目錄

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ

一本號諸套ニ揭クル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル處ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサルモノハ編者ノ稿ナリ

一本號ニ記スル問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ之ヲ登錄スヘシ

一社外ト雖トモ投書スルヲ得然レトモ變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス

一凡ソ揭載セル問題、論說、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ

一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス

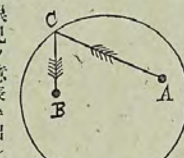
一集會ハ每月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス

一入社セント欲スルモノハ社則ニ從フヘシ

明治十五年三月　東京數學會社

套外

○廣問　社員村岡範爲馳君客月定會ニ於テ余ニ謂テ曰ク玆ニ一問題アリ此レ往日余ノ獨逸國ニアリシトキ魯國人某ニ聞ク處ノモノニシテ問意甚タ奇ナリ盖シ魯人某此題ヲ出シテ曰ク能ク之ヲ解スルモノアレバ賞スルニ金若干ヲ以テセント然ルニ當時該地ニアリテ能ク之ヲ解明シ得ル者アラザリキ爾後將ニ歸朝セントシ既ニ途ニ上リ一葉ノ汽船ニ駕シテ茫々タル萬里ノ波濤ヲ渡ルノ際聞散事ナク因テ此問題ヲ出シテ解義ヲ起ス然レトモ未タ全結ヲ得ズト乃チ其題ニ曰ク平圓盆アリ其面上ニ二彈丸ヲ定置シ今其彈丸ノ一ヲ取リ某方向ヲ以テ之ヲ打突シタレバ其彈丸展轉行進シテ盆緣ノ一點ヲ打チ反回シテ亦他ノ定彈丸ヲ打擊セリト云フ由テ其彈丸ノ打擊セシ盆緣ノ一點果シテ何レニアルヤヲ問フト〔以上君ニ聞ク處ノ概略ナリ〕今之ヲ詳言スレバ圖ニ於テABヲ圓盆上ニ定置セル二彈丸トシ今其一Aヲ取リ之ヲ打突シタルニ其彈丸盆面上ヲ轉行シテ盆緣ノ一點Cヲ擊チ反回シテ又Bヲ擊テリト云フ由テCノ位置ヲ求ムルモノナリ嗚呼問ヲ設クルノ意實ニ奇ナリ知ラス本邦ノ人亦奇解アリテ以テ能クC點ノ所在ヲ明カニシ碧眼兒ノ意表ニ出ル者果シテ誰ソ記シテ以テ之ヲ四方ノ算士ニ需ムト云爾



○「アルゼブラ」ノ字義　棣磨甘(ダモルガン)氏著ス處ノ代數學ヲ支那人ノ譯セルモノアリ其序文ニ曰ク代數學。西名阿爾熱巴拉。乃亞喇伯言。譯卽補足相消也。トアリ以テ其字義ノ存スル處ヲ見ルベシ

東京數學會社雜誌第四十五號

第一套

雜錄

○四次式ノ立体論(第二稿)　澤田吾一稿

第二章　截面ノ論　此立体ヲ $lx+my+nz=p$ ナル面ヲ以テ截斷スル事

今此截面ヲ求メントセハ先ツ(3)ナル原式ヲ他ノ縱横軸ニ移轉スルヲ以テ箇便トス卽チ新舊ノ原點相一致シテZ'軸ハ l m n ナル方向餘弦(ダイレクションコサイン)ヲ有シX'軸ハXY面ニ存シY'軸ハ右二軸ニ直角トス仍テ

X'軸ノ方向餘弦　$-\frac{m}{\sqrt{1-n^2}}$,　$\frac{l}{\sqrt{1-n^2}}$,　0.

Y'軸ノ…………　$-\frac{ln}{\sqrt{1-n^2}}$,　$-\frac{mn}{\sqrt{1-n^2}}$,　$\sqrt{1-n^2}$.

Z'軸…………　l,　m,　n.

故ニ

$$x=-\frac{m}{\sqrt{1-n^2}}x'-\frac{ln}{\sqrt{1-n^2}}y'+lz',$$

$$y=\frac{l}{\sqrt{1-n^2}}x'-\frac{mn}{\sqrt{1-n^2}}y'+mz',$$

$$z=\sqrt{1-n^2}\,y'+nz'.$$

(3)式ニ入レ換ルトキハ

$$\left\{\frac{\sqrt{1-n^2}}{c}y'+\frac{n}{c}z'\right\}^2=\left\{1-\left(-\frac{m}{a\sqrt{1-n^2}}x'-\frac{ln}{a\sqrt{1-n^2}}y'+\frac{l}{a}z'\right)^2\right\}\left\{1-\left(\frac{l}{b\sqrt{1-n^2}}x'-\frac{mn}{b\sqrt{1-n^2}}y'+\frac{m}{b}z'\right)^2\right\}\cdots\cdots(4)$$

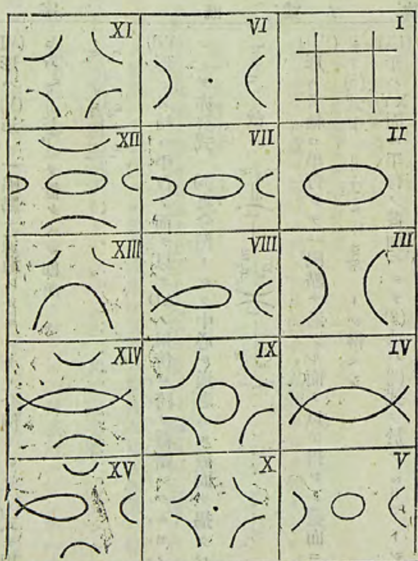
編者曰前式ハ上格中ノ末行ノ式ニ續ク者ナレトモ式長キユヘ止ムヲ得ス中間ニ之ヲ斷テリ看者諒セヨ

右ノ式ニ於テ z' ヲ p トセバ所求ノ截面ノ方程式ヲ得ベシ

故ニ又XY面ニ直角ノ面ヲ以テ斷切シ得タル截面ハ(4)式ニ於テ $z=0$ トセハ得ベシ卽チ

$$\frac{y^2}{c^2}=\left\{1-\frac{(-mx+lp)^2}{a^2}\right\}\left\{1-\frac{(lx+mp)^2}{b^2}\right\}\cdots\cdots(5)$$

而シテ截面ハ種々奇異ノ形狀ヲ顯ハス左ニ二三ヲ圖ス



其他種々變形アリト雖モ今之ヲ略ス

(I)形ハXY平面ヲ以テ截斷シタル者ニシテ四個ノ直線恰モ井字形ヲナス(3)式ニ於テ $z=0$ トセバ

$$\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)\left(1-\frac{y^2}{b^2}\right)=0,\quad 故ニ\quad x=a,\ y=b,\quad x=-a,\ y=-b,$$

(II)形ハABCD内ノ縦横截面ニシテ橢圓ナリ其証ハ前章ニ既ニ之ヲ明カニセルヲ以テ今略ス

(III)形ハABCD外ノ縦横截面ニシテ双曲線ナリ何者則チx或ハyハa或ハbヨリ大ナレユヘニx^2或ハy^2ハz^2ト異符ヲナスヲ以テナリ

(IV)形ハAD或ハBCトZ軸ヲ含メル得タル截面ニシテ二個ノ抛物線ナリ何トナレバ(5)式ニ於テ

$$l=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}},\quad m=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\quad p=0,$$ トセハ輙チ得ベシ

$$\frac{y^2}{c^2}=\left(1-\frac{x^2}{a^2+b^2}\right)^2\quad 即チ\quad \pm\frac{y}{c}=1-\frac{x^2}{a^2+b^2}\cdots\cdots(6)$$

(V)形ハZ軸ニ平行ノ面ヲ以テADノ一傍ヲ截斷シ得タル曲線ニシテ其公式ハ即チ(5)ナリ今一例トシテa b相等シク且ツ截面ADニ平行ストセバ下式ヲ得

$$\frac{y^2}{c^2}+\frac{x^2+p^2}{a^2}-\frac{(x^2-p^2)^2}{4a^4}=1\cdots\cdots(7)$$

(VI)形ハ(V)形ノ一隅點ヲ通過スルモノナリ今例トシテ(7)式ヲ用ヒバ $p^2=2a^2$ ヲ置クベシ即チ

$$\frac{y^2}{c^2}+2\frac{x^2}{a^2}-\frac{x^4}{a^4}=0\cdots\cdots(8)$$

(VII)形ハZ軸ニ平行ノ面ヲ以テADノ兩傍ニ跨リ截斷シタルモノニシテ亦公式ハ(5)也今例トシテ中心ヲ通過スル截面ヲ掲ケバ

$$p=0\quad 故ニ\quad \frac{y^2}{c^2}=\left(1-\frac{m^2x^2}{a^2}\right)\left(1-\frac{l^2x^2}{b^2}\right)\cdots\cdots(9)$$

(VIII)形ハZ軸ニ平行シテ一隅點ヲ過グル面ヲ以テ得タル截面ニシテ(5)式中 $p=\pm(la\pm mb)$ トシ得ベシ

(IX)形ハXY面ニ平行ノ截面ニシテ(2)或ハ(3)式ニ於テ $z=p$ トシ得ベシ即チ

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2y^2}{a^2b^2}=1-\frac{p^2}{c^2}\cdots\cdots(10)$$

(X)形ハ(IX)形ニ於テpトcト相等シキトキヲ示スモノナリ即チ

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2y^2}{a^2b^2}=0\cdots\cdots(11)$$

(XI)形ハ(IX)ニ於テpハcニ越ルモノナリ即チ

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2y^2}{a^2b^2}=-\left(\frac{p^2}{c^2}-1\right)\cdots\cdots(12)$$

(XII)形ハ(4)式ヲ以テ顕ハスヘキ曲線ナリ今一例トシテX軸ヲ含

メル截面ノ式ヲ示ス即チ $p=0,\ l=0,$ ナリ仍テ

$$\frac{x^2}{a^2}+\left(\frac{m^2}{c^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)y^2-\frac{n^2x^2y^2}{a^2b^2}=1\cdots\cdots(13)$$

(XIII)形ハABヲ通過スル或ル面ニヨリテ得タルモノニシテ $l=0,\ p=ml,$ トス即チ

$$\left\{\frac{m}{c}y+\frac{nm}{c}p\right\}^2=\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)\left\{1-\left(-\frac{n}{p}y+m^2\right)^2\right\}\cdots\cdots(14)$$

(XIV)形ハAD線ヲ過ル或平面ニヨリテノ截面ニシテ $-m:l::a:b$ ナル關係ヲ以テ(4)式ニ入レ換ヘ且ツpヲ零トスベシ即チ

$$\frac{1-n^2}{c^2}y^2=\left\{1-\frac{\left(x-\frac{bn}{a}y\right)^2}{a^2+b^2}\right\}\left\{1-\frac{\left(x+\frac{an}{b}y\right)^2}{a^2+b^2}\right\}\cdots\cdots(15)$$

(XV)形ハ一隅點ヲ過ル或面ニヨリテ得タル截面ニシテ(4)式ニ於テ $p=\pm(la\pm mb)$ ヲ置クトキハ輙チ得ベシ

(以下嗣出)

第二套

問題解義

一

第十五號六套ノ六別解　　菊地大麓解

抛物線ノ方程式ヲ $y^2=4ax$ トシPQヲ一弦トスm m'ヲPQニ於テノ切線トxノ軸ト交角ノ正切トス然レハPノ横縦線ハ $\frac{a}{m^2},\ \frac{2a}{m}$ ニシテQノ横縦線ハ $\frac{a}{m'^2},\ \frac{2a}{m'}$ ナリ故ニ中點ノ横縦線ハ

$$x=\frac{a}{2}\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{m'^2}\right),\quad y=a\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{m'}\right)\cdots\cdots(1)$$ ナリ

今問題ニ於テlヲ等長トセバ

$$a^2\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{m'^2}\right)^2+4a^2\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{m'}\right)^2=l^2,$$

即チ $$a^2\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{m'}\right)^2\left\{\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{m'}\right)^2+4\right\}=l^2\cdots\cdots(2)$$

今(1)式ニ由テ $\frac{y}{a}=\frac{1}{m}+\frac{1}{m'},\quad \frac{y^2}{a^2}-\frac{2x}{a}=\frac{2}{mm'}$ ヲ得故ニ(2)式ニ由テ左式ヲ得

$$\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{m'}\right)^2=\frac{4x}{a}-\frac{y}{a^2}=-\frac{y^2-4ax}{a^2}.$$

$$(y^2-4ax)(y^2+4a^2)=a^4l^2$$

即チ求ムル處ノ跡線ノ式ニシテ四次ノ曲線タルヲ知ルベシ

二

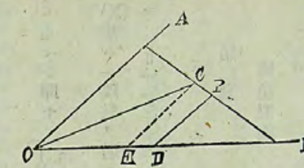
第十九號五套ノ一

獨來氏幾何圓錐曲線法第三十九章ニ由レバ橢圓相屬徑ノ各端ノ切線ニ由テ生スル平行邊形ノ面積ハ橢圓長短徑相乘ニ等シ故ニ半長短徑ヲa bトスレバ$4ab$其平行邊形ノ面積ナリ今相屬徑ノ各端ヲ連ヌル線ニ由テ生スル平行邊形ハ前ノ平行邊形ノ半ニシテ其面積ハ$2ab$ナリ之ヲ橢圓面積πabニ比較シ

以テ題言ヲ證スベシ

三

第十九號五套ノ六



二直線AOBOヲ兩軸トシ任直線ノ中點ヲPトシ其縱橫線ヲx yトスレバ次ノ如シ

$OC=p,\quad PD=y,\quad OD=x,$

$\angle AOB=2\alpha,\quad \angle COE=\alpha,$ ナルユヘ

$2m\cos\alpha=p$ 〔但シ $OE=CE=m$ トス〕

$\therefore\ m=\dfrac{p}{2\cos\alpha}\cdots\cdots(1)$

$x:y::2x-m:m$

$\therefore\ m(x+y)=2xy$ 之レニ(1)ヨリmヲ入ルレバ

$\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{4\cos\alpha}{p}$，卽チ答ニ合ス

四

第二十三號三套ノ七　　白井正信解

橢圓ノ中心ヲ原點トスレバ其極式ハ $r=\dfrac{b}{\sqrt{1-e^2\cos^2\theta}}$．ニシテ今其中心ヨリ周ニ至ル無數直線ノ平均數ヲ$u$トスレバ

$$u=\frac{\int\frac{bd\theta}{\sqrt{1-e^2\cos^2\theta}}}{\int d\theta}$$

但シθノ極限ハ零及ビ$\frac{\pi}{2}$トス由テ

$$u=\frac{2b}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-e^2\cos^2\theta)^{-\frac{1}{2}}d\theta\cdots\cdots(A),$$

今此括弧內ノ式ヲ合名法ニ由テ開散スレバ

$$(1-e^2\cos^2\theta)^{-\frac{1}{2}}=1+\frac{1}{2}e^2\cos^2\theta+\frac{3}{8}e^4\cos^4\theta+\frac{5}{16}e^6\cos^6\theta+\cdots\cdots$$

之ヲ(A)式ニ入ルレバ

$$u=\frac{2b}{\pi}\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta+\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^2\cos^2\theta\,d\theta+\frac{3}{8}\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^4\cos^4\theta\,d\theta+\frac{5}{16}\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^6\cos^6\theta+\cdots\cdots\right]$$

此式ノ各項ヲ積分シテ次式ヲ得

$$u=2b\left(\frac{1}{2}+\frac{e^2}{8}+\frac{9e^4}{128}+\frac{25e^6}{512}+\cdots\cdots\right)$$ 答トス

編者曰第二十四號ニ掲グル答式中括弧內第三項ノe^2ハe^4ノ誤ナルベシ

五

第二十五號三套ノ七　　伊藤直温解

左長ヲa右長ヲb左徑ヲF右徑ヲF_1中徑ヲM圓柱徑ヲDトシ併合面ノ中心ヲ原點トスレバ右方拋物線ノ式ハ

$y^2=p(b+q-x)$ ニシテ $\dfrac{M^2}{4}=p(b+q),\ \dfrac{F_1^2}{4}=pq,$

ノ兩式ヨリpトqトヲ求メ式中ニ用ユレバ

$$y^2=\frac{M^2-F_1^2}{4b}\left(b+\frac{bF_1^2}{M^2-F_1^2}-x\right)$$

$$=\frac{1}{4b}\{bM^2-(M^2-F_1^2)x\}$$ ナリ而シテ右方休積ヲ

V_1トシ原點ヨリ其重心ニ至ルノ長ヲ$\bar{x}_1$トスレバ

$$V_1=\pi\int_0^b y^2dx=\frac{\pi}{4b}\int_0^b\{bM^2-(M^2-F_1^2)x\}dx$$

$$=\frac{\pi b}{8}(M^2+F_1^2),$$

$$\bar{x}_1=\frac{\pi\int_0^b xy^2dx}{\pi\int_0^b y^2dx}=$$

$$\frac{2}{b^2(M^2+F_1^2)}\int_0^b\{bM^2x-(M^2-F_1^2)x^2\}dx$$

$$=\frac{b(M^2+2F_1^2)}{3(M^2+F_1^2)},$$

又左方未穿ノ截頭拋物線休積ヲVトシ原點ヨリ其重心ニ至ルノ長ヲ$-\bar{x}$トスレバ前式ヲ對換シテ次式ヲ得

$$V=\frac{\pi a}{8}(M^2+F^2),\qquad \bar{x}=\frac{a(M^2+2F^2)}{3(M^2+F^2)},$$

而シテ又穿空圓柱積ヲV_2トスレバ $V_2=\frac{1}{4}\pi aD^2$ ニシテ其重心ハ其長ノ中央ニアリ

此ニ於テ錘重ヲxト命シ一直杆ニ數重ヲ鉤リ其平均ヲ求ムル理ニ由レバ

$\bar{x}_1V_1W_1=\bar{x}VW-\dfrac{a}{2}V_2W+ax$ ニシテ卽チ

$$\frac{\pi b^2W_1(M^2+2F_1^2)}{24}$$

$$=\frac{\pi a^2W(M^2+2F^2)}{24}-\frac{\pi a^2WD^2}{8}+ax$$ 故ニ

$$x=\frac{\pi}{24a}\{b^2W_1(M_1^2+2F_1^2)-a^2W(M^2+2F^2-3D^2)\}.$$

六

第二十五號三套ノ八　　同

球缺ノ頂點ヲ原點トスレバ外拋物線ノ式ハ $y^2=p(h-x)$ ニシテ $a^2=p(h-b)$ ヨリpヲ求メ式中ニ用ユレバ

$$y^2=\frac{a^2}{h-b}(h-x),$$

又內拋物線ノ式ハ $y^2=\dfrac{a^2}{h-b}(h-c-x)$ ナリ而シテ原點ヨリ該穿空休ノ重心ニ至ルノ長ヲ$\bar{x}_1$トスレバ

$$\bar{x}_1=\frac{\pi\int_b^h xy^2\,dx-\pi\int_b^{h-c}xy^2\,dx}{\pi\int_b^h y^2\,dy-\pi\int_b^{h-c}y^2\,dx}$$

$$=\frac{\int_0^h (h-x)x\,dx-\int_b^{h-c}(h-c-x)x\,dx}{\int_b^h (h-x)\,dx-\int_c^{h-c}(h-c-x)x\,dx}$$

$$=\frac{3h^2-3ch-3b^2+c^2}{3(2h-2b-c)}=\bar{x}+b$$ ト定ム(以テ$\bar{x}$ヲ求ムレバ即チ答式中ニアルガ如シ)

又圓式ハ　$y^2=2rx-x^2$　ニシテ　$a^2=2rb-b^2$　ヨリrヲ求メ式中ニ用ユレバ　$y=\dfrac{a^2+b^2}{b}x-x^2$　トナル而シテ原點ヨリ該球缺ノ重心ニ至ルノ長ヲ$\bar{x}_2$トスレバ之ヲ求ムルノ式ハ本題ノ末文ニ矢ニ正交スル各層重量ノ比ハ頂點即チ矢ノ一端ヨリ各層周ニ至ル距離自乘ノ比ニ等シトアルヲ以テ

$$\bar{x}_2=\frac{\pi\int_0^b xy^2(x^2+y^2)dx}{\pi\int_0^b y^2(x^2+y^2)\,dx}$$

$$=\frac{\int_0^b\left(\frac{a^2+b^2}{b}x-x^2\right)x^2\,dx}{\int_0^b\left(\frac{a^2+b^2}{b}x-x^2\right)x\,dx}=\frac{3b(5a^2+b^2)}{5(4a^2+b^2)}=g'$$

トス此ニ於テ原點ヨリ合体ノ重心ニ至ルノ長ヲGト命スレバ

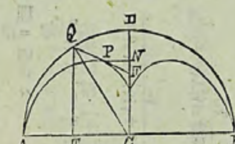
$$G=\frac{MW\bar{x}_1+NW\bar{x}_2}{MW+NW}=\frac{M(b+g)+Ng'}{M+N}$$ ナリ

但シ該答式幷ニg'ハ少シク第二十六號ニ掲クルモノト異ナル處アリ

七

第二十八號二套ノ三

CQヲ半徑トシCDヲEQノ平行線トシPヲ回光線ト曲線ト相切スルノ點トス而シテQPヲCDニFニ於テ過ハシメPNヲCDニ垂線ニ書キCQヲRトシCNヲx、PNヲy、QCD變角ヲθトス



則チ光學ノ理ニ由テCQ線ハ必スEQF角ヲ平分ス而シテ此角ハQFD角ニ等シ則チQCFトCQFトノ二角ノ和ニ等シ故ニ其CQF角トQCF角ト相等シク其QFD角ハ2θニ等シ惟フニ三角法ノ理ニ依リ

$$CF=\frac{\sin CQF}{\sin CFQ}\times CQ=\frac{\sin\theta}{\sin 2\theta}R,$$

$$NF=\frac{\cos PEN}{\sin PEN}\times PN=\frac{\cos 2\theta}{\sin 2\theta}y$$

$$\therefore x=CF+NF=\frac{\sin\theta}{\sin 2\theta}R+\frac{\cos 2\theta}{\sin 2\theta}y$$

$$\therefore y=\frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}x-\frac{\sin\theta}{\cos 2\theta}R\quad\cdots\cdots\cdots(P)$$

此(P)式ヲ以テ　$y=\alpha x+\beta$　ナル公式ニ比スレバ則チ

$$\alpha=\frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta},\quad \beta=-\frac{\sin\theta}{\cos 2\theta}R,$$

$$\therefore\frac{d\alpha}{d\theta}=\frac{2}{\cos^2 2\theta},\quad \frac{d\beta}{d\theta}=-\frac{\cos\theta}{\cos 2\theta}R-\frac{2\sin\theta\sin 2\theta}{\cos^2 2\theta}R,$$

故ニ　$\dfrac{d\alpha}{d\theta}x+\dfrac{d\beta}{d\theta}=0$　ナル公式ニ從ヒ

$$\frac{2x}{\cos^2 2\theta}=\left[\frac{\cos\theta}{\cos 2\theta}+\frac{2\sin\theta\sin 2\theta}{\cos^2 2\theta}\right]R\quad\cdots\cdots\cdots(Q)$$

(P)(Q)兩式ヨリ　$x=\left(\frac{1}{2}\cos\theta\cos 2\theta+\sin\theta\sin 2\theta\right)R,$

$$y=\left(\frac{1}{2}\cos\theta\sin 2\theta-\cos 2\theta\sin\theta\right)R$$

惟フニ　$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta,$

$\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1=1-2\sin^2\theta$　ナルニヨリ又

$x=\frac{1}{2}\cos\theta(1+2\sin^2\theta)R,$　$y=\sin^3\theta R$　ヲ得即チ復擺線ノ方程式ナリ

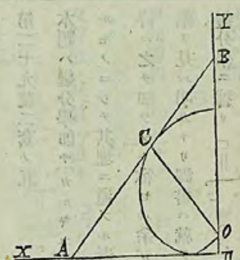
今其線長ヲSトスレバ次ノ如シ

$$S=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{dx^2+dy^2}=3R\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta\,d\theta=3R\left(-\cos\theta\right)_0^{\frac{\pi}{2}}$$

之レヨリ3Rヲ得即チ答ニ合セリ

八

第二十八號二套ノ六　　白井正信



圖ニ於テ　$\angle COB=\theta$　トスレバ　$AD=\frac{3a}{2}\cot\frac{\theta}{2}$　ニシテ　$\angle A=\frac{3\theta}{2}$　ナリ

又ABヲuト命スレバ

$$u=AD\sec A=\frac{3a}{2}\cot\frac{\theta}{2}\sec\frac{3\theta}{2}$$

$$\therefore u=\frac{3a}{2\sin\frac{\theta}{2}\left(1-4\sin^2\frac{\theta}{2}\right)}\quad\cdots\cdots\cdots(A)$$

今uヲ微分シ其微係數ヲ零トスレバ

$8\sin^2\frac{1}{2}\theta-1+4\sin^2\frac{\theta}{2}=0,$　$\therefore\sin^2\theta=\frac{1}{12},$

$\sin\frac{1}{2}\theta=\frac{1}{2\sqrt{3}},$　$\cos\frac{1}{2}\theta=\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{3}}$

今此各價ヲ(A)式ニ代用シ　$u=\frac{9a}{2}\sqrt{3}$　ヲ得答ニ合ス

九

第二十八號二套ノ十二

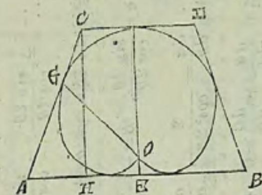
題意ヲ按スレバ四圓ハ其頂點ヲ拋物線ノ頂點ニ切スル處ロノ最大ナルモノナレバ此二曲線ノ頂點ノ曲率圓ハ相等シ今通徑

ヲ$4a$トスレハ拋物線ノ方程式ハ $y^2=4ax$ ニノ曲率半徑ノ公式 $\rho=\dfrac{\left\{1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}{\dfrac{d^2y}{dx^2}}$, ニ據ルキハ $\rho=\dfrac{2(\sqrt{a+x})^3}{\sqrt{a}}$ ヲ得然ルニ頂點ニ於テハ $x=0$ ナルユヘ $\rho=2a$ 即チ曲率圓ノ徑ハ通徑ニ等シ又凹圓ノ頂點ノ曲率半徑ハ前號問題解義第七條ニ據ルキハ凹圓中軸徑ノ三分ノ二ニ等シ故ニ中軸徑ヲRトスレハ

$\frac{2}{3}R=2a$　$\therefore$　$R=3a$　ナルヲ以テ通徑ノ四分ノ三ナルヿ明昭タリ

十

第二十八號二套ノ十三　白井正信解



此圖ニ於テOFヲ$4r$トシGOF角ヲθトスレバ

$EF=\frac{9}{2}r$,　$AB=3r\cot\frac{\theta}{2}$ ……(A)

又 $CD=2(AE-AH)$ ナリ

今 $AH=CH\cot A=\frac{9}{2}r\cot\frac{3\theta}{2}$,

$\therefore$ $CD=3r\left(\cot\frac{\theta}{2}-3\cot\frac{3\theta}{2}\right)$,

今此梯形ノ積ヲuト命スレバ則チ

$u=\frac{1}{2}EF(AB+CD)$ ナルユヘ次ノ如シ

$u=\frac{27}{4}r^2\left(2\cot\frac{\theta}{2}-3\cot\frac{3\theta}{2}\right)$,

今uヲ微分シ其微係數ヲ零トスレハ

$\frac{27}{4}r^2\left(\dfrac{9}{2\sin^2\frac{3}{2}\theta}-\dfrac{1}{\sin^2\frac{\theta}{2}}\right)=0$　之ヲ變シテ

$9\sin^2\frac{\theta}{2}=2\sin^2\frac{3}{2}\theta$.　平方ニ開キ且ツ之ヲ變シ又過乘ヲ省キ

$3=\sqrt{2}\left(4\cos^2\frac{\theta}{2}-1\right)$,

$\therefore$ $\cot\frac{\theta}{2}=\dfrac{\sqrt{4\sqrt{2}+5}}{\sqrt{3}}$　之ヲ(A)式ニ入レ

$AB=r\sqrt{12\sqrt{2}+12}$　ヲ得答ニ合ス

十一

第二十九號二套ノ五

本題ハ變分學卽チ「カルキユルス、オフ、バリエーシヨンス」ニ屬スルモノニシテ其理ニ通スル者ニアラザレバ解シ易シトセズ尙詳ニ之ヲ知ラント欲セバ余ガ譯述スル處ノ突氏積分學第十五編ヲ見バ明カナリ譯書ニ就テ講習スル者ニ告ルノミ

變分學ニ據リ　$U=\int_{x_0}^{x_1}y\,dx$,　$W=\int_{x_0}^{x_1}\sqrt{(1+p^2)}dx$,

今 $V=y+a\sqrt{(1+p^2)}$ トシ以テ $\int_{x_0}^{x_1}V\,dx$ ノ極大ヲ搜索スベシ然ルニ此積分式中ニハy及ビpノミヲ含ムヲ以テ其極

大ナルキハ必ス $V=Py+C_1$ ナリ之ヲ詳言スレバ

$y+a\sqrt{(1+p^2)}=\dfrac{ap^2}{\sqrt{(1+p^2)}}+C_1$　即　$y+\dfrac{a}{\sqrt{(1+p^2)}}=C_1$

由テ　$1+p^2=\dfrac{a^2}{(C_1-y)^2}$,　故　$\left(\dfrac{dx}{dy}\right)^2=\dfrac{1}{p^2}=\dfrac{(C_1-y)^2}{a^2-(C_1-y)^2}$,

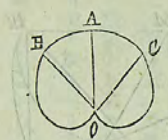
之ヲ積分シ　$x+c_2=\sqrt{\{a^2-(C_1-y)^2\}}$,

乃所謂曲線ハ圓ノ弧ナリ故ニ求ムル處ノ面積ハ圓ノ一象限ナルヲ以テ今其半徑ヲrトスレバ次ノ如シ

$\frac{r^2\pi}{2}=a$　之ヲ自シ　$\frac{r^4\pi^2}{4}=a^2$　$\therefore$　$\frac{r^4\pi}{4}=\frac{a^2}{\pi}$　乃証トス

十二

第三十六號三套ノ四　白井正信解



圖ニ於テOヲ原點トシAOヲ中軸徑OB及ビOCハ同長ノ斜線ニシテ凹圓周ヲB及ビCニ於テ三等分スル者トス

又AOC角ヲθトシAOヲ$4r$トスレバ凹圓ノ性質ニ由リC點ノ縱橫線ハ

$x=4r\cos^2\frac{1}{2}\theta\cos\theta$,

$y=4r\cos^2\frac{1}{2}\theta\sin\theta$,

今BCナル曲線長ヲ求メンニハACノ長ヲ求メ之ヲ倍スベシ其演算次ノ如シ

今x yノ微分ヲ求メ之ヲ $S=\sqrt{(dx)^2+(dy)^2}$ ……(A) ナル求周ノ公式ニ入レ $S=4r\int\cos\frac{1}{2}\theta\,d\theta$ ヲ得之ヲ積分シθノ極限ヲ零及ビθトシ $S=8r\sin\frac{1}{2}\theta$　$\therefore$　$BC=16r\sin\frac{1}{2}\theta$ ……(B)

又凹圓周ハ$16r$ナルユヘ $BC=\frac{16}{3}r=16r\sin\frac{1}{2}\theta$,

$\therefore$ $\sin\frac{1}{2}\theta=\frac{1}{3}$

又凹圓ノ性質ニ由リ　$OC=2r(1+\cos\theta)=4r\left(1-\sin^2\frac{1}{2}\theta\right)$

$\therefore$ $OC=4r\left(1-\frac{1}{9}\right)=\frac{32}{9}r$　乃チ答ニ合ス

十三

第三十八號三套大村君出題第二ノ解

圖ニ於テEQNCヲ凹圓半面トシEPBFOヲ孔尖圓半面トス先ツ其方程式ヲ求ムベシ

EF卽チ孔尖圓ノ縱徑ヲaトシ其橫徑ヲbトス故ニOBハ$\frac{b}{2}$ナリ又

$CM=p$,　$QM=q$,　$\angle ECQ=\theta$,　$CE=4r$,

トスレバ凹圓ノ理ヲ按シ $CD=\frac{r}{2}$ 及ビ $CN=2r$ ニシテ

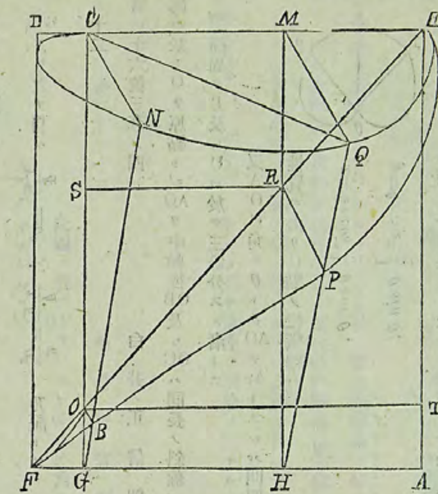
$p=4r\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\theta$,　$q=4r\cos^2\frac{\theta}{2}\sin\theta$ ………(1)

ナリ又　$DF=h$,　$RH=m$,　$PR=y$,　$OR=x$　トシ之ヲ推究スルヿ次ノ如シ

FGΘ及ビFAE兩三角形ヨリ　$FG:OG::FA:EA$　卽チ

$\frac{r}{2}:OG::\frac{9}{2}r:h$　$\therefore$　$OG=\frac{1}{9}h$,　$\therefore$　$OC=\frac{8}{9}h$,

此ニ由テ OF$=\frac{1}{9}a$, OE$=\frac{8}{9}a$, ナリ



又GOB及ビGCN兩三角形ヨリ GO : OB :: GC : CN 卽チ $\frac{1}{9}h : \frac{b}{2} :: h : 2r$ ∴ $b=\frac{4}{9}r$……(2)

又FGO及ビFHR兩三角形ヨリ FH : RH :: FG : OG 卽チ $\frac{r}{2}+P : m :: \frac{r}{2} : \frac{1}{9}h$, ∴ $m=\frac{h}{9r}(r+2p)$……(3)

又OET直三角形ヨリ $\frac{64}{81}h^2=\frac{64}{81}a^2-16r^2$

∴ $h^2=a^2-\frac{81}{4}r^2$ ∴ $h=\frac{1}{2}\sqrt{4a^2-81r^2}$……(4)

之ヲ(3)ニ入レ $m=\frac{1}{18r}(r+2p)\sqrt{4a^2-81r^2}$……(5)

又HRP及ビHMQ兩三角形ヨリ HR : PR :: HM : QM 卽チ $m : y :: h : q$ ∴ $y=\frac{m}{h}q$ 之レニ(1)(4)(5)ヨリ q m h ノ當價ヲ入ルレバ

$$y=\frac{4}{9}r\cos^2\frac{\theta}{2}\sin\theta\left(1+8\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\theta\right),$$

(2)ヲ參考シテ前式ヲ變スレバ

$$y=b\cos^2\frac{\theta}{2}\sin\theta\left(1+8\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\theta\right)\text{……(6)}$$

又ORS及ビOEC兩三角形ヨリ OR : RS :: OE : EC 卽チ $x : P :: \frac{8}{9}a : 4r$ ∴ $x=\frac{2}{9r}ap$ 之レニ(1)ヨリPヲ入レ次式ヲ得

$$x=\frac{8}{9}a\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\theta\text{……(7)}$$

此(6)及ビ(7)ヲ孔尖圓ノ方程式トス

(7)ヲ微分シ且ツ之ヲ變スレバ

$$dx=\frac{8}{9}a\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}\left(1-4\cos^2\frac{\theta}{2}\right)$$

今其面積Aヲ求メンカ爲メ $A=-2\int y\,dx$ ナル公式ニ其當價ヲ入レ且ツ之ヲ變スレバ

$$A=+\frac{32}{9}ab\int\cos^4\frac{\theta}{2}\left(1-\cos^2\frac{\theta}{2}\right)\left(1-4\cos^2\frac{\theta}{2}\right)^2d\theta,$$

今此括弧ヲ去リ之ヲ化シテ次式ヲ得

$$A=-\frac{64}{9}ab\int\Big\{\cos^4\frac{\theta}{2}-13\cos^6\frac{\theta}{2}+60\cos^8\frac{\theta}{2}$$

$$-112\cos^{10}\frac{\theta}{2}+64\cos^{12}\frac{\theta}{2}\Big\}d\frac{\theta}{2}$$

之ヲ積分スレバ左ノ如シ

$$A=-\frac{64}{9}ab\Big\{\frac{16}{3}\cos^{11}\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}-\frac{16}{3}\cos^9\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$+\frac{3}{2}\cos^7\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}-\frac{5}{12}\cos^5\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}-\frac{13}{48}\cos^3\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$-\frac{13}{32}\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}-\frac{13\theta}{64}\Big\}$$

是ニ於テθノ極限ヲ零及ビπトシ $A=\frac{13}{9}\pi ab$ ヲ得術ニ合ス

十四

第三十九號二套大村若出題第五ノ解

尖四圓ノ縦線ハ $y=b\sin^2\frac{\theta}{2}\sin\theta\left(1+\sin^2\frac{\theta}{2}\cos\theta\right)$ 之ヲ變シ

$y=\frac{1}{4}b\sin^3\theta(2-\cos\theta)$ ナリ

今yノ極大ヲ求メンカ爲メ其θニ係リタル微係數ヲ求メ之ヲ零トスレバ $\sin^2\theta+3(2-\cos\theta)\cos\theta=0$ 之ヲ變シ

$\cos^2\theta-\frac{3}{2}\cos\theta=\frac{1}{4}$

二次方程式ノ公則ニヨリ $\cos\theta=\frac{3}{4}\pm\frac{\sqrt{13}}{4}$ 今此式ヲ考フルニ後項ノ正號ヲ取レバθ角ノ餘弦ハ一ヨリ大ナルヲ以テ必ス負號ヲ取リ $\cos\theta=-\frac{\sqrt{13}-3}{4}$ ナルベシ

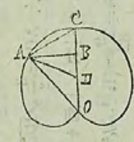
故ニ $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}\sqrt{\sqrt{13}-1}}{4}$ ニシテ之ヲyニ入レ

$y=\frac{3b}{128}\sqrt{78\sqrt{13}+210}$ ヲ得之ヲ倍シ

$\frac{3b}{64}\sqrt{78\sqrt{13}+210}$ ヲ最大横徑トス卽チ術文ニ合ス

十五

第四十號二套ノ二十八　白井正信解



圖ニ於テCOヲ中軸徑$4r$ AB ヲ y, OB ヲ x ADヲ法線BDヲ次法線トシ又 $\angle AOC=\theta$ トス　然ルトキハ凹圓ノ性質ニ由リ

$$x=p\cos\theta,\ y=p\sin\theta,\ p=2r(1+\cos\theta)$$

∴ $\cos\theta=\frac{p}{2r}-1$……(1)　∴ $\sin\theta=\frac{1}{2r}\sqrt{4rp-p^2}$……(2)

今求ムル處ノ三角積ヲuトスレバ $u=\frac{1}{2}y^2\frac{dy}{dx}$……(3)

(1)(2)式ヨリθヲx y式ニ入レ之ヲ微分スレバ

$$dx=\frac{p-r}{r}dp,\quad dy=\frac{p(3r-p)dp}{r\sqrt{4rp-p^2}},$$

此各價ヲ(3)式ニ入レ其微係數ヲ零トスレバ

$$60r^2p-28p^2r+4p^3-42r^3=0,$$

pノ代ニ $2r(1+\cos\theta)$ ヲ入レ又 $(1+\cos\theta)=m$ トスレバ

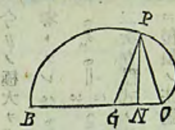
$$m^3-\frac{7}{2}m^2-\frac{15}{4}m-\frac{21}{16}=0$$

論理方程式ニ由リ第二項ヲ缺脱セシメ三次式ニ據リ

$\cos\bar{\theta}=\frac{1}{12}\left(\sqrt[3]{98+18\sqrt{17}}+\sqrt[3]{98-18\sqrt{17}}-12\right)$ ヲ得

十六

第四十號二套ノ二十九



圖ニ於テBPOヲ等圓轉軌線半面トシBOヲ中軸徑Gヲ重心點トス今中軸徑ヲ$4r$トスレバ第二十九號問題解義第十條ニ據リ

$OG=\frac{8r}{5},\quad BG=\frac{12r}{5},$

今POB角ヲθトシP點ノ縱横線ヲ$x\ y$トスレバ　$x=4r\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\theta,\quad y=4r\cos^2\frac{\theta}{2}\sin\theta,$

今GトPトノ距離ノ自乘ヲuトスレバ

$u=16r^2\cos^4\frac{\theta}{2}\sin^2\theta+\left(\frac{9r}{5}-4r\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\theta\right)^2.$

今uノ極大ヲ探ランカ爲メ　$\frac{du}{d\theta}=0$　トスレバ

$3\cos^2\frac{\theta}{2}-2=0,\quad \therefore\ \cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{2}{3}\quad \sin^2\frac{\theta}{2}=\frac{1}{3}$

然ルニ求周ノ公式$\int\sqrt{dx^2+dy^2}$ニ據リ求ムル處ノ周ノ長サハ

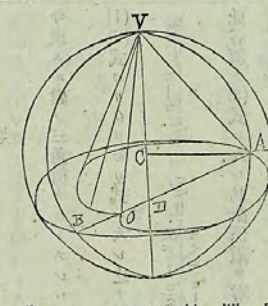
$\int 8r\cos\frac{\theta}{2}\,d\frac{\theta}{2}=8r\sin\frac{\theta}{2}$　ニシテ之ヲ零及ヒ　$2\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$

ナル極限間ニ取リ　$\frac{8}{3}r\sqrt{3}$　ヲ求ムル處ノ面積重心ヲ距ル最モ遠キP點ト頂點Bトノ間ニ夾有スル曲周長トナス

編者曰此題ノ答ハ第四十一號ニ揭クルモノト異ナリ題者可否ヲ叱教アレ

十七

第四十號二套大村君出題第七ノ解



圖ニ於テCハ球ノ中心Vハ凹圓錐ノ頂點AOハ凹圓ノ中軸徑トスレバ該凹圓ハAB徑ヲ有スル圓ト最モ密ニ切スルコトハ前號問題解義第七條ニ據ルキハODハBD或ハADノ半ナリ今球徑ヲR錐高VDヲhトスレバACD直三角形ニヨリ　$AD=BD=\sqrt{Rh-h^2}$

$\therefore\ AO=\frac{3}{2}\sqrt{Rh-h^2}$　ニシテ凹圓面積ニ高hヲ乘シタルモノ、三分ノ一即チ凹圓錐体積ヲuトスレバ

$u=\frac{9}{32}\pi(Rh^2-h^3)$　ナリ

今uノ極大ヲ探ランカ爲メhニ係リテ之ヲ微分シ其微係數ヲ零トスレバ　$2hR-3h^2=0\quad \therefore\ h=\frac{2}{3}R$　ヲ得合術文

編者曰白井正信君ヨリ第三十七號二套ノ八同號同套ノ九第四十二號二套ノ五以上五題ノ解ヲ投セラレタリ

第三套

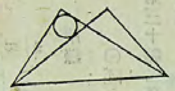
設問

一　假如ハ某一點ヨリ數多ノ彈丸ヲ取リ同速ヲ以テ拋出スルニ若シ同一ノ垂直面ノ各方向ニ行カシムレハ若干秒時ヲ歷テ各彈行テ一圓周上ニアリト云フ又若シ同一ノ垂直面中ニ限ラス上下左右前后ニ論ナク四方八方ニ拋出スレハ各彈若干秒時ノ後共ニ一球周面中ニアリト云フ其証如何

二　同上各拋物線ノ頂點ノ軌跡ハ同一ノ垂直面中ニ限ルト否ラザルトニヨリテ橢圓線或ハ其短徑ヲ軸トシ旋轉シタル橢圓体ノ表面ヲナスヘシ証如何

三　　　大村一秀

長方形ノ紙片ヲ斜截シテ圖ノ如ク一小圓ヲ容ルアリ縱横邊x yヲ已知シ小圓半徑rヲ求ムレバ



$r=\frac{y}{2x}(x-y)$　ナリ起原如何

第四套

第四十四號答式

第三　P點ノ轉跡ニ係ル者ハ

$x=8a\cos^3\frac{1}{2}\phi\cos\frac{3}{2}\phi,$

$y=8a\cos^3\frac{1}{2}\phi\sin\frac{3}{2}\phi,$

Q點ノ轉跡ニ係ルモノハ

$x=24a\sin^2\frac{1}{2}\phi\cos\frac{1}{2}\phi\cos\frac{3}{2}\phi+4a,$

$y=24a\sin^2\frac{1}{2}\phi\cos\frac{1}{2}\phi\sin\frac{3}{2}\phi,$

但シ一不易數aハ該中軸徑ノ四分ノ一ニシテ自變角ϕハ該切點及ヒ原點ヲ貫ク一直線ト中軸徑トノ交角ナリ

第四　$C=a-b.$

第五　$D=B+C-A.$

第六　$x=\frac{y}{2ab}(a^2+b^2-c^2).$

第七　$x=\frac{y(A^2+B^2-C^2-D^2)}{2(AB-CD)}.$

第八　$s^2=y^2+2yc+K\left\{c+(y+c)\log\frac{y+c}{c_2}\right\}.$

第九　鉛直線ニ遠サカル距離ハ

$x=g\cos\alpha\sin\alpha\left\{\frac{t^2}{2}-\frac{t}{\sqrt{\frac{K}{m}g\sin\alpha}}-\frac{1}{\frac{K}{m}g\sin\alpha}\log\left(1+e^{-\sqrt{\frac{K}{m}g\sin\alpha}\,t}\right)\right\}$

$$y=g\frac{t^2}{2}-g\sin^2\alpha\left\{\frac{t^2}{2}-\frac{t}{\sqrt{\frac{R}{m}g\sin\alpha}}-\frac{1}{\frac{R}{m}g\sin\alpha}\log\frac{1+e^{-2\sqrt{\frac{R}{m}g\sin\alpha}\,t}}{2}\right\}$$

下降スル距離

附錄

○謹白

第三十號二套ノ四ハ分子根號内ニAヲ誤脱セリ故ニコヽニ正誤ス

題者敬白

第三十九號二套ノ二ハ項ロ誤算ノ結果タルコヲ發見候ニ付誤テ爰ニ改メ新ニ左ノ一題ヲ作リ責ヲ塞ク

a b ヲ長短徑トスル楕圓ト凹楕圓(凹圓柱斜截ノ面)トノ面積二ト三トノ如シ其証如何

題者敬白

○第四十三號正誤

第一葉下格第二行餘弦ノ指數2ヲ脱セリ

第三葉下格第十四行及ヒ第十七行中四個ノHハE'ノ誤

第四葉上格圖中大小圓ノX軸中ニテ相切スル點ノ符H'ヲ脱ス

第四葉下格第十五行式中ノLハDノ誤

第五葉下格第十六行中ノC、積ハ積C、ノ轉倒

第七葉上格第五行中$B^2\pi$ハ$R^2\pi$ノ誤

同上第八葉中根號内ノAハRノ誤

仝上第十行始ノ式中Rrヲ負號トセルハ正號ノ誤植

○第四十四號正誤

第一葉上格第十四行第一因數中ノdハαノ誤又第二第三因數中ノ第一項ノγハyノ誤リナリ

同上下格第十六行中ノdハαノ誤リ

同上末行中ノbハβノ誤ナリ

第十三葉中ノ英國議院試撿題ハ全ク「セテト、ホース、エキザミネーション、ペーパー」ヲ譯セシ處客月定會ニ於テ菊地君ノ明論ヲ蒙リ議院ノ二字杜撰ナルヲ知ル由テ之レニ代フルニ大學校ノ三字ヲ以テシ其疎忽ヲ謝ス

社長　柳楢悦

編輯印刷　長澤龜之助

賣捌所

東京芝區柴井町　松井忠兵衛

同日本橋區本町三丁目　清水卯三郎

大坂備後町四丁目　梅原龜七

定價拾錢

東京數學會社雜誌

第四拾六號

定期刊行

明治十五年四月一日發行

東京數學會社

目錄

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ

一本號諸套ニ掲クル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル處ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサルモノハ編者ノ稿ナリ

一本號ニ記スル問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ之ヲ登錄スヘシ

一社外ト雖𪜈投書スルヲ得然レ𪜈變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス

一凡ソ掲載セル問題、論說、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ

一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス

一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス

一入社セント欲スルモノハ社則ニ從フヘシ

明治十五年四月　東京數學會社

套外

○鈎股弦命名ノ起源　鈎股致近集ニ曰ク方形アリ方邊ヲ單位トシ方斜ヲ求ムレハ不盡アリ故ニ方邊ヲ盈縮シテ不盡ナキ方斜ヲ求メント〔其術コヽニ用ナケレハ略ス〕既ニ其形ヲ盈縮シ不盡ナキ方斜〔三寸、四寸、五寸等〕ヲ求タリ尙各其名ヲ命シ呼フニ便ナラシメント欲ス如何。

答。曰。縮方者。其形横而曲。似魚鈎。故名鈎。盈方者。其形縱而直。類股髀。故名股。隨斜者。其鈎股兩端。斜相亘。猶弓弦之張。故名弦也

○「ハーモニカル、プログレッション」是迄「ハーモニカル、プログレッション」ヲ往々稍差槼或ハ稍差級數ナド、譯スル者アリ編者モ曾テ前記者ガ本社雜誌第一號ニ此譯ヲ下セシヲ覩、其出典ノ有無及ヒ當否如何ヲ討究セズ遽カニ之ヲ濫用セシガ其疑未タ晳テ一日モ釋然タラス頃日某英書ヲ繙キタレハ其義ヲ釋シテ曰「ハーモニカル」ナル語ハ其源音學ニ出ヅ乃チ玆ニ一、二分ノ一、三分ノ一、四分ノ一、五分ノ一及六分ノ一ナル長ノ比ヲ有スル等質ノ絲アリ等シキ力ヲ以テ之ヲ緊張シ而メ其絲ノ某二ヲ取リ之ヲ鳴セハ頗ル諧和ノ好調ヲ發シテ人耳ニ輸スヲ見ルヲ以テナリト余之ヲ熟讀玩味シ大喝一聲曰咄、稍差ノ字ハ牽强附會ノミ固ヨリ取ルニ足ラザルナリ請フ調音ノ二字ヲ以テ之ヲ譯セン〔代數學草按ノ調和トハ字當ラズ何者其意廣キニ失スレバナリ〕知ラス江湖ノ士コレニ贊成起立スル耶否

東京數學會社雜誌第四十六號

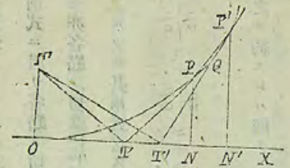
第壹套

雜錄

○交跡線ヲ求ムルノ一法

玆ニ掲載スル處ノ法ハ英國華里司氏著ハス處ノ微積溯源巻末ニ記スル處ノ法ニシテ曩時余ノ譯述スル處ノ突氏微分學第二十五編中ニ載セタル者ト其理相同シト雖𪜈之ヲ論辨スルヿ甚タ明了ニシテ初學ノ悟心ヲ爽ニスル者ナレハコヽニ之ヲ和譯シテ覽者ノ一讀ヲ煩ハスヿ爾リ

第一　定法ヲ以テ畫キタル無數直線ニ觸切スル曲線ノ性情卽チ交跡線ノ方程式ヲ求ム



圖ノ如キOXヲ既知方位ノ直線トシFヲ直線外既知ノ點トシ此點ヨリFT、FT'……各直線ヲ作リOX線ニTT'等ノ點ニ於テ遇ハシメ乃チ各點ヨリ本線ト一定角ヲナシテTP・T'P'等ノ線ヲ作リ此各線ヲ以テOPP'曲線ノ切線トナシ其曲線ノ性情ヲ求メント欲ス

OXヲシテ曲線ノ軸ナラシメOヲ縱横線ノ原點トシPTヲ軸線ニTニ遇フノ切線トシ切點PヨリPN垂線ヲ作リONヲxトシPNヲyトス又P'ヲ曲線上任一切點トシON'ヲx'トシP'N'ヲy'トスレハ則チ其切線ノ方位何法ヲ用ヒテ之ヲ定ムルニ論ナク其任一點ノ縱横線x'トy'ト相關スルノ理俱ニ公式 $y'=\alpha'x+\beta$ ヲ以テ之ヲ明カニスベシ

