線ハ各点ノ擔ナリ

$\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta$ナル面籔ヨリ（圖ハ略ス）線籔ヲ得ント欲セハ一ノ平面ヲ以テ面籔ヲ隨意ノ方向ニ向ヒテ截切スヘシ然ル件ハ$a\,b\,c\,d$ナル線籔ヲ得而シテ其中点ハ即チ切面ト軸トノ切点ナリ」又線籔ヨリ面籔ヲ得ント欲セハ線籔外ニ一点ヲ執リ之ニ向ヒ線籔ヲ抛射スヘシ然ル件ハ其抛ハ即チ面籔ナリ

面籔ヨリ連点ヲ得ント欲セハ一線ヲ以テ之ヲ貫クヘシ尤モ其線ハ面籔ノ軸ト平行ナルヘカラス又連点ヨリ面籔ヲ導カント欲セハ之ト平行セサル線ヲ執リ之ヲ連点ノ各點ニ向ヒテ抛射スヘシ」

右ノ解釋ニ依リテ明ナルカ如ク一連点ヨリ線籔ヲ導ヒキ線籔ヨリ面籔ヲ導ヒキ或ハ面籔ヨリ線籔ヲ導ヒキ線籔ヨリ連点ヲ導クモ常ニ其元素ノ數ハ三形共ニ等一ナルナリ是レ此三形ヲ以テ第一種ノ原形ト爲ス所以ナリ

面子　點及ヒ線ノ平面上ニ在ル者ヲ總稱シテ面子ト云フ而シテ平面ハ即チ諸線及ヒ諸點ノ擔ナリ一面子中ニハ固ニ多數ノ點ト線トヲ擔有スルノミナラス又無數ノ連點及ヒ線籔アルナリ何トナレハ點ノ一直線中ニアル者ハ盡ク連點ヲ爲シ線ノ一點ヲ貫行スル者ハ盡ク線籔ヲ爲セハナリ

線林　一點ヲ中點トシテ貫行スル所ノ諸線諸平面ヲ總稱シテ線林ト云フ線林中ニハ固ニ夥多ノ直線及ヒ平面アルノミナラス又無數ノ線籔及ヒ面籔ヲ元素トシテ含有セル

ナリ何トナレハ線林中ノ諸面中一軸ヲ共有スル者ハ盡ク面籔ヲ爲シ線林中ノ諸線一平面内ニアル者ハ盡ク線籔ヲ爲セハナリ

面子及ヒ線林中ノ諸元素ハ假令共擔ナル面及ヒ点ハ空中ニ進動スルモ決シテ各自ノ位置ヲ變セサルモノトス

右ノ二形ハ第二種原形ニシテ面子ハ線林ヨリ線林ハ面子ヨリ導ヒキ來ルコトヲ得次ニ之ヲ解釋スヘシ

Πナル面子ヨリSナル線林ヲ得ント欲セハ（圖ハ略ス）Πノ諸元素ヲ之ニ抛射スヘシ然ルトキハΠノ一点PハPSナル線ニ因リ抛射セラレ又線ハ面ニ因リ抛射セラレテ終ニSナル線林ヲ得此線林Sハ即チ面子Πノ抛ナリ」

一例ヲ以テ此理ヲ明ニセン人若シ山頂ニ在リテ山下ノ景色ヲ臨ムトキハ自身ノ一眼ヲ以テ線林ノ中点Sニ比シ景色ヲ以テ面子Πニ比スヘシ然ルトキハ地上ノ点ハ眼ニ向ヒテ光線ヲ送リ線ハ光面ヲ送ル人若シ此眼中ニ輻輳スルノ線ト面トヲ眼点ヨリ前後左右無究ニ引キ延ハス者ト想像スルトキハ所謂線林ヲ得ヘシ是レ即チ景色ノ抛ナリ」若シ右ノ線林ヲ以テ既ニ在ル者トシ一ノ平面ヲ以テ之ヲ截切スルトキハ即チ面子ヲ得ヘシ而シテ面子上ノ線ハ線林中平面ノ切ニシテ共点ハ線ノ切ナリ

右ノ如ク面子ヨリ線林ヲ導ヒキ線林ヨリ面子ヲ導クモ共元素ノ數ハ共ニ等一ナルヲ見ル是レ二形ノ同種原形タル所以ナリ

空子　空子トハ無究ノ空中ニ含有スル点直線及ヒ平面ヲ總稱スルモノナリ故ニ空子中ニハ第一種第二種ノ原形ヲ元素トシテ含有スルナリ何トナレハ空子中ノ平面ハ盡ク面子ヲ擔タル共各点ハ線林ノ擔タリ共各線ハ連点ノ擔タリ或ハ面籔ノ軸タルヲ得ケレハナリ

右ノ六形ハ即チ歸納幾何ノ原形ニシテ歸納幾何ハ此六原形ノ關係ヲ論スル者ナリ

第四章　無究ニアル元素

ユークリッドニ於テハ平行直線ヲ解釋シテ二直線ノ相截切セサルモノトスレ𪜈歸納幾何ニ於テハ代數幾何ニ於ケルカ如ク無究ニ於テ截切スルモノトシ其切點ヲ無究ノ一元素トス一ノ平面上ニ線籔S及ヒ其中點ヲ通過セサル線uアルトキハ（第三圖）一ノ連點$ABCD$ヲ得若シaナル線一ノ方向例ヘハ$abcd$ノ方ニ向ヒSヲ中點トシ廻轉シテ（Sノ中點トuノ位置ハ變セサルモノトス）Sナル線籔ヲ画クトキハ其切Aハuナル連點ヲ画キ終ニ又Aノ點ニ歸ルナリ而シテ共切ハ常ニ一ヨリ多キコトナク又一ヨリ寡キコトナシ而シテaノ線pノ位置ニ到リuト平行スルトキハ切點無究ニ在リト見做スナリ其切點ハ一方ニアリ

トスルモ可ナリ或ハ他方ニアリトスルモ可ナリ唯切點ハ一ニシテ二ナラサル者ト爲サヽル可ラス右ノ如ク見解シ來ラハ一ノ直線u上ニ進動スルノ点Aハ始メニハ$ABCD$ノ方向ニ走リ終ニ無究ヲ超ヘテ元点ニ歸ルモノナリ故ニ一直線ハ圓ノ如ク自ラ歸ルノ線ト見做サヽルヲ得ス雙曲線ノ如キモ無究ニ於テ相接續セサル可ラサルノ理ハ次ヲ逐フテ之ヲ明ニスヘシ代數幾何ニ於テハ正符ヨリ負符ニ移ルハ啻ニ零点ヲ通過スル時ノミナラス又無究ヲ過タルノ時ニ於テスヘキノ理ヨリ之ヲ解釋スルナリ

右ノ理アルカ故ニ$ABCD$ナル連点中ニハ二双点AC及ヒBDハ互ニ遮絶スルモBCトADハ相遮絶スルモノニアラス

右ノ見解ヲ平面ニ擴充スレハ平面上無究ニアルノ諸点ハ盡ク無究ノ一直線上ニアラサル可ラス且平行平面ノ切線ハ即チ此無究ノ直線ナラサル可ラサルノ成積ヲ得ヘシ此直線ハ即チ亦無究ニアルノ一元素ナリ

空中ノ無究ニアルノ点及ヒ直線ハ盡ク無究ノ一平面上ニアラサル可ラス何トナレハ此面ハ各線ト一点（無究ニアルノ点）ヲ共有シ各面ト一線（無究ニアルノ線）ヲ共有スレハナリ此平面ハ即チ亦無究ニアル元素ノ一ナリ

一平面上ニアル平行線ハ一ノ線籔ニシテ共中点ハ無究ニアリ名ツケテ平行線籔ト云フ一平行平面ハ一ノ面籔ニシテ共軸ハ無究ニアリ名ケテ平行面籔ト云フ

空中平行線平行平面ハ一ノ線林ニシテ共点ハ無究ニアリ名ケテ平行線林ト云フ

無究ニアルノ平面ハ平行面籔及ヒ平行線林ノ共有スルモノナリ何トナレハ共面ハ第一平行面籔ノ軸ヲ通シ第二平行線林ノ中点ヲ通スルカ故ナリ

一平面中無究ニアルノ直線ハ面上諸平行線籔ノ共有スルモノナリ何トナレハ其線ハ諸平行線籔ノ中點ヲ通スレハナリ故ニ一平面上無究ニアルノ直線ハ一定ノ方向ヲ有セス唯平面上直線ノ無究ニアル諸点ヲ擔フ者ナリ

第五章　原形ノ連續

茲ニ線籔S（第三圖）及ヒ共中點ヲ通過セサル連點uアランニSニ$abcd$ノ線アルハ猶uニ$ABCD$ノ點アルカコトシ故ニSノaハuノAニ連續（匹適）シuノAハSノaニ連續スbトB、cトC、dトDニ於ケルモ亦然リ二個ノ原形右ノ如キ關係ヲ有スルトキハ稱シテ互ニ連續セル原形ト云フSノpニ連續スルuノ點Pハ即チ無究ニアル元素ナリ凡ソ不同原形連續ヲ求メント欲セハ右ノ例ノ如ク一原形ヲ以テ抛ト爲シ他ノ原形ヲ以テ切ト爲スヘシ

Nナル面子トSナル線林トノ連續ヲ求メント欲セハ(Sノ中点ハN上ニアラサルモノトス)Sヲ以テNノ抛トシNヲ以テSノ切ト爲スヘシ然ルトキハN上ノ各点ハ之ヲ通過スルSノ線ニ連續シNノ各線ハ之ヲ通過スルSノ平面ニ連續ス又Nニ平行ナルSノ平面ハN上無究ニアルノ直線ニ連續シ其平面上ニアル直線ハN上無究ニアルノ点ニ連續スルナリ

二個同原形ノ連續ヲ求メント欲セハ之ヲ以テ第三原形ノ切或ハ抛ト爲スヘシ例セハ$ABCD$及ヒ$A'B'C'D'$ナル連点若シ共ニ$abcd$ナル線綴ノ切ナルトキハ互ニ連續スル者ナリ又S_1及ヒS_1ノ線綴(第四圖)若シ共ニuナル連点ノ抛ナルトキハ互ニ連續スル者ナリ

第六章　翼法

歸納幾何學ニ於テハ二個ノ原形元素等互ニ對當スルノ性質ヲ有ス從テ二個ノ法則相兩立シテ其一法ヲ知レハ直チニ他法ヲ導キ得ヘキコアリ斯ノ如キ法則ヲ名ケテ翼法ト云ヒ其一ヲ甲翼ト云ヒ其二ヲ乙翼ト云フ

甲翼

A及ヒBナル二点ハABナル直線即チ其結線ヲ確定ス

乙翼

α及ヒβナル二平面ハ$\alpha\beta$ナル直線即チ其切線ヲ確定ス

甲翼

aナル直線及ヒ其線上ニアラサル点BハaBナル平面ヲ確定ス

乙翼

aナル直線及ヒ之ヲ通過セサル平面βハ$a\beta$ナル点ヲ確定ス

右ノ二翼法ニ依テ明ナルカ如ク空中ニ於テハ点ト平面トハ相對當スルノ元素ナリ故ニ甲翼ヨリ乙翼ヲ導ヒカント欲セハ甲翼ノ点ニ代ルニ平面ヲ以テシ平面ニ代フルニ点ヲ以テシ其他些少ノ變化ヲ加フヘキノミ」連点ト面綴、延ト面角等ノ如キハ点ト平面トノ關係アルカ故ニ空中ニ於テ相對當スル者ニテ皆翼法ヲ作ルヘキナリ

甲翼

平面上ノ二点ハ一直線ヲ確定ス

乙翼

平面上ノ二直線ハ一点ヲ確定ス

此翼法ニ因リテ之ヲ觀レハ平面上ニ於テハ点ト直線ト相對當スル者ナリ故ニ又連点ト線綴延ト平角等ハ平面中ノ對當形ニシテ皆翼法ヲ作ルヘキ者ナリ

甲翼

線林ノ二直線ハ一平面ヲ確定ス

乙翼

線林ノ二平面ハ一直線ヲ確定ス

然ラハ線林ニ於テハ直線ト平面ト對當スルモノナリ

甲翼

平面曲線ハ其諸點ノ全部ト見做スヲ得ヘシ(第五圖)

乙翼

平面曲線ハ之ヲ包獨スル直線(接線)ノ全部ト見做スヲ得ヘシ(第六圖)

甲翼

錐形ノ面ハ其諸直線ノ全部ト見做スヲ得ヘシ

乙翼

錐形ノ面ハ之ヲ包獨スル平面(接面)ノ全部ト見做スヲ得ヘシ

第七章　單性及ヒ完性平n角n邊n線n面立n角n面

單性平n角トハ平面上n點及ヒn直線ノ組織ヲ云フ直線ハ點ノ一定ノ順次ニ從ヒ毎二點ヲ結合スルモノトシ又其順次中毎三點ハ一直線上ニアラサルモノトス 直線ハ常ニ兩端無究ノモノト見做スカ故ニn角ハ通常ノ幾何學ニ於ケルカ如ク平面ノ一部分ニアラサルナリ」單性平n角ハ又名ケテ單性平n邊ト云フn角トn邊ハ對當ノ稱ニシテ翼法ヲ作ルヘキ者ナリ」第七圖$ABCDE$ハ即チ單性平五角ニシテ五點五線即チ十元素ヨリ成ル其内四元素ヲ以テ兩方ニ隔絶セラル、ノ二元素ヲ對置セル元素ト云フ即チAハCDニ對シBハDEニ對シCハEAニ對シDハABニ對シEハBCニ對スル等ナリ」第八圖$ABCDEF$ハ一ノ單性六角ニシテAハDニ對シABハDEニ對シBCハEFニ對スルナリ

完性平n角及ヒ完性平n邊ハ次ノ翼法ヲ以テ解釋スヘシ

甲翼

完性平n角ハ平面n点ノ組織ニシテ諸結合線ヲ含有スルモノナリ而シテ三点一線上ニアルコナシトス

乙翼

完性平n邊ハ平面上n線ノ組織ニシテ諸切點ヲ含有スルモノナリ而シテ三線一點ヲ通過スルコナシトス

甲翼

完性平四角ハ(第九圖)四点及ヒ六邊ヨリ成ル者ナリABトCDノ如ク同點ヲ通過セサル二邊ヲ對邊ト云フ」完性平四角ハ三個ノ單性四角ヲ含有ス即チ$ABCD$、$ACDB$、$ADBC$ニシテ其邊ハ各々二對邊ヨリ成ル者ナリ

乙翼

完性平四邊ハ(第十圖)四線及ヒ六點ヨリ成ル者ナリ$a\cdot b$ト$c\cdot d$ノ如ク同邊上ニアラサル二點ヲ對點ト云フ」完性平四邊ハ三個ノ單性四邊ヲ含有ス即チ$abcd$、$acdb$、$adbc$ニシテ其角點ハ各々二對點ヨリ成ル者ナリ

