定税遞送免許

明治十三年七月三日

東京數學會社雜誌

第二十六號

一本社ノ大意ハ社則ニ依テ知ル可シ
一本號ノ諸問題ハ社員ヨリ蒐輯スル所ニシテ其答式ハ必ス次号ニ記載シ解義ヲ投寄ニ隨テ記載スヘシ
一社外ト雖モ投書スルヲ得然レ𪜈變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載録セス
一凡ソ掲載セル問題、論説、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ
一諸名義譯例等ハ漸次ニ改正ス可シ
一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ京橋區日吉町七番地共存同衆舘ニ於テス
一入社セント欲スル者ハ社則ニ隨フ可シ

明治十三年七月

東京數學會社

社雜誌第二十六號

ジホントル氏幾何問題ヲ解明スルモノ六百有
今其題中佳ナルモノヲ擇ビ號ヲ追テ之ヲ掲載
然レ𪜈其解義ヲ精錄スルノ暇マナケレハ自ツ
ヲ免カレ難カルベシ四方ノ學士簡捷ノ解アッ
ムルコアラハ幸甚・　柳　猶悦

正圓アリ平行切線トA地切線ト交ル地ヲB.C
點ヲD.Eトス只云BE線CD線交ル地ヲFトスAF
線ニ平行ス起原如何

解

一本社ノ大意ハ社則ニ依テ知ル可シ

一本號ノ諸問題ハ社員ヨリ蒐輯スル所ニシテ其答式ハ必ス次号ニ記載シ解義ヲ投寄ニ隨テ記載スベシ

一社外ト雖モ投書スルヲ得然レ𪜈變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載録セズ

一凡ソ掲載セル問題、論説、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スベシ

一諸名義譯例等ハ漸次ニ改正ス可シ

一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ京橋區日吉町七番地共存同衆舘ニ於テス

一入社セント欲スル者ハ社則ニ隨フ可シ

明治十三年七月

東京數學會社

第一套

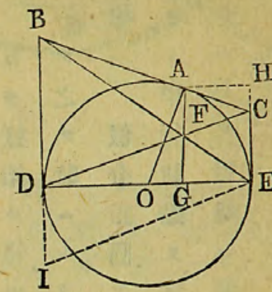
雜録

余先年トヾホントル氏幾何問題ヲ解明スルモノ六百有餘題アリ今其題中佳ナルモノヲ擇ビ號ヲ追テ之ヲ掲載セントス然レ𪜈其解義ヲ精録スルノ暇マナケレハ自ツカラ迂遠ヲ免カレ難カルベシ四方ノ學士簡捷ノ解アツテ之ヲ改ムルコアラハ幸甚

柳　楢悦

第(一)　假令正圓アリ平行切線トA地切線ト交ル地ヲB、Cトシ平行切點ヲD、Eトス只云BE線CD線交ル地ヲFトスAF線ハ平行切線ニ平行ス起原如何

解



上圖ニ依テ　$BD \parallel CE$　$AO = DO = EO$

$AB = BD$　$AC = CE = Di$

$AB+AC : AC :: DE : AH$

$\therefore \quad AH = \dfrac{AC.DE}{AB+AC}$　〔1〕

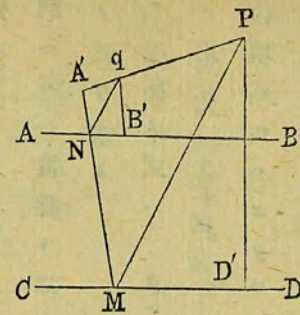
$BD+Di : CE :: DE : GE$

$\therefore \quad GE = \dfrac{CE.DE}{BD+Di}$　之ヲ化シテ　$GE = \dfrac{AC.DE}{AB+AC}$　〔2〕

〔1〕〔2〕兩式右項相同シ之ニ因テ　$GE = AH$　$\therefore$　$BD \parallel AF$

〔第二〕假令AB線CD線平行スルアリ又P. q二點アリP及q
ヨリ隨意ニ平行線ヲ作リqヨリ作ル線AB線ニ交ル地ヲN
トスPヨリ作ル線CD線ニ交ル地ヲMトスqN距トPM距ノ比
固數ニシテNM線ハ同點ヲ經過ス起源如何

解



$qB' \parallel PD'$　$MP = a$.　$qN = b$

$a : b :: PD' : qB'$

$\dfrac{b}{a} = \dfrac{qB'}{PD'} = m$

qB'. PD'兩線ハ固有數ナリ故ニ a b 二
線傾角ヲ變スルモ其比相同シ依テ
mヲ固數トス

$Pq : AP :: a-b : a$

$\dfrac{Pq}{a-b}a = \dfrac{Pq}{1-m} = A'P$

上式ニ因テ a. b 二線ノ方向ヲ變スルモNM線ハ必スA'點ヲ
經過スルヲ知ルベシ

○

第二十五號第一套ノ題ノ如キハ「サルモン」氏「コニック、セクシヨンス」第九十七條ニ用ヒタル方法ニ因ルトキハ漸簡略ナルヲ覺ユ、

菊地大麓

例ヘハ一直線ト二次線ノ二交點ヨリ原點ヘ引ケル二直線ノ式ヲ求ム

二次線ノ式ハ　$u_2+u_1+u_0=0$　〔1〕　ナリトシ又直線ノ式ハ　$v_1+v_0=0$　〔2〕　ナリトス此式ニ於テ u_0 v_0 ハ常數項 u_1 v_1 ハ x y ノ一次項 u_2 ハ二次項トス然ルトキハ二直線ノ式ハ

$$u_2v_0^2-u_1v_1v_0+u_0v_1^2=0 \quad 〔3〕$$

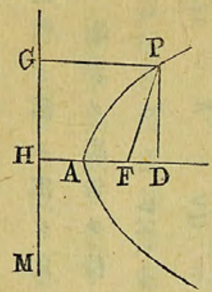
ナリ何トナレハ此式ハ各項二次ナレハ原點ヲ過ル二直線ニシテ〔1〕〔2〕ヲ同時式トシテ得タル x. y ノ値ハ此式ニ適スルヿ明カナリ此理ハ三軸式ニ於テモ同シキナリ故ニ

$u_1+u_0=0$　及ヒ　$v_1+v_0=0$　ノ折線及ヒ原點ヲ過ル平面ハ　$u_1v_0-v_1u_0=0$　ナリ

○

公圓錐新曲線ノ公式

上野清



上圖GMヲ準線トシADヲ曲線ノ横徑トシ其頂點Aヲ原點トスレハ曲線ノ任一點Pノ縱線ハPDニシテ其横線ハADナリ又Fヲ曲線面内ノ焦點トス然ルトキ準線ヨリ横徑ニ平行シテ曲線ニ至ル線假令ハGPノ如キモノト焦點ヨリ曲線ニ至リ其線ト同曲

線點ニ會スル線假令ハFPノ如キモノト或ル定率即チnト一トノ如キ比チナスキハ此定率ニテ成ル曲線ヲ公圓錐新曲線ト稱ス但シ此曲線ノ名義ハ別ニ適當ナル稱アラン右ハ識者ノ忠告チ待ツノミ

$AF = p$　$AH = np$　$FP = r$　$GP = nr$

$PD = y$　$AD = x$　$PG = HA+AD$

$nr = nP+x$　$\therefore\ r = P+\frac{x}{n}$

$FP^2 = PD^2+DF^2$

即チ $(p+\frac{x}{n})^2 = y^2+(x-p)^2$　此式チ變スレバ

$y^2 = 2p(1+\frac{1}{n})x-(1-\frac{1}{n^2})x^2$　即チ公圓錐新曲線ノ公式ナリ

右ノ公式中 $n=1$ トスレハ拋物線チ得ベシ即チ左ノ如シ

$y^2 = 4Px$

又 $n>1$ トスレハ橢圓式チ得ル左ノ如シ

$y^2 = 2P(1+\frac{1}{n})x-(1-\frac{1}{n^2})x^2$

又 $n<1$ トスレハ雙曲線式チ得ル左ノ如シ

$y^2 = 2P(1+\frac{1}{n})x+(\frac{1}{n^2}-1)x^2$

附テ曰圓錐曲線ノ普通式ハ西書ニ往々之ヲ見ルト雖モ其普通式ニ就テ一種ノ定率ヨリ成ル曲線アルチ見ス故ニ其普通式ノ曲線性質ヲ探究セサルチ以テ初學者ノ不便トスルモノヽ如シ今此曲線式ノ如キハ一定ノ率ヨリ成ルガ故ニ之ヲ用ヒテ各曲線チ解セバ後學ノ一助トモ

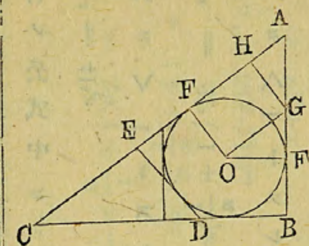
ナランカト淺劣ヲ顧ミス敢テ茲ニ記載ス

第二套

問題解義

一　　　　福田理軒解

第五號三套ノ四



$DE = EB \quad FG = AH \quad BC = DE + CD$

$AF = GF + OG \quad CE = BC + 2r$

$CE : DE + CD :: r : GF + OG$

$BC - 2r : BC :: r : AF$

$\therefore \quad AF = \dfrac{BC \cdot r}{BC - 2r}$　又　$CF = \dfrac{AB \cdot r}{AB - 2r}$

二　　　　中川將行解

第七號八套ノ一

題意ヲ式ニテ顯セハ左ノ如シ

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} = 0$$

今 $y = ce^{mx}$ ト定ムレハ $m^2 - 2m = 0 \quad \therefore \quad m = 2$ 或 0

$\therefore \quad y = c_1 e^{2x} + c_2$

三　　　　同

第七號八套ノ二

題意ニ因リ $s = \dfrac{x^2}{a}$ トス故ニ $\dfrac{ds}{dx} = \dfrac{2x}{a}$

$\therefore \quad \sqrt{1+p^2} = \dfrac{2x}{a} \quad \therefore \quad p = \dfrac{\sqrt{4x^2 - a^2}}{a}$

今 $\frac{a}{2}=b$ トスレバ $p=\frac{\sqrt{x^2-b^2}}{b}$ ∴ $bdy=(x^2-b^2)^{\frac{1}{2}}dx$

∴ $by=\frac{x\sqrt{(x^2-b^2)}}{2}-\frac{b^2}{2}l\{x+\sqrt{(x^2-b^2)}\}+le$

∴ $y=\frac{1}{b}\left(\frac{x\sqrt{(x^2-b^2)}}{2}-\frac{b^2}{2}l\{x+\sqrt{(x^2-b^2)}\}\right)+contant$

本題ノ文中横線、ハ、初點トアルハ解者未ダ其意ヲ詳解スル能ワズ余ガ解恐クハ誤リアラハ暫ク記シテ以テ題者ノ高評ヲ仰ク

四

第八號六套ノ八　　同

凡ツ凹圓ニ於テQCO角ハ $\frac{\pi}{2}-\frac{3}{2}$COQ角ニ等シク第十號十三丁裏面ノ圖ルニ據又切線其反對ノ方(即該圖ノ下方)ニ於テOMノ延線ト交リタルトキハQCO角ハ $\frac{3}{2}$COQ$-\frac{\pi}{2}$ ニ等シキモノナリ

故ニ本題ニ於テ内外両線ノ切點ニ切線ヲ引キ外線ノ式ヲ $p=2r(1+\cos\theta)$ 内線ノ式ヲ $q=2x(1+\cos\phi)$ トスレバ切線ト中軸ノ延線ト交リテナス所ノ鋭角ハ $\frac{3}{2}\phi-\frac{\pi}{2}$ 或ハ $\frac{\pi}{2}-\frac{3}{2}\theta$ ニ等シ故ニ $\theta+\phi=\frac{2}{3}\pi$ 〔1〕

故ニ $p.\ q.\ 4x$ ノ三線ヲ以テ圍メル三角形ニ於テ頂角ハ $\pi-(\theta-\phi)=\frac{\pi}{3}$ 故ニ同三角形ニ於テ左ノ〔2〕〔3〕ノ比例ヲ生ス $4x:q::\sin 60^{\circ}:\sin\theta$ 〔2〕

内線式ヲ代用スレハ $4\sin\theta=(1+\cos\phi)\sqrt{3}$ ヲ得〔1〕式ニ因テ $\sin\theta$ ヲ求ムレハ $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\phi+\frac{1}{2}\sin\phi$ トナル此二式ヨリ $\cos\phi=-\frac{1}{7}$ $\sin\phi=\frac{4}{7}\sqrt{3}$ ヲ得ル

又 $4x : p :: \sin 60^\circ : \sin \phi$ 〔3〕

外線式ヲ代用スレハ $4x \sin \phi = r(1+\cos \phi)\sqrt{3}$ 〔4〕

〔1〕式ニ依テ $\cos \phi$ ヲ求ムレバ $\cos \phi = \cos\left(\frac{3}{2}\pi - \phi\right)$ 然ルニ $\cos \phi.\ \sin \phi$ ノ數價ヲ代用スレバ $\cos \phi = \frac{13}{14}$ トナル

因テ〔4〕式ニ $\sin \phi.\ \cos \phi$ ノ數個ヲ代用スレバ $x = \frac{27}{32}r$ トナルナリ

編者曰本解ハ已ニ前號ニ肝付氏解セリト雖モ解法異ナルヲ以テ再錄ス

五

第十號八套ノ一　同

極半徑ハ $\sqrt{(x^2+y^2)}$ 切線ハ $\frac{y(1+p^2)^{\frac{1}{2}}}{p}$ ナリ

$\therefore \sqrt{(x^2+y^2)} = \frac{y\sqrt{(1+p^2)}}{p}$ $\therefore p^2x^2 + p^2y^2 = y^2 + p^2y^2$