共$\alpha\beta$ハ變常數ニシテ他數zノ某函數タリ其zノ變ハ切線ノ作法ニ因テ變スルニアラズ惟切線ノ方向改マレハ則チ其同數必ス變ス故ニ其zハ以テ切線ト軸線トナス處ノ角ヲ明カニスベク亦以テ次切線NT・N'T'……ヲ明カニスベシ

玆ニ設ヘハz變シテ$z+h$トナリ而メP'T'ハ切線ノ$z+h$ト相配スルノ新方位タリ再ヒαトβトヲシテzノ函數タラシムレハ則チ突氏微分學第八十七章ニ依リ戴氏ノ例ヲ用ヒαヲシテ變シテ $\alpha+\frac{h}{1}\frac{d\alpha}{dz}+\frac{h^2}{1\cdot2}\frac{d^2\alpha}{dz^2}+\cdots\cdots$ トナシβヲシテ變シテ $\beta+\frac{h}{1}\frac{d\beta}{dz}+\frac{h^2}{1\cdot2}\frac{d^2\beta}{dz^2}+\cdots\cdots$ トナラシムレハ則チx'トy'ト新方向ニアリテ相比スルノ理下式ヲ用ヒテ之ヲ明カニスベシ

$$y'=\alpha x'+\beta+\left\{\frac{d\alpha}{dz}x'+\frac{d\beta}{dz}\right\}h+\theta h^2+\cdots\cdots$$ 其

$\theta h^2+\cdots\cdots$ ハ其級數ノ餘項ニ代フ

前式ニ因リ各點ノ切線P′T′ト眞ニ相合シ又其 $y'=\alpha x'+\beta$ モ亦各點ノ切線P′T′ト眞ニ相合ス所以ニ兩個切線ノ交點Qニアルノキ其兩式必ス倶ニ相合ス而シテ其Q點ノ式ハ必ス能ク

$$\left(\frac{d\alpha}{dz}x'+\frac{d\beta}{dz}\right)h+\theta h^2+\cdots\cdots=0$$

タリ如シ h ヲ以テ之ヲ約スレバ則チ

$$\frac{d\alpha}{dz}x'+\frac{d\beta}{dz}+\theta h+\cdots\cdots=0$$

タリ設シ其兩切線漸近シテ相合スルニ至レバ則チPP′二點必ス合シテ一トナル是ニ於テ凡テ h ヲ含ムノ項ハ消失シ而メ其 $x'y'$ ハ必變シテ xy トナル所以ニ其曲線ノ性情ヲ求メ得ル共ニ兩式アリ

$$y=\alpha x+\beta\ \cdots\cdots(1),\quad \frac{d\alpha}{dz}x+\frac{d\beta}{dz}=0\ \cdots\cdots(2),$$

是レナリ此兩式ヲ以テ其 z ヲ驅逐スレバ則チ能ク曲線ノ形ヲ明カニスヘシ

例　圖中PT・P′T′等ノ切線ハFT・FT′等ト直角ヲナス如キ其交跡線ハ果シテ如何

今ONヲ以テ x トシNPヲ y トシFOヲ a トシOTヲ變數 z トスレバ則チFOT及ヒTNPナル等勢兩三角形ヨリ

FO : OT :: TN : NP 即チ $a : z :: x-z : y$

故ニ $ay=zx-z^2$ 而メ $y=\frac{z}{a}x-\frac{z^2}{a}$ 此式ヲ以テ(1)式ト相比シ $\alpha=\frac{z}{a}$, $\beta=-\frac{z^2}{a}$ ナルヲ見ルベシ所以ニ $\frac{d\alpha}{dz}=\frac{1}{a}$, $\frac{d\beta}{dz}=-\frac{2z}{a}$, 故ニ其曲線ノ性情

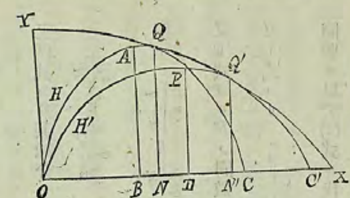
$$y=\frac{z}{a}x-\frac{z^2}{a},\quad \frac{1}{a}x-\frac{2z}{a}=0,$$

ナル兩式ヲ以テ之ヲ明カニスヘシ其下式ヨリ $z=\frac{1}{2}x$ ヲ得所以ニ其上一式ヲ變シテ $y=\frac{x^2}{2a}-\frac{x^2}{4a}$ トナスヘシ故ニ本曲線ノ式ハ $4ay=x^2$ タリ即チ此曲線ハOFヲ其軸トシOヲ頂點Fヲ焦點トスル處ノ拋物線ナルコヲ知ルベシ

第二　同類ノ無數曲線アリ各一定ノ法ヲ以テ平面上ニ作リ此無數曲線ニ切スル曲線ヲ求ムルコ如何

即チ拋物線ノ如キ物アリ拋處ヨリ起ルトナシ得ル處ノ速ニ依リ各斜度ヲ用ヒ一垂面上ニアリ成ス處ノ各曲線必ス更ニ一曲線ノ其諸曲線ト相切スヘキモノアルガ如キ是レナリ

HQCノ如キ設クル處ノ曲線トナスONヲ横軸トシONヲ以テ x' トシNQヲ y' トナス又 z ヲシテ其本線HQCノ數ニ屬セシム(本線ハ曲線タリ直線タルヲ論スルナク其理倶ニ同シ)而シテ本線ノ本點ニアルヲ論スルナク其數恒ニ同シ惟他線ニアリテハ即チ本線ニアル者ト同シカラス曲線平圓タルカ如キ則



チ z ハ半徑タリ曲線拋物線タルカ如キ則チ z ハ通徑タリ故ニ z ヲ名テHQCノ恒徑トナスモ可ナリ

再其本曲線ノ性情ヲ設ケ

$$f(x',y',z)=0\ \cdots\cdots(1)$$

ヲ以テ之ヲ明ニスベシ若シ z ヲシテ其同數ヲ改メ變シテ $z+h$ トナラシムレバ則チHQC曲線モ亦其形ヲ改メH′Q′C′トナル其ON′ヲシテ x'' トナシN′Q′ヲシテ y'' トナスガ如キ(即チ他曲線任一點ノ縱横線タリ)題中設クル處ノ例ニ因リ其兩條曲線同式ヲ以テ之ヲ明ニスベシ則チ必ス $f(x'',y'',z+h)=0\ \cdots\cdots(2)$ ノ形アリ戴氏ノ例ニ依リ此式化シテ次ノ級數トナスベシ

$$f(x'',y'',z)+h\frac{df(x'',y'',z)}{dz}+\theta h^2+\cdots\cdots$$

此式中ノ微分式獨 z ヲ以テ變數トナス其 $\theta h^2+\cdots\cdots$ ハ級數ノ餘項ニ代フ每項中各一 h ノ某方アリテ乘數タリ

設ヘハ其兩曲線P點ニ交レバ則チODヲシテ x トナシA′Dヲ y トナシ而メ其公縱横線タリ其HQC曲線ノ任何處ニアリテハ倶ニ(1)式ニ合シH′Q′C′曲線ノ任何處ニアリテハ倶ニ(2)式ニ合スレハ則チ若シ公點Pノ縱横線 x 及ヒ y ヲ以テ其(1)(2)兩式內ニ代入スレハ必ス倶ニ相合ス所以ニ $f(x,y,z)=0$, アレバ

$$f(x,y,z)+h\frac{df(x,y,z)}{dz}+\theta h^2+\cdots\cdots=0,$$

則チ必ス $\frac{df(x,y,z)}{dz}+\theta h+\cdots\cdots=0$ アリ

設ヘバQQ′兩點ヲ所求ノYQQ′X曲線トHQC・H′Q′C′兩曲線ト相切スルノ點トナシ如シ其 h ヲシテ漸小シ末ニ至リ終ニ見ヘザルニ至ラシムレハ則チQQ′兩點漸ニPニ近キ末必スPニ合スルニ至ル即チ x ト y トヲHQC・H′Q′C′兩曲線ノ交點Pノ縱横線トナシ變シテYPX曲線ノ縱横線トナスヲ得所以ニ其諸曲線ニ切スルノ曲線ヲ求メ易シ

曲線ノ式ヲシテ $f(x,y,z)=0\ \cdots\cdots(P)$ タラシム其 x ハ横線 y ハ縱線 z ハ變常數タリ若シ獨リ z ヲシテ變數タラシメ微分ヲ求ムレバ則チ次式ヲ得

$$\frac{df(x,y,z)}{dz}=0\ \cdots\cdots(Q)$$

今(P)(Q)兩式ヨリ z ヲ驅逐スレバ則チ得ル處ノ式ハ必ス能ク衆曲線ニ切スルノ曲線ノ性情如何ヲ明カニスベシ

例　OQC曲線OQ′C′曲線ハO點ヨリ各斜度ヲ用テ物ヲ拋チ成ス處ノ曲線トナシ其物行ノ速率已知シ又其曲線ハ倶ニ

一個垂面内ニアルヲ知ル今其諸曲線ト相切スルノ曲線ＹＱＱ′Ｘヲ求メント欲ス

ＡＢヲシテ任一曲線ノ軸トナシＯＣヲ軸ノ垂線トナシＯＢヲaトナス即チ拋速ト相配スルノ高タリＯＮヲxトシＱＮヲyトナス即チ曲線上任何點ノ縱横線タリ又通徑ヲzトシＯＣヲbニ等シカラシメzノ函數トナシzヲ變數トスレバ則チ拋物線ノ理ニ據リ $bx-x^2=zy$ ……(1)

$b^2=4az-z^2$ ……(2) (1)式ヨリ

$f(x,y,z)=x^2+zy-bx=0$ ヲ得zヲ變數トシ$x\ y$ヲ常數ト視bヲ變數zノ函數トナシテ微分スレバ

$\frac{d(fx,y,z)}{dz}=y-x\frac{db}{dz}=0.$ ヲ得所以ニ $\frac{db}{dz}=\frac{y}{x}$

又(2)式ヨリ其微分ヲ求ムレバ $bdb=2adz-zdz$ 所以ニ $\frac{db}{dz}=\frac{2a-z}{b}$ 又(1)式ヨリ $\frac{y}{x}=\frac{b-x}{z}$ ヲ得レバ

則チ $\frac{b-x}{z}=\frac{2a-z}{b}$ 所以ニ $b^2-bx=2az-z^2$

又(1)式ヨリb^2ノ同數ヲ得之ヲ代フレハ $bx=2az$ 故ニ

又(1)式ヨリ $z=\frac{x^2}{2a-y}$ $b=\frac{2ax}{2a-y}$ ヲ得$z\ b$ノ同數ヲ以テ(2)式ニ代入シ化シテ其分母ヲ去レバ

則チ $4a^2x^2=(8a^2-4ay-x^2)x^2$ 所以ニ

$4ay=4a^2-x^2$ 即チＹＱＸ曲線ノ式ニシテ此曲線モ又拋物線タルヲ知ルＯハ其焦點ニシテ即チ衆拋物線ノ會交點ナリ其軸ＹＯハ地平ト垂直ヲナシ其通徑ハ$4a$ナリ

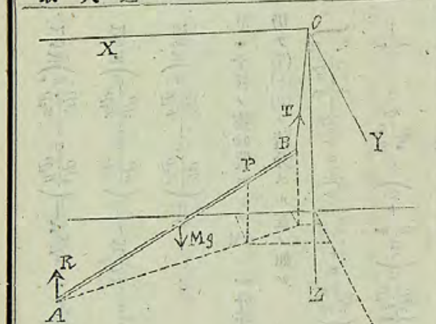
○牛島盛庸小傳

君姓牛島名盛庸俗稱宇平太鶴溪ト號ス牛島伊三太盛貞ノ二男ナリ幼ニシテ巧思非凡頗ル物理ヲ好ミ人トナリ質樸ニシテ愿心ニ是非シテ敢テ之ヲ口セス深沈ニシテ辭寡シ數孤山ニ就テ國學ニ入リ孜々勉勵シテ其業大ニ進ミ遂ニ校生トナル又甲斐福一ニ從ヒ數學ヲ學ヒ數歲ノ間神ヲ凝シ螢雪ノ功ヲ累ヲ反覆諦觀奇案妙思往々人意ノ表ニ出ルヿアリ」安永八年藩月俸ヲ給ヒ擧テ算學師トナシ國子ヲ誘導セシメ遂ニ一家ヲ興スニ至ル爾後一層研學數十年間終始一ノ如シ故ニ古今ノ算書一トシテ窺ハサルヿナク曆法測量ニ至ル迄審ニ其源委ヲ究メサルハナシ」寛政六年算學小筌ヲ著シ文政六年又其續篇ヲ著ハス共ニ世ニ行ハル」君嘗テ陰陽消長ノ理ヲ窮メ天圓地方ハ陽中ノ陰、陰中ノ陽ニシテ陽ハ陰ニ根シ陰ハ陽ニ起ル是則曲直一致天地自然ノ妙數ナリト異ニ能ク方圓變化ノ理ヲ盡シ幾何ノ妙旨ニ貫通シ天地ノ大塵芥ノ微ト雖モ此理ニ基キ其術ヲ施スヤハ其數ヲ盡サヽルナク恰モ日光ノ萬物ヲ照スカ如ク燦爛トメ視ルヘキ也斯ノ如キノ粹理當時未發揮セサル處ニメ實ニ千載ノ卓見ト謂ツヘシ誠ニ能ク虚初無窮ノ眞理ニ協ヒ千變万化妙題奇術指腕ノ間ニ露レ世人ノ未究サル處君夙ニ之ヲ究ムコレ其海西ニ無双タル所以ナリ」藩其能ヲ嘉シ屢轉品シテ下士ヨリ中士ヲ經上士ニ班ス俸祿モ亦月俸ヨリ二百石ニ至ル其他賞服銀ヲ賜フ老ニ及ンテ別ニ月俸五口ヲ賜フ盖シ殊遇ナリト云フ」君嘗テ出遊ス村途ニメ一人ニ逢フ其人君ノ形貌ヲ視テ大ニ驚テ曰ク嗚呼絶藝ノ人ナリ何ソ常人ニ異ナルヤト今昔ヲ俯仰シ爲メニ一慨ヲ發ス」文化十三年六月一奇事アリ大雷鳴動メ德王村ナル火藥庫ニ落チ其響十里ノ外ニ轟ク君時ニ城北飽田郡鶴羽田村ニ寓ス德王村ヲ距ル僅ニ里許隣人皆其非常ナルニ驚キ走テ君ノ安否ヲ訪フ君時ニ術理深思ノ際ニメ其動搖ヲ知ラザリシト云フ其奇モ亦可思ナリ嗚呼君ノ此道ニ篤キ一念研精シテ寢食ヲ忘レ極意熱心シテ憂ヲ忘レ老ノ將ニ至ラントスルヲ知ラス其人ト爲リ深ク數理ヲ嗜ミ恐耐シテ倦マサル以テ見ルヘキナリ

編者曰右小傳ハ原文甲斐某ノ記スル處ニシテ傳文ノ体備ハラス牛島盛庸ハ何國ノ人ナリヤ將其生死年月モ詳記ナク邈乎トシテ明カナラサルノミナラス文中謂ハユル陰陰消長天圓地方ト云フカ如キハ皆コレ搆虚鑿空ノ文字ノミ固ヨリ取ルニ足ラザルナリ然レ𪜈記者敢テ添削ヲ加ヘス何者史筆ヲ華飾ニメ其實ヲ紛亂スルノ恐レアレバナリ抑牛島盛庸ハ肥後熊本藩ノ人ニシテ其著書ナル正續算學小筌ニ據レバ頗ル容術ノ理ニ豁通シ方圓矩合ノ妙理ヲ究メタルノ人ナルコト疑ヒナシ盖シ甲斐某ハ同國ノ人ニシテ兎ニマレ角ニマレ其遺事ノ一斑ヲ知ルニ足レハコヽニ之ヲ掲載スルモ盖シ塞幅ノ爲ザニアラサルヿ必セリ矣

○復振之一問題　　澤田吾一稿

棟ノ一釘ヨリ垂レタル細絲ノ下端ニ一重杆ノ一端ヲ結付ケ他端ヲ平滑ノ下床ニ安ンシ以テ平均ヲ得ルノ後此裝置ニ小動ヲ與フレハ其振搖六合(スリーダイメンション)ニ渉リテ徽動(ハーモニックモーション)ヲ爲スヘシ仍テ此運動ヲ算セヨ



下方ニ向ヒz軸ヲ取リ他ノ二軸ハ宇宙ニ固定シタル隨

意ノ線ヲ用ユベシ

編者曰「スリー、ダイメンション」ハ六合ニ當ラサルハ余之ヲ保証ス又上文ニ所謂宇宙トハ空間ノ意ナルヘシコレ亦宇宙ト云フハ甚タ穩當ヲ失スルモノナリ讀者熟考アリテ然ルベシト信ス

BO線ノ方向餘弦 l m 1

AB杆ノ方向餘弦 p q r

BO線ノ z ニ於ケル餘弦ト一ノ差ハ第二等微小ナル故略ス

AB$=2a$.　BO$=b$,　BP$=u$,

P點ノ三軸線 x y z ハ左ノ如シ

$$x=bl+up \quad (1) \qquad y=bm+uq \quad (2)$$

$$z=b+ur \quad (3)$$ 以上幾何學式ナリ

此ノ運動ニ於テAB杆ノ上下運動ハ二等微小ニ屬スルヲ以テ略シ即チrヲ常數トナス仍テAB杆ノ重心ノ運動式左ニ於テ(4)(5)(6)ナリ(7)(8)(9)ハ全裝置ニ於テ運動力ノ平均ヨリ生ス

$$b\frac{d^2l}{dt^2}+a\frac{d^2p}{dt^2}=-\frac{T}{M}l \quad (4)$$

$$b\frac{d^2m}{dt^2}+a\frac{d^2q}{dt^2}=-\frac{T}{M}m, \quad (5)$$

$$0=g-\frac{R}{M}-\frac{T}{M}, \quad (6)$$

$$\Sigma\delta M\left(y\frac{d^2z}{dt^2}-z\frac{d^2y}{dt^2}\right)=Mg(bm+aq)-R(bm+2aq) \quad (7)$$

$$\Sigma\delta M\left(z\frac{d^2x}{dt^2}-x\frac{d^2z}{dt^2}\right)=-Mg(bl+ap)+R(bl+2ap) \quad (8)$$

$$\Sigma\delta M\left(x\frac{d^2y}{dt^2}-y\frac{d^2x}{dt^2}\right)=0 \quad (9)$$

Mハ全杆ノ物質(マッス)ニシテδMハ一分子ナリ故ニ $\frac{M}{2a}du$ ナリ

仍テ(7)(8)(9)ヲ積分スル左ノ如シ

$$\int_0^{2a}\frac{du}{2a}\left\{-(b+ur)\left(b\frac{d^2m}{dt^2}+u\frac{d^2q}{dt^2}\right)\right\}=$$

$$-\left\{(b+ar)b\frac{d^2m}{dt^2}+\left(b+\frac{4}{3}ar\right)a\frac{d^2q}{dt^2}\right\}=$$

$$g(bm+aq)-\frac{R}{M}(bm+2aq) \quad (10)$$

$$\int_0^{2a}\frac{du}{2a}(b+ur)\left(b\frac{d^2l}{dt^2}+u\frac{d^2p}{dt^2}\right)=$$

$$(b+ar)b\frac{d^2l}{dt^2}+\left(b+\frac{4}{3}ar\right)a\frac{d^2p}{dt^2}=$$

$$-g(bl+ap)+\frac{R}{M}(bl+2ap) \quad (11)$$

$$\int_0^{2a}\frac{du}{2a}\left\{(bl+up)\left(b\frac{d^2m}{dt^2}+u\frac{d^2q}{dt^2}\right)-(bm+uq)\times\left(b\frac{d^2l}{dt^2}+u\frac{d^2p}{dt^2}\right)\right\}=p\left(b\frac{d^2m}{dt^2}+\frac{4}{3}a\frac{d^2q}{dt^2}\right)$$

$$-b\left(b\frac{d^2l}{dt^2}+\frac{4}{3}a\frac{d^2p}{dt^2}\right)=0 \quad (12)$$

右ニ於テ $l\frac{d^2m}{dt^2}$ 等ノ如キ二等微小ニ屬スルモノハ凡テ略シタリ(10)(11)(4)(5)(6)ヲ用ヒテ左ノ(13)(14)ヲ得

$$-(b+ar)b\frac{d^2m}{dt^2}+\left(b+\frac{4}{3}ar\right)\left(b\frac{d^2m}{dt^2}+\frac{T}{M}m\right)=$$

$$g(bm+aq)-\frac{R}{M}(bm+2aq)$$ 即チ

$$\frac{1}{3}abr\frac{d^2m}{dt^2}=g(bm+aq)-\frac{R}{M}(bm+2aq)$$

$$-\frac{T}{M}m\left(b+\frac{4}{3}ar\right)=g(bm+aq)-g(bm+2aq)$$

$$+\frac{T}{M}(bm+2aq)-\frac{T}{M}m\left(b+\frac{4}{3}ar\right)=$$

$$aq\left(2\frac{T}{M}-g\right)-\frac{4}{3}arm\frac{T}{M}$$ 即チ

$$br\frac{d^2m}{dt^2}=3q\left(2\frac{T}{M}-g\right)-4rm\frac{T}{M} \quad (13)$$

$$br\frac{d^2l}{dt^2}=3p\left(2\frac{T}{M}-g\right)-4rm\frac{T}{M} \quad (14)$$

(12)式ハ(13)(14)式ヨリ導キ得ヘキヲ以テ不要ト雖モ運算ヲ點撿スルニ用ヒタリ今以上諸式ニ於テ微小ノ階級ヲ比較スル時ハT及ヒRハMgノ半ヲ去ルヿ遠カラズシテ一等微小或ハ其以下ニアルベシp qモ亦原位ヲ去ルヿ遠カラサルユヘニ左ノ如ク假定ス其p' q'ハ常數ニシテμ ν δハ變數ニシテ微小ナリ

$$p=p'+\mu, \qquad q=q'+\nu, \qquad \frac{T}{M}=\frac{g}{2}+\delta, \quad (15)$$

$(p'+\mu)^2+(q'+\nu)^2+r^2=1$ 故ニ $p'\mu+q'\nu=\frac{1-r^2-p'^2-q'^2}{2}=0$　(16)

(13)(14)ニ(15)ヲ入レ換ヘテ次式ヲ得

$$br\frac{d^2m}{dt^2}=6q'\delta-2rmg \quad (17)$$

$$br\frac{d^2l}{dt^2}=6p'\delta-2rlg \quad (18)$$

又(4)(5)ニ(15)ヲ入レテ

$$b\frac{d^2l}{dt^2}+a\frac{d^2\mu}{dt^2}=-\frac{g}{2}l \quad (19)$$

$$b\frac{d^2m}{dt^2}+a\frac{d^2\nu}{dt^2}=-\frac{g}{2}m \quad (20)$$

(19)ニp'ヲ(20)ニq'ヲ乘シ加フレハ

$$b\frac{d^2(lp'+mq')}{dt^2}+a\frac{d^2(p'\mu+q'\nu)}{dt^2}=-\frac{g}{2}(lp'+mq')$$

上式ニ於テ第二項ハ(16)ニヨリ零ナリ故ニ

$$b\frac{d^2(lp'+mq')}{dt^2}=-\frac{g}{2}(lp'+mq')$$

$$lp'+mq'=(l'p'+m'q')\cos\sqrt{\frac{g}{2b}}\,t \quad (21)$$

右ニ於テl' m'ハl mノ原數ナリ今(17)ニq'ヲ乘シ(18)ニp'ヲ乘シ

相加フレバ

$$b_r\frac{d^2(p'l+q'm)}{dt^2}=6(p'^2+q'^2)\delta-2rg(p'l+q'm)$$

$$\delta=\frac{gr(l'p'+m'q')}{4(p'^2+q'^2)}\cos\sqrt{\frac{g}{2b}}t \quad (22)$$

(22)式ヲ(18)(17)ニ入ルレバ

$$\frac{d^2l}{dt^2}+\frac{2g}{b}l=\frac{3P'gr(l'p'+m'q')}{2b(p'^2+q'^2)}\cos\sqrt{\frac{g}{2b}}t \quad (23)$$

$$\frac{d^2m}{dt^2}+\frac{2g}{b}m=\frac{3q'gr(l'p'+m'q')}{2b(p'^2+q'^2)}\cos\sqrt{\frac{g}{2b}}t \quad (24)$$

右ノ兩式共微分方程式論ノ一型

$\frac{d^2x}{dt^2}+n^2x=a\cos mt$ ニ一致シテ此ヲ積分セハ

$x=A\sin nt+B\cos nt+\frac{a}{n^2-m^2}\cos mt$ ナリ此運動

ニ於テハ $t=0$ ナルキ $l=l'$, $\frac{dl}{dt}=0$; $m=m'$,

$\frac{dm}{dt}=0$ ナリ故ニAハ零ニシテBハ(23)式ニ於テ

$q'\frac{l'q'-m'p'}{p'^2+q'^2}$ ニシテ24)ニ於テハ $p'\frac{m'p'-l'q'}{p'^2+q'^2}$ ナリ故ニ

積分ノ結果左ノ如シ

$$l=q'\frac{l'q'-m'p'}{p'^2+q'^2}\cos\sqrt{\frac{2g}{b}}t+p'\frac{l'p'+m'q'}{p'^2+q'^2}\cos\sqrt{\frac{g}{2b}}t \quad (25)$$

$$m=p'\frac{m'p'-l'q'}{p'^2+q'^2}\cos\sqrt{\frac{2g}{b}}t+q'\frac{l'p'+m'q'}{p'^2+q'^2}\cos\sqrt{\frac{g}{2b}}t \quad (26)$$

(19)(20)ニ(25)(26)ヲ入ルレバ

$$\frac{d^2u}{dt^2}=\frac{3gq'(l'q'-m'p')}{2a(p'^2+q'^2)}\cos\sqrt{\frac{2b}{b}}t \quad (27)$$

$$\frac{d^2v}{dt^2}=\frac{3gp'(m'p'-l'q')}{2a(p'^2+q'^2)}\cos\sqrt{\frac{2g}{p}}t \quad (28)$$

積分スレバ次ノ如シ

$$p=p'+\frac{3bq'(l'q'-m'p')}{4a(p'^2+q'^2)}\cos\sqrt{\frac{2g}{b}}t \quad (29)$$

$$q=q'+\frac{3bp'(m'p'-l'q')}{4a(p'^2+q'^2)}\cos\sqrt{\frac{2g}{b}}t \quad (30)$$

(25)(26)及ヒ(29)(36)ノ四式ヲ以テ問ニ答フト云爾

附云　垂杆ノ方向ニ小動ヲナサシムル片ハ(此方向ヲXz面トナス)

$$l=l'\cos\sqrt{\frac{g}{2b}}t,\quad m=0,\quad p=p',\quad q=0,$$

因云博士某此題解ヲ見テ曰ク此末式ハAB杆ノ長短及ヒ傾斜ニ無關係ナルヲ以テ此杆ノ水平或ハ鉛線ヲ為スガ如キ絶所(ヂスコンチニユイチー)ノ有無ヲ知ルニ由ナキハ小搖(スモールオフシルレーション)ノ故カ將タ天理ニ戻ル處アル乎ト茲ニ餘白ヲ借リ以テ諸彥ノ教ヲ乞フ

第二套

問題解義

一

第三十五號二套ノ八　白井正信解

凹橢圓ノ極式ハ $r=2b\cos\theta+2a\sqrt{1-e^2\cos^2\theta}$ ナリ

由テ其面積Aヲ求ムル式ハ次ノ如シ

$$A=\int_0^{2\pi}\frac{1}{2}r^2d\theta=4\int_0^{\pi}(b^2\cos^2\theta+2ab\cos\theta\sqrt{1-e^2\cos^2\theta}$$

$$+a^2-a^2e^2\cos^2\theta)d\theta=4\int_0^{\pi}(b^2-a^2e^2)\cos^2\theta\, d\theta$$

$$+4\int_0^{\pi}a^2d\theta+4\int 2ab\cos\theta\sqrt{1-e^2\cos^2\theta}$$

今此式ノ各項ヲ積分スル次ノ如シ

$$\int\cos^2\theta\, d\theta=\frac{\theta+\sin\theta\cos\theta}{2}\qquad\int d\theta=\theta$$

$$\therefore 4\int_0^{\pi}(b^2-a^2e^2)\cos^2\theta\, d\theta=2\pi(b^2-a^2e^2)$$

$$\therefore 4\int_0^{\pi}a^2d\theta=4a^2\pi$$

$$\int\cos\theta\sqrt{1-e^2\cos^2\theta}\,d\theta=\frac{\sin\theta\sqrt{1-e^2\cos^2\theta}}{2}$$

$$+\frac{(1-e^2)}{e}\log\frac{e\sin\theta+\sqrt{e^2\sin^2\theta+1-e^2}}{\sqrt{1-e^2}}$$

$$\therefore 4\int_0^{\pi}2ab\cos\sqrt{1-e^2\cos^2\theta}\,d\theta=0$$

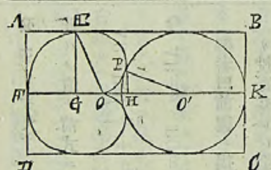
此各價ヲ以テAヲ得ルコ次ノ如シ

$$A=2\pi(b^2-a^2e^2)+4a^2\pi=2\pi(a^2+2b^2)$$

編者曰此解ヲ見バ第四十四號問題解義第十條愈明カナリ

二

第三十六號三套ノ四　仝



圖ニ於テABヲ長方形ノ長邊BCヲ其短邊PO'ヲ圓ノ半徑トシ又FOハ凹圓ノ中軸徑ニシテ之ヲ$4a$トシ又O'OP角ヲθトス

今EGハyナル縱線ノ最長ナルモノナレバ第三十六號二套ノ七ニ據リ

$GE=\frac{3}{2}a\sqrt{3}$ ナリ又圓ノ半徑ハ此價ニ等シ故ニ $BC=3a\sqrt{3}$

又 $PO'=y\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}=\frac{3a\sqrt{3}}{2}$

此式ニP點ノ縱横線卽チ

$x=4a\sin^2\frac{1}{2}\theta\cos\theta$ 及ヒ $y=4a\sin^2\frac{1}{2}\theta\sin\theta$ ヲ微分シ代用スレバ $4a\sin^2\frac{1}{2}\theta\sin\theta\sec\frac{3}{2}\theta=\frac{3a\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{a\sin^3\frac{1}{2}\theta\cos\frac{1}{2}\theta}{4\cos^3\frac{1}{2}\theta-3\cos\frac{1}{2}\theta}=\frac{3a\sqrt{3}}{16}$$

$$\frac{\sin^3\frac{1}{2}\theta}{4\left(1-\sin^2\frac{1}{2}\theta\right)-3}=\frac{3\sqrt{3}}{16},\quad \frac{\sin^3\frac{1}{2}\theta}{1-4\sin^2\frac{1}{2}\theta}=\frac{3\sqrt{3}}{16}.$$

$$\sin^3\frac{1}{2}\theta+\frac{3\sqrt{3}}{4}\sin^2\frac{1}{2}\theta-\frac{3\sqrt{3}}{16}=0$$

此方程式ヲ分括スレハ次ノ如シ

$$\left(\sin\frac{1}{2}\theta+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\sin^2\frac{1}{2}\theta+\frac{\sqrt{3}}{4}\sin\frac{1}{2}\theta-\frac{3}{8}\right)=0$$

$$\therefore \sin^2\frac{1}{2}\theta+\frac{\sqrt{3}}{4}\sin\frac{1}{2}\theta-\frac{3}{8}=0 \quad \therefore \sin\frac{1}{2}\theta=\frac{\sqrt{3}}{4}$$

今ABナル長邊ハ KO'+O'H+HO+OF ナルユヘ此各價ハ

$KO'=\frac{3}{2}a\sqrt{3}$,

HO'=P點ノ次法線$=y\frac{dy}{dx}=\frac{81}{32}a$.

HO=P點ノ横線$=x=\frac{15}{32}a$,　FO=4a,

$$\therefore AB=\frac{3}{2}a\sqrt{3}+\frac{81}{32}a+\frac{15}{32}a+4a$$

$$=a\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}+7\right)$$

又 $BC=3a\sqrt{3}$　$\therefore a=\frac{BC}{3\sqrt{3}}$

此aノ價ヲ前式ニ代用スレハ

$$AB=BC\left(\frac{1}{2}+\frac{7}{3\sqrt{3}}\right)$$

今 $AB=a$, $BC=b$, トスレハ $a=b\left(\frac{7}{3\sqrt{3}}+\frac{1}{2}\right)$

編者曰前號ニ掲ケシ第四十號二套ノ二十九ノ解ヲ白井君ヨリ投寄セラレ全ク編者ノ答ト同シ且ツ右ハ同解ユヘ更ニ登記セズ

又曰諸君ニ白ス原稿ハ明了ニ御認ノ上投與相成タシ中ニハ甚疎漏ノモノモ有之右ハ釐正ニ手數ヲ煩ハシ或ハ登記延引致シ候間此段兼テ申上候又長編ニシテ數號ニ渉ルモノハ全編御認ノ上御遣シ相成度然ラサレハ全編御投與マテ掲載見合申候

第三套

設問

一　　大村一秀

長方形紙片ヲ斜折シテ五邊形ヲ作リ其内ニ圓線ヲ充容スルアリ縱邊yヲ已知シテ横邊xヲ得ル式如何

二　　仝

長方形紙ヲ片斜折シテ圖ノ如ク五邊形ヲ作リ其内ニ凹圓（等圓轉軌線）ヲ充容スルアリ縱邊yヲ己知シテ横邊xヲ得ル式如何ト問フ

三　　仝

長方形紙片ヲ圖ノ如ク折リ生スル處ノ五邊形内ニ橢圓ヲ充容スルアリ縱邊y横邊xヲ己知シテ橢圓ノ長短半徑a bヲ得ル式如何

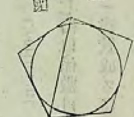
四　　澤田吾一

内面平滑ナル圓筒ヲ傾斜ニ固定シ（水平トα角ヲ爲ス）其下端ヲ垂直面ノ堅板ヲ以テ密閉スルアリ其上端ヨリ恰モ該筒ヲ餘空ナク通過シ且ツ彈力率eヲ有スル一球ヲ投入セハ下底ヲ拍撃スルノ後（此球ノ下降セシ長aナリ）必ス反力アリテ再ヒ登リ復下降シ又上登シ其數筭スヘカラスト雖モ其力次々痩弱シ終ニ又攀ツヘキノ力ナキニ至ルヘシ然ラハ投入ノ初ヨリ玆ニ至ルノ時間ヲ要ム

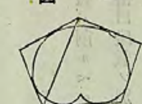
五　　仝

水平ノ固定板上ニ長立圓ノ長軸ヲ旋リ自轉スルアリ而シテ其速率適當ヲ得ハ其運動安全ナルコアルヘシ然レハ此長立圓ノ阻力極大ナルト極小ナルト孰レカ安全ヲ得易キヤ又問フ其自轉速率各自如何シテ宛然顚覆ノ患ナキヤト

一圖



二圖



三圖

第四套

譯語會記事

二月四日（第一土曜日）例ノ如ク東京大學ニ於テ第十五回譯語會ヲ開ク出席議員十七人缺席七人

二十一番　駒野政和　　二十二番　鏡光照

二十三番　田中矢德　　二十四番　杉田勇次郎

二十五番　村岡範爲馳　　二十六番　菊地鍬吉郎

右六名ハ定議員タランコヲ乞フ依テ定議員トス

本日ハ豫而前會ニ議シ殘セシ（アリツメチック）ヲ最初ニ議シ多數ヲ以テ算術ニ可決ス（但シ其討議ハ第四十圓號附錄ニ詳ナリ宜シク就テ見ルヘシト云フ）

右畢リテ代數學譯語（17）草按ヨリ議ス各員ノ討論左ノ如シ

(17) Algebraical symbol　代數號

十七番曰代數記號トシテ可ナランO六番四番八番二十一番二

十五番等續々贊成ス○議長起立ヲ見テ多數ニ由リ代數記號ニ改ムルニ決ス

(18) Algebraical expression　代數式

六番曰「エキスプレッション」ハ只式ノミニテハ不十分ト思ハル故ニ代數解式トスベシ○二十二番ハ原按ヲ可トス○十八番モ同シク原按ニ從フベキヲ述フ○二十一番曰ク「エキスプレッション」ハ文字或ハ記號ヲ以テ表ハス處ノモノナレハ解式ニテハ不可ナラン失張式ニテ可ナリ○八番曰ク解式ニテハ不可ナリ何者解式ハ「ソリューション」ニ適スレハナリ○二十五番曰表式トカ表ハストカ云フ意ノ字ヲ加ヘタキモノナリ只式ノミニテハ不充分ナルガ如シ○十七番曰ク現ノ字ヲ加ヘ代數現式トセハ適當ナラン○四番曰本員モ兼テ式ノ一字ニテハ不充分ナリト思ヒタルニ十七番現式ノ修正説ヲ聞キ無論贊成ス○二十一番曰「エキスプレッション」ハ「アラハス」ノ意ナリ現ニテハ「アラハル、」ノ意ニテ不當ナラン十七番ノ意ハ顯ノ意ニテモ用ヒタラハ然ルヘキカト思ヘドモ其字熟セサルカ如シ由テ矢張リ原按ノマヽニテ可ナリ○議長粗ホ説ノ盡タルヲ見テ代數現式ニ修正スルノ同意者ヲ見ルニ三人ニテ原按ノ同意者多數ナルニヨリ代數式ニ決定セリ

(19) Simple expression　單式

(20) Compound ,,　複式

(21) Binomial ,,　二項式

(22) Trinomial ,,　三項式

(23) Multinomial or Polynomial expression　多項式 數項式

十九項ヨリ二十二項マテハ異議ナク原按ニ可決ス

八番曰「マルチノミアル」ト「ポリノミアル」トハ全ク同一ニテ區別スヘキモノニアラス一ニ定ムヘシ但シ多項式ノ方可ナラン○草按者曰ク區別セシニアラス兩譯ヲ附シタルノミ○二十三番十一番皆八番ニ同意ス議長決ヲ取リ多數ヲ以テ多項式ニ決ス

二十一番建議シテ云フ(21)ノ前ニ「モノミアル、エキスプレッシヨン」即チ一項式ノ一條ヲ加ヘテ可ナラント議長曰以后モ猶加ヘンド欲スルモノアルヘシ其ハ草按ヲ一ト通リ議了セシ後更ニ之ヲ議スヘシ各員モ亦意見アラハ各見込書ヲ出サレヨト衆員唯諾ス

(24) Coefficient　係數 倍數

十七番曰係數可ナリ倍數ハ削ルベシ○二十一番十八番十五番十一番贊成ス○二十三番曰段數ノ別譯ヲ加フベシ○二十五番曰係數ニ一定スルヲ可トス○議長決ヲ取リ係數ノ一ニ決ス

(1) Numerical coefficient　數係數

(2) Literal ,,　字係數

十七番曰數係數ノ數ト字係數ノ字ノ二字ハ一應尤モノ様ナレドモ穩當ナラズト思ハル依テ本員ハ眞係數、假係數トセント欲ス○十八番曰眞假係數ハ不可ナリ原按ノマヽニテヨロシカラン○八番曰眞假ノ字ハ十八番ノ駁説ノ通リ不可ナラン尤モ數係數、字係數ニテハ不十分ノ處アリ依テ數字係數、文字係數トスヘシ○二十二番原按ヲ可トス○八番曰只數係數ニテハ數多クアル係數ノ如クニ見ユ故ニ前説通リニ改メハ分明ナラン○議長曰ク番外員トナリテ説ヲ述ヘン數字係數ハ可ナリ文字係數ハ穩カナラス假字係數トスヘシ○十八番曰數ト云ヒ字ト云フハ畢竟1 2 3或ハ a b c ヲ云フニ過キス代數學ニテ數係數、字係數ト云ハヽ大概分ルユヘ原按ニテ可ナリ○八番曰ク十八番ノ説ニ代數學上ニ係數ト云ハヽ大概通用スルト云ハヾ譯語ナキニ如カス○十八番曰此原按ハ直譯ニテ差支ナシ故ニ餘ノ文字ヲ加フルニ及ハズト云フナリ敢テ粗略ノ意ニハアラズ○八番曰月ノ運動ヲ測ル等ニハ數字係數、文字係數ヲ確ト區別シ用ユルヿアリ又何レニテモ當ルナレバ初學ノタメニ可成的解シ易キヨウニ定メオクベシ○十八番曰敢テ初學者ノタメニ拘泥スルニ及ハス何程解シ易キヲ旨トスルモ原語ヲ知ラザルモノニハ益ナキヿナリ○二十一番曰ク數ト云ヒ字ト云フモ元同一ナリ故ニ此原按ノ譯ニテハ數係數ト字係數ト如何ニ區別スルヤト問フ者アルニ答フルニ苦ムナリ依テ通常ノ數ヲ眞數ト云フヿモアレバ一ヲ假字係數トシ一ヲ眞數係數トスベシ○番外曰ク八番ノ説ノ通リ月ノ運動ヲ測ルニ用ユルヿモアレバ差支ナク通用スベキ譯ヲ定メ置クベシ就テハ眞數係數、假字係數ニテ宜シカラン○十四番曰ク眞數ハ「ナチユラル、ナンバー」トノ區別ニ差支ヘン譯ハ些ト不十分ナガラ原按ニテ可ナリ○二番曰ク眞數係數、假字係數トスルノ説ハ理屈上ヨリ發シテ意味ヲ取ルモノナラン然レドモ假字ハ世間ニテ「カナ」ノヿニモ云ヘリ斯クテハ猶不十分ニ思ハルベキカ兎ニ角ニ段々ト議論ヲナセハ俗ノ譬ニ猫ノ名ハ到底猫ト極リシト云フヿモアレバ餘リ六ケシク論スルモ勞シテ功ナキヿナラン寧ロ原按ノ直譯ニシテ解シ易キニ如カス八番ノ説ハ原按ト同意ニシテ更ニ解シ易ケレバ即チ八番ノ説ノ通リ數字係數、文字係數トスヘシ○二十一番曰 a b c 等ハ西洋ノ(イロハ)ナリ故ニ假字ト云ヘバ其(イロハ)ヲ數字ニ代用スルヿニ當リヨク通用スベシ其ニ對シテ乃チ一ハ眞字トセハ當ヲ得ルナラン○八番曰ク二十一番ノ説ニ假字ハ西洋ノ(イロハ)ニ當ルユヘ可ナリト云ハル、カ然ラハ眞字ハ支那字ヲ用ユルカニ思ハルベシ

故ニ益數字係文字係數ヲ可トス〇番外曰ク假字トスベシトハ(カル)ノ意ニテ申セシナリ決シテ假名ノ譯ニハアラズ〇二十一番曰ク本員モ元ヨリ西洋假名ヲ用フルニヨリ假字係數ヲヨロシト云フニアラス只假字トスレハ丁度西洋ノ(イロハ)文字ヲ用ユルニモ當ルトノ説ナルノミ〇四番曰段々諸君ノ説ヲ承ルニ其譯語ノ意ニ於テハ畧同シ何モ格別ノ異差ハナケレドモ只字面上ニ於テノ釣合ヲ考フルヨリ議論紛然タルガ如シ而シテ諸君ノ修正説皆當レリ然レ𪜈八番ノ説最モ穩當ナリト考フレルユヘ數字係數、文字係數トスルニ本員ハ贊成ス〇議長大抵説ノ盡キタルヲ見テ原按ノ同意者ヲ起立セシムルニ二人八番ノ説ニ同シク九人依テ數字係數、文字係數ニ可決ス

(25) Like or similar term　同類項

(26) Unlike term　異類項

異議ナク原按ニ決ス

(27) Dimention　元、元行

八番曰「デグリー」ト「ダイメンション」ト代數上ニハ區別ナカラン如何〇草按者曰同樣ノ如クナレトモ少シク異ナル處アリ〇四番曰此譯ハ甚タ困難ナリ且ツ時刻モ移リタレハ本日ハコレニテ止メ次會ニ延ヘタシ〇議長其説ヲ可トシ退散ヲ告グ各解散セリ

附錄

社告

本月定會ニ於テ菊地大麓君ヨリ「エ、テーブル、オフ、ロガリスム」折本二十部ヲ寄附セラレ當日出席ノ社員ヘ配布セリ

社長　柳楢悦

編輯印刷　長澤龜之助

賣捌所
東京芝區柴井町　松井忠兵衛
同日本橋區本町三丁目　清水卯三郎
大坂備後町四丁目　梅原龜七

定價拾錢

東京數學會社雜誌

第四拾七號

定期刊行

明治十五年五月二十日發行

東京數學會社

目錄

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ
一本號諸套ニ揭クル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル處ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサルモノハ編者ノ稿ナリ
一本號ニ記スル問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ之ヲ登錄スヘシ
一社外ト雖モ投書スルヲ得然レモ變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス
一凡ソ揭載セル問題、論説、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ
一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス
一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス
一入社セント欲スルモノハ社則ニ從フヘシ

明治十五年三月　東京數學會社

套外

○代數學沿革ノ一斑　左ニ記スル處ノ文ハ代數學ヨリ譯出セリ

近代西國凡ソ天文火器航海築城光學重學等ノヿ其推算一ニ皆代數ヲ以テ之ヲ馭ス代數術ハ略中土天元ノ理ト同シ而シテ法ハ則チ異ナリ其原始ハ即借根方西國阿爾熱巴拉ト名ク天方(アラビヤ)ノ語ニ係リ言フコヽロハ補足相消ナリ昔人譯シテ東來法トナス者ハ非ナリ此法始ヨリ今ニ至リ屢更改アリ愈改リ愈精シ故ニ今ノ代數ハ昔ノ比スヘキニアラス今ノ新學ト謂ト雖モ可ナリ今略ホ其源流ヲ述フ其創ルヤ何國何人ヨリ盖シ攷フヘキナキノミ中國六朝ノ時ニ當テ希臘ニ丟番都ナル者アリ其法ヲ傳フ但シ數ヲ用ヒテ記號ヲ用ヒス而シテ天竺己ニ先ニコレアリ且ツ丟氏ヨリ精シ能ク一次二次式ヲ推ス並ニ求一法アリ甚タ賅ク備ハリ幾ンド秦ノ九韶大衍術ト相埒シ波斯天方皆其法ヲ傳ヘテ精邃ハス元ノ時ニ及ンテ以太利薄那洗(ボナシイ)天方ヨリ學ヒ以テ其國ニ傳フ三百年ヲ歴テ習フ者寥々タリ明ノ嘉精萬歴ノ間ニ至リ思鉄法利(スチフエル)其法ヲ以テ日耳曼ニ傳フ白勒的利(ペルレチール)佛蘭西ニ傳ヘ立可(レコルド)英國ニ傳フ是レヨリ其學漸ク盛ンナリ初メ天竺未知數ニ代フルニ五色ノ名ヲ用ヒ波斯天方ハ則チ各方言ノ物字ヲ用ユ其傳ヘテ歐羅巴ニ入ルヤ以太利英國仍ホ物字ヲ用ユ故ニ即チ物術ト名クト云フ此時惟未知數ノミ字ヲ用ヒテ代フ己知數ハ皆本數ヲ用ユ肥乙太(ビイタ)ニ至リ始テ盡ク字ヲ以テ代フ是ヲ今ノ代數術ノ始トナス厥后學者精ハ益精ヲ求メ創メテ方程式ヲ爲ル即チ借根方ノ相等法ナリ既ニシテ而シテ佳但(カルダン)三次式ヲ造リ佛拉利(フェルラーリ)四次式ヲ造リ代加德(デスカルテス)指數ヲ造テ用益便ナリ奈端ニ至リ合名法ヲ造テ登峰造極矣

（下略）

東京數學會社雜誌第四十七號

第壹套

問題解義

一

第二十八號二套ノ四

CQヲ圓ノ半徑トシAヲ圓周ノ一點トシコレヨリAQ光線圓周ノQ點ヲ射テDニ反回シ其線中Pヲ回光線ト曲線ト相切スルノ點トス而シテPNヲCBニ垂直ニ畫キCQヲRトシCNヲx、PNヲy、AQC變角ヲθトス

則光學ノ理ニヨリAQC角ハCQD角ニ等シクθナリ又CAQ角ハθニ等シキヿ幾何ノ理ヨリ明カナレバQCD角ハ2θニ等シクPDN角ハ3θニ等シ惟フニ三角法ノ理ニ依リ

$$CD = \frac{\sin CQD}{\sin PDN} \times CQ = \frac{\sin\theta}{\sin 3\theta} \times R$$

$$ND = \frac{\cos PDN}{\sin PDN} \times PN = \frac{\cos 3\theta}{\sin 3\theta} y$$

$$\therefore x = CD + DN = \frac{\sin\theta}{\sin 3\theta} R - \frac{\cos 3\theta}{\sin 3\theta} y$$

$$\therefore y = \frac{\sin 3\theta}{\cos 3\theta} x - \frac{\sin\theta}{\cos 3\theta} R \cdots\cdots (P)$$

此(P)式ヲ以テ $y = \alpha x + \beta$ ナル公式ニ比スレハ則チ

$$\alpha = \frac{\sin 3\theta}{\cos 3\theta}, \quad \beta = -\frac{\sin\theta}{\cos 3\theta} R,$$

$$\therefore \frac{d\alpha}{d\theta} = \frac{3}{\cos^2 3\theta}, \quad \frac{d\beta}{d\theta} = -\frac{\cos\theta}{\cos 3\theta} R - \frac{3\sin\theta\sin 3\theta}{\cos^2 3\theta} R,$$

今 $\frac{d\alpha}{d\theta} x + \frac{d\beta}{d\theta} = 0$ ナル公式ニ從ヒ

$$\frac{3}{\cos^2 3\theta} x = \left\{ \frac{\cos\theta}{\cos 3\theta} + \frac{3\sin\theta\sin 3\theta}{\cos^2 3\theta} \right\} R \cdots\cdots (Q)$$

(P)(Q)兩式ヨリ $x = \frac{R}{3}(\cos\theta\cos 3\theta + 3\sin\theta\sin 3\theta)$ 及ヒ

$y = \frac{R}{3}(\cos\theta\sin 3\theta - 3\sin\theta\cos 3\theta)$ ヲ得故ニ

$$dx = \frac{8}{3} R \sin\theta\cos 3\theta\, d\theta$$

$$dy = \frac{8}{3} R \sin\theta\sin 3\theta\, d\theta$$

前ニ得タルx yノ二式ヨリθヲ消去シ復擺線（等圓轉輒線）ナルヿヲ知ルヘク而シテ所要ノ線ヲSトスレハ

$$S = 2\int_0^{\pi} \sqrt{dx^2 + dy^2} = \frac{16}{3} R \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta = \frac{16}{3} R \left[-\cos\theta\right]_0^{\pi}$$

$$= \frac{16}{3} R = 5\frac{1}{3} R$$ 即チ答ニ合ス

二

第三十號二套ノ六　白井正信解

本題ニ於テ先ニ最大積ノ者ヲ求メ次ニ最長背ノ者ヲ求メン

今中軸徑ト半徑トノ交角ヲ 2θ トシ且ツ扇形積ヲ x トスレバ

$x : 4\theta :: r^2\pi : 360^\circ \quad \therefore x=\frac{r^2\pi\theta}{90}$

又半徑卽チ $r=4a\cos^2\theta$ ……(A) $\therefore x=\frac{16a^2\theta\cos^4\theta\cdot\pi}{90}$

x ノ最大ヲ求メンタメ $\frac{dx}{d\theta}=0$ トスレハ $\theta=\frac{1}{4}\cot\theta$ ヲ得

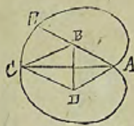
故ニ(A)式ニ此 θ ノ價ヲ入レ求ムル處ノ半徑ヲ得ベシ

又最長背ヲ求メン爲メ x ヲ背トスレハ

$360^\circ : 2r\pi :: 4\theta : x \quad \therefore x=\frac{\pi r\theta}{45}$ 此式ニ(A)ヲ入ルレハ $x=\frac{4a\pi}{45}\theta\cos^2\theta$ 今 $\frac{dx}{d\theta}=0$ トシ以テ $\theta=\frac{1}{2}\cot\theta$ ヲ得之ヲ(A)ニ入レ所要ノ半徑ヲ得ルナリ