右完性平n角及ハ平n邊ニ連續スル線林ヲ求メント欲セハ平n角或ハ平n邊ヲ其面外ニアル一點Sヨリ抛射スルニ若クハナシ然ルトキハ次ノ定義ヲ得

甲翼

完性n線ハ線林中n線ノ組織

乙翼

完性n面ハ線林中n面ノ組織

ニシテ諸結合面ヲ含有スルモノナリ而シテ三線一面上ニアルコナシトス

ニシテ諸切線ヲ含有スルモノナリ而シテ三面一線ヲ通過スルコナシトス

甲翼

完性立n角ハ空中n點ノ組織ニシテ諸結合線及ヒ諸結合面ヲ含有スル者ナリ而シテ四點一面上ニアルコナク又結合線ハ常ニ二點ヲ通過シ結合面ハ常ニ三點ヲ通過スルモノトス

乙翼

完性立n面ハ空中n平面ノ組織ニシテ諸切線及ヒ諸切點ヲ含有スルモノナリ而シテ四面一點ヲ通過スルコナク又切線ハ常ニ二面ヨリ成リ切點ハ常ニ三面ヨリ成ルモノトス

第八章　完性n角、n邊、n線ノ連續及ヒ調音原形

甲翼

二個ノ連續セル完性三角(第十一圖)ABC及ヒ$A_1B_1C_1$異ナリタル平面上ニアリテABトA_1B_1ノ如キ連續セル双邊互ニ交切スル所ハ(二平面ノ切線u上ニ交切ス)右三双ノ連續セル邊ヲ結合スルノ平面ハ一ノ完性三線ヲ作ル而シテABC及ヒ$A_1B_1C_1$ハ此三線ノ切ナリ故ニ連續セル二點ヲ結合スル線AA_1 BB_1 CC_1ハ盡ク三線ノ中點Sニ於テ交切スルナリ

乙翼

二個ノ連續セル完性三線異ナリタル線林ニアリテ連續セル双線互ニ交切スル所ハ得ル所ノ三切點ハ一ノ完性三角ヲ作ル而シテ右二個ノ三線ハ此三角ノ抛ナリ故ニ連續セル二線ヲ結合スル平面ハ盡ク此三角ノ平面上ニ於テ交切スルナリ而シテ其切線ハ即チ三角ノ邊ナリ

右ノ翼法甲翼ヲ完性四角ニ推及スル所ハ容易ニ次ノ定則(即チ甲翼ナリ乙翼ハ之ヲ省ク)ヲ得ヘシ

定則　二個ノ連續セル完性四角(第十二圖)ABCD及ヒ$A_1B_1C_1D_1$異ナリタル平面上ニアリテ其切線uハ右ノ八點中一モ通過スルコナク且aトa_1、bトb_1ノ如キ連續セル五双線a b c d e及ヒa_1 b_1 c_1 d_1 e_1相匹偶シテ交結(uノ線上ニ於テ)スル所ハ第六ノ双線bトb_1モ亦u上ニ於テ交結ス

右ノ定則中ABCD及ヒ$A_1B_1C_1D_1$ノ二完性四角ハ一平面ニアリテモ可ナルハ勿論ナリ向後之ヲ用フルコ甚タ多シトス

調音點ノ定義　一直線u上ニアルABCDナル四點一ノ完性四角KLMNト第十三圖ノ如キ連續アル所ハ名ケテ調音點或ハ調音連點ト云フ即チA及ヒCハ各々二對線KL MN及ヒLM KNノ交切點ニシテB及ヒDハ對角線LN及ヒKMノu線ト交切スル者ナリ

前ニ述ヘタル完性四角ニ關スル定則ヨリ次ノ定則ヲ得

定則　一線上ニABCナル三點ヲ定ムル所ハ從テ第四調音點Dノ位置確定ス

定則　兩對角線上(第十三圖)ノB及ヒDナル點ハ兩對線KL MN及ヒLM KNノ切點A及ヒCニ依テ遮絶セラル

甲翼

一線ヲ以テ四調音點ヲ抛射スル所ハ四個ノ調音面ヲ得ヘシ又一點ヲ以テ四調音點ヲ抛射スル所ハ四個ノ調音線ヲ得ヘシ

乙翼

一線ヲ以テ四調音面ヲ截切スル所ハ四個ノ調音點ヲ得ヘシ又一面ヲ以テ四調音面ヲ切斷スル所ハ四個ノ調音線ヲ得ヘシ

謹テ讀者ニ申ス右ノ諸翼法定則等ハ盡ク前ノ解釋ト關係ヲ有スル者ニシテ充分ニ之ヲ理解セント欲セハ最前ヨリ次ヲ逐フテ考究セサルハ可ラス故ニ倉卒ニ讀下セハ明瞭ナラサルノ事甚タ多カルヘシ是レ一ハ繹文ノ拙劣ナルト譯語ノ穩當ナラサルニ依ルト雖又此學ノ想像力ヲ要スルカ爲メナラサルヲ得ス故ニ下文ヲ了解セント欲セハ先ツ右ニ解釋セル術語ヲ復考スルコ要用ナルヘシ依テ之ヲ再起スルコ左ノ如シ

歸納幾何(位置幾何)―幾何原形

―元素

抛射	截切	抛
切	擠	連点
延	線鏃	線鏃ノ中點
完性平角	遮絶	面鏃
面鏃ノ軸	面子	線林
空子	無究ニアル元素	連續セル原形
翼法(甲翼乙翼)	單性及ヒ完性n角等	調音點等

調音點、調音線、調音面等ヲ名ケテ調音原形ト云フ此原形ニ就キテハ猶多數ノ翼法ヲ作ルヲ得ヘシト雖盡ク次ノ一定則ニ歸スル者ナリ

定則　調音原形ヲ抛射シ或ハ截切スレハ常ニ又調音原形ヲ得ヘシ

調音點ノ定義ニ於テハACノ二點トBDノ二點トヲ區別シタレ𪜈右ノ二双點ハ全ク等一ノ性質ヲ有ス第十三十四圖ヲ詳驗スル所ハ其理ヲ了解シ且ツ次ノ定則ヲ得ヘシ

定則　ABCDナル四原素一ノ調音原形ヲ作ル所ハBCDA、CDAB、DABC、ADCB、DCBA、CBAD、BADCモ亦調音原形ナリ

單性原形ノ投影連續及ヒ傾斜連續

前文ニ於テ第一種原形(又單性原形ト云フ)ヲ連續スルノ法ヲ

述ヘタリ今之ヲ約言スレハ右ノ連續ハ次ノ四種ニ止マルナリ

第一　線籤及ヒ連點或ハ面籤及ヒ線籤

第二　二個ノ連點

第三　二個ノ線籤

第四　二個ノ面籤

投影連續形　斯ク連續セル原形ヲ稱シテ投影連續形（又投續形）ト云ヒ其法ヲ名ケテ投影連續法（又投續法）ト云フ

傾斜連續形　甲乙ノ單性原形ヲ丙ナル原形ト投影的ニ連續スルトキハ甲ト乙ハ互ニ連續スト雖投影的ノ連續ニアラス（偶々投影的ノ連續ナルコトアルモ特例ニシテ普通ニアラス）例ヘハ第十五圖ノ如クu_1 u_2ノ連点ヲ各々u_3ト投影的連續スルトキハu_1トu_2ハ互ニ連續ストハ雖モ投影連續ノ位置ヲ有スルコトナシ斯ノ如キ二原形ヲ名ケテ傾斜連續形（或ハ傾續形）ト云ヒ其連續ノ法ヲ傾斜連續法ト云フ

連續法ノ種類ハ右ノ外甚タ多シ例ヘハ二個ノ線籤ヲ連續スルニ一ノ曲線ヲ用ヒ線籤ヲ以テ曲線ノ據ト爲スカ如キ是ナリ然レトモ投影的及ヒ傾斜的ニ連續セル原形ハ一種固有ノ性質ヲ有スル者ナリ即チ投影的或ハ傾斜的原形ノ甲形ヨリ調音形ヲ擇出スルトキハ乙形ニ於テモ亦必ス之ニ連續スルノ調音形アルナリ（其理ハ調音形ノ定義及ヒ第十三十五圖等ヲ比較スレハ自ラ明瞭ナルヘシ）故ニ傾斜的連續ノ定義ヲ下スコト左ノ如シ

傾斜的連續ノ定義　甲乙二原形ニ於テ甲原形中ノ各調音形常ニ乙原形ノ調音形ニ連續スルトキハ其二原形ヲ名ケテ傾斜的ニ連續セル原形ト云フ

右ノ定義ヨリ次ノ定則ヲ得ヘシ

定則　甲乙ナル二原形丙ナル原形ニ傾續スルトキハ甲ト乙トモ互ニ傾續ス

定則　二個ノ單性傾斜的原形ABCナル三個ノ連續セル元素ヲ共有スルトキハ他ノ連續セル諸元素モ亦皆兩形ノ共有ナリ故ニ此兩形ハ即チ一致形ナリ

定則　二個ノ單性原形アランニ甲形中隨意ニ三元素ヲ執リテ之ヲ乙形ノ隨意ナル三點ニ連續スルトキハ甲形中隨意ノ第四元素ニ連續セル乙形ノ第四元素ハ貳疑ナク確定ス

第九章　曲線及ヒ圓錐曲線

右ニ述ヘタル諸則ヲ推究スレハ次ノ翼法ヲ得ヘシ

甲翼

若シ二個ノ傾斜的線籤一平面上ニアリテ投影的ナラス且其擔ヲ同フセサルトキハ各連續セル双線ノ切點總シテ一ノ曲線即チ第二次連點ヲ成ス而シテ此曲線ハ一ノ直線（第一次連點）ト二個以上ノ點ヲ共有セサルノ性質ヲ有スルナリ

乙翼

若シ二個ノ傾斜的連點一平面上ニアリテ投影的ナラス且其擔ヲ同フセサルトキハ各連續セル双點ノ結線總シテ一ノ第二次線籤ヲ成ス而シテ此線籤ハ一ノ第一次線籤ト二個以上ノ線ヲ共有セサルノ性質ヲ有スルナリ

右ノ曲線（或ハ第二次連點）ナル者ハ即チ圓錐曲線ナリ又第二次線籤ハ圓錐曲線ノ諸接線ナリ其證ハ後文ニ之ヲ擧クヘシ

第二次連點及ヒ第二次線籤ヲ平面上ニアラサル一點ヨリ抛射スルトキハ圓錐ノ表面及ヒ第二次面籤ヲ得ヘシ即チS及ヒS_1（第十六圖）ナル二個ノ第二次連點ヲ生產スル傾斜的線籤ハ其面上ニアラサル一點例ヘハ人ノ一眼ヨリ二個ノ傾斜的面籤ニ因リテ抛射セラレテ此曲線ヲ通過スル圓錐ノ表面ヲ發產スルナリ」又u及ヒu_1ナル（第十七圖）二個ノ第二次線籤ヲ生產スル傾斜的連點ハ其面上ニアラサル一點例ヘハ人ノ一眼ヨリ二個ノ線籤ニ因リテ抛射セラレ此ノ線籤ハ一ノ第二次面籤ヲ生產ス而シテ其擔ハ即チ其人ノ一眼ナリ

甲翼

二個ノ傾斜的線籤S及ヒS_1（第十六圖）ヨリ生產スル第二次連點Kハ共二個ノ擔S及ヒS_1ヲ通過ス何トナレハS籤ノp線即チSトS_1ノ結線ニ連續スルS_1籤ノ線ハpニアラスシテ之ニ異ナリタル線p_1ナリ（S籤トS_1籤ハ投影的ナラスシテ傾斜的ナルカ故ナリ）故ニ其切點即チS_1ハKノ一點タラサルヲ得ス

乙翼

二個ノ傾斜的連點u及ヒu_1（第十七圖）ヨリ生產スル第二次線籤Kハ共二個ノ擔u及ヒu_1ヲ含有ス何トナレハuナル連點ノP點即チuトu_1ノ切點ハPニアラスシテ之ニ異ナリタル線P_1ナリ（uトu_1ノ連點ハ投影的ナラスシテ斜傾的ナルカ故ナリ）故ニ其結線即チu_1ハKノ一線タラサルヲ得ス

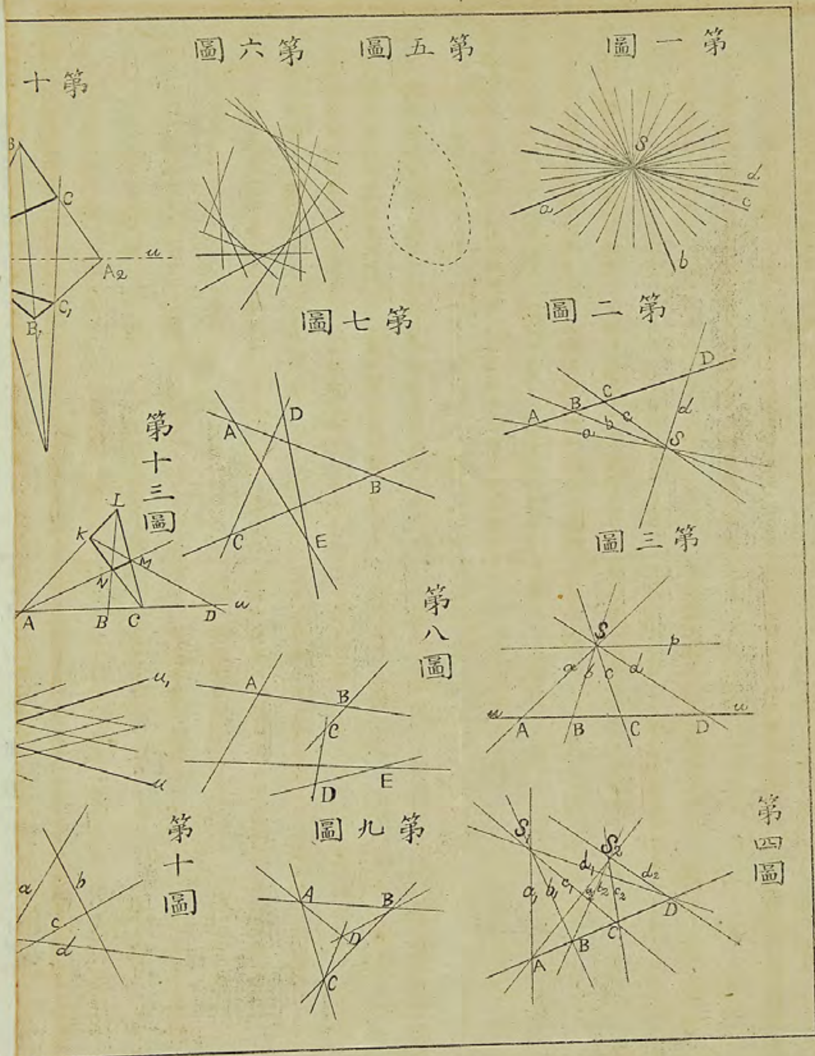
右甲翼中p_1線（第十六圖）ハS_1籤中ニ於テハ曲線Kト唯一點即チS_1ヲ共有スル者ナリ他ノp_1ニ異ナタリ線ハ皆曲線Kト二點ヲ共有ス例ヘハa_1ノ如キハS_1ノ外猶A_1ヲ共有スA_1ハ即チaトa_1ノ切點ナリ」故ニp_1線ヲ名ケテK連點ノ接觸線ト云フ乙翼中P_1點（第十七圖）ハu_1上ニ於テハK籤ト唯一線即チu_1ヲ共有スル者ナリ各P_1ト異ナリタル點ハ皆線籤Kト二線ヲ共有ス例ヘハA_1ノ如キハu_1ノ外猶aヲK籤ト共有スaハ即チAトA_1ノ結線ナリ故ニP_1點ヲ名ケテK籤トu_1線ノ接觸點ト云フ