$\therefore px = \pm y$ $\frac{dx}{x} = \pm \frac{dy}{y}$

$\therefore lx \pm ly = lc$ $\therefore x = cy$ 或 $xy = e$

故ニ直線或ハ等徑双曲線ナリ

六

第十號八套ノ二　同

「ウールハウス」氏微分書九十七章ニ曰ク次法線ハ $r \tan \mathrm{P}$ ニ等シク又 $\frac{r^2 d\phi}{dr}$ ニ等シト故ニ $\tan \mathrm{P} = \frac{r}{dr}.d\phi$ ナリ

$\tan \mathrm{P} = c$ トシ式ヲ變スレバ $\frac{dr}{r} = \frac{d\phi}{c}$ トナル

$\therefore lr = \frac{\phi}{c} + la$ ナリ故ニ $r = ae^{\left(\frac{\phi}{c}\right)}$

七

第十號八套ノ三　同

$\frac{1}{p^2} = u^2 + \frac{du^2}{d\phi^2}$ (ウールハウス九十四章ニ出ヅ) 故ニ

$u^2 + \frac{du^2}{d\phi^2} = \frac{u^2}{\cos^2\phi}$ ∴ $\frac{du^2}{d\phi^2} = u^2\tan^2\phi$

∴ $\frac{du}{d\phi} = u\tan\phi$ ∴ $\frac{du}{u} = \tan\phi . d\phi$

∴ $lu = -l\cos\phi - l\,2a$ ∴ $u = \frac{1}{2a\cos\phi}$

∴ $r = 2a.\cos\phi$

八

第十號八套ノ四　同

$\frac{rdr}{dp} = a$ (pハ原點ヨリ切線ニ引キタル垂線ナリ)

∴ $\frac{r^2}{2} = ap$ ∴ $\frac{r^4}{4} = a^2p^2 = \frac{a^2r^4d\phi^2}{dr^2+r^2d\phi^2}$

∴ $dr^2 + r^2d\phi^2 = 4a^2d\phi^2$ ∴ $dr^2 = (4a^2-r^2)d\phi^2$

∴ $d\phi = -\frac{dr}{\sqrt{(4a^2-r^2)}}$ ∴ $\phi = \cos^{-1}\frac{r}{2a}$ ∴ $r = 2a\cos\phi$

九

第十號八套ノ五　同

$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 4a^2x^2$ ∴ $\frac{dy}{dx} = \pm 2ax$

∴ $y = \pm ax^2$ 即チ抛物線ノ式ナリ

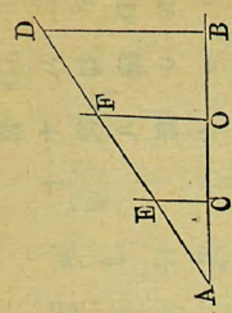
十

第十號八套ノ六　同

ADハ切線 Oハ原點 ABハ横軸 OFハ縱軸 B Cハ二定點 OB. OC 各

aトス BD. CEハ縱線 BD.CE $= K^2$ トス

$p = \tan \mathrm{DAB}$ トスレバ $p(\mathrm{AO}+a) = \mathrm{BD}$



$p(\mathrm{AO}-a) = \mathrm{CE}$ $\quad\therefore\quad p^2(\mathrm{AO}^2-a^2) = \mathrm{BD.CE} = \mathrm{K}^2$

$\therefore\quad \mathrm{AO}^2 = (\frac{k}{p})^2+a^2 \quad\therefore\quad \mathrm{AO} = \sqrt{(\frac{k}{p})^2+a^2}$

$\mathrm{OF} = p.\mathrm{AO} = p\sqrt{(\frac{k}{p})^2+a^2} = (k^2+a^2p^2)^{\frac{1}{2}}$

然ルニ切線式ハ左ノ如シ

$y = px + \mathrm{OF} \quad\therefore\quad y = px + (k^2+a^2p^2)^{\frac{1}{2}}$ 〔1〕

(1)式ヲ微分スレバ $p = p + xq + \frac{c^2pq}{\sqrt{(k^2+a^2p^2)}}$

$\therefore\quad q\left(x+\frac{a^2p}{\sqrt{(k^2+a^2p^2)}}\right) = o \quad\therefore\quad q = o$ 〔2〕

$x + \frac{a^2p}{\sqrt{(k^2+a^2p^2)}} = o$ 〔3〕

(2)式ヲ積分スレハ $p = c$ (1)式ニ代用スレバ

$y = cx + (k^2+a^2c^2)^{\frac{1}{2}}$ 又(3)式ヲ變ズレバ $x^2(k^2+a^2p^2) = a^4p^2$

$\therefore\quad a^2(a_2-x^2)p^2 = k^2x^2$

$\therefore\quad p^2 = \frac{k^2x^2}{a^2(a^2-x^2)} \quad\therefore\quad p = -\frac{kx}{a(a^2-x^2)^{\frac{1}{2}}}$

(1)式ニ代用スレハ $y = \frac{-kx^2}{a(a^2-x^2)^{\frac{1}{2}}} + \left(k^2+\frac{a^2k^2x^2}{a^2(a^2-x^2)}\right)^{\frac{1}{2}} =$

$\frac{-kx^2}{a(a^2-x^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{a^2k}{a(a^2-x^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{k}{a}\cdot\frac{a^2-x^2}{(a^2-x^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{k}{a}(a^2-x^2)^{\frac{1}{2}}$

$\therefore\quad y^2 = \frac{k^2}{a^2}(a^2-x^2)$ 即チ楕圓式ナリ

十一

第十號八套ノ八 同

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{a}{x} \quad\therefore\quad \frac{d(\frac{dy}{dx})}{dx} = \frac{a}{x} \quad\therefore\quad d(\frac{dy}{dx}) = \frac{adx}{x}$

$$\frac{dy}{dx} = alx - ale = al\frac{x}{c}$$

$$\therefore \quad y = a\left(x\,l\frac{x}{c} - x\right) + c_1$$

十二

第十二號一套ノ六　　同

凡ソ球ノ体積ハ其半徑ノ三乘ト比例ス」今小球ト大球トハ其体積ノ比、一ト八トノ如シ、即半徑三乘ノ比ナリ、故ニ二球半徑ノ比ハ、一ト二(即チ$\sqrt[3]{8}$)トノ如クナルベシ

又球面積ハ其半徑ノ二乘ト比例ス」今小球ノ半徑ト大球ノ半徑トハ其比例一ト二ノ如クナレハ、其面積ノ比ハ一ト四ノ如クナルベシ

故ニ大球ノ面積ハ小球ノ面積ニ四倍ス、從テ其彩色費モ四倍ヲ要スベシ、小球ノ彩色費一圓ナレバ大球ノ彩色費ハ其四倍即チ四圓ナリ

十三

第十三號一套ノ七　　同

石ヲ運ブノ法、初メ一間往キ一間返リ次キニ二間往キテ二間返リ、次第ニ三間四間ト往返シ、五十間ニ至リテ後チハ、路ヲ引キ違ヘ、四十九間往キテハ四十九間返リ、四十八間往キテハ四十八間返リ、次第ニ間數ヲ減シ、最後ニ一間往キテ一間返ル○故ニ此問題ハ算數染ノ算法ニ屬ス、其初項ヲ二間、末項ヲ九十八間(四十九間ノ二倍ナリ)項數ヲ四十九トナシ其總數ヲ求メテ之ヲ倍シ、百間(五十間ノ二倍ナリ)ヲ加フレバ答ヲ得ルナリ其算法左ノ如シ

$98+2=100$, $49\times100=4900=$（總數ノ二倍）

$4900+100=5000$ 間 $=2$ 里 11 町 20 間

十四

第十二號二套ノ七　同

$u=\frac{1-x+x^2}{1+x-x^2}$ トスレバ $\frac{1+u}{u-1}=\frac{1}{x^2-x}$

$\therefore x^2(1+u)+x(1+u)-(1-u)=0$

$x=\frac{1+u\pm\sqrt{(1+u)^2-4(1-u)(1+u)}}{2(1+u)}=\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{5u^2+2u-3}}{2(1+u)}$

此式ニ因リテ按スルニ u ノ數價ヲシテ如何ニ小ナラシムルモ $5u^2+2u$ ハ 3 ヨリ小ナルヲ得ス因テ u ノ小極ナル者ハ $5u^2+2u-3=0$ トス即チ x ハ $\frac{1}{2}$ トナルナリ

十五

第十二號二套ノ八　同

題意ニ因リテ左ノ二式ヲ記ス

$a+c=2b$ 〔1〕　$\frac{1}{b}+\frac{1}{d}=\frac{2}{c}$ 〔2〕

〔2〕ヲ變スレハ $d=\frac{bc}{2b-c}$ $\therefore \frac{d}{c}=\frac{b}{2b-c}$ 〔3〕

〔1〕ヲ代用スレバ $\frac{d}{c}=\frac{b}{a+c-c}=\frac{b}{a}$

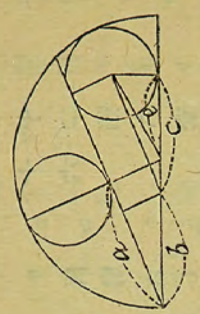
$\therefore a:b::c:d$

十六

第十二號六套ノ九　福田理軒解

外圓徑ヲ d トシ等圓徑ヲ x トシ a ハ半通弦ナリ

$x(d-x)=a^2$. $\frac{d}{2}-x:\frac{d}{2}::\frac{x}{2}:b$



$b = \frac{dx}{2(d-2x)}$　　　$\frac{d}{2} - x : a :: \frac{x}{2} : c$

$c = \frac{ax}{d-2x}$

$e^2 = \frac{d^2}{4} - \frac{2dx}{4} = \frac{d(d-2x)}{4}$　又

$e^2 = (b+c-\frac{d}{2})^2$　故ニ

$\frac{d^2x^2}{4(d-2x)^2} + \frac{2adx^2}{2(d-2x)^2} - \frac{d^2x}{2(d-2x)} + \frac{d^2x^2}{(d-2x)^2} -$

$\frac{axd}{(d-2x)} + \frac{d^2}{4} = \frac{d(d-2x)}{4}$　分母ヲ乘シ a^2 及ヒ各ヲ解キ

$-3d^2x + 12dx^2 - 4x^3 = a(4d^2 - 12dx)$　左右各自乘シ a^2 ヲ解キ

$-16d^5 + 121d^4x - 312d^3x^2 + 312d^2x^3 - 96dx^4 + 16x^5 = o$

$2x$ ヲ脱去シ　$-16d^4 + 89d^3x - 134d^2x^2 + 44dx^3 - 8x^4 = o$

再ヒ $2x$ ヲ脱去シ　$-16d^3 + 57d^2x - 20dx^2 + 4x^3 = o$

四除シテ　$x^2 - 5dx^2 + \frac{57}{4}d^2x - 4d^3 = o$

$\frac{5d}{3}$ ヲ添加シ第二項ヲ脱シ

$(x + \frac{5}{3}d)^3 \pm o + \frac{213}{4.9}(x + \frac{5}{3}d)d^2 + \frac{1133}{4.27}d^3 = o$

算顆術ヲ施シ　$s = \frac{1133^2}{16.24^2} + \frac{213}{4^3.9^3} \times \frac{4}{27} = \frac{1600 \times 1026}{16 \times 27^2}$

$\sqrt{s} = \frac{40}{4.27}\sqrt{1026}$

$(x + \frac{5}{3}d) = \sqrt[3]{\frac{\frac{40}{4.27}\sqrt{1026} + \frac{1133}{4.27}}{2}} - \sqrt{\frac{\frac{40}{4.27}\sqrt{1026} + \frac{1133}{4.27}}{2}} =$

$\frac{1}{23}(\sqrt[3]{40\sqrt{1026} + 1133} - \sqrt[3]{40\sqrt{1026} - 1133})$

$\therefore x = d\left(\frac{1}{2.3}(\sqrt[3]{40\sqrt{1026} + 1133} - \sqrt[3]{40\sqrt{1026} - 1133}) - \frac{5}{3}\right)$

$x=\frac{d}{6}\left(\sqrt[3]{40\sqrt{1026}+1133}-\sqrt[3]{40\sqrt{1026}-1133}-10\right)$

本書ノ荅式係數ノ6ハ書損ナリ此題術ハ原ト算法古今通覧ニ出ル處ニシテ今更ニ算顆術ヲ施スモノナリ又外圓徑dヲ十寸トシテ之ヲ試ルニ等圓徑x三寸一分二厘八九余ヲ得テ其書ノ數ト合ス

十七

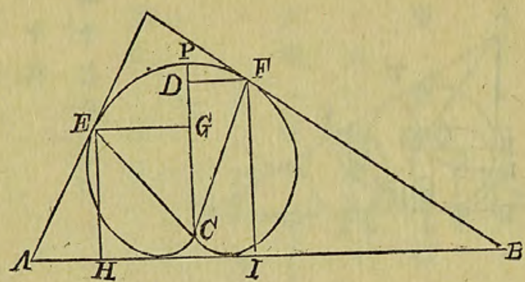
第十四號六套ノ六　　肝付兼行解

$PC=4a$　$DF=x$　$DC=y$　$EG=x'$

$GC=y'$ トス。

前號解義ノ第八ニ準カヒ $\angle DCF=\frac{2}{3}\angle B$

$\angle DCE=\frac{2}{3}\angle A$　$\therefore$ $AB=y+y'+\cot B\left(x+\frac{1}{2}a\right)+\cot A\left(x'+\frac{1}{2}a\right)$