三

第三十號二套ノ七　仝



圖ニ於テACヲ2aトシ對角線BDヲ求ムルコ次ノ如シ

該曲線理ヲ接シACEナル積ヲ求ムレハ左ノ如シ

$\frac{a^2}{2}\int(1+\cos\theta)^2d\theta$ 又ABC積ハ $a^2\tan\theta$ ナリ故ニ

$u=CBE=ACE-ABC=\frac{a^2}{2}\int(1+\cos\theta)^2d\theta-a^2\tan\theta$

$\therefore \frac{du}{d\theta}=\frac{a^2}{2}(1+\cos\theta)^2-\frac{a^2}{\cos^2\theta}=0$ 此レヨリ

$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1+2\sqrt{2}-\sqrt{1+4\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$ 及ヒ

$\sin\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1-2\sqrt{2}+\sqrt{1+4\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$ ヲ得故ニ

$BD=2a\tan\theta=2a\left(\frac{1-2\sqrt{2}+\sqrt{1+4\sqrt{2}}}{1+2\sqrt{2}-\sqrt{1+4\sqrt{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}$ 乃チ答ニ合ス

四

第三十四號二套ノ七　仝

圖ニ於テOヲ原點トシ橢圓ノ長短半徑ヲ a b トスレハ其方程式ハ下ノ如シ

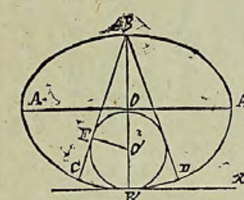
$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

今此原點OヲB'ニ移セハ變シテ

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{(y'+b)^2}{b^2}=1$ 卽チ

$\frac{x^2}{a^2}+1+\frac{2by'+y'^2}{b^2}=1$

$\therefore x^2=-\frac{a^2}{b^2}(2by'+y'^2)$



今CBヲ u トシ其價ヲ求ムレバ

$u=-\frac{a^2}{b^2}(2by'+y'^2)+y'^2=\frac{a^2}{b^2}\left(\frac{b^2}{a^2}y'^2-2by'-y'^2\right)$

之ヲ微分シ其微係數ヲ零トスレバ $\frac{b^2}{a^2}y'-y'-b=0$ ヲ得

故ニ $y'=\frac{a^2b}{b^2-a^2}$ 此價ヲ x 式ニ入レ $x=\frac{a^2\sqrt{a^2-2b^2}}{a^2-b^2}$

此ニ由テ $u=\frac{a^2}{\sqrt{a^2-b^2}}$ ヲ得

又 u 及ヒ x ヲ以テCBB'角ノ正弦ヲ求ムレハ

$\sin CBB'=\frac{a^2\sqrt{a^2-2b^2}}{a^2-b^2}\div\frac{a^2}{\sqrt{a^2-b^2}}=\sqrt{\frac{a^2-2b^2}{a^2-b^2}}$

今 $EO'=R=BO'\sin CBB'=(2b-R)\sqrt{\frac{a^2-2b^2}{a^2-b^2}}$

$\therefore R=\frac{2b\sqrt{a^2-2b^2}}{\sqrt{a^2-b^2}+\sqrt{a^2-2b^2}}=\frac{2}{b}\left\{\sqrt{a^2-b^2}\cdot\sqrt{a^2-2b^2}-(a^2-2b^2)\right\}$

今 $A=a^2-2b^2$ トスレバ

$R=\frac{2}{b}\left\{\sqrt{A}\cdot\sqrt{A+b^2}-A\right\}$ ヲ答トス

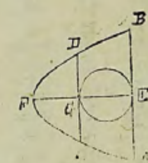
題者曰題文末ノ式ハ誤リユヘ之ヲ正誤トス

五

第三十五號二套ノ二　仝

本題ニ於テ先ツ通徑 p ノ價ヲ求メントスルニB點ノ縱線 $\frac{a}{2}$ 橫線ハ a ナルユヘニ左ノ如シ

$\frac{a^2}{4}=pa \quad \therefore p=\frac{a}{4}$



今GDヲ y トシGFヲ x トスレバ

$y^2=px$ 之レニ前ニ得タル p ノ價ヲ入レ $y^2=\frac{ax}{4} \quad \therefore y=\frac{\sqrt{ax}}{2}$

今黒積ヲ u トシGEヲ $2r$ トスレハ

$u=\frac{4}{3}BE.EF-\frac{4}{3}GD.GF-r^2\pi$

$=\frac{2}{3}a^2-\frac{2\sqrt{a}}{3}x^{\frac{3}{2}}-r^2\pi$

又之レニ $x=a-2r$ ヲ代入シ

$u=\frac{2}{3}a^2-\frac{2\sqrt{a}}{3}(a-2r)^{\frac{3}{2}}-r^2\pi$ 之ヲ微分シ

$\frac{du}{dr}=2\sqrt{a}(a-2r)^{\frac{1}{2}}-2r\pi=0$ 此レヨリ

$r=\frac{a(\sqrt{\pi^2+1}-1)}{\pi^2}$ ヲ得答トス（題中ノ x ハ誤植トス）

六

第三十五號二套ノ三　仝

前題ニ準シ p ヲ求ムレハ $p=\frac{a}{4}$ ナリ今FEヲ $2r$ トシEDヲ求ムレハ $ED=\sqrt{\frac{1}{2}ar}$ ナリ

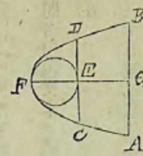
是ニ於テ所題ノ累積ヲ u トスレハ

$$u=\frac{4}{3}EF\cdot ED-\frac{1}{4}EF^2\pi$$

$$=\frac{4}{3}\sqrt{2a}\,r^{\frac{3}{2}}-r^2\pi$$ 之ヲ微分シ

$$\frac{du}{dr}=2\sqrt{2ar}-2r\pi=0$$

此レヨリ $r=\frac{2a}{\pi^2}$ ヲ得答トス(題中ノ8ハ2ノ誤植)



七

第三十七號二套ノ九　仝

圖ニ於テABCDヲ長方形トシABヲ長邊ACヲ短邊トス

OFヲ凹圓ノ中軸徑GO′ヲ圓ノ半徑トシ又GOF角ヲ θ トス而シテKGヲシテG點ノ切線ナラシム

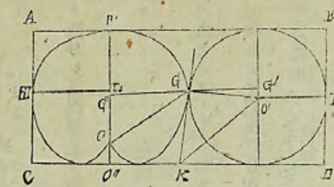
今 $OF=4r$ トスレハ $EL=\frac{3}{2}r\sqrt{3}$

ナリ

又 $AC=FO+OO'=\frac{9}{2}r$ ニシテ

$GO'=\frac{9}{4}r$ ナリ

今先G點ノ位置ヲ求索スヘシ乃チ次ノ如シ



圖ノ如ク一直線上ニ凹圓及ヒ圓ヲ載セ之レニ公切線ヲ引ケハ第二十六號問題解義第十七條ニ由リ

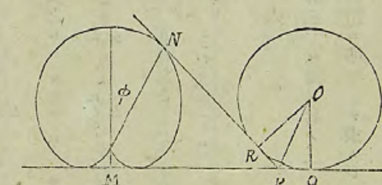
$\angle MPN=\frac{3}{2}\phi$ ナリ

今凹圓ト圓ト相接スルトキハMQナル距離最小ナルヘシ之ヲ求ムル

次ノ如シ

$$MQ=MP+PQ,$$

$$MP=\frac{3}{2}r\cot\frac{1}{2}\phi,$$



然ルニ $PQ=OQ\times\tan POQ$ 而シテOQ

$$\angle POQ=90^\circ-\left(180^\circ-\frac{3}{2}\phi\right)\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}\phi$$

ハ圓ノ半徑ナルユヘ前圖ノGO′ニ等シク $\frac{9}{4}r$ ナリ故ニ

$PQ=\frac{9}{4}r\tan\frac{3}{4}\phi$ ナリ

$\therefore\ MQ=\frac{3}{2}r\cot\frac{1}{2}\phi+\frac{9}{4}r\tan\frac{3}{4}\phi$ 之ヲ微分シ其微係數ヲ零トスレハ

$$\frac{dMQ}{d\phi}=\frac{27}{16}r\sec^2\frac{3}{4}\phi-\frac{3}{4}r\,\mathrm{cosec}^2\frac{1}{2}\phi=0$$

$\therefore\ \sin\frac{1}{4}\phi=\frac{-3\pm5}{8}=-1\ or\ \frac{1}{4}$ ニシテ

$\cos\frac{1}{4}\phi=\frac{\sqrt{15}}{4}$ ナリ

然ルニ凹圓ト圓ト相切スルトキハ $\phi=0$ ナルユヘ $\sin\frac{1}{4}\phi=\sin\frac{1}{4}\theta$ ニシテPNハGKト一致スヘシ $\therefore\ \angle GOK=\frac{3}{2}\theta,$

今 $BO'=\frac{9}{4}r$ 及ヒ

$$GG'=GO'\times\sin GO'G'=\frac{9}{4}r\sin\frac{3}{2}\theta$$

$$=\frac{9}{4}r\left(\sin\theta\cos\frac{1}{2}\theta+\sin\frac{1}{2}\theta\cos\theta\right)$$

$$=\frac{9}{4}r\left(4\sin\frac{1}{2}\theta\cos^2\frac{1}{2}\theta-\sin\frac{1}{2}\theta\right)$$

$$=\frac{9}{4}r\left(8\sin^2\frac{1}{4}\theta\cos\frac{1}{4}\theta\left[1-2\sin^2\frac{1}{4}\theta\right]^2\right.$$

$$\left.-2\sin\frac{1}{4}\theta\cos\frac{1}{4}\theta\right)=\frac{297r\sqrt{15}}{512}$$

$$GG''=\text{縱線}=4a\cos^2\frac{1}{2}\theta\sin\theta=8a\cos^3\frac{1}{2}\theta\sin\frac{1}{2}\theta$$

$$=16a\sin\frac{1}{4}\theta\cos\frac{1}{4}\theta\left(1-2\sin^2\frac{1}{4}\theta\right)^3$$

$=\frac{343r\sqrt{15}}{512}$ 又 $EL=\frac{3}{2}r\sqrt{3}$

$$\therefore\ AB=\frac{9r}{4}+\frac{297r\sqrt{15}}{512}+\frac{343r\sqrt{15}}{512}+\frac{3r\sqrt{3}}{2}$$

$\therefore\ AB=r\left(\frac{9}{4}+\frac{5\sqrt{15}}{4}+\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$ 又 $AC=\frac{9}{2}r$

$$\therefore\ AB=\frac{2}{9}AC\left(\frac{9}{4}+\frac{5\sqrt{15}}{4}+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$$

今 $AB=a$ $AC=b$ トスレバ

$$a=b\left(\frac{5\sqrt{5}}{6\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{2}\right).$$

八

第四十號二套二十九

本題ハ第四十五號ニ揭ケタル共答式ニ合セサルヲ題者肝付君ノ明諭ヲ忝フシ該題ハ面積重心ナルヲ粗漏ニモ第二十九號問題解義第十條ノ曲周重心ヲ引用シ此誤ヲ生セリ故ニ再ヒ茲ニ之ヲ解シ決シテ君ノ答式ノ誤ラサルヲ明示シ輕忽ノ罪ヲ謝ス

但シ曲周重心ヲ去ル最モ遠キ點ト頂點間ニ夾有スル曲周長ヲ求ムル題トスレハ該解ハ誤リナシ

第四十號第二套十六ノ圖ヲ借リ重心距OGヲ求メンタメ奚氏「アナリチカル、スタチツクス」第百十六章ノ式ニヨリ次ノ如シ

$GO=\dfrac{\frac{2}{3}\int r^3\cos\theta\,d\theta}{\int r^2\,d\theta}$ 此レニ $r=2a(1+\cos\theta)$ ヲ代入

シ $GO=\dfrac{4}{3}a\,\dfrac{\int(1+\cos\theta)^3\cos\theta\,d\theta}{\int(1+\cos\theta)^2\,d\theta}$

今 $\int(1+\cos\theta)^3\cos\theta=\frac{1}{4}\cos^3\theta\sin\theta+3\sin\theta+\cos^2\theta\sin\theta+\frac{15}{8}\cos\theta\sin\theta+\frac{15}{8}\theta$

此ニ於テθノ極限ヲ零及ヒπトシ $\frac{15}{8}\pi$ ヲ得

又 $\int(1+\cos\theta)^2d\theta=\frac{1}{2}\cos\theta\sin\theta+2\sin\theta+\frac{3}{2}\theta$

此ニ於テθノ極限ヲ零及ヒπトシ $\frac{3}{2}\pi$ ヲ得 $\therefore\ GO=\frac{5}{3}a$ ナリ

今GPヲuトスレハ

$$u^2=16a^2\cos^4\frac{\theta}{2}\sin^2\theta+\left(\frac{5}{3}a-4a\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\theta\right)^2$$

$\frac{du^2}{d\theta}=0$ トシ $8\cos^2\frac{\theta}{2}-5=0$

$$\therefore\ \theta=2\sin^{-1}\frac{\sqrt{6}}{4}$$

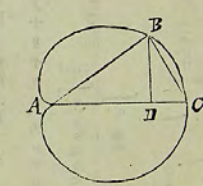
然ルニ $\int\sqrt{dx^2+dy^2}=8a\int\cos\frac{\theta}{2}\,d\frac{\theta}{2}=8a\sin\frac{\theta}{2}$

此θノ極限ヲ零及ヒ $2\sin^{-1}\frac{\sqrt{6}}{4}$ トシ $2a\sqrt{6}$ ヲ得合答

九

第四十二號二套ノ五　白井正信解

圖ニ於テACヲ中軸径aトシBACノ角ヲθトシABヲpトスレハ四圓ノ性質ニ由リ



$$p=\frac{a}{2}(1+\cos\theta)$$

$$\therefore\ \cos\theta=\frac{2p-a}{a}$$

又三角法ニヨリ次式アリ

$$BC=\sqrt{AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos\theta}$$
$$=\sqrt{a^2+2ap-3p^2}$$

今三角形ノ三邊ノ和ヲuトスレハ

$$u=p+a+\sqrt{a^2+2ap-3p^2}\ \ldots\ldots\ldots\ldots(A)$$

$$\therefore\ \frac{du}{dp}=1+\frac{a-3p}{\sqrt{a^2+2ap-3p^2}}=0$$

$\therefore\ p=\frac{2a}{3}$ ヲ得之ヲ(A)ニ入レ $u=\frac{8}{3}a$ ヲ得證トス

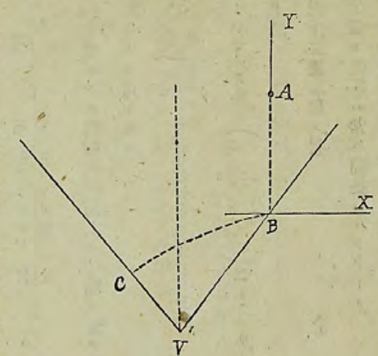
十

第四十二號二套ノ六　澤田吾一解

充分彈力ヲ有スル分子或ル面ヲ射撃スル時ハ射入射出ノ角相等シ故ニBヲ原點トスレハBC曲線ノ式ハ

$$y=x\cot 2\alpha-\frac{gx^2}{2v^2\sin^2 2\alpha}\ \ldots(1)$$ 但シ $\alpha=\frac{BVC}{2}$

$$\frac{dy}{dx}=\cot 2\alpha-\frac{gx}{v^2\sec^2 2\alpha}\ \ldots\ldots\ldots(2)$$



Bヨリ射出シタル分子C點ヲ打撃シ又B點ニ還ランニハC點ヲ直角ニ打タサルヲ得ス而シテCV線ニ鉛直ナル直線ハ水準トαナル角ヲナス

仍テ $\frac{dy}{dx}=\tan\alpha$ 故ニ(2)式ヨリ

$$\tan\alpha=\cot 2\alpha-\frac{gx}{v^2\sin^2 2\alpha}\ \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

又VC直線ノ式ハ $-y\tan\alpha=x+2a\ \ldots\ldots(4)$

(1)(3)及ヒ(4)ノ三式ヲ以テx yヲ消去セハ

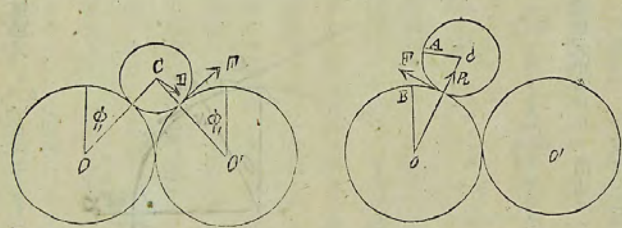
$$(5+\tan^2\alpha)(3\tan^2\alpha-1)=16a\frac{g\tan\alpha}{v^2\sin^2 2\alpha}$$

而シテ $\frac{v^2}{2g}=AB$ 即チ求メントス欲スル距離ナリ故ニ

$$\overline{AB}=\frac{8a\tan\alpha}{\sin^2 2\alpha\,(5+\tan^2\alpha)(3\tan^2\alpha-1)}.$$ 答トス

十一

第四十二號二套ノ七　仝



C球静止ノ時ハACトOB線ト一致セシトスレハAC線ノOB線トナス角ヲθトシPOB角ヲφトス

運動式〔ダイナミカール、イクエションス〕

$$(a+b)\frac{d^2\phi}{dt^2}=g\sin\phi-\frac{E}{m},$$

$$(a+b)\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2=g\cos\phi-\frac{R}{m},$$

$$R^2\frac{d^2\theta}{dt^2}=a\frac{E}{m},$$ 但 $R^2=\frac{2a^2}{5}$

幾何學式

$$a(\theta-\phi)=b\phi$$

故ニ $\left(1+\frac{R^2}{a^2}\right)(a+b)\frac{d^2\phi}{dt^2}=g\sin\phi.$　積分スレハ如次

$(a+b)^2\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2=a^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2=\frac{2a^2g(a+b)}{a^2+R^2}(1-\cos\phi)$

C球O'筒ヲ撃ツトキハ $\phi_1=\sin^{-1}\frac{b}{a+b}$.

拍撃ノ前O'Cニ鉛直ナル速率ハ

$(a+b)\frac{d\phi_1}{dt}\sin DCO'$ 卽チ $(a+b)\frac{d\phi_1}{dt}\cos 2\phi_1$,

拍撃ノ後C球ノ回轉速率ヲw'トセハO'Cニ直角ナル速率ハ

aw_1ナリ故ニ

$aw'-(a+b)\frac{d\phi_1}{dt}\cos 2\phi_1=\frac{E}{m}$,

$R^2\left(w'-\frac{d\theta'}{dt}\right)=-a\frac{E}{m}$, 故ニ

$\frac{a^2+R^2}{a^2}w'=\frac{R^2}{a^2}\frac{d\theta'}{dt}+\frac{a+b}{a}\frac{d\phi'}{dt}\cos 2\phi_1$

今ϕ_2ヲ望ミタル角卽チO'筒上ニC球ノ最モ高キ位置ト其筒ノ頂點トナス角トセバ

$\left(1+\frac{R^2}{a^2}\right)\frac{a^2}{a+b}w'^2=2g(\cos\phi_2-\cos\phi_1)$, 故ニ

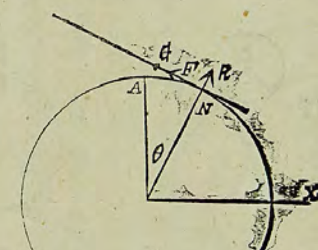
$\cos\phi_2=\cos\phi_1+\left(\frac{R^2+a^2\cos 2\phi_1}{R^2+a^2}\right)^2(1-\cos\phi_1)$.

全

十二

第四十二號二套ノ七

AN弧トGNハ常ニ同長ニシテ$a\theta$ナリ



運動式 $m\frac{d^2x}{dt^2}=R\sin\theta-F\cos\theta$.

$mR^2\frac{d^2\theta}{dt^2}=-a\theta R$.

$m\frac{d^2y}{dt^2}=R\cos\theta+F\sin\theta-mg$.

故ニ $R^2=$ 桿ノ回轉ノ半徑 $=\frac{(長)^2}{3\times 4}$.

幾何學式

$x=a\sin\theta-a\theta\cos\theta$.

$y=a\cos\theta+a\theta\sin\theta$.

$\therefore\ \frac{d^2x}{dt^2}=a\theta\sin\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}+a(\sin\theta+\theta\cos\theta)\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$,

$\frac{d^2y}{dt^2}=a\theta\cos\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}+a(\cos\theta-\theta\sin\theta)\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$,

運動式中ニFRヲ消去セハ

$a\theta\frac{d^2\theta}{dt^2}-a\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2+\frac{R^2}{a\theta}\frac{d^2\theta}{dt^2}=-g\cos\theta$

卽チ $\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{a^2\theta}{R^2+a^2\theta}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2=-\frac{ag\theta\cos\theta}{R^2+a^2\theta^2}$

$\therefore\ \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2=\frac{1}{R^2+a^2\theta}\left\{\int -2ag\theta\cos\theta+c\right\}=$

$2ag\frac{a\sin\alpha+\cos\alpha-(\theta\sin\theta+\cos\theta)}{R^2+a^2\theta^2}$,

GトAト一致スル片ノ回轉速率 $=\frac{\sqrt{2ag}}{R}\sqrt{a\sin\alpha+\cos\alpha-1}$

振搖(スモール、ヲスシルレーション)ヲ算スルコ

$\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\frac{a}{R^2}a\theta$. 故ニ一振ノ時間ハ $2\pi\frac{R}{\sqrt{ag}}$ ナリ

第二套

設問

一　大村一秀

長方形ノ紙片ヲ斜折シテ成ル處ノ四邊形內ニ圓線ヲ充容スル圖ノ如シ縱橫邊x yヲ己知シテ容圓半徑rヲ得ル式ハ

$r=\sqrt{(x+y)^2-2y^2}+3x-y$ 證如何

二

長方形ノ紙片ヲ斜析シテ成ル處ノ五邊形內ニ圓線ヲ充容スル圖ノ如シ縱橫邊x yヲ己知シテ容圓半徑rヲ得ル式ハ

$r=\frac{1}{2}(x+y-\sqrt{2xy})$ ナリ證ヲ求ム

全

第三套

譯語會記事

三月四日例ノ如ク東京大學ニ於テ第十六回譯語會ヲ開ク出席議員十八人

二十七番　山本信實　二十八番　樋口藤次郎

右ハ定議員タランコヲ乞フ因テ定議員トス

本日ハ議長副議長共ニ缺席ニ付衆員ノ推選ヲ以テ八番(菊地)議長席ニ就ク

(27)　Dimension　元　元行

四番曰ク前會ニ決セサリシヲ引續キ議スルコナレハ中ニハ前會欠席シテ如何ナル修正說アリシヤヲ知ラサルモノアルベシ依テ一應前ニ出タル修正說ヲ議長ヨリ告ラレンコヲ望ム○議長曰別ニ告クヘキ程ノ修正說ハナカリシ○二十五番曰代數學ニテモ幾何學ニテモ通用スル譯ヲ付シタキモノナリ○四番曰代數ニモ幾何ニモ通用スル譯ハ二十五番ノ修正案ハ如何○二十五番曰ク別ニ考案アルニアラス兩樣ニ用フヘキ譯ヲ付シタキト希望スル迄ナリ○二番曰ク我輩ハ「デグリー」ト共區別甚僅カナルユヘ之ヲ合シテ次數トカ次トカ一ニ定メンコヲ欲スルナリ○二十五番曰ク「デグリー」ノ譯ヲ次ト付ケシハ如何○二番曰此レハ草案者ニ質問仕ル○草案者曰ク二乘ハ二タビ乘

セシモノ故ニ二次ト云ヒ三乗ハ三タビ乗セシモノ故ニ三次ト云フ如キ位ナラン○二十五番曰ク然ラバ「デグリー」ト同譯ニテ次トスヘシ○草按者曰ク「デグリー」ト合シ難キ處アリ○二番曰分タル、ナラハ分ツニ如ハナシ然レヒ分ツヘキノ考按ナカラン如何○四番曰二番ノ說ノ通リ「ダイメンシヨン」ト「デグリー」ト區別スヘキ適當ノ譯字アレハ可ナリ然レヒソハ甚六ケシキユ次ニ定メ「デグリー」ト合セ置キテ可ナラン○十三番曰支那書ニ分ノ譯ヲ見タリ但シ適當ト思ハレス又、行ノ字ヲ用ユト覺ヘタリ是レ其當否ハ審知セサレヒ恐ラクハ行ノ方可ナラン○九番曰古語ニ六合ト云フヿアリ「ダイメンシヨン」ハコノ合ニ當ランカ○十三番曰本員モ合ノ字ノ考ヘアリシカ六合トハ些ト不可ナルアラント差扣ヘタリ○二番曰此草按者ノ譯ニモ元行トアリ行ハ元素ノ義ニテ古來五行ナド、云フヿアリ故ニ斷然、行トスヘシ○二十一番曰ク行ト譯スルノ意猶一應說明アリタシ○二番曰木火土金水ヲ五行ト云ヒ天地間ノ萬物皆此五元素ヨリナルトハ古來云フ處ナリ原按ノ元行ト譯セシモ蓋シ其意ニ由リシナランカ然レヒ「ダイメンシヨン」ハxノ掛リ合ヒタリ元ナレハ則チ元ノ字ヲ略シ只行ノ一字ヲ採用スルヲ可ナリト考フ○二十三番曰「デグリー」ノ次トハ區別メ置キタシ故ニ行モ可ナリト雖ヒ註解甚タ六ケシク思ハルレバ「ダイメンシヨン」ハ乗ノ譯ヲ付ケ置クヘシ二乗三乗トセハ可ナラン○四番曰ク本員ハ最初二番ト同シク「ダイメシヨン」ト「デグリー」ヲ同一ニメ次數ト譯スルヲ可トセシガ二番ハ更ニ行ト譯スルニ替ヘタリ然レヒ行ハ字面甚六ケシク又二十三番ノ說ノ通リ三乗式トカ四乗式トカ云フニハ次數殊ニ適當スヘシ○二十五番曰乗ハ名詞ニアラスシテ「チペレーシヨン」ニ屬スルユヘ不可ナリ○二十一番曰原書ニ「ダイメンシヨン」ハ一個ノ物体ノ廣ガリデアルト解キ未知數量ノ累乗ヲアラハスヿニ用ヒ「デグリー」ニ同シトアリ故ニ「デグリー」ニ合シ次數トシテ可ナラン○十三番曰何乗式モ次數モ同意シ難シ「ダイメンシヨン」ハ屢用ユル字ニモアラザレハ少シ六ケシキモ成ベク當ハマル字ニ定メ置クベシ○八番曰「ダイメンシヨン」ハ幾何學ヨリ代數學ニ用ヒ來リシナリ故ニ行ノ字ヲ可トス幾何學ニハ行ノ字能ク用ヒラルヘシ元ヨリ譯字ハソレニテ其意ヲ充分ニ盡スト云フヿハナシ難キヿナリ他ニ差支ナクハ行ニスヘシ○九番曰ク只今ノ說ニ幾何學ヨリ代數ニ用ヒ來レルナラバ、向トスヘシ○議長說ノ盡タルヲ見先ツ「ダイメンシヨン」ト「デグリー」ヲ一ニシ次數ト譯スル同意者ヲ見ルニ少數ニテ「ダイメンシヨン」ヲ行ト譯スルニ可決ス

(28) Homogeneous dimention　同次元

九番曰ク齊次元トスヘシ○二十三番四番十七番廿一番等續々贊成シタリ但シ前項ノ「ダイメンシヨン」ヲ行ト定メタレハ齊行トスヘシト議長衆員ノ起立ヲ見多數ニテ齊行ニ決ス

(29) Degree　次

異議ナク原按ニ決定ス

(30) Homogeneous expression　同次式

十七番曰此處モ行ノ字ヲ用ユヘシ依テ齊行式ニ改メタシ○四番贊成ス○二十五番曰齊次式トスヘシ○八番曰齊式トスヘシ○二番贊成ス○議長齊式ト改ムルノ同意ヲ起立セシメシニ多數ニヨリ齊式ニ改ム

(31) Positive term　正項

(32) Negative term　負項

此二項ハ毫モ論ナク原按ニ決ス

(33) Factorial　連因數

二十六番曰引續數トスベシ○二番曰原按ヲ可トス○九番曰連次トカ連序トカノ意味アリタシ○十三番曰階乗トシテハ如何○二十一番曰連級因數トスヘシ○十七番曰累乗因數ニ改メタシ○二十一番曰累乗モ連級モ格別ノ違ヒナシ級ヲ加フレハ一ヨリ十マテヲ階級ヲ逐テ乗スルユヘ級ノ方可ナラン累乗ハ同意ナレヒ字面ヨリ是レハ順々ニ重ルノ意ニハ連級ノ方穩當ナルヘシ○二番曰順々ニ掛ケ合ハスルト云フニ連級ニテハ適當セス級數ハ必ス一ノ差ニテ一二三ト順ナルモノニ限ラス又累乗モ同樣ナリ故ニ原按ニテ可ナリ○十三番曰二番ノ說ノ通リ累乗ハ一ヨリ段々ニ因數ノ大キクナルニ當ラス又連級モ順次ニ當ラス階乗數ハ階乗十トカ階乗五トカ云フヿアレハ或ハ本員ノ說稍隱當ナラン○十五番曰逐次因數トスヘシ○八番曰ク因數ト云フ字ナケレハ「フアクトル」ニ當ラヌト考ヘラヽルヤニ聞ユルカソハ決シテ拘泥スルニ及ハヌヿナリ故ニ階乗モ可ナラン○議長決ヲ取リ同意多數ヲ以テ階乗ニ決ス

(34) Equation　方程式

異議ナク原按ニ決ス

(35) Ferst side or ferst member　第一邊(節)

(36) Second sideor second member　第二邊(節)

二十五番曰第一邊第二邊ハ左邊右邊トスヘシ○二番曰左節右節トスヘシ○四番曰前節後節ノ方可ナラン○二十五番曰左右ノ方適當ナリ○八番曰西洋ニテハ「ライトメンバー」トモ又「ホルストメンバー」トモ云フ故ニ(35)(36)ヲ一ニシ「ホルスト」或ハ「セコンド」ノ原語ヲ省キテ左右前后ナド、付ケスソハ譯者ノ自由ニ任カセテ可ナリ左右前後ナド、區々タル文字ヲ爭フハ益ナキヿナリ故ニ「サイド」、チール、メンバー」ヲ節トスルヲ可

トス○四番曰左右前后ハ爭フニ及ハス八番ノ說至當ト云フベシ○二十三番曰前節後節トスルヲ可トス○二十一番曰前后ニテ可ナリ○十三番曰八番ノ說ヲ可トス但シ邊節ト兩譯ヲ付ケ置クベシ何レヲ用ユルモ妨ケナシ○八番曰「サイド」ト「メンバー」ノ譯字ヲ定ムルコ肝要ナリト考フ○二十一番曰「リビンソン」ノ初ニ解スルニ或ハ左右ヲ說キ又ハ第一第二トナス故ニ何レニカ區別スルヲ可トス今合シテ其區別ヲ廢スルハ宜シカラス○左右或ハ前後ノ字ハ勿論アルヘキ筈ナリ然レトモ必ス定メ置クニ及ハス前後左右何レニテモ其レハ人ノ撰ムニ任セテ可ナリ○二十五番曰八番ノ說ヲ可トス但シ邊トスヘシ○議長先ツ「ホルスト」「セコンド」ヲ省キ(35)(36)ヲ合スルノ可否ヲ問ヒシニ省クヲ可トスルモノ多シ○十七番曰二十五番ノ說ノ通リ節トセス邊トスベシ○二番曰ク「サイド」ハ脇ノ意味ニテ邊ハ端ノ意ナリ今方程式ニ就テ考フレハ邊ニテ不可ナリ節ハ文章ニ一節ナドト段落ニ用ユルモ邊ヨリハ幾何學ニ差響モナクテ宜シ又二樣トモニ付ケ置クヘシトノ說アレトモ一ニ定ムルヲ可トス本員ハ節ノ方耳ニ慣レタリ○九番曰邊節二ツナガラ存スヘシ○十三番曰是迄ノ慣ニテ一ニ定メタレ共殊更ニ原語モ二ツアルユヘ邊、節兩譯トモニ付ケ置クベシ○八番四番二十番ハ節ノミヲ可トス○十五番十七番ハ邊ヲ可トス○二十五番ハ二ツトモニ存スヘシト云フ○二十一番曰ク邊節ノ中節ヲ可トス支那譯ノ代數術モ節トアルト思ヘリ○二十番曰支那譯ノ代數術ハ邊ナリ節ニアラス又支那譯ノ代數學モ亦邊ナリ○議長先ツ邊トスルノ同意及ヒ節トスルノ同意者ヲ見ルニ少數ニテ邊節兩譯ヲ付スルニ可決シタリ

第四套

數理遺玉

不朽算法卷下〔第四十二號ノ續キ〕

假如眞數二者配數○三分○一○三九九九九五六六強

求配數者置眞數二爲第一實○查表眞數近實數而略少之配數三分爲第一配數以其眞數一個九九五二六二三一四九六九八爲法實如法而一得一○○二三七四四六七二五四五二九爲第二實○查表眞數近實數而略少之配數一毛爲第二配數以其眞數一個○○二三○五二三八○七七九爲法實如法而一得一○○○○六九○六九九五三九四爲第三實○查表眞數近實數而略少之配數二忽爲第三配數以其眞數一個○○○○四六○五二七六二二爲法實如法而一爲第四實○次第如此求之而尾位就近棄之乃五以上收之以下棄之

次次所求得數如左

第四實一○○○○二三○一六、一三一六八

配數○○○○○○九微

法一個○○○○二○七二三四八○六

第五實一○○○○○二二九二六○三六一

配數○○○○○○○九纎

法一個○○○○○二○二七四四五

第六實一○○○○○○二二○二七四四五

配數○○○○○○○○九沙

法一個○○○○○○二○七二三二七

第七實一○○○○○○○一三○四一七五

配數○○○○○○○○○五塵

法一個○○○○○○○一一五一二九

第八實一○○○○○○○○一五二八八五

配數○○○○○○○○○○六埃

法一個○○○○○○○○一三八一

第九實一○○○○○○○○○一四七二五

配數○○○○○○○○○○○六渺

法一個○○○○○○○○○一三八二

第十實一○○○○○○○○○○九○五

配數○○○○○○○○○○○○三漠

法一個○○○○○○○○○○○六九

右配數相併共得○三分○一○二九九九五六六三尾位數三棄之爲强館

倣之

凡未配數者常眞數爲第一實○眞數十以上分以下者各以首之位數爲第一法以其配數爲第一配數假如眞數十以上百以下者一以下一分以上者並以一爲第一配數以一十或一分爲法又眞數百以上十以下一釐以上者並以二爲第一配數以一百或一釐爲法餘倣之

假如配數二個五分六釐者眞數三百六十三個○七八○五四七七○一一弱

置配數二個之眞數百以配數五分之眞數三個一六二二七七六六○一六八四乘之又以配數六釐之眞數一個一四八一五三六二一四九六九乘之得所求眞數

如此起於配數之首位至尾位以每一位眞數累乘之得所求眞數

開方術

凡求開方商者置開方乘數加一個爲法○置積依前術求配數以法除之得數爲開方商之配數依前術求其眞數爲開方商

假如積二百五十六個者依前術得配數二個四○八二二九九五六三二平方開之爲法數二罪配數以法除之得一個二○四一一九九八二六六爲開方商之配數依前術得眞數一十六爲開方商

又七乘方開之者法數八置配數以法除之得○三分○一○一九九九五六六爲開方商之配數依術得眞數二爲開方商

若積在寸位以下者依前術得配數如法級內減第一配數二段若不及減者累加法數而減之也餘爲定配數以法除之爲開方商之配數以求眞數爲開方商以法加段數擬配數以其眞數爲開方商之首位乃法數一次加者爲分二次加

者爲厘三次加者爲毛餘倣之

假如積四絲八忽八微二纖八沙一塵二埃五漠十乘方開之者以一絲除之得四個八八二八一二五依術得配數四個六八八八六加七〇〇有奇法數一十得內減一絲之配數四個二段餘七個六八八六以法除之七〇〇有奇得〇六分九八九一〇〇有奇以求其數得五個法加段數一故得商爲五分

又積六沙四塵立方開之者以一沙除之得六個四分依前術得配數八個八〇六一八弱加法數三個三段內減第一配數八個二段餘得一個八〇六一八弱以法除之得〇六分〇二〇六弱以求其數得四個法加段數三故得商爲四毛餘倣之

別離有依綴術得開方商術乘數多則諸數亦及繁多故不載之

〔以下嗣出〕

第五套

前號答式

第一　$x=\frac{y}{2}\left\{(\sqrt{5}+1)-\sqrt{2(\sqrt{5}+1)}\right\}$.

第二　$x=y(\sqrt{2}-1)$.

第三　$a=xy\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2(y^4-x^4)}}$.　$b=\sqrt{x^2+y^2}\left(\frac{1}{4}-\frac{x^4}{2(x^4+y^4)}\right)$.

第四　$\frac{1+e\cos^2\alpha}{1-e\cos^2\alpha}\sqrt{\frac{2a\sin\alpha}{g}}$.

第五　阻力アル片ハ安全ヲ得易シ

阻力極大ナル片ハ　$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{59}{c}\left(\frac{c^2}{a^2}-1\right)\left(6\frac{c^2}{a^2}-1\right)}$.

阻力極小ナル片ハ　$\sqrt{\frac{59}{c}\left(\frac{c^4}{a^4}-1\right)}$

附錄

正誤

前編輯大村一秀君ヨリ正誤一條ヲ請求セラル左ノ如シ

第三十號五葉第七號六套ノ三眞山眞解ト記載セシ處眞山眞解ノ四字ハ誤植ニ付取消ス

社長　柳楢悦

編輯印刷　長澤龜之助

賣捌所

東京芝區柴井町　松井忠兵衛

同日本橋區本町三丁目　清水卯三郎

大坂備後町四丁目　梅原龜七

定價拾錢

東京數學會社雜誌

第四拾八號

定期刊行

明治十五年六月一日發行

東京數學會社

目錄

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ

一本號諸套ニ揭クル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル處ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサルモノハ編者ノ稿ナリ

一本號ニ記スル問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ之ヲ登錄スヘシ

一社外ト雖ヒ投書スルヲ得然レヒ變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス

一凡ソ揭載セル問題、論說、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ

一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス

一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス

一入社セント欲スルモノハ社則ニ從フヘシ

明治十五年六月　東京數學會社

套外

○双曲線對數ノ解　社員某君編者ニ質シテ曰ク納白爾對數ヲ一ニ双曲線對數ト云フハ何故ゾト編者某君ニ答フル𪜈左ノ如シ

B乃ヒCヲ等邊双曲線ノ頂點トシAK及ヒADヲ其漸近線トス而シテAKニ平行シテBB'線ヲ畫キ之ヲ一ト命ス

又任何縱線假令ハPP'ノ如キヲ畫キBB'ニ平行セシムルキハBB'P'Pナル面積ハ其橫線AP'ノ納白爾對數ニ同シコレ納白爾對數ノ一ニ双曲線對數ナル名アル所以ナリ他ニ深意アルニ非ラサルナリ

○出稿多少比較表〔第三期ノ始學務委員改選後第三期ノ終ニ至ル卽チ第三十八號ヨリ第四十八號ニ至ルノ間トス〕

五十九條	長澤龜之助	二十七條	白井正信
二十五條	大村一秀	十八條	肝付兼行
十七條	澤田吾一	十條	伊藤直温
八條	岩永義晴	七條	荒川重平
六條	中川將行	六條	磯野健
四條	眞野肇	四條	小澤兼藏
三條	菊地大麓	二條	柳楢悅
一條	山本信實　以上		

右ノ通ニシテ學務委員中一條ノ出稿ナキ者モアリ又社外ハ論セス

東京數學會社雜誌第四十八號

第壹套

雜錄

○應問二條

頃日山本信實君茅屋ヲ過テ曰ク客月發行ノ數學會社雜誌套外ノ廣問一題余之ヲ解セリ蓋シ該題ハ望ム處ノ點四個アリテ四次ノ式ヲナス故ニ先ツ其精式ヲ求メ且ツ特例ヲ附シテ其用ヲ明カニス子ソレ之ヲ一讀セヨト余答テ曰ク生モ亦嘗テ其解ヲ起稿シ又四次式ヲ得タルヲ以テ其儘之ヲ匣底ニ委スト是ニ於テ君ノ解義ヲ一見スルニ術路明昭代數ノ理ヲ用ヒ角度ヲ使用シテ望點ノ所在ヲ明カニセリ余讀了シテ曰ク善シ矣亦耨奴モ亦將ニ徒跣シテ走ラントス請フ之ヲ雜誌ニ登記セント君哂ツテ而シテ唯諾ス後之ヲ余カ解ト照合スルニ其理旨符契ヲ合スルカ如シ然レヒ余ノ解ハ純ラ軸式幾何學（コヲルヂテート、ジヲメトリー）ノ法ニ由テ望點ノ縱橫線ヲ推スカ故ニ解路甚異ナリ仍テ共ニ左ニ之ヲ揭ケテ明算家ノ高評ヲ仰クト云爾

明治十五年四月二十日　長澤龜之助記

○其一　山本信實解

今A、Bヲ兩彈丸ノ位置トシOヲ圓心トシCヲ望ムトコロノ盆線ノ一點トシ而シテC點ヨリA、B二點ヲ過キテ圖ノ如ク二通弦ヲ引ケハ此長サ互ニ相等シ何者PCA及ヒQCB互ニ等角ナルヲ以テナリ故ニCOヲ半徑必スACB角ヲ中分スベシ

是ニ於テ前知件ヲ $\angle AOB=\theta$, $Ao=a$, $BO=b$, 及ヒ $CO=r$, トシ不定件ヲ $\angle AOC=\alpha$, $\angle BOC=\beta$, $\angle ACO=\angle BCO=\phi$, $AC=x$, $BC=y$, トシ次ニA、ヨリCO上ニ垂線AM BNヲ作レハ

$$\left.\begin{aligned} AM&=AC\sin ACO=x\sin\theta=AO\sin AOC=a\sin\alpha,\\ BN&=BC\sin BCO=y\sin\phi=b\sin\beta, \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(甲)$$

又 $CO=CM+MO=CN+NO$,

$$\therefore \left.\begin{aligned} x\cos\phi+a\cos\alpha&=r,\\ y\cos\phi+b\cos\beta&=r, \end{aligned}\right\} 此レヨリ$$

$x\cos\phi=r-a\cos\alpha,\quad y\cos\phi=r-b\cos\beta,$

二式相除シテ　$\frac{x}{y}=\frac{r-a\cos\alpha}{r-b\cos\beta}$,

(前甲式)ニ由テ之ヲ改ムレハ

$\frac{a\sin\alpha}{b\sin\beta}=\frac{r-a\cos\alpha}{r-b\cos\beta}$,　分母ヲ去リテ

$br\sin\beta-ab\cos\alpha\sin\beta=ar\sin\alpha-ab\sin\alpha\cos\beta$,

卽チ　$br\sin\beta=ar\sin\alpha-ab\sin(\alpha-\beta)$,

而シテ　$\alpha+\beta=\theta$　ナルニ因テ

$br\sin(\theta-\alpha)=ar\sin\alpha-ab\sin(2\alpha-\theta)$,

之ヲ解キ且ツ變スルコ左ノ如シ

$br\sin\theta\cos\alpha-br\sin\alpha\cos\theta=ar\sin\alpha$

$-ab\sin2\alpha\cos\theta+ab\sin\theta\cos2\alpha=$

$ar\sin\alpha-2ab\cos\theta\sin\alpha\cos\alpha+ab\sin\theta(1-2\sin^2\alpha)$,

$\therefore -2ab\sin\theta\sin^2\alpha+(ar+br\cos\theta)\sin\alpha$

$-(br\sin\theta+2ab\cos\theta\sin\alpha)\cos\alpha$

$+ab\sin\theta=0$,

今簡易ノ爲メニ　$-2ab\sin\theta=P$,　$ar+br\cos\theta=Q$,

$br\sin\theta=R$,　$2ab\cos\theta=S$,　$ab\sin\theta=T$,

$\sin\alpha=z$　ト定ムルトキハ上式次ノ如ク變ス

$Pz^2+Qz-(R+Sz)\sqrt{1-z^2}+T=0$,

$(R+Sz)\sqrt{1-z^2}=Pz^2+Qz+T$,

$(R+Sz)^2(1-z^2)=(Pz^2+Qz+T)^2$

解キテ之ヲ括クレハ

$(P^2+S^2)z^4+2z^3(PQ+RS)+z^2(Q^2+R^2-S^2+2PT)$

$+2z(QT-RS)+T^2-R^2=0$.