甲翼

若シ二個ノ傾斜的線籤S及ヒS_1中（第十八圖）aトa_1ナル連續セル線ノ切點$a \cdot a_1$ヲ通シテ二

乙翼

若シ二個ノ傾斜的連點u及ヒu_1中（第十九圖）A及ヒA_1ナル連續セル點ノ結線a上ニ二線



直線u及ヒu_1ヲ引キ且ツu（ABC）ヲ以テS（abc）ノ切トシu_1（$A_1B_1C_1$）ヲ以テS_1（$a_1b_1c_1$）ノ切トスル時ハu及ヒu_1ナル連點ハ二傾斜的線籤ノ切ナルカ故ニ又互ニ傾斜的ナリ然ノミナラス互ニ投影的ナリ何トナレハ相連續セル二點トA_1ハuトu_1ノ共有ナレハナリ然ラハuトu_1ハ共ニ一線籤S_2ノ切ナラサルヲ得ス故ニ$\overline{BB_1}$及ヒ$\overline{CC_1}$ハS_2ニ於テ相截切セサル可ラス」今S籤中随意ノ線dニ連續スルS_1籤中ノd_1ヲ得ント欲セハ$d\cdot u$或ハDナル點ヲS_2ヨリ抛射シテu_1上ニD_1ヲ得之ヲS_1ト結フ時ハ其線ハ即チ求ムル所ノ線ナリ然ルトキハ$d\cdot d_1$或ハPハKナル第二次連點ノ上ニアルナリ

籤ノ中點S及ヒS_1ヲ執リ且ツS（abc）ヲ以テu（ABC）ノ抛トシS_1（$a_1b_1c_1$）ヲ以テu_1（$A_1B_1C_1$）ノ抛トナス時ハS及ヒS_1ハ二傾斜的連點ノ抛ナルカ故ニ又互ニ傾斜的ナリ然ノミナラス互ニ投影的也何トナレハ相連續セル二線aトa_1ハSトS_1ノ共有ナレハナリ然ラハSトS_1ハ共ニ一連點u_2ノ抛ナラサルヲ得ス故ニ又$b\cdot b_1$及ヒ$c\cdot c_1$ハu_2上ニアラサル可ラス今u連點中随意ノ點Dニ連續スルu_1連點上ノD_1ヲ得ント欲セハ$\overline{DS}$或ハdナル線ヲu_2ニテ截切シ其切點ヲS_1ヨリ抛射スルトキハu_1上ニ切點ヲ得是レ即チ求ムル所ノD_1點ナリ然ルトキハ$\overline{DD_1}$ハKナル第二次線籤ノ一線ナリ

右ノ翼法ヨリ次ノ定則ヲ得ヘシ

定則　随意ノ五點S S_1 $u\cdot u_1$ $b\cdot b_1$ $c\cdot c_1$（第十八圖）ニ因リテ一ノ第二次連點確定シ又随意ノ五線u u_1 $\overline{AA_1}$ $\overline{BB_1}$ $\overline{CC_1}$（第十九圖）ニ因リテ第二次線籤確定ス

右ニ解釋セル諸項ハ以テ歸納幾何ノ大略ヲ知ルニ足ランコトヲ信ス其深奥ニ至リテハ他日ノ閑暇ヲ待チテ陳述スヘシ

編輯　菊池鈦吉郎
印刷　中村義方
賣捌所　○東京芝區柴井町松井忠兵衛○同日本橋區本町三丁目清水卯三郎○大阪備後町四丁目梅原龜七
定價十錢

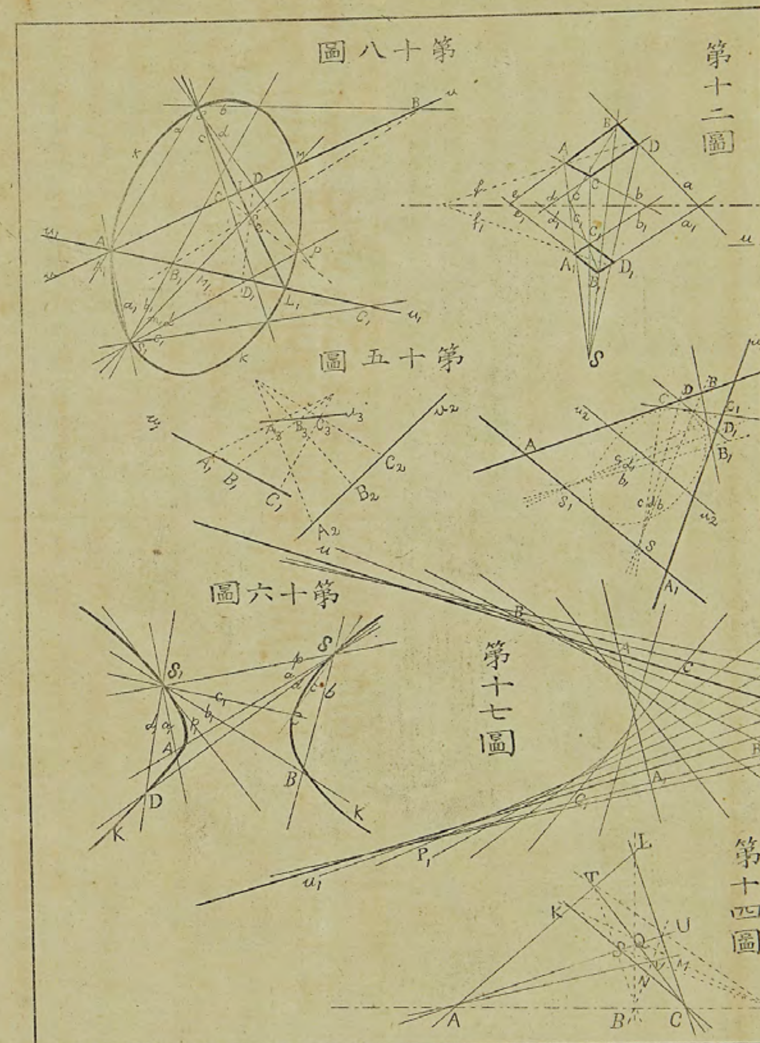
驛遞局認可

明治十六年十二月一日發兌

東京數學會社雜誌

第六十一號

東京數學會社



目錄

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ

一本號諸套ニ掲ケル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル所ニシテ姓名ハ之チ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサル者ハ編者ノ稿ナリ

一凡ソ問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ従テ登錄スヘシ

一社外ト雖𪜈投書スルヲ得然レ𪜈變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス

一凡ソ掲載セル問題、論說、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ

一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス

一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス

一入社セント欲スル者ハ社則ニ従フベシ

明治十六年八月

東京數學會社

東京數學會社雜誌第六十一號

第壹套

雜錄

菊池大麓

余ハ第五十號雜錄(二)ヲ續ケテ楕圓体ノ「ポテンシヤル」ヲ得ル法ヲ示サントス先ツ同號ニ於テ得タル結果ヲ掲ク可シ「但シ同號ニ於テハ $a_0\ b_0\ c_0$ ヲ用井タルモ今ヤ混雜ノ恐無ケレハ之ニ代ユルニ單ニ $a\ b\ c$ ヲ以テス且同號ニ誤植アリタルヲ此ニ正ス」

楕圓体ノ $x\ y\ z$ 點ニ於テノ引力ハ

$$X=-3Mx\frac{d(Q)}{d(a^2)}$$
$$Y=-3My\frac{d(Q)}{d(b^2)}$$
$$Z=-3Mz\frac{d(Q)}{d(c^2)} \quad \cdots\cdots(1)$$

ナリ故ニ V ヲ $x\ y\ z$ 點ニ於テノ「ポテンシヤル」トセハ

$$\frac{dV}{dx}=-3.\frac{4}{3}\pi\rho\,abc.\,x\frac{1}{2}\int_\mu^\infty\frac{d(l^2)}{\sqrt{(a^2+l^2)^3(b^2+l^2)(c^2+l^2)}}$$
$$=-2\pi\rho\,abc\,x\int_\mu^\infty\frac{d\psi}{\sqrt{(a^2+\psi)^3(b^2+\psi)(c^2+\psi)}} \quad \cdots\cdots(2)$$

ナリ $x\ y\ z$ 點楕圓体ノ外ニ在レハ μ ハ

$$\frac{x^2}{a^2+\mu}+\frac{y^2}{b^2+\mu}+\frac{z^2}{c^2+\mu}=1 \quad \cdots\cdots(3)$$

式ヲ以テ得ル μ ノ正號根ナリ $x\ y\ z$ 點楕圓体ノ内ニアレハ μ ハ0ナリ

以上第五十號ニ詳ナリ

今一函數 U 有リ左ノ如シ

$$U=f(\mu)-\pi\rho\,abc\int_\mu^\infty\frac{d\psi}{\sqrt{(a^2+\psi)(b^2+\psi)(c^2+\psi)}}\left(\frac{x^2}{a^2+\psi}+\frac{y^2}{b^2+\psi}+\frac{z^2}{c^2+\psi}\right) \quad \cdots\cdots(4)$$

トセバ

$$\frac{dU}{dx}=-2\pi\rho\,abc\,x\int_\mu^\infty\frac{d\psi}{\sqrt{(a^2+\psi)^3(b^2+\psi)(c^2+\psi)}}$$
$$+\frac{d\mu}{dx}\left\{f'(\mu)+\pi\rho\,abc\frac{\frac{x^2}{a^2+\mu}+\frac{y^2}{b^2+\mu}+\frac{z^2}{c^2+\mu}}{\sqrt{(a^2+\mu)(b^2+\mu)(c^2+\mu)}}\right\} \quad \cdots(5)$$

ナリ今 $\frac{d\mu}{dx}$ ノ係數ハ(3)式ニ由リテ

$$f'(\mu)+\frac{\pi\rho\,abc}{\sqrt{(a^2+\mu)(b^2+\mu)(c^2+\mu)}}$$

ナリ今 $f(\mu)$ ノ形ヲ定ムルニ之ヲ0トセハ

$$f(\mu)=\pi\rho abc\int_\mu^\infty\frac{d\psi}{\sqrt{(a^2+\psi)(b^2+\psi)(c^2+\psi)}}\ \text{..........}(6)$$

ヲ得然ル𪜈ハ $\frac{dU}{dx}=\frac{dV}{dx}$ トナル又 $\frac{dU}{dy}=\frac{dV}{dy}$, $\frac{dU}{dz}=\frac{dV}{dz}$

而シテ

$$U=\pi\rho abc\int_\mu^\infty\frac{1-\left(\frac{x^2}{a^2+\psi}+\frac{y^2}{b^2+\psi}+\frac{z^2}{c^2+\psi}\right)}{\sqrt{(a^2+\psi)(b^2+\psi)(c^2+\psi)}}d\psi$$

トナル故ニ$x\ y\ z$點無究遠點ナレハoトナル

斯ノ如クナレハUトVトハ無究遠ニ於テハoトナリ又

$$\frac{dU}{dx}=\frac{dV}{dx},\quad\frac{dU}{dy}=\frac{dV}{dy},\quad\frac{dU}{dz}=\frac{dV}{dz}$$

ナルUトVトハ同一ニシテUハ即楕圓体ノ「ポテンシヤル」ナリトスルモ誤ニ非ラサルカ如シ然レ𪜈U若シ「ポテンシヤル」ナレハ外點$x\ y\ z$ニ於テハ

$$\frac{d^2U}{dx^2}+\frac{d^2U}{dy^2}+\frac{d^2U}{dz^2}=0$$

ナルコヲ要ス故ニ其果シテ然ルヤ否ヤヲ見サル可カラス

$$\frac{dU}{dx}=-2\pi\rho abcx\int_\mu^\infty\frac{d\psi}{\sqrt{(a^2+\psi)(b^2+\psi)(c^2+\psi)}}\frac{1}{a^2+\psi}$$

$$\frac{dU^2}{dx^2}=-2\pi\rho abc\int_\mu^\infty\frac{d\psi}{\sqrt{(a^2+\psi)(b^2+\psi)(c^2+\psi)}}\frac{1}{a^2+\psi}+\frac{2\pi\rho abcx\frac{d\mu}{dx}}{\sqrt{(a^2+\psi)^3(b^2+\mu)(c^2+\mu)}}$$

$\frac{d^2U}{xy^2}$ $\frac{d^2U}{dz^2}$ モ之ニ倣ヘ

今(3)式ニ由リテ

$$\frac{2x}{a^2+\mu}=\left(\frac{x^2}{(a^2+\mu)^2}+\frac{y^2}{(b^2+\mu)^2}+\frac{z^2}{(c^2+\mu)^2}\right)\frac{d\mu}{dx}$$

ヲ得

故ニ

$$\frac{d^2U}{dx^2}+\frac{d^2U}{dy^2}+\frac{d^2U}{dz^2}=$$

$$-2\pi\rho abc\int_\mu^\infty\frac{d\psi}{\sqrt{(a^2+\psi)(b^2+\psi)(c^2+\psi)}}$$

$$-\left(\frac{1}{a^2+\psi}+\frac{1}{b^2+\psi}+\frac{1}{c^2+\psi}\right)$$

$$+4\pi\rho abc\frac{\frac{x^2}{(a^2+\mu)^2}+\frac{y^2}{(b^2+\mu)^2}+\frac{z^2}{(c^2+\mu)^2}}{\sqrt{(a^2+\mu)(b^2+\mu)(c^2+\mu)}\left\{\frac{x^2}{(a^2+\mu)^2}+\frac{y^2}{(b^2+\mu)^2}+\frac{z^2}{(c^2+\mu)^2}\right\}}$$

$$=-4\pi\rho abc\left\{\frac{-1}{\sqrt{(a^2+\psi)(b^2+\psi)(c^2+\psi)}}\right\}_\mu^\infty+\frac{4\pi\rho abc}{\sqrt{(a^2+\mu)(b^2+\mu)(c^2+\mu)}}=0$$

故ニUハ「ポテンシヤル」ナリ

$x\ y\ z$點楕圓内ニ在レハ

$$U=\pi\rho abc\int_0^\infty\frac{1-\frac{x^2}{a^2+\psi}-\frac{y^2}{b^2+\psi}-\frac{z^2}{c^2+\psi}}{\sqrt{(a^2+\psi)(b^2+\psi)(c^2+\psi)}}d\psi$$

ナリ此式ハ「ポテンシヤル」ノ内點$x\ y\ z$ニ於テ適スヘキ約束

即

$$\frac{d^2U}{dx^2}+\frac{d^2U}{dy^2}+\frac{d^2U}{dz^2}+4\pi\rho=0$$

ニ適スルコハ證スルニ難カラス

○

動力學之一例題

岡本則錄

此例題ハラウツ氏ノ剛体動力學第百四十一節ニ載スル所ニシテ社員某君此レノ解義ヲ本社ニ質セラレシ者ニ係ル今愚見ノ解義ヲ述ヘ同君ニ答ヘ併セテ社員諸氏ノ矯正ヲ乞フ

半圓線狀ノ銅線ABアリ純滑ノ水平板上ニ隨ヒ其一端Aヲ繞リ恒ニ齋平ナル角速率Ωヲ以テ回轉シテ止マス　若シ其破析ノ力能最大ナル點ト固定ノ端Aトノ距間ニ在ル弧ヲ$a\phi$ト命スレハ