$=4a\cos^2\tfrac{1}{3}A\sin\tfrac{1}{3}A+4a\cos^2\tfrac{1}{3}B\sin\tfrac{1}{3}B$

$+4a\cos^2\frac{A}{3}\cos\frac{2}{3}A\cot A+4a\cos^2\frac{B}{3}\cos\frac{2}{3}B$

$\cot B+\tfrac{1}{2}a\cot A+\tfrac{1}{2}a\cot B=$

$\dfrac{6a\cos\frac{A}{3}\sin A+6a\cos\frac{B}{3}\sin B+3a\sin(A+B)}{2\sin A\sin B}$

$\therefore 4a=\dfrac{8AB\sin A\sin B}{6\cos\frac{1}{3}A\sin A+6\cos\frac{1}{3}B\sin B+3\sin(A+B)}$ ……〔A〕

茲ニ於テ $\dfrac{2\cos\frac{1}{3}B\sin A}{\sin(A+B)}=\tan^2 p$

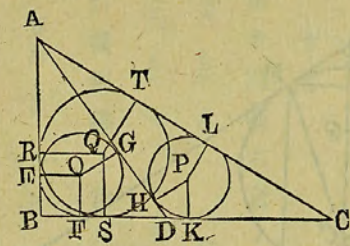
$\dfrac{\sec^2 p\sin(A+B)}{2\cos\frac{1}{3}A\sin B}=\tan^2 q$ ト定ムレハ

〔A〕式ハ即チ $4a=\frac{4AB}{3}\sin A\sec\frac{1}{3}A\cos^2 q$

○ヲ附記スル處該答式ト違フト雖モ右ハ全ク該答式ノ誤リナリ

十八

第十七號七套ノ一　伊藤直温解



上圖ABCハ直三角形、ADハ界斜O及ハPハ二等圓ノ中心Qハ三角形內ニ充ツル大圓ノ中心ナリ今等圓半徑ヲr大圓半徑ヲR.ABヲx.BCヲy.BDヲzトスレハ圖ニ依テ

$$AC=\sqrt{x^2+y^2}=x+y-2R$$

$$AD=\sqrt{x^2+z^2}=x+z-2r$$

此兩式ヲ以テ左ノ四式ヲ得

$$y=\frac{2R(x-R)}{x-2R}\qquad z=\frac{2r(x-r)}{x-xr}$$

$$AC=x+\frac{2R^2}{x-2R}\qquad AD=x+\frac{2r^2}{x-2r}$$

又圖ニ依テ $QS:PK::CS:CK$

CKヲ求メ變化スレハ $CK=\frac{rx}{x-2R}$

再又圖ニ依テ $AD=AL+DK$ 及ヒ $AD=AE+DF$

故ニ $2AD=AL+DK+AE+DF=AL+AE+FK$

而シテ $AB+BC+AC=2AD+2CK+2BE$

前諸式ヲ用ヒ之レヲ解キRヲ求ムレハ

$R=\frac{2r(x-r)}{x}$ 以テyノ價ヲ解ケハ

$y=\frac{4r(x-r)(x^2-2rx+2r^2)}{x(x-2r)^2}$ 茲ニ於テ三角積ヲuトスレハ

$$u=\frac{xy}{2}=\frac{2r(x-r)(x^2-2rx+2r^2)}{(x-2r)^2}$$

之レヲ微分シ一次微係數ヲ零ニ等シトスレハ

$$x^3-6rx^2+8r^2x-4r^3=0$$

三次方程式ノ法ニ從ヒ其根ヲ求ムレハ

$$x=r\left(2+\left(2+\frac{2}{9}\sqrt{33}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(2-\frac{2}{9}\sqrt{33}\right)^{\frac{1}{3}}\right)$$ rノ價ヲ一トスレハ

即チ答式ノ如シ

十九

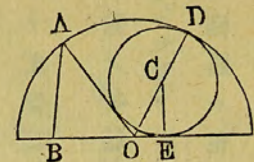
第十七號七套ノ三　　　　同

次圖BOハa. AOハr. CEハx. AOE角ハθ. BAO角ハϕトス

ABO三角形ニ於テ $\angle ABO=\angle AOE-\angle BAO=\theta-\phi$

$\sin(\theta-\phi):\sin\phi::r:a$ 之レヲ解キ變化スレハ

$$\tan\phi=\frac{a\sin\theta}{r+a\cos\theta}$$ 微分シテϕノ多極ナルθヲ求ムレ



ハ $\cos\theta=-\frac{a}{r}$

又之レヲ變化スレハ $\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{a+r}{2r}}$

又圖ニ依テ $x=(r-x)\sin\frac{\theta}{2}=(r-x)\sqrt{\frac{a+r}{2r}}$

故ニ $$x=\frac{r\sqrt{\frac{a+r}{2r}}}{1+\sqrt{\frac{a+r}{2r}}}=\frac{r}{\sqrt{\frac{2r}{a+r}}+1}.$$

而シテ $$2x=\frac{r}{\sqrt{\frac{r}{2(a+r)}}+\frac{1}{2}}$$ ナリ

又本題ノ如キハ微分法ヲ用ヒザルモ亦其多極ヲ知ルヲ得ベシ其法先ツBO二點ヲ經過シAD圓周ニ觸ル、ノ中圓ヲ畫キAヲ以テ其觸點トスレハ半圓周中ノ他ノ諸點ハ皆中

圓ノ外ニ在ルベシ故ニ其觸點ニ於テ成セル角ハ即チ最大角ナリ而シテ半圓ト中圓トハ相觸ルヽヲ以テ中圓ハ必ス觸點ノ半徑AOヲ以テ其直徑トスベシ故ニABO角ハ必ス直角ナリ之ニ因テ $\frac{BO}{AO} = \frac{a}{r} = \cos AOB = \cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$ ヲ得其他前解式ノ如シ

二十

第十九號五套ノ三(投書)

俊之助男　樽　武　松解

十三年七ヶ月

橢圓ノ半短徑ヲbトスレバ橢圓ノ公式ハ

$a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ 〔1〕

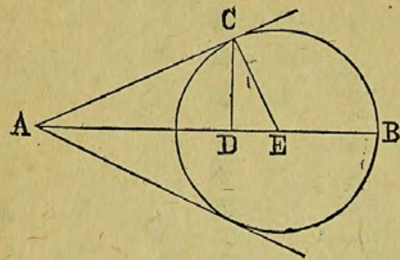
又橢圓ニ正方形ヲ容レバ $x = y$ ナルガ故ニ〔1〕ヲ變ス

$a^2b^2 = x^2(a^2+b^2)$ 又 $2x$ ハ正方形ノ邊ニシテ $2b$ ハ容圓ノ中徑ニ等シ故ニ $4x^2 = \pi b^2$ 〔2〕 以上二式ヲ以テ x ヲ省クキハ $4a^2 - \pi a^2 = \pi b^2$ ∴ $b = a\sqrt{\frac{3-\pi}{\pi}}$

二十一

第二十號三套ノ十五

肝付兼行解



$AB = a$　$\angle CEA = \theta$

$CE = EB = r$　$CD = y$

$DB = x$ ト定ム然ルキ

$y = r\sin\theta$

$x = r(1+\cos\theta)$ 〔1〕

又 $a - r = r\sec\theta = \frac{r}{\cos\theta}$ 〔2〕 ナルガ故ニ

$\cos\theta = \frac{r}{a-r}$ 〔3〕

因テ此三式ニ依リ二式ノ $\cos\phi$ ヲ轉換シ r ヲ求ムレハ

$r=\frac{ax}{a+x}$ 故ニ $x=\frac{ax}{a+x}(1+\cos\phi)=a\cos\phi$

又 $y=\frac{ax}{a+x}\sin\phi=\frac{a^2\cos\phi}{a(1+\cos\phi)}\sin\phi=\frac{a\sin\phi\cos\phi}{1+\cos\phi}$

今此曲線ノ平面ニ積ヲ求メント欲シ之ヲAト命ス即チ公式ニ因リ

$$A=2\int ydx=2\int_{\frac{1}{2}\pi}^{0}\frac{-a^2\cos\phi\sin^2\phi}{(1+\cos\phi)}d\phi=a\int_{\frac{1}{2}\pi}^{0}(1+\cos.2\phi-2\cos\phi);\ d\phi=2a^2\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$$

但 $\frac{-\cos\phi\sin^2\phi}{(1+\cos\phi)}=\frac{-\cos\phi(1+\cos\phi)(1-\cos\phi)}{(1+\cos\phi)}=\cos^2\phi-\cos\phi=\frac{1}{2}(1+\cos2\phi-2\cos\phi)$ ナレバナリ

第三套

設問

一 （寄書） 樽　武松

拋物線面アリ其高四分ノ一ノ所ニ縦線ヲ引キ此面ヲ分界スレハ總積ノ八分ノ一ニ等シト云フ其證如何

二

球アリ其中徑ヲ分ツテ二圓ノ中徑トナス如ク不等二圓ヲ穿去シ殘實積ヲsトシ穿去內面積ヲsトスレハ球中徑ハ$\frac{s}{\sqrt[3]{36s}}$ニシテ穿去外面積ハsニ等シト云其起原如何

本題ハ社員タリシ古岩田好算翁ノ題ナリ世間流布セサル故ニ茲ニ記載ス

三 樽　俊之助

半圓ノ內ニ如圖不等ノ三正方形ヲ充容スルアリ其最大方形ノ積ハ他二方形積ノ和ニ等シト云其證如何

四　同

圓內拋物線ヲ界シ內ニ等圓二個ヲ充容ス若シ外圓半徑ヲRトシ內圓半徑ヲrトセバ等圓半徑ガハ如何

五　大村一秀

三十九号

ABCナル不等邊三角形內ニ充容スル圓心ヨリ各角點ノ距線$a.\ b.\ c$以テ容圓半徑Rヲ求ムル式左ノ如シ

$$\frac{3}{a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2}=n.\qquad a^2b^2c^2n^{\frac{1}{2}}=\cos\theta.$$ トスレハ

$$R=\frac{1}{2}abc\sqrt{n}\sec\frac{1}{3}\theta$$ 其起原如何

六　中川將行

垂直ニ鈎リ下ケタル滑環アリ其最下點ハR. PR弧ノ弦長ハ五十リ、今甲丸P點ヨリ下行シ環ノ最下點ナル同一質ノ乙丸ニ撞着シ之ヲシテ上行シQ點ニ達セシメタリ而シテQR弧ノ弦長ハ三十リト云フ丸ノ彈力ノ指數如何

七　同

P點ニ於テ凹圓ニ觸レ中心ヲ中央徑中ニ占ムル圓アリ其半徑ノ長サ及ヒ中心ノ所在如何但シ凹圓ノ中央徑ハ$4r$. P點ノ極軸ハr及ヒ$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$ナリ。

八　伊藤直温

半圓ノ全徑上ニ無數ノ垂線ヲ作リ周ニ達セシメ其交點ヲ中心トシ其垂線ヲ半徑トシテ圓ヲ畫クトキハ其交跡線ハ如何

九　　　　　肝付兼行

圖ノ如ク二個ノ等圓轉軏線（該等圓半徑ヲrトス以下皆準之）ヲ相反シテ交ヘ其兩交點及ヒ兩凹突ヲ角點トシテ菱形ヲ畫クアリ該黒積最大ナルトキハ該形ノ長徑ハ $\frac{3r(2+\sqrt{7})}{2}$ ナリト云フ其然ル所以ヲ證セヨ

十　　　　　同

圖ノ如ク二個ノ等圓轉軏線ヲ相反シテ交ヘ該凹突互ヒニ他者ノ周ニ接ス其內ヘ直形ヲ容ル、アリ該形ノ積最大ナルトキハ其長邊ハ $\frac{r(26\sqrt{5}+50)^{\frac{1}{2}}}{4}$ 其短邊ハ $\frac{r(1+4\sqrt{5})}{4}$ ナリト云フ其證明ヲ望ム

十一　　　　同

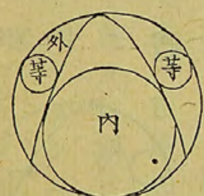
等圓轉軏線ノ横徑ニ其長 $4a$ ノ者ハ該凹突ニ其中心ヲ接スル者ノ外倚一アリ該二徑ノ相隔タル距離如何

十二　　　　大村一秀

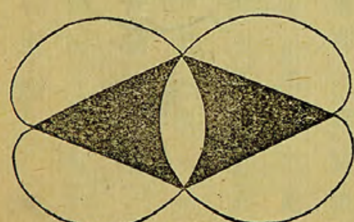
圓內ニ拋物線ヲ畫キ其隙ヘ極大ノ三等圓ヲ容ルトキハ外圓半徑五分一ハ等圓半經ナリ其證如何