而シテ又　$P^2+S^2=4a^2b^2$,

$PQ+RS=-2a^2br\sin\theta$,

$Q^2-S^2+R^2+2PT=(a^2+b^2)r^2-4a^2b^2+2abr^2\cos\theta$,

$QT-RS=abr\sin\theta(a-b\cos\theta)$,

$T^2-R^2=b^2\sin^2\theta(a^2-r^2)$,

今之ヲ以テ前式ニ代入スレハ次ノ如シ

$4a^2b^2z^4-4a^2br\sin\theta.z^3+\{(a^2+b^2)r^2-4a^2b^2$

$+2abr^2\cos\theta\}z^2+2abr\sin\theta(a-b\cos\theta)z$

$+b^2\sin^2\theta(a^2-r^2)=0$, ...(特)

比式乃チ四次ニシテα角正弦zノ同數ニ四種アリ故ニ望點モ

亦必ス四个アルコ明カナリ

己ニ右式ニ由テα角ヲ知レハC點ノ位僨自ラ相定ルベシ

右特別例

若シθ角百八十度ニシテabヲ各pニ等シキトキハA、B二點ハ一

全徑上圓心ヨリp等距ノ處ニアリ而シテ(精式)變シテ

$4p^4z^4-4p^4z^2=0$　トナル故ニ　$z^2=1$　卽　$z=\pm1$

是ヲ以テαハ九十度ニシテ望點必スAB連線ノ中點ヲ直過ス

ル圓徑ノ兩端ニアリ

若シθ九十度ニシテabヲ各pニ等シキトキハ(精式)變シテ

$4p^2z^4-4prz^3+2r^2z^2-4p^2z^2+2prz+p^2-r^2=0$

トナル是ニ於テ之ヲ括レハ

$2p^2z^2(2z^2-1)-2prz(2z^2-1)-p^2(2z^2-1)$

$+r^2(2z^2-1)=0$,

$(2z^2-1)(2p^2z^2-2prz-p^2+r^2)=0$,

$\therefore\quad 2z^2-1=0$ ....(1)

$2p^2z^2-2prz-p^2+r^2=0$ ....(2)

今先ツ(1)式ニ因テzヲ求ムルトキハ其同數ハ　$\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$　ナリ故ニ

α角ハ必ス四十五度或ハ二百二十五度ナナシ二望點必スθ角

ヲ中分スル圓徑ノ兩端ニアリ○又(2)式ニ由テzヲ求ムルトキハ

$z=\frac{r}{2p}\pm\frac{1}{2p}\sqrt{2p^2-r^2}$　ナリ故ニ此正弦ニ屬スルα角能ク

他二望點ヲ顯ハスヘシ然レドモ若シ　$2p^2<r^2$　ナルトキハ此二

望點決シテ成立セス

此末式ニ於テ若シ　$p=r$　ナルトキハzハ必ス一或ハ零トナルヘ

シ此時ニ當リテ他二望點倶ニ象限弧ノ兩端ニ占ムルAB二點

ニ合ス又若シ　$2p^2=r^2$　ナルトキハzハ只　$\frac{r}{2p}$　乃チ　$\frac{1}{2}\sqrt{2}$　トナル

故ニ此時ニ當リテαハ四十五度ニシテ他二望點乃チ象限弧ノ

中點ニ合ス其他特別例前(精式)ニ基ツキテ推知スベシ

○其二　　長澤龜之助　解

二定彈丸ノ位置ヲA、Bトシ、Cヲ求ムル處ノ盆線ノ一點トス

圓ノ半徑ヲrトシ周中任

一點ノ縱橫線ヲx yトシ

題意ニ適合スルx yノ價

ヲ搜索シ以テC點ノ位置

ヲ決スベシ

今圓ノ方程式ハ

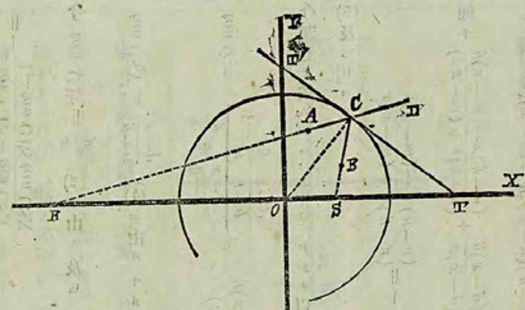
$y^2+x^2=r^2$ ......(1)

此レヨリ

$\frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y}$　ナルヲ以テ

(x,y)點ノ切線ノ方程式ハ

$y'-y=-\frac{x}{y}(x'-x)$ ....(2)



又A點ノ横線ヲm縦線ヲnトスレハA、C二點ヲ通過スル直線ノ方程式ハ

$$y''-n=\frac{y-n}{x-m}(x''-m)\cdots\cdots(3)$$

B點ノ横線ヲp縦線ヲqトスレハB、C二點ヲ通過スル直線ノ方程式ハ

$$y''-q=\frac{y-q}{x-p}(x''-p)\cdots\cdots(4)$$

今AC直線トC點ノ切線トノ交角ヲθトスレハ

$$\tan\theta=\tan ACT'=\tan TCD=\tan(CTR+CRX)$$

$$=\frac{\tan CTR+\tan CRX}{1-\tan CTR\tan CRX},$$

今 $\tan CTR=-\tan CTX=\frac{x}{y}$ (2)ニ由ル、及ヒ $\tan CRX=\frac{y-n}{x-m}$ (3)ニ由ル、ナルヲ以テ

$$\tan\theta=\frac{\frac{x}{y}+\frac{y-n}{x-m}}{1-\frac{x}{y}\frac{y-n}{x-m}}=\frac{x(x-m)+y(y-n)}{y(x-m)-x(y-n)}\cdots(5)$$

又BC直線トC點ノ切線トノ交角ヲϕトスレハ

$$\tan\phi=\tan BCT=\tan\{\pi-(CTS+CSX)\}$$

$$=-\tan(CTS+CSX)$$

$$=-\frac{\tan CTS+\tan CSX}{1-\tan CTS\tan CSX},$$

今 $\tan CTS=\frac{x}{y}$ (2)ニ由ル、及ヒ $\tan CSX=\frac{y-q}{x-p}$ (4)ニ由ル、ナルヲ以テ

$$\tan\phi=-\frac{\frac{x}{y}+\frac{y-q}{x-p}}{1-\frac{x}{y}\frac{y-q}{x-p}}=-\frac{x(x-q)+y(y-q)}{y(x-p)-x(y-q)}\cdots(6)$$

今題意ヲ按スレハ $\theta=\phi$ ナルヲ以テ $\tan\theta=\tan\phi$ 故ニ(5)及ヒ(6)ヨリ

$$\frac{x(x-m)+y(y-n)}{y(x-m)-x(y-n)}=-\frac{x(x-p)+y(y-q)}{y(x-p)-x(y-q)}$$

即チ $\frac{x(x-m)+y(y-n)}{y(x-m)-x(y-n)}+\frac{x(x-p)+y(y-q)}{y(x-p)-x(y-q)}=0$ 分母ヲ去リ

$$xy(x-m)(x-p)+y^2(x-p)(y-n)-x^2(x-m)(y-q)$$
$$-xy(y-n)(y-q)+xy(x-m)(x-p)+y^2(x-m)(y-q)$$
$$-x^2(x-p)(y-n)-xy(y-n)(y-q)=0,$$ 之ヲ括リ

$$2xy\{(x-m)(x-p)-(y-n)(y-q)\}$$
$$-(x^2-y^2)\{(x-m)(y-q)+(x-p)(y-n)\}=0,$$

$$\therefore\ 2xy\{(m+p)x-(n+q)y-(mp-nq)\}$$
$$-(x^2-y^2)\{(m+p)y+(n+q)x-(mq+np)\}=0,$$

之ヲ解キテ又括レハ次ノ如シ

$$(m+p)y\{2x^2-x^2+y^2\}-(n+q)x\{2y^2+x^2-y^2\}$$
$$+(mq+np)(x^2-y^2)-2(mp-nq)xy=0,$$

今(1)ニ由リ $y^2+x^2=r^2$ $\therefore$ $y^2=r^2-x^2$ ナルヲ以テ

$$r^2(m+p)y-r^2(n+b)x+(mq+nd)(2x^2-r^2)$$
$$-2(mp-nq)xy=0,$$ 又之ヲ括リ $y=\sqrt{r^2-x^2}$ ヲ以テ變スレハ

$$\{r^2(m+p)-2(mp-nq)x\}\sqrt{r^2-x^2}=r^2(n+q)x$$
$$-(mq+np)(2x^2-r^2),$$

今簡易ノ爲メ次ノ如ク定ム

$r^2(m+p)=P$, $2(mp-nq)=Q$, $r^2(n+q)=R$,
$(mq+np)=S$, 之ヲ上式ニ代入スレハ

$$\{P-2Qx\}\sqrt{r^2-x^2}=\{Rx-S(2x^2-r^2)\},$$

之ヲ自乘シテ分括スレハ次ノ如シ

$$4(Q^2+S^2)x^4-4(PQ+RS)x^3+(P^2+R^2-4r^2Q^2-4r^2S^2)x^2$$
$$+2r^2(2PQ+RS)x+r^2(r^2S^2-P^2)=0,$$

是ニ於テPQRSノ價ヲ復スレハ

$$4\{(mP-np)^2+(mq+np)^2\}x^4$$
$$-4r^2\{(m^2+n^2)p+(p^2+q^2)m\}x^3$$
$$+r^2\{r^2(m+p)^2+r^2(n+q)^2-4(p^2+q^2)(m^2+n^2)\}x^2$$
$$+2r^4\{(2m^2+n^2)p+(2p^2+q^2)m-np(n+p)\}x$$
$$+r^4\{(mq+np)^2-r^2(m+p)^2\}=0,\cdots\cdots\cdots(7)$$

此ニ由テ之ヲ觀レハ四次式ヲ得タルヲ以テxノ同數四種アリ故ニC點モ亦四個アルコ明カナリ乃チ上式ヲ以テxヲ求メ從テ之ヲ(1)ニ入レテyヲ求メハC點ノ縦横線ヲ知リ得タルヲ以テ其位置既ニ定レリ矣

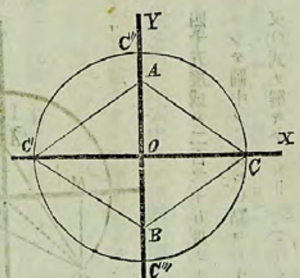
特例第一　若シ $m=0$, $n=a$, $p=0$, $q=-a$, ナル片ハ(精)式變シテ

$$4a^4x^4-4a^4r^2x^2=0,$$

トナルユヘニ

$$x^2(x^2-r^2)=0,$$

此レヨリ $x=0$, 及ヒ $x=\pm r$ ヲ得



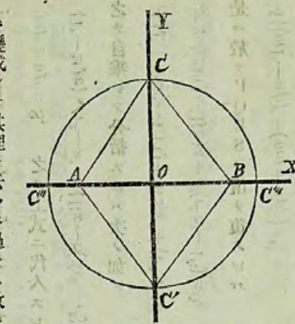
乃チ四個ノC點中二點ハ其横線$\pm r$ヲ以テ顯ハスユヘニ本例ニ於テハ此レ圖中ノC及ヒC'點ナリ又他ノ二點ハ其横線各零ナルヲ以テ變シテC''、C'''二點ヲ示ス然レヒコレ只理ニ合スルノミ實際ニ至リテハC、C'二點ノ外C''、C'''二點ハ不用トナル

特例第二　若シ又 $m=-a$, $n=0$, $p=a$, $q=0$,

トスルヰハ(精)式變シテ $4a^4x^4-4a^4r^2x^2=0$,

$\therefore\ x^2(x^2-r^2)=0$,

此レヨリ　$x=0$, $x=0$, $x=\pm r$ ヲ得而シテ



xノ前ノ二根ハC及ヒC'點ヲ與ヘ後ノ二根ハC''及ヒC'''點ヲ示ストモ雖モコレ亦前ノ如ク單ニ變成シテ其理ヲ云フニ過キス故ニ此形勢ニ於テ實際用ユヘキ點ハC及ヒC'ノ二個アルノミ

特例第三　又若シ $m=0$, $n=a$, $p=a$, $q=0$, トスレバ(精)式變シテ次ノ如シ

$4a^2x^4-4ar^2x^3+2r^2(r^2-2a^2)x^2+2ar^4x+r^4(a^2-r^2)=0$, 之ヲ分括スレハ

$2a^2x^2(2x^2-r^2)-2ar^2x(2x^2-r^2)-(2x^2-r^2)a^2r^2+r^4(2x^2-r^2)=0$,

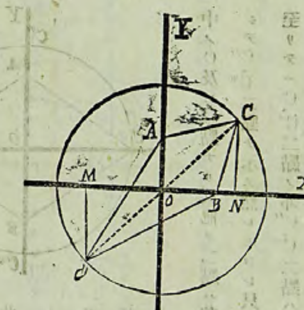
$\therefore\ (2x^2-r^2)(2a^2x^2-2ar^2x-a^2r^2+r^4)=0$,

此ニ由テ次ノ二式ヲ得

$2x^2-r^2=0$ ……(P),

$2a^2x^2-2ar^2x-a^2r^2+r^4=0$ ……(Q),

今(P)式ヨリ $x=\pm\dfrac{r}{\sqrt{2}}$ ヲ得之ヲ前(1)式ニ用ヒテ $y=\pm\dfrac{r}{\sqrt{2}}$ ヲ得此レC點ト原點トヲ連スル直線ハxノ軸ニ四十五度或ハ二百二十五度ヲナシテ傾斜スルヿヲ示スモノニシテ圖中ノC及ヒC'點コレナリ



又(Q)式ヲ解キテ $x=\dfrac{r}{2a}\left(r\pm\sqrt{2a^2-r^2}\right)$ ヲ得コレ他ノ二點ノ位置ヲ顯ハスモノニシテ此二根ノ穿鑿ハ山本君ノ解己ニ詳悉セラルヽヲ以テコヽニ略シヌ〔餘ハ倣之〕

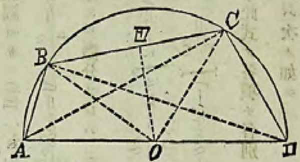
第三套

問題解義

一

第三十六號三套ノ三

ABCDヲ四邊形トシAB邊ヲa、BC邊ヲb、CD邊ヲCトシ他ノ一邊AD即チdヲ求ムルモノトスレハ



ABCD四邊形ノ積極大ナルヰハ求ムル處ノ邊ADヲ徑トセル半圓内ニ畫キタルモノナリ

緘之助曰ク若シ其證ヲ知ラント欲セハ余カ譯述スル處ノ突氏微分學第十六篇ヲ見ヨ

今ABC角ヲθトシCAD角ヲϕトスレハCOD角ハ2θニシテAOB角ハ2ϕナルユヘBOE及ヒCOE角ハ各九十度ヨリ$\theta\phi$ノ和ヲ減シタルモノニ等シ

今　$AD\sin\theta=AB$,　即　$d\sin\theta=a$,

$\therefore\ \sin\theta=\dfrac{a}{d}$,　$\therefore\ \cos\theta=\dfrac{\sqrt{d^2-a^2}}{d}$,

又　$AD\sin\phi=CD$,　即　$d\sin\phi=c$,

$\therefore\ \sin\theta=\dfrac{c}{d}$,　$\therefore\ \cos\phi=\dfrac{\sqrt{d^2-c^2}}{d}$,

又　$BO.\sin BOE=BE$　$d\sin\left\{\dfrac{\pi}{2}-(\theta+\phi)\right\}=b$,

$\therefore\ d\cos(\theta+\phi)=d(\cos\theta\cos\phi-\sin\theta\sin\phi)=b$,

之レニ前ニ求メ得タル$\theta\phi$角ノ正餘弦ヲ代入シ且ツ變シテ

$\sqrt{d^2-a^2}\cdot\sqrt{d^2-c^2}=ac+bd$,

$\therefore\ d^3-(a^2+b^2+c^2)d-2abc=0$,

是ニ於テ　$d=nx$,　$a^2+b^2+c^2=q$,　$2abc=r$,　トスレハ前式化シテ　$n^3x^3-qnx-r=0$,　トナルユヘニ又

$x^3-\dfrac{qx}{n^2}-\dfrac{r}{n^3}=0$ ナリ

今突氏平面三角法第二百六十章ニ因テ

$n=\left(\dfrac{4q}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$,　$x=\cos\dfrac{1}{3}z$,　$\cos z=4r\left(\dfrac{3}{4q}\right)^{\frac{3}{2}}$,

ナルヲ以テ　$\cos z=\dfrac{3abc}{a^2+b^2+c^2}\sqrt{\dfrac{3}{a^2+b^2+c^2}}$ ……(P)

$d=nx=\left(\dfrac{4q}{3}\right)^{\frac{1}{2}}\cos\dfrac{1}{3}z=2\sqrt{\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}}\cos\dfrac{1}{3}z$ ……(Q)

ナリ乃チ證トス

編者曰ク(Q)式中zノ係數ヲ題中ニ二分ノ一トセルハ三分ノ一ノ誤植ナランカ題者ニ質ス

二

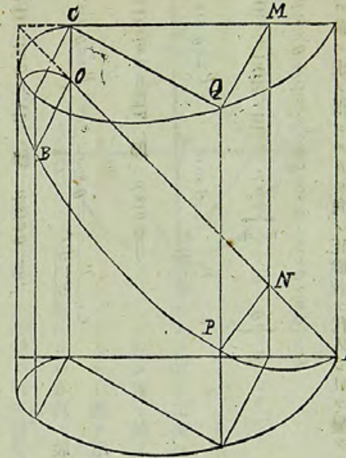
第三十九號二套ノ二

圖ニ於テAPBOハ半凹圓柱ノ斜截面乃チ凹橢圓半面トス今題意ニ由レハ　$AO=a$,　$BO=\dfrac{b}{2}$　ニシテ凹圓ノ中軸徑ヲ$4r$トスレハ該曲線ノ性質ニ由リ　$BO=2r$　ナルヿ明カナリ

故ニ　$b=4r$ ……(1)

又QCM角ヲθトスレハ凹圓ノ性質ニ由リ

$CM=4r\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\theta,\quad QM=4r\cos^2\frac{\theta}{2}\sin\theta,$



今PNヲyトシONヲxトスレハPNハQMニ等シキ了圖ヨリ明カナレハ $y=4r\cos^2\frac{\theta}{2}\sin\theta=b\cos^2\frac{\theta}{2}\sin\theta$......(2)

又圖ヨリ CM : x :: $4r$: a ナルヲ以テ

$x=\frac{a}{4r}CM=a\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\theta$......(3) ナリ

今xヲ微分スレハ $dx=-\frac{a}{2}\sin\theta(1+2\cos\theta)$ 而シテ

$$A=-2\int ydx=\frac{ab}{2}\int\sin^2\theta(1+\cos\theta)(1+2\cos\theta)d\theta$$

$$=\frac{ab}{2}\int(-2\cos^4\theta-3\cos^3\theta+\cos^2\theta+3\cos\theta+1)d\theta$$

今此式ノ各項ヲ各別ニ積分シ而シテθノ極限ヲ零及ヒπトスレハ次ノ如シ

$$A=\frac{ab}{2}\left\{-\frac{1}{2}\cos^3\theta\sin\theta-\cos^2\theta\sin\theta-\frac{1}{4}\cos\theta\sin\theta+\sin\theta+\frac{3}{4}\theta\right\}_0^{\pi}=\frac{3}{8}\pi ab$$

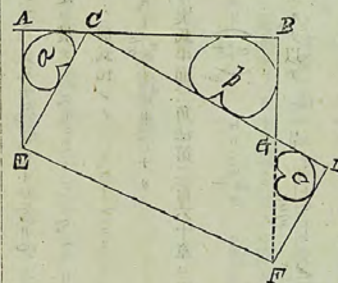
又a bヲ長短徑トスル楕圓面積ハ $\frac{1}{4}\pi ab$ ナルユヘ

楕圓面積：凹楕圓面積：：$\frac{1}{4}\pi ab : \frac{3}{8}\pi ab :: 2 : 3$

三

第四十四號三套ノ四及ヒ六

龜之助曰ク此二題ハ同旨ナルヲ以テ先ツ第六題ノ長方形ニ係ル者ヲ求メ次ニ第四題ノ正方形ニ其結果ヲ變換スヘシ



圖ニ於テAEC, BCG, DFGナル三個ノ直三角形ハ皆等勢ナルヿ明カレハ其相應部皆比例スヘシ解中所用ノ比例ハ此理ニ外ナラザルナリ

今横邊ABヲxトシ他ノ一邊ヲ縱邊yトシ又AEヲmトシBCヲn, DFヲp及ヒa b c凹圓ノ中軸徑ヲa b cトス

等勢三角形ニ由リ次ノ諸比例式アリ

AE : AC :: BC : BG

即チ $m : x-n :: n$: BG ∴ $BG=\frac{n(x-n)}{m}$

又 AE : CE :: BC : CG

即チ $m : y-m :: n$: CG ∴ $CG=\frac{n(y-m)}{m}$

又 AE : AD :: DF : GD

即チ $m : x-n :: p$: GD ∴ $GD=\frac{p(x-n)}{m}$

又 AE : CE :: DF : FG

即チ $m : y-m :: p$: FG ∴ $FG=\frac{p(y-m)}{m}$

今圖ニ由テ CG+GD=x 之レニ前ニ求メタル當價ヲ入ルレバ

$$\frac{n(y-m)}{m}+\frac{p(x-n)}{m}=x\text{......(1)}$$

又 BG+GF+FD=y 之レニ前ノ當價ヲ入ルレバ

$$\frac{n(x-n)}{m}+\frac{p(y-m)}{m}+p=y\text{......(2)}$$

又 $m : a :: n : b :: p : c$ ヨリ

$$\left.\begin{array}{l}mb=an\\ \therefore n=\frac{b}{a}m\end{array}\right\}\text{及}\left\{\begin{array}{l}mc=ap\\ \therefore p=\frac{c}{a}m\end{array}\right.$$

今(1)式ニ此n及ヒpヲ入ルレバ

$$aby-abm+acx-mbc=a^2x,$$

$$\therefore m=\frac{aby+acx-a^2x}{(a+c)b}\text{......(3)}$$

又同シク(4)ヨリ $abx-b^2m+acy=a^2y,$

$$\therefore m=\frac{abx+acy-a^2y}{b^2}\text{......(4)}$$

(3)及ヒ(4)ヨリ次式ヲ得

$$\frac{aby+acx-a^2x}{(a+c)b}=\frac{abx+acy-a^2y}{b^2}$$

$\therefore x=\frac{y}{2ab}(a^2+b^2-c^2)$ 乃チ答ニ合ス

此ニ於テ第四題ニ應用センカ為メ $x=y$ トスレハ

$2ab=a^2+b^2-c^2 \quad \therefore c^2=a^2-2ab+b^2$

平方ニ開キ $c=a-b$ ヲ得答ニ合ス

龜之助曰ク此題ハ同矩ノ比例ヲ以テ之ヲ解スルユヘ必スシモ凹圓ニ限ルニアラス他ノ等勢曲線ヲ以テ之レニ代フルモ可ナリ而シテ次ニ示ス解モ亦然リ

四

第四十四號三套ノ五及ヒ七

龜之助曰ク此二題モ亦同旨ナルユヘ先ツ第七題ヲ求メ其結果ヲ變換シテ第五題ヲ推スヘシ

圖ニ於テAEG、CHG、BHK、DFKナル四個ノ直三角形ハ皆等勢ナルユヘ其相應部互ニ比例スヘシ解中用ユル所ノ比例ハ此理ニ頼ルモノナリ

今ABヲ横邊xトシ他ノ一邊ヲ縱邊yトシ又 $EG=m$, $CG=n$, $AG=p$, $BK=q$, $KD=r$, 及ヒ a b c d 各四圓ノ中軸徑ヲ a b c d トス

今圖ニ由テ $AE=y-m-n$ ナリ而シテ

$AG : EG :: CG : GH$

即チ $p : m :: n : GH$ $\therefore GH=\frac{mn}{p}$,

又 $AG : EG :: BK : HK$

即チ $p : m :: q : HK$ $\therefore HK=\frac{mq}{p}$,

又 $AG : EG :: DK : KF$

即チ $p : m :: r : KF$ $\therefore KF=\frac{mr}{p}$,

又 $AG : AE :: CG : CH$

即チ $p : y-m-n :: n : CH$ $\therefore CH=\frac{n(y-m-n)}{p}$,

又 $AG : AE :: BK : BH$

即チ $p : y-m-n :: q : BH$ $\therefore BH=\frac{q(y-m-n)}{p}$

又 $AG : AE :: DK : DF$

即チ $p : y-m-n :: r : DF$ $\therefore DF=\frac{r(y-m-n)}{p}$

今圖ニ由レハ $AG+GH+BH=x$ ナルユヘ之レニ前ニ求メタル各價ヲ代入スレハ

$$p+\frac{mn}{p}+\frac{q(y-m-n)}{p}=x \quad\cdots\cdots(1)$$

又 $CH+HK+KD=x$ 之レニ前ニ求メタル各價ヲ用ヒ

$$\frac{n(y-m-n)}{p}+\frac{mq}{p}+r=x \quad\cdots\cdots(2)$$

又 $BK+KF+DF=y$ 之レニ前ニ求メタル各價ヲ用ヒ

$$q+\frac{mr}{p}+\frac{r(y-m-n)}{p}=y \quad\cdots\cdots(3)$$

又圖ヲ按シ $a : p :: b : q :: c : n :: d : r$ 此ヨリ

$$\left.\begin{matrix} aq=bp \\ \therefore q=\frac{b}{a}p \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} an=cp \\ \therefore n=\frac{c}{a}p \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} ar=dp \\ \therefore r=\frac{d}{a}p \end{matrix}\right\}$$

此 n q r ノ各價ヲ(1)式ニ代入スレハ

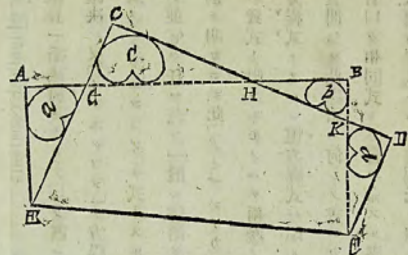
$$a^2p+acm+aby-abm-bcp=a^2x$$

$$\therefore m=\frac{a^2p+aby-bcp-a^2x}{a(b-c)} \quad\cdots\cdots(4)$$

又同シク(2)式ニ代入シテ

$$adp+abm+acy-acm-c^2p=a^2x$$

$$\therefore m=\frac{a^2x+c^2p-adp-acy}{a(b-c)} \quad\cdots\cdots(5)$$



又同シク(3)ヨリ次式ヲ得

$$abp+ady-cdp=a^2y$$

$$\therefore p=\frac{a(a-d)}{ab-cd}y \quad\cdots(6)$$

(4)及ヒ(5)ヨリ次式ヲ得

$$a^2p+aby-bcp-a^2x=a^2x+c^2p-adp-acy,$$

$$\therefore 2a^2x=aby+acy+a^2p-bcp+adp-c^2p$$

之レニ(6)ヲ代入スレハ

$$2a^2x=\frac{a^2y\{a^2+b^2-c^2-d^2\}}{ab-cd}$$

$$\therefore x=\frac{y(a^2+b^2-c^2-d^2)}{2(ab-cd)}$$ 乃チ答ニ合ス

今之ヲ第五題ニ應用セン爲メ $x=y$ トスレハ

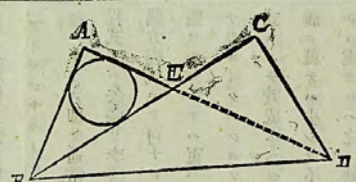
$$2(ab-cd)=a^2+b^2-c^2-d^2$$

$$\therefore c^2-2cd+d^2=a^2-2ab+b^2$$

平方ニ之ヲ開キ $c-d=a-b$ $\therefore d=b+c-a$ 乃チ答ニ合セリ

五

第四十五號三套ノ三　白井正信解



圖ニ於テABヲ横邊yトシACヲ縱邊xトシ又小圓半徑ヲrトス而シテ圖ヲ按シAEトBEトノ和ハ縱邊ニ等シキヲ知ルナリ

今幾何學ニ由リABE三角形ノAE邊ヲ求ムレハ

$$AE=\frac{x^2-y^2}{2x}$$ ナリ

又此三角積ハ $\frac{1}{2}AB.AE$

$$=\frac{y(x^2-y^2)}{4x}$$ 或ハ

又 $\frac{1}{2}r(AB+BE+AE)=\frac{r}{2}(x+y)$ ナリ

故ニ $\frac{r}{2}(x+y)=\frac{y(x^2-y^2)}{4x}$

$\therefore r=\frac{y}{2x}(x-y)$ 乃チ證トス

編者曰ク問題解義投寄セラレタル分ヲ五披露スヘシ白井正信君ヨリ第十六號十套三、第二十八號二套ノ十、第三十六號三套ノ五、第三十七號二套ノ三、第三十七號二套ノ四、

第三十九號大村君出題第四、ト以上六條ノ解ヲ又澤田吾一君ヨリ第四十四號三套ノ八同ク九及ヒ第四十六號三套ノ四全ク五ト以上四條ノ解ヲ何レ追テ記載スヘシ

第三套

譯語會記事

四月一日例ノ如ク東京大學ニ於テ第十七回譯語會ヲ開ク出席議員十二人本日ハ柳議長欠席ニ付岡本副議長代リテ議長席ニ就ク

(37) Identical equation　相同式　恒方程式

議長一番議員トナリテ曰ク既ニ「エキスプレッション」ヲ式ト議決シ又「イクエシヨン」ヲ方程式ト決セシ以上ハ或ハ簡略ノ爲メ「イクエシヨン」ヲ式トスルコトアルモソハ文章ノ場合口調ノ便宜ニ任セ先ツ一般ニ譯語ヲ命スル時ハ式ト方程式トノ區別ヲ明カニシ此「アイデンチカールイクエシヨン」ハ世間往々一致式ト唱フルモノニテ兩邊ノ相同シキモノヲ云フユヘ相同式トスヘシ恒方程式ハ削リテ可ナラン〇八番曰草按者ニ質問セン此譯語ハ何レノ書ニカ引據スル處アリヤ如何〇草按者曰ク相同式トハ自ラ命スル譯字ニシテ他ニ出典アルニ非ス又恒方程式トハ李善蘭氏ノ譯セル代數學ニ恒式トアルモノニヨレリ〇八番曰ク然ラハ相同式ヲ削リ恒方程式ノミニテ可ナリ相同式ハ方程式一般ノ性質ナルユヘ不可ナリ〇九番曰ク同一方程式トスヘシ〇二十三番曰ク恒方程式ノミヲ賛成ス〇議長大抵說ノ盡キタルヲ見決ヲ取リ多數ヲ以テ恒方程式トシ相同式ヲ削ルニ可決ス

(38) Equation of condition　形樣式　偶方程式

八番曰ク草按者ニ質ス此「イクエシヨンオフコンヂシヨン」トハ如何ナル意ヲ以テ命譯セラレシソ若シ數學中普通用ユル義ナレハ形樣式偶方程式共ニ不可ナリ〇草按者曰クコレハ乃チ「アイデンチカールイクエシヨン」ニ對シタルモノニテ他ノ義ニハアラス即チ通常ノ方程式ヲナスモノヲ云フナリ又此偶方程式トハ矢張リ李善蘭氏ノ代數學ニ由レリ〇八番曰ク然ラハ偶方程式ニテ可ナレドモ余ハ「アイデンチカルイクエシヨン」ニ對セルモノトハ更ニ思ハザリシ二十三番曰ク前ニ「アイデンチカルイクエシヨン」ヲ既ニ恒方程式ト決セシ以上ハ偶方程式ノミヲ賛成スヘシ〇其他二三ノ說モ出テタレドモ議長曰ク此義ニ就テハ少シク不分明ナル廉モアリ八番議員モ不審ヲ懷カル、處ナレハ之ヲ缺席多キ今日ニ決センヨリ次會ニ延ヘタキモノナリ衆員如何ト〇八番曰ク延フルコトハアマリ好マサレドモ議長ノ申サル、如ク欠席多キユヘ次會マテ延フヘシ〇衆員皆

次會ニ延ルコトニ同意セリ

(39) Root of equation　方程根

九番曰此「ルートオフイクエシヨン」ハ方程根トシ強テ一個ノ名詞トセンヨリ方程式ノ根トスヘシ〇二十番曰ク此ノ「ルートオフイクエシヨン」ハコヽニ主トシテ譯スヘキモノハ只「ルート」ノミナレハ「オフイクエシヨン」ヲ括弧ニ入レ只根ノ一字ニテ可ナリ〇八番曰ク二十番ヲ賛成ス〇十番曰ク只今二十番ノ說ヲ承ルニ「オフイクエシヨン」ヲ括弧ニ入レ只「ルート」ノ譯ヲ根トスルノミナレハ既ニ「アリソメチック」ニ於テ「ルート」ハ根ト議決セシユヘ更ニ此處ニ揭クルニモ及フマシ至ルデ削リテモ可ナラン〇二十番曰ク只今十番ハ「ルート」ノミナレハ既ニ「アリソメチック」ニ於テ議決セシユヘ削リテモ可ナリト申サル、カ此「ルート」ハ「アリソメチック」ニ謂ハユル「ルート」トハ異ナリ故ニ括弧中ニ「オフイクエシヨン」ト記セシト云フヲ見ラレヨ〇八番曰ク二十番ト同シコトヲ申スカノ樣ナレドモ此「ルート」ハ「アリソメチック」ニ云フ處ノ「スクヤールート」或ハ「キユブルート」ノ「ルート」トハ異ニシテ「イクエシヨン」ノ「ルート」ナリ而シテ「アリソメチック」ニハ「イクエシヨン」ハアラザルユヘ削ルニ及ハス其「アリソメチック」ノ「ルート」ト「イクエシヨン」ノ「ルート」ト區別セン爲メ二十番ハ括弧中ニ「オフイクエシヨン」ノ分註ヲ加ヘント云ハル、ユヘ敢テ重複ノ患ナシ二十番ヲ賛成ス〇二十六番二十四番モ同シク二十番ノ說ヲ賛成ス〇議長先ツ原按ニ同意者ヲ起立セシムルニ少數由テ「オフイクエシヨン」ヲ括弧ニ入レ只根トスルニ同意者ヲ起立セシムルニ多數ニテ之レニ可決ス

(40) Simple equation　一次方程式

(41) Quadrtic 〃　二次方程式

(42) Cubic 〃　三次方程式

右三項ハ異議ナク原按ニ決ス

(43) Simultaneous equations　同性方程式

二十番曰ク此「シミルタチナスイクエヨンス」ハ是迄譯例ナク且ツ例ヘハ「ツーアンノーンオンチ、ー」ノ「シミルタ子ナスイクエヨンス」ナド、云ハ、普通二元方程式ニテ通用スルユヘ削リテモ可ナランカ〇一番曰ク削ルコトハ不同意ナリ同元方程式トスヘシ〇八番曰ク同元モ不可ナリ通根方程式トスヘシ〇二十七番曰ク互ニ相ヒカナフト云フ義ヨリシテ相稱方程式トスヘシ〇十番曰ク同元ノ元ノ字ヲ源ニ代ヘ同源方程式トスヘシ〇一番曰ク通根ニテハ少シク差支ル處アラン例ヘハ二方程式アリテ「コンモンルート」ヲ有ツカ如キ場合ニハ少シク不可ナル處アラン〇其他九番ヨリ同質方程式等ノ修正說モア

リタレモ本日ハ欠席多キユヘ次會ニ延ルコトトナル

(44)　Pure quadratic equation　純二次方程式

(45)　Adfected　〃　〃　複二次方程式

八番曰ク純ト複トハ相對偶セス宜シク(45)ヲ改メテ雜二次方程式トスヘシ乃チ純雜相配シテ最モ可ナリ○二十番曰ク八番ノ說ヲ贊成ス○其他異議ナク(46)ハ原按通リ(45)ハ雜二次方程式ニ可決ス

(46)　Equation which be solved like quadratic　類似二次方程式

八番曰ク准二次方程式トスヘシ○一番二十番二十五番皆之ヲ贊成ス○九番曰ク原按ノ類似二次方程式ニテ可ナリ相似タルモノヲ類似ト云フハ通例ノコニテ固ヨリ穩當ナリ○一番曰ク相似タルハ形樣ノ略ホ同シキヲ云フナリ此法ハ形樣ノ相類似セルヲ云フニアラス解スル法ノ二次ニ准セルヲ云フモノナレハ本員ハ准二次方程式ヲ贊成セリ云々○其他說ナク議長決ヲ取リ多數ヲ以テ准二次方程式ニ可決ス

議長曰ク本日ハ未タ時刻至ラザレモ欠席多ク且ツ餘程ハカドリタレハコレニテ解散セント衆員唯諾シ各自退散セリ

附錄

正誤

第二十五號三套ノ六ノ答式ハ今般誤謬之廉發見ニ候付謹テコヽニ該解式ヲ掲ケテ其罪ヲ謝ス

引長線ヲaトシ面積ヲAトスレハ

$$y=a+\sqrt{x(2r-x)}\quad\cdots\cdots(1)\qquad a^2=x^2+(y-a)^2$$

$$\therefore\ a=\frac{x^2+y^2}{2y}\quad\cdots\cdots(2)$$

(1)(2)兩式ニ由テ

$$y=\sqrt{2rx}+\sqrt{x(2r-x)}$$

$$\therefore\ A=\int_0^{2r}\{\sqrt{2rx}+\sqrt{x(2r-x)}\}dx$$

$$\therefore\ A=r^2\left(\frac{8}{3}+\frac{\pi}{2}\right)$$

該題答式ハ勿論取消トス

小澤蒹藏

社長　柳楢悅

編輯印刷　長澤龜之助

賣捌所

東京芝區柴井町　松井忠兵衛

同日本橋區本町三丁目　清水卯三郎

大坂備後町四丁目　梅原龜七

定價拾錢

東京數學會社雜誌

第四拾九號

定期刊行

明治十五年七月一日發行

東京數學會社

目錄

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ
一本號諸套ニ揭クル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル處ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサルモノハ編者ノ稿ナリ
一本號ニ記スル問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ之ヲ登錄スヘシ
一社外ト雖ﾄﾓ投書スルヲ得然レﾄﾓ變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス
一凡ソ揭載セル問題、論說、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ
一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス
一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス
一入社セント欲スルモノハ社則ニ從フヘシ

明治十五年七月　東京數學會社

套外

編輯ノ任ヲ辭ス　長澤龜之助

本社雜誌編輯タルコレ固ヨリ學務委員諸君ノ負擔スヘキモノナリト雖ﾄﾓ諸君各公務アリテ其勞少ナカラス故ニ諸君ヲシテ雜誌ヲ編輯セシムルノ暇ナキハコレ又止ムヲ得サルニ出ツルモノニシテ吾人社員ハ諸君公務多忙ノ身ヲ以テ委員ノ責ヲ負擔セラレタルヲ鳴謝セントス然レﾄﾓ一方ヨリ之ヲ觀レハ會社ノ面目ニ關係スルヿナキニアラサレﾄﾓ龜之助ノ譾劣ヲ顧ミス進ンテ其任ヲ負擔スルヿコヽニ七號ニ及ヘリ然レﾄﾓ龜之助ノ淺陋無識ナルト繁忙寸隙ナキヲ以テ志餘リアルモ充分力ヲ編輯ニ盡スヿ能ハス恒ニ以テ其完全ナル方法ヲ得ンヿヲ冀望シテ止マザリキ然ルニ客月紀年會ニ於テ社員諸君ノ衆議ヲ遂ゲ新ニ十二人ノ學務委員ヲ撰擧シ各必ス一月間雜誌編輯ヲ負擔セラレントス其人未タ定ラスト雖ﾄﾓ我社ニ其人乏シカラサルヲ以テ適當ノ學務委員ヲ得ルヤ必セリ果シテ然ラハ龜之助一人ノ幸ノミナラス社中一般ノ幸ナリ今ヨリ後龜之助ノ如キ者其力ヲ用ユル處ナシ故ニ本號ヲ以テ編輯ノ任ヲ辭セントシ深ク望ミヲ委員諸君ニ屬セントス諸君吾人ノ微衷ヲ憐ミ大ニ雜誌ノ面目ヲ一新改良シテ吾人ノ望ヲ空フセサランヿヲ古語ニ曰ク靡不有始克有終者鮮矣ト嗚乎雜誌編輯モ亦一重事ナリ諸君冀ハクハ終始其志ヲ堅フシ中途ニシテ拋棄シ復前日ノ弊習ニ陷ルヿナク益進歩ノ道ヲ講シ進ムアルモ退ク勿レ龜之助頓首再拜

明治十五年七月一日

東京數學會社雜誌第四十九號

第壹套

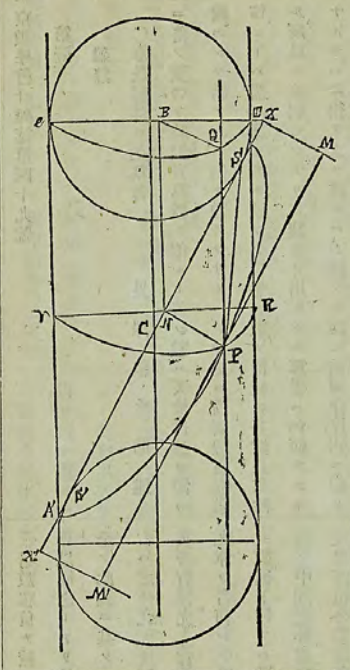
雜錄

○算及籌并ニ九章考　長澤龜之助　述

史ニ傳フ黃帝ノ時隸首算數ヲ作ルト蓋シ數ハ天地自然ニ備フル處ニシテ物アレハ則チ數アラサルハナシ史ニ所謂隸首算數ヲ作ルトハ器ニ藉リ術ヲ設ケテ自然ノ數ヲ計較シ其消長乘除スル所以ヲ推窮セシナリ其隸首ノ用ヒタル算器ハ如何ナルモノナルヤハ今得テ之ヲ詳カニシ難シト雖ﾄﾓ前漢律歷志ニ曰ク算法用竹徑一分長六寸二百七十一枚而成六觚爲一握徑象乾律黃鐘之一也而長象坤呂林鐘之長トアリ亦以テ之ヲ推想スヘシ又字典ニ曰ク算一ニ筭ニ作ル竹器ニシテ長サ六寸、歷數ヲ計ル者ニシテ竹ニ从ヒ弄ニ从フ言フコヽロハ常ニ弄シテ乃チ誤ラサルナリ又藝文志ニ記スル處ニヨレハ曆家ニ許商算術二十六巻杜忠算術十六巻アリト見ユ余レ未タ許商杜忠ノ二書ヲ見サルユヘニ其如何ナルヿヲ記セルヲ知ラスト雖ﾄﾓ算術ノ字義ヲ考フルニ蓋シ算術トハ「クオンチヽー」ノ學問ヲ總稱スルノ名ニシテ方今我邦ニ於テ謂ハユル數學ノ別名ナリ乃チ英語ニ謂ハユル「マセマチックス」ナリ彼ノ算術ヲ以テ「アリソメイツク」ノ譯語トナスカ如キハ固ヨリ取ルニ足ラサルノ論ナリ又投壺射數勝負ヲ較スルノ籌ヲ算ト曰フ儀禮鄕射禮ニ曰ク一人執算以從之トアリ後世算籌(點竄ニ用ユル具)ノ名ノ由テ起ルハ蓋シ此義ニ基クモノナリ又九章トハ矢張リ算術ノ別名ニシテ古ハ之ヲ九九ト曰フ韓詩外傳ニ曰ク齊桓公設庭燎待人士不至東野有以九九見者曰九九薄能耳君猶禮之況賢於九九者乎ト九章ノ名何レノ時ヨリ起ル今得テ攷フヘカラスト雖ﾄﾓ其意蓋シ數術ト曰フニ過キサルノミ乃チ九之爲言多也史記騶衍傳ニ曰ク中國之外有赤縣神州者九ト又公羊傳僖九年ノ條ニ曰ク葵丘之會桓公震而矜之叛者九國ト言フ心ハ叛者衆キナリ實ニ九國アルニ非ラサルナリ宋ノ趙鵬飛曰ク會葵丘惟六國會獻牡丘皆七國會淮八國猶漢紀謂叛者九起也ト又章之爲言術也太史公自序ノ註ニ曰ク歷數之章術也ト九章ヲ以テ數理九品ニ盡ルト謂フ者ハ皆過テリ矣後漢馬融傳ノ註ニ曰ク劉徽九章算術方田第一粟米第二差分第三少廣第四商功第五均輸第六盈不足第七方程第八鉤股第九トアリ此レ全ク九章ノ字ニ從ヒ九品ニ區別セルモノニシテ數理此九品ニ止ルヲ以テ九章ト名ケシニアラス傳ニ曰ク九者數之極也ト蓋シ星家ノ天体ヲ分ツテ九重トシ地官ノ境ヲ分ツテ九州トスルモ此レ皆此義ニ基クモノニシテ後世ヨリ之ヲ臆測シテ天ハ九重、地ハ九州ニ盡ルヲ以テ九重九州ト名ケシトノ管見ヲ下スハ謬モ亦甚矣

○圓壔截面ノ新證　長澤龜之助考

算法側圓詳解ニ曰ク圓壔ヲ斜メニ截ル片ハ截面楕圓ノ象ヲナス是ヲ側圓ト名ク周圍自然ニ規アリ楕圓ハ徑ニ長短アル通名ニシテ周圍ノ規ヲ論セス故ニ其象一定セス云々トアリ其所謂側圓ナル文字ハ亦敢テ不都合ノ文字ト云フニハ非ラサレモ彼ノ和算家カ楕圓ナル文字ヲ不當トスルハ彼レ未タ深ク楕圓ノ字義ヲ知ラサルカ故ナリ尤モ昔日ニテモ一般ニ側圓ト唱ヘシニアラス側圓ト稱シタル者ハ長谷川泒ノ算者ノミナリ蓋シ楕圓トハ元來支那人ノ命名スル處ニシテ固ヨリ西名「イリプス」ニ確當セリ故ニ今日ニ至リテハ一般ニ楕圓ノ字ヲ用ヒ側圓ナル名從テ消滅ニ歸シタルヲ以テ敢テコヽニ之ヲ辨セス蓋シ支那書ニハ往々楕圜ト曰フ此圜ハ圓ト同字ナリ周禮冬官考工記ニ曰ク輿人爲車圜者中規方者中矩トアリ乃チ圜ハ規(コンパス)ヲ以テ畫キ得ルモノナルヿ明カナリ又前漢梅福傳ニ高祖從諫如轉圜トアリ註ニ圜ト圓ト同シト曰フ以テ圜ト圓ト相同シキノ明証トナスニ足ル抑モ圓壔ヲ斜截シテ楕圓ヲ解スルハ固ヨリ圓錐曲線ノ一種トスル洋法ノ精密ナルニ如カスト雖モ時トシテハ又簡捷ナルヿアリ仍テ先ッ余カ斯ニ考得シタル証ヲ左ニ掲ケテ同好ニ示ス



上圖ハ混雜ヲ避ケン爲メニ圓壔ノ前半面ヲ寫スモノニシテXMM′X′ハ截平面但シ紙面ニ直交セルモノトス而シテS及ヒS′ハ該截平面ノ圓壔内ニ充テ畫キタル球ノ表面ニ觸切スル點ナリトス

今宥克立第六本第二設論ニ由テ

BN : XN :: AE : AX ナル比例ヲ得

然ルニ AE = AS 及ヒ BN = BE ナルヲ以テ變シテ BE : XN :: AS : AX トナル然ルニ XN = PM 及ヒ RE = PQ = PS ナルヲ以テ再ヒ變シテ SP : PM :: AS : AX トナル然ルニ今 AS 即チ AE ハ AX ヨリ小ナルヿ圖ヨリ明ナレバ

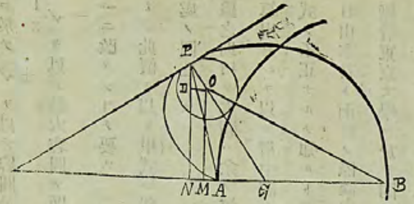
P點ノ軌跡ハ楕圓線ニシテSハ其一焦點ナリ而シテ等シクS′モ又他ノ一焦點ナリトス乃チ圓壔截面ハ楕圓線ナルノ新証ヲ得タリ

第二套

問題解義

一

第二十九號二套ノ八　山本信實解



圖ニ於テPGN即POD角ヲϕトシNAP角ヲθトスレハ

$$\phi=\frac{3}{2}\theta-90^\circ,$$

$$PN=4r\sin^2\frac{\theta}{2}\sin\theta,$$

$$AN=4r\sin^2\frac{\theta}{2}\cos\theta$$

$$MN=OD=PO.\cos\phi,=x\sin\frac{3}{2}\theta,$$

$$PD=PO\sin\phi=-x\cos\frac{3}{2}\theta,$$

$$BO=4r+x,$$

$$MO=PN-PD=4r\sin^2\frac{\theta}{2}\sin\theta+x\cos\frac{3}{2}\theta,$$

$$AM=AN-MN=4r\sin^2\frac{1}{2}\theta\cos\theta-x\sin\frac{3}{2}\theta,$$

$$BM=AB+AM=4r+4r\sin^2\frac{1}{2}\theta\cos\theta-x\sin\frac{3}{2}\theta,$$

今 $BO^2=BM^2+MO^2$ ナルヲ以テ

$$(4r+x)^2=\left(4r+4r\sin^2\frac{\theta}{2}\cos\theta-x\sin\frac{3}{2}\theta\right)^2+\left(4r\sin^2\frac{\theta}{2}\sin\theta+x\cos\frac{3}{2}\theta\right)^2$$

此式中ノ括弧ヲ解キ且ッ之ヲ變スレハ

$$x=4r\sin^2\frac{1}{2}\theta\cos\theta+x\sin\frac{3}{2}\theta+2r\sin^4\frac{1}{2}\theta-x\sin^3\frac{\theta}{2},$$

移轉シテ

$$\left(1+\sin\frac{3}{2}\theta+\sin^3\frac{1}{2}\theta\right)x=4r\sin^2\frac{\theta}{2}\cos\theta+2r\sin^4\frac{\theta}{2},$$

$$\therefore\left(1+3\sin\frac{\theta}{2}-3\sin^3\frac{\theta}{2}\right)x=2r\sin^2\frac{\theta}{2}\left(2-3\sin^2\frac{\theta}{2}\right),$$

$$\therefore x=\frac{2r\sin^2\frac{1}{2}\theta\left(2-3\sin^2\frac{1}{2}\theta\right)}{1+3\sin\frac{1}{2}\theta-3\sin^3\frac{1}{2}\theta}\cdots\cdots(\text{甲})$$

今 $\sin\frac{1}{2}\theta=t$ トスレハ

$$\frac{x}{2r}=\frac{t^2(2-3t^2)}{1+3t-3t^3}$$ 之ヲuト命ス

$$\frac{du}{dt}=\frac{4t(1+3t-3t^3)(1-3t^2)-3t^2(2-3t^2)(1-3t^2)}{(1+3t-3t^3)^2}$$

今之ヲ零トスレハ

$$(1-3t^2)(3t^3-6t-4)=0$$

$$\therefore 1-3t^2=0\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$3t^3-6t-4=0\cdots\cdots\cdots(2)$$

今(1)式ニヨルキハ $t^2=\frac{1}{3}$ 即 $t=\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$

又(2)式ニ由ルトキハ t ニ一以上ノ值同數及ヒ二個ノ虚根アルヲ見ル故ニ此式ハ決シテ用ユル能ハス

是ニ於テ $\sqrt{\frac{1}{3}}$ ヲ以テ容圓最大ヲ顯ハスニ適當ノ正弦トス然レトモ $-\sqrt{\frac{1}{3}}$ ヲ以テ最大容圓ヲ顯ハサント欲セハ(甲)式中分母ノ一ヲ負一ニ改メンコヲ要ス

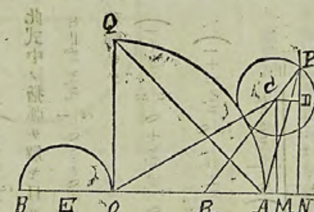
今 t ノ此價ヲ以テ(甲)式ニ代入シ $2x=4r\left(\frac{2}{\sqrt{3}}-1\right)$ ヲ得要ムル處ノ圓徑トス

龜之助曰ク本題ハ余ノ浪華ニアリシトキノ拙作ニ係リ草率ニ算出セシヲ以テ解中誤ル處アリ頃ロ前三十號ニ掲ケタル答式ノ不正ナルヲ知ルト雖ヒ未タ正誤スヘキノ正答ヲ得ス乃日山本君ト面語ノ際談偶々算題ニ渉リ語ル此事ヲ以テス厥后東京大學ニ於テ同社友集會ノ砌リ君余ニ示スニ此解ヲ以テス余受テ而シテ退キ之ヲ熟覽細閲スルニ余得テ間然スル處ナシ且ツ君ノ此解ニ由テ余大ニ曲線相切ノ理ヲ悟ル處アリ左ニ其說ヲ附シ深ク山本君ノ厚誼ヲ謝ス

余ガ覺悟スル處ノ理トハ他ニアラス圖中ノOBハP點ノ法線ニ合シ乃チPOBハ該容圓ノ極大ナルトキハ一直線ヲナス何者P點ノ法線ハ $\mp\frac{8r\sin^3\frac{1}{2}\theta}{1-4\sin^2\frac{1}{2}\theta}$ ニ由テ之ヲ決定スヘシ今此式ニ $\sin\frac{1}{2}\theta=t=\sqrt{\frac{1}{3}}$ ヲ代入シ法線ヲ正トナス如ク(±)號ヲ取ルトキハ $\frac{8r}{\sqrt{3}}$ トナル然ルニ $2x=\frac{8r}{\sqrt{3}}-4r$ ナルヲ以テPOBハ一直線トナリ卽チP點ノ法線ニ合スルコ明カナリ盖シ本題ノ如キハPOBノ一直線ヲナスコ豫メ之ヲ期シ難シ而シテ遂ニ一直線ヲナスニ至テハ數理ノ妙感スルモ尙餘リアリ

二

第三十一號二套ノ二　長澤龜之助解



圖ニ於テAヲ凹突トシABヲ中軸徑トス又Qハ凹圓周中ノ一點ニシテPハ該周ト小圓トノ切點トス而シテP點ノ法線PRヲ畫キ又P及ヒC點ヨリBAニ垂直ナル二線PN及ヒCMヲ畫ク

本題ニ於テハQOハAOニ等シキヲ以テOAQ角ハ四十五度ナルコ明カナリ故ニ $AO=r(1+\sqrt{2})$

故ニ $BE=\frac{1}{2}BO=\frac{1}{2}(AB-AO)=\frac{r}{2}(3-\sqrt{2})$ ハ大圓ノ半徑ニシテ答ニ合ス

又小圓半徑ヲ求ムルコ次ノ如シ

$$\angle NAP=\theta,\quad \angle PRA=\angle PCD=\phi=\frac{3}{2}\theta-90^\circ,$$

$$PN=4r\sin^2\frac{1}{2}\theta\sin\theta,$$

$$AN=4r\sin^2\frac{1}{2}\theta\cos\theta,$$

$$MN=CD=CP\cdot\cos\phi=x\sin\frac{3}{2}\theta,$$

$$PD=CP\cdot\sin\phi=-x\cos\frac{3}{2}\theta,$$

$$CO=r(1+\sqrt{2})+x,$$

$$CM=PN-PD=4r\sin^2\frac{1}{2}\theta\sin\theta+x\cos\frac{3}{2}\theta,$$

$$OM=OA+AM=r(1+\sqrt{2})+4r\sin^2\frac{1}{2}\theta\cos\theta-x\sin\frac{3}{2}\theta,$$

今 $CO^2=OM^2+CM^2$ ナルヲ以テ

$$\{r(1+\sqrt{2})+x\}^2=\left\{r(1+\sqrt{2})+4r\sin^2\frac{1}{2}\theta\cos\theta-x\sin\frac{3}{2}\theta\right\}^2+\left\{4r\sin^2\frac{1}{2}\theta\sin\theta+x\cos\frac{3}{2}\theta\right\}^2$$

之ヲ變シテ

$$r(1+\sqrt{2})x=r(1+\sqrt{2})\left\{4r\sin^2\frac{1}{2}\theta\cos\theta-x\sin\frac{3}{2}\theta\right\}+8r^2\sin^4\frac{\theta}{2}-4rx\sin^3\frac{\theta}{2}$$

再ヒ之ヲ變シテ次式ヲ得

$$\left\{1+\sqrt{2}+3(1+\sqrt{2})\sin\frac{1}{2}\theta-4\sqrt{2}\cdot\sin^3\frac{1}{2}\theta\right\}x=\left\{1+\sqrt{2}-2\sqrt{2}\cdot\sin^2\frac{\theta}{2}\right\}\cdot4r\sin^2\frac{1}{2}\theta.$$

今簡便ノ爲メ $1+\sqrt{2}=C$, $\sin\frac{1}{2}\theta=t$ トスレハ

$$x=\frac{4r\{Ct^2-2\sqrt{2}\,t^4\}}{C+3Ct-4\sqrt{2}\cdot t^3}\quad\cdots\cdots(甲)$$ ヲ得

今之ヲ微分シ其微係數ヲ零トシテ $C-4\sqrt{2}\cdot t^2=0$ ヲ得

本題ニ於テモ t ノ正員ニ關シテハ前題ト等シキ註解ヲ用ユ

$t=\sqrt{\frac{C}{4\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{1+\sqrt{2}}}{2\sqrt[4]{2}}$ ヲ(甲)式ニ代入シ且ツCノ價ヲ復シ變化數回ノ後チ

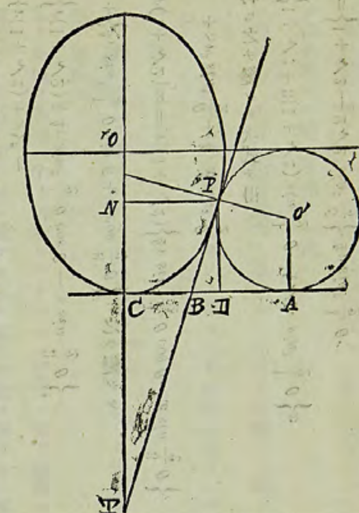
$$x=\frac{r}{2}\cdot\frac{(1+\sqrt{.5})\{(1+\sqrt{.5})^{\frac{1}{2}}-1\}}{\sqrt{.5}}$$ ヲ得答トス但シ第三十一號ニ掲ケタル結果ハ誤リユヘ取消ス

附曰本題ニ於テモP點ノ法線ヲ求ムレハ $\frac{(1+\sqrt{.5})^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{.5}}$ トナルユヘニPCOハ一直線ヲナスコ明カナリ然レヒコレ又豫メ知ルヘキニアラス演算數回ノ後始メテ之ヲ明知スヘキナリ

三

第三十一號二套ノ九　仝

本題ニ於テ前知件ハ　$AC=a$,　$AO'=r$,　$CO=2r$ ニシテAB卽チPBハ求メント欲スルモノニシテ之ヲ t トス



$\angle ABP=\angle CBT=\theta$ ト定ムレハ

$PD=t\cdot\sin\theta,\qquad BD=t\cdot\cos\theta,$

$AD=t-t\cos\theta=t(1-\cos\theta),$

$CT=BC\cdot\tan\theta=(a-t)\tan\theta,$

又 $OT=2r+(a-t)\tan\theta,$

$ON=2r-t\sin\theta,$

今 $PO^2=(PD-AO)^2+AD^2,$

即 $r^2=(t\sin\theta-r)^2+t^2(1-\cos\theta)^2,$

此式ヲ變化スルヿ數回ニシテ

$t-r\sin\theta-t\cos\theta=0$ ....(1) ヲ得

又 $OT\cdot ON=CO^2$ ナルヲ以テ(2)式ヲ得

$\{2r+(a-t)\tan\theta\}\{2r-t\sin\theta\}=4r^2$ ....(2)