$\tan\phi=\pi-\phi$ ナリ其證ヲ求ムレハ其レノ半徑ヲ表ハス　又若シ餘ノ一端Bヲ突然ト羈止シ同時ニA端ヲ放遣スル𪜈ハ破析ノ力能最大ナル點Pノ位置ヲ定ムル方程式ハ

$\frac{1}{2}\tan PBA=PBA$ ナリ其證ヲ求ム

解義

其銅線ノ任一點ヲpトシAp弧ノ長ヲ$a\phi$ト命シ不羈ノ端Bトpトノ間ニ於ケル任一點ヲqトシpq弧ノ長ヲ$a\theta$ト命スレハqニ在ル其レノ一原子(イレメント)ノ質量ハ　$ma\,d\theta$.　ナリmハ其長ノ單位ニ有セル質量ヲ示ス　蓋シ茲ニ銅線ハ恒ニ齋平ノ角速率Ωヲ以テAヲ繞ルカ故ニ此原子ニ於ケル漸加力ハ止タ

$$ma\,d\theta.\ Aq.\ \Omega^2.$$

ノミナリ而テ此力ハAqノ方向ニ隨フ是ニ由テ觀レハpニ於ケル破析ノ力能Lハpニ就キテ求ムルpBノ諸原子ニ於ケル其力ノ距積(モーメント)ノ總和ニ等シ

此故ニ　$L=\int Ap.\sin\frac{\theta}{2}\times ma\,d\theta.\ Aq.\ \Omega^2.$

然ルニ　$Ap=2a\sin\frac{\phi}{2}$　$Aq=2a\sin\frac{\phi+\theta}{2}$

此故ニ　$L=4a^3m\Omega^2\sin\frac{\phi}{2}\int\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{\phi+\theta}{2}d\theta.$

但シ此積分ノ兩限ハ　$\theta=0.$　$\theta=\pi-\phi.$　ナリ

此故ニ　$L=a^3m\Omega^2\frac{\pi-\phi}{2}\sin\phi.$　ヲ得ル

今此Lノ數價ヲ極大ナラシムルϕヲ定メン爲メ此式ヲ微分シ而テ後之ヲoニ等シト倣セハ

$$\frac{dL}{d\phi}=\frac{1}{2}a^3m\Omega^2\left\{(\pi-\phi)\cos\phi-\sin\phi\right\}=0.$$

此故ニ　$\pi-\phi=\tan\phi$.　ヲ得ル本題第一部ノ結果ニ合ス

次ニ突然トB端ヲ羈止シ同時ニA端ヲ放遣スルト觀ルヘシ按スルニ本題第二部ノ趣旨ハ此ノ如ク之ヲ羈止シ且ツ之ヲ放遣スルノ瞬時間ニ在リテ破折ノ力最大ナルノ点ヲ求ムルニアルノミ　其瞬時間ニ於テハAB銅線ノ任一點Qニ在ル原子ハ$AQ.\Omega$.　ナル速率(線速率)ヲ有シQヨリBニ向ヒ動セントス此他ノ各原子モ亦コレト同一般ノ速率ヲ以テBニ向ヒテ動セントス　又此他ノ任一點PトB端トノ距間ニ在ル弧ヲ$a\phi$ト命シPQ弧ヲ$a\theta$ト命ス　然ル件ハQニ在ル原子ノ質量ハ$mad\theta$.　ナリ但シmハ前條ニ同シ　此故ニ此原子ノ動量(モーメンタム)ハ　$mad\theta.AQ.\Omega$.　ナリ

爰ニ於テPニ就キテPAノ間ニ在ル諸原子ノ各動量ノ距積ヲ求メ共ニ相併スレハ即チP點ニ於ケル破折ノ力能Lヲ定メ得ヘシ

此故ニ　$L'=\int mad\theta.AQ.\Omega.2a\sin\frac{\phi}{2}\sin\frac{\theta}{2}$,

$$=\int ma\Omega.2a\cos\frac{\phi+\theta}{2}.2a\sin\frac{\phi}{2}\sin\frac{\phi}{2}d\theta,$$

$$=\int 4ma^3\Omega\sin\frac{\phi}{2}\int\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\phi+\theta}{2}d\theta.$$

但シ此積分ノ両限ハ　$\theta=0$.　並ニ　$\theta=\pi-\phi$　ナリ

此故ニ　$L'=4ma^3\Omega\left\{\sin\frac{\phi}{2}\cos\frac{\phi}{2}-\frac{\pi-\phi}{2}\sin\frac{2\phi}{2}\right\}$.

今ϕニ相關シテ之チ微分シ　$\frac{dL'}{d\phi}$.　ヲ求メ　$=0$.　ト做セハ此式チ極大ナラシムルϕヲ定ムル方程式ヲ得ル次ノ如シ

$$\frac{dL'}{d\phi}=ma^3\Omega\sin\phi\left\{\cot\frac{\phi}{2}-(\pi-\phi)\right\}=0.$$

此故ニ　$\cot\frac{\phi}{2}-(\pi-\phi)=0$.　ヲ得ル

然ルニ　$\pi-\phi=2.PBA$.　又　$\cot\frac{\phi}{2}=\tan\frac{\pi-\phi}{2}$　ナリ

此故ニ　$\tan PBA=2.PBA$.　チ得ル即チ本題第二部ノ結果ニ合シ

○

第二套

飜譯

楕圓表面上ニ於ケル一質點ノ運動　（第五十六號ノ讀キ）　岡本則錄

若シ　$\theta=0$.　ナレハ此方程式ノ各項ノ積分ハ楕圓積分式タルコ論ヲ待タスシテ明カナリ

若シ　$\lambda_1=\frac{1}{\xi}$.　$\lambda_2=\frac{1}{\eta}$.　ト做セハ此方程式化シテ次ノ如シ

$$\frac{d\xi}{\sqrt{((a^2\xi+1)(b^2\xi+1)(c^2\xi+1)(D\xi^2-C\xi+B))}}$$

$$\pm\frac{d\eta}{\sqrt{((a^2\eta+1)(b^2\eta+1)(c^2\eta+1)(D\eta^2-C\eta+B))}}=0. \quad \text{......(14)}$$

今　$-\frac{C}{D}=k$.　$\frac{B}{D}=m$.　ト做シ又次ノ兩方程式ノ諸元チ　$-\xi_1$.　$-\xi_2$.　$-\eta_1$.　$-\eta_2$　ト做ス

又　$\frac{1}{a^2}=a'$.　$\frac{1}{b^2}=b'$.　$\frac{1}{c^2}=c'$.　ト做ス　此ノ如クシシテ上方程式ノ形ヲ變スレハ左ノ如シ惟タEハ常數ナリ

$$\int\frac{d\xi}{\sqrt{((\xi+a')(\xi+b')(\xi+c')(\xi+\xi_1)(\xi+\xi_2))}}$$

$$\pm\int\frac{d\eta}{\sqrt{((\eta+a')(\eta+b')(\eta+c')(\eta+\eta_1)(\eta+\eta_2))}}=E. \quad \text{......(15)}$$

平常ヲ以テ論スレハ此各項ハ楕圓積分式ト爲ル能ハサル者ト看做ス者宜ク察スヘシ

若シ此方程式ヨリシテλ_2チλ_1ノ函數ナラシムルヲ得即チ

$\lambda_2=f(\lambda_1)\equiv f$.　又　$Y=F(\lambda_1)\equiv F$.　ナラシムルヲ得ル件ハ此兩數價ヲ以テ前條ノ　(11)　若クハ　(12)　方程式内ニ代入セハ止タλ_1ヲ用ヰテtノ式ヲ表ハスヲ得ヘシ即チtチλ_1ノ函數ト爲スヲ得ヘキナリ　今(12)ニ代入スレハ

$$t=\int\sqrt{\frac{\left\{\lambda_1F-X_f\left(\frac{df}{d\lambda_1}\right)\right\}(\lambda_2-f)}{4XF(c-\beta(\lambda_1+f))}}\,d\lambda_1$$

又時トシテハ　方程式ヨリf並ニFノ數價チ定メ得ルコアルヘシ然ル件ハ其時數tノ函數ヲ以テ$\lambda_1\lambda_2$ナル兩箇ノ楕圓準率ノ式ヲ表ハスヲ得ヘシ此ノ如キ者ノ一例題タル單一ノ振子ノ性情即チ一球面上ニ運動スヘク羈止セル一質點ノ性情ハ嘗テヘルマット氏之ヲ致明シクレルノ數學雜誌第八十五冊ニ載セタリ就テ見ルヘシ

本例題ノ軌道ハ測地線ニアラサルヲ常トシ但タ若シ　$\beta=0$.　ナル件即チ其中心ニ於ケル引力全ク消滅スル件ノミ測地線ニ合スルコ已ニ之ヲ言ヘリ　其軌道ト測地線ト相合スルハ啻タ此レノミニ止マラス倘βニ此他ノ數價ヲ有セシムルモ亦能ク此ノ如キ線チ成ス者アリ次條ハ專ラ之ヲ說述セントス

今玆ニ$t's'$兩數アリt'ハ常數或ハtノ函數ナリトシs'ハ常數或ハ其軌道ノ弧ナルsヲ函數ナリト設想スヘシ

又　$\beta x=\left\{t'+s'\frac{ds}{dt}\right\}\frac{dx}{dt}=\beta_1\frac{dx}{dt}$.

$$\beta y=\left\{t'+s'\frac{ds}{dt}\right\}\frac{dy}{dt}=\beta_1\frac{dy}{dt}.$$

$$\beta z=\left\{t'+s'\frac{ds}{dt}\right\}\frac{dz}{dt}=\beta_1\frac{dz}{dt}.$$

ト定メ以テ本質點ノ運動ノ三方程式内ニ代入スレハ

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{\alpha x}{a^2}+\beta_1\frac{dx}{dt}\qquad \frac{d^2y}{dt^2}=\frac{\alpha y}{b^2}+\beta_1\frac{dy}{dt}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2}=\frac{\alpha z}{c^2}+\beta_1\frac{dz}{dt}$$

爰ニ於テ前條ノ如クシテ求ムレハ次ノ方程式ヲ得ル

$$\left\{\frac{1}{a^2}\frac{dx}{dt}\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{1}{b^2}\frac{dy}{dt}\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{1}{c^2}\frac{dz}{dt}\frac{d^2z}{dt^2}\right\}$$

$$=\alpha\left\{\frac{x}{a^4}\frac{dx}{dt}+\frac{y}{b^4}\frac{dy}{dt}+\frac{z}{c^4}\frac{dz}{dt}\right\}$$

$$+\beta_1\left\{\frac{1}{a^2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\frac{1}{b^2}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\frac{1}{c^2}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right\}.$$

此各項ヲ簡單ニ記セハ次ノ如シ

$$\frac{dP}{dt}=\alpha\frac{dp}{dt}d\,p+2\beta_1P.\quad\cdots\cdots\cdots(16)$$

仍再ヒ前條ニ倣ヒテ求ムレハ次方程式ヲ生ス

$$\frac{x}{a^2}\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{y}{b^2}\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{z}{c^2}\frac{d^2z}{dt^2}$$

$$=\alpha\left\{\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}\right\}$$

$$+\beta_1\left\{\frac{x}{a^2}\frac{dx}{dt}+\frac{y}{b^2}\frac{dy}{dt}+\frac{z}{c^2}\frac{dz}{dt}\right\}.$$

即チ　$-P=\alpha p,\quad\cdots\cdots\cdots(17)$

此兩方程式ヲ並用シテαヲ消去スレハ

$$\frac{1}{p}\frac{dp}{dt}+\frac{1}{P}\frac{dP}{dt}=2\beta_1.$$

此故ニ　$\frac{dp}{p}+\frac{dP}{P}=2\beta_1\,dt=2\left(t'dt+s'\frac{ds}{dt}dt\right).$

此方程式ヲ積分スレハ次ノ如シ

$$pP=C'e^{T+Z}.$$

但シ　$T=2\int t'dt,\quad Z=2\int s\,ds.$　ナリ

又本質點ノ運動ノ三方種式ヨリシテ次ノ方程式ヲ得ル

$$\frac{ds}{dt}=C''e^{\frac{1}{2}(T+Z)}.$$

此兩方程式ヲ並用スレハ

$$\frac{1}{C''^2}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2=\frac{pP}{C'}\quad\cdots\cdots\cdots(18)$$

今楕圓準率ヲ用ヰテ之ヲ化スレハ

$$\frac{C'}{C''^2}\left\{\frac{\lambda_1-\lambda_2}{4}\left[\frac{\lambda_1}{X}\left(\frac{d\lambda_1}{dt}\right)^2-\frac{\lambda_2}{Y}\left(\frac{d\lambda_2}{dt}\right)^2\right]\right\}$$

$$=\frac{\lambda_1\lambda_2}{abc}\frac{\lambda_1-\lambda_2}{4}\left\{\frac{1}{X}\left(\frac{d\lambda_1}{dt}\right)^2-\frac{1}{Y}\left(\frac{d\lambda_2}{dt}\right)^2\right\}.$$

次ニ　$\frac{abcC'}{C''}=-\theta^2.$　ト假シ又遍ク dt^2 ヲ乗スレハ

$$\frac{\sqrt{\lambda_1}\,.\,d\lambda_1}{\sqrt{X(\lambda_1+\theta^2)}}\pm\frac{\sqrt{\lambda_2}\,.\,d\lambda_2}{\sqrt{Y(\lambda_2+\theta^2)}}=0.$$

即チ

$$\frac{\sqrt{\lambda_1}\,.\,d\lambda_1}{\sqrt{\{(a^2+\lambda_1)(b^2+\lambda_1)(c^2+\lambda_1)(\theta^2+\lambda_1)\}}}\pm\frac{\sqrt{\lambda_2}\,.\,d\lambda_2}{\sqrt{\{(a^2+\lambda_2)(b^2+\lambda_2)(c^2+\lambda_2)(\theta^2+\lambda_2)\}}}=0.$$

是レ本質點ノ軌道ノ微分方程式ナリ然シテ此レハ已知楕圓表面上ニ於ケル一ノ測地線ヲ顯ハスコ見易シ（了）

○

ツライリチールコーヲルヂナートノ續キ

田中矢德

(9)　兩定線ノ交點ノコーヲルヂナートヲ發見スル法

兩定線ノ方程式ヲ

$$l\alpha+m\beta+n\gamma=0,\quad l'\alpha+m'\beta+n'\gamma=0$$

トス此兩線相交ル所ニ於テハ

$$\frac{\alpha}{mn'-m'n}=\frac{\beta}{nl'-n'l}=\frac{\gamma}{lm'-ml'}$$

此ノ如キ理アリ此方程式ト　$a\alpha+b\beta+c\gamma=2\Delta$　ト連合シテ$\alpha\ \beta\ \gamma$ノ値ヲ發見スルトキハ是レ交點ノコーヲルヂナートナリ