第三圖

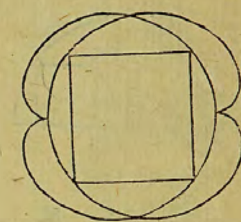
第四圖



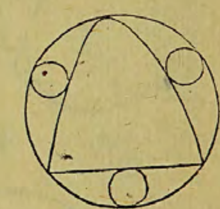
第九圖



第十圖



第十二圖



第四套

投書

荒川幷好算ノ二氏ニ告ク

曾テ一學生アリ東京數學會社雜誌ノ問題ノ解ヲ余ニ乞フ余之ヲ解說スル數件適々同誌第九號七套ノ六ヲ解スルニ方リ余ノ疎漏ナルヤ該題ヲ認メテ正方形內ニ畫ケル累級ニ數方形ノ積ヲ平均スルモノトナシ之ヲ解セリ乃チ其學生ニ告テ曰ク該題ハ題者若數ヲ誤リシナランヨ且ツ積分ヲ用ヒストモ解シ得ベキモノナリト己ニシテ同誌二十四號好算ノ名ニテ亦タ此ト一般ナル解式ヲ掲載セリ然ルニ二十五號ニ於テ出題者荒川氏前解ノ誤ナルヲ辨駁セラレシニ因リ好算氏ハ別ニ高論アルニモセヨ余ハ前解ノ牽强附會ナルヲ悟リ竊カニ慙愧ニ耐ヘス而シテ又好算ノ名ニテ此解ヲ投セシ其人ヲシテ万一ニモ余ニ質問セシ前ノ學生ナラシメハ余ハ其學生ニ謝スルニ余カ誤謬ヲ君ニ傳ヘ併セテ君ヲシテ漫ニ速了ノ解ヲ出サシムルハ全ク余ノ罪ニシテ君ノ過失ニアラサルノ一言ヲ以テセザルヲ得ス何レニモセヨ余カ陰ニ荒川氏ノ題ヲ誤リアリト斷言シ頗ル德義上ニ於テ譏

誘ノ罪ヲ免レザルガ故ニ此ニ一言ヲ呈シ以テ荒川氏ニ謝ス

上野清再拜

○樽俊之助君ニ質ス　伊藤直温

君ハ本誌第二十五號第三套ノ五題ニ就テ第十二號第七套ノ二ヲ論シ前題ノ如キハ「トゞホントル」氏微分學ヨリ譯出スルモノニシテ該書名ヲ記セザルハ蓋シ譯者自ラ一家ノ卓見ナルヘシト云ハレタリ君ハ何ノ明察アリテカ又何ノ明證アリテカ斯クハ明言セラレタルヤ該題ノ如キハ固ヨリ一個ノ淺題敢テ論スルニ足ラスト雖モ是レ予カ自ラ作ル所ニシテ決シテ譯出ニアラス抑モ君ハ何ヲ以テ斯ク論セラレタルヤ凡ソ自設ノ題ト雖モ尋常ノモノナリセハ時トシテハ既ニ洋書ニ出ツルモノアリ知ラハ捨ルモ尚得ベシ知ラサレハ則チ之レヲ如何ンセン博覽多通ノ人ニアラサルヨリハ焉ソ能ク之レヲ暗記スルヲ得ヘケンヤ若シ尚之レヲ目シテ單ニ譯出ナリトセラレナハ是レ幾ント出題スル能ハサルガ如シ何ントナレハ自ラ新題ナリト信スルモ亦如何ナル書アリテ既ニ之レヲ載スルモノアリヤ未タ知ル可ラサレハナリ予輩ハ今此ノ如ク論シ來ルト雖モ未タ該書中該題ノアル所ヲ知ラス乞フ之レヲ明示セラレンヿヲ

第二十五號答式

第五套

（五）$q^2-P^2=m$ $4P^2q^2-m^2=n$ トスレバ $r=P\left\{\frac{1}{2}-\frac{q^2}{n}\left(m-\frac{2}{3}\sqrt{(17m^2-32P^2q^2)}\right)\right\}$

（六）曲線長 $4\sqrt{2}r$ 面積 $2r^2\left(1+\frac{\pi}{4}\right)$

（七）左徑 $=F$ 右徑 $=F_1$ 中徑 $=M$ 圓柱徑 $=D$

錘重 $=x$ ト定ムレバ

$$x=\frac{\pi}{24a}\left\{b^2W_1(M^2+2F_1^2)-a^2W(M^2+2F^2-3D^2)\right\}$$

（八）

$$\frac{3h^2-6bh+3b^2-3ch+3bc+c^2}{3(2h-2b-c)}=g$$

$$\frac{3a'(5a^2+5b^2-4ab)}{5(4a^2+4b^2-3ab)}=g'$$

ト定テ球缺曲面ヨリ合躰ノ重心ニ至ルノ距ヲGト定ムレバ左式ヲ得ベシ

$$G=\frac{M.g'+N(b+g)}{M+N}$$

（十）杆ノ位置垂直若クハ水平ナリ

（十一）二

（十二）$\frac{8a}{5+\sqrt{2}}$

（十三）$\frac{8a}{6+\sqrt{3}}$

（十四）等圓半徑ハ $4a\cos^3\frac{1}{3}\phi\sin\frac{1}{3}\phi\sec^2\frac{1}{2}\varphi\sin\frac{\pi}{4}$

$$\phi=\cot^{-1}\frac{3\pi+2(18\pi^2-24\pi\sqrt{2}+32)^{\frac{1}{2}}}{3\pi-4\sqrt{3}}$$

$$\varphi=\cos^{-1}\sin\phi\sin\frac{\pi}{4}$$

（十五）$2a\sqrt{6}$

正誤

第二十五號第十五葉裏第二行直○野ハ眞野ノ誤
同第十八葉表第四行水平線ノ下ノス○ハニノ誤リ同第六行凹實○ハ凹突ノ誤リ
同第三套ノ九ハ余今ヲ距ルコ二十有余年前算法淺述ヲ著シ該書中ニ載スル處ニシテ題ノ不足ヲ補ハント茲ニ再記セシニ豈計ランヤ本誌第十一號七套ノ六ニ類似ス粗忽モ又甚シ其罪免カレ難シト雖モ過テ改ムルニ憚ル勿レ依テ茲ニ取消シ貴重ノ雜誌數行ヲ費スヲ謝ス　題者敬白

第十號正誤
第四套ノ七弧三角形ノ二邊共ニ三分一トアルハ三○分○二○ノ誤リ○第八套ノ六本題ヲ改メテ「横軸中ノ二定點ヨリ、一曲線ノ一切線ニ至ル二縱線ノ相乘積ハ不易ナリト云フ問フ此曲線式如何」トナスベシ

第二十號正誤
第十八葉ノ表、力學ノ答式第一ハ左式ノ如ク改ムベシ

$$\emptyset = cst^{-1}\left\{\frac{W}{W'}\cos(A\pm B)\operatorname{cosec}A\sec B\mp\tan B\right\}$$

追加
第二十三號三套ノ十一ノ答　直線又ハ $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$

入社
小澤兼藏　近藤眞琴

○

投書ハ新聞原稿ノ例ニ倣ヒ本名住所御認メ本郷區駒込蓬萊町四十四番地中村元愿方松平宗次郎宛御差出シノ事

社長　柳猶悦
編輯印刷　大村一秀
東京芝區柴井町　松井忠兵衛
同日本橋區本町三丁目　清水卯三郎
賣捌所

定時刊行
明治十三年八月二十日

東京數學會社雜誌

第二十七號

一本社ノ大意ハ社則ニ依テ知ル可シ
一本號ノ諸問題ハ社員ヨリ蒐輯スル所ニシテ其答式ハ必ス次号ニ記載シ解義ハ投寄ニ隨テ記載スベシ
一社外ト雖モ投書スルヲ得然レ𪜈變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セズ
一凡ソ掲載セル問題、論説、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スベシ
一諸名義譯例等ハ漸次ニ改正ス可シ
一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ京橋區日吉町七番地共存同衆館ニ於テス
一入社セント欲スル者ハ社則ニ隨フ可シ

明治十三年八月

東京數學會社

東京數學會社雜誌第二十七號

第一套
問題解義

一

第一號一套ノ一　∴中川將行解

山頂ニ於テ風雨針ヲ見タル㕝ハ山腹ニ於テ見タル㕝ヨリ八寸三低シ、然ルニ山腹ト山麓トノ差四寸一五ナレバ山麓ト山頂トノ差ハ八寸三ト四寸一五ノ和即チ十二寸四五ナリ又風雨針ハ千尺毎ニ一寸下ルノ割合ナルヲ以テ左ノ比例式ヲナスナリ

$1尺 : 12.45 :: 1000尺 : x$　　$x = 12450尺$

故ニ富嶽ノ高サハ水面上一万二千四百五十尺ナリ

解者按スルニ風雨針ハ高サト正比例ヲナシテ昇降スルモノニ非ス故ニ風雨針ノ性質ヨリ論スレハ本題ハ正キモノニ非ス

二

第一號一套ノ二　　　同

乙陸行五里ニ費ス時間ヲ甲陸行十里ニ費ス時間ヨリ減スレバ乙舟行ノ時間トナル以テ乙舟行ノ時間四里ヲ除スレバ答ヲ得ルナリ其算法左ノ如シ

乙ノ速力ハ二里ナレバ其陸行ノ五里ニ費ス時間ハ二分ノ五時ナリ○又甲ノ速力ハ二里拾貳町即チ三分ノ七里ナレバ其陸行ノ十里ニ費ス時間ハ七分ノ三十里ナリ○今七分ノ三十里ヨリ二分ノ五里ヲ減スレバ十四分ノ二十五里トナル即乙舟行ニ費ス所ノ時間ナリ因テ十四分ノ二十五里ヲ以テ乙舟行ノ里數四里ヲ除スレハ二里二十五分ノ六トナルヲ以テ答トス

三

第一號一套ノ三　　　同

横行ノ速力ハ$(1+\frac{1}{2})\times 4$里$=2$里ナリ然ルニ四時間ニシテ對岸ニ達ストアレバ河幅ハ八里ナルヿ明カナリ又斜行ノ速力ハ$(1+\frac{1}{4})\times 4$里$=5$里ナリ然ルニ二時間ニシテ對岸ニ達ストアレバ其距離十里ナリ因テ十ノ自乘ヨリ八ノ自乘ヲ減シ平方ニ開キ六里ヲ得テ答トナス

四

第一號二套ノ六　　　土屋温齋解

xヲ算數梁ノ二級トシyヲ幾何梁ノ二級トス又zヲ稍差梁ノ二級トスレバ左ノ如シ

$x = P+d$，又 $x = Q-d$，$\therefore\ 2x = P+Q$　(1)

$y = rP$　又 $y = \dfrac{Q}{r}$　$\therefore\ y^2 = PQ$　因テ $y = \sqrt{PQ}$　(2)

$P : Q :: P-z : z-Q$　$\therefore\ PQ - Qz = Pz - PQ$

$2PQ = (P+Q)z$　$\therefore\ z = \dfrac{2PQ}{P+Q}$　(3)　是ニ於テ(1)(2)(3)ヲ連乘スレハ　$2xyz = (P+Q)\cdot\sqrt{PQ}\cdot\dfrac{2PQ}{P+Q}$　二分シテ解キ

$xyz = PQ\sqrt{PQ} = (PQ)^{\frac{3}{2}}$

五

第一號二套ノ七　中川將行解

題意ヲ按シ三角形ヲ二種ニ分ツ○第一種ハ二角點ヲ假點ニシ一角點ヲ原點ニス、又第二種ハ二角點ヲ原點ニシ一角點ヲ假點トス○故ニ第一種ノ數ハ $\dfrac{10.9}{1.2}\times 5 = 225$

第二種ノ數ハ $\dfrac{5.4}{1.2}\times 14 = 100$

兩種相合スレハ三百二十五個トナル

六

第一號二套ノ八　同

$(1+y)^m$ ヲ解ケバ y^r ノ系數ハ $\dfrac{m!}{r!\,(m-r)!}$ ナリ

$y = x^2$，$m = 2n$．トスレハ $(1+y)^m = (1+x^2)^{2n}$

$y^r = x^{2r}$ トナル故ニ x^{2r} ノ系數ハ $\dfrac{(2n)!}{r!\,(2n-r)!}$ ナリ然ルニ

$x^{2n}\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)^{2n} = \dfrac{1}{x^{2n}}(1+x^2)^{2n}$ ナレバ $\dfrac{(2n)!}{r!\,(2n-r)!}$ ハ此式ノ

x^{2r-2n} ノ系數ニ等シ、今 $2r-2n=2p$ トスレバ
$r=n+p$ トナル故ニ x^{2r} ノ系數ハ $\frac{\lfloor 2n}{\lfloor r\,\lfloor 2n-r}=\frac{\lfloor 2n}{\lfloor n+p\,\lfloor n-p}$
ナリ

七

第一號二套ノ十　磯野健解

先ツRヲ一ケ年貸金一圓ノ元利トスレハ $R=1+\frac{a}{100}$ ニシテ元金Aヲ以テ一ケ年ノ元利ヲ算スル片ハ $AR=A(1+\frac{a}{100})$ ナリ故ニ二ケ年ニ於テハ、$AR^2=A(1+\frac{a}{100})^2$ ニシテ逐次Rノ乘數ヲ増加スレハ則チ幾年ノ元利ヲ算スベキ者ナリ今若干年數ヲ n トシ其元利總和ヲ x トスレハ $x=AR^n=A(1+\frac{a}{100})^n$ ナリ然ルニ n 年數ノ利金ノミハ $A\left((1+\frac{a}{100})^n-1\right)$ ナルガ故ニ題意ニ依テ $A(1+\frac{a}{100})^n=mA\left((1+\frac{a}{100})^n-1\right)$ 故ニ $(1+\frac{a}{100})^n=\frac{m}{m-1}$

$$\therefore n=\frac{\log\frac{m}{m-1}}{\log(1+\frac{a}{100})}$$ ナルベシ

答式ニ $\frac{m}{m-1}$ ヲ $\frac{m-1}{m}$ ト記セシ故正誤ス

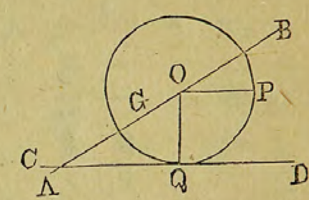
八

第一號三套ノ一　中川將行解

AB. CDヲ二線、Pヲ一點トス、但シPハABニ近クCDニ遠キモノトス

AB中ニ中心ヲ有シPヲ經過シCDニ觸ル、圓ヲ画ケバ其中心ハ求ムル所ノ點ナリ

九

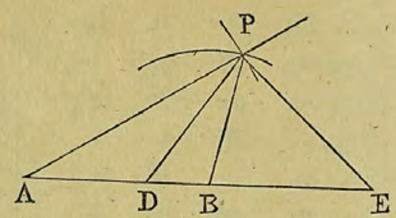


若シO點ヲ動シテ少クBノ方ニ近倚ラシムレバ圓ハCDニ達セズ又OヲAノ方ニ近倚ラシメテGニアラシムレバ圓ハCDヲ切ルベシ其交點ヲRト名クレバGR=GPナリ然レドモGP>OPナレバ最小ナラズ