此ヲ精選シテ次ノ(3)式ヲ得

$2r(a-t)-2rt\cos\theta-(a-t)t\sin\theta=0$ ....(3)

今簡便ノ爲メ $\sin\theta=m$ トスレハ $\cos\theta=\sqrt{1-m^2}$ 之ヲ

以テ(1)(3)式ヲ變スレハ次ノ如シ

$t-rm-t\sqrt{1-m^2}=0$ ....(4)

$2r(a-t)-2rt\sqrt{1-m^2}-(a-t)tm=0$ ....(5)

今(4)(5)式ヲ以テ $\sqrt{1-m^2}$ ヲ驅逐スレハ

$2r(a-t)-2r(t-rm)-(a-t)tm=0$

$\therefore\ m=\dfrac{2r(2t-a)}{2r^2-at+t^2}$ ....(6)

又(4)ヨリ $m=\dfrac{2rt}{r^2+t^2}$ ....(7)

故ニ(6)(7)ヨリ次ノ方程式アリ

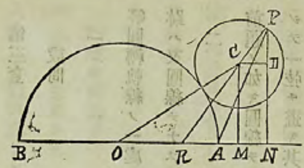
$\dfrac{2rt}{r^2+t^2}=\dfrac{2r(2t-a)}{2r^2-at+t^2}$

此レヨリ $t^3=ar^2$ ヲ得 $\therefore\ t=(ar^2)^{\frac{1}{3}}$

四

第三十九號大村君出題第六　仝

圖ニ於テAハ凹圓ノ岐點、ABハ其中軸徑ニシテPハ小圓ト



該曲周トノ切點トス而シテP點ヨリ法線PRヲ畫キ又P及ヒCヨリBAニ垂線PN及ヒCMヲ畫スレハ次ノ如シ

$\angle NAP=\theta,$

$\angle PRA=\angle PCD=\phi=\frac{3}{2}\theta-90°,$

$PN=4r\sin^2\frac{1}{2}\theta\sin\theta,$

$AN=4r\sin^2\frac{1}{2}\theta\cos\theta,$

$PD=PC.\sin\phi=-x\cos\frac{3}{2}\theta,$

$MN=CD=PC\cdot\cos\phi=x\sin\frac{3}{2}\theta,$

$OC=2r+x,$

$CM=PN-PD=4r\sin^2\frac{\theta}{2}\sin\theta+x\cos\frac{3}{2}\theta$

$OM=OA+AM=2r+4r\sin^2\frac{\theta}{2}\cos\theta-x\sin\frac{3}{2}\theta,$

今 $CO^2=OM^2+CM^2$ ナルヲ以テ

$(2r+x)^2=\left(2r+4r\sin^2\frac{\theta}{2}\cos\theta-x\sin\frac{3}{2}\theta\right)^2$

$+\left(4r\sin^2\frac{\theta}{2}\sin\theta+x\cos\frac{3}{2}\theta\right)^2$

之ヲ解キ變化數回ノ後チ $\sin\frac{\theta}{2}=t$ トシテ

$x=\dfrac{4rt^2(1-t^2)}{1+3t^2-2t^4}$ ....(A) ヲ得今此微係數ヲ

求メ之ヲ零トシ $1-2t^2=0$ ヲ得 $\therefore\ t=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

之ヲ(A)ニ代入シテ $2x=\dfrac{4r}{2}(\sqrt{2}-1)$ ヲ得即チ術文ニ合セリ但シtノ正負二價ニ關シテハ前々條ニ等シキ註解ヲ用ユルモノトス

附曰本題ニ於テP點ノ法線ヲ求ムレハ $\frac{4r}{\sqrt{2}}$ トナルヲ以テ圖中ノPCOハ又一直線トナリ以テP點ノ法線ニ合スルヿ明カナリ

五

第四十號大村君出題第八　仝

凹橢圓ノ方程式ハ $x=\frac{a}{2}(1+\cos\theta)\cos\theta$ 及ヒ

$y=\frac{b}{2}(1+\cos\theta)\sin\theta$ ナルヲ以テ

$\dfrac{dx}{d\theta}=-\dfrac{a}{2}(\sin\theta+\sin 2\theta),$

$\dfrac{dy}{d\theta}=\dfrac{b}{2}(\cos\theta+\cos 2\theta),$

$\therefore\ \dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}}=-\dfrac{b(\cos\theta+\cos 2\theta)}{a(\sin\theta+\sin 2\theta)},$

又 $\dfrac{d^2y}{dx^2}=-\dfrac{6b(1+\cos\theta)}{a^2(\sin\theta+\sin 3\theta)^3},$

$\therefore\ \rho=\dfrac{\dfrac{\{a^2(\sin\theta+\sin 2\theta)^2+b^2(\cos\theta+\cos 2\theta)^2\}^{\frac{3}{2}}}{a^3(\sin\theta+\sin 2\theta)^3}}{\dfrac{6b(1+\cos\theta)}{a^2(\sin\theta+\sin 2\theta)^3}}$

$$=\frac{\{a^2(\sin\theta+2\theta)^2+b^2(\cos\theta+\cos 2\theta)^2\}^{\frac{3}{2}}}{6ab(1+\cos\theta)},$$

然ルニ頂點ニ於テハ $\theta=0$ ナルユヘ

$$\rho=\frac{2b^2}{3ab}=\frac{2b}{3a}$$

之ヲ倍スレハ求ムル處ノ圓徑ニシテ術文ニ合ス

六

第四十號大村君出題第十　仝

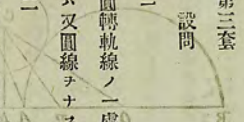
題意ヲ按スルニ曲率圓ノ全徑ハ縱徑ニ等シカルヘシ

$$\therefore\ 2\rho=a\quad or\quad \frac{4b^2}{3a}=a$$

$$\therefore\ b=\frac{1}{2}a\sqrt{3}$$ コシテ術文ニ合セリ

第三套

設問



一

等圓轉軌線ノ一處ニ觸レ且ツ其岐點ヲ通徹シテ畫ク圓心ノ軌跡ハ叉圓線ヲナスヘシ証如何

二

前題ノ如キ圓線ヲ二個畫キ其交點(但シ岐點ニアラス)ヲ通過シテ一弦ヲ畫キ其各圓線ニ交ル點ニ於テ切線ヲ畫ケハ此二切線ハ等圓轉軌線ニ於テ相交スヘシ証如何

第四套

譯語會記事

五月六日東京大學ニ於テ第十八回譯語會ヲ開ク出席議員左ノ如シ

一番	岡本　則錄	四番	眞野　肇
五番	福田　理軒	八番	菊池　大麓
九番	澤田　吾一	十三番	三輪　桓一郎
二十番	長澤　龜之助	二十二番	鏡　光照
二十三番	田中　矢德	二十四番	元良　勇次郎
二十六番	菊地　鍬吉郎	二十七番	山本　信實
草按者	平岡　道生		

本日ハ柳議長欠席ニ付岡本議長代リテ副議長席ニ就ク

(47) Elimination　消去法

異議ナク原按ニ決ス

(48) Formula　公式

八番曰ク定式トスヘシ○九番曰ク型式トスヘシ○四番曰ク界式トスヘシ○二十番曰ク範式トスヘシ○一番曰ク二十番ノ範式ヲ贊成ス○二十四番曰ク本員モ二十番ノ範式ヲ贊成スヘシ○二十七番モ同シク範式ヲ贊成ス○議長大抵說ノ盡キタルヲ見決ヲ取リ多數ヲ以テ範式ニ可決ス

(49) Proper sign　相當號

草按者始メニ先ツ原按ノ相等號ハ相當號ノ誤リナルヲ辨ス○八番曰ク削ルヘシ○二十番曰削除說ヲ贊成ス○其他同意者多ク削除ニ可決ス

(50) Common sign　公號

八番二十番曰同シク削ルヘシ遂ニ削除ニ可決ス

(51) Integral expression　整數式

二十番曰ク整數式ノ數ヲ削リ整式トスヘシ○九番曰ク整式ヲ贊成ス○草按者曰ク聊カ原按維持說ヲ述ヘン「インテグラルエキスプレッション」ハ整式トスルモ之レニ對スル「フラクショナールエキスフレッション」ハ分式トナシ難ク矢張リ分數式トセサレハ不可ナルユヘ此レモ整數式トスヘシ○二十番曰ク「フラクショナールエキスプレッション」ハ豈ニ分式トナシ難キ理アランヤ分式コソ最モ當レリ故ニ本條モ整式ニテ充分當レリ○四番曰ク整式ハ不可ナリ「アリソメチック」ニテ「フラクション」ヲ分數トセルユヘ代數ニテ「フラクション」ハ矢張リ分數トスヘキナリ故ニ本條モ「インテジヤー」ヲ整數ト前ニ決セシユヘ整數式トスヘシ○八番曰ク此「インテグラルエキスプレッション」ハ只代數上ニテノ整ナル者ヲ云フナリ若シ數ヲ以テ論セハ或ハ整數トナリ或ハ分數トナルヘシ故ニ整式ニテ當レリ二十番ノ說ヲ贊成ス○二十番曰ク聊カ四番議員ニ辨明セン四番議員ハ「フラクション」ハ「アリソメチック」ニテモ「アルゼブラ」ニテモ「フラクション」ナレハ同一ノ譯ヲ用ユヘシトハ甚タ取ルニ足ラサルノ說ト考フルナリ何者固ヨリ彼我東西文字ヲ異ニスルユヘ我カ字ヲ用ユレハ一名ニテ事足ルコアルモ彼ノ文ヲ以テスレハ字ヲ異ニセサレハ不可ナルモノアリ又彼レハ一名ニテ可ナルモ我文ニ改ムレハ一字ニ二個以上ノ譯ヲ付セサレハ用ユル處ニヨリテ適セサルコアリソハ宜シク折衷取捨スヘキナリ云々○議長決ヲ取リ多數ヲ以テ整式ニ可決セリ

(52) Assigned number　定數

草按者曰ク本條ハ削リテモ可ナラント思ヒ付ケリ○議長曰ク草按者ハ本條ハ削リテモ可ナリト申サル、ユヘ先ツ削ルカ將タ存シ置クヘキヤノ決ヲ取ラント然ルニ削除ニ同意者多ク遂ニ廢按トナル

(53) Impossible or Imaginary quantity $(\sqrt{-a})$ $\Big\}$ 不當根數　虛根數

九番曰ク虛數ト修正セン○二十番曰ク虛數ヲ贊成ス○遂ニ多

數ヲ以テ不當根數虚根數ヲ改メ虚數トスルニ可決ス

(54) Rational quantity ($\sqrt{a^2}=a$)　有理或可盡根數

(55) Irrational quantity or surd quantity　無理或不盡根數

該二條ハ前ニ「アリソメチック」ニテ可盡不盡ト決セシユヘ有理無理ヲ削リ只(54)ハ可盡根數(55)ハ不盡根數トスルニ決定セリ

(56) Rational Factor　有理因數

(57) Irrational Factor　無理因數

此二條ハ磨案ニ決ス

(58) Indices　指數法

八番ノ說ニ依リ本條ハ〔Index 指數〕トスルニ可決ス

(59) Fractional index　分指數

異議ナク原按ニ決ス

(60) Similar surd　($\sqrt[4]{ab}$, $\sqrt[7]{ab}$)　同類無理根數

四番曰ク等不盡根數トスヘシ○二十番曰ク等不盡根數ハ不可ナリ抑モ此「シミラル」ハ等ノ意ニアラス等トハ價ノ相同シキモノヲ指ス例ヘハ相等號ノ如キハ「シミラル」ノ符號ニアラス且ツ前ニ(25)ノ「シミラルターム」ヲ同類項トセシ以上ハコレモ同類不盡根數トスヘシ○遂ニ同類不盡根數ニ可決ス

(61) Rasionalization　消根號法

八番曰ク消根法トスヘシ○二十番曰原按ニテ可ナリト辨ス○九番曰ク導開法トスヘシ○其他議論百出セシカ𪜈遂ニ決セス次會ニ延ハスヿトナル

本日ハコレニテ一同解散セリ

第五套

雜記

○伽離略傳

伽離略ハ以太利ノ皮撒ノ人ナリ明ノ嘉靖四十三年ニ生レ其測定スル處ノ者人ハ能ク曉ル歌白尼ノ說ヲ發明ス刻白爾ニ較フレハ尤モ顯易、遠鏡ヲ創造シ天空ノ界ヲ見ル更ニ遠ク天ヲ測ル更ニ精シ故ニ能ク歌氏ノ確証ヲ得万曆三十七年威尼斯ニ至ル適〻刻白爾火星ヲ論スルノ書始テ出ツ偶人ト談論シ忽チ遠鏡ノ根ヲ悟ル時ニ荷蘭人器ヲ造リ能ク遠キヲ測ルヲ聞キ因テ此レニ倣フテ測天ノ器ヲ作ランヿヲ思ヒ遂ニ精思ヲ以テ之ヲ造成シ既ニ成ル自ラ言フ物ヲ視ル大サ一千倍近キハ三千餘倍ナリト昔亞利斯多言フ天空諸体皆正圓ニシテ自ラ光ヲ發シ少微翳ナシト伽離略遠鏡ヲ用ヒ測ルニ太陰地ト同シク古說是ニ非ラサルヲ知ル乃チ太陰ノ面平野アリ山アリ高原アリ谷アリ

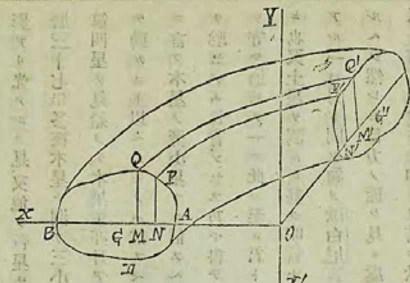
影アリ光アルヲ見、又他ノ行星ヲ測リ得ル處ノ新理甚多シ万曆三十七年冬夜木星ヲ測リ三小星ノ其体ニ近ツクヲ見、後又第四星ヲ見始メテ木星モ亦月アルヲ知ル則チ古人地球中ニ居テ動カスト以ヘルモノハ信スヘカラス古說ヲ治ムル者之ヲ病ミ言フ木星ノ旁小星ナシ信スヘカラスト伽離略遠鏡ヲ窺ヒ之ヲ驗セシム皆肯ンセス乃チ書ヲ刻白爾ニ寄シテ曰ク世人師說ヲ守テ通セス一ニ此ニ至ル君ト我ト當サニ之ヲ一笑ニ付スヘキ也又土星ヲ測ルニ甚タ明晳ナラス而シテ金星ヲ窺フニ盈望アル一ニ月ト同シ初メ歌白尼言フ金星日ヲ繞ル當サニ盈望アルヘシ然レ𪜈目力ノ能ク見ル處ニアラス此ニ至テ始テ瞭然古人ノ言誤ラサルヲ知ル也時ニ歌氏既ニ歿メ七十年其說始テ証アリ前キニ歌氏ノ說ヲ以テ大謬トナス者今皆其確然易フヘカラサルヲ信スル也又歌氏始テ言フ地自轉スト今遠鏡ヲ以テ太陽ヲ窺フニ面ニ黑點アリ時々移動スルヲ見レハ則チ太陽必ス自轉ス古人言フ地球甚タ大ナリ自轉スル能ハス必ス定体タリト今太陽ハ更ニ大ナリ且ツ能ク自轉スレハ則チ古ノ謬說攻メスシテ自ラ破ル古人又言フ地若シ自轉スレハ則チ古說ノ謬攻メスシテ自ラ破ル古人又言フ地若シ自轉スレハ則チ地面ノ物皆當サニ空中ニ飛散スヘシ伽離略桅頭ニ於テ石ヲ墜シ以テ其說ヲ破ル、言フ地氣ト地面ノ物ト皆地ニ隨テ轉スル也伽離略幼時亦歌氏ノ說ヲ以テ愚トナス既ニ諸証ヲ得始テ歌氏ノ獨見ヲ具スル遠ク他家ニ勝ルヲ知ル伽離略學愈精シク嫉者愈甚シ年七十敎大長其異端ヲ習フヲ謂ヒ强テ其說ヲ反セシム聞者之ヲ悲ム後遇フ處益々迍邅愛女死シテ之ヲ哭シ明ヲ喪フ病甚シ弗祿倫ニ至リ醫ニ就カント欲ス吏禁メ許サス既ニシテ而シテ耳復聾シ積年心痛ヲ患フ崇禎十五年卒ス死ニ臨ミテ昏憒セス伽離略邊幅ヲ修メス交遊ヲ愛シ宴會虚日ナク忿憂戚ナシ人之レト遊フヲ樂ム時ニ田野ノ中ニ行キ自ラ農事ヲ習ヒ葡萄ヲ種ユ弗祿倫教堂ノ前ニ葬リ後堂中ニ遷葬ス石像アリテ存ス遷葬ノ時人アリ其一指骨ヲ竊ミ今玻璃匣ヲ以テ之ヲ貯フ書庫ノ中ニ藏ス伽離略未タ生レサルノ時英國ノ迦斯空已ニ遠鏡ヲ象限儀ニ用ユ迦斯空死シテ后二十余年人用ヲ知ル者ナシ而シテ佛蘭西ニ某ナル者アリ之ヲ造リ誇テ創事トナス且ツ分厘鏡ヲ作ル某死シテ二器亦傳フルナシ而シテ伽離略復之ヲ創爲ス順治間ニ至リ更ニ新器ヲ作ル最モ名アル者ハ鐘擺タリ時ヲ測ル最モ密ナリ天學ノ重器トナス荷蘭海更士實ニ之ヲ造ル又器アリ星ノ經緯度ヲ定ム則チ嗹國ノ勒墨爾造ル所也而シテ伽離略ノ遠鏡諸器ニ冠タリ今ノ大遠鏡ノ祖トナス夫レ伽氏ノ鏡ハ鉛管長サ數寸ニ過キス兩端鑲スルニ凹凸二目鏡ヲ以テス今ノ小兒ノ玩物ノ如キノミ然レ𪜈物微ト雖𪜈能ク古人數百年ノ舊說

ヲ破リ月ノ平原山谷金星ノ眩望木星ノ月土星ノ異狀ヲ見ルヲ得嗚呼亦奇ナリ矣

○蛇足一條　長澤龜之助稿

余レ第二十九號問題解義第十條ニ於テ駒野氏カ第十號九套ノ十一ヲ解セルヲ見ルニ該解中一公則ヲ立ツルノ證タル只凹圓ニ取リ一般ノ證ヲ示サス依テ其一般ノ證ヲ考ヘタルニ次ノ如キ結果ヲ得タリ乃チ之ヲ題者肝付君ニ示スニ君答報シテ曰ク可ナリト

公則　凡ソ環体ノ曲面積ハ其縱面ノ周圍ニ共重心周ヲ乘スルニ等シキモノナリ



圖ニ於テAPQBDヲ母曲線トシOY軸ヲ旋轉一匝シテ環体ヲ生スルモノトス

但シG O G'ハ水平面ニシテOYハ鉛直線ナリ

今　$ON = x$, $MN = dx$, $\angle GOG' = \phi$, $PN = y$ トシ環体ノ曲面積ヲS、母曲線周ヲLトスレハ次ノ如シ

今PQハ $\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\cdot dx$ ニ等シキヲ以テ

$$dS = \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\cdot dx \times x\phi$$

$$\therefore S = 2\phi\int x\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\cdot dx \cdots\cdots(A)$$

又 $GO = \dfrac{\int x\sqrt{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}}dx}{\int\sqrt{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}}dx}$ ニシテ $GG' = GO\times\phi$

$GG' = \dfrac{\phi\int x\sqrt{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}}dx}{\int\sqrt{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}}dx}$ ナルヲ以テ次式ヲ得

又 $L = \int\sqrt{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}}dx$ ニシテコレ恰モ(A)式ト符合セルユヘ $GG'\times L = S$ ナリ由テ公則ノ一般ノ證ヲ得タリ

例　圖ノ如クADB半圓周ノYOY'ナル一直線ヲ旋轉シテ環体ヲ生スルモノトス

今半圓周ノ重心距ハ $GG' = \frac{2r}{\pi}$ ナリ但シrハ半徑ニ代フルモノトス

是ニ於テCO距ヲaトスレハ $GO = a + \frac{2r}{\pi}$

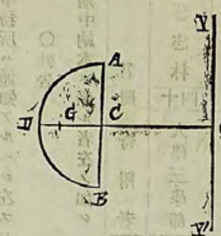
故ニ重心周ハ

$$GO\times 2\pi = 2(a\pi + 2r)$$

又半圓周ハ$r\pi$ナルヲ以テ生スル處ノ表面積Sハ公則ニ由リ

$$2\pi r(a\pi + 2r)$$

ナリ若シ$a=0$トスルトキハ前ニ求メ得タル式ハ$4\pi r^2$トナリ即チ球ノ表面積ヲナス而シテ圖ニ於テ考フルニCO即チaノ零ナルトキハABハYOY'ニ一致シ半圓周ハ球ノ表面積ヲ生スヘキノ理明カナリ



○凹圓之一問題解　仝

凹圓線ニ等長ノ三法線アリ其中軸徑ニ交ル點ト原點即チ岐點トノ相距三和ハ零ニシテ該三距連乘積ハ等圓半徑ニ等法線羃ヲ乘シタルモノナリ證如何

此問題ハ乃チ近世名家算題集ニ載スル一問題ニシテ老練達算ナル大村一秀君ノ作ニ係ル其題術ノ奇且ツ妙ナル余常ニ以テ稱嘆シテ止マス世ノ算題ヲ作ル者宜シク此ノ如キ題ヲ作ランヿヲ冀望スヘシ余嘗テ之ヲ解セリ由テ其解ヲ左ニ掲ケテ同好ニ示ス

解ニ曰ク凹圓ノ式ヲ $y = 4a\cos^2\frac{\theta}{2}\sin\theta$ 及ヒ $x = 4a\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\theta$ トシ法線ヲRトセハ

$$R = y\sqrt{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}} = \frac{8a\cos^3\frac{\theta}{2}}{4\cos^2\frac{\theta}{2}-1}\cdots\cdots(1)$$

又原點ヨリ法線ノ中軸ニ交ル點ニ至ル距離ヲDトスレハ

$$D = x + y\frac{dy}{dx} = \frac{4a\cos^2\frac{\theta}{2}}{4\cos^2\frac{\theta}{2}-1}\cdots\cdots(2)$$

今(2)ヲ(1)ニ用ヒテ $R = 2D\cos\frac{\theta}{2}$ $\therefore \cos\frac{\theta}{2} = \frac{R}{2D}$

之ヲ(2)式ニ代入スレハ次ノ如シ

$$D = \frac{4a\cdot\frac{R^2}{4D^2}}{4\cdot\frac{R^2}{4D^2}-1} = \frac{aR^2}{R^2-D^2}$$

$$\therefore D^3 - R^2D + aR^2 = 0\cdots\cdots(3)$$

此(3)式ハDヲ以テ見レハ三次方程式ナルユヘDノ根三個アルヘシ從テRナル等長ノ法線三個アルヲ知ル而シテ其Dノ三根ノ和ハ零ナリ何者第二項D^2欠失セルヲ以テナリ又此式ノ末項ハDノ三根ノ連乘積ナルユヘ等圓半徑(a)ニ等法線羃(R^2)ヲ乘シタルモノニ等シキヿ明カナリ

附錄

○社告

客月三日東京大學ニ於テ紀年會ヲ開ク出席員ハ二十二八ニシ

デ該日社則改正ノ件ニ付テノ討議ハ別紙ニ印刷シテ分配セルモノナリ

○正誤

第三十一號二套ノ三ノ圓半徑ヲ求ムル式ハ誤リ

$\frac{1}{2}\left(3-\sqrt{2(2+\sqrt{2})}\right)$ ニ改ム

又同號同套ノ四ノ圓半徑ヲ求ムル式ハ誤リユヘ

$a\left(1-\frac{1}{\sqrt{3}}\mp\frac{1}{3b}\sqrt{3b^2-a^2}\right)$ ニ改ム

○正誤

第二十九號二套ノ六ノ $(7+4\sqrt{3})$ ハ $(7-4\sqrt{3})$ ノ誤植ナル由題者ヨリ通知セラレシ故コヽニ正誤ス

○社告

社ノ內外ニ論ナク數學上ニ付質問セント欲スルモノハ前以テ假事務所ハ通知アルヘシ左スレハ其手續ヲ取計フヘシ

○社告

前期中納本ニ係ル者左ノ如シ

書名	冊	寄附者
學藝志林	四十	大學三學部
新式圖理用表、	一	長澤龜之助
測量術大成。	一	長澤龜之助
自著 算題雜解。	一	長澤龜之助

杉田改
元良　勇次郎

右ハ改姓致シ候間社員諸君ニ廣告ス

○廣告

幾何圓錐曲線法

長澤龜之助譯
川北朝鄰校閲　近刻

右原本ハ英國「ドリュー」氏著ハス處ニシテ「ユークリッド」ノ法ヲ以テ圓錐三曲線ヲ推シ卷末ニハ調音比ノ說ヲ附シ卷首ニハ圓錐曲線法ノ沿革歷史ヲ揭ケタル良書ナリ

發兌書肆　丸屋善七　土屋忠兵衛

入社　山川健次郎　鹽澤孝寛

退社　柳楢悦

編輯印刷　長澤龜之助

賣捌所
東京芝區柴井町　松井忠兵衛
同日本橋區本町三丁目　清水卯三郎
大坂備後町四丁目　梅原龜七

定價拾錢

定期刊行

明治十五年八月廿日發行

東京數學會社雜誌

第五拾號

東京數學會社

目錄

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ

一本号諸套ニ揭クル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル處ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ戴セサル者ハ編者ノ稿ナリ

一本号ニ記スル問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ之ヲ登錄スヘシ

一社外ト雖ヒ投書スルヲ得然レヒ變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス

一凡ソ揭載セル問題論説解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ

一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス

一集會ハ每月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス

一入社セント欲スル者ハ社則ニ從フヘシ

明治十五年八月

東京數學會社

套外

昔シペルシヤニマホメット、アリト云ヘル賢君有リケリ或ル時三人ノ兄弟來リ訴ヘテ云ヒケルニハ吾々ノ父ハ十七匹ノ駱駝ヲ有チケルカ其死スル時ニ遺言シテ其半分ハ長子ニ與ヘ三分ノ一ハ次子ニ九分ノ一ハ季子ノ者タルヘシト命シケル然ルニ十七匹ノ駱駝ハ斯ク分ツ可キ者ナラチハ何如致シテ然ルヘキ哉ト、アリハ之ヲ聞キテ何ノ其位ノ事ニ困ルコヤ有ル吾汝等ニ一匹ノ駱駝ヲ貸ス可シト因リテ駱駝ノ數十八トナリケレハ兄弟ハ各九匹ト六匹ト二匹トヲ得一匹ハアリヘ返セシトゾ眞ニ面白キ話シニコソ

ボヘニヤニライバッサト云ヘル貴女有リケリ是カ婿ニ成リタシト云ヒ込ミケル者三人有リケレハ貴女ハ一ノ問題ヲ出シテ之ニ答ヘタル者コソ吾婿ニス可シト約シサテ云ヒケルハ此籠中ニ桃若干有リ今一人ニ其半分ト一個ヲ與ヘ一人ニ殘餘ノ半分ト一個ヲ與ヘ又一人ニ其殘餘ノ半分ト三個ヲ與フレハ吾カ籠ハ空シト一人ノ男六十ト答ヘケレハ否トヨ若今此ニ有ル者ニ是ノ程ト此半分ト此三分ノ一ト外ニ五ヲ加フレハ其總數ハ六十ヨリ多キコ今六十ニ足ラサル數ニ同シト又一人ノ男ハ殆ント瞑眩シテ四十五ナランカト云フ否々若シ此半分ト三分ノ一ト六分ノ一トヲ加フレハ四十五ニ過クコ今之ニ足ラサル程ナル可シト第三ノ男〇〇ト答ヘテ此貴女ヲ得タリト讀者此答何ナリシヤ

東京數學會社雜誌第五十号

雜錄

(一)微係數ヲ有セサル聯續函數ノ説

左ニ揭クル者ハ社員古市公威君巴里ニ在リシ时其師ヨリ得タル者ニシテ本年第一月ノ數學會ニ於テ之ヲ演セラレタリ今余カ當日ノ記ヲ略シテ以テ廣ク同好ノ諸君ニ示ス

菊池大麓識

$f(x)$ヲxノ函數トスhヲ微數トス今$f(x+h)-f(x)$ナル式有リ此式ノ値hヲ小ニスレハ常ニεナル一定數ヨリ小ナリ但シεハ何如ホトニ微小ナルニ係ラス然ル者トス然ルトキハ則$f(x)$ヲ稱シテ聯續函數(コンチニユオス)ト云フ而シテhノ符号正或ハ負ナルヲ論セス其無窮小トナルトキハ$\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ニ若シ極限アレハ之ヲ$f(x)$ノ微係數ト云フ且hハ何如ナル定則ニ從テ微小トナルモ更ニ關セス例ヘハ$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \ldots\ldots$或ハ$\frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{3^3}, \ldots\ldots$等ノ如キモ可ナリ

上ノ如ク意義及ヒ條約ヲ定メテ以テ本論ニ入ル可シ

今$a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots\ldots a_p$ハ順次ニ大ナル級數トシ又$p$無窮大ナルトキハ$\dfrac{a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_p}{a_{p+1}}$ノ極限ハ0ナリトス即

$$\mathrm{Lt}_{p=\infty}\ \frac{a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_p}{a_{p+1}}=0$$

トス例ヘハ$1^1, 2^2, 3^3, 4^4, \ldots\ldots$ハ是ノ如キ級數ナリ何トナレハ

$$\frac{1^1+2^2+3^3+\cdots\cdots p^p}{(p+1)^{p+1}} < \frac{(p-1)(p-1)^{p-1}+p^p}{(p+1)^{p+1}}$$

(分母ノ各項p^pヲ除クノ外皆$(p-1)^{p-1}$ヨリ小ナレハナリ)

$$< \frac{(p-1)^p+p^p}{(p+1)^{p+1}} < \frac{2p^p}{(p+1)^{p+1}} < \frac{2}{p}\cdot\left(\frac{p}{p+1}\right)^p$$

此末項ニ於テpヲ∞トスレハ即チ0ヲ得

今$\dfrac{a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_p}{a_{p+1}}$ヲ命シテ$L_p$トス即$p$ノ大ナルニ從テ漸次減小シ$p$ノ$\infty$ナルトキハ0トナル量ナリ

又$\dfrac{1}{a_{p+1}}+\dfrac{1}{a_{p+2}}+\dfrac{1}{a_{p+3}}+\cdots\cdots ad\ inf.=0$ナリ何トナレハ

$$\frac{a_p}{a_{p+1}} < M_p$$

(但シM_pハpノ大ナルトキハ微小ナル量ナリ)

$$\frac{a_p}{a_{p+2}}=\frac{a_p}{a_{p+1}}\cdot\frac{a_{p+1}}{a_{p+2}} < (M_p)^2$$

$$\frac{a_p}{a_{p+3}}=\frac{a_p}{a_{p+1}}\cdot\frac{a_{p+1}}{a_{p+2}}\cdot\frac{a_{p+2}}{a_{p+3}} < (M_p)^3 \ \ldots\ldots$$

等

故ニ

$$a_p\left\{\frac{1}{a_{p+1}}+\frac{1}{a_{p+2}}+\frac{1}{a_{p+3}}+\cdots\cdots\right\} < M_p+(M_p)^2+(M_p)^3+\cdots\cdots < \frac{M_p}{1-M_p}=N_p$$

N_pハ極限ニ於テ0トナル故ニ$\dfrac{1}{a^1}+\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{a^3}+\cdots\cdots$ハ歛

級數(コンベルセント、セリース)ナリ

今 $f(x)$ チ以テ x ニ $-\infty$ ヨリ $+\infty$ ニ至ルマテ何ノ値チ與フルモ常ニ聯續函數ナリトス其微係數 $f'(x)$ モ亦然リトス

A チ $f(x)$ ノ最大値トシ B ヲ $f'(x)$ ノ最大値トス例ヘハ $f(x)=\cos x$ ナレハ $A=1$ 及ヒ $B=1$ ナリ

$$\frac{A}{a_1}+\frac{A}{a_2}+\frac{A}{a_3}+\cdots\cdots$$ モ亦歛級數ナリ

$$\frac{f(a_1x)}{a_1}+\frac{f(a_2x)}{a_2}+\frac{f(a_3x)}{a_3}+\cdots\cdots$$ 此級數ヨリ小ナレハ亦歛級數ナラサルチ得ス今此級數チ命シテ $\phi(x)$ トス

又 $$\frac{f(a_{p+1}x)}{a_{p+1}}+\frac{f(a_{p+2}x)}{a_{p+2}}+\frac{f(a_{p+3}x)}{a_{p+3}}+\cdots\cdots<\frac{AN_p}{a_p}$$ 故ニ終ニ0トナル則チ

$$\phi(x)=\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{f(a_nx)}{a_n}=T_p+R_p$$

蓋シ此式ノ意ハ $\phi(x)$ ハ則チ $\frac{f(a_nx)}{a_n}$ ノ如キ項ニ於テ n ニ1 2 3………∞ ノ諸値チ與ヘテ得タル総テノ項ノ和ナリ又 T_p ハ $n=0$ ヨリ $n=p$ ニ至ルマテノ諸項ノ和ナリ R_p ハ $n=p$ ヨリ $n=\infty$ ニ至ル諸項ノ和ナリ

今 $\phi(x)$ ハ聯續函數ナルチ示ス可シ

即チ $\phi(x+h)-\phi(x)<\varepsilon$

何トナレハ x ヲ $x+h$ ト變スルトキ T_p ハ T'_p ト爲リ R_p ハ R'_p トナルトセヨ然レハ今証セントスルコハ即チ $T'_p-T_p+R'_p-R_p$ ノ無究小ナルコナリ

今 $$T'_p-T_p=\frac{f\{a_1(x+h)\}-f(a_1x)}{a_1}+\frac{f\{a_2(x+h)\}-f(a_2x)}{a_2}+\cdots\cdots+\frac{f\{a_p(x+h)\}-f(a_px)}{a_p}$$

此方程式ノ右節ノ各項ハ極小ナレハ p ノ無究大ナラサル以上ハ T'_p-T_p ハ任意ニ微小ナラシム可シ又 R'_p-R_p ハ p ヲ大ニスレハ任意ニ微小ナラシム可キハ先ニ證明シタル所ナリ故ニ $T'_p-T_p+R'_p-R_p$ ハ任意ニ微小ナラシム可シ即チ $<\varepsilon$ ナリ故ニ $\phi(x)$ ハ聯續函數ナリ

テーラー氏ノ理ニ因リテ

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=f'(x)+\frac{h}{2}f''(x+\theta h)$$
$$=f'(x)+\frac{\Theta Bh}{2}$$

故ニ $$\frac{f\{a_n(x+h)\}-f(a_nx)}{a_n}=f(a_nx)+\frac{\Theta Ba_nh}{2}$$

而シテ

$$\phi(x)=\sum_{n=1}^{n=p-1}\frac{f(a_nx)}{a_n}+\frac{f(a_px)}{a_p}+\sum_{n=p+1}^{n=\infty}\frac{f(a_nx)}{a_n}$$

故ニ $$\frac{\phi(x+h)-\phi(x)}{h}=\sum_{n=1}^{n=p-1}\frac{f\{a_n(x+h)\}-f(a_nx)}{a_nh}+\frac{f\{a_p(x+h)\}-f(a_px)}{a_ph}+\sum_{n=p+1}^{n=\infty}\frac{f\{a_n(x+h)\}-f(a_nx)}{a_nh}$$

此右節第三項ニ於テ $f\{a_n(x+h)\}<A$

$f(a_nx)<A$ ナリ

故ニ二者ノ符号ハ異ナリトスルモ

$f\{a_n(x+h)\}-f(a_nx)$

ハ $2A$ ヨリ大ナルコナシ

故ニ第三項ハ

$$<\frac{2A}{h}\left\{\frac{1}{a_{p+1}}+\frac{1}{a_{p+2}}+\frac{1}{a_{p+3}}+\cdots\cdots\right\}$$
$$<\frac{2A}{h}\cdot\frac{N_p}{a_p}$$

今 h ヲ $a_ph=k$ (此 k ハ無究大或ハ無究小ナラサル量)ノ定則ニ從テ無究小トスルトキハ此項ハ終ニ0トナル

又第一項ハ左ニ同シ

$$\sum_{n=1}^{n=p-1}f'(a_nx)+\sum_{n=1}^{n=p-1}\frac{\Theta Bh\,a_n}{2}$$

此式ノ第二項ハ

$$=\frac{\Theta Bh}{2}(a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots a_{p-1})$$
$$=\frac{\Theta Bh}{2}\times L_p\,a_p=\frac{\Theta Bk\,L_p}{2}=D_p$$

終ニ $=0$

故ニ $$\frac{\phi(x+h)-\phi(x)}{h}=\sum_{n=1}^{n=p-1}f'(a_nx)+D_p+\frac{f(a_px+k)-f(a_px)}{k}$$

今夫レ k ノ値ハ任意ナレハ之チ變シテ k' トス然ルトキハ k ノ減

小スル定則ハ前ト異ナレリ而シテ

$$\frac{\phi(x+h')-\phi(x)}{h'} = S_{n=1}^{n=p-1} f'(a_n x) + D'_p + \frac{f(a_p x+k')-f(a_p x)}{k}$$

相減シテ

$$\Delta = \frac{\phi(x+h')-\phi(x)}{h'} - \frac{\phi(x+h)-\phi(x)}{h}$$

$$= D'_p - D_p + \frac{f(a_p x+k')-f(a_p x)}{k'}$$

$$-\frac{f(a_p x+k)-f(a_p k)}{k}$$

今若シ$\phi(x)$ニ微係數有ル𪜈ハhノ減小シタル方法ハ何ナルモ

$$\frac{\phi(x+h)-\phi(x)}{h}$$

ノ極限ハ即此微係ニ全シカル可シ

故ニ$\phi(x)$ニ微係數有レハ△ハ終ニ0ナル可シ然ルニ$D'_p - D_p$ハ終ニ0ナリ故ニ

$$\Delta_{p=8}^{t} \frac{f(a_p x+k')-f(a_p x)}{k'} - \frac{f(a_p x+k)-f(a_p x)}{k}$$

ハ0ナルヲ要ス然ルニ$\phi(x)$ノ形ニ由リテ此極限ノ或ハ0トナラサルモノ有リ今其一例ヲ擧ケン

$f(x)=\cos x$トシ$k'=2k$トセヨ然レハ

$$\frac{\cos(a_p x+k')-\cos(a_p x)}{k'} - \frac{\cos(a_p x+k)-\cos(a_p x)}{k}$$

$$=\frac{\cos(a_p x+2k)-\cos(a_p x)-2\cos(a_p x+k-2\cos(a_p x)}{2k}$$

$$=\frac{2\cos(a_p x+k)\cos k-2\cos(a_p x+k)}{2k}$$

$$=\frac{\cos(a_p x+k)}{k}(\cos k-1)$$

今若シkヲ90^0トセハ $\cos k-1$ ハ0ナラス故ニ△ヲ0ナラシメントセハ

$\cos(a_p x+k)=\cos(a_p x+\frac{A}{2})=-\sin(a_p x)$ ノ0ナルヲ要ス

又kヲ180^0トセハ同様ニ $-\cos a_p x$ ノ0ナルヿヲ要ス

然ルニ△ハkノ何タルニ係ラス0ナル可ケレハ $\sin a_p x$ 及ヒ $\cos a_p x$ ノ兩ナカラ0ナルヿヲ要ス是勿論有ル可ラス故ニ△ハ0ト爲ル能ハス故ニ$\phi(x)$ニハ是ノ如キ𪜈ハ微係數ナ

シ

微係數ナキ函數ノ例ハ

$$S_{n=1}^{n=8} \frac{\cos n^n}{n^4}$$ ナリ

(三)楕圓体（イルリプソイド）ノ引力

楕圓体ノ引力ハトッドハンター氏ノ靜力學ニ載セタル者未タ盡サス故ニ茲ニ之ヲ揭ク

其式ヲ得ル方法左ノ如シ(余ハトッドハンター氏第四出板ヲ用ユ)

第一、トッドハンター氏靜力學第二八四丁第二一五條ヲ要ス且之ニ由リテ薄殼（シエル）ノ其内部ニ於テノポテンシヤルハ常ニ變セサルヿ明ナリ

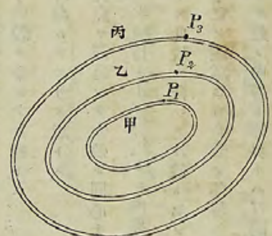
第二、二個ノ薄殼有リ各殼同類（シミラル）楕圓体ヲ以テ界セラル而シテ甲ノ外界ナル楕圓体ト乙ノ外界ナル楕圓体トハ同心（フオカス）ヲ有シ二者即(コンフオカル)同心ナリ然ル𪜈ハ殼ハ甚薄ケレハ其内界ト内界ト同心ナリトスルモ妨ナシ此ノ如キ二殼ヲ同心楕圓殼ト稱ス今甲殼ノ一点Mト乙殼ノ一点M'ト相對ス(第三〇二丁第二三〇條)然ル𪜈ハ乙殼ノM点ニ於テノ「ポテンシヤル」(以後畧シテVトス可シ)ト甲殼ノM'点ニ於テノVトノ比率ハ乙殼ノ質量ト甲殼ノ質量トノ比率ニ同シ

之ヲ証スルハ難キニ非ラスト雖此記ノ余リ長カランヿヲ恐ル故ニ之ヲ略ス讀者以テ一ノ問題ト見做シ玉ヘ其解ハ之ヲ他日ニ讓ラン

第三、甲殼(甲殼ヲ乙殼ノ内ニ在ルモノトス)ノM'点ニ在ル一分子ヲ引ク力ノ方向ハM'点ニ於テ乙殼ノ法線ノ方向ニ在リ(第二一六條ニ由リテ証ス可シ)

第四、二個ノ同心楕圓殼ノ其外ニ在ル一点ニ於テノVハ其質量ニ比例ス其証左ノ如シ

甲乙丙ヲ三個ノ同心楕圓殼トシ$P_1 P_2 P_3$ヲ各一殼上ニ在ル相對点トス(同一平面上ニ在ルニ非ラス假ニ此ニ圖スルノミ)



然ル𪜈ハ第二ニ由リテ

P_2ニ於テ丙ノV : P_3ニ於テ乙ノV :: 丙ノ質量 : 乙ノ質量

又P_1ニ於テ丙ノV : P_3ニ於テ甲ノV :: 丙ノ質量 : 甲ノ質量

第一ニ由リテ丙ノVハP_1ニ於テモP_2ニ於テモ同一ナリ故ニ

P_3ニ於テ甲ノV : P_3ニ於テ乙ノV :: 甲ノ質量 : 乙ノ質量

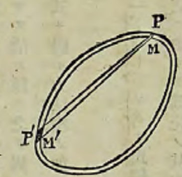
第五、以上ノ諸款ニ由リテ二個ノ同心楕圓殼ノ外点ニ於テノ

引力ハ其質量ニ比例シ同一ノ方向即此外点ヲ經過スル同心楕圓殼ノ法線ノ方向ニ作用スルコヲ証ス可シ

第六、故ニ今一外点ニ於テ楕圓殼ノ引力ヲ求ムル時ハ其点ヲ經過スル同心楕圓殼ヲ引シ可シ然レハ甲ノ引力ト乙ノ引力トハ其質量ノ比率ヲ爲シ方向ハ其点ニ於テノ法線ノ方向ナリ故ニ今一ノ楕圓殼ノ其表面ニ在ル点ヲ引ク力ヲ知ルヲ要ス

第七、楕圓殼ノ其表面ノ一点ニ於テノ引力ハ $4\pi mt$ ナリ

但 m ハ其点ニ於テノ密度(デンシテー) t ハ法線厚(ノーマルシツクチス)トス



「外界」—「内界」—同心楕圓体

第二八四丁、第二一五條ノ如ク P ヲ頂点トシテ極小ナル圓錐形ヲ作ル時ハ P 点ニ於テ PM ノ引力ハ $P'M'$ ニ引力ニ同シ故ニ P 点ニ於テ PM ト $P'M'$ ノ引力ノ和ハ PM ノ引力ノ二倍ナリ

今同様ニ無數ノ圓錐形ヲ引クモ皆然リ今 P ハ直ニ表面ニ在リ故ニ P ニ直接セル部分ノ引力ハ稍遠キ部分ノ引力ニ比スレハ極メテ大ナリ故ニ P ニ於テノ引力ハ厚サ t 密度 m ナル板(プレート)ノ引力ノ二倍ナリ即(第二七九丁) $2\pi mt$ ノ二倍ナリ

第八、外点ニ於テ同質(ホモヂナス)楕圓體ノ引力

a_0 b_0 c_0 ヲ楕圓體ノ半軸長トス今此楕圓體ヲ分チテ無數ノ同類楕圓殼ヨリ成ル者トス可シ今其一ヲ取ラン此外界ノ半軸長ヲ $a(=a_0k)$ $b(=b_0k)$ $c(=c_0k)$ トス可シ(本原ノ楕圓體ト同類ナレハ)但シ k ハ一ノ分數ナリ然ル時ハ其内界ハ $a_0(k-dk)$, $b_0(k-dk)$ $c_0(k-dk)$ トス可シ

今此殼ヲ命シテ k 殼トス

外点 p ヲ $x\,y\,z$ 点トス

此点ヲ經過シテ k 殼ト同心ナル楕圓殼ヲ想像セヨ此殼ノ外界ノ半軸長ヲ A, B, C、トシ内界ヲ $A-dA$, $B-dB$, $C-dC$ トス此殼ヲ命シテ A 殼トセン

今宜ク注意セヨ k 殼ノ外界ト内界ト本原楕圓體トハ皆同類(シミラル)ナリ A 殼ノ内界ト外界トハ又同類ナリ k 類ノ外界ト A 殼ノ外界トハ同心(コンフヲカル)ナリ(第一ニ由リテ内界ト内界ト同心ナリトスルモ妨ナシ)故ニ幾何學ニ由リテ

$$\left.\begin{aligned}A^2&=a^2+l^2=a_0^2k^2+l^2\\B^2&=b^2+l^2=b_0^2k^2+l^2\\C^2&=c^2+l^2=c_0^2k^2+l^2\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(1)$$

此ニ在ル l ハ新ニ取リタル變數ニシテ

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}+\frac{z^2}{C^2}=1\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

ナレハ

$$\frac{x^2}{a_0^2+l^2}+\frac{y^2}{b_0^2+l^2}+\frac{z^2}{c_0^2+l^2}=k^2\ldots\ldots(3)$$

ヲ得此式ニ由リテ k ト l ノ關係ヲ得タリ

今幾何學ニ由リテ

$$\frac{dA}{A}=\frac{dB}{B}=\frac{dC}{C}=\frac{da}{a}=\frac{db}{b}=\frac{dc}{c}=\frac{dk}{k}$$

今 p ヲ楕圓ノ中心ヨリ P 点ニ於テノ切平面(タンゼントプレーン)(A 殼ノ)ヘ垂レタル直角線ノ長サトシ t ヲ P 点ニ於テノ厚サトセハ

$$\frac{t}{p}=\frac{dA}{A}=\ldots\ldots\ldots\ldots=\frac{dk}{k}$$

又 $$\frac{1}{p^2}=\frac{x^2}{A^4}+\frac{y^2}{B^4}+\frac{z^2}{C^4}\ldots\ldots\ldots(4)$$

p ノ方向余弦ハ $\frac{px}{A^2}$, $\frac{py}{B^2}$, $\frac{pz}{C^2}$ ナリ

故ニ第五第六ニ由リテ k 殼ノ P 点ニ於テノ引力ヲ三軸ニ平行ニ分解スレハ其 x 軸ニ平行ナル者ハ

$$4\pi m\frac{a_0b_0c_0k^3}{ABC}\cdot p\cdot\frac{dk}{k}\times\frac{px}{A^2}=$$

$$4\pi m\,a_0b_0c_0\,x\,\frac{p^2k^2dk}{ABC}$$ ヲ得

今全楕圓体ノ引力ヲ得ルニハ此式ヲ $k=0$ ヨリ $k=1$ マテ積分セサル可ラス今 k ニ就テ積分スルヨリ l ニ就テ積分スルヲ便宜有リトス今(3)ヲ微分シテ $-\frac{1}{\varpi^2}\,l\,dl=\frac{dk}{k^3}$ ヲ得

故ニ全楕圓體ノ x、y、z、ニ於テノ引力ヲ x 軸ニ分解シタル者ヲ X トセハ

$$X=-4\pi m\,a_0b_0c_0x\int\frac{k^3\,l\,dl}{A^2BC}$$

$$=-2\pi m\,a_0b_0c_0x\int\frac{d(l^2)}{\sqrt{(a_0^2+l^2)^3(b_0^2+l^2)(c_0^2+l^2)}}$$

l ノ極限ハ $k=0$ ノ時ハ $l=\infty$ ナリ又 $k=1$ ナル時ハ

$$\frac{x^2}{a_0^2+l^2}+\frac{y^2}{b_0^2+l^2}+\frac{z^2}{c_0^2+l^2}=1$$

ナル方程式ノ正号根ナリ之ヲ l' ナリトセン

M ヲ本原楕圓體ノ質量トス然ル時ハ

$$X=\frac{3}{2}Mx\int_r^\infty\frac{d(t^2)}{\sqrt{(a_0^2+t^2)^3(b_0^2+t^2)(c_0^2+t^2)}}\ \dots(5)$$

$$Y=\frac{3}{2}My\int_r^\infty\frac{d(t^2)}{\sqrt{(a_0^2+t^2)(b_0^2+t^2)^3(c_0^2+t^2)}}$$

$$Z=\frac{3}{2}Mz\int_r^\infty\frac{d(t^2)}{\sqrt{(a_0^2+t^2)(b_0^2+t^2)(c_0^2+t^2)^3}}$$

故ニXZYノ値ヲ發見スルハ皆一ノ楕圓積分(イルリプチツク、インテグラル)

$$\int_r^\infty\frac{d(t^2)}{\sqrt{(a_0^2+t^2)(b_0^2+t^2)(c_0^2+t^2)}}$$

ノ値ニ由ル之ヲQト命スレハ

$$X=-\frac{2}{3}Mx\frac{d(Q)}{d(a_0^2)}\ \dots\dots\dots(6)$$

$$Y=-\frac{2}{3}My\frac{d(Q)}{d(b_0^2)}$$

$$Z=-\frac{3}{3}Mz\frac{d(Q)}{d(c_0^2)}$$

第九、内点ニ於テ同質楕圓體ノ引力

是ハトッド氏第九八丁第二二八條ニ詳ナリ今玆ニ其式ヲ掲ク

第八ノ(6)ニ同シ唯lノ極限ニ差有リ即

$$Q=\int_0^\infty\frac{d(t^2)}{\sqrt{(a_0^2+t^2)(b_0^2+t^2)(c_0^2+t^2)}}\ \dots\dots(7)$$

ナリ

余ハ後日同質楕圓體ノ内外点ニ於テノ「ポテンシヤル」ヲ得ル法ヲ示サントス

(三)二次方程式ノ解法

左ニ掲クル者ハ「メッセンジェル、オブ、マセマチックス」(倫動刊行數學雜誌)ニ載セタリ但シ二次方程式ヲ解スルノ法トス尤モ方程式ノ形ハ $x^2+ax=\pm b$ (a、b、ハ正号全數)ニシテ其根ノ全數ナル者ニ限レリ今二三例ヲ擧ケテ之ヲ詳ニセン

先ツ左ノ如キ者ヲ設ク可シ

⋮	−6	⋮	−5½
10	−7	10½	−6½
9	−8	9½	−7½
8	−9	8½	−8½
7	−10	7½	−9½
6	⋮	6½	−10½
5		5½	⋮
4		4½	
3		3½	
2		2½	
1		1½	
0		½	
−1		−½	
−2		−1½	
−3		−2½	
−4		−3½	
−5		−4½	