(10)　兩定點ノ貫ク直線ノ方程式ヲ發見スル法

兩定點ノコーヲルヂナートヲ $f\ g\ h$, $f'\ g'\ h'$ トシ所要ノ方程式ヲ $L\alpha+M\beta+N\gamma=0$ ト命スレハ $Lf+Mg+Nh=0,$

$Lf'+Mg'+Nh'=0$　此ノ如キ理アラザルヲ得ス是故ニ

$$\frac{L}{gh'-g'h}=\frac{M}{hf'-h'f}=\frac{N}{fg'-f'g}$$

此ノ如キ理アルヲ推知ス此ニ由テ要ムル所ノ方程式左ノ如シ

$$(gh'-g'h)\alpha+(hf'-h'f)\beta+(fg'-f'g)\gamma=0.$$

(11)　兩定線ノ交點ヲ貫ク直線ノ公式ヲ發見スル法

兩定線ノ方程式ヲ

$$l\alpha+m\beta+n\gamma=0,\quad l'\alpha+m'\beta+n'\gamma=0,$$

トセハ此兩線ノ交點ヲ貫ク任何直線皆ナ

$$l\alpha+m\beta+n\gamma=k(l'\alpha+m'\beta+n'\gamma)$$

此ノ如キ方程式ニテ示スコヲ得ヘシ但シkハ任意ノ定數ナリ其故何トナレハ原兩式ノ理ニ合フ所ノコーヲルヂナートハ必ス此式ノ理ニ合フヘク且ツ此方程式一次式ナルヲ以テ直線ヲ示ス是故ニ是レ兩定線ノ交點ヲ貫ク直線ノ方程式ナリ

(12)　三點一線上ニ在ルヘキ定理ヲ發見スル法

三定點ノコーヲルヂナートヲ　$\alpha_1\ \beta_1\ \gamma_1\ \alpha_2\ \beta_2\ \gamma_2\ \alpha_3\ \beta_3\ \gamma_3$　トシ此三定點一直線上ニ在リトシ其直線ノ方程式ヲ

$$\lambda\alpha+\mu\beta+\nu\gamma=0$$

トセハ此$\lambda\ \mu\ \nu$ハ左ノ三式ノ理ニ合ハザルヲ得ズ

$\lambda\alpha_1+\mu\beta_1+\nu\gamma_1=0,\quad \lambda\alpha_2+\mu\beta_2+\nu\gamma_2=0,$

$\lambda\alpha_3+\mu\beta_3+\nu\gamma_3=0,$

此三式ヨリ$\lambda\mu\nu$ヲ消去セバ

$\alpha_1\beta_2\gamma_3-\alpha_1\beta_3\gamma_2+\alpha_2\beta_3\gamma_1-\alpha_2\beta_1\gamma_3+\alpha_3\beta_1\gamma_2-\alpha_3\beta_2\gamma_1=0,$

ヲ得是レ要ムル所ノ定理ヲ顯スモノナリ

(13)　三線一點ニ交ルベキ定理ヲ發見スル法

三線ノ方程式ヲ

$l_1\alpha+m_1\beta+n_1\gamma=0,$

$l_2\alpha+m_2\beta+n_2\gamma=0,$

$l_3\alpha+m_3\beta+n_3\gamma=0,$

ト命ス此三線若シ一點ニ交ラバ$\alpha\beta\gamma$ノ一種ノ値ニテ前三式ノ理ニ合フベキモノ必ズ有ルベシ

是故ニ前三式ヨリ$\alpha\beta\gamma$ヲ消去シテ

$l_1m_2n_3-l_1m_3n_2+l_2m_3n_1-l_2m_1n_3+l_3m_1n_2-l_3m_2n_1=0$

トナス是レ要ムル所ノ定理ヲ顯スモノナリ

三點一線上ニ在ルベキ定理ト三線一點ニ交ルベキ定理ト甚ダ相類セリ是レ看者ノ最モ注意ヲ要スル所ナリ後チ此等兩式ノ意義ヲ形象ニ見ルコアルベシ

後段ノ論ニ於テ往々方程式 $l\alpha+m\beta+n\gamma=0$ ニテ顯ス所ノ直線ヲ直線 (l,m,n) ト稱スル所アリ此略式ヲ以テ前文ノ義ヲ述ブレバ左ノ如シ

三點 $(l_1,m_1,n_1),\ (l_2,m_2,n_2),\ (l_3,m_3,n_3)$ ノ一線上ニ在ルベキ定理ハ三線 $(l_1,m_1,n_1),\ (l_2,m_2,n_2),\ (l_3,m_3,n_3),$ ノ一點ニ於テ相交ルベキ定理ニ同シ

(14)　兩線平行スベキ定理ヲ發見スル法

兩線ノ方程式ヲ左ノ如ク命ズ

$l\alpha+m\beta+n\gamma=0$ ....(1)

$l'\alpha+m'\beta+n'\gamma=0$ ....(2)

(1)ノ任意ナル兩點ノコーヲルヂ子ートヲ $(f,g,h),$ (α,β,γ) トシ(2)ノ任意ナル兩點ノコーヲルヂ子ートヲ $(f',g',h'),(\alpha',\beta',\gamma')$ トス

兩線ヲ平行ナラシメンニハ

$\frac{\alpha-f}{\alpha'-f'}=\frac{\beta-g}{\beta'-g'}=\frac{\gamma-h}{\gamma'-h'}$　此ノ如キ理ヲ必要トス

又(8)ノ論ニ還テ(第七圖)

$\frac{\alpha-f}{bn-cm}=\frac{\beta-g}{cl-an}=\frac{\gamma-h}{am-bl},$

$\frac{\alpha'-f'}{bn'-cm'}=\frac{\beta'-g'}{cl'-an'}=\frac{\gamma'-h'}{am'-bn'},$

ヲ得是故ニ要ムル所ノ平行線ノ定理左ノ如シ

$\frac{bn-cm}{bn'-cm'}=\frac{cl-an}{cl'-an'}=\frac{am-bl}{am'-bl'}$ ....(3)

此兩方程式ハ一式ニ同シ其故何トナレバ之ヲ改メテ

$\frac{\frac{n}{c}-\frac{m}{b}}{\frac{n'}{c'}-\frac{m'}{b'}}=\frac{\frac{l}{a}-\frac{n}{c}}{\frac{l'}{a'}-\frac{n'}{c'}}=\frac{\frac{m}{b}-\frac{l}{a}}{\frac{m'}{b'}-\frac{l'}{a'}},$　此ノ如クナスコヲ得ルガ故ニ兩節ノ適等ヨリ他ノ一節モ其レト適等ナルコヲ推知スベキガ故ナリ

(3)式ノ各節ノ分母子ニ l',m',n' ヲ乘シテ相加フレハ左ノ如シ

$(mn'-m'n)a+(nl'-n'l)b+(lm'-l'm)c=0$ ....(4)

是レ平行線ニ必要ナル定理ニシテ最モ便用ノ式ナリ此式亦左ノ式ニ同シ

$(mn'-m'n)\sin A+(nl'-n'l)\sin B$

$+(lm'-l'm)\sin C=0$　此式亦往々用所アリ

此式全ク三方程式 $l\alpha+m\beta+n\gamma=0,$

$l'\alpha+m'\beta+n'\gamma=0,\quad a\alpha+b\beta+c\gamma=0$

ヨリ$\alpha\beta\gamma$ヲ消去シテ得ル所ノ方程式ニ同シキヲ知ルベシ

此三式中末式ノ理ニ適スベキ$\alpha\beta\gamma$ノ値有ベカラズ其故何トナレバ前已ニ(2)ニ於テ $a\alpha+b\beta+c\gamma=2\triangle$ ナルコヲ證明セシガ故ナリ此ニ由テ(4)式ハ兩方程式

$l\alpha+m\beta+n\gamma=0\qquad l'\alpha+m'\beta+n'\gamma=0$ ノ理ニ同時ニ適スベキ$\alpha\beta\gamma$ノ値アルベカラザルヲ示スナリ之ヲ再述スレバ此兩式ニテ示ス所ノ兩線ハ決シテ交ルコナシト云フニ同シ是レ平行ヲ顯スニ必要ニシテ完全ナル狀勢ト云フベシ蓋シ兩線同シ平面上ニ在ルガ故ナリ

方程式 $a\alpha+b\beta+c\gamma=0$ ノ理ニ合フ所ノ$\alpha\beta\gamma$ノ値アルベカラズト雖モ方程式 $l\alpha+m\beta+n\gamma=0$ ニ於テ $l:m:n$ ノ値幾ント $a:b:c$ ニ同ジキニ至ルモ此方程式理ニ合フ所ノ$\alpha\beta\gamma$ノ値必ズ之レアルベシ

(7)ノ論ニ還テ直線 (l,m,n) ト AC AB トノ交點ヨリAニ至距離ヲ q r トセバ

$\frac{qra}{bc}=l,\quad \frac{qr}{c}-q=m,\quad \frac{qr}{b}-r=n,$

$\frac{b}{a}-\frac{bc}{ar}=\frac{m}{l},\quad \frac{c}{a}-\frac{bc}{aq}=\frac{n}{l},\quad \frac{c}{r}=1-\frac{am}{bl},$

$\frac{b}{q}=1-\frac{an}{cl}$　ヲ得

是故ニ $l:m:n$ ノ値ヲ幾ント $a:b:c$ ニ等フセバ q r ノ値ハ至大無量トナル之ヲ再述スレバ直線 (l,m,n) ハレフェレンスノ三角形ヲ距ルコ至遠無窮ニ至ルト云フニ同シ是ヲ以テ $l:m:n$ ヲ漸次ニ $a:b:c$ ニ近切シ終ニ之ニ到達セシムル時ハ直線 (l,m,n) ノ漸次相近カントスル所ノ極限ノ位置ハ無窮距離ノ直線ナリ

又方程式 $a\alpha+b\beta+c\gamma=0$ 或ハ之ト同一ナル方程式

$a\sin A+\beta\sin B+\gamma\sin C=0$ ハ無窮距離ノ直線ヲ顯ストテ此理ヲ示スコアリ此語最モ便ナリ若シ能ク此語ノ眞意ニ通ズルニ於テ更ニ疑惑ナカラン然レモ猶ホ方程式 $a\alpha+b\beta+c\gamma=0$ ハ不能ノ理ヲ顯スモノニシテ言論矛循スルモノナルコヲ心中ニ記シ是レ合理ノ方程式ノ漸次ニ歸向スル所ノ極限ノ形狀ナルコヲ忘ル、勿レ

(15) 定點ヲ貫キ定線ニ平行スル直線ノ方程式ヲ發見スル法

定線ヲ (l,m,n) トシ定點ヲ (f,g,h) トセバ要ムル所ノ直線ノ方程式

$$\frac{l\alpha+m\beta+n\gamma}{lf+mg+nh}=\frac{a\alpha+b\beta+c\gamma}{af+bg+ch}$$ ナリ

論ニ曰ク此直線ハ定點 (f,g,h) ヲ貫クコ明ニシテ定線 (l,m,n) ト交ルコナシ其故何トナレハ若シ交ルトセバ

$$a\alpha+b\beta+c\gamma=0$$ ヲ得ルガ故ナリ

又 $af+bg+ch=2\Delta$ ナルガ故ニ前ノ直線式ヲ改メテ

$$l\alpha+m\beta+n\gamma=\frac{lf+mg+n\gamma}{2\Delta}(a\alpha+b\beta+c\gamma)$$

トナスヲ得

系　直線 (l,m,n) ト平行スル直線ノ公式

$$l\alpha+m\beta+n\gamma=k(a\alpha+b\beta+c\gamma)$$ 此ノ如シ但シ k ハ任意ナル定數ナリ

16) レフェレンスノ三角頭ヲ貫ク直線ト共一邊トノ交角ヲ發見スル法

直線 AP ノ方程式ヲ $\mu\beta=\nu\gamma$ トス命シ此線 A 角ノ平分線 AD ヨリ傾斜スル度ヲ θ トセバ左ノ式ヲ得

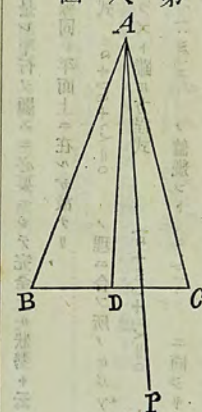
$$\frac{\sin\left(\frac{A}{2}+\theta\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}-\theta\right)}=\frac{\gamma}{\beta}=\frac{\mu}{\nu}\quad 故ニ\quad \frac{\tan\theta}{\tan\frac{A}{2}}=\frac{\mu-\nu}{\mu+\nu}$$

ヲ得故ニ

$$\tan\left(\theta+\frac{A}{2}\right)=\frac{\left(1+\frac{\mu-\nu}{\mu+\nu}\right)\tan\frac{A}{2}}{1-\frac{\mu-\nu}{\mu+\nu}\tan^2\frac{A}{2}}=\frac{\mu\sin A}{\nu+\mu\cos A}$$ ヲ得

又同法ニテ

$$\tan\left(\theta-\frac{A}{2}\right)=\frac{\nu\sin A}{\mu+\nu\cos A}$$ ヲ得此ニ由テ定線ト AB AC トノ交角ヲ發見スルコヲ得



第八圖

(17) 兩定線相交スル定理ヲ發見スル法

兩定線ヲ (l,m,n) (l',m',n') トシ A ヨリ此兩線ニ平行スル兩線ヲ出サバ共兩線ノ方程式左ノ如シ

$$(ma-lb)\beta+(na-lc)\gamma=0,$$
$$(m'a-l'b)\beta+(n'a-l'c)\gamma=0,$$

此兩線亦相正交セザルヲ得ズ今此兩線 A 角ノ平分線ヨリ傾斜スル度ヲ $\theta\ \theta'$ トセバ前題ニ由テ左ノ兩式ヲ得

$$\tan\theta=\frac{(lc-na)-(ma-lb)}{(lc-na)+(ma-lb)}\tan\frac{A}{2},$$
$$\tan\theta'=\frac{(l'c-n'a)-(m'a-l'b)}{(l'c-n'a)+(m'a-l'b)}\tan\frac{A}{2},$$

若シ此兩線交互ニ直角ヲ作ラハ　$1+\tan\theta\tan\theta'=0$

ナリ此ニ由テ左ノ方程式ヲ得

$$(lc-na)(l'c-n'a)+(ma-lb)(m'a-l'b)+$$
$$\{(lc-na)(m'a-l'b)+(ma-lb)(l'c-n'a)\}\cos A=0$$

此故ニ又之ヲ變化セバ左ノ如シ

$$ll'(b^2+c^2-2bc\cos A)+mm'a^2+nn'a^2-$$
$$(mn'+m'n)a^2\cos A-(nl'+n'l)(ac-ab\cos A)-$$
$$(lm'+l'm)(ab-ac\cos A)=0$$