第一號三套ノ六　同

A.Bハ二點ナリABヲ引キ之ヲ三分シAD=2.DBトシ、Bヲ中心トシBDヨリ長キ半徑ヲ以テ圈ヲ画シ又Aヲ中心トシ前半徑ニ二倍ノ半徑ヲ以テ圈ヲ画シ二圈ノ交點ヲPトスABヲ延シテEニ至リAE:BE::AD:DBトス（即チAB=BEトス）故ニPEハAPBノ外角ヲ二等分ス又AP:PB::AD:DBナレバPDハAPB角ヲ二分ス故ニDPEハ直角ナリ、故ニBP.APノ長サヲ如何ニ變スルトモP點ハDEヲ直徑トシテ画キタル圈周ヲ離ルヽコナシ、因テP點ハ圈周ヲ轉スルコヲ知ル

十



第二號四套ノ一及二　肝付兼行解

$$b=\frac{a\sin B}{\sin A}\qquad c=\frac{a\sin C}{\sin A}\qquad \therefore\ b\pm c=\frac{a(\sin B\pm\sin C)}{\sin A}$$

$\therefore\ b+c=\dfrac{a\cos\frac{1}{2}(B-C)}{\sin\frac{1}{2}A}$ 〔1〕　$b-c=\dfrac{a\sin\frac{1}{2}(B-C)}{\cos\frac{1}{2}A}$ 〔2〕

$\frac{1}{2}(B-C)=\phi$ トス　$\therefore\ b=\dfrac{a\cos(\frac{1}{2}A-\phi)}{\sin A}$

$c=\dfrac{a\cos(\frac{1}{2}A+\phi)}{\sin A}$

如何トナレハbハ一式二式ノ半和ナルベク又cハ同半差ナルベケレバナリ

但シ第一題ニ於テϕヲ求ムル時ハ $\phi=\cos^{-1}\dfrac{(b+c)\sin\frac{1}{2}A}{a}$ ニ準ルベシ○又第二題ニ於テϕヲ求ムル時ハ

$\phi=\sin^{-1}\dfrac{(b-c)\sin\frac{1}{2}A}{a}$ ニ準ルベシ

十一

第一號四套ノ三　同

$a+b=n$　$\therefore\ b=n-a$ 〔1〕　$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

一式ニ因テbヲ轉置シ左節ヲaノミニナセバ

$a=\dfrac{n^2-c^2}{2(n-c\cos B)}=\dfrac{(n+c)(n-c)}{2n(1-\frac{c}{n}\cos B)}$

$\frac{c}{n}\cos B=\cos\phi$ 〔A〕 ト定ム

$\therefore\ a=\dfrac{(n+c)(n-c)}{4n\sin^2\frac{1}{2}\phi}$　$\because\ 1-\cos\phi=2\sin^2\frac{1}{2}\phi$

十二

第一號四套ノ四　同

$a-b=n$　$\therefore\ b=a-n$　前解ト同理ニ因リ

數學會雜誌　第三十七號

$a = \frac{c^2-n^2}{2(n+c\cos B)} = \frac{(c+n)(c-n)}{2n(1+\frac{c}{n}\cos B)} = \frac{(c+n)(c-n)}{4n\cos^2\frac{1}{2}\varnothing}$

但シ前解ノ〔A〕式ヲ用ユ而シテ ∴ $1+\cos\varnothing = 2\cos^2\frac{1}{2}A$

十三

第一號四套ノ五　　同

$a^2 = b^2+c^2-2bc\cos A = (b-c)^2+4bc\sin^2\frac{1}{2}A$

∵ $\cos A = 1-2\sin^2\frac{1}{2}A$　∴ $a = \left(1+\frac{4bc\sin^2\frac{1}{2}A}{(b-c)^2}\right)^{\frac{1}{2}}(b-c)$

$\frac{2\sin\frac{1}{2}A\sqrt{bc}}{(b-c)} = \tan\varnothing$ トセバ $a = \sec\varnothing(b-c)$　〔a〕

垂線 $p = c\sin B = \frac{bc\sin A}{a}$　〔a〕式ニ因リaヲ轉置ナセバ

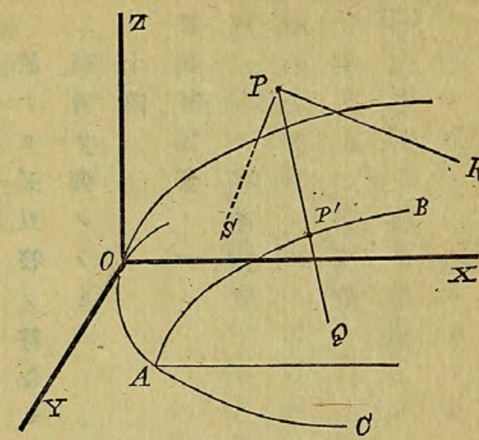
〃 $= \frac{bc\sin A}{(b-c)\sec\varnothing}$

解者謹テ題者ニ白ス一、二及三ノ貴答ニ符合セザルハ鄙答ノ稍簡ナルヲ覺ユルニ付キ不敬ヲ顧ミズ改メタルガ故ナリ又五答ノ符合セザルハ恐ラク貴答ノ誤ナラン倘高考ヲ仰クノミ

十四

第四號四套ノ一　　岡本則錄解

圖ノ如クAB拋物線アリテ其線ノ平面ハ恒ニ直角三軸ノZX軸面ト並行ヲナシ其頂點Aハ恒ニOC拋物線（此拋物線ハXY軸面ニ在リ其頂點ハO其軸徑ハOXナリ）ト相親ミ其軸徑ハOXト並行シ而テ移動スレハ一曲面ヲ成スコレ所謂ル「エルリプチック、パラボロイド」ナリ今私ニ此ヲ橢圓規拋物線曲面ト譯ス



OC拋物線ノ通徑ヲ p ト命シAB拋物線ノ通徑ヲ p' ト命スレハ此曲面ノ方程式ハ立体(ソリツド、)幾何學(ゼオメトリー)ニ依テ

$$\frac{y^2}{p}+\frac{z^2}{p'}=x.$$

今 $\frac{2}{p}=a$ 及ヒ $\frac{2}{p'}=b$ ト命スレハ前式化シテ

$$ay^2+bz^2-2x=0 \quad 〔1〕$$

又PQ. PR. PSハPニ於テ互ニ直角ニ相遇ヒ且ツ倶ニ曲面ニ相切スル三直線ト為シ就中PQト曲面ト相切スル處ヲP'ト為シPノ横縦高線(コーヲルヂネート)ヲ $x.$ $y.$ z ト命シP'ノ横縦高線ヲ $x_1.$ $y_1.$ z_1 ト命ズレハP'ハ素ヨリ曲面ノ一點タルカ故ニ

$$ay_1^2+bz_1^2-2x_1=0 \quad 〔2〕$$

又P'點ヲ過クル一直線PQノ三方向餘弦(ダイレクシヨン、コーサイン)ヲ $l_1.$ $m_1.$ n_1 ト命スレハPQノ方程式ハ立体幾何學ニ依テ

$$\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1} \quad 〔3〕$$

任何曲面ノ任一點ニ於ケル切線ノ公方程式ヲ擧クレハ

$$(x-a')\frac{dF}{dx}+(y-b')\frac{dF}{dy}+(z-c')\frac{dF}{dz}=0 \quad 〔4〕$$

此式中 $a'.$ $b'.$ c' ハ其切點ノ横縦高線ナリFハ其曲面ノ方程式ナリ

此題ニ在テハ $F = ay^2+bz^2 = 2x$ ナル故ニ此

故ニ(4)ニ依テ

$$\frac{dF}{dx} = -2,\quad \frac{dF}{dy} = 2ay,\quad \frac{dF}{dz} = 2bz,$$ ナリ此

$$-(x-x_1)+(y-y_1)ay_1+(z-z_1)bz_1 = 0 \qquad (5)$$

ヲ得ル之レ即チP'點ニ於ケル切線ノ方程式ナリ

又(3)ニ依テ

$$y_1 = y - \frac{m_1}{l_1}(x-x_1),\qquad z_1 = z - \frac{n_1}{l_1}(x-x_1)$$

ヲ得ル以テ(2)並ニ(5)ニ代入スレハ次ノ兩式ヲ得ル

$$ay^2-2ay\frac{m_1}{l_1}(x-x_1)+a\frac{m_1^2}{l_1^2}(x-x_1)^2+bz^2-2bz\frac{n_1}{l_1}(x-x_1)+b\frac{n_1^2}{l_1^2}(x-x_1)^2 = 2x_1$$

$$ay^2-a\frac{m_1}{l_1}-ay\frac{m_1}{l_1}(x-x_1)+bz^2-bz\frac{n_1}{l_1}(x-x_1) = x+x_1 \qquad (6)$$

此兩式ヲ相減スル後括リテ $x-x_1$ ヲ約除スレハ

$$ay\frac{m_1}{l_1}-a\frac{m_1^2}{l_1^2}(x-x_1)+bz\frac{n_1}{l_1}-b\frac{n_1^2}{l_1^2}(x-x_1) = 1$$

即チ $al_1m_1y+bl_1n_1z-l_1^2 = (am_1^2+bn_1^2)(x-x_1)$

此故ニ $x-x_1 = \dfrac{al_1m_1y+bl_1n_1z-l_1^2}{am_1^2+bn_1^2}$ ヲ得ル以テ(6)式ヲ變スレハ遂ニ次式ヲ得ル

$$ab(m_1z-n_1y)^2-2x(am_1^2+bn_1^2)+2l(am_1y+bn_1z)-l^2 = 0$$

是レ乃チ任一點P(其横縦高線ハ $x.y.z$ ナル者)ヨリ楕圓規拋物線曲面ニ引ケル一切線ノ三方向餘弦ノ連属ヲ示ス方程式ナリ

第二線PRノ三方向餘弦ヲl_2. m_2. n_2ト命シ第三線PSノ三方向餘弦ヲl_3. m_3. n_3ト命スレハ上式ノ理ニ依テ

$$ab(m_2z-n_2y)^2-2x(am_2^2+bn_2^2)+2l_2(am_2y+bn_2z)-l_2^2=0$$

$$ab(m_3z-n_3y)^2-2x(am_3^2+bn_3^2)+2l_3(am_3y+bn_3z)-l_3^2=0$$

ヲ得ル○以上三式ノ括弧ヲ盡ク開散スル後相合シテ宜ク括レハ次式ヲ生ス

$$abz^2(m_1^2+m_2^2+m_3^2)-2abyz(m_1n_1+m_2n_2+m_3n_3)+aby^2(n_1^2+n_2^2+n_3^2)$$
$$-2ax(m_1^2+m_2^2+m_3^2)-2bx(n_1^2+n_2^2+n_3^2)+2ay(l_1m_1+l_2m_2+l_3m_3)+$$
$$2by(l_1n_1+l_2n_2+l_3n_3)-(l_1^2+l_2^2+l_3^2)=0 \quad 〔7〕$$

次ニPQ.PR.PS三直線ヲ互ニ直角ニ相遇ハシムル預定方程式（エクウエーション、オフ、コンヂシヨン）ヲ求ムレハ立体幾何學ニ依テ

$$l_1l_2+m_1m_2+n_1n_2=0 \quad 〔8〕$$

$$l_2l_3+m_2m_3+n_2n_3=0 \quad 〔9〕$$

$$l_1l_3+m_1m_3+n_1n_3=0 \quad 〔10〕$$

而テ此各三方向餘弦ノ連屬ヲ示ス方程式ハ

$$l_1^2+m_1^2+n_1^2=1,\qquad l_2^2+m_2^2+n_2^2=1,$$
$$l_3^2+m_3^2+n_3^2=1,$$

此三式ト〔8〕〔9〕〔10〕三式トヲ並用スレハ次ノ六式ヲ生ス

$$m_1n_1+m_2n_2+m_3n_3=0,\qquad l_1m_1+l_2m_2+l_3m_3=0,$$
$$l_1n_1+l_2n_2+l_3n_3=0,\qquad l_1^2+l_2^2+l_3^2=1,$$
$$m_1^2+m_2^2+m_3^2=1,\qquad n_1^2+n_2^2+n_3^2=1,$$