今用法ヲ示ス可シ

$$x^2-7x=-12$$

此式ニ於テxノ係數ハ−7ナリ之ニ1ヲ加ヘ2ヲ以テ除スレハ−3ヲ得又常數ノ半ハ−6ナリ右ノ圖ニ於テ−3ヨリ上ニ計ヘ−3−2−1ノ三項ヲ加フレハ即チ−6ヲ得又−3−2−1−0ノ四項ヲ加フルモ−6ヲ得然ルトキハ方程式ノ根ハ3及4ナリ

$$x^2-3x=10$$

xノ係數−3ニ1ヲ加ヘ2分スレハ−1ヲ得−1ヨリ上ヘ計ヘテ常數ノ半即5ヲ得ルハ−1 0 1 2 3ト五項ヲ要ス故ニ5ハ一根ナリ又斯ク3マテ計ヘ來リ更ニ3ヨリ下ヘ計ヘ3 2ト二項ニテ5ヲ得故ニ−2ハ一根ナリ

$$x^2+4x=21$$

xノ係數4ニ一ヲ加ヘ二分スレハ$2\frac{1}{2}$ヲ得右ノ圖ニ於テ$2\frac{1}{2}$ヨリ上ヘ計ヘテ常數ノ半即$10\frac{1}{2}$ヲ得ルハ$2\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2}$ト三項ヲ要ス又$4\frac{1}{2}$ヨリ下ヘ計ヘテ$4\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$ $-1\frac{1}{2}$ト七項ニシテ$10\frac{1}{2}$ヲ得故ニ3及−9ハ方程式ノ二根ナリ

右ノ三例ニ由リテ此方法ハ詳ナル可シ

原文ニ曰ク此方法ノ證明ハトッドハンタ氏代數書中算術級數ノ編ヲ究メタル者ニハ自カラ明白ナル可シト

(四)トムソン及テートト氏究理書中一ノ恒方程式(アイデンチカル)ノ解釋

余近頃右ノ書ヲ讀ムニ第五十六丁ニ於テ左ノ恒方程式ヲ要ス

$$\cot A=\frac{1}{A}-\frac{2A}{\pi^2-A^2}-\frac{2A}{2^2\pi^2-A^2}-\frac{2A}{3^2\pi^2-A^2}-\frac{2A}{4^2\pi^2-A^2}\dots\dots\dots$$

而シテ是通常ノ式ナルカ如ク更ニ其解ヲ爲サス余大ニ困メリ終ニプライスノ著書ニ就キテ左ノ解ヲ得タリ

$$\sin A=A\left(1-\frac{A^2}{\pi^2}\right)\left(1-\frac{A^2}{2^2\pi^2}\right)\left(1-\frac{A^2}{3^2\pi^2}\right)\dots\dots$$

是トッドハンター氏大三角術中ニ載セタリ故ニ

$$\log\sin A=\log A+\log\left(1-\frac{A^2}{\pi^2}\right)+\log\left(1-\frac{A^2}{2^2\pi^2}\right)+$$

之ヲ微分スレハ

$$\cot A=\frac{1}{A}-\frac{2\frac{A}{\pi^2}}{1-\frac{A^2}{\pi^2}}-\frac{2\frac{A}{\pi^2}}{1-\frac{A^2}{\pi^2}}-\frac{2\frac{A}{\pi^2}}{1-\frac{A^2}{2^2\pi^2}}-\dots\dots\dots$$

$$=\frac{1}{A}-\frac{2A}{\pi^2-A^2}-\frac{2A}{2^2\pi^2-A^2}-\frac{2A}{3^2\pi^2-A^2}-\dots\dots$$

(五)化成公式(フオーミユーラ、オブ、レダクシヨン)

トッドハンター氏積分第三編ニ$\int x^{m-1}(a+bx^n)^p\,dx$

ノ化成公式ヲ載セタリ之ヲ記スルコ極メテ難シ左ノ規則ハ大ニ簡單ニ之ヲ述タル者ナリ

$a+bx^n$ ヲ畧シテXトス

然ルトキハ $\int x^{m-1}X^p dx$ ヲ左ノ四積分ノ内一個ト關係セシメンコヲ要ス

$\int x^{m-n-1}X^{p-1}dx$　　$\int x^{m+n-1}X^p dx$

$\int x^{m-1}X^{p-1}dx$　　$\int x^{m-1}X^{p+1}dx$

此四者ノ何レヲ取ルカハ其時ノ便宜ニ由ル

[規則] 今關係セシメント欲スル二式中下行(ローウル、ダイメンション)ノ者ヲ取レ x 及 X ノ指數ニ1ヲ加ヘ之ヲ微分セヨ微分ノ結果ハ即欲スル二式ノ一次函數(リネアル、ファンクション)トナス可シ之ヲ積分スレハ即チ化成式トナル

[例] (一) $\int x^{m-1}X^p dx$ ト $\int x^{m-n-1}X^p dx$ ノ關係ヲ求ム

$x^{m-n-1}X^p$ ハ $x^{m-1}X^p$ ヨリモ下行ナリ

(但シ n ヲ正數トセハ)

規則ニ由リテ

$$\frac{d}{dx}(x^{m-n}X^{p+1})$$

$$=(m-n)x^{m-n-1}X^{p+1}+x^{m-n}(p+1)X^p(nbx^{n-1})$$

$$=(m-n)x^{m-n-1}X^p(a+bx^n)+nb(p+1)x^{m-1}X^p$$

$$=(m-1)ax^{m-n-1}X^p+(\overline{m-n+np+1})bx^{m-1}X^p$$

斯ク右節ハ $x^{m-n-1}X^p$ 及ヒ $x^{m-1}X^p$ ヲ一次ニ含有ス今之ヲ積分スレハ

$$x^{m-n}X^{p+1}(m-n)=\int ax^{m-n-1}X^p dx$$

$$+m-np\int x^{m-1}X^p dx$$

(二) $\int x^{m-1}X^p dx$ ト $\int x^{m-1}X^{p-1}dx$ ノ關係ヲ求ム

$x^{m-1}X^{p-1}$ ハ $x^{m-1}X^p$ ヨリ下行ナリ、p 正數ナレハ

$$\frac{d}{dx}(x^mX^p)$$

$$=mx^{m-1}X^p+x^m p X^{p-1}nbx^{n-1}$$

$$=mx^{m-1}X^p+np(X-a)x^{m-1}X^{p-1}$$

$$=(m+np)x^{m-1}X^p-anpx^{m-1}X^{p-1}$$

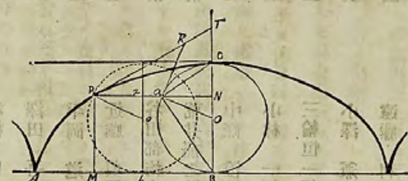
故ニ

$$x^mX^p$$

$$(m+np)\int x^{m-1}X^p dx-anp\int x^{m-1}X^{p-1}dx$$

(六)「サイクロイド」ノ歷史

此曲線ハガリレオ(伊太利亞人一千五百六十四年生一千六百四十二年死)ノ發明ニ係ルト云フ然レヒウォリス(英國人一千六百十六年生一千七百三年死)ハ其ライプニッツ(獨逸人一千六百四十六年生一千七百十四年死)ニ送リタル書中ニ曰ク「カルヂナル」高僧ド、キュザハ一千五百十年ニ出版シタル書中ニ之ヲ載セタリ又一千四百五十四年比ノ寫本ニモ見ヘタリト「ロベルバル」(佛國人一千六百二年生一千六百七十五年死)ハ其全面積ハ母圓ノ積ノ三倍ナルヲ證明シタリ此發見ハ數多ノ數學家之ヲ爲シタルノ榮ヲ爭ヘリ「デーカルト」(佛國人一千五百九十六年生一千六百五十年死)ハ之ヲ切線ヲ引クノ法ヲ示シ一点 P ニ於テノ切線ハ母圓ノ弦 BQ ニ直角ニシテ即 CQ ニ平行ナルヲ證明シタリ又之ニ由リテ $QR=PQ=$ 弧 BQ ナルコ明ナリ「レン」(英吉利人一千五百八十五年生一千六百六十七年死)ハ始テ其弧ノ長サヲ發見シタリ即チ頂点ヨリ P 点迄弧ノ長サハ P 点ニ於テノ切線ニ平行シタル母圓ノ弦ノ二倍ナリ故ニ曲線ノ全長ハ母圓ノ經ノ四倍ナリ「パスカル」(佛人一千六百二十三年生一千六百六十二年死)曲線ノ或ル「セグメント」ノ面積及重心ヲ知ルノ法ヲ發見シ又「セグメント」ヲ曲線ノ軸或「セグメント」ノ底線ヲ軸トシ廻轉セシメテ得ル所ノ立體ノ面積及體積ヲ度ルコヲ發見シタリ是ニ於テ當時ノ數學者中之ヲ解スル者有ラハ四十「ピストル」ノ名金錢及二十「ピストル」ノ報賞ヲ與フ可シト公言シタリウォリス及ラルーエール(佛人)之ニ應ス



ト雖此賞與ハ終ニ受ケザリシト云「ハイゲンス」(和蘭人一千六百二十九年生一千六百九十五年死)ハ「サイクロイド」ノ「エボリユート」ハ等シキ「サイクロイド」ニシテ其位置轉倒セル者ナルヿ及「レーデヤス、オブ、クルバチュル」ハ切線ニ直角ナル母圓ノ弦ノ長サノ二倍ナルヿヲ發見シタリ同氏ハ又此曲線ノ同時質(トートクロニズム)ノ發見者ナリ則此曲線ヲ轉倒シ軸ヲ垂直ニ置クトキハ曲線ヲ滑テ落ル分子ハ何点ヨリ發スルモ同時ニ頂点ヘ達スルヿヲ發見シタリ「ジョン、ベルノウ井ー」(瑞西人一千六百六十七年生一千七百四十八年死)ハ其最短ナルヿヲ發見シタリ即チ一分子重力ニ由リテ一点ヨリ一点ニ達スルニ「サイクロイド」ヲ滑リ落ル時ハ其時間最モ短シト此他此線ニ付キ記ス可キヿ甚タ多シト雖右ニ掲ケタルハ其重大ナル者ナリ

附錄

會社定會記事委員撰擧手續併社告

七月一日定會ニ於テ委員撰擧會ヲ開ク此日出席スル者拾五名投票ノ數三十七〇后二時本日ノ會長ヲ投票シ岡本則錄氏多數ニ因テ其席ニ就キ學務委員當撰者ノ姓名ヲ報ス

學務委員投票ヲ得タル人名左ノ如シ

三十四票	中川將行	三十二票	荒川重平
三十二票	菊池大麓	二十九票	岡本則錄

二十九票	大村一秀	二十八票	肝付兼行
二十六票	磯野健	仝上	伊藤直温
二十一票	川北朝鄰	十六票	長澤龜之助
十三票	眞野肇	仝上	福田理軒
十一票	山本信實	仝上	駒野政和
仝上	村岡範爲馳	十票	田中矢德
九票	古市公威	七票	神田孝平
仝上	赤松則良	仝上	向井嘉一郎
仝上	澤田吾一	仝上	白井正信
仝上	平岡道生	六票	岩永義晴
仝上	近藤眞琴	仝上	山川健次郎
五票	谷田部梅吉	四票	鏡光照
三票	荒井郁之助	二票	伊藤雋吉
仝上	中條澄清	仝上	小野友五郎
仝上	小林一知	仝上	高柳致知
仝上	三輪恒一郎	一票	早川義之
仝上	小澤兼瀛	仝上	小宮山昌壽
仝上	遠藤利貞	仝上	荒尾卿
仝上	澤鑑之亟	仝上	大森俊次
仝上	三浦清俊	仝上	中牟田倉之助

會長ハ投票ノ順序ニ從テ本日出席セル被撰者ニ承諾ヲ乞フ中川、荒川、菊池、岡本伊藤長澤ノ七氏ハ之ヲ承諾ス大村、磯野、福田ノ三氏ハ欠席肝付氏ハ旅行中川北、眞野ノ二氏ハ當撰ヲ辭ス

次ニ事務委員當撰者ノ姓名ヲ報ス

事務委員投票ヲ得タル人名左ノ如シ

二十九票	川北朝鄰	二十三票	岡本則錄
九票	長澤龜之助	七票	眞野肇
二票	菊池大麓	一票	大村一秀
仝上	神田孝平	仝上	福田理軒
仝上	近藤眞琴		

會長ハ當撰者ニ承諾ヲ乞フ川北氏承諾ス岡本氏之ヲ辭ス次ニ長澤氏承諾ス

學務委員ハ本月ヨリ交番雜誌編輯スルヿ但シ編輯者ハ總理トシテ姓名ヲ雜誌ニ掲クルヿ

長澤龜之助氏編輯ヲ辭シ菊池鋭吉郎氏之ニ代ルヿ

川北朝鄰氏發議本會之名義ヲ以テ社長若クハ委員滿期ノ際報功狀ヲ送ランヿヲ望ム〇中川將行氏ハ其例西洋ニ行ハル、ヤ否ヤヲ菊池大麓氏ニ質ス〇菊池大麓氏ハ英國現時ノ例二三ヲ擧テ之ヲ述ラル〇荒川重平氏ハ此發議ヲ賛成ス續テ賛成スル者會場一致ノ如シ會長ハ事務委員ニ依頼シ是迄會社ニ從事シ功勞アル人々ヲ調ヘテ會員一般ヘ報セント述ヘ且ツ禮狀ヲ出スヿニ決ス

會長ハ社則改正ノヿニ付九月定會ニ於テ草按ヲ議スヘケレハ委員二名ヲ撰擧セラレンヿヲ會員ニ望マル〇中川氏ハ學務委員一名事務委員一名ヲ望ム〇荒川氏ハ委員ヲ岡本川北二氏ニ依頼セント會員一同之ヲ賛成シ二氏モ之ヲ承諾ス

本會漸ク議盡ントス茲ニ會長ハ衆員ニ謂テ云ク過般沒后セラレシ内田五観翁ハ六十年前後數理ニ從事シ社會ヲ益セシ數理名家ナレハ本會ヨリ若干ノ金ヲ送リ后日碑碣ノ擧アリト聞クヲ以テ之ヲ助力センヿヲ望ム衆員之ヲ是トシ會社ノ名義ヲ以テ若干ノ金員ヲ送ルヲ賛成ス但シ眞野氏ノ發議ニ依テ金員高ハ次會ニ無名投票ヲ以テ定ムルヿニ決ス因テ議事ヲ止ム后五時五十分ナリ

〇

大村、福田、駒野、田中、神田、赤松、ノ六氏ハ斷リ肝付、古市、澤田ノ三氏ハ旅行中ニ付左ノ拾二名ヲ撰任シ第四期學務委員ト相定メ候事

中川將行	荒川重平
菊池大麓	岡本則錄
磯野健	伊藤直温

長澤龜之助　山本信實
村岡範爲馳　平岡道生
向井嘉一郎　白井正信
左ノ二名ヲ撰任シ第四期事務委員ト相定メ候事
川北朝鄰　長澤龜之助

明治十五年七月

○

右書記生解雇候事　長澤龜之助

右書記生雇入候事　中村義方

○

本月ハ暑中ニ付例ニ依テ休會ニ及ヒ候事

退社　小澤兼藏

○

編輯人　菊池鈫吉郎
印刷人　中村義方
右之取極候事

本誌從前ノ印刷所ハ差閊有之印刷ヲ急キ候事故誤謬モ少ナカラスト雖トモ時日發兌ニ相セマリ校合不充分故諸君幸ヒニ之ヲ恕セヨ尙后号ニ校正スヘシ

總理　菊池大麓
編輯　菊池鈫吉郎
印刷　中村義方

賣捌所
東京芝區柴井町　松井忠兵衛
同日本橋區本町三丁目　清水卯三郎
大坂備後町四丁目　梅原龜七

定價拾錢

定期刊行　明治十五年十月二日發行

東京數學會社雜誌

第五十一號

東京數學會社

目録

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ

一本号諸套ニ掲クル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル所ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサルモノハ編者ノ稿ナリ

一本号ニ記スル問題ノ答式ハ必ス次号ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ之ヲ登録スヘシ

一社外ト雖投書スルヲ得然レヒ變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載録セス

一凡ソ掲載セル問題、論説、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ

一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス

一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス

一入社セント欲スルモノハ社則ニ從フヘシ

明治十五年十月　東京數學會社

套外

數學會社之目的

中川將行

第一章　本會ノ目的達シタル乎

本會ハ明治十年ヲ以テ創立ノ時トス雜誌ハ實ニ同年十月ヲ以テ其初号ヲ發兌ス當時ノ社長神田孝平君本會ノ目的ヲ其開巻第一葉ニ掲ケラレタリ其文中ニ曰ク斯學ノ面目ヲ一新セリト云フ者モ唯其專門有志輩ノ間ニ止リテ其効未タ公衆一般ノ實益ヲ爲スニ及ハスト云フヘシ是此會ヲ設ケタル所以ナリ本會既ニ公衆一般數學ノ開進ヲ以テ目的トス乃亦此目的ヲ達スヘキ方畧ヲ撰ハサルヘカラス是ニ於テ云々ト試ニ問フ本會創立以來年ヲ閲ルコ玆ニ五年雜誌ヲ發兌スルコ四十有九号（此稿五十号ノ發兌ニ先ツテ草ス）其間幾多ノ變遷アリタレヒ其公衆一般ノ實益ヲ以テ目的トシ敢テ空理ニ馳セ空論ニ走ラサルコ一日ノ如シト云フヘキカ又創立以來今日マテ公衆一般ノ實益ヲナセシコ許多ナリト云フヘキカ曰ク未タ容易ニ其然否ヲ斷言スヘカラス或人本會ノ雜誌ヲ評スル言ニ曰ク予數學會社ノ雜誌ヲ觀ルニ問題解義其多分ヲ占メタルモノヽ如シ解義中方圓角等ノ諸形ヲ相切シテ畫キ之ヲ幾何三角微積ノ諸法ヲ以テ解算セルモノ其多キニ居レリ要スルニ皆頗ル難問ナリ其新法則新理論新定義ノ如キ僅々數條ニ過キス予カ所見ヲ以テスレハ會社ハ方圓角諸形切觸ノ理ヲ研究スルニ區々タル者ノ如シ此ノ如クニシテ其目的タル公然一般ノ實益ヲナサンコハ孟軻ノ所謂木ニ縁リ魚ヲ求ムルノ類ナラント或人ノ此言激過クルニ似タレトモ亦其理ナシト云フヘケンヤ

（以下次号）

東京數學會社雜誌第五十一號

第一套　論説

數學効用論

中川將行抄譯

緒言

今日文明ノ日ニ當リテ理論世界ニ行ハルヽ所ノ最大切要ナルモノハ實利ト進歩ノ二者ニ及クモノナシ政府ナリ社會ナリ其結搆ニ其規律ニ皆實利進歩ノ二者ヲ休ス我米國大半ノ人民此二者ニ由テ開明ニ進ミ且ツ二者ノ本質効用ヲ研究シテ止マズ人民一歩ヲ開明ニ進ムレバ二者亦一歩ヲ進メ二者進メハ人民亦從テ進ミ相助ケ相進ミ駸々然トシテ文明ノ極處ニ至ラント欲ス故ニ其教育ノ法ニ至リテモ亦其主要トスル所ノモノハ實利進歩ノ二者ニ他ナラス

實利ト進歩ト其因テ出ル所ノ本源ヲ問ヘハ則チ自然ノ法則ナリ自然ノ法則ハ万世ニ亘テ易ラズ万物ニ周クシテ有ラザル所ナシ而之ト並ヒ行ハレテ相戻ラズ之レト其光ヲ爭フベキモノ獨實利ト進歩ノ二者アルノミ二者ヲシテ能ク此ノ如クナラシメンニハ先ヅ自然ノ法則ヲ明ニセザルベカラズ自然ノ法則ヲ明ニセント欲セハ先ツ其心ヲシテ高尚ノ理ヲ解スルノ度ニ達セシメザルベカラズ其心ヲシテ高尚ノ理ヲ解スルノ度ニ達セシメント欲セハ豫メ適應ノ學問ヲナサヾルベカラズ是レ其準備ヲナスナリ準備既ニナラハ万世不易ノ自然ノ法則ト雖之ヲ窺ヒ知ルニ及ハンコ亦甚タ難カラザルナリ

倍根氏嘗テ古代ノ學問ヲ論シテ曰ク古人ノ學ハ臆測妄想ノミ古人ハ人生ノ大道トモ云フベキ自然ノ法則アルコヲ知ラズト此言誠ニ然リ天ハ物質世界ニ於テ万世不易ノ大法則ヲ示セリ其緻密ナル其普及ナル其齊整完備ナル人智ノ進ムニ從ヒ皆窺ヒ知ルベシト雖古人棄テヽ顧ミズ臆測是荒ミ妄想是耽リ其議論ハ空中ノ樓閣ノ如ク飄々トシテ根柢ナク其心ハ臆測妄想ノ獄中ニ囚ハレタルモノヽ如クナリシモ倍根氏奮然大活眼ヲ開キ舊染ノ陋習ヲ一洗シ數百年間碩學鴻儒ガ囚レタル牢獄ヲ破リ天下ノ心ヲシテ不羈自由ナラシメ學者奮勵勇進自然ノ法則ヲ研究スルコトハナリヌ

倍根氏實驗觀察試驗歸納ノ法ヲ施シテ自然ノ法則ヲ世ニ明ニシ以テ其理學ノ基ヲ立タリ嘗テ古賢亞利斯都土稱ノ理學ヲ駁シテ曰ク亞氏ノ論ハ後來嘗テ進歩ノ効ヲ奏セズ世益ヲ致シ人智ヲ開キシコモ少ク人ヲシテ昇下陋愚ノ苦界ヲ去テ高尚賢智ノ樂土ニ入ラシムルニハ要ナキモノナリト亦以テ古學ノ今世ニ益ナキヲ知ルニ足ル

今日ハ彼ノ倍根氏ノ理學開發シテ十分ノ度ニ達スベキ時ヲ去

ルコ甚タ遠カラサルノ日ナリ然レトモ臆測是荒ムノ學ヲ去テ實事是徵スルノ學ニ入ルノ間或ハ彼ノ病理ヲ究メスシテ治術ヲ施ス庸醫ト其弊ヲ同クシ或ハ實事是徵スルノ學ニ於テ其最大切要ナルモノハ必ス考察熟思ノ之ニ先チテ其理ヲ究メタル結果ナルコヲ忘失スルノ弊ナキニ非ス學者此弊ニ陷サルコナクンハ庶幾カランカ

今人ノ求ムルニ汲々タル實利ノ本源理學ノ基礎トナリ、幼者ノ智力ヲ發育スルコ最モ大ニ其思想ヲ活潑高大ニシ其行爲ヲ着實ニナサシメ、研究ノ範圍ヲ廣大ニシ心意ヲ自由ナラシムルモ放漫ニ陷ラシメス行爲ヲ自由ナラシムルモ自然ノ法則ニ違ハシメス社會全体ニ對スル義務ヲ忘レサラシメン爲メニ最モ適切ナルハ果シテ何者ソ余竊ニ以爲ク若ク重大ナル期望ヲ遂ケンニハ數學ニ及クモノアラザルナリト

幼者既ニ數、量二語ノ眞意ヲ解シ得タランニハ後來、數理ヲ究メテ智識ヲ高大深遠ニナスヘキ端緒此ニ開ケタリト云フヘク既ニ人類タルニ耻ナキ資格ヲ得タルモノト云フヘシ所謂自然ノ法則ト云フモノハ實驗觀察試驗ノ三法ト歸納法トニ由テ得タル物質上ノ眞理ナリ實事ナリ而數學ノ法則ハ數、量等ノ本質ヲ熟察シテ得ル所ノ眞理ナリ之ヲ講究スルニ自ヲ一定不易ノ法則ニ從フヘキモノアリ以テ一科ノ學タル所ナリ其講究ノ際新法ノ簡明ヲ得テハ舊法ノ迂遠ヲ改メ高尚ノ理ヲ發見シテハ淺近ノ説ヲ斥クルカ如キ皆眞理ヲ發見スルノ管鑰タリ

故ニ人數學ヲ修ムレハ其識見深奥着實眞理ヲ究メ尽スノ念勃々興起ス兼テ物理ノ學ヲ修ムレハ架空ノ思想自ラ消滅シ着實ノ議論胸中ニ涌溢ス以テ然ル所ノモノハ何ソ曰ク物理ノ學ハ其微妙ニ至リテハ肉眼見ルヘカラザルノ小物ヲモ審ニシ其高大ニ至リテハ宇宙ノ權衡ヲ維持スル所以ノ引力ヲモ量ルニ至ル而其説皆之ヲ實事ニ徵スヘシ固ヨリ臆測妄想ノ比ニ非ルナリ

數學ハ人ノ心ヲシテ維一ナラシメ事ニ當リテ敢テ迷惑セシメザルノ効ヲ有ス故ニ數理ニ明カナルモノハ事ノ千緒万端紛擾ヲ極ムルモノニ逢フモ能ク之ヲ統一シテ紊レシメス忽チ一定ノ法則ヲ發見シテ能ク之ヲ治ムルコヲ得ルモノナリ然レトモ此ノ如キニ至ランニハ大ニ學ンテ其域ニ達セスンハアルヘカラズ而學者ノ思想力既ニ此ニ至ルトモ實事ヲ是レ徵スルノ切要ナルコヲ忘ルヘカラズ實事ノ中眞理存シ万世ニ亘リテ不朽ニ傳フ學者牛頓氏ノ著書羅普禮斯氏ノ天体力學ヲ讀マハ余カ言ノ謬ヒザルヲ知ラン

世ノ教育ヲ以テ任スル者ハ數學ヲ以テ教育上最大切要ノ者トセザルハナシ夫レ數學ハ界説ヲ以テ語ノ意ヲ審ニシ幼者ヲシテ事々物々其相似タルモノモ之ヲ熟察精思スレハ其相同シカラサル所以ノ區域判然トシテ明カナルコヲ知ラシメ公理以テ判定力ヲ試ミシメ幼者ヲシテ理ノ爭フヘカラザルコヲ知ラシム界説公理以テ之レカ基本トシ論理ノ法ニ從ヒ漸々數理ヲ講究セシムレハ其智日ニ開ケ其論理ノ術日ニ精ク學問ト才智ト相合シテ離レズ日ニ就リ月ニ將ミ遂ニ以テ大成スルニ至ル此ノ如クニシテ智ヲ開ケハ架空ノ思想ニ陷サルコナク論説必ス根柢アリ事ヲ處スル審明啓テ迷誤セザルニ至ル教育ヲ以テ任スルモノ、此學ニ懸々タル所以ノモノ豈ニ偶然ナランヤ

理學者ノ數學ヲ觀ルコ教育ヲ以テ任スルモノト大ニ異ナリ唯理學ノ研究ヲナスニ用フヘキ一器械トナスモノ、如シ故ニ覆載ノ間森羅萬象ヲ統一制御スル自然ノ大法ヲ觀ルニ心志ヲ勞シ其理ヲ究ムルニ汲々シ其齊整完備物ノ比スヘキナキニ驚歎シ遂ニ之ニ心醉シテ其最大切要ナル數學ハ却テ之ヲ抛擲シテ顧ミサルモノ或ハ之レアリ然レトモ後チ其必要ナルコヲ發見スルニ及ヒテヤ翻然其圖ヲ改メ其本ニ反ラサルモノ幾ト稀レナリ

技術師ノ數學ヲ觀ルヤ又自ラ前二者ニ異ナリ技術師ノ學問ニ於ケル其結果ノ以テ用ニ供スヘキモノヲ貴重スルニ止リ其結果ヲ得ル所以ノ理論ニ至リテハ無用トナス特ニ無用トナスノミナラス其術ニ害アリトナスニ至ルモノアリ其手ハ器械ヲ要スルノ止ムヘカラザルコヲ知ルト雖其心モ亦器械ヲ要シ其使用ハ熟練ヲ要シ其種類ハ合用ヲ要スルコ手ノ器械ト其理相同シキコヲ知ラズ夫レ天下ノ事ハ學問ニ技術ニ必ス其法則アルモノニシテ諸物相待テ合勤其用ヲナスモノナレハ苟モ其法則ト其合勤ノ理トヲ知ルニ非ルヨリハ未タ其事ニ精シキ人トハ云フヘカラズ所謂技術ナルモノハ既ニ其理ヲ究ムレハ之ヲナスコ甚タ難カラザルナリ然レドモ技術師ニシテ此理ヲ知ルモノ少キハ誠ニ慨歎ニ堪サルナリ

譯者曰世間數學ヲ修メテ其直接ノ利ヲ知ルモノ多シ然レトモ其間接ノ利ノ普ク天下百般ノ事物ニ及ヒ文明進歩ノ一大本源トナル所以ノ理ヲ知ルモノニ至リテハ蓋シ甚タ多カラサルナリ是レ余カ此書ヲ譯スル所以ナリ唯憾ム余カ不學ナル或ハ原文ノ意ヲ詳ニセザルノミナラズ其意ヲ誤ルモノ頗ル多ク原文譯文ノ差特ニ玉泥ノミナラザルコヲ讀者此編ヲ觀ルニ余カ管見ヲ以テ草セル論説ヲ以セハ可ナリ

第二套　算術譯語

(1) Quantity　數量

(2) Unit　單位

(3)	Number	數
(4)	Abstract number	不名數
(5)	Concrete „	名數
(6)	Unity	一
(7)	Denomination	名
(8)	Simple number	單名數
(9)	Compound number	複名數
(10)	Integral number or Integer „ or whole number	整數
(11)	Fractional number or Fraction	分數
(12)	Like number	同名數
(13)	Unlike number	異名數
(14)	Power	自乘
(15)	Root	根
(16)	Scale	尺度
(17)	Uniform scale	齊尺
(18)	Varying scale	變尺
(19)	Decimal scale	常尺
(20)	Mathematics	數學
(21)	Arithmetic	算術
(22)	Demonstration	論
(23)	Operation	演算
(24)	Problem	問題
	Example	例題
(25)	Rule	法則
(26)	Analysis	解析法
(27)	Five fundamental Operations	五法
I	Notaion & numeration	記法及ビ讀法
II	Addition	加法
III	Subtraction	減法
IV	Multiplication	乘法
V	Division	除法
(28)	Sign	符号
(29)	Sign of numeration [,]	區点
(30)	Decimal sign [.]	小數点
(31)	Sign of addition [+]	加号
(32)	„ „ subtraction [-]	減号
(33)	„ „ multiplication [×]	乘号
(34)	„ „ division [÷]	除号
(35)	„ „ equality [=]	相等号

(36)	„ „ Aggregation	括号
I	Brackets ( ) { } [ ]	括弧
II	Vinculum ———	括線
(37)	Sign of ratio [:]	比号
(38)	„ „ proportion	比例号
(39)	„ „ involution	指數
(40)	„ „ evolution	根号
(41)	Axiom	公理
(42)	Sum or Amount	和
(43)	Proof	證
(44)	Definition	界說
(45)	Muniend	被減數
(46)	Subtrahend	減數
(47)	Difference	差
	Remainder	餘數
(48)	Multiplicand	被乘數
(49)	Multiplier	乘數
(50)	Product	積
(51)	Factor	因數
(52)	First power	一乘
(53)	Second power or square	二乘
(54)	Third power or Cube	三乘
(55)	Continual multiplication	連乘法
(56)	Composite number	複素數
(57)	Component factors	因數
(58)	Dividend	實又被除數
(59)	Divisor	法又除數
(60)	Quotient	商
(61)	Reciprocal	反數
(62)	Short division	短除法
(63)	Long „	長除法
(64)	Successive „	連除法
(65)	Exact divisor or Measure	約數
(66)	Even number	偶數
(67)	Odd „	奇數
(68)	Perfect „	完數
(69)	Imperfect „	不完數
(70)	Abundant „	贏數
(71)	Defective „	輸數
(72)	Prime „	素數

(73)	Prime factors	素因數
(74)	Common measure	公約數
(75)	Greatest Common measure (G.C.M)	最大公約數
(76)	Multiple	倍數
(77)	Common multiple	公倍數
(78)	Least Common multiple (L.C.M)	最小公倍數
(79)	Cancellation	對消法
(80)	Fractional unit	分數單位
(81)	Fraction (11) ト同シ	分數
(82)	Denominator	分母
(83)	Numerator	分子
(84)	Term	項
(85)	Proper fraction	眞分數
(86)	Improper ,,	假分數
(87)	Mixed number	混數
(88)	Compound fraction	複分數
(89)	Complex ,,	重分數
(90)	Common denominator	公分母
(91)	Least Common denominator	最小公分母
(92)	Decimal fraction	小數
(93)	Finite decimal	有限小數
(94)	Infinite ,,	無限小數
(95)	Circulating decimal or Recurring decimal	循環小數
(96)	Period or Repetend	循環數
(97)	Similar ,,	同和位循環數
(98)	Conterminous ,,	同末位循環數
(99)	Pure circulating decimal	正循環小數
(100)	Mixed ,,	混循環小數
(101)	Lowest terms	已約
(102)	Fraction in its lowest terms	已約分數
(103)	Factoring or Decomposition of numbers	自約法
(104)	Continued fraction	連分數
(105)	Compound numbers (Calculation of)	諸等法
(106)	Denominate fraction	名分數
(107)	Measures	度量
(108)	Measure of extension	度法
I	Linear measure	線度

II	square ,,	面度
III	Cubic ,,	體度
(109)	Measure of Capacity	量法
I	Liquid measure	液量
II	Dry ,,	乾量
(110)	Weight	衡法
I	Troy weight	金衡
II	Avoirdupois ,,	常衡
III	Apothecaries' ,,	藥衡
(111)	Measure of time	時法
(112)	Angular measure	角度
(113)	Ratio	比
I	Arithmetical ,,	算數比
II	Geometrical ,,	幾何比
(114)	Antecedent	前項
(115)	Consequent	後項
(116)	Simple ratio	單比
(117)	Compound ,,	複比
(118)	Reciprocal of a ratio	反比
(119)	Proportion (Rule of three or Golden rule)	比例
(120)	Proportionals	比例數
(121)	Simple proportion or Simple rule of three	單比例
(122)	Extremes	外項
(123)	Means	中項
(124)	Rule of three direct	正比例
(125)	,, inverse	反比例
(126)	Compound proportion or Compound rule of three	複比例
(127)	Simple interest	單利
(128)	Compound ,,	重利
(129)	Interest	利
(130)	Principal	元
(131)	Rate per-cent	利率
(132)	Amount	元利合計
(133)	Proportionate parts	差分
(134)	Fellowship or partnership	合資算法
I	Simple ,, ,,	合資單法
II	Compound ,, ,,	合資複法

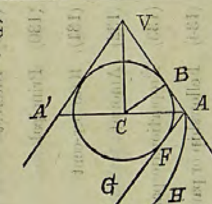
(135)	Alligation	混和法
(136)	,, medial	平價法
(137)	,, alternate	和較法
(138)	Mean price or quality	平價
(139)	Involution	自乘法
(140)	Evolution	開法
(141)	Root	根數
I	Square ,,	二乘根
II	Cube ,,	三乘根
III	Fourth ,,	四乘根
(142)	Rational root	可盡根數
(143)	Surd	不盡根數
(144)	Profit and Loss	損益
(145)	Digit	數字
(146)	Chain rule	連鎖法
(147)	Percentage	百分法

第三套　問題解義

一

第九号五套ノ三　　中川將行　解

圓錐ヨリ相平行スル無數ノ拋物線ヲ切ルトキハ其焦点ノ踪跡如何



C ヲ圓錐 AVA' ノ内ニ畫キ且ツ平行拋物線中ノ一 AH ノ焦点 F ニ於テ相切スル圓ノ中心トシ CV ヲ引キ切点 B ト中心 C ト接シテ CB ヲ引ケバ ACV ABC ハ各直角三角形ニテ且ツ $AF \parallel VA'$, $AF = AB$ ナリ

ACV ABC ノ三角形ニ於テ　$AB : AC :: AC : AV$

比例ノ法ニ由テ變化スレバ　$AB : AV :: AC^2 : AV^2$

然ルニ $AB = AF$ ナレバ　$AF : AV :: AC^2 : AV^2$

然ルニ $AC^2 : AV^2$ 不易ナレバ $AF : AV$ モ亦不易ナリ

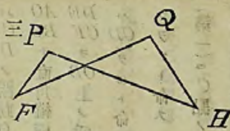
故ニ F ハ常ニ直線 VF 中ニアリ即チ AH ト平行スル無數拋物線ノ焦点ノ踪跡ハ圓錐ノ頂点ヲ貫ク直線ナリ○本題九号ニ載ル所ノ問題ハ偶々誤テ相平行スルノ五字ヲ脱ス由テ今之ヲ補フ

二

同号同套ノ三　　同

楕圓ノ一焦点及ビ周中二点ノ位置不易他ノ一焦點ノ踪跡如何

P Q ハ楕圓周中ノ二點、F H ハ其焦點、而 P Q F ハ定點ニシテ H ハ動點ナリ



楕圓ノ理ニ由リ $FP + PH = FQ + QH$

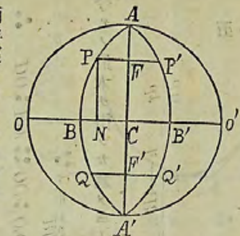
之ヲ變スレバ　$FQ - FP = PH - QH$

然ルニ $FQ - FP$ ハ不易ナレバ $PH - QH$ モ亦然リ故ニ動點 H ノ踪跡ハ定點 P Q ヲ以テ焦點トスル所ノ双曲線ナリ

三

同号同套ノ四　　同

同一長徑ヲ共有スル圓錐曲線ノ通徑ノ兩端ハ何線ナルカ



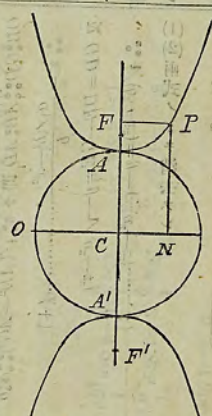
ABA' ヲ楕圓トシ、F ヲ其焦點トシ、AA' ヲ長徑トシ、C ヲ中心トシ、BB' ヲ短徑トス C ヲ中心トシ AA' ヲ直經トシ AOA' ノ圓ヲ畫キ、半通徑 FP ヲヒキ、O ヲ原點トシ OO' ヲ横軸トシ、P ノ縦線 PN ヲヒキ、楕圓ノ兩半徑ヲ a b トスレバ

$$PF = \frac{b^2}{a} = \frac{CB^2}{a} \qquad CB^2 = AC^2 - CF^2 = a^2 - y^2$$

$$PF = OC - ON = a - x \qquad \therefore a - x = \frac{a^2 - y^2}{a}$$

$$\therefore y^2 = ax$$　拋物線式ナリ

此式中ニ楕圓ノ半長徑ノミ存ス故ニ楕圓ノ長徑變セザルヨリハ其形如何様ニナリタリトモ半通徑 FP ノ一端 P ハ O ヲ原點トシテ A ヲ過クル拋物線 $(y^2 = ax)$ 中ヲ出ルヿナシ而 Q ノ OA' ニ亘ル拋物線ニアルト P' Q' ノ O' ヲ頂點トシテ AA' ニ亘ルモノ、中ニアルトハ其理皆推知スベシ○楕圓通徑ノ兩端ノ軌跡ハ拋物線ヲ作スヿ既ニ明カ也請フ更ラニ双曲線モ亦然ル所以ノ理ヲ述ベン



O ヲ原點トシ CN ヲ横軸トシ PN ヲ通徑ノ一端 P ノ縦線トスレバ ON ハ其横線 x ナリ

$$PF = CN = ON - OC = x + a = \frac{CF^2 - CA^2}{CA}$$

$$= \frac{y^2 - a^2}{a} \qquad \therefore y^2 = ax$$

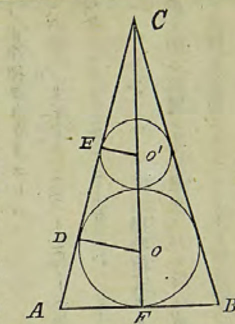
故ニ双曲線ニ於テモ楕圓ト異ナルヿナシ

四

第二十五号三套ノ九　　白井正信　解

等脚三角形ノ内ニ圓ヲ充シ而シテ其圓周ト等脚邊ニ觸切スル小圓ヲ畫シ最大ナラシメント欲セハ充圓半徑ノ四倍ヲ以テ頂點ヨリ底邊ニ到ル垂線ト適等スト云フ其訨如何

ABC ヲ等脚三角形トシ AB ヲ底、D E ヲ AC ト圓ノ切點、O O' ヲ圓ノ



中心、CFヲ垂線トス

DO及ビEO'ハACニ直角ナリ故ニ三角形DOC $EO'C$ハ等形ナリ

DO OFヲR EO'ヲr CFヲhト命ス

$$\therefore\ DO : EO' :: OC : O'C \quad \therefore\ R : r :: h-R : h-2R-r$$

$$\therefore\ r=\frac{Rh-2R^2}{h}$$

今rノ最大ヲ得ンカ為メニhヲ不易數トシテ微分スレバ

$$\frac{dr}{dR}=\frac{h-4R}{h}=0 \text{ トス} \quad \therefore\ h=4R$$

五

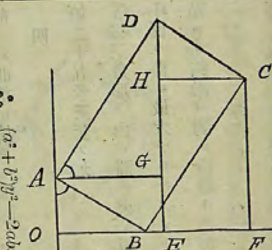
第十七号五套ノ三　同

直角縦横線ニ$ABCD$ノ直方形ヲ畫キABヲシテ軸中ニ轉置スレバCDノ蹤跡自カラ形象ヲナスナリ問フ其形象ノ式如何

AO BOヲ直角縦横線トシ$ABCD$ヲ直方形トス

DE CFヲOB上ノ垂線、AG CHヲDE上ノ垂線トシBC(或ハAD)ヲb AB(或ハCD)ヲaト命ス三角形AOB DHCハ同形同積ナレバOB CHハ相同シ之ヲzト命ス

(第一)ニC點ノ縦横線ヲx yトス又三角形AOB BFCハ等形ナレバ



$$OB : CF :: AB : BC$$

即チ $OF-BF : CF :: AB : BC$

$$x-\sqrt{(b^2-y^2)} : y :: a : b$$

$$bx-ay=b\sqrt{(b^2-y^2)}$$

兩節ヲ二乘スレバ

$$b^2x^2-2abxy+a^2y^2=b^4-b^2y^2$$

$$\therefore\ (a^2+b^2)y^2-2abxy+b^2x^2-b^4=0$$

之ヲC點ノ蹤跡線ノ公式トス

(第二)ニD點ノ縦横線ヲx yトス三角形AOB AGDハ等形ナレバ

$OB : GD :: AB : AD$ 即チ $z : \sqrt{(AD^2-AG^2)} :: a : b$

$$\therefore\ z=\frac{a\sqrt{(b^2-x^2)}}{b}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

又 $GD=DE-GE=y-\sqrt{(a^2-z^2)}$

$$\therefore\ \sqrt{(b^2-x^2)}=y-\sqrt{(a^2-z^2)}\ \cdots\cdots(2)$$

(1)(2)兩式ノzヲ消去スレバ

$$\frac{a\sqrt{(b^2-x^2)}}{b}=\sqrt{\{a^2-(y-\sqrt{(b^2-x^2)})^2\}}$$

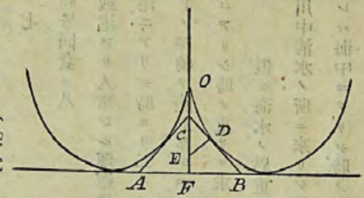
變化數回ノ後チ左式ヲ得之ヲD點ノ蹤跡線ノ公式トス

$$(a^2+b^2)x^2-2abxy+b^2y^2-b^4=0$$

六

第三十二号二套ノ六　同

圖ノ如ク直線ト等圓轉軌線ト切スル罅間ヘ直線ニ其底邊ヲ占メテ二處相切スル所ノ最大積ノ二等勢三邊形ヲ容ル、アリ等圓轉軌線ノ中軸徑$4a$ナレバ該底邊ノ長如何



原點ヲO、ABCヲ二等勢三邊形、DEヲ法線OFヲABニ直角トス

等圓轉軌線ノ性質ニ因レバ$\angle FCB$ハ$\angle COD$ニ等シ之ヲ$\frac{3}{2}l$トス

$CF=OF-D$點ノ横線$+D$點ノ次切線

$$\therefore\ CF=\frac{a}{2}-x+y\frac{dx}{dy}=\frac{a}{2}-4a\,Sin^2\frac{l}{2}\,Cos\,l+4a\,Sin^2\frac{l}{2}\,Sin\,l\,Cot\,\tfrac{3}{2}l$$

$$\therefore\ CF=\frac{a}{Sin\frac{3}{2}l}\left\{\frac{Sin\frac{3}{2}l}{2}-4\,Sin^2\frac{l}{2}\,Cos\,l\,Sin\,\tfrac{3}{2}l+4\,Sin^2\frac{l}{2}\,Sin\,l\,Cos\,\tfrac{3}{2}l\right\}$$

$$=\frac{a}{Sin\frac{3}{2}l}\left\{\frac{Sin\frac{3}{2}l}{2}-4\,Sin^2\frac{l}{2}(Sin\,\tfrac{3}{2}l\,Cos\,l-Cos\,\tfrac{3}{2}l\,Sin\,l)\right\}$$

$$=\frac{a}{Sin\frac{3}{2}l}\left(\frac{Sin\frac{3}{2}l}{2}-4\,Sin^3\frac{l}{2}\right)$$

$$=\frac{a}{Sin\frac{3}{2}l}\left(Sin\,\tfrac{3}{2}l-8\,Sin^3\frac{l}{2}\right)$$

又 $Sin\,\tfrac{3}{2}l=3\,Sin\frac{l}{2}-4\,Sin^3\frac{l}{2}$

$$\therefore\ CF=\frac{3a}{2\,Sin\frac{3}{2}l}\left(Sin\frac{l}{2}-4\,Sin^3\frac{l}{2}\right)$$

$$=\frac{3a\,Sin\frac{l}{2}\left(1-4\,Sin^2\frac{l}{2}\right)}{2\,Sin\frac{l}{2}\left(3-4Sin^2\frac{l}{2}\right)}=\frac{3a\left(1-4\,Sin^2\frac{l}{2}\right)}{2\left(3-4\,Sin^2\frac{l}{2}\right)}$$

又 $AB=2\,FB=2\,CF\,tan\,FCB=2\times\dfrac{3a\left(1-4\,Sin^2\frac{l}{2}\right)}{2\left(3-4\,Sin^2\frac{l}{2}\right)}tan\,\tfrac{3}{2}l$

$$=\frac{3a\left(1-4\,Sin^2\frac{l}{2}\right)}{\left(3-4\,Sin^2\frac{l}{2}\right)}\times\frac{Sin\frac{l}{2}\left(3-4\,Sin^2\frac{l}{2}\right)}{Cos\frac{l}{2}\left(1-4\,Sin\frac{l}{2}\right)}$$

$$=3\,a\,tan\frac{l}{2}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

$$\therefore\ \triangle ABC=FB^2\,Cot\,FCB=\frac{9a^2}{4}\,tan^2\frac{l}{2}\,Cot\,\frac{3}{2}l$$

$$\therefore\ \frac{4\triangle ABC}{9a^2}=u=tan\frac{l}{2}\times\frac{1-4Sin^2\frac{l}{2}}{3-4Sin^2\frac{l}{2}}$$

$$\therefore\ \frac{du}{dl}=\frac{1-4\,Sin^2\frac{l}{2}}{Cos^2\frac{l}{2}\left(3-4\,Sin^2\frac{l}{2}\right)}+tan\frac{l}{2}\times\frac{-4\,sin\frac{l}{2}Cos\frac{l}{2}\left(3-4sin^2\frac{l}{2}\right)+4\,sin\frac{l}{2}\cos\frac{l}{2}\left(1-4sin^2\frac{l}{2}\right)}{\left(3-4\,Sin^2\frac{l}{2}\right)^2}$$

之ヲ零トシ變化數回ノ後左式ヲ得

$32\,Sin^4\frac{l}{2} - 32\,Sin^2\frac{l}{2} + 3 = o$

∴ $Sin^2\frac{l}{2} = \frac{4-\sqrt{10}}{8}$　∴ $Cos^2\frac{l}{2} = \frac{4+\sqrt{10}}{8}$

此 $Sin\frac{l}{2}$ 及ヒ $Cos\frac{l}{2}$ ヲ(a)式ニ代用スレバ

$$AB = 3a\tan\frac{l}{2} = 3a\times\frac{\sqrt{(4-\sqrt{10})}}{\sqrt{(4+\sqrt{10})}} = 3a\times\sqrt{\left(\frac{26-8\sqrt{10}}{6}\right)}$$

$$= a\sqrt{(39-12\sqrt{10})}$$

之ヲ重開法ニテ開ケバ左ノ答式ヲ得

∴ $AB = a(2\sqrt{6}-\sqrt{15})$

七　同

同号同套ノ八

或港ヨリ入來レル運送船アリ此船川中清水ノ塲所ニ來シ時ハ港ニアリシ時ヨリ二インチ多ク沈ミ入タリ其後一万二千ポンドノ荷物ヲ陸上セシニ一インチ浮ミ出タリト云フ依テ此船港ニアリシ時ノ重サヲ求ム

但シ海水ノ異重ハ1.026ナリ

川中清水ノ所ニ來リシ時船ノ水中ニ入ル深サヲdインチトスレバ海中ニアリシ時ノ船ノ入リシ深サハ$d-2$インチナリ

動水學ニ因レバ壓力ノ深ハ流動体ノ異重ト轉比例ヲナス

∴ $1.026 : 1 :: d : d-2$　∴ $d = \frac{1026}{13}$

前ト同理ニテ

W(原重量) $: W-12000 :: d : d-1$

∴ $W = \frac{12000}{13}\times 1026 = 428.8019$ トン (答)

八　同

同号同套ノ十

欠圓ノ重心ヲ求ム又問フ諸欠圓其弦ヲ公有スルトキハ圓心ヨリ欠圓重心ノ距離ニ欠圓積ヲ乘シタルモノ皆相等シト云フ其証如何

ABC ヲ欠圓 AO 及ヒ BO ヲ半徑トシ G ヲ重心トス角 AOC ヲ AOB ノ半トシ之ヲ l ト命ス

G ノ橫線ノ式ハ

$$\bar{x} = \frac{\int xydx}{\int ydx}$$

∵ $y = r\,Sin\,l$　$x = r\,Cos\,l$

∴ $\bar{x} = \frac{-r^3\int Sin^2 l\,Cos\,l\,dl}{-r^2\int Sin^2 l\,dl}$

$$= \frac{2\,r\,Sin^3 l}{3(l - Sin\,l\,Cos\,l)}\ (答)$$

又欠圓積 $= r^2 l - r^2 Sin\,l\,Cos\,l = r^2(l - Sin\,l\,Cos\,l)$

∴ 欠圓積ト欠圓重心距ノ相乘 $= r^2(l - Sin\,l\,Cos\,l)\times\frac{2\,r\,Sin^3 l}{3(l - Sin\,l\,Cos\,l)}$

$$= \frac{2\,r^3\,Sin^3 l}{3}$$

亦他欠圓ニ於テ仝上ノ積 $= \frac{2R^3 sin^3\phi}{3}$

題意ニ因レバ弦公有ナルヲ以テ y 皆同シ即チ $rsinl$ $Rsin\phi$ 相同シ故ニ左ノ証ヲ得

$$\frac{2r^3 sin^3 l}{3} = \frac{2R^3 sin^3\phi}{3}$$

九　同

三十五号一套ノ四

$4x^3 - 9x - \sqrt{27} = 0$ 斯ノ如キ式アリ三次方程式ヲ用フルナクシテxヲ求ムルコトヲ望ム

∴ $4x^3 - 9x - 3\sqrt{3} = 0$　∴ $4x^3 - 9x = 3\sqrt{3}$

∴ $4x^3 - 6x = 3x + 3\sqrt{3}$

$4x^4 - 6x^2 = 3x^2 + 3x\sqrt{3}$

$4x^4 - 6x^2 + \frac{9}{4} = 3x^2 + 3x\sqrt{3} + \frac{9}{4}$

∴ $2x^2 - \frac{3}{2} = x\sqrt{3} + \frac{3}{2}$　∴ $2x^2 - x\sqrt{3} - 3 = 0$

∴ $x = \frac{\sqrt{3}\pm\sqrt{\{(\sqrt{3})^2 + 2\cdot4\cdot3\}}}{4} = \sqrt{3}$ 或ハ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

第四套　本年六月海軍兵學校入校試驗問題

以下試驗問題ハ之ヲ求ルノ郵書編者ノ机上ニ堆キニ及ベリ因テ之ヲ掲ケテ以テ其需ニ應スト云フ

算術　四時間

一

849652
361728
412381
635403
872545
406223
294867
811236
576037
213744
764368
305216
436720
823284
217436
592301
243762
731445
429374
684569