然ルニ $b^2+c^2-2bc\cos A=a^2,$

$c-b\cos A=a\cos B,\quad b-c\cos A=a\cos C.$

ナルガ更ニ左ノ如ク變化スルコヲ得

$$ll'+mm'+nn'-(mn'+m'n)\cos A-$$
$$(nl'+n'l)\cos B-(lm'-l'm)\cos C=0.$$

是レ要ムル所ノ定理ヲ顯スモノナリ

(18) 定點ヨリ定線ニ至ル垂線ヲ發見スル法

定點ヲ (f,g,h) トシ定線ヲ (l,m,n) トセバ(7)ニ由テ

$$\frac{1}{q}=\frac{1}{b}-\frac{na}{lbc},\quad \frac{1}{r}=\frac{1}{c}-\frac{ma}{lbc}.$$ ナルヲ知ル但シ q r ハ

A ヨリ定線ト AC AB トノ交點ニ至ル距離ヲ顯スナリ

今 (f,g,h) ヨリ (l,m,n) ニ至ル距離(即チ垂線)ヲ a' トセバ左ノ式ヲ得

$$(q^2+r^2-2qr\cos A)^{\frac{1}{2}}a'+qg+rh=\frac{qr}{bc}(af+bg+ch)$$ 即チ

$$\left(\frac{1}{q^2}+\frac{1}{r^2}-\frac{2\cos A}{qr}\right)^{\frac{1}{2}}a'=\frac{af+bg+ch}{bc}-\frac{g}{r}-\frac{h}{q}$$
$$=\frac{a}{bc}f+\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{r}\right)g+\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{q}\right)h$$
$$=\frac{a}{lbc}(lf+mg+nh)$$

又 q r ノ値ヨリ左ノ式ヲ得

$\frac{1}{q}-\frac{\cos A}{r}=\frac{1}{b}-\frac{\cos A}{c}-(n-m\cos A)\frac{a}{lbc}$

$=\frac{a(l\cos B+m\cos A-n)}{lbc}$. 又同法ニテ

$\frac{1}{r}-\frac{\cos A}{q}=\frac{a(l\cos C+n\cos A-m)}{lbc}$ ヲ得此兩式ニ由テ前ノ式ヲ變化セバ左ノ如シ

$\frac{1}{q^2}+\frac{1}{r^2}-\frac{2\cos A}{qr}=\frac{a}{l^2b^2c^2}\Big\{(lc-na)(l\cos A+m\cos A-n)$

$+(lb-ma)(l\cos C+n\cos A-m)\Big\}=$

$\frac{a}{l^2b^2c^2}\Big\{l^2(c\cos B+b\cos C)+m^2a+n^2a-2mna\cos A$

$-nl(c+a\cos B-b\cos A)-lm(b-c\cos A+a\cos C)\Big\}$

$=\frac{a^2}{l^2b^2c^2}\Big\{l^2+m^2+n^2-2mn\cos A-2nl\cos B-2lm\cos C\Big\}$. 此ニ由テ

$a'=\pm\frac{lf+mg+nh}{(l^2+m^2+n^2-2mn\cos A-2nl\cos B-2lm\cos C)^{\frac{1}{2}}}$

ヲ得是レ要ムル所ノ垂線ノ式ナリ

定點 (f,g,h) 若シ定線 (l,m,n) ノ上ニ在ラバ此式ノ分子空數トナル是レ實ニ然ルベキ理ナリ

又 $l:m:n$ ノ値若シ漸ク $a:b:c$ ニ近ツカバ此式ノ分母漸ク衰耗ス是故ニ定點ヨリ定線ニ至ル距離漸ク大ナリ是レ亦(14)ノ說ト符合セリ

（以下次號）

○

第三套

問題解義

一　岸俊雄

第四十五號套外ニ記セル廣問一題解ハ既ニ第四十八號ニ山本信賓君及ヒ長澤龜之助君ノ明解アリテ十分ニ共理ヲ知リ得タリト雖モ兩君ノ術路各異ナリ故ニ予之ヲ試ムルニ復少ク異ナル術路ヲ得タリ故ニ雜誌ノ餘白ヲ費ヤシテ聊カ諸君ニ質ス

今 AB ヲ兩彈丸ノ位置トシ O ヲ圓心トシ C ヲ望ム所ノ盆緣ノ一點トナス

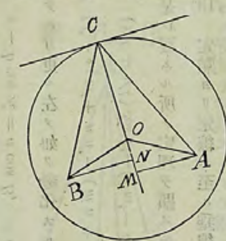
$Ao=a,\quad Bo=b,\quad Co=r,$

$\angle AoB=2\alpha,\quad \angle AoM=\alpha-\phi,$

$\angle BON=\alpha+\phi,$

$\angle ACO=\angle BCO,$

$\tan AOM=\frac{AM}{CM}=\frac{a\sin(\alpha-\phi)}{r+a\cos(\alpha-\phi)}$



$\tan BCN=\frac{BN}{CN}=\frac{b\sin(\alpha+\phi)}{r+b\cos(\alpha+\phi)}$ 或ヘ

$a\sin(\alpha-\phi)(r+b\cos(\alpha-\phi))=$

$b\sin(\alpha+\phi)(r+a\cos(\alpha-\phi))$

$ar\sin(\alpha-\phi)+ab\sin(\alpha-\phi)\cos(\alpha+\phi)=$

$rb\sin(\alpha+\phi)+ab\sin(\alpha+\phi)\cos(\alpha-\phi)$ 或ヘ

$\cos\phi\Big\{r(a-b)\sin\alpha-2ab\sin\phi\Big\}=r(a+b)\sin\phi\cos\alpha$

或ヘ

$(1-\sin^2\phi)\Big\{r^2(a-b)^2\sin^2\alpha-4abr(a-b)\sin\alpha\sin\phi$

$+4a^2b^2\sin^2\phi\Big\}=r^2(a+b)^2\sin^2\phi\cos^2\alpha$

故ニ

$\sin^4\phi+\frac{r(a-b)\sin\alpha}{ab}\sin^3\phi+\Big\{\frac{r^2(a^2+4ab\cos2\alpha+b^2)}{4a^2b^2}-1\Big\}\sin^2\phi+$

$\frac{r(a-b)\sin\alpha}{ab}\sin\phi-\frac{r^2(a-b)^2\sin^2\alpha}{4a^2b^2}=0$

此式乃チ四次式ナレバ $\sin\phi$ ノ同數ニ四種アリ故ニ望ム所ノ點モ亦必ス四點アルコ明矣又該題ハ圓盆ノ內外ヲ論セス共ニ理ヲ同フセルモノナリ

若シ $a=b$ ナレハ

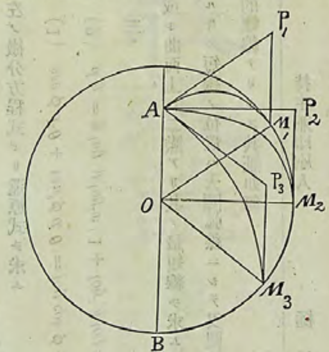
$\sin^4\phi+\left(\frac{r^2(1+\cos2\alpha)}{2a^2}-1\right)\sin^2\phi=0$

故ニ $\sin\phi=\pm\sqrt{\left(1-\frac{r^2}{a^2}\cos2\alpha\right)}$ ナリ

全

二

同號第三套ノ一



$AP_1=AP_2=$

$AP_3=\cdots\cdots$

$=v,t$

$P_1M_1=P_2M_2=$

$P_3M_3=\cdots\cdots$

$=\frac{1}{2}g.t^2$

$AO=P_1M_1$

$MM_1=AP_1$

$MM_2=AP_2$

故ニ M 點ハ圓ノ中心ニシテ半徑ハ AP_1 等即チ vA ニ等シキ圓周ニ在ルヲ知ル又射放ノ方向ノ垂直面ニ在ラサル𪜈ハ球面ニアルヲ知ルヘシ依テ答ニ答ス

三

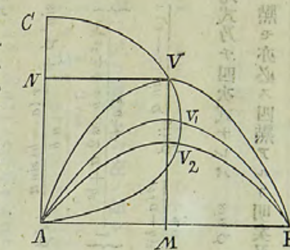
同號同套ノ二

全

射力ヲθト定メ射高ヲhト定ムレバ拋物線ノ性質ニ據ルニ(a)ノ如シ

$VN = AM = x$

$VM = AN = y$



$$\left.\begin{array}{l} x = h\sin 2\theta = 2h\sin\theta\cos\theta \\ y = h\sin^2\theta \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (a)$$

故ニ　$\sin^2\theta = \frac{y}{h}$

$$x^2 = 4h^2\sin^2\theta\cos^2\theta = 4h^2\frac{y}{h}\left(1-\frac{y}{h}\right)$$

又　$\frac{h^2}{(\frac{1}{2}h)^2} = 4$

故ニ　$x^2 = \frac{h^2}{(\frac{1}{2}h)^2}(hy - y^2)$

故ニ該式ハ橢圓式ヲナスモノナレハVV_1等ノ各點ハ橢圓周ニ在ルヲ知ル依テ其射放ノ方向一個ノ垂面ニ在ラサルトキハ橢圓体ノ曲線上ニ在ルヲ知ルベシ

○

第四套

問題二

一　　岸　俊碓

左ノ八線級數式アリ正弦ノ同數ヲ求ム

$$1 + 3\sin\theta + 5\sin^2\theta + 7\sin^3\theta + 9\sin^4\theta + \cdots\cdots\cdots = a$$

二　　仝

左ノ微分方程式アリ還原式ヲ求ム

(1)　$\sec\phi\, d^2\theta + \tan^2\phi\, d\theta = \log\cos\phi + d\phi\theta$

(2)　$dy = y\log y\log^2 x\,(1 + \log^2 y\log x)\,dx$

三　　仝

或ル曲面上ニ二點アリ其ノ最短線ヲ求ムルニ若シ曲面球狀ナルトキハ短線ノ位置ハ大圏弧線ニシテ又圓錐曲面ナルトキハ橢圓的螺線ナリトス其證如何

持主兼印刷人　樋口藤次郎

編輯人　菊池鍬吉郎

發行所　東京麴町區富士見町二丁目廿八番地　數學會社假事務所

賣捌所　東京芝區柴井町　松井忠兵衛
仝日本橋區本町三丁目　清水卯三郎

定價金拾錢

東京數學會社雜誌

第六十二號

驛遞局認可

明治十七年一月五日發兌

東京數學會社

目錄

二條

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ
一本號諸套ニ揭ケル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル所ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサル者ハ編者ノ稿ナリ
一凡ソ問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ登錄スヘシ
一社外ト雖氏投書スルヲ得然レ氏變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス
一凡ソ揭載セル問題、論說、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ
一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス
一集會ハ每月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス
一入社セントスル者ハ社則ニ從フヘシ

明治十六年八月

東京數學會社

東京數學會社雜誌第六十二號

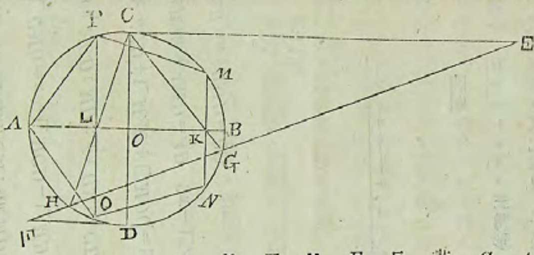
第壹套

雜錄

正五角形ヲ畫ク新法

菊池大麓

左ニ揭ケタルモノハシローテル氏ノ方法ト稱スル新法ナリ



AB CD ヲ互ニ直角ナル二直徑トス

C 及ヒ D ヨリ CE DF ヲ CD ニ直角ニ畫キ CE ノ長サヲ直徑ノ二倍 DF ノ長サヲ半徑ニ等シトス

FE ヲ結付ケ圓ト G、H ノ二點ニ於テ交ラシム CG ヲ結付ケ AB ト K ニ於交ラシム CH ヲ結付ケ L ニ於テ交ラシム KL ヲ過クル MN PQ ノ二弦ヲ AB ニ直角ニ畫ク然ル時ハ $APMNQ$ ハ正五角形ナリト云

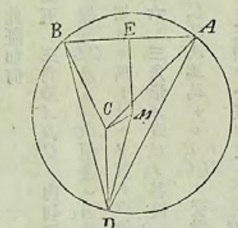
近頃ハ英國ニ於テハファクトリヤルノ符號ニ∟ヲ用ヒスシテ多クハ！ヲ用ユルコニ成リタリ例ヘハ $n!$ ノ如シト

又 circumscribing circle ヲ略シテ circumcircle ト稱シ incribed circle 及ヒ Escribed circle ヲ略シテ incirle 及ヒ Excisele ト云ノ由

○

第五十九號雜錄中肝付君出題ノ別解

社員 大村一秀



$\angle ACD=a$ $\angle BAC=A$

$\angle ACB=B$ $\angle ACB=C$

$\angle ADB=D$

$\angle AME=D$

$BC=a$ $AC=b$ $AB=c$

$\angle MEA=\frac{\pi}{2}-D$

$AM=MD=R=\frac{C}{2\sin D}$

$\angle MAC=\angle MAE-\angle CAB=\frac{\pi}{2}-A-D$

$\frac{1}{2}(\angle AMC+\angle ACM)=\frac{1}{2}(\pi-\angle MAC)=\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}+A+D\right)$

$\tan\frac{1}{2}(\angle AMC-\angle ACM)=\frac{AC-AM}{AC+AM}\tan\frac{1}{2}(\angle AMC+\angle ACM)$

$=\frac{b-R}{b+R}\tan\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}-A-D\right)$

$\sin AMC : b :: \sin MAC : CM=\frac{b\cos(A+D)}{\sin AMC}$

$\angle MCD=\angle ACD-\angle ACM=\alpha-\angle ACM$

$MD:\sin MCD::CM:\sin MDC=\dfrac{CM\sin MCD}{R}$

$\angle CMD=\pi-\angle MCD-\angle MDC$

$\sin MCD:MD::\sin CMD:CD=\dfrac{R\sin CMD}{\sin MCD}$

$\angle ACD+\angle MAC+\angle MDC=\angle AMD=\alpha+\frac{\pi}{2}-A-D+\angle MDC$

$2R\sin\frac{1}{2}AMD=AD\quad 2\pi-\angle AMD-2D=\angle BMD$

$2R\sin\frac{1}{2}BMD=BD$

○

第二套

繙譯

ツァイリ子ール、コールデヰートノ續キ

問題

田中矢德

第一　レフェレンスノ三角形ノ兩邊ノ正中ヲ貫ク直線ノ方程式如何幷ニ又此線他ノ一邊ニ平行ナルヿヲ證明スベシ

第二　レフェレンスノ三角形ノ各角頭ヲ貫ク三定線 $\frac{\beta}{b}+\frac{\gamma}{c}=0,\ \frac{\gamma}{c}+\frac{\alpha}{a}=0,\ \frac{\alpha}{a}+\frac{\beta}{b}=0$ ト各更互ニ正交スル三直線ノ方程式如何幷ニ又此三直線交ルヿヲ証明スベシ

第三　兩直線 $(l,m,n),(\lambda,\mu,\nu)$ ノ交角ヲ θ トセバ

$$\cot\theta=\frac{l\lambda+m\mu+n\nu-(m\nu+n\mu)\cos A-(n\lambda+l\nu)\cos B-(l\mu+m\lambda)\cos C}{(m\nu-n\mu)\sin A+(n\lambda-l\nu)\sin B+(l\mu-m\lambda)\sin C}$$