此六式ヲ以テ前〔7〕ノ各項ヲ化スレハ

$$abz^2+aby^2-2ax-2bx-1=0$$ ヲ得ル

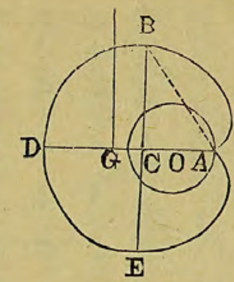
按スルニ此ハ一抛物線其軸徑ヲ繞リ旋轉一周シテ成セル

曲面即チ抛物線曲面(パラボロイド)ノ方程式ナリ由テP點移動シテ成ス所ノ曲面ハ抛物線曲面ナルヿ必セリ

十五

第五號五套ノ七

伊藤直温解



上圖等圓轉軌線ABDEニ於テ定圓ノ半徑AOヲrトシOヲ原點トスレハ其式左ノ如シ

$$x = r(1+2\cos\theta-2\cos^2\theta) \quad (1)$$

$$y = 2r\sin\theta(1-\cos\theta) \quad (2)$$

横截ノ面積最大ナル𬼀ハ其半徑yモ又必ス最大ナリ故ニ

$$\frac{dy}{d\theta} = 2r\{\cos\theta(1-\cos\theta)+\sin^2\theta\} = 0$$

故ニ $(1-\cos\theta)\{\cos\theta+(1+\cos\theta)\}=0$ $\therefore \cos\theta = -\frac{1}{2}$,

$\theta = \frac{2\pi}{3}$ 而シテ若シBCヲ以テ最大ナルモノトスレハ(1)式ヨリ $OC = r\left(1-\frac{2}{2}-\frac{2}{4}\right) = -\frac{r}{2}$ ヲ得茲ニ於テ原點ヲCニ移セハxハ變スルガ爲メニ(1)式ハ又變スルヿ次ノ如シ

$$x = \frac{r}{2}(3+4\cos\theta-4\cos^2\theta) \quad (3)$$

今BDEナル体ヲ眞横ニ鉤ランニハ其鉤絲ノ線必ス体ノ重心點ヲ經過セサル可ラスGヲ以テ重心トスレハCGハ即チ求ムル所ノ相距ナリ而シテ之レヲ求ムルノ公式ハ $\frac{\int \pi xy^2 dx}{\int \pi y^2 dx}$ ニシテ此分母子ヲ各自ニ積分スレハ $\int \pi xy^2 dx =$

$$\pi\int\frac{r}{2}(3+4\cos\theta-4\cos^2\theta)\times 4r^2\sin^2\theta(1-\cos\theta)^2\times -2\sin\theta(1-2\cos\theta)d\theta$$

$$= 4\pi r^4\int -\sin\theta(3-8\cos\theta-8\cos^2\theta+38\cos^3\theta-23\cos^4\theta-22\cos^5\theta+28\cos^6\theta$$

$$-8\cos^7\theta)d\theta = 4\pi r^4\left[3\cos\theta-4\cos^2\theta-\frac{8\cos^3\theta}{3}+\frac{19\cos^4\theta}{2}-\frac{23\cos^5\theta}{5}\right.$$

$$\left.-\frac{11\cos^6\theta}{3}+4\cos^7\theta-\cos^8\theta\right].$$

$$\int\pi y^2dx = \pi\int 4r^2\sin^2\theta(1-\cos\theta)^2\times -2r\sin\theta(1-2\cos\theta)d\theta =$$

$$8\pi r^3\int -\sin\theta(1-4\cos\theta+4\cos^2\theta+2\cos^3\theta-5\cos^4\theta+2\cos^5\theta)d\theta =$$

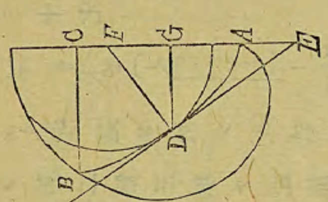
$$8\pi r^3\left[\cos\theta-2\cos^2\theta+\frac{4\cos^3\theta}{3}+\frac{\cos^4\theta}{2}-\cos^5\theta+\frac{\cos^6\theta}{3}\right]$$

故ニ $CG = \dfrac{\int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi}\pi xy^2dx}{\int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi}\pi y^2dx} = \dfrac{-\dfrac{10067\pi r^4}{960}}{\dfrac{269\pi r^3}{24}} = -\dfrac{10067r}{10760}$

ニシテ負號ナルハ原點ノ左方ニ在レハナリ

十六

第六號五套ノ二　　大村一秀解



四圓中軸徑ヲ$4r$容圓徑ヲDト抛物線ノ面積ヲA通徑ヲ$4a$トシ而シテBACナル角ヲθトス又AC BCハ該縱橫線ナルヲ以テ之ヲx及ヒyト命ス乃チ $x=2r(1+\cos\theta)\cos\theta$

$y = 2r(1+\cos\theta)\sin\theta$ 而シテ抛物線ノ面積ハ $\frac{2}{3}xy$ ナル故ニ $A = \frac{2r^2}{3}(1+\cos\theta)^2\sin\theta\cos\theta$ 此最大積ヲ探ランカ爲メ微分シテ $\frac{dA}{d\theta} = o$ トナセハ $1+2\cos\theta-4\cos^2\theta = o$

故ニ $\cos\theta = \frac{1\pm\sqrt{5}}{4}$ ヲ得是ニ由テ又 $x = \frac{r}{4}(3\sqrt{5}+5)$

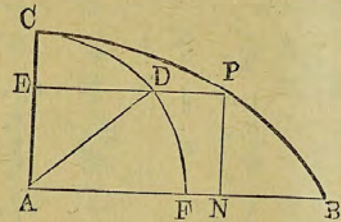
$y^2 = \frac{5r^2}{8}(\sqrt{5}+5)$ ヲ得ベシ而シテ通徑 $= \frac{y^2}{x}$ ナル故ニ $4a = \frac{5r}{4}(\sqrt{5}-1)$ ……〔A〕 又 $EF = 8r-(D+FG)$ ニシテ FG ハ D 點ノ次法線ナルニ由リ半通徑即チ $2a$ ニ等シ故ニ $EF = 8r-(D+2a)$ ……〔B〕 而シテ又・$D^2 = 8a\times EF$ ナルニ由リ〔B〕式ニ依テ EF ヲ轉置スレハ $D^2 = 64ra - 8Da - 16a^2$ 右節ノ第二第三項ヲ左節ニ遷シ両節ヲ平方ニ開ケハ $D+4a = 8\sqrt{ra}$ 是ニ於テ〔A〕式ニ依リ a ヲ轉置スレハ即チ $D = 2r\left[\sqrt{(5\sqrt{5}-5)} - \frac{1}{8}(5\sqrt{5}-5)\right]$ ヲ得，テ答式ニ合ス

十七

第六號五套ノ八

荒川重平解

A ヲ原點トシ CA.AB ヲ縦横軸トシ四分圓 CDF ヲ画キ其圓周ヲ



平分シ又 AB ヲ平分ス D ヲ平分ノ某一點トシ N ヲ D ニ相應スル平分點トシ縦横線 EDP.NP ヲ引キ之ヲ x y ト命シ曲線式ヲ立ツル左ノ如シ

$$\because\ \frac{\overset{\frown}{CD}}{\overset{\frown}{CF}} = \frac{AN}{AB} = \frac{x}{a}$$

又 $$\frac{\overset{\frown}{CD}}{\overset{\frown}{CF}} = \frac{\angle CAD}{\angle CAF} = \frac{\angle CAD}{\frac{\pi}{2}}$$

$$\therefore\ \angle CAD = \frac{\pi x}{2a} \qquad \therefore\ y = AE = AD.\cos CAD = r\cos\frac{\pi x}{2a}$$

$$A = 積 = \int_0^a y\,dx = r\int_0^a \cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right)dx = r\frac{2a}{\pi}\int_0^a \cos\left(\frac{\pi}{2a}x\right)\frac{\pi}{2a}dx$$

$$= \frac{2ar}{\pi}\sin\frac{\pi a}{2a} = \frac{2ar}{\pi}$$

$$s = 曲線長 = \int_0^a \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx = \int_0^a \sqrt{1+\frac{\pi^2 r^2}{4a^2}\sin^2\left(\frac{\pi}{2a}\cdot x\right)}\,dx$$

$\frac{\pi r}{2a} = e$ トスレバ $\frac{\pi x}{2a} = \frac{e}{r}x$

$$\therefore\ s = \int_0^a \sqrt{1+e^2\sin^2\left(\frac{e}{r}x\right)}\,dx$$

然ルニ $\sqrt{1+e^2\sin^2\left(\frac{e}{r}x\right)} =$

$$1+\frac{1}{2}e^2\sin^2\left(\frac{e}{r}x\right)-\frac{1}{4\lfloor 2}e^4\sin^4\left(\frac{e}{r}x\right)+\frac{1.3}{8\lfloor 3}e^6\sin^6\left(\frac{e}{r}x\right)\ \cdots\cdots$$

$$\therefore\ s = \int_0^a \left[1+\frac{1}{2}e^2\sin^2\left(\frac{e}{r}x\right)-\frac{1.1}{2.4}e^4\sin^4\left(\frac{e}{r}x\right)+\frac{1.1.3}{2.4.6}e^6\sin^6\left(\frac{e}{r}x\right)\cdots\cdots\right]dx$$

$$\left.\begin{array}{l} \int_0^a dx = a \qquad \int_0^a \sin^2\left(\frac{e}{r}x\right)dx = \frac{a}{2} \\ \int_0^a \sin^4\left(\frac{e}{r}x\right)dx = \frac{1.3}{4.2}a = \frac{1.3}{2.4}a \\ \int_0^a \sin^6\left(\frac{e}{r}x\right)dx = \frac{1.3.5}{6.4.2}a = \frac{1.3.5}{2.4.6}a \end{array}\right\}$$

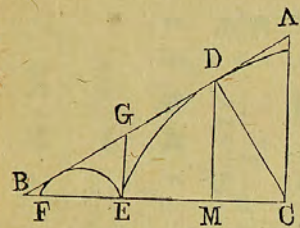
餘之ニ倣ヘ

右ノ積分ハ「ハットン」氏數學書卷ノ二第四百九十葉ニ載スル公式IIIニ因ル

$$\therefore\ s = a\left[1+\left(\frac{1}{2}e\right)^2-\frac{1}{3}\left(\frac{1.3}{2.4}e^2\right)^2+\frac{1}{5}\left(\frac{1.3.5}{2.4.5}e^3\right)^2\cdots\cdots\right]$$

十八

第七號六套ノ一　　伊藤直温解



上圖ABCハ直三角形CDハ中勾DEハ拋物線EハEFハ其頂點EFハ楕圓ノ長徑即チ2Aナリ今BC上ニDM垂線ヲ下セバ拋物線ノ性質ニ據リEMハ必スBEニ等シ○圖ニ依テ

BA : BC :: BC : BD :: BD : BM　故ニ

$BA^3 : BC^3 :: BA : BM$

$\because$ $BE = \frac{BM}{2} = \frac{a^3}{2c^2}$　又 $BC : BE :: AC : GE$

$\therefore$ $GE = \frac{a^2\sqrt{c^2-a^2}}{2c^2}$　今Eヲ原點トシ$GE \cdot BC$ヲ二軸トスレハAB線式ハ

$$\frac{2c^2y}{a^2\sqrt{c^2-a^2}} - \frac{2c^2x}{a^3} = 1$$

EF楕圓式ハ

$$\frac{y^2}{B^2} + \frac{2Ax+x^2}{A^2} = 0$$

此二式ヲ以テyヲ消去シxノ指數ニ從テ括レハ

$$4c^4\{(c^2-a^2)A^2+a^2B^2\}x^2+4a^2c^2A\{a(c^2-a^2)A+2c^2B^2\}x+a^6A^2(c^2-a^2)=0$$

楕圓ト直線ト相觸ル、故ニxノ二根相同シカルヘシ故ニ

$$4c^4\{(c^2-a^2)A^2+a^2B^2\}\times a^6A^2(c^2-a^2)-4a^4c^4A^2\{a(c^2-a^2)A+2c^2B^2\}^2=0$$

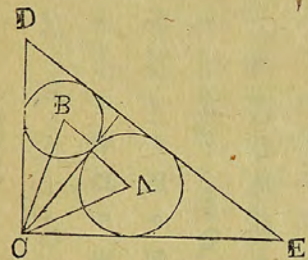
之レヲ解キ省ケハ　$4ac^2(c^2-a^2)A = a^4(c^2-a^2)-4c^4B^2$

故ニ　$2A = \frac{a^4(c^2-a^2)-4c^4B^2}{2ac^2(c^2-a^2)} = \frac{a^3}{2c^2} - \frac{2c^2B^2}{a(c^2-a^2)}$

此第一項ヲpト命シ以テ第二項ヲ變シ之レヲqトスレハ即チ答式ニ同シ但シ答式pノ命數ノ分母ニ2cトアルハ指數2ヲ脱セルナラン

十九

第七號六套ノ五　同



上圖DCE直三角形ニ於テCFハ中勾A、Bハ二圓ノ中心ナリ而シテ次ノ如ク定ム

$\angle ACE = \angle ACF = \emptyset$,　$\angle BCD = \angle BCF = \frac{\pi}{4} - \emptyset$,　$\angle CDF = 2\emptyset$,

$BC = b$　$DC = x$　$AC = a$

圖ニ依テCFニ等シキ三式ヲ得

其一　$x\sin 2\theta$　　其二　$a(\sin\theta+\cos\theta)$

其三　$b\{\sin(\frac{\pi}{4}-\theta)+\cos(\frac{\pi}{4}-\theta)\}$　即チ　$b\sqrt{2}.\cos\theta$