ノ和ヲ求ム

二

504ト5292ト1520ノ最大公約數ヲ求ム

三

四石ヲ容ルヘキ空桶ニ甲乙ニ管ヲ裝置ス甲ハ水ヲ入ルヽニ供シ乙ハ水ヲ出スニ供ス甲ハ五分時間ニ七升ノ水ヲ入ルヘク乙ハ三分時間ニ一升ノ水ヲ出スベシ今甲管ヨリ水ヲ入ルヽト同時ニ乙管ヲ開カバ何時何分ニシテ此桶ヲ滿スベキ乎

四

$\left\{\frac{5\frac{4}{5}-2\frac{1}{8}}{3\frac{3}{4}+\frac{9}{20}}\right\}$ ト $\left\{\frac{4\frac{1}{2}+5\frac{19}{25}}{4\frac{1}{20}}\right\}$ 及ヒ $\left\{\frac{2\frac{3}{5}+1\frac{2}{3}}{7\frac{19}{24}-2\frac{1}{4}}\right\}$ ノ相乘積ヲ求ム

五

1.68ヲ以テ.001029ヲ除スレバ如何

六
875.5 ヲ以テ 750730.518 ヲ除スレバ如何

七
九時ト十時トノ間ニテ時計ノ時針ト分針ト相合スルハ何分何秒ナルベキ

八
太陽ハ三百六十五日五時四十八分ニ三百六十度ヲ一回ス然ラバ一日ニ何分何秒動クモノナリヤ

九
二百五十二人ノ工卒一日十一時間ツヽ働キ五日ニシテ長サ二百十尺幅三尺深サ二尺ノ城壕ヲ堀リ得タリ今二十二人ノ工卒一日九時間ツヽ働キ長サ四百二十尺幅五尺深サ三尺ノ城壕ヲ堀ランニハ幾日ニシテ成業スベキヤ

十
$\sqrt{2}$ ト $\sqrt[3]{3}$ トハ何レカ大ナル

十一
甲船アリ一時ニ九里四分ノ三ノ速力ニテ乙處ヨリ丙處ニ向ツテ發ス其距離六十五里ナリ又甲船ノ發セシヨリ二時十五分後レテ丁船乙處ヲ發シ甲船ヨリ五分時先チテ丙處ニ達セシト云フ問フ丁船一時間ノ速力如何

十二　以下對數
$$\frac{281 \times 2.71828 \times .09}{8400 \times .7301 \times .0073}$$ ノ多寡ヲ求ム

十三
$20^x = 100$ ニ於テ x ノ多寡ヲ求ム

十四
$$Cot x = \frac{tan C}{sin A . Cos B}$$ ニ於テ
$A = 20°\text{-}10'$
$B = 32°\text{-}45'$
$C = 78°\text{-}45'$
ナルヲ知ル問フ x ノ角度如何

總理　荒川重平
編輯　菊池鍬吉郎
印刷　中村義方

賣捌所
東京芝區柴井町　松井忠兵衛
同日本橋區本町三丁目　清水卯三郎
大坂備後町四丁目　梅原龜七

定價拾錢

定期刊行
明治十五年十月十二日發行

東京數學會社雜誌

第五十二號

東京數學會社

目錄

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ

一本号諸套ニ揭クル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル所ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサルモノハ編者ノ稿ナリ

一本号ニ記スル問題ノ答式ハ必ス次号ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ之ヲ登錄スヘシ

一社外ト雖投書スルヲ得然レﾄﾞﾓ變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス

一凡ソ揭載セル問題、論說、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ

一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス

一集會ハ每月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス

一入社セント欲スルモノハ社則ニ從フベシ

明治十五年十月　　東京數學會社

套外

第五十号正誤

第一丁上段十五行式中3_4トアルハ3^4ノ誤

同　下段末行式中$a^1\ a^2\ a^3$ハ$a_1\ a_2\ a_3$ノ誤

第二丁下段十五行式中分母ノa_nハ$a_n h$ノ誤

第六丁下段十五行a^2k^2ハ$a_0^2k^2$ノ誤リ十六行十七行ノb^2c^2皆oヲ脱ス

同　同　十九行式中xハx^2ノ誤

第七丁上段(4)式ノ$x\ y\ z$ノ指數ハ2ニシテ$A\ B\ C$ノ指數ハ4ナリ

同　下段二行ノ式中aハa_0　AハA^3ノ誤

同　同　五行式中$\frac{dk}{k^3}$ハk^3dkノ誤又n^2ハp^2ノ誤

同　同　九行積分中AハA^3ノ誤

第九丁上段十四行-9ハ-7ノ誤

第十丁上段四行ノ式ノ前ニ$\int$ヲ脱ス

同　同　六行第一積分中Xノ指數ハpナリ

第十一丁上段五行ノ式ノ後$=$ヲ脫ス

東京數學會社雜誌第五十二號

第一套　論說

數學効用論（前號ノ續キ）

荒川重平抄譯

數學ハ實ニ諸般教育ノ一大基礎ナリ故ニ其理ヲ硏究シ之レヲ解剖スルハ一種ノ論題ナリ是レ余ガ此著アル所以ナリ其解剖ノ次第ヲ擧グレバ曰ク數學ノ據テ以テ立ツ所ノ基礎ト其相互ノ關係ヲ說明スルナリ曰ク數學ニ須要ノ才能ハ何等ナルカヲ示スナリ曰ク數學ハ何ヲ以テ此才能ヲ開發スルカ又如何ニ之ヲ進ムルカヲ論スルナリ曰ク數學ノ人智ヲシテ發達大ナラシムル他學問ノ比ニ非ザルハ如何ナル点ニ於テ然ルカヲ論スルナリ本論ヲ分チテ三編トシ以テ以上ノ論旨ヲ說クニ便ナラシム

第一編ハ論理學ナリ議論、精細繁長ニ涉ルモ其論理ヲシテ整頓セシムルノ原則ヲ說明スル者之ヲ論理學ト云フ本編ハ其諸法則ヲ揭ケタリ論理學ヲシテ其用ニ適セシメ又能ク開發セシムル者ハ數學ナリ數學ハ論理學ヲ應用シテ數ト空（スペース）ノ二者ヲ論スルニ外ナラズ是レ余ガ首トシテ論理學ヲ揭クル所以ナリ

第二編ヲ數學トス爰ニ數學ノ本旨ヲ明カニシ之ガ硏究ノ際起ル所ノ思想ヲ詳說シ思想ヲ顯ス言語ヲ說明シ思想ト言語ト相關係スル理ヲ辨シ言語ノ解剖ニ及ボシ証論ノ法ヲ硏究シ以テ本旨ニ分チ類チ以テ之ヲ論ス

第三編ハ數學ノ實利ヲ說明ス第一ニハ心智ノ鍊磨ニ益アルナリ第二ニハ智識ヲ得ルニ利アルナリ第三ニハ技術ノ法則ヲ供スルナリ

右ノ如ク本論ノ大意ヲ揭ケ次ニ本論ヲ讀ム者ノ種類ヲ分チ以テ各自得ル所ノ利益ヲ示サントス其種類ハ左ノ如シ

（第一類）尋常ノ讀者

（第二類）學者及ビ學生

（第三類）教學生及ビ理學生

（第四類）教師

（第一）之ヲ讀ミ其智識ヲ博メ以テ進步ヲ欲スルノ人ハ先ツ言語ノ意ニ注意シ思想ト言語ノ關係及ビ言語ト言語ノ關係ヲ詳ニスルノ習慣ヲ養生スベシ如此セバ讀書精密ト成リ會得明白ト成リ思想深奧ト成リ以テ要領ヲ得ルニ至ラン

論理學ハ眞理ヲ說明スル模範ヲ論シ此模範ノ中チニ人ノ思想ヲ逍遙セシムルモノナリ人善ク論理ノ法ニ通ゼバ議論ノ眞僞ヲ判シ說ノ可否ヲ決スル容易ナルノミ夫レ思想ト言語トノ關係甚タ明確ニシテ誤リナキ者ハ數學ナリ故ニ論理學ノ主義ヲ數學ニ應用セバ論理精密ノ域ニ達シ其分配整齊ニ至リ以テ普通ノ智識ヲ得ルニ易カラシム

（第二）智識ハ其增加スルニ從ヒ必ズ其類ヲ分チ其混亂ヲ防ガ

ザルベカラズ凡ソ事實其境界隘ク其數多カラザレバ之ヲ記臆スル難キニ非ルナリ凡ソ主義其性質繁雜ナラザレバ其關係ヲ探求セザルモ其應用ニ害ナク其所在ヲ定メザルモ之ガ應用ヲ妨ゲザルナリ然リト雖ドモ事實主義兩ツナガラ增殖シ以テ諸學諸術ヲ成シ或ハ前世ノ事業ヲ討究シ之ヲ解剖シ之ヲ比較シ或ハ前代有益ノ元素ヲ採リテ之ヲ今世活潑ノ原素ニ調合シ以テ新法新學ヲ構成スルノ日ニ方リテハ高尚ノ才能其用常ニ止ムコトナシ智識ノ類ヲ分チ以テ其記臆ヲ易カラシメ其搜索ニ便ナラシメ之ヲ利用スルニ至レバ以テ久ク埋沒シタル金屬ヲ塵埃ノ中ヨリ拔出シテ世用ニ供スルコトヲ得ベキナリ之ヲ要スルニ智識ノ次第立ツ之ヲ學問ト云フ

事實ハ實物ノ如シ之ヲ分斷セバ極メテ微ニ至ルベシ其配合ノ法ヲ知ラバ聚散離合意ノ如クナラザルナシ凡ソ事物ノ法則ヲ知ルハ之ガ源ニ溯ルニ在リ若シ之ヲ知ラザレバ心ハ暗瞑ノ裏ニ在ルガ如キノミ

本論ノ主意タル學生ヲシテ論理學數學ノ大畧ヲ知ラシメ又尋常ノ讀者ヲシテ其一般ヲ知ラシムルニ在リ議論ノ何タルヲ論セズ一定ノ摸範內ニ逍遙セシムルモノヲ論理學ト云フ論理學ヲ以テ數ト空トノ二者ニ應用スルモノヲ數學ト云フ

學生タル者爰ニ論スル所ノ本旨ヲ讀ミ其主義ヲ研究セバ其簡明確實ニシテ其用ノ廣キヲ知ラン之ヲ以テ其修ムル所ノ學問ノ法則ヲ設定シ其事物ヲ類別スルニ利用セバ甚タ容易ナランノミ

數學會社之目的

中川將行

第一章　本會ノ目的達シタル乎（前号ノ續キ）

明治十三年上野清氏數學擴張會ヲ設立ス此ニ於テ余擴張會ノ無カルヘカラサル所以ヲ論シ之ヲ上野氏ニ送リシニ氏ハ之ヲ其社說欄內ニ掲ケタリ此論ノ如キ當時本會ノ實際ニ就キテ論シタルモノニシテ會社諸君見テ以テ怪トセサルカ如クナリキ亦以テ難問解義ノ一方ニ傾キタル証ト云フヘキカ元來本會ノ社員ニハ高尚ノ數理ヲ講究スルニ熱心ナル者アリ教育ヲ以テ職トスル者アリ物理ニ精キ者アリ星學家アリ測量家アリ其他枚擧ニ遑アラス此ノ如キ諸大家ノ集會ナルニ其務ムル所一方ニ偏シタルハ豈ニ策ノ得タルモノト云フヘケンヤ政事ニ法律ニ學術ニ公衆一般ノ實益ヲ以テ其主義トナスノ今日ニ於テ學問ヲ我一己ニ私シ娯樂消遣ノ具トナシ其價ヲシテ殆ト詩派俳諧ト同一ナラシムルカ如キ恐クハ時ヲ知ラサルノ譏リヲ速カシ宜ク舊習ヲ一變シテ廣ク公衆一般ノ實益ヲナスノ効ヲ奏センヿコソ願ハシケレ

數學會社之目的

同

第二章　雜誌体裁

凡ソ天下ノ事物需要アリテ而供給ノ之ニ續クモノハ自然ノ道理ナリ夫然リ故ニ本會ノ雜誌ニシテ果シテ公衆ノ實益ヲナスモノナリセバ其需要モ多ク其供給從テ多カルヘキナリ且ツ現今本會ノ目的ヲ達スベキモノ特リ雜誌アルノミナレバ本會ガ公衆ニ實益ヲナスノ多少ハ其發買ノ多少ニ由リテトスヘキナリ然ルニ事務委員ガ每期ノ終リニ報道スル所ノ表ニ據リテ見レバ殆ト云フニ忍ビザルモノアリ然レドモ是レヲ云ヘバ或ハ利ヲ貪ルノ誚リヲ速カントス故ニ默々今日ニ至レリ退テ本會ガ公衆ニ實益ヲナセシヤ否ヲ考フレバ大ニ默止スヘカラサルモノアリ終ニ嫌疑ヲ顧ミスシテ此文ヲ艸スルニ至レルナリ夫レ百工技藝ニ直接ナル手段ヲ以テ數學ノ利ヲ與フルヿハ爲シ易カラサルカ如シト雖先ツ數學ヲ以テ門戶ヲ張ルモノニ其利ヲ及ホシ間接ニ百工技藝ノ人ニ及ホサンヿハ爲シ難カラサルナリ然レトモ本會ノ雜誌難問解義ノ一方ニ傾キ競智遊戯ヲ以テ目セラル、カ如キニ止リテハ到底此目的ヲ達スルヿ思ヒモヨラサルナリ宜シク雜誌ノ体裁ヲ改良シ論說問題解義記事質問答辨等ノ門ヲ設ケ各等分ニ力ヲ用フベシ之ニ反シテ難問解義ニノミ多ク力ヲ用ヒバ之ヲ欲スル少數ノ人ノ望ミニハ應スベシト雖自余多數ノ人厭棄スヘキナリ論者或ハ曰ハン本會雜誌ハ難問ヲ設ケ之レカ解義ヲナスヿヲ以テ主トスルハ既ニ舊慣トナリタルヲ今更ニ之ヲ改メタランニハ讀者愈々少キヲ極ムル恐レアリ且ツ誌中難問ノミニシテ其解義ノ紙中ニ盈ルハ以テ本會達筭ノ士多キニ誇ル所以ナリサルヲ今之ヲ改ムルハ雜誌ノ体面ヲ損シ本會ノ面目ヲ汚スモノナリト然レトモ所謂難問ナルモノ其多數ハ幾何三角代微積中內外切觸ノ理ニ止ランコハ未タ以テ世ニ誇ルニ足ラサルナリ否世ニ誇ルヿヲ耻ルナリ此ノ如クニシテ其体面ヲ損シ面目ヲ汚サヽランヿヲ欲ストモ豈ニ得ベケンヤ我國百工技術未タ歐洲ニ若カサルモノアレハ從テ數學ノ其効ヲ百般ノ實業ニ顯ス所ノ區域モ小ナリト雖其効ヲ顯スヿ彼ニ劣ラサルノ日ニ逢ハンヿ蓋シ甚タ遠カラサルナリ决シテ內外切觸ノ理ヲノミ是レ講シ以テ高尚ナリ達筭ナリト誇ルノ日ニハ非ルナリ論者又或曰ハン我輩理論ヲ以テ世ニ立ツモノナリ實業ニ至リテハ我輩ノ干セサル所ナリト然レトモ理論ノ實業ニ益ナキハ無用物ノミ世ニ其ノ蹟ヲ絕ツトモ公衆ニ害ナキナリ凡ソ天下ノ事物公衆ニナス所ノ實益多キモノハ之ヲ貴重スヘキナリ其少キモノハ貴重スルニ足ラサルナリ苟モ公衆ノ實益ヲ謀ラス空理空論ニ荒淫シテ無上ノ樂トナシ學者ノ榮譽ヲ得タリトナスモノハ愚ニ非レハ狂、故ニ本會ノ体面ヲ全クシ本會ノ目的ヲ達センニハ雜誌ノ体裁ヲ改

頁シ之ヲシテ公衆多數人ノ望ミニ應スルニ在リ曰ク如何セバ則可ナル曰ク雜誌所載ノ件ヲ大別シテ研究教育ノ二綱トナシ研究以テ高術ノ理ヲ談シ教育以テ數理ノ普及ヲ謀ルニアリ之カ細目ヲアグレバ曰ク論説曰ク問題曰ク解義曰ク質問曰ク答弁曰ク弁駁曰ク記事其他時ニ從テ設クベシ而此等ノ細目皆二大綱ヲ以テ之ヲ總ベ其偏輕偏重ナラシメンコヲ要ス論者或ハ曰ハン一小冊ノ雜誌中其目此ノ如ク繁多ナルコヲ得ンヤト、曰ク本會雜誌ハ普通ノ反譯書ニ倣ヒ一枚四百字トシテ筭スレバ其紙數四十枚ノ多キアリ十ケノ目ヲ立ツトモ毎目四枚ヲ以テ配スルニ足レリ豈ニ其目ノ多ヲ憂ヘン余ハ其紙數ノ多クシテ目ノ少キヲ憂フルナリ

第二套　質問

一　社外　水原準三郎

圖ノ如ク直方形ノ一邊内ニアル一點ト他ノ一邊及ヒ一角点ニ親シミ弧線ヲ畫カントス問フ規矩術如何

二　同

假數ノ奇零與數ト同字ヲ以テ成ル者ハ 1371288574……ナリ對數表ヲ用ヰスシテ之ヲ得ル法如何

三　同

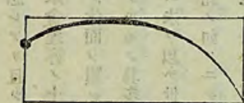
積アリ八線表ニ因テ平方根ヲ求メンコヲ欲ス其術如何

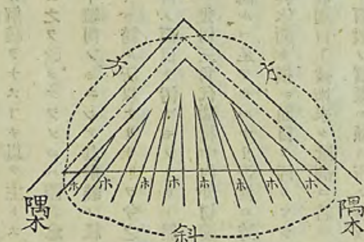
四

北緯五十九度十八分三秒ノ地ニ於テ大陽ノ高度ヲ測ルコ二次第一次ハ實高二十八度四十分第二次ハ實高三十九度五十分ナリ前後時刻ノ差一時三十分ナルトキハ各測量ノ眞時如何

五

匠家ニ所謂扇榱ナル者ハ圖ノ如ク各榱皆半方形ノ一角点ヨリ發シ斜線ニ至テ其距離ヲ等シクスル者ナリ（榱幅ハ筭人セズ）只云榱幅若干隅木幅若干方若干以テ問フ榱ノ個數ニ隨ヒ等距離ヲ得ル術如何



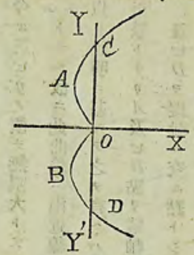


第三套　問題解義

一　白井正信　解

三十七号二套ノ七

其方程式ハ $a^3x=y^4-a^2y^2$ ナル曲線ノ形狀ハ圖ノ如シト云フ何ヲ以テ之ヲ知ルヤ



O ヲ原點、A 及ヒ B ヲ縱軸ノ左方ニ於ル最長ノ二横線ガ曲線ニ會スル點、C 及ヒ D ヲ縱軸ト曲線トノ交點トス

$\therefore\ a^3x=y^4-a^2y^2$

之ヲ括リ又微係數ヲ求ムル次ノ如シ

$$\left(y^2-\frac{a^2}{2}\right)^2=\frac{a^4+4a^3x}{4}$$

$$\therefore\ y=\pm\sqrt{\frac{a^2\pm\sqrt{a^4+4a^3x}}{2}}\ \cdots\cdots\cdots(a)$$

$$\therefore\ \frac{dy}{dx}=\pm\frac{a^3}{\sqrt{2}\sqrt{(a^4+4a^3x)}\sqrt{(a^2\pm\sqrt{a^4+4a^3x})}}\ \cdots\cdots\cdots(b)$$

又原式ノ微係數ヲ求ムレバ $\frac{dx}{dy}=\frac{2y(2y^2-a^2)}{a^3}$

縱軸ノ左方ニ於ル横線ノ最大ヲ求メンガ爲メ之ヲ零トス

$\therefore\ \frac{2y(2y^2-a^2)}{a^3}=0\qquad\therefore\ y=\pm\frac{a}{\sqrt{2}}$

之ヲ原式ニ入レ代フレハ $x=-\frac{a}{4}$

此 x y ノ二價ニ依リ A 及ヒ B 二點ノ位置ヲ定ム

又 C D 二點ノ位置及ヒ原點 O ハ岐點ナルカヲ知ランガ爲メニ (a) (b) 二式ニ依リテ判スレバ左ノ如シ

x 正ニシテ極小ナレバ　$y=0$ 或ハ $\pm a$ 及ヒ $\frac{dy}{dx}=\pm\infty$

x 負ニシテ極小ナレバ　$y=0$ 或ハ $\pm a$ 及ヒ $\frac{dy}{dx}=\pm\infty$

故ニ C D 二點ハ原點ヨリ上下 a ノ距離ニ位シ原點 O ハ岐點ナルコヲ知ル

再ヒ(a)式ニ依リテ考フルニ x ノ倍遞減シテ O ヨリ $-\frac{a}{4}$ ニ至ル間ハ y ノ價ハ $\frac{a}{\sqrt{2}}$ ニマデ遞加ス

又 x ノ價 $-\frac{a}{4}$ ヨリ遞加メ O ニ至ル間ハ y ノ價 $\frac{a}{\sqrt{2}}$ ヨリ遞加シテ a ニ至ル又 x ノ價縱軸ノ右方ニ於テ O ヨリ正ヲ以テ遞加スレハ y ノ價モ亦正ヲ以テ遞加ス

又此曲線ハ漸近線ヲ有スルヤ否ヲ定メンガ爲メニ次ノ式ニ以上決定ノ式ヲ代用ス

微分學ニ依リ原點ヨリ切線ノ縦横軸ニ交ル點ノ距離ヲ求ムレバ

$$x_1 = x - y\frac{dx}{dy} = \frac{y^4-a^2y^2}{a^3} - \frac{2y^2(2y^2-a^2)}{a^3}$$

$$= \frac{y^2(a^2-3y^2)}{a^3}$$

$$y_1 = y - x\frac{dy}{dx} = y - \frac{y^4-a^2y^2}{a^3} \times \frac{a^3}{2y(2y^2-a^2)}$$

$$= \frac{y(3y^2-a^2)}{2(2y^2-a^2)}$$

今x及ビyノ價ヲ無限大トスレバx_1ノ價ハ$-\infty$トナリy_1ノ價ハ$+\infty$トナル故ニ此曲線ハ漸近線ヲ有セザルヿ明カナリ

以上説明ニ基キテ之ヲ言ヘバ此曲線タル原點Oヲ岐點トシテ兩岐トナリA及ビB點ヲ縦軸ノ左方ニ於ル最大横線ノ端トシC及ビDヲ縦軸ニ交ル點トシテ漸次上下ニ伸張スル者ナリ

二

第四十号二套一　同

金ヲ貸スアリ其元金ヲ知ラズ只云フ五ケ年貸スヰハ利金二十一万〇二百四十八兩ナリ又云フ一ケ年ノ利金ヨリ六ケ年ノ利金ハ多キヿ二十三万六千五百二十九兩ナリ年利及ビ元金幾何ト問フ　但シ利ニ利ヲ加フ所謂重利ナリ

元金ヲxトシ年利ヲyトスレバ重利法ニ因リ五ケ年ノ利ハ左ノ如シ

$$x(1+y)^5 - x = 210248 \quad \ldots\ldots(1)$$

又六ケ年ノ利ト一ケ年ノ利トノ差ハ左ノ如シ

$$x(1+y)^6 - x - xy = 236529 \quad \ldots\ldots(2)$$

(1)ヨリ $x(1+y)^5 = x + 210248$

之ヲ(2)式ニ代用スレバ

$$(1+y)(x+210248) - x(1+y) = 236529$$

$$(1+y)(210248) = 236529$$

$$\therefore\ 1+y = \frac{236529}{210248} = 1.125 \qquad \therefore\ y = .125$$

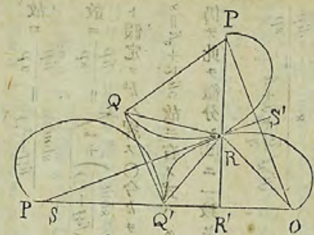
(1)ヨリ $x = \dfrac{210248}{(1+y)^5-1} = \dfrac{210248}{(1.125)^5-1} = 262144 \quad \ldots\ldots$(答)

三

第四十四号三套ノ三　同

圖ノ如ク二個ノ等圓半轉軌線ヲ直線上ニ置キ其QOナルモノヲ靜止セシメ其PQナルモノヲ二個合テ一個ノ等圓全轉軌線ヲナスマテ該曲周ト曲周ト相接シテ轉セシムルヰハP點及ビQ點ノ轉跡各一種ノ曲線ヲナスベシ問フO点ヲ原点トシタル該兩

曲線ノ縦横線式如何



此題ニ於テハ先ツP點ノ踪跡ノ方程式ヲ求メ次ニQ點ノ者ヲ求ム

Oヲ原點Q'ヲ頂點Rヲ二四圓ノ觸點SS'ヲR點ノ切線トス角ROR'ヲlトスレバ角OSRハ$(90°-\frac{1}{3}l)$ナリ又$RP=RO$ニシテ$PS'=S'O$ナリ故ニ三角形PROハ二等邊ニシテS'點ハPOヲ折半ス

$$\because\ \angle SS'O = \angle PR'O = R\angle \qquad \angle SOS' = \angle POR'$$

$$\therefore\ \triangle SS'O \text{ ハ } \triangle PR'O \text{ ト等形ナリ}$$

$$SO = R'O + R'S = x + y\tan\angle SRR' = x + y\tan\tfrac{1}{3}l$$

$$= 4a\,Cos^2\tfrac{1}{3}l\,Cos\,l + 4a\,Cos^2\tfrac{1}{3}l\,Sin\,l\tan\tfrac{1}{3}l$$

$$\therefore\ PO = 2S'O = 2SO\,Sin\angle OSS' = 2SO\,Cos\tfrac{1}{3}l$$

$$= 8a\,Cos^2\tfrac{1}{3}l\,(Cos\tfrac{1}{3}l\,Cos\,l + Sin\tfrac{1}{3}l\,Sin\,l)$$

$$= 8a\,Cos^3\tfrac{1}{3}l$$

$$\therefore\ x = R'O = PO\,Cos\,POR' = 8a\,Cos^3\tfrac{1}{3}l\,Cos\tfrac{1}{3}l$$

$$y = PR' = PO\,Sin\,POR' = 8a\,Cos^3\tfrac{1}{3}l\,Sin\tfrac{1}{3}l$$

右ヲP點ノ縦横線トス

QRハRQ'ニ同シキヲ以テSRハQQ'ニ直交ニシテQQ'ハPOニ平行ス

$$\therefore\ \triangle SQQ' \text{ ハ } \triangle SOP \text{ ト等形ナリ}$$

$$\therefore\ QQ' = \frac{SQ'}{SO} \times PO = \frac{SO - Q'O}{SO} \times PO$$

$$= \frac{4a(Cos^3\tfrac{1}{3}l - Cos\tfrac{1}{3}l)}{Cos\tfrac{1}{3}l} \times \frac{Cos\tfrac{1}{3}l}{4a\,Cos^3\tfrac{1}{3}l} \times 8a\,Cos^3\tfrac{1}{3}l$$

$$= 8a(Cos^3\tfrac{1}{3}l - Cos\tfrac{1}{3}l) = 24a\,Sin^2\tfrac{1}{3}l\,Cos\tfrac{1}{3}l$$

$$\therefore\ x = TQ' + Q'O = QQ'\,Cos\,QQ'S + Q'O$$

$$= 24a\,Sin^2\tfrac{1}{3}l\,Cos\tfrac{1}{3}l\,Cos\tfrac{1}{3}l + 4a$$

$$y = QT = QQ'\,Sin\,QQ'T$$

$$= 24a\,Sin^2\tfrac{1}{3}l\,Cos\tfrac{1}{3}l\,Sin\tfrac{1}{3}l$$

之ヲQ點ノ縦横線トス

四

第四十四号三套ノ八　澤田吾一解

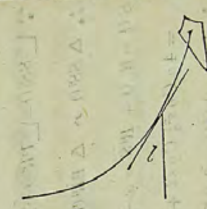
風ノ速率何所モ相等シキ空中ニ放チタル紙鳶ノ糸ノ方程式ヲ畧算セヨ

糸ノ方程式ヲ算スル公式ハ

$\frac{d}{ds}\left(T\frac{dx}{ds}\right)+mX=0$. $\frac{d}{ds}\left(T\frac{dy}{ds}\right)+mY=0$ ......(1)

前式ニ於テYヲ$-q$トスベシ又風力ハ常數ナリ然レトモ面積ニ關スルヲ以テmXハ左ノ如シA並ニBヲ或ル微小ノ常數トス

$mX=$ 長ノ單位 $\times A\times Cos\, l=B\frac{dy}{ds}$



$$\frac{d}{ds}\left(T\frac{dx}{ds}\right)=-B\frac{dy}{ds}$$

or $T\frac{dx}{ds}=C_1-By$

$$\frac{d}{ds}\left(T\frac{dy}{ds}\right)=mq$$

or $T\frac{dy}{ds}=mqs.$

故ニ $\frac{dx}{dy}=\frac{C_1-By}{mqs}$

故ニ $\frac{ds}{dy}=\sqrt{1+\left(\frac{C_1-By}{mqs}\right)^2}=\sqrt{\frac{s^2+c^2-ky}{s^2}}$ ......(2)

ト假定フk^2ハ畧ス○今kヲ零トセバ鎖線ニシテ

$s=y^2+2yc$ 故ニ右ノ式ハ $s=\sqrt{y^2+2yc+kf(y)}$ ニ外ナラズ

仍テ此ヲ微分シ(2)ニ一致セシム即チ

$$\frac{ds}{dy}=\frac{y+c+\frac{k}{2}f'(y)}{s}$$

即チ $\frac{ds}{dy}=\sqrt{\frac{s^2+c^2+k\{(y+c)f'(y)-f(y)\}}{s^2}}$

故ニ $(y+c)f'(y)-f(y)=y$ ナラザルヲ得ズ故ニ

$f(y)=c+(y+c)\log\frac{y+c}{c^2}$ 故ニ所望ノ式ハ

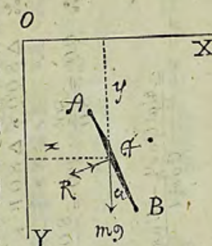
$s^2=y^2+2yc+k\left\{c+(y+c)\log\frac{y+c}{c^2}\right\}$ 答トス

五

同号同套ノ九　　同

水平ト或角ヲ爲ス平板ヲ空氣中(但シ其抵抗力單ニ速力ノ二乘ニ面積ヲ乘セシ者ト假定スベシ)ニ放置セバ地力ノ爲メニ下降スベシ然シテ斜向スル抵抗力ニヨリテ直下スルヿ能ハザラシ仍テ其原位ヲ通過スル鉛直線ニ遠カル距離及ヒ下降ノ距離ヲ時間ニヨリテ顯ハセ

此平板ハ最初靜止ノ位置ヨリ墜下シ又空氣ノ抵抗力ハ平板各點ニ等シキ力ヲ以テ作用スル故ニ其惣力ハ重心ニ集ル可シ是ヲ以テ此平板ハ回轉スルヿ無ルベシ



今鉛直線ニ倚傾スル角ヲaトシRヲ惣抵抗力トセバ

$$R\propto A\left(\frac{dy}{dt}\sin a-\frac{dx}{dt}\cos a\right)^2$$

A即チ平板ノ面積ハ常數ナルヲ以テ

$$R=k\left(\frac{dy}{dt}Sin\, a-\frac{dx}{dt}Cos\, a\right)^2$$

「ダイナミカル、イクウェーションス」ハ左ノ如シ

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=k\left(\frac{dy}{dt}Sin\, a-\frac{dx}{dt}Cos\, a\right)^2Cos\, a \text{......(1)}$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2}=mg-k\left(\frac{dy}{dt}Sin\, a-\frac{dx}{dt}Cos\, a\right)^2Sin\, a \text{......(2)}$$

(1)ニaノ正弦ヲ乘シ(2)ニ其余弦ヲ乘シテ相加フレバ

$\frac{d^2x}{dt^2}Sin\, a+\frac{d^2y}{dt^2}Cos\, a=g\,Cos\, a$ 積分スレバ

$$\frac{dx}{dt}Sin\, a+\frac{dy}{dt}Cos\, a=gt\,Cos\, a$$

$$x\,Sin\, a+y\,Cos\, a=\tfrac{1}{2}gt^2Cos\, a \text{......(3)}$$

又(2)ニaノ正弦ヲ乘シ(1)ニ其余弦ヲ乘シテ相減スレバ

$$m\left(\frac{d^2y}{dt^2}Sin\, a-\frac{d^2x}{dt^2}Cos\, a\right)=mg\sin a-k\left(\frac{dy}{dt}Sin\, a-\frac{dx}{dt}Cos a\right)^2$$

積分シテ$\sqrt{\frac{k}{m}g}\,Sin\, a$ヲ$B$トスレバ

$$\frac{dy}{dt}Sin\, a-\frac{dx}{dt}Cos\, a=\sqrt{\frac{mg\sin a}{k}}\,\frac{e^{2Bt}-1}{e^{2Bt}+1}$$

又積分スレバ $y\sin a-x\,Cos\, a=$

$$\sqrt{\frac{mg\sin a}{k}}\left\{t+\frac{1}{B}\log\frac{e^{2Bt}+1}{2e^{2Bt}}\right\} \text{......(4)}$$

(3)(4)ノ問ニyヲ消去スレバ

鉛直線ニ遠カル距離ハ

$$x=g\cos a\sin a\left\{\frac{t^2}{2}+\frac{t}{B}-\frac{1}{B^2}\log\frac{1+e^{-2Bt}}{2}\right\}$$

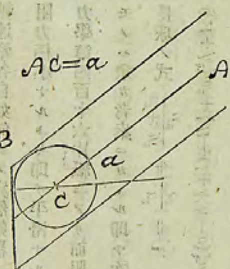
下降スル距離ハ

$$y=g\frac{t^2}{2}-g\sin^2 a\left\{\frac{t^2}{2}-\frac{t}{B}、-\frac{1}{B^2}\log\frac{1+e^{-2Bt}}{2}\right\}$$

六

第四十六号三套ノ四

内面平滑ナル圓筒ヲ傾斜ニ固定シ(水平トa角ヲ爲ス)其下端ヲ乘直面ノ堅板ヲ以テ密閉スルアリ其上端ヨリ恰モ該筒ヲ餘空ナク通過シ且ツ彈力率eヲ有スル一球ヲ投入セハ下底ヲ拍繋スルノ後(此球ノ下降セシ長aナリ)必ス反力アリテ再ヒ登リ復下降シ又上登シ其數算スベカラスト雖其力次々痩弱シ終ニ又攀ツヘキノ力ナキニ至ルベシ然ラバ投入ノ初メヨリ玆ニ至ルノ時間ヲ要ム



此球c點ニ達スルトキ速率$\sqrt{2ga\sin a}$ナリ之レニmassヲ乘スルトキハ則以テ拍打スルノ力ナリ之レニaノ余弦ヲ乘スレハB板ヲ打ツノ力ナリ故ニ彈力ヨリ得タル力ハ

$m\,e\cos a\sqrt{2ga\sin a}$ ナリ此ハ BC ナル方向故ニ AC ナル方向ニ導クトキハ又 a ノ余弦ヲ乘ズベシ斯ク得タル力ヨリ生シタル速率ハ此ヲ $mass$ ニテ除スベシ即チ v_1 トス

第一回拍打ノ後 $v_1=\sqrt{2ga\sin a}\,Cos^2a.\,e$

第二回……… $v_2=\sqrt{2ga\sin a}.\,\cos^2a.\,e.\,\cos^2a.\,e$

$v_2=\sqrt{2ga\sin a}.\,Cos^2a.\,e.\,Cos^4a.\,e^2$

A ヨリ C ニ達スルノ時間 $\frac{1}{g}\sqrt{2ga\sin a}$

第一回拍打ヨリ第二回拍打ニ至ルノ時間 $t_1=2\times\frac{v_1}{g}$　$t_2=2\times\frac{v_1}{g}Cos^2a.\,e.,$　$t_3=2\times\frac{v_1}{g}Cos^4a.\,e.$

全時間 $=\sqrt{\frac{2a\sin a}{g}}+2\frac{v_1}{g}(1+Cos^2a.\,e+Cos^4a.\,e^2+\cdots)$

$=\sqrt{\frac{2a\sin a}{g}}+2e.\,Cos^2a\sqrt{\frac{2a\sin a}{g}}\,\frac{1}{1-e\,Cos^2a}$

$=\frac{1+e.\,Cos^2a}{1-e.\,Cos^2a}\sqrt{\frac{2a\sin a}{g}}$

七

同号同套ノ五

水平ノ固定板上ニ長立圓ノ長軸ヲ旋リ自轉スルアリ而シテ其速率適當ヲ得ハ其運動安全ナルコアルベシ然レバ此長立圓ノ阻力極大ナルト極小ナルト孰レガ安全ヲ得易キヤ又問フ其自轉速率各自如何シテ宛然顛覆ノ患ナキヤト

阻力極小ナルトキ即チ平滑ナルモノハ載セテ「ルーヌ」氏ノ動力學第四百十六片紙(ページ)ニアリ而阻力極大ナルトキ即チ極粗ナルモノハ余カ考案ニカヽル即チ次ノ如シ同書中ヨリ公式ヲ得

長球ノ式 $\frac{x^2+y^2}{a^2}+\frac{z^2}{c^2}=1.$　$c>a$

$\{(A+h^2)m^2+\{B-C+h(h-c)\}n^2+g(h-c)\}\{(B+h^2)m^2+\{A-C+h(h-a)\}n^2+g(h-a)\}=m^2n^2\{A+B+2h^2-C-ha\}\{A+B+2h^2-C-hc\}$ ………(1)

此場合ニ於テハ $A=B=\frac{a^2+c^2}{5}$, $C=\frac{2a^2}{5}$ ………(2)

(1) 式ノ a 及ヒ c ハ接觸點ノ曲率半徑ナル故ニ此場合ニテハ各 $\frac{a^2}{c}$ ニシテ h ハ即チ c ナリ故ニ (1) 式變シテ

$\left[\frac{a^2+6c^2}{5}m^2+\left\{\frac{c^2-a^2}{5}+c\left(c-\frac{a^2}{c}\right)\right\}n^2+g\left(c-\frac{a^2}{c}\right)\right]^2=m^2n^2\left\{\frac{2c^2}{5}+2c^2-a^2\right\}^2$

$\frac{a^2+6c^2}{5}m^2+\frac{6(c^2-a^2)}{5}n^2+(c^2-a^2)\frac{g}{c}=\pm mn\left(\frac{12}{5}c^2-a^2\right)$

$m^2+6\frac{c^2-a^2}{a^2+6c^2}n^2+\frac{5g}{c}\frac{c^2-a^2}{a^2+6c^2}=mn\frac{12c^2-5a^2}{a^2+c^2}$

$m^2\mp mn\frac{12c^2-5a^2}{a^2+6c^2}=-6\frac{c^2-n^2}{a^2+6c^2}-\frac{5g}{c}\frac{c^2-a^2}{a^2+6c^2}$ ………(3)

故ニ此式ニ於テ m ノ虚數ト實數トノ境界ハ即チ

$\frac{1}{4}\frac{(12c^2-5a^2)^2}{(6c^2+a^2)^2}n^2-6\frac{c^2-a^2}{6c^2+a^2}n^2-\frac{5g}{c}\frac{c^2-a^2}{6c^2+a^2}$

ナル數ノ正標ヲ有スルト負數ヲ有スルノ境界即チ此數零トナルトキナリ $49a^4n^2-\frac{5g}{c}(46c^4-5ca^2-a^4)=0$

自轉率 $n=\frac{2}{7}\sqrt{\left(\frac{c^2}{a^2}-1\right)\left(6\frac{c^2}{a^2}-1\right)\frac{5g}{c}}$

故ニ自轉率 $\frac{2}{7}\sqrt{\left(\frac{c^2}{a^2}-1\right)\left(6\frac{c^2}{a^2}-1\right)\frac{5g}{c}}$ ヨリ太ナルトキハ安全ナリ

又平滑ナルトキハ安否ノ境界ノ自轉率 $n=\sqrt{\frac{c^2-a^2}{a^2}}\sqrt{\frac{5g}{c}}$ ナリ今相比較セバ

n(粗) : n(滑) :: $\frac{2}{7}\sqrt{\frac{5g}{c}\left(\frac{c^2}{a^2}-1\right)\left(6\frac{c^2}{a^2}-1\right)}$: $\sqrt{\frac{5g}{c}\left(\frac{c^2}{a^2}-1\right)\left(6\frac{c^2}{a^2}+1\right)}$

:: $\frac{2}{7}\sqrt{\frac{6c^2}{a^2}-1}$: $\sqrt{\frac{c^2}{a^2}+1}$

n^2(粗) : n^2(滑) :: $24c^2+4a^2$: $49c^2+49a^2$

n(粗) ＜ n(滑)

(答)　阻力アルトキハ安全ヲ得易シ

阻力極小ナルトキハ $\sqrt{\frac{5g}{c}\left(\frac{c^2}{a^2}-1\right)}$

阻力極大ナレバ $\frac{2}{7}\sqrt{\frac{5g}{c}\left(\frac{c^2}{a^2}-1\right)\left(6\frac{c^2}{a^2}-1\right)}$

第四套問題

一　菊地大麓

左ノ理何如

$\log 2=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}+\frac{1}{11}-\frac{1}{12}$

$+\frac{1}{13}-\frac{1}{14}\cdots\cdots$ ナルハ人ノ知ル所ナリ故ニ

$2\log 2=2-1+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}+\frac{2}{5}-\frac{1}{3}+\frac{2}{7}-\frac{1}{4}+\frac{2}{9}-\frac{1}{5}+\frac{2}{11}$

$-\frac{1}{6}+\frac{2}{13}-\frac{1}{7}+\cdots$

$=1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{6}+\cdots\cdots$

$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\cdots\cdots$

$=\log 2.$

二　同

二箇ノ三乘數ノ和或ハ差ニ等キ三乘數 ($x^3+y^3=z^3$) 有リヤ

フェルマー曰ク此式ニ適スベキ數ハ得ベカラズトバーローハ之ヲ証明シタリ而シテ此証明ニ誤謬アリ此問題ハ屢數理學者ノ研究シテ未其有無ヲ詳ニセサル所ナリ本朝ニ於テ之ヲ究メタル者アルヤ否

三　同

$2z=\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q}$ ナル「パラボロイド」アリ $\frac{x^2}{p}+\frac{y^2}{q}=m^2$ ナル楕圓筒ト交ル点ニ於テノ法線ハ皆 z ノ軸ト同角チナス其証如何又此楕圓筒チ以テ截リ去リタル部分ノ表面積ハ $\frac{1}{3}\pi\sqrt{pq}(Sec^3l-1)$ ナリト云フ但シ $(\tan l=m)$ 其証如何

四　　同

一系ノ諸力ヲ二トス P Q ト命ス此系ノ中軸(セントラルアクシス)ハ P 及ビ Q ノ動作スル線路ノ間ノ最小ノ距離ト交接シ之チ $Q(Q+P\cos l):P(P+Q\cos l)$ ノ比率ニ分ツ其証如何

五　　同

此 P Q ノ線路ノ中軸ヨリノ距離ヲ x y トセバ

$G^2(Q^2-P^2)=R(P^2x^2-Q^2y^2)$ ヲ得(但シ G R ハトツドハンタ氏靜力學ト同シ)其証如何

六　　同

一曲線ノ式チ $S=f(\phi)$ トス一分子アリ $\phi=0$ ニ對スル点ニ於テノ切線法線ニ平行ニ X Y ナル増速率力チ以テ此曲線ヲ動クト云フ然ルトキハ

$$\cos\phi\left(\frac{dY}{d\phi}-3X\right)-\sin\phi\left(\frac{dX}{d\phi}+3Y\right)=\frac{f''(\phi)}{f'(\phi)}(Y\cos\phi-X\sin\phi)=0$$

ヲ得其証如何

第五套　海軍兵學校入校試驗問題

代數　　四時間

一. $x-\frac{1}{4}\{(1\frac{1}{4}-x)-\frac{1}{3}(2\frac{1}{2}-x)-\frac{2}{3}(1\frac{1}{2}-\overline{x-2\frac{1}{4}})\}$ ヲ簡易ノ式ニ化セ

二 $x^4-2x^3-2x^2+5x-2,\ x^5-3x^3-3x-2$ ノ最大公約數ヲ求ム

三 $\left.\begin{array}{l}x^5+x^4y+x^3y^2+x^2y^3+xy^4+y^5\\4x^5+4x^4y+4x^2y^3+4xy^4\end{array}\right\}$ ノ最小公倍數ヲ求ム

四 $\dfrac{1}{x+1-\dfrac{2}{x-1+\dfrac{3}{x+1}}}$ ヲ簡易ノ式ニ化セ

五 $24\{a-\frac{1}{2}(a-1)\}\{a-\frac{2}{3}(a-2)\}\{a-\frac{3}{4}(a-1\frac{1}{3})\}$ ヲ簡易ノ式ニ化シ其結果ヲ $(a+2)(a+3)(a+4)$ ヨリ減セヨ

六 $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}-\frac{1}{\sqrt{-1}}\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)-\frac{9}{4}$ ノ二乗根ヲ求ム

七 $\frac{7x+15}{8}-\frac{12-x}{5}=\dfrac{\frac{2x+1}{3}+\frac{3x}{7}}{1\frac{1}{4}}+\frac{5}{3}$ x ヲ求ム

八 $\sqrt{3x+1}=2\sqrt{x+4}-2$ x チ求ム

九 $\frac{x+a}{x+b}=\left(\frac{2x+a+c}{2x+b+c}\right)$ x チ求ム

十 $xy=24, yz=72, zx=48$. x y z ヲ求ム

十一 $x^2+xy+y^2=7, x^4+y^4=17$. x y チ求ム

十二 一船アリ川ヲ上下スルニ其速力靜水ニ於テハ一時間ニ五英里半ナリ今其中流ヲ下ルヿ若干英里ニシテ其處ニ達シ川岸ニ沿ヒテ歸レリ而川岸ハ中流ニ比スレハ水ノ速力遲緩ニシテ其割合2ト5トノ如シ又其上下スルニ費シタル時間ノ割合ハ9ト16トノ如シト云フ中流ニ於テ水ノ速力如何

代數(時間競爭)　　四時間

1. $82x^2y^2-9y^4-9x^4$ ヲ解キテ素因數ト爲セ

二 $\left.\begin{array}{l}a^5+a^3b^2-3a^2b^3-72ab^4-27b^5\\a^5-6a^4b-81ab^4+486b^5\end{array}\right\}$ ノ最大公約數ヲ求ム

三 $\frac{1}{abx}+\frac{1}{a(a-b)(x-a)}+\frac{1}{b(b-a)(x-b)}$ ヲ簡易ノ式ニ化セ

四 $\frac{x}{x-a}-\frac{x}{x+a}-\dfrac{\frac{x+a}{x-a}-\frac{x-a}{x+a}}{\frac{x+a}{x-a}+\frac{x-a}{x+a}}$ チ簡易ノ式ニ化セ

五 $\frac{6x^3-23x^2+16x-3}{6x^3-17x^2+11x-2}$ 分母子ヲ約スベシ

六 $\frac{x^4-(4x^2-20x+24)}{x^2-2x+4}=x^2+2x-4$ x チ求ム

七 $.3x+1.305x+.5x=22.95-.195x$ x ヲ求ム

八 $\frac{3}{10}\cdot\frac{x+1}{x+2}-\frac{1}{8}\cdot\frac{x-6}{x+6}=\frac{7}{40}$ x ヲ求ム

九　$\frac{2x+3}{7}-\frac{7-y}{6}=\frac{x}{9}$，$\frac{4x+7y}{2}+\frac{x-y}{7}=\frac{5x}{18}$ ヨリ $x\ y$ ヲ求ム

十　$\frac{x+y}{xy}=\frac{7}{10}$，$\frac{x+z}{xz}=\frac{6}{5}$，$\frac{y+z}{yz}=\frac{5}{6}$．$x\ y\ z$ ヲ求ム

十一　$x^2+y^2+z^2=17$，$2x^2+y^2-z^2=3$，$3(9x^2-4z^2)=4(x^2-y^2)$ ヨリ $x\ y\ z$ ヲ求ム

十二　四輪車アリ一英里ノ道ヲ行クニ前一輪ノ轉スル數ハ後一輪ヨリ多キコト二百二十轉ナリ而シテ三英里半ノ道ニ於テハ前後二輪ノ轉數ノ和三千八百五十ナリト云フ前後二輪ノ周各幾英尺ナル

(答)

算術

(一) 1066291　(二) 4　(三) 六時十五分　(四) $1\frac{53}{75}$
(五) ·0006125　(六) 8574·3　(七) 四十九分五秒十一分ノ五
(八) 59′8″33　(九) 三百五十日　(十) $\frac{7}{85}$ 大ナリ
(十一) 十五里　(十二) ·153553　(十三) 1·5372　(十四) 3°18′3″

代數

(一) $x+\frac{11}{12}$　(二) $x-2$　(三) $4x(x+y)(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$
(四) $\frac{x^2+2}{x^2(x+1)}$　(五) $2(a+4)$　(六) $\frac{x}{y}-\frac{1}{2y-1}-\frac{y}{x}$
(七) 7　(八) 21 or 5　(九) $\frac{c^2-ab}{a-2c+b}$　(十) 4,6,12.
(十一) ±2, ±1, ±1, ±2.　(十二) 二英里半

代數(時間競爭)

(一) $(3x+y)(3x-y)(x+3y)(x-3y)$　(二) $a^3-3a^2b+9ab^2-27b^3$
(三) $\frac{1}{x(x-a)(x-b)}$　(四) $\frac{4a^2x}{x^4-a^4}$　(五) $\frac{x-3}{x-2}$　(六) 2
(七) 9·97826　(八) −1　(九) 9, −5.　(十) 5,2,1
(十一) ±2, ±2, ±3　(十二) 前輪八英尺　後輪十二英尺

總理　中川將行
編輯　菊池鍬吉郎
印刷　中村義方
賣捌　東京之區柴井町　松井忠兵衛
同　日本橋區本町三丁目　清水卯三郎
所　大坂備後町四丁目　梅原龜七
定價拾錢

東京數學會社雜誌

第五拾三號

定期刊行
明治十五年十一月四日發行

東京數學會社

目錄

套外

○ Calculus of Finite differences ノ譯字

談天ノ卷首侯失勒約翰(ヘルセルジヨン)ノ傳中云ヘルアリ曰ク(上畧)與同學二人共譯微分學論共書妙緒環生末附有限較數法一編此不獨堪比日(ケンブリヂ)一院受共益卽通國皆奉爲圭臬也(下畧)此有限較數法トハ全ク――ヲ譯セシモノナリ

○ Gnomon ノ譯字

此譯字ハ幾何原本ニ磬折形トアリ按スルニ磬亦作磬蓋シ磬ハ樂器ニシテ其形――ノ如シ此譯字ハ實ニ至當ノ譯字ニシテ今其出典ヲ述ヘンニ詩經ニ抑磬控忌ト云フコアリ註ニ騁馬曰磬謂使之曲折如磬ト見ユ又禮記ニ立則磬折垂佩ト云フコアリ帶佩於兩邊臣則身宜僂折如磬之背故云磬折ノ意ニシテ其他磬折ノ字ハ典故多シ一々之ヲ擧ケス實ニ我社譯語會員カ不蒸ノ譯字ヲ命スルノ戒トスルニ足ル

○ Scales of notation ノ譯字

此字ニ就テハ未タ支那人ノ譯例アルヲ聞カスト雖ㇳ李善蘭氏ハ「ノーテーシヨン」ヲ紀法ト譯セリ因テ攷フルニ此字ハ紀數法トセハ適當ナラン傳曰數基北ト又周語ニ數之紀也ト云フコアリ註ニ數起於一終於十十則更故曰紀ト見ユ又十二年ヲ一紀トハ古ヨリ云フ處ニシテ近世西洋ト通スルニ及ヒ彼國ニテハ百年ヲ以テ一紀トスルヲ知ル卽チ第十七紀ト云ヘハ一千七百年代ナルカ如シ此「スケールスオフノーテーション」ハ此等ノ事理ヲ攷ヘ衞義ト參照スレハ愈紀數法ノ適切ナルヲ見ルヘキナリ

一本社ノ大意ハ社則ニ由テ知ルヘシ

一本號諸套ニ掲クル條件ハ社員ヨリ蒐輯スル處ニシテ姓名ハ之ヲ其條下ニ記ス但シ姓名ヲ載セサル者ハ編者ノ稿ナリ

一本號ニ記スル問題ノ答式ハ必ス次號ニ記ス又解義ハ投寄ニ從テ之ヲ登錄スヘシ

一社外ト雖ㇳ投書スルヲ得然レㇳ變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セス

一凡ソ掲載セル問題、論說、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ

一改正譯語ハ譯語會記事ニ載ス

一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ東京大學ニ於テス

一入社セント欲スルモノハ社則ニ從フヘシ

明治十五年十一月　東京數學會社

東京數學會社雜誌第五拾三號

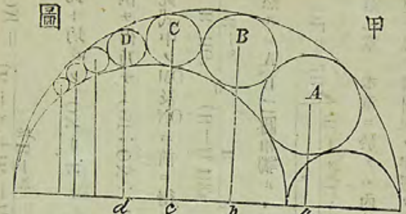
雜錄

○累圓奇題並解

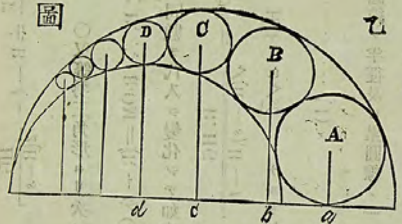
昔年、左ニ記ス處ノ累圓奇題二條ハ希臘古代ノ筭學家ボヒユスナル者ノ致得スルモノニシテ當時繁難ナル演算ヲ施シテ解得セル由ホツトン氏數學字典ニ記セリ余仍テ之ヲ解セシニ次ノ如ク其題理ヲ証スルヲ得タリ故ニ玆ニ載錄シテ同好ニ示ス

長澤龜之助誌

甲圖



乙圖

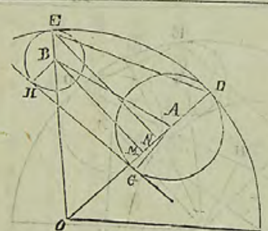


(第一題) 半圓線內ニ甲圖ノ如ク兩半圓線ヲ充テ畫キ其罅間ニA、B、C、D等ナル累級無數ノ圓線ヲ畫キ其各中心ヨリ外半圓線ノ全徑上ニAa、Bb、Cc、Dd等ノ無數ノ垂線ヲ畫ケハ其長ハ該圓半徑ノ二倍四倍六倍八倍等偶數ヲ追フテ增進スヘシ其証如何

(第二題) 又乙圖ノ如ク兩半圓線ト全徑ノ差トノ罅間ニA、B、C、D等ナル累級無數ノ圓線ヲ畫キ其各中心ヨリ外半圓線ノ全徑上ニAa、Bb、Cc、Dd等ノ無數ノ垂線ヲ畫ケハ其長ハ該圓半徑ノ一倍三倍五倍七倍等奇數ヲ逐テ增進スヘシ其証如何

(解義) 此二題ハモト同旨ナルヲ以テ先ツ兩條ニ通用スル處ノ解ヲ施シ逐次章ヲ分チテ之ヲ各題ニ及ホサントス

第一章　本章ニ於テハ一圓線內ニ二圓線ノ觸切スルトキ其切點間ノ距ヲ求ムル範式ヲ推究スヘシ



A、B、OハA各圓心HGハA、B二圓ノ公切線ニシテEDハ求ムル處ノ距離ナリ

今O圓半徑ヲR、A圓半徑ヲS、B圓半徑ヲtトスレハ次ノゴトシ

$$AB^2=(s-t)^2+HG^2,$$

$OM = \frac{(R-s)^2+(R-t)^2-AB^2}{2(R-s)} = R - t - \frac{HG^2}{2(R-s)}$

此ト均シク　$ON = R - \frac{DE^2}{2R}$　○又等勢三角形ヨリ次ノ比例ヲ得乃チ　$OM : ON :: R-t : R$, $\therefore$ $R \cdot OM = (R-t) ON$.