ナリ其証如何

第四　三角形 ABC ノ各邊上ニ相似三角形 $A'BC$、$AB'C$、ABC' ヲ作リ $BA'C=B'AC=BAC'$，$CB'A=C'BA=CBA'$，$AC'B=A'CB=ACB'$ トセバ AA'，BB'，CC' ハ一點ニ會ス此証如何

第五　三角形 ABC ノ內切圓ノ圓心ト BC 邊ノ正中トヲ貫ク直線ハ CB 邊ト AB，AC 兩邊ノ引長線トニ切スル邊外切圓ノ，BC 邊ニ切スル所ト A トヲ貫ク直線ニ平行ス此証ヲ問フ

第六　三角形 ABC ノ各邊 BC，CA，AB ノ上ニ各二點ヲ定メ之ヲ B_1C_1，C_2A_2，A_3B_3 トシ BC，B_3C_2 ノ交點ト CA，C_1A_3 ノ交點ト AB，A_2B_1 ノ交點トハ倶ニ三點ヲ一直線上ニ置キ BC_2，CB_3 ノ交點ヲ L トシ CA_3，AC_1 ノ交點ヲ M トシ AB_1，BA_2 ノ交點ヲ N トセバ AL，BM，CN ハ一點ニ會ス此証如何

第七　三角形 ABC ノ各角頂ヨリ直線 AP，BQ，CR ヲ出シテ一點ニ交ラシメ又各角頭ヨリ直線 AP'，BQ'，CR' ヲ出シテ他ノ一點ニ交ラシメ PP' ヲ BC 上ニ置キ QQ' ヲ CA 上ニ置キ RR' ヲ AB 上ニ置キ BQ，CR ト AP トノ交點ヲ D_1，D_2 トシ CR，AP ト BQ トノ交點ヲ E_1，E_2 トシ

AP，BQ ト CR トノ交點ヲ F_1，F_2 トシ CD_1，BD_2 ノ交點ヲ L トシ AE_1，CE_2 ノ交點ヲ M トシ BF_1，AF_2 ノ交點ヲ N トセバ AD，BM，CN ハ一點ニ會ス此証如何

(19)　エンハーモニック、ラシヲ

今此處ニ於テハーモニック及ヒエンハーモニックノ篇ヲ簡短ニ示サントス是レ此思想ニ慣熟スルヿハ高等ナル幾何學ヲ考究スルニ必要ナルカ故ナリ

界說一　一點ヨリ出ル四直線ヲ OP，OQ，OR，OS トセバ比 $\dfrac{\sin POQ\ \sin ROS}{\sin POS.\ \sin QOR}$ ヲ筆形 OP，OQ，OR，OS ノエンハーモニック、ラシヲト云フ之ヲ題ス記法 $\{O.\ PQRS\}$ 此ノ如シ

備考　此記法ハドクトル、サルモン氏ノ創ル所ナラン

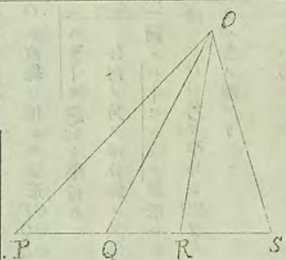
界說二　一直線上ナル四點ヲ $PQRS$ トセバ比 $\dfrac{PQ.\ RS}{PS.\ QR}$ ヲ排列 $PQRS$ ノエンハーモニック、ラシオト云フ之ヲ題ス記法 $(PQRS)$ 此ノ如シ

以上ノ界說ヲ用フル件線ノ位置、點ノ排列ニ注意スベシ筆形 OP，OQ，OR，OS ノエンハーモニック、ラシヲハ $\dfrac{\sin POQ\ \sin QOR}{\sin POS\ \sin QOR}$ ニシテ筆形 OP，OQ，OR，OS ノエンハーモニック、ラシヲハ $\dfrac{\sin POR\ \sin QOS}{\sin POS\ \sin ROQ}$ ナリ

界說三　一點ヨリ出ル數條ノ直線ヲ他ノ一直線ニ截テル件ハ此割線ヲタランスベルサールト云フ

(20)　一點ヨリ出ル四直線トタランスベルサールト相交ル處ヲ順次ニ $PQRS$ トセバ筆形 OP，OQ，OR，OS ノエンハーモニック、ラシヲハ排列 $PQRS$ ノエンハーモニック、ラシヲニ等シ

第九圖



$$\frac{\sin POQ}{\sin POS}=\frac{\sin POQ\ \sin OPS}{\sin OPQ\ \sin POS}=\frac{PQ\ OQ}{OQ\ PS}$$

$$\frac{\sin ROS}{\sin QOR}=\frac{\sin ROS\ \sin ORQ}{\sin ORS\ \sin QOR}=\frac{RS\ OQ}{OS\ QR}$$

故ニ

$$\frac{\sin POQ\ \sin ROS}{\sin POS.\ \sin QOR}=\frac{PQ.\ RS}{PS.\ QR}$$

系一　二條ノタランスベルサール若シ一箇ノ筆形ヲ $PQRS$ ト $P'Q'R'S'$ トニ於テ截ラハ排列 $PQRS$ ノエンハーモニック、ラシオハ排列 $P'Q'R'S'$ ノエンハーモニック、ラシオニ等シ其故何トナレハ何レモ筆形 OP，OQ，OR，OS ノエンハーモニック、ラシオニ等シキカ故ナリ

系二　四點 $PQRS$ 若シ一直線上ニ在ラハ此直線外ナル二點

O, O' ト $PQRS$ トノ間ニ各々一ノ直線ヲ作ル時ハ兩筆形 $OP\ OQ\ OR\ OS$ 及ヒ $O'P\ O'Q\ O'R\ O'S$ ノエンハーモニック、ラシオ相等シ其故何トナレバ何レモ排列 $PQRS$ ノエンハーモニック、ラシオニ等シキガ故ナリ

(21) 界説

筆形ノエンハーモニック、ラシオ若シ一箇トナレバ此筆形ヲハーモニック筆形ト云フ

排列ノエンハーモニック、ラシオ若シ一箇トナラハ此排列ハハーモニック排列ト云ヒ排列ノ在ル處ノ直線ヲハーモニックニ分タレタリト云フ

前適ノ義ニ由テハーモニック筆形若シタランスベルサールト交ル時ハ其四點ハハーモニック排列ヲナスヲ知ル若シ又ハーモニック排列ヲナス所ノ四點ヨリ他ノ一點ヘ直線ヲ作ラハ此四線ハハーモニック筆形ヲナスヲ知ル

直線 OS ヲ筆形 $OP\ OQ\ OR$ ノ第四ハーモニックト云ヒ S 點ヲ排列 PQR ノ第四ハーモニックト云フ

茲ニハーモニックト云ヘル語ヲ用フルモノハ四點 $PQRS$ 若シ前ニ述ル所ノハーモニック排列ニ適ハヾ PR ハ PQ PS ノハーモニック比例ノ中項ニ相當スルガ故ナリ

證 $PQ.RS=PS.QR$, $\therefore PQ(PS-PR)$
$=PS(PR-PQ)$, $\therefore PQ:PS::PR-PQ:PS-PR$

是故ニ $PQ\ PR\ PS$ ハハーモニック比例ヲナス

上ノ比例ニ由テ若シ $PQ=QR$ ナレハ $PS=\infty$ ナルヲ知ル此ニ由テ PR 若シ Q ニテ平分トナラハ排列ノ PQR 第四ハーモニックハ至遠無究ノ地ニ在ルナリ或ハ此理ヲ左ノ如ク述ルヿヲ得

PR 若シ Q ニテ平分トナラハ PQR ノ各點ヨリ PR 線外ナル一點 O ニ直線ヲ作ル時筆形 $OP\ OQ\ OR$ ノ第四ハーモニックハタランスベルサール PQR ト平行ス

(22) 任何ノ角ノ平分線ト其外角ノ平分線ト兩角邊ト共ニ四線一箇ノハーモニック筆形ヲナス

證 POQ 角ヲ平分シ PO ヲ P' ニ引長シ $P'OR$ 角ヲ OS ニテ平分セバ左ノ理アリ

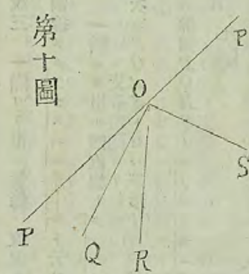
$\sin POQ=\sin QOR$,

$\sin POS=\sin P'OS$

$=\sin ROS$,

故ニ

$$\frac{\sin POQ \sin ROS}{\sin POS \sin QOR}=1.$$



第十圖

(23) レフェレンスノ三角形ヲ ABC トシ兩方程式 $\beta-k\gamma=0$, $\beta+k'\gamma=0$ ニテ顯ス所ノ兩線ヲ AD AE トセハ k'/k ハ筆形 $AB\ AD\ AC\ AE$ ノエンハーモニック、ラシオナリ

證 BC 線ノ AD AE ト交ル所ヲ遞ニ D E トセハ D ハ直線 $\beta-k\gamma=0$ 中ナル一點ナルガ故ニ

$$\frac{BD}{CD}=\frac{\triangle ABD}{\triangle ACD}=\frac{c\gamma}{b\beta}$$

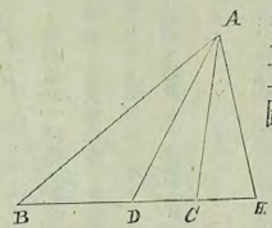
$=\frac{c}{bk}$ ナリ又 E ハ直線 $\beta+k'\gamma=0$ 中ナル一點ナルガ故ニ

$$\frac{BE}{CE}=\frac{\triangle ABE}{\triangle ACE}=\frac{c\gamma}{-b\beta}$$

$=\frac{c}{bk'}$ ナリ故ニ

$$\frac{BD.CE}{BE.CD}=\frac{k'}{k}$$ トナル

是故ニ k'/k ハ排列 $BDCE$ ノエンハーモニック、ラシオナリ即チ筆形 $AB\ AD\ AC\ AE$ ノエンハーモニック、ラシオトナル

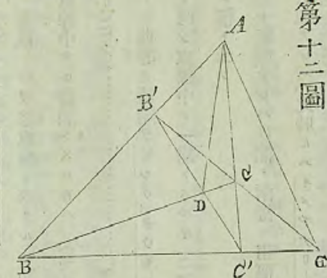


第十一圖

系 右ノ定義ニ由テ方程式 $\beta=0$, $\beta-k\gamma=0$, $\gamma=0$, $\beta+k\gamma=0$ ニテ顯ス所ノ四直線ハハーモニック筆形ヲナスヿヲ知ル

(24) 幾何學ノ法ニテ三定線ノ第四ハーモニックヲ作ルヿヲ示サントス

三定線ヲ $AB\ AD\ AC$ トシ第四線 AE ヲ作テ $AB\ AD\ AC\ AE$ ヲハーモニック筆形ニ相當セシムルヿヲ要ス



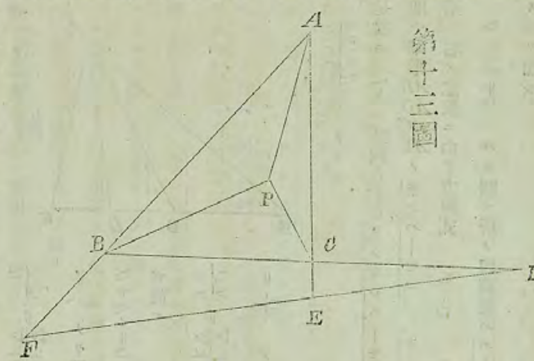
第十二圖

法 三定線ノ第二線 AD 中ナル一點 D ヲ貫テ二條ノタランスベルサール BDC、$B'DC'$ ヲ作リ AB 線ヲ B B' ニ截リ AC 線ヲ C C' ニ截リ $B'C$ BC' ヲ作リ之ヲ引長シテ E ニ於テ相會セシメ AE ヲ作ラバ是レ所要ノ第四ハーモニックナリ

證 ABC ヲレフェレンスノ三角形トシ AD ノ方程式ヲ $\beta-k\gamma=0$ トシ $B'C'$ ノ方程式ヲ $\lambda\alpha+\beta-k\gamma=0$ トセバ $B'C$ ノ方程式ハ $\lambda\alpha-k\gamma=0$ トナリ $B'C$ ノ方程式ハ $\lambda\alpha+\beta=0$ トナリ AE ノ方程式ハ $\beta+k\gamma=0$ トナル是故ニ AE ハ所要ノ第四ハーモニックナルヿヲ證ス

(25) 定三角形ヲ ABC トシ定點ヲ P トシ $AB\ AP\ AC$ ノ第四ハーモニック AD ト BC トノ交點 D 及ヒ $BC\ BP\ BA$ ノ第四ハーモニック BE ト CA トノ交點 E 及ヒ $CA\ CP\ CB$ ノ第四ハーモニック CF ト AB トノ交點

Fハ一直線上ニ在リ



第十三圖

Pノコーヲルヂネートヲ f g h トセバAPノ方程式ハ

$$\frac{\beta}{g}-\frac{\gamma}{h}=0$$ ナリ

由テADノ方程式ハ $\frac{\beta}{g}+\frac{\gamma}{h}=0$ トナル又同法ニテBEノ方程式ハ

$$\frac{\gamma}{h}+\frac{\alpha}{f}=0$$

CFノ方程式ハ

$$\frac{\alpha}{f}+\frac{\beta}{g}=0$$

ヲ得ベシ

此三件ノ方程式ニ由テ直線 $\frac{\alpha}{f}+\frac{\beta}{g}+\frac{\gamma}{h}=0$ ハD、E、Fヲ貫クヲ知ルベシ此ニ由テ此三點一直線上ニアルヲ證ス

系　前題ト相反スル定義亦タ前同法ニテ證明スルヿヲ得ベシ

三角形ABCニ就テP點トDEFトヲ彼此償ニハーモニックナリト稱ス

前題ノ定義ト(22)ニ於テ證明セシ定義トヲ連合セハ(6)ノ題ヲ證明スルヿヲ得ヘク又三角形ノ外角ノ平分線ト對邊トノ三交點一直線上ニ在ルヿヲ證明スルヿヲ得ヘク又兩內角ノ平分線ト對邊トノ交點及ヒ一外角ノ平分線ト對邊トノ交點ハ一直線上ニ在ルヿヲ證明スルヿヲ得ベシ其線ノ方程式遞ニ左ノ如シ

$$\alpha+\beta+\gamma=0,\quad \beta+\gamma-\alpha=0,\quad \gamma+\alpha-\beta=0,$$
$$\alpha+\beta-\gamma=0.$$