一ト三トヲ以テ第一式ヲ作リ之ヲ變化ス　$x\sqrt{2}.\sin\theta=b$　〔1〕

二ト三トヲ以テ第二式ヲ作ル　$a\sin\theta=(b\sqrt{2}-a)\cos\theta$　〔2〕

以テ〔1〕式ノ $\sin\theta$ ヲ解キ　$x\sqrt{2}.\cos\theta=\frac{ab}{b\sqrt{2}-a}$　〔3〕

〔1〕〔2〕兩式各兩節ヲ自乘シ相加フレハ

$$2x^2=\frac{a^2b^2}{(b\sqrt{2}-a)^2}+b^2=\frac{2b^2(a^2-ab\sqrt{2}+b^2)}{(b\sqrt{2}-a)^2}$$

$$\therefore\quad x=\frac{b\sqrt{a^2-ab\sqrt{2}+b^2}}{b^2\sqrt{2}-a}$$

本題答式ノ分母 a ト b トノ位置違ヘルハ恐ラクハ誤字ナルベシ

二十

第八號六套ノ四　　中川將行解

a 邊ノ式ヲ $L=o$　b 邊ノ式ヲ $M=o$

c 邊ノ式ヲ $N=o$　トスレバ a ノ垂線式ハ

$M\cos B-N\cos C=o$　b ノ垂線式ハ $N\cos C-L\cos A=o$

c ノ垂線式ハ $L\cos A-M\cos B=o$ ナリ

a ノ垂線式ト b ノ垂線式トヲ加フレバ c ノ垂線式ヲ得ル

故ニ三垂線一點ニ交ルノ理明カナリ

解者曰二十五號ノ解ハ問題ノ意ヲ誤リタルモノナレバ

此ニ正解ヲ掲ケテ以テ前解ノ正誤トナス

二十一

第八號七套ノ一　　肝付兼行解

$y=x^{x^x}$ ……〔1〕　$\log y=x^x\log x$ ……〔2〕

$\log\log y=x\log x+\log\log x$ ……〔3〕

三式ノ左右兩節ヲ微分シ一式及ヒ二式ニ依テ y 及ヒ $\log y$ ヲ轉置スレハ即チ $dy = x^{x^x} + x\left(\log^2 x + \log x + \frac{1}{x}\right) dx$ トナルナリ

二十二

第八號七套ノ二　　同

$u = 2\sin 2\phi \sin^4 \frac{1}{2}\phi$ ……（1）　一式ヲ微分シ $\frac{du}{d\phi} = 0$ トスレハ $0 = 4\cos 2\phi \sin^4 \frac{1}{2}\phi + 4\sin 2\phi \sin^3 \frac{1}{2}\phi \cos \frac{1}{2}\phi$,　$4\sin^3 \frac{1}{2}\phi$ ニテ除ス $0 = \cos 2\phi \sin \frac{1}{2}\phi + \sin 2\phi \cos \frac{1}{2}\phi = \sin \frac{5}{2}\phi$

即チ $\phi = \frac{2n\pi}{5}$ ナルトキハ u ノ價最モ大ナリ

但シ九號ニ掲ケタル答式ハ誤ナリ

二十三

第八號七套ノ五　　同

$y = \int \log x^{\log x} (1 + \log\log x) \frac{dx}{x}$　　$\log x^{\log x} = z$ ト假定スレハ　$\log z = \log x \times \log\log x$

$\therefore\ d\log z = (1 + \log\log x)\frac{dx}{x}$

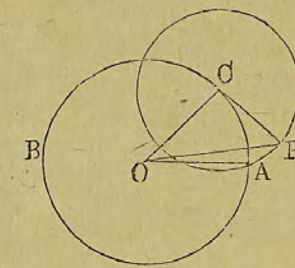
$\therefore\ y = \int z\, d\log z = \int z \frac{dz}{z} = z$　前ノ假定式ニ由リ復原スレハ即チ $y = \log x^{\log x}$

二十四

第九號七套ノ三　　伊藤直温解

往日余之ヲ解シテ第二十一號ニ載ス然ルニ該題ノ答式ニ記號ノ誤リアリ又余カ解中些ク不明ノ廉アリ因テ再

ヒ之レヲ錄スルヿ左ノ如シ



上圖ABCハ定圏Oハ其中心Aハ其周中ノ一定點Cハ周中ノ他點ニシテ即チ無數圓ノ中心ナリ而シテ左ノ如ク定ム

$OA = OC = a$　　$\angle COA = \alpha$

$CP = arc\,CA = a\alpha$　　$PO = r$

$\angle POA = \theta$　　$\angle COP = \alpha - \theta$

今COP三角形ニ於テ　$CP^2 = CO^2 + PO^2 - 2CO.PO.\cos POC$

$\therefore\ a^2\alpha^2 = a^2 + r^2 - 2ar\cos(\alpha - \theta)$　〔1〕

交跡線ヲ求ムルノ法ニ據リαヲ變數トシ微分スレハ

$2a^2\alpha = -2ar\sin(\alpha - \theta)$　即チ　$a\alpha = -r\sin(\alpha - \theta)$　〔2〕

以テ〔1〕式ノ前節ヲ解キ變化シテ平方ニ開ケバ

$r\cos(\alpha - \theta) - a = 0$　〔3〕　再ヒ之レヲ以テ〔1〕式ノ後節ヲ解ケバ　$a^2\alpha^2 = r^2 - a^2$　〔4〕

〔3〕〔4〕ノ兩式ヨリαヲ求ムレバ　$\alpha = \theta + \cos^{-1}\frac{a}{r}$　又　$\alpha = \frac{\sqrt{r^2 - a^2}}{a}$

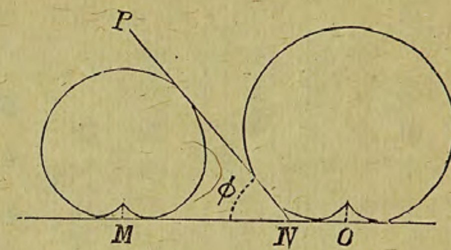
故ニ　$\theta + \cos^{-1}\frac{a}{r} = \frac{\sqrt{r^2 - a^2}}{a}$　ヲ以テ答式トス

解者按スルニ此曲線ハ圓ノ漸伸線(インヴォリュート)ナリ其故ハ〔4〕式即チ$CP^2 = PO^2 - CO^2$ニ據レハPCO角ハ直角ナリ故ニCPハCニ於テ此圓ノ切線タリ而シテ其長ハ恒ニ切點ヨリ周中一定點ニ至ル弧線ノ長ニ等シ乃チ以テ之ヲ證スルニ足ルベシ

二十五

第十號七套ノ四　　肝付兼行解

右ナル者ノ中軸徑ヲaトナシ左ナル者ノ中軸徑ヲbトスレハ前



號及本號ニ載タル十四號六套ノ六ノ解ニ由リ $MN = \frac{3b}{8}\cot\frac{1}{3}\phi$

$NC = \frac{3a}{8}\cot\frac{1}{3}(\pi-\phi)$

$\therefore MO = \frac{3}{8}\left(a\cot\frac{1}{3}(\pi-\phi)+b\cot\frac{1}{3}\phi\right)$ (1)

MN及NOノ合距即チMOノ距ナシテ最短ナラシメハ兩曲線自カラ相接スベシ故ニMOヲuト命シ其最短ナル時ノϕヲ探ラン爲メ微分シテ $\frac{du}{d\phi}=0$ トスレハ一式變シテ即チ左式ニ化スベシ

$b\sin^2\frac{1}{3}(\pi-\phi)-a\sin^2\frac{1}{2}\phi=0$ 後項ヲ右節トシ兩節ヲ平方ニ開キ而シテ左節ヲ解キ $\sin\frac{1}{3}\phi$ ヲ以テ兩節ヲ除シテ $\cot\frac{1}{3}\phi$ ヲ求ムレハ $\cot\frac{1}{3}\phi=\frac{1}{\sqrt{3}}\left(1+2\sqrt{\frac{a}{b}}\right)$ ヲ得ベシ故ニ兩曲線相接スル時ノuハ一式ニ基キ

$u=\frac{\sqrt{3}}{8}\sqrt{b}(\sqrt{b}+2\sqrt{a})+\frac{\sqrt{3}}{8}\sqrt{a}(\sqrt{a}+2\sqrt{b})=\frac{\sqrt{3}}{8}(a+b+4\sqrt{ab})$

由テ本題ノ如ク大中小ノ三凹圓ヲ切シ其各中軸徑ヲa. b. cトスレハ則チ左式ヲ得ヘシ

$a+b+4\sqrt{2b}=a+c+4\sqrt{ac}+b+c+4\sqrt{bc}$

$\therefore c=2\left\{(a+b+3\sqrt{ab})-\left[(a+b+3\sqrt{ab})^2-ab\right]^{\frac{1}{2}}\right\}$

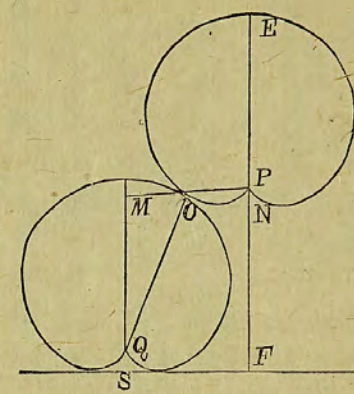
二十六

第十號七套ノ五　　同

左圖ヲシテ上体下体ノ切點ヲ通過シテ其中心ヲ縱截シタル面トナス時ハMNハ五ニ相切スル下三体ノ各頂點ヲ通過

スベキ圓線ノ半徑ニシテ最大半横徑ニ三十度ノ正割ヲ乘シタルモノトナル故ニ中軸徑ノ四分ノ三即チ $3r$ ナリ

今 $\dot{EP} = 4r$　$\angle MQO = \phi$ トスレハ該曲線理ニ由リ



$$\angle OPN = \frac{\pi}{3} + \phi$$

$$PN = 2r\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}+\phi\right) - \cos^2\left(\frac{\pi}{3}+\phi\right)\right]$$

$$\dot{MO} = 2r\sin\phi + r\sin 2\phi$$

$$MQ = 2r(\cos\phi + \cos^2\phi)$$

$$ON = 2r\sin\left(\frac{\pi}{3}+\phi\right) - r\sin\left(\frac{2\pi}{3}+2\phi\right)$$

而シテ $MO + ON = MN = 3r$ ナル故ニ

$$3 = 2\sin\phi + 2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\phi\right) + \sin 2\phi - \sin\left(\frac{2\pi}{3}+2\phi\right) =$$

$$4\sin\left(\frac{\pi}{6}+\phi\right)\cos\frac{\pi}{6} - 2\cos\left(\frac{\pi}{3}+2\phi\right)\sin\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}\left\{2\sin\left(\frac{\pi}{6}+\phi\right)\right) +$$

$$2\sin^2\left(\frac{\pi}{6}+\phi\right) - 1\} \qquad \therefore\ \sin\left(\frac{\pi}{6}+\phi\right) = \frac{(2\sqrt{3}+3)^{\frac{1}{2}} - 1}{2} \qquad (1)$$

左節ヲ解キ餘弦ノ項ヲ右節ニ遷シ兩節ヲ自乘シテ正弦ヲ餘弦ニ變化シ二次式ニ依テ $\cos\phi$ ヲ求ムレハ

$$\cos\phi = \frac{1}{4}\left(\left[6(2\sqrt{3}+3)^{\frac{1}{2}} - 6\sqrt{3}\right]^{\frac{1}{2}} + \left[(2\sqrt{3}+3)^{\frac{1}{2}} - 1\right]\right)$$ 此式及一式ニ

依テ $\cos\left(\frac{\pi}{3}+\phi\right) = \frac{1}{4}\left(\left[6(2\sqrt{3}+3)^{\frac{1}{2}} - 6\sqrt{3}\right]^{\frac{1}{2}} - \left[(2\sqrt{3}+3)^{\frac{1}{2}} - 1\right]\right)$

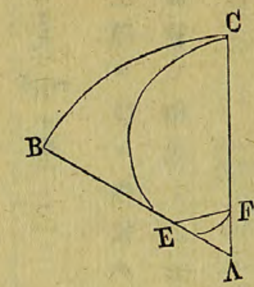
$$EF = EP + PN + MQ + QS = 4r + 2r\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}+\phi\right) - \cos^2\left(\frac{\pi}{3}+\phi\right)\right] + 2r(\cos\phi + \cos^2\phi)$$

$$+\frac{1}{2}r = r\left(\frac{9}{2} + \left[6(2\sqrt{3}+3)^{\frac{1}{2}} - 6\sqrt{3}\right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\left[6(2\sqrt{3}+3)^{\frac{1}{2}} - 6\sqrt{3}\right]^{\frac{1}{2}}\left[(2\sqrt{3}+3)^{\frac{1}{2}} - 1\right]\right)$$

$$= r\left(\frac{9}{2}+\frac{1}{2}\left[6(2\sqrt{3}+3)^{\frac{1}{2}}-6\sqrt{3}\right]^{\frac{1}{2}}\left[(2\sqrt{3}+3)^{\frac{1}{2}}+1\right]\right)=r\left(\frac{9}{2}+\left[6(2\sqrt{3}+3)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}}\right)$$