此式中ノOM及ONニ前ニ得タル其同數ヲ代入シ變化シテ如次

$\frac{R.HG^2}{R-s} = \frac{(R-t).DE^2}{R}$,　$\therefore$ $DE = \frac{R.HG}{\sqrt{(R-s)(R-t)}}$.

然ルニA'B'二圓相觸ルヽ𪜈ハ　$HG = 2\sqrt{st}$　ナルヲ以テ

$DE = 2R\sqrt{\frac{st}{(R-s)(R-t)}}$ ......(1)

第二章　本章ニ於テハ內外半圓線ノ半徑及ヒ累圓線ノ一ノ半徑ヲ以テ隣圓線ノ半徑ヲ求ムルヿヲ示サン

前章ノ(1)式ニ準シテ次ノ二式ヲ得

$DF = 2R\sqrt{\frac{rs}{(R-r)(R-s)}}$ ......(2),

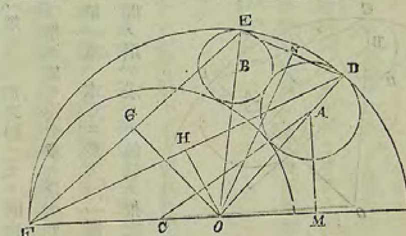
$EF = 2R\sqrt{\frac{rt}{(R-r)(R-t)}}$ ......(3),

前章ノ(1)式及ヒ本章ノ圖ヲ按シテ次式ヲ得

$\frac{DE}{2R} = \sqrt{\frac{st}{(R-s)(R-t)}} = \sin DON = \sin F$,

此ト均シク(2)及ヒ(3)ヨリ次ノ二式ヲ生ス

$\frac{DF}{2R} = \sqrt{\frac{rs}{(R-r)(R-s)}} = \sin DOH = \sin E$,



$\frac{EF}{2R} = \sqrt{\frac{rt}{(R-r)(R-t)}} = \sin EOG = \sin D$.

又　$\cos D = \sqrt{(1-\sin^2 D)}$

$= \sqrt{\frac{R(R-r-t)}{(R-r)(R-t)}}$,

及　$\cos E = \sqrt{(1-\sin^2 E)}$

$= \sqrt{\frac{R(R-r-s)}{(R-r)(R-s)}}$

而シテDEF三角形ニ於テ

$\sin F = \sin(E+D)$

$= \sin E \cos D + \cos E \sin D$.

ナルヲ以テ之レニ前ニ求メタル各ノ同數ヲ代入シテ次式ヲ得

$(R-r)\sqrt{st} = \sqrt{Rrs(R-r-t)} + \sqrt{Rrt(R-r-s)}$ ......(4)

$\therefore$ $t = \frac{Rrs}{(R-r)s + Rr + 2\sqrt{Rrs(R-r-s)}}$

註曰此(4)式ハ點竄指南錄第百四十三條ノ術文ト符合スレドモ該書ハ尋常鈎股ノ適等ニ出ルカ故ニ演算容易ナラス本解ハ角度ヲ使用セシユヘ算出甚易キヲ覺ユ

第三章　本章ニ於テハ一圓心ヨリ半圓線ノ全徑上ニ畫ク垂線ノ長ヲ求ムルヿヲ述ヘントス

前章ノ圖ヲ借リO圓半徑ヲa、C圓半徑ヲbトス又A圓半徑ヲxヲ命ス倘ホ　$AM = P$,　$OM = m$,　トス然ル𪜈ハ

$AC^2 = AM^2 + CM^2$,　$(b+x)^2 = P^2 + (a-b+m)^2$ ......(A)

$AO^2 = AM^2 + OM^2$　$(a-x)^2 = P^2 + m^2$ ......(B)

(A)ヨリ(B)ヲ減シmヲ求ムレバ　$m = \frac{a+b}{a-b}x - a$　ヲ得之ヲ(2)ニ代入シ且ツ變消シテ　$P^2 = \frac{4ab}{a-b}x\left(1 - \frac{x}{a-b}\right)$ ......(5)

第四章　本章ニ於テハ第一題ノ證ヲ示サントス而シテ先ツ甲圖ニ於テA'B'C'等各圓線ノ半徑ヲx_1, x_2, x_3等トシ一般ニx_nトス

今(4)式ニ於テ　$R = a$,　$r = b$,　$s = a - b$.　トセハtハx_1トナリ其同數ハ次ノ如シ

$x_1 = \frac{ab(a-b)}{a^2 - ab + b^2} = \frac{ab(a-b)}{1^2.(a-b)^2 + ab}$ ......(C)

又sニ代フルニx_1ノ同數ヲ以テセハtハx_2トナリ其同數ハ

$x_2 = \frac{ab(a-b)}{4a^2 - 7ab + 4b^2} = \frac{ab(a-b)}{2^2.(a-b)^2 + ab}$ ......(D)

又sニ代フルニx_2ノ同數ヲ以テセハtハx_3トナリ其同數ハ

$x_3 = \frac{ab(a-b)}{9a^2 - 17a + 9b^2} = \frac{ab(a-b)}{3^2.(a-b)^2 + ab}$ ......(E)

此(C)(D)(E)ノ步ヲ推シテ一般ニ次ノ(6)式ヲ假定ム

$x_n = \frac{ab(a-b)}{n^2.(a-b)^2 + ab}$ ......(6)

今ルノ正整數ナル𪜈此(6)式ノ正當ナルヿハ歸納法(原名マセマチカルインダクションソント云フ若シ之ヲ詳ニセント欲セハ余カ譯述セル突氏代數學第三十三編ヲ見ヨ)ヲ以テ容易ニ證明シ得ベシ何者(4)式ニ於テ　$R = a$,　$r = b$,　$s = x_n$　トスレハ次ノ如シ但シ此時tハx_{n+1}トナルベシ

$x_{n+1} = \frac{\frac{a^2b^2(a-b)}{n^2.(a-b)^2+ab}}{\frac{ab(a-b)^2}{n^2.(a-b)^2+ab} + ab + \frac{2nab(a-b)^2}{n^2.(a-b)^2+ab}}$

$= \frac{ab(a-b)}{(a-b)^2 + n^2.(a-b)^2 + ab + 2n(a-b)^2}$

$= \frac{ab(a-b)}{(n+1)^2.(a-b)^2 + ab}$

此ノ如クx_{n+1}ニ於テモx_nト同シ形ノ式ヲ得タリ故ニnノ格別ナル價ニ於テ(6)式當ヲ得ハ其一個ニ由テ增加シタル𪜈モ亦當ヲ得ベシ然ルニ　$n = 3$　ナル𪜈(6)式ノ當ヲ得ルヿハ既ニ之ヲ知レリ故ニ　$n = 4$　ナル𪜈モ亦(6)式當ヲ得ベシ逐テ此ノ如クnノ5、6、7等ナルモ皆當ヲ得サルハナシ之ヲ再說スレバ

(6)式ハnノ正整數ナル片一般ニ當ヲ得ベシ

是ニ於テ此(6)ノx_nヲ(5)ノxニ代入シテ次式ヲ得

$$P_n=\frac{2nab(a-b)}{n^2.(a-b)^2+ab}$$ 之ヲ(6)ト比較シ $P_n=2n.x_n$ ヲ得テ第一題ノ証トス

第五章　本章ニ於テハ第二題ノ証ヲ示ス但シ命名ハ前ト同シ

今先ツA圓半徑x_1ヲ求メン爲メ(4)式ニ於テ $R=a,\ r=b,$ $s=t=x_1$ トシ次ノ如シ

$$x_1=\frac{4ab(a-b)}{(a+b)^2}=\frac{4ab(a-b)}{1^2.(a-b)^2+4ab}\quad\cdots\cdots(F)$$

又sニ代フルニx_1ノ同數ヲ以テセハtハx_2トナルヘシ乃チ

$$x_2=\frac{4ab(a-b)}{9a^2-14ab+9b^2}=\frac{4ab(a-b)}{3^2.(a-b)^2+4ab}\quad\cdots\cdots(G)$$

又sニ代フルニx_2ノ同數ヲ以テスレハtハx_3トナリ乃チ

$$x_3=\frac{4ab(a-b)}{25a^2-46ab+25b^2}=\frac{4ab(a-b)}{5^2.(a-b)^2+4ab}\quad\cdots\cdots(H)$$

此(F)(G)(H)式ノ歩ヲ推シ一般ニ次式ヲ得但シnハ正整數ナリ

$$x_n=\frac{4ab(a-b)}{(2n-1)^2.(a-b)^2+4ab}\quad\cdots\cdots(7)$$

而シテコレ又前章ニ於テノ如ク歸納法ニテ其正當ナルヿヲ証明シ得ベシ今之ヲ(5)式ニ用ユレハ次ノ如シ

$$P_n=\frac{4(2n-1)ab(a-b)}{(2n-1)^2.(a-b)^2+4ab}$$ 之ヲ(7)式ト比較シ

$P_n=(2n-1).x_n$ トナリ乃チ第二題ノ証トスルニ足ルナリ

○穀斯(ガース)氏ノ發明セル log 2 及ヒ他ノ某對數ヲ算出スル範式

所謂穀斯氏發明スル處ノ範式トハ次ノ如シ

$$2^{196}=10^{59}\left(\frac{1025}{1024}\right)^5\left(\frac{1048576}{1048575}\right)^8\left(\frac{6560}{6561}\right)^8\left(\frac{15624}{15625}\right)^3\left(\frac{9801}{9800}\right)^4,$$

卽チ

$$=2^{59}.5^{59}\left(\frac{5^2.41}{2^{10}}\right)^5\left(\frac{2^{20}}{3.5^2.11.31.41}\right)^8\left(\frac{5.2^5.41}{3^8}\right)^8\left(\frac{2^3.3^2.7.31}{5^6}\right)^3\left(\frac{3^4.11^2}{2^3.5^2.7^2}\right)^4,$$

但シ此右邊ニ於ケル素因子ノ指數ハ各次ノ如シ

2ノ指數ハ(59+160+15+24−50−12)=196,
3 〃 (16+16−8−24)=0,
5 〃 (59+10+3−16−48−8)=0,
7 〃 (8−8)=0,
11 〃 (8−8)=0,
31 〃 (8−8)=0,
41 〃 (5+3−8)=0,

乃チ該式ノ右邊ハ2ノ一百九十六乘ニ等シク固ヨリ然ルベキ筈ナリ而シテ log 2 ノ價ハ $2^{196}=10^{59}$ ヨリ算出シ得ベシ乃チ $\log 2=\frac{59}{196}=.301020$ ニシテ只小數第五位ニ於テ一個ヲ差フノミ而シテ 2^{196} ノ實價ハグラッセル氏之

ヲサンクス氏ノ一千八百五十三年ニ印行セル「レクチフヒケーシヨンオフゼサークル」ト題セル書ノ第九十葉ヨリ誘求セリ乃チ次ニ示スカ如シ

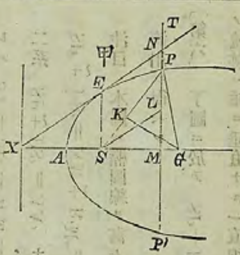
2^{196} = 10043 36277 66186 89222 13726 30771
32266 26576 37687 11142 45522 06336

既ニ log 2 ヲ算出セリ然ラハ $41=\left(\frac{1025}{1024}\right)2^{12}\div10^2$ ニシテコレヨリ log 41 ヲ得ベシ而シテ $3^8=10.\frac{6561}{6560}.2^4.41$ ニ由テ此ヨリ log 3 ヲ得ベシ其他倘該範式ヨリ 11、7、11.31 及ヒ 7.31 ノ對數ヲ算出シ得ベシ

○圓錐曲線ノ性質

左ニ示ス處ノ幾何ヲ以テ圓錐曲線ノ性質ヲ推ス二三ノ題術ハ該曲線普通ノ性質ナレモ亦タ之ヲ記載セル書ナキヲ以テ玆ニ之ヲ載ス尤モ但之ヲ戴勞氏ノ「ジヨメトリカルコニックス」中ノ例題ニ僅ニ之ヲ見ルノミ(英國龍動府印行「ミッセンゼルオフマセマチックス」第九十九號ヨリ抄譯)

圓錐曲線ノ焦點Sヨリ〔甲圖〕軸線ニ垂直ナルSEヲ畫キSEトSXトノ比ヲ兩心差率(エッセントリシチイ)ニ等シカラシム但シXハ準線脚ナリ而シテXEヲ連結シ圓錐曲線中ニ任點Pヲ取リ其縱線PMヲ延長シXE或ハXEノ延線ニNニ於テ會交セシムレハSPハMNニ等シト云フ今之ヲ証スルニ SP : MX ハ兩心差率ニ等シク又 NM : MX モ兩心差率ニ等シキヲ以テナリ



〔第一〕曲線上ノ數點ヲ發見スルノ法

XEニ於テ任點Nヲ取リ(甲圖)之レヨリSXニ垂直ナルMNヲ畫キSヲ中心トシNMヲ半徑トシテ一圓線ヲ畫キNMヲP、P′ニ於テ截ラシム然ラハP、P′ハ圓錐曲線中ノ點ナルヿ明カナリ

此ノ如ク圓錐曲線ノ公形ヲ便宜ニ決定シ得タルヲ以テ任何圓錐曲線ヲ畫クヿ甚易シ之ヲ例スルニ兩心差率若シ一ナル片ハ MN = MX 故ニM若シAノ右ニアル片ハSMハNMヨリ小ニシテMハAノ左ニアレハSMハNMヨリ大ナリ此ニ由テ曲線ハ無窮ノ一分支ヨリ成リ且ツ其分支ハAヲ通徹スル垂線ノ左方ニ廣延スルヿナシ(乃チ此時ハ抛物線トナル)

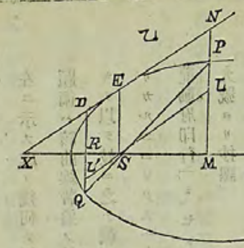
〔第二〕甲圖ニ於テPGハP點ノ法線ニシテGKハSPニ垂直ナル片 PK = SE ヲナスナリ

今之ヲ証スルニ先ツXEニ平行シテSLヲ畫ク然ル片ハ等勢三角形ニ由テ SK : SM = SG : SP = (兩心差率)

$= ML = SM$ ($\because SL \parallel XN$), 故ニ $SK = ML$,

而シテ $PK = PS = NM - ML = SE$,

〔第三〕乙圖ニ於テ $PQ.SE = 2SP.SQ$ ナリ



乙

今之ヲ証センニ先ツ XE ニ平行シテ $L'SL$ ヲ書ク然ルトキハ $SP : SQ = SL : SL'$ $= ML : RL'$, 而シテ $ML = SP - SE$; $R'L = SE - SQ$; 故ニ $SP(SE - SQ) = SQ(SP - SE)$; ナルヲ以テ $PQ.SE = 2SP.SQ$ ヲ得乃チ証トス

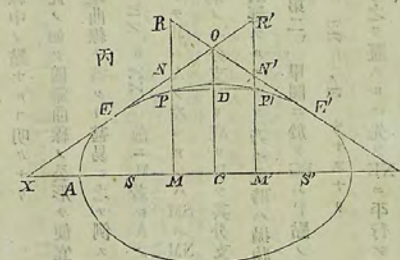
〔第四〕乙圖ニ於テハ XRSM ハ調音比(ハーモニックランヂ)ノ並點ナリ

今之ヲ証スルニ $XR : XM = DR : NM = SQ : SP$ $= SR : SM$.

系　若シ PQ ヲ延長シ F ニ於テ準線ニ交ラシムルトキハ PSQ F ハ調音比ノ並點ナルコト明カナリ

〔第五〕中心ヲ有スル任何圓錐曲線ニ於テ屬軸ハ曲線ヲ等勢ニ分ツモノナリ

之ヲ証スルニハ先ツ軸線ニ平行シテ PP′ ヲ畫キ〔丙圖〕$DP = DP'$, トシ圖ヲ完フスベシ然ルトキハ $CO = CA$ ($\because CO : CX =$ 兩心差率) 而シテ SO ハ OX ニ垂直ヲナス〔何者 $CX' : CO = CO : CS$ ナルヲ以テナリ〕故ニ $SN' = SR$; 故ニ $SM'^2 + SP^2 = SM^2 + M'R'^2$ 故ニ $SM^2 + PM^2 + SM^2$ $= SM^2 + M'R'^2$; 故ニ $SP'^2 = M'R'^2$;



丙

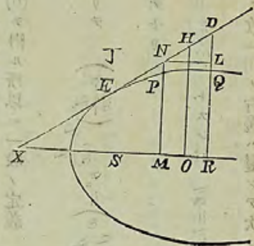
故ニ P′ ハ圓錐曲線上ニアルコトヲ知ルナリ

一系　該圓錐曲線ハ二焦點及二準線ヲ有ツベシ其故何トナレバ $SP = SP' = R'M' = RM$. ナルヲ以テナリ

二系　$SP \pm PS' = AA'$ ナリ何トナレバ $SP \pm PS' = NM \pm R'M' = 2CO = AA'$.

注目　本圖ハ楕圓線ヲ畫ケリ然レドモ双曲線ヲ畫クモ此証ヲ適用シ得ベシ

〔第六〕丁圖ニ於テ $SP + PQ$ ガ若シ常數ナルトキハ PQ ノ中點ノ軌跡ハ軸ニ垂直ナル一直線ナリ



丁

何者 O ニ於テ MR ヲ二等分スルトキハ $SP + SQ = NM + DR = 2HO$;

此ニ由テ HO ハ其長常數ナリ故ニ HO ハ定直線ナリ

又　$SP \sim SQ$ 若シ常數ナルトキハ其軸線上ニ於ケル PQ ノ落影ハ常數ナリ何者 PQ ノ落影ハ $= MR = NL = e'DL$ $= e'(DR \sim LR) = e'(DR \sim NM) = e'(SQ \sim SP)$, ナルヲ以テナリ但シ e' ハ兩心差率ノ反商トス

○拉果闌諸氏ノ級數ヨリ誘求シタル某記號定義ノ説

第一章　若シ $u = x + hfu$ ナルトキハ拉果闌(ラグランヂ)諸氏ノ定義〔余カ譯述セル微分學第九編ヲ見ヨ〕ニ由テ

$$Fu = Fx + hfxF'x + \frac{h^2}{|\underline{2}}\frac{d}{dx}f^2xF'x + \frac{h^3}{|\underline{3}}\frac{d^2}{dx^2}f^3xF'x + \&c.$$

今之ヲ x ニ係リテ微分シ $F'u$ ニ代フルニ Fu ヲ以テスレバ

$$\frac{Fu}{1-hf'u} = Fx + h\frac{d}{dx}fxFx + \frac{h^2}{|\underline{2}}\frac{d^2}{dx^2}f^2xFx + \frac{h^3}{|\underline{3}}\frac{d^3}{dx^3}f^3xFx + \&c.$$

故ニ h ニ共價 $\dfrac{u-x}{fu}$ ヲ代入スレバ

$$\frac{Fu}{1-(u-x)\dfrac{f'u}{fu}} = Fx + \frac{u-x}{fu}\frac{d}{dx}fxFx + \frac{1}{|\underline{2}}\left(\frac{u-x}{fu}\right)^2\frac{d^2}{dx^2}f^2xFx$$

$$+ \&c. \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

此レ實ニ一致式ナリ而シテ此方程式ハ博士ケーレー氏カ「セクワオトラリイジョルナルオフピアーエンドアップライドマセマチックス」〔龍動印行ノ數學雜誌但シ毎年四冊ヲ發兌スル者ナリ〕第一卷二百三葉ニ於テ之ヲ説ケリ

今 f ヲシテ $f(0) = 1$ ノ如クナラシム然ラバ(1)ニ於テ u ヲ零トスレハ次ノ如シ

$$\frac{F(0)}{1+xf'(0)} = Fx - x\frac{d}{dx}fxFx + \frac{1}{|\underline{2}}x^2\frac{d^2}{dx^2}f^2xFx - \frac{1}{|\underline{3}}x^3\frac{d^3}{dx^3}f^3xFx + \&c. \cdots (2).$$

今若シ ϑ ヲシテ $x\dfrac{d}{dx}$ ナル演算ヲ顯ハサシムレバ

$$x^n\frac{d^n}{dx^n} = \vartheta(\vartheta-1)(\vartheta-2)\cdots\cdots(\vartheta-n+1),$$

ニシテ(2)方程式ハ次ノ如ク記スルヲ得

$$\frac{F(0)}{1+xf'(0)} = Fx - \vartheta fxFx + \frac{\vartheta(\vartheta-1)}{|\underline{2}}f^2xFx - \&c. \cdots (3),$$

$$= (1-fx)^{\vartheta}Fx \cdots\cdots\cdots\cdots (4),$$

但シ $(1-fx)^{\vartheta}$ ハ二項法式ニテ開散スベキ者トス而シテ又之ヲ指數法式ニ憑テ開散シ得ベシ乃チ次ノ如シ

$(1-fx)^{\sigma}Fx = c^{\sigma\log(1-fx)}Fx$

$$=\left\{1+\sigma\log(1-fx)+\frac{1}{\lfloor\underline{2}}\sigma^2\log^2(1-fx)+\&c.\right\}Fx,$$

但シ $\{\sigma\log(1-fx)\}^n Fx$ ハ $\sigma^n\log^n(1-fx)Fx$ ヲ顯ハスト豫定スルモノナリ

第二章　該定義ハ又次ノ如ク記スルヲ得

$$\frac{F(0)}{1+\sqrt[h]{x}f'(0)}=\left(x\frac{d}{dx}\right)^{h\frac{d}{dh}}(1-fx)^h Fx\ldots\ldots(5),$$ 但シ h ハ任何正量ヲ顯ハスモノナリ今之ヲ證明セント(5)ノ右邊ハ

$$=\left(x\frac{d}{dx}\right)^{h\frac{d}{dx}}\left\{1-hfx+\frac{h(h-1)}{\lfloor\underline{2}}f^2x-\&c.\right\}Fx$$

$$=Fx-h\sigma fxFx+\frac{h\sigma(h\sigma-1)}{\lfloor\underline{2}}f^2xFx-\&c.\ldots\ldots(6)$$

此(6)ヲ得ル所以ハ一般ノ定義 $\phi\left(x\frac{d}{dx}\right)x^n=\phi(n)x^n$ ヲ藉リテ $\left(x\frac{d}{dx}\right)^{h\frac{d}{dx}}x^n=\left(x\frac{d}{dh}\right)^n h^n=\sigma^n h^n$ ナルヲ以テナリ

今 $x=\xi^h$ トスレバ $h\sigma=hx\frac{d}{dx}=\xi\frac{d}{dx}$. ニシテ之ヲ σ' ト命ス故ニ(6)ノ右邊ハ變シテ次ノ如シ

$$F(\xi^h)-\sigma'f(\xi^h)F(\xi^h)+\frac{\sigma'(\sigma'-1)}{\lfloor\underline{2}}f^2(\xi^h)F(\xi^h)-\&c.,$$

此 h ハ正ナリ故ニ $F(\xi^h)$、$f(\xi^h)$、$f'(\xi^h)$ ハ $\xi=0$ ナル𪜈ハ互ニ $F(0),\ f(0),\ f'(0)$ ニ等シ

故ニ(3)ニ由テ前式ハ $\frac{F(0)}{1+\xi f'(0)}$ ニ等シクコレ又 $\frac{F(0)}{1+\sqrt[h]{x}.f(0)}$ ニ等シ

fx ハ $f(0)=1$ ノ如クナル x ノ任何函數ナルヲ以テ $1-fx=\phi x$ トシ ϕx ハ x ノ任何函數ヲ顯ハスモノトセハ次ノ如シ〔但シ $\phi(0)=0$ ナルヲ要ス〕

$$\frac{F(0)}{1-x\phi'(0)}=(\phi x)^{\sigma}Fx\ldots\ldots(7),$$

$$\frac{F(0)}{1-\sqrt[h]{x}.\phi'(0)}=\left(x\frac{d}{dx}\right)^{h\frac{d}{dx}}(\phi x)^h Fx\ldots(8),$$ 但シ h ハ正トス〕

若シ倘 $f(0)=1,\ F(0)=0$ ナル𪜈ハ(3)及ヒ(5)ヨリ

$$(1-fx)^{\sigma}Fx=0\ldots\ldots(9),$$

$$\left(x\frac{d}{dx}\right)^{h\frac{d}{dh}}(1-fx)^h Fx=0\ldots\ldots(10),$$ 但シ h ハ正トス〕

(5)ヨリ拉果關諸氏ノ級數及ヒ之ヲ微分シテ得タル級數ヲ博士ケーレー氏ノ記號式ニテ示スコヲ得ベシ〔一千八百四十三年ニ印行セル剛比黎日マセマチカルジョルナル第三卷第二百八十四葉〕卽チ若シ $u=x+hfu$ ナル𪜈ハ次ノ如シ

$$Fu=\left(\frac{d}{dx}\right)^{h\frac{d}{dh}-1}e^{hz}F'x\ldots\ldots(11),$$

$$\frac{Fu}{1-hf'u}=\left(\frac{d}{dx}\right)^{h\frac{d}{dh}}e^{hz}Fx\ldots\ldots(12).$$

第三章　(1)ニ於テ博士ケーレー氏ハ $Fx=\frac{x}{fx}$ トセリ〔クワオトラリイジヨルナル第一卷第二百三葉〕故ニ $F(0)=0$ ニシテ(2)ハ $0=\frac{x}{fx}-x+\frac{x^2}{\lfloor\underline{2}}\left(\frac{d}{dx}\right)^2xfx-\frac{x^3}{\lfloor\underline{3}}\left(\frac{d}{dx}\right)^3xf^2x+\&c,$

卽チ $\frac{1}{fx}=1-\frac{x}{\lfloor\underline{2}}\left(\frac{d}{dx}\right)^2xfx+\frac{x^2}{\lfloor\underline{3}}\left(\frac{d}{dx}\right)^3xf^2x-\&c,$ トナル而シテ此レ $\frac{1}{fx}=\frac{1}{x}\{1-(1-fx)^{\sigma}\}\frac{x}{fx}$. ト記シ得ベシ

第四章　積分學ニ於ケル伯爾腦里氏ノ級數ハ次ノ如シ

$$\int_0^x u\,dx=xu-\frac{x^2}{\lfloor\underline{2}}\frac{du}{dx}+\frac{x^3}{\lfloor\underline{3}}\frac{d^2u}{dx^2}-\&c$$

今 $u=F'x$ トスレバコレ $Fx-F(0)=$

$$\left(x\frac{d}{dx}-\frac{x^2}{\lfloor\underline{2}}\frac{d^2}{dx^2}+\frac{x^3}{\lfloor\underline{3}}\frac{d^3}{dx^3}-\&c.\right)F'x$$

$$=\left\{\sigma-\frac{\sigma(\sigma-1)}{\lfloor\underline{2}}+\&c.\right\}Fx;$$ 故ニ $F(0)=(1-1)^{\sigma}Fx$.

ニシテ此レ(4)ニ於テ $fx=1$ トシタルニ同シ

第五章　拉果關諸氏ノ級數

$$Fu=Fx+hfxF'x+\frac{h^2}{\lfloor\underline{2}}\frac{d}{dx}f^2xF'x+\&c$$ 〔但シ $u=x+hfu$〕ニ於テ $x=\log\xi,\ u=\log\nu$ トスレバ

$$F(\log\nu)=F(\log\xi)+hf(\log\xi)F'(\log\xi)$$
$$+\frac{h^2}{\lfloor\underline{2}}\left(\xi\frac{d}{d\xi}\right)f^2(\log\xi)F'(\log\xi)+\&c.,$$

但シ $\log\nu=\log\xi+hf(\log\nu)$ ナリ

$F(\log\xi)$, $f(\log\xi)$ ノ位置ニ $F\xi$, $f\xi$ ト記ス故ニ $F'(\log\xi)$ ハ $\xi F'(\xi)$ トナリ而シテレ ν、ξ ヲ u、x ニ改ムレハ該定義ハ次ノ如クナルベシ

$$Fu=Fx+hfx.xF'x+\frac{h^2}{\lfloor\underline{2}}\left(x\frac{d}{dx}\right)f^2x.xF'x$$
$$+\frac{h^3}{\lfloor\underline{3}}\left(x\frac{d}{dx}\right)^2f^3x.xF'x+\&c.\ldots\ldots(13),$$

但シ $u=xe^{hfu}$. ナリ

(13)ヲ微分シ $uF'u$ ヲ Fu ニ改ムレバ

$$\frac{Fu}{1-huf'u}=Fx+hx\frac{d}{dx}fx\,Fx+\frac{h^2}{\lfloor 2}\left(x\frac{d}{dx}\right)f^2xFx$$

$$+\frac{h^3}{\lfloor 3}\left(x\frac{d}{dx}\right)^2f^3xFx+\&c.\ldots\ldots\ldots(14).$$

此等ノ定義ヲ博士ケーレー氏ノ範式(11)及ヒ(12)ノ如ク記號ヲ以テ顯ハスキハ次ノ如シ

若シ $u=xe^{hfu}$ ナルキハ　$Fu=\left(x\frac{d}{dx}\right)^{x\frac{d}{dh}-1}e^{hfx}xF'x,$

$$\frac{Fu}{1-huf'u}=\left(x\frac{d}{dx}\right)^{x\frac{d}{dh}}e^{hfx}Fx.$$

第六章　若シ(14)ニ於テ hfu ニ代フルニ $log(1-fu)$ ヲ以テセバ　$u=x(1-fu)$　然ルキハ　$hufu$ ハ變シテ

$\frac{-ufu}{1-fu}=-xf'u$ トナルヲ以テ次ノ如キヲ知ル

$$Fx+\left(x\frac{d}{dx}\right)log(1-fx)Fx+\frac{1}{\lfloor 2}\left(x\frac{d}{dx}\right)^2log^2(1-fx)Fx+\&c.$$

$$=\frac{Fu}{1+xf'u}\quad 但シ\quad u=x(1-fu).$$

此レ(3)ノ結果ト相矛盾セルモノニ非ズ乃チ其左邊ニ於ケル級數ハ $f(0)=1$ ナルキ $\frac{F(0)}{1+xf'(0)}$ ニ等シキ處ノ

$Fx-\sigma fxFx+\frac{\sigma(\sigma-1)}{\lfloor 2}f^2xFx-\&c.,$ ト相同シカルヘシ何者 $f(0)=1$ ナルヲ以テ $u=0$ ハ $u=x(1-fu)$ 方程式ノ一根ナリ而シテ該級數ハ u ノ實ニ $u=x(1-fu)$ 方程式ノ零ナル一根ナル處ノ $\frac{Fu}{1+xf'u}$ ノ開散式ヲ顯ハスヲ以テナリ

第七章　前ニ所謂二個ノ形ハ(1)ナル一致方程式ヨリ求メ得ベシ何者 $f(0)=1$ ト定メ若シ $u=0$ トスルキハ第一章ニ於テノ如ク $Fx-x\frac{d}{dx}fxFx+\frac{1}{\lfloor 2}x^2\frac{d^2}{dx^2}f^2xFx-\&c.$

$=\frac{F(0)}{1+xf'(0)}$ ナルコヲ發見スレバナリ

然レヒ若シ　$\frac{u-x}{fu}=-x$　卽チ $u=x(1-fu)$ トスルキハ前ト同級數ハ

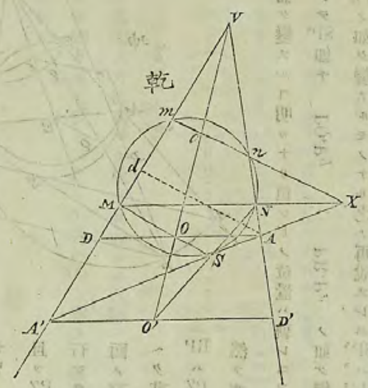
$$\frac{Fu}{1-(u-x)\frac{f'u}{fu}}=\frac{Fu}{1+xf'u}\ldots\ldots(15)$$

ナルコヲ發見スベシ乃チ此レ實ニ前ノ結果ト符合スルモノナリ何者該級數ハ(15)ノ開散式ヲ顯ハセハナリ但シ u ハ $u=x(1-fu)$ 方程式ノ零ナル一根トス

○偏圓錐ノ說

偏圓錐ノ截面線ニ係ル焦點及ヒ準線ノ論ハショシワルケル君之ヲ一千八百五十二年ニ印行セル岡比黎日乃ヒ但伯林數學雜誌第七卷第十六乃至二十八葉ニ於テ詳述セリ乃チ次ノ事理ヲ顯ハセリ

圓錐ト球トノ交截線ヲ含ム二平面ノ交界線ハ共線ヲ通徹シ且ツ球ニ切スル平面ニテ生セル圓錐曲線ノ準線ナリ而シテ該切點ハ該準線ニ適應セル焦點ナリ



乾

乾圖ノ如クVヲ頂點トシ任何定圓線ヲ底トシテ偏圓錐ヲ畫キ其軸(軸トハ頂點ト底心トヲ連ヌル線ナリ)ヲ通徹シ其底ニ交直セル一平面ヲ取リテ假平面(プレインオフレフェレンス)トシAA′ヲ此假平面ニ直交セル一平面ヲ以テ生スル截面線ノ徑トナス

(第一)然則AD、AD′若シAA′ヲ通過シ且ツ底ニ平行セル平面ニ由テ生セル圓截面ニシテO、O′ハ其心中ナルキハ正圓錐ニ於テノ如ク其焦徑ハAD乃ヒA′D′ノ比例中項ナルコヲ證明シ得ヘシ此ニ由テ焦點Sハ AS.A′S ヲ AO.A′O′ ニ等シク卽チ AS : AO = A′O′ : A′S トシ以テ決定スヘシ

(第二)SヲシテMニ於テVA′ニ會セシメ底ニ平行シテMNXヲ畫キVA及ヒA′AニN及ヒXニ於テ會交セシム然ラバADハOニ於テ二等分セラル、ユヘAA′線ハS及ヒXニ於テ調音比ニ分タレタリ(註曰此ニ由テ直ニSノ聯極トシテ攷ヘタルXZハSニ適應セル準線ナルコヲ知ルベシ)而シテ反對ニNSハA′D′ノ中點O′ヲ通過スルナリ

故ニ平行線及ヒ上ノ第一章ヨリ次ノ比例アリ

XM : XS = AO : AS = A′S : A′O′ = XS : XN;

故ニMNSヲ回テ畫キタル圓線ハAA′ニ觸切スルナリ

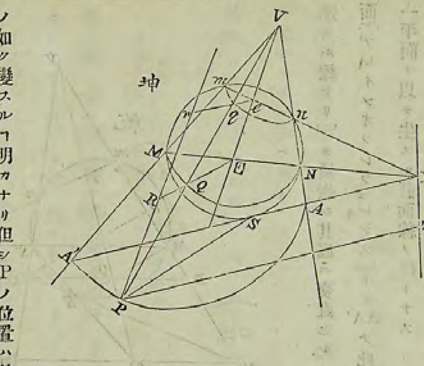
同法ニ於テ同シ圓線ノ復VM及ヒVNニ l, n ニ於テ會交スルコヲ證シ得ベシ

(第三)挿圖ニ於テノ如ク截面線ノ任點PニVPヲ畫キ其球ト交ル點ヲ q 及ヒQトシ而シテ圓錐ノ軸ニ平行シテPRヲ畫キMQN、mqn 圓線ヲ含ム平面ニR及ヒ r ニ於テ交ラシム面シテ圓錐ノ軸ヲシテ e ニ於テ mn ニEニ於テMNニ交ラシム然ルキハ等勢三角形ヨリ得ル比例ヲ複合シテ

$PR.Pr : PQ.Pq = VE.Ve : VQ.Vq$

但シVE、Ve 并ニ VQ.Vq 積ハ常數ナリ

且ツPZ若シAA'ニ平行シテ二圓線ノ平面ノ交界線ニ會スヘク書カル、片ハRPハPZニ從テ變シ然ラザレバPrハPZ



ノ如ク變スルヿ明カナリ但シPノ位置ハ孰レニアルモ可ナリ

而シテSP^2即チ $PQ.Pq$ ハ $PR.Pr$ ノ如ク變スルヲ以テ又PZ^2ノ如ク變スルモノナリ之ヲ再説スレハSP、、ハPZ、、ノ如ク變シ、、、而シテXZ、、ハ焦點S、、ニ適應セル準線ナリ

同法ニテ第二ノ焦點及ヒ準線ヲ決定スルヿヲ得ベシ

之レニ反シテXZヲ通過シSニ於テ球ニ觸切スル平面ニ由テ生スル截面線ハSヲ焦點トシXZヲ準線トスルナリ

〔第四〕Vヲ通徹スル圓錐ノ截平面若シT乃ヒT'ニ於テ兩準線ニ交リ而シテVP若シ第二ノ焦點ニ相應スル球ニQ'及ヒq'ニ於テ交ル片ハTQ、TQ'及ヒTq、Tq'〔此レ平行セル圓截面ニ觸切スルモノナリ〕ハ互ニ平行スルヿ明カナリ此ニ由テ〔第三〕ノ証明ヲ須タスシテ次式ヲ知ル

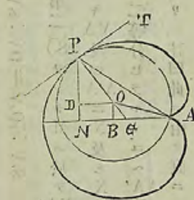
$PT^2 : PT'^2 = PQ.Pq : PQ'.Pq' = SP^2 : SP'^2,$

而シテ此ニ由テPニ於ケル切線ハSP及ヒSP'ト等角ヲナスヿヲ知ル何者PST及ヒP'S'T'ハ各直角ナルヿヲ証明シ得ルヲ以テナリ

第二套

解義

第四十九號三套ノ一　　菊池鍬吉郎解



$\angle PAN = \theta$ トスレハ、

$\angle APT = \frac{1}{2}(\pi-\theta) = \frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2},$

$\angle APG = \frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\theta}{2},$

$\therefore \angle PGN = \frac{\theta}{2}+\theta = \frac{3}{2}\theta,$

又四圓線ノ性質ニ由リ次式アリ

$PN = 4a\cos^2\frac{\theta}{2}\sin\theta,\quad AN = 4a\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\theta,$

$NB = OD = PO\cdot\cos POD = r\cos\frac{3}{2}\theta,$

$PD = PO.\sin POD = r\sin\frac{3}{2}\theta,$

今 $AO^2 = OB^2 + AB^2 = (PN - PD)^2 + (AN - BN)^2,$

即 $r^2 = \left(4a\cos^2\frac{\theta}{2}\sin\theta - r\sin\frac{3}{2}\theta\right)^2 + \left(4a\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\theta - r\cos\frac{3}{2}\theta\right)^2,$

即 $r^2 = 16a^2\cos^4\frac{\theta}{2}\sin^2\theta - 8ar\cos^2\frac{\theta}{2}\sin\theta\sin\frac{3}{2}\theta + r^2\sin^2\frac{3}{2}\theta + 16a^2\cos^4\frac{\theta}{2}\cos^2\theta - 8ar\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\theta\cos\frac{3}{2}\theta + r^2\cos^2\frac{3}{2}\theta,$

即 $r^2 = 16a^2\cos^4\frac{\theta}{2} - 8ar\cos^2\frac{\theta}{2}\cos\left(\frac{3}{2}\theta-\theta\right) + r^2,$

即 $r\cos\left(\frac{3}{2}\theta-\theta\right) = 2a\cos^2\frac{\theta}{2} = r\cos\frac{\theta}{2},$

$\therefore r = 2a\cos\frac{1}{2}\theta,$

此レ圓線ノ方程式ナリ故ニ圓心Oノ軌跡ハ$2a$ヲ徑トスル圓線ナルヲ知ル又上式ヨリPAN角ハAOノ爲メニ等分セラル、ヿ明カナリ

第三套

問題

一

A、B、C、DハI平面上ニアラサルノ四點ナリ且ツABハCDニ垂直ナル平面中ニアリテACハBDニ垂直ナル平面中ニアリト云フ然ラハADハBCニ垂直ナル平面中ニアリト云フ其証如何又此四點ヲ聯テ生スル四面体ノ六線邊ノ中點ハ一球周中ニアリテ其球ハ亦相對セル二線邊間ノ最短距ノ脚點ヲ通徹スト云フ其証ヲ求ム

二

$$\sqrt{p+\sqrt{p+\sqrt{p+\cdots\cdots}}}\times\sqrt{p-\sqrt{p-\sqrt{p-\cdots\cdots}}}=p,$$

右式ノ証如何

三

$$\frac{n\sin n\phi}{\cos n\phi-\cos n\theta} = \frac{\sin\phi}{\cos\phi-\cos\theta} + \frac{\sin\phi}{\cos\phi-\cos\left(\frac{2\pi}{n}+\theta\right)} + \frac{\sin\phi}{\cos\phi-\cos\left(\frac{4\pi}{n}+\theta\right)} + \cdots + \frac{\sin\phi}{\cos\phi-\cos\left\{2(n-1)\frac{\pi}{n}+\theta\right\}}$$

右式ノ証ヲ求ム

四　　　　全

$y = x + \frac{c^2}{x+}\frac{c^2}{x+}\cdots to\ \infty,$ ナル方程式ノ軌跡ハ頂點ヨリ$y = x$線上ニ於テ無窮ニ至ル$y^2 - x^2 = c^2$ナル双曲線ノ一部ヲナスト云フ其証ヲ求ム

五

$$\begin{vmatrix} \cos\theta, & \cos2\theta, & \cos3\theta, & \cdots & \cos n\theta \\ \cos2\theta, & \cos3\theta & \cdots & \cos n\theta, & \cos\theta \\ \cos3\theta, & \cdots & \cos\theta, & \cos2\theta, & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cos n\theta, & \cos\theta, & \cos2\theta, & \cdots & \cos(n-1)\theta \end{vmatrix} = \frac{\{\cos\theta-\cos(n+1)\theta\}^n-\{1-\cos n\theta\}^n}{2(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}(1-\cos n\theta)}$$

右一致式ノ証如何

六　A、B、C、D ハ一平面中ニアラサルノ四點ニシテPハ $l.PA^2+m.PB^2+n.PC^2+r.PD^2$ ノ極大或ハ極小ナル如キ一點ナルキハ次式ヲ得其証如何

$$\frac{\text{VOL. PBCD}}{l}=\frac{\text{VOL. PCDA}}{m}=\frac{\text{VOL. PDAB}}{n}=\frac{\text{VOL. PABC}}{r}$$

但シVOIハ体積ノ略トス

七　$a^2y^2(x-b)^2=(a^2-x^2)(bx-a^2)^2$, $x^2+y^2=a^2$, $(b>a)$ ナル二曲線ノ面積ヲA、A'トスルキハ b ノ損減シテ a トナルニ従ヒ $\frac{A'-A}{b-a}$ ノ極限價ハ $6\pi a$ ナリト云フ其証ヲ求ム

八　l、m、n、r ハ一平面中ニアラサル四點A、B、C、Dヨリ半徑ヲ p トスル球ニ交ルヘク畫キタル弦線ノ片部ヲ以テ成ル矩形トス然ルキハ次ノ如クナルヘシ其証ヲ求ム

$$\begin{vmatrix} 0, & 1, & 1, & 1, & 1, & 1 \\ 1, & 0, & AB^2, & AC^2, & AD^2, & l+\rho^2 \\ 1, & BA^2, & 0, & BC^2, & BD^2, & m+\rho^2 \\ 1, & CA^2, & CB^2, & 0, & CD^2, & n+\rho^2 \\ 1, & DA^2, & DB^2, & DC^2, & 0, & r+\rho^2 \\ 1, & l+\rho^2, & m+\rho^2, & n+\rho^2, & r+\rho^2, & 0 \end{vmatrix}=0$$

總理　長澤龜之助
編輯　菊池鍬吉郎
印刷　中村義方

賣捌所
東京芝區柴井町　松井忠兵衛
同日本橋區本町三丁目　清水卯三郎
大坂備後町四丁目　梅原龜七

定價拾錢

東京數學會社雜誌第五十三號附録

東京數學會社社則

第壹條　本社ハ數學及ヒ之ニ關スル一般ノ學術ヲ研究錬磨シ併セテ斯學ノ普及ト開進トヲ以テ其目的トス

第二條　本社々員ヲ分ツテ常員別員ノ二種トス

第三條　常員ハ本社ノ事業ニ付意見ヲ建議シ東京ニ在テハ委員撰擧議席ニ議員タルヲ得ルモ別員ハ之レニ反シ委員ヲ撰擧シ其他凡ヘテ議事ニ與カルヲ得ス

第四條　常員タラント欲スル者ハ社員ノ紹介ヲ經テ事務委員ニ申込ミ入社金壹圓ヲ納ムヘシ然後本社ハ社員券ヲ交附ス

第五條　別員タラント欲スル者ハ事務委員ニ申込ミ六ケ月分ノ會費ヲ前納スヘシ然後本社ハ社員證ヲ交附シ社員タルヲ證ス

第六條　常員ハ毎月會費トシテ貳拾錢ヨリ少カラサル金ヲ納ムヘシ

第七條　別員ハ毎月會費トシテ拾錢ヨリ少カラザル金ヲ納ムヘシ

但シ不在京ノ者ハ六ケ月分前納タルヘシ

第八條　會費ハ出席ノ有無ニ拘ハラス必ス集會日ニ納金シ受領証ヲ受クヘシ

但シ都合ニヨリ一時ニ數ケ月分納ルモ妨ケナシト雖モ不納三ケ月ニ至レハ端書郵便ヲ以テ之ヲ催促ス其後尚ホ三ケ月ヲ經テ之ヲ納メサルモノハ再ヒ先掛郵便ヲ以テ催促スヘシ然ルモ尚不納ナレハ其事柄ヲ雜誌ニ掲ケテ除名スルモノトス

第九條　不在京ノ常員ハ六ケ月分ノ會費ヲ前納スヘシ

但シ六ケ月分以上前納スルモ妨ケナシト雖モ不納ナルトキハ前條ノ但書ニ據ル

第十條　學務委員拾貳名　事務委員貳名　書記壹名ヲ置ク事

第十一條　學務委員ハ雜誌編輯ヲ以テ本務トス

第十二條　雜誌編輯ハ學務委員月次輪番ヲ以テ之ヲ負擔シ必ス其名ヲ雜誌ニ明記スルモノトス

第十三條　雜誌編輯人ハ社員中ニ於テ之ニ任シ印刷人ハ書記之ヲ擔當ス

第十四條　事務委員ハ事務會計一切ノ事ヲ負擔ス

第十五條　事務委員ハ學務委員ヘ協議ノ上定事業ノ他金拾圓以内ノ事業ハ之ヲ施行スルヲ得

第十六條　書記ハ社員社外ヲ論セス委員協議ノ上事務委員之ヲ命シ本社一切ノ雜務ハ其指揮ヲ受ケテ取扱フモノトス

第十七條　委員ハ滿一ケ年ヲ以テ任期トシ毎年五月常員ノ投票ヲ以テ改撰スルモノトス

第十八條　新撰ノ委員ハ六月ニ於テ舊委員ト交代シ然ル後社則改正ノ件アルトキハ之ヲ改正スルヿヲ得

第十九條　集會ハ毎月第一土曜日午後第一時ヨリ東京大學ニ於テス

但シ止ヲ得サル事故アリテ會日會塲ヲ變改スルトキハ豫メ在京ノ社員ニ報知スベシ

第二十條　本社ニ質問スルモノハ其費用自辨タルベシ

第二十一條　毎月雜誌壹號ヲ發兌シ社員一般ニ配達スベシ

第二十二條　圖書金員其他ノ物品ヲ社員若クハ社外ヨリ寄附スルトキハ事務委員ヨリ受領証ヲ交附シ永ク社中ニ保存スベシ

但シ新著譯ノ圖書寄附ニ係ルモノハ必ス雜誌ニ揭ケ廣ク江湖ニ告クベシ

第二十三條　凡ソ寄附ニ係ル金圓圖書其他ノ物品等ハ毎一期ノ末報告表ヲ作リ社員一般ニ報告スベシ

第二十四條　社員ニシテ本社ノ爲メニ功勞アルモノハ委員協議ノ上報功狀我ハ至當ノ贈物ヲナスベシ

右ノ條件委員協議ノ上之ヲ撰定ス社員タル者遵守スベキ也

明治十五年七月

編輯　菊池鍬吉郎

印刷　中村義方

驛遞局認可

明治十五年十二月刊行

同十六年一月十三日發兌

東京數學會社雜誌

第五拾四號

東京數學會社