インヴォリウシヨン

(26)　界說　Oヲ定直線ノ中ナル一點トシ $PP'QQ'RR'$ 等ヲ同シ直線中ナル諸點トスルトキハ $OP.OP'=OQ.OQ'$

$$=OR.OR'\ldots\ldots\ldots\ldots k^2$$（kハ一定不易ノ數ナリ）

ナレハ此等ノ諸點ヲインヴォリウシヨンノ位置ニ在リト云フ

kヲ同シ直線中ノ一點トスルトキ $OK^2=k^2$ ナレハKヲ此位置ノ樞ト云フ

k^2 若シ正數ナレハO點ノ兩傍ニ兩樞アリ之ヲ實樞トナス k^2 若シ負數ナレハ（此時kハイメヂナリーナリ）實ノ樞ナルヿ明ナリ之ヲ虛樞トナス

O點ヲ此位置ノ中心ト云フ

PP'ノ如キ兩點ヲ交互ニ從屬スト云フ（此ハ彼ノ屬點彼ハ此

ノ屬點）

兩樞各々自ラ從屬スル者ナルヿ明ナリ

中心ノ屬點ハ至遠無窮ノ地ニ在ルヿ明ナリ

實樞アルトキハ交點ニ從屬スル兩點中心ノ同方ニ在リ虛樞アルトキハ交互ニ從屬スル兩點中心ノ兩傍ニ在ルヿ明ナリ

兩樞ノ所在定ルトキ或ハ中心ト一樞トノ所在定ルトキハインヴォリウシヨンノ位置亦定ル

又交點ニ從屬スル兩點二隻ヲ知ラバインヴォリウシヨンノ位置定ルナリ其理左ノ如シ

此四點ヨリ此直線中ニテ任意ナル一點ニ至ル距離ヲ p、p'、q、q' トシ中心ヨリ同點ニ至ル距離ヲ x トセハ界說ニ由テ

$$(p-x)(p'-x)=(q-x)(q'-x)$$ 故ニ

$$x=\frac{pp'-qq'}{p+p'-q-q'}$$ ヲ得是故ニ中心ヲ知ル

(27)　四點ノエンハーモニツク、ラシオハ其屬點ノエンハーモニツク、ラシオニ等シ

證　$OP=p,\ OQ=q,\ OR=r,\ OS=s$ トセハ

$$\{PQRS\}=\frac{(q-p)(s-r)}{(s-p)(r-q)},$$

$$\{P'Q'R'S'\}=\frac{\left(\frac{k^2}{q}-\frac{k^2}{p}\right)\left(\frac{k^2}{s}-\frac{k^2}{r}\right)}{\left(\frac{k^2}{s}-\frac{k^2}{p}\right)\left(\frac{k^2}{r}-\frac{k^2}{q}\right)}=\frac{(p-q)(r-s)}{(p-s)(q-r)}=\{PQRS\}$$ ナリ

系　$\{PQRP'\}=\{P'Q'R'P\}$ ナルヿ明ナリ

(28)　交互ニ從屬スル兩點ハ兩樞トハーモニック、ラシオヲ作ル

證　兩樞ヲ K_1K_2 トセバ　$K_1P=p-k,\quad K_2P=p+k,$

$K_1P'=\frac{k^2}{p}-k,\quad K_2P'=\frac{k^2}{p}+k$　ナリ然ルトキハ

$$K_1P.K_2P=(p-k)\left(\frac{k^2}{p}+k\right)=\frac{k}{p}(p^2-k^2),$$

$$K_1P.K_2P'=\left(k-\frac{k^2}{p}\right)(k+p)=\frac{k}{p}(p^2-k^2)$$

$$\therefore K_1P.K_2P'=K_1P'.K_2P$$ ナリ

右之理ヲ還原シテ左ノ理アルヲ知ル

直線中ニ兩々相對スル點數隻アリテ其各隻他ノ兩定點トハーモニック、ラシオヲ作ラハ比等ノ隻點集メテインヴォリウシヨンノ位置ヲ作ル而メ後ノ兩定點其樞トナル

(29)　數條ノ直線一點ニ交ルトキモ一線中ノ諸點ノ位置ヲ論スルモノト同法ニテ其位置ヲ論スルヿヲ得ヘシ唯此時ニ在テハ兩點ノ距離ニ代フルニ兩線ノ交角ノ正弦ヲ以テスルナリ

既ニ(20)ニ於テ證明セシ題理ニ由テ左ノ理アルヲ知ル

數條ノ直線インヴォリウションノ位置ニアレハ他ノ一線ニテ之ヲ割ルキ其交點亦インヴォリウションノ位置ヲナス

（以下次號）

○

課語會記事

十月六日（第一土曜日）定會ニ付午後一時東京大學ニ集會シ工學協會ヨリ依頼ノ工學上ニ關係アル數學譯語會ヲ開ク當日出席人名左ノ如シ

菊池大麓　川北朝鄰　村岡範爲馳　關谷清景
三輪桓一郎　平岡道生　山川健次郎　樋口藤次郎
田中正平　駒野政和　菊池鍬吉郎　外ニ工學協會ヨリ二名　計十四名

議長ハ公撰ニ依テ菊池大麓君タリ而ノ左ノ三十語ヲ議決ス

(1) Alligation　混合法
(2) Angle, equation　整角方程式
(3) Analytical gometry　解析幾何學
(4) Angle, Plane　平面角
(5) 〃 contiguous　接角
(6) 〃 Homologous　相應角
(7) 〃 spherical　球面角
(8) Angular, destanec　距角
(9) 〃 measure　角度
(10) Arc　弧
(11) Arithmetic　算術
(12) Arithmetical Progression　等差級數
　　geometrical 〃　等比級數
(13) Asymptote　漸近線
(14) Average　平均數
(15) Characteristic　指標
(16) Circular measure　弧度
(17) Defferential or　微分學
　　Integral Calculus　積分學
(18) Cycloid　擺線
(19) Cylinder　壔
(20) Cone　錐
(21) Constant　常數
(22) Concave　凹
(23) Convex　凸
(24) Conic section　圓錐曲線
(25) Conjugate axis　縱軸

(26) Convergence　歛、收歛
(27) Cube or Hexahedron　立方体、正六面体
(28) Calculation　計算
(29) Circle　圓
(30) Circumference　圓周

○

十一月十日（第二土曜日）（但シ第一土曜ハ天長節タル故延會セシナリ）定會ニ付午後一時東京大學ニテ前會ヲ續キ議決スルコ二十三語當日出席人名左ノ如シ

菊池大麓　荒川重平　中川將行　川北朝鄰
眞野肇　三輪桓一郎　關谷清景　山川健次郎
平岡道生　菊池鍬吉郎　外ニ工學協會ヨリ二名
計十二名

議長ハ公撰ニ依リ菊池大麓君タリ

(31) Divergenec　散、發散
(32) Decimal fraction　小數
(33) Directrix　準線
(34) Ellipse　橢圓
(35) Ellipticity　橢率
(36) Equation, of condition (least square)　規約方程式
(37) 〃 normal　合成方程式
(38) 〃 Identical　恒方程式
(39) 〃 side　整邊方程式
(40) Evolution　開法
(41) Exponent　指數
(42) Ellipsoid　橢圓体
(43) Epicycloid　外擺線
(44) Function　原數
(45) Frustum　臺、截頭体
(46) Harmonic　調和
(47) Hyperbola　双曲線
(48) Hypotenuse　玄、斜邊
(49) Helix　螺線
(50) Hypocycloid　內擺線
(51) Index　指數
(52) Infinity　無窮
(53) Indefinite　無定限

○

十二月一日定會前會ノ續キヲ議決スルコ十九語當日出席人名左ノ如シ

菊池大麓　川北朝鄰　中村宗次郎　山川健次郎

樋口藤次郎　市郷弘義　平岡道生　澤田吾一

三輪桓一郎　高橋豐夫　熊澤鏡之介　菊池鋏吉郎

外ニ工學協會ヨリ三名　計十六名

(54) Involution　自乘法

(55) Integration　積分法

(56) Locus　軌跡

(57) Least squares　method of,　最小二乘法

(58) Major axis　長軸

(59) Minor axis　短軸

(60) Mantissa　假數

(61) Mean　平均數、中數

(62) Mean proportional　比例中數

(63) Mensuration　算測法

(64) Metric system　米突法（メートル）

(65) Normal　法線

(66) Notation　記法

(67) Oval　卵形

(68) Parabola　拋物線

(69) Paraboloid　拋物線体

(70) Parallel　平行

(71) Parallelogram　平行四邊形

(72) Parallelopipedon　平行六面体

○社告

來ル明治十七年一月ノ定會ハ例ニ依リ十二日(第二土曜日)東京大學ニ於テ開會ス

○入社

常員　熊澤鏡之介

○退社

常員　鏡光照　　常員　堀江當三

常員　古家政茂

別員　林田雷次郎

數理遺玉(第六十號續)

又問曰一十九問之術用角中徑率平中徑率累圓術數條用ニ距斜冪率若角數多則求各率不容易是亦有術乎

答曰如左文

求角中徑術載在前編卷末即求面一寸之角中徑爲率自乘之得內減二分五厘餘平方開之爲平中徑率

此術雖非眞術不盡合于直數十位爲定用也關先生嘗考方圓之眞理始作微妙通玄之術爲乾坤二卷之書雖門弟不漫許傳之松永先生因乾坤之書作之角中徑平中徑及距而斜等之眞數捷術所先師深秘或不載之予亦因是設求二距斜冪率之眞數通術示四方之算士云爾

術曰置三十六個以角數冪除之爲一差置一個內減一差若不及減者反減爲負若恰盡則不求餘率右一加三個一率負者三得數名二加五個名三加七個率二差以下個內減一率名三加九個率名四如此逐加次々之奇數求各率乃各率有不盡者命分母子而用之

置一差乘一率一十二除之爲二差乘二率三十除之爲三差乘三率五十六除之爲四差乘四率九十除之爲五差乘五率一百三十二除之爲六差次第如此逐求各差　置四個內累減逐差若一率得負則減一差而累加二差以下得二距斜冪率合問

除率

一差	一十二	十一差	五百五十二
二差	三十〇	十二差	六百五十〇
三差	五十六	十三差	七百五十六
四差	九十〇	十四差	八百七十〇
五差	一百三十二	十五差	九百九十二
六差	一百八十二	十六差	一千一百二十二
七差	二百四十〇	十七差	一千二百六十〇
八差	三百〇六	十八差	一千四百〇六
九差	三百八十〇	十九差	一千五百六十〇
十差	四百六十二	二十差	一千七百二十二

平方零約術

久留島義太先生著

凡原積平方開之商數不盡雖止者治之用平方零約之術也其方視原積在一已上者直爲原積在一已下者進位爲原積乃進二位或進四位或六位八位等以偶數以求分母子而進位數二位進者爲一百四位進者爲一萬餘倣之平方開之以乘分母爲適原數

甲術曰置原實平方開之適商爲分子以一爲分母不盡名曰原法是甲段之弱倍分子爲原實數也

乙術曰置原以原實法除之商爲段數不盡爲段一以減原實餘爲乙實以段餘乘之加原法以原法除之爲乙強數　以段數乘甲分母又以段數乘甲分子加一爲乙分子

丙術曰置乙實以乙強數除之商爲段數不盡爲段餘以減原實餘爲丙實以段餘乘之加原位以乙強數除之爲丙弱數　以般數乘乙分母子加甲分母子爲丙分母子　次第如此得逐段分母子

(以下次號)

○附錄

東京數學會社々員錄

常員

東京府内ノ部

品川北馬場町三丁目百四番地　伊藤雋吉
牛込區山伏町二十九番地　伊藤直温
麻布區材木町四番地　磯野健
麴町區飯田町六丁目十六番地　岩永義晴
芝區露月町廿一番地鳴門義民方　市鄕弘義
牛込區矢來町一番地　早川義之
東京大學理學部　北條時敬
下谷區徒士町三丁目九十三番地　中條澄清
神田區裏猿樂町九番地　岡本則錄
芝區愛宕下町四丁目壹番地　大村一秀
深川區元加賀町十七番地中島鎌吉方　小野友五郎
下谷區練屏町十四番地　大森俊次
神田區淡路町二丁目九番地　神田孝平
麴町區富士見町二丁目六番地　川北朝鄰
小石川區表町五十一番地　高柳致知
神田區五軒町二十番地　田中矢德
神田區駿河臺東紅梅町八番地　田中正平
東京大學理學部　高橋豐夫
京橋區宗十町十一番地　土谷温齋
麴町區隼町十一番地　中牟田倉之助
麴町區有樂町二丁目二番地　中川將行
牛込區横寺町五十一番地　長嶺讓
麴町區富士見町二丁目六番地　長澤龜之助
本鄕區駒込蓬萊町三十一番地　中村宗次郎
麴町區三番町十九番地　中久木信順
麴町區三番町九番地　村岡範爲馳
本鄕區龍岡町五番地　熊澤鏡之介
牛込區北山伏町四十五番地　山本信實
牛込區揚場町八番地　谷田部梅吉
小石川區初音町四番地　山川健次郎
麻布區市兵衛町二丁目八十六番地　眞野肇
神田區中猿樂町四番地　福田半
北豐島郡金杉村二百二十二番地　古市公威
小石川區諏訪町十五番地　藤澤利喜太郎
芝區新錢座町十番地　近藤眞琴
神田區今川小路三丁目六番地　小林一知

芝區濱崎町四番地　小林桂
牛込區北山伏町四十六番地　駒野政和
京橋區新櫻田町十九番地　遠藤利貞
牛込區市ヶ谷田町二丁目三十六番地　寺尾壽
神田區錦町三丁目四番地　赤松則良
京橋區元數寄屋町四丁目四番地　荒川重平
芝區西ノ久保城山町四番地　荒井郁之助
神田區西小川町　安西卯太郎
芝區松本町四十四番地　荒尾卿
本鄕區弓町壹丁目七番地淺井道坪方　澤田吾一
日本橋區蠣殻町三丁目十一番地　菊池大麓
麴町區下二番町五十三番地　肝付兼行
日本橋區新龜島町　岸俊雄
麴町區上六番町四十六番地　菊池鍬吉郎
京橋區銀座二丁目十五番地　三浦清俊
神田區裏神保町二番地　三輪桓一郎
麻布區新網町十番地　白井正信
下谷區二長町十五番地　平岡道生
麴町區富士見町二丁目二十八番地　樋口藤次郎
麴町區平川町五丁目十四番地　關谷清景
小石川區餌差町二十二番地　鈴木圓

各府縣之部

大坂府北濱五丁目三十五番地　尾崎久藏
文部省直轄大坂中學校　吉田健吉
鹿兒島縣私立學校　向井嘉一郎
京都府中學校　山田正一
京都府師範學校　小出壽之太
茨城縣師範學校　堤野昇次郎
石川縣金澤堅町九十三番地　關口開

別員

東京府内ノ部

牛込區市ヶ谷甲良町三十五番地　萩原太郎
松井銀之助

各府縣之部

新潟縣新潟區南濱通二丁目井上宗植方　井上鍼穪
新潟縣新潟區上大川前通八番町卅番地　脇山百松
愛媛縣松山永木町十番地　渡邊政和
新潟縣越後國北蒲原郡新發田　高關八百千郎
岐阜縣山縣郡高木町五番地　塚原邦太郎

長野縣上伊那郡澤岡村三百九十八番地向山周平方　向山寅五郎

但馬豐岡中學校　野瀬田相次郎

滋賀縣大津上北岡町山岸嘉七方　野間小三郎

京都府下京區第十九組松原通中ノ町四百七十九番地　安井章八

兵庫縣神戸下山手通六丁目百七十五番地　木本常次郎

新潟縣新潟學校　杉浦忠昌

持主兼印刷人　樋口藤次郎

編輯人　菊池鍬吉郎

發行所　東京麹町區富士見町二丁目廿八番地　數學會社假事務所

賣捌所　東京芝區柴井町　松井忠兵衛

仝日本橋區本町三丁目　清水卯三郎

定價金拾錢