二十七

第十號七套ノ七　大村一秀解



$AB = AC = R,\quad CF = 4a,$

$EAF = \frac{\pi}{3}\quad AEF = \frac{2\pi}{9}$

$AFE = \frac{4\pi}{9}$

$EF = 2a(1-\cos AFE) = 4a\sin^2\frac{2\pi}{9}$

$\sin\frac{\pi}{3} : \sin\frac{2\pi}{9} :: EF : FA$

$$\therefore\ FA = \frac{EF\sin\frac{2\pi}{9}}{\sin\frac{\pi}{3}} = 4a\sin^3\frac{2\pi}{9}\sec\frac{\pi}{6}$$

$$R = AF + FC = 4a\left(\sin^3\frac{2\pi}{9}\sec\frac{\pi}{6}+1\right) = 8a\sin\frac{2\pi}{9}\cos^2\frac{2\pi}{9}\sqrt{3}$$

$$\therefore\ a = \frac{R}{8\sin\frac{2\pi}{9}\cos^2\frac{2\pi}{9}\sqrt{3}}\qquad \text{[A]}$$

今錐深 $= 3a\sqrt{3}$　一個体積 $= \frac{64}{3}\pi a^3$　而シテ

液量 $= \pi R^2\times$(錐深)$-$(三体積)ナル故ニ液量 $x = 3\pi R^2 a\sqrt{3} - 64\pi a^3$

[A]式ニ依リ a ヲ轉置スレハ

$$x = \frac{3\pi R^3}{8\sin\frac{2\pi}{9}\cos^2\frac{2\pi}{9}}\left(1-\frac{1}{9\sin^2\frac{2\pi}{9}\cos^4\frac{2\pi}{9}\sqrt{3}}\right)$$ 是ニ於テ

$\frac{1}{3(3)^{\frac{1}{4}}}\sec^2\frac{2\pi}{9}\operatorname{cosec}\frac{2\pi}{9} = \cos\phi$ ト定ムレハ $x = \frac{9\pi R^3}{16}\sin 2\phi\sin\phi$

二十八

第十號九套ノ二　中川將行解

擺線ノ式ハ $y = a\,\mathrm{ver}^{-1}\frac{x}{a} + (2ax-x^2)^{\frac{1}{2}}$ ナリ故ニ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2a-x}{(2ax-x^2)^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{2a-x}{x}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \therefore \quad \frac{ds}{dx} = \left(\frac{2a}{x}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\bar{x} = \frac{\int xds}{\int ds} = \frac{\int_0^{2a}(2ax)^{\frac{1}{2}}dx}{\int_0^{2a}(2ax^{-1})^{\frac{1}{2}}dx} = \frac{\frac{2}{3}(2a)^2}{2(2a)} = \frac{2}{3}a$$

然ルニ頂點ヨリ底ノ中點ニ至ル距離ハ $2a$ ナレハ底ノ中點ヨリ重心ニ至ル距離ハ $2a-\frac{2}{3}a = \frac{2}{3}(2a)$ ナリ

二十九

第十號九套ノ三　同

題ニ「其太サハ其一端ヨリノ距離ト比例シテ増加ス」トアルヲ以テ左式ヲ作ル(式中 h ハ杆ノ全長ナリ)

$$\bar{x} = \frac{\int_0^h x^2ds}{\int_0^h xds} = \frac{\int_0^h x^2dx}{\int_0^h xds} = \frac{\frac{1}{3}h^3}{\frac{1}{2}h^2} = \frac{2}{3}h$$

三十

第十號九套ノ四　同

横線ヲ a 縱線ヲ b トナシタルヲ以テ拋物線式左ノ如シ

$$y = \frac{b}{\sqrt{a}}\sqrt{x} \quad \therefore \quad \bar{x} = \frac{\int_0^a xydx}{\int_0^a ydx} = \frac{\int_0^a x\sqrt{x}\,dx}{\int_0^a \sqrt{x}\,dx} =$$

$$\frac{\frac{2}{5}a^{\frac{5}{2}}}{\frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{5}a$$

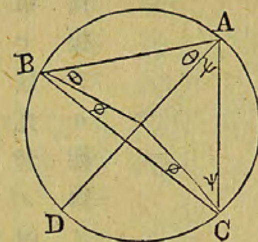
$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}\int_0^a y^2dx}{\int_0^a ydx} = \frac{\frac{1}{2}\int_0^a \frac{b}{\sqrt{a}}xdx}{\int_0^a \sqrt{x}\,dx} = \frac{b}{2\sqrt{a}}\cdot\frac{\frac{1}{2}a^2}{\frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{8}b$$

三十一

第十號九套ノ五　同

$$\bar{x} = \frac{\int_0^a y^2x^2dx}{\int_0^a y^2xdx} = \frac{\int_0^a x^4dx}{\int_0^a x^3dx} = \frac{\frac{1}{5}a^5}{\frac{1}{4}a^4} = \frac{4}{5}a$$

第三十二號九套ノ七　同



Aヲ球ノ發スル點トシ初メBヲ撃チテCニ反撃シCヨリ原點Aニ反撃スト定ムOヲ圓心トシ半徑OB.OC直徑ADヲ引ケバ $\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OCA = \angle OAC$ ナリ

又 $\cot\phi = e\cot\theta$,

$\cot\psi = e\cot\phi = e^2\cot\theta$ ナリ然ルニ

$\theta + \phi + \psi = 90^\circ$ ナレバ「トッドハンター」氏三角術書七十八丁第十五ノ問題ニ據リ $\cot\theta\cos\phi\cot\psi = \cot\phi + \cot\psi + \cot\theta$

$\therefore \cot\theta . e\cot\theta . e^2\cot\theta = \cot\theta + e\cot\theta + e^2\mathrm{cet}\,\theta$

$\therefore e^3\cot^3\theta = \cot\theta(1+e+e^2)$

$\therefore \tan^2\theta = \frac{e^3}{1+e+e^2}$　　$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{e^3}{1+e+e^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

三十三

第十號九套ノ八　同

斜面ノ地平ニ傾ク角ヲ α トシ斜面ノ高ヲ h トスレバ斜面ノ長サハ $h\,\mathrm{cosec}\,\alpha$ ナリ又直下スル時間ヲ t トスレバ斜面ヲ下ル時間ハ nt ナリ因テ左式ヲ作ル

$h = \frac{1}{2}gt^2$　　$h\,\mathrm{cosec}\,\alpha = \frac{1}{2}g\sin\alpha\,(nt)^2$

$\therefore\ h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\sin^2\alpha\, n^2t^2 \quad \therefore\ \sin^2\alpha = \frac{1}{n^2}$

$\therefore\ \sin\alpha = \frac{1}{n} \quad \therefore\ \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right)$

三十四

第十一號九套ノ二　同

$\bar{x} = \frac{\int x^3y^2dx}{\int x^2y^2dx} = \frac{\int x^4dx}{\int x^3dx} = \frac{4}{5}x + c$

$\therefore\ \bar{x} = \frac{4}{5}AH$

三十五

第十一號九套ノ三　同

$CP = y = vt \quad PQ = x = \frac{1}{2}gt^2$

$\therefore\ y^2 = v^2t^2 = v^2\left(\frac{2x}{g}\right) = \frac{2v^2}{g}x$

$\therefore\ y^2 = \frac{2v^2}{g}x$　即チ抛物線ノ式ナリ

三十六

第十一號九套ノ四　同

$v\frac{dv}{dx} = -g - mv^2 \quad \therefore\ \frac{v\,dv}{g + mv^2} = -dx$

$\therefore\ \frac{1}{2m}\log(g + mv^2) = C - x$

然ルニvハ最初ノ速力ナレバ$x=0$ナリ故ニ

$c = \frac{1}{2m}\log(g + mv^2)$ ナリ又 $\frac{1}{2m}\log(g + mv^2) = C - x$ ナレバ

$x = c - \frac{1}{2m}\log(g + mv^2) = \frac{1}{2m}\log\left(\frac{g + mv^2}{g + mV^2}\right)$

又 $\frac{dv}{dt} = -g - mv^2 \quad \therefore\ \frac{dv}{g + mv^2} = -dt$

$\therefore\ \frac{1}{\sqrt{mg}}\tan^{-1}v\sqrt{\frac{m}{g}} = c - t$

然ルニvハ最初ノ速力ナレハ$t=0$ナリ故ニ

$$c=\frac{1}{\sqrt{mg}}\,ton^{-1}v\sqrt{\frac{m}{g}}$$

ナリ又

$$\frac{1}{\sqrt{mg}}\,tan^{-1}\mathrm{v}\sqrt{\frac{m}{g}}=c-t$$

ナレハ

$$t=\frac{1}{\sqrt{mg}}\left(tan^{-1}v\sqrt{\frac{m}{g}}-tan^{-1}\mathrm{v}\sqrt{\frac{m}{g}}\right)=\frac{1}{\sqrt{mg}}\,tan^{-1}\frac{(v-\mathrm{v})\sqrt{mg}}{g+mv\mathrm{v}}\,.$$

三十七

第十二號四套ノ八　肝付兼行解

$PQ=t,\quad QR=t',\quad \angle RAQ=\beta,\quad \angle PAQ=\alpha$

$\angle AQP=\theta,$

$$\therefore\ N=\frac{t\sin(\theta+\alpha)}{\sin\alpha}\qquad \sin\alpha : t :: \sin(\alpha+\theta) : N$$

$$\therefore\ N=\frac{t'\sin(\theta-\beta)}{\sin\beta}\qquad \sin\beta : t' :: \sin(\theta-\beta) : N$$

$$\therefore\ t\sin\beta\sin(\theta+\alpha)=t'\sin\alpha\sin(\theta-\beta)$$

$$t\sin\beta\sin\theta\cos\alpha+t\sin\beta\cos\theta\sin\alpha=t'\sin\alpha\sin\theta\cos\beta-t'\sin\alpha\cos\theta\sin\beta$$

$$\therefore\ (t+t')\sin\beta\cos\theta\sin\alpha=t'\sin\alpha\sin\theta\cos\beta-t\sin\beta\sin\theta\cos\alpha$$

$\cos\beta\cos\theta\cos\alpha$ニテ兩節ヲ除セバ

$$(t+t')\tan\alpha\tan\beta=t'\tan\alpha\tan\theta-t\tan\beta\tan\theta$$

$$\therefore\ \tan\theta=\frac{(t+t')\tan\alpha\tan\beta}{t'\tan\alpha-t\tan\beta}$$

三十八

第十二號七套ノ四　荒川重平解

楕圓ノ半長徑ヲa半短徑ヲb其一點ヨリ短徑上ニ引ケル垂線ヲx_1長徑上ニ引ケル垂線ヲy_1トシ又兩趾點ヲ接スル直線中ノ一點ノ縱横線ヲ$y\,x$トスレバ楕圓直線二式左ノ如シ

$$\frac{x_1}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1 \qquad [1] \qquad \frac{x}{x_2} + \frac{y}{y_1} = 1 \qquad [2]$$

右二式ヲ微分シ求ムル所ノ曲線式ヲ出スコト左ノ如シ

$$\frac{x_1}{a^2}\,\mathrm{D}x_1 + \frac{y_1}{b^2}\,\mathrm{D}y_1 = o \qquad [3] \qquad \frac{x}{x_1^2}\,\mathrm{D}x_1 + \frac{y}{y_1^2}\,\mathrm{D}y_1 = o \quad [4]$$

$$[3] + \lambda\,[4] = \left(\frac{x}{x_1^2} + \frac{\lambda x_1}{a^2}\right)\mathrm{D}x_1 + \left(\frac{y}{y_1^2} + \frac{\lambda y_1}{b^2}\right)\mathrm{D}y_1 = o$$

λハ隨意ノ不定數ナレバ

$$\frac{x}{x_1^2} + \frac{\lambda x_1}{a^2} = o \qquad [5] \qquad \frac{y}{y_1^2} + \frac{\lambda y_1}{b^2} = o \qquad [6]$$ ト定ムルヲ得

$$\frac{a^2}{x} \times [5] + \frac{b^2}{y} \times [6] = \frac{a^2}{x_1^2} + \frac{b^2}{y_1^2} + \lambda\left(\frac{x_1}{x} + \frac{y_1}{y}\right) = o$$

$$\therefore\ \frac{a^2y_1^2 + b^2x_1^2}{x_1^2y_1^2} + \lambda\left(\frac{x_1y + xy_1}{xy}\right) = o$$

然ルニ $a^2y_1^2 + b^2x_1^2 = a^2b^2 \qquad x_1y + xy_1 = x_1y_1$

$$\therefore\ \frac{a^2b^2}{x_1^2y_1^2} + \lambda\left(\frac{x_1y_1}{xy}\right) = o \qquad \therefore\ \lambda = -\frac{a^2b^2xy}{x_1^3y_1^3}$$

[5]ヨリ $\lambda = -\dfrac{a^2x}{x_1^3} \quad \therefore\ \dfrac{a^2x}{x_1^3} = \dfrac{a^2b^2xy}{x_1^3y_1^3} \quad \therefore\ y_1 = (b^2y)^{\frac{1}{3}}$

[6]ヨリ $\lambda = -\dfrac{b^2y}{y_1^3} \quad \therefore\ \dfrac{b^2y}{y_1^3} = \dfrac{a^2b^2xy}{x_1^3y_1^3} \quad \therefore\ x_1 = (a^2x)^{\frac{1}{3}}$

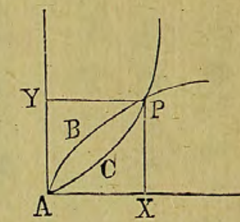
[2]ノ x_1. y_1 ヲ換レバ　$\left(\dfrac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\dfrac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$

三十九

第十二號七套ノ五　　　　同

A ヲ原點 AX. AY ヲ正交軸 ABP. ACP ヲ兩拋物線ノ弧 P ヲ其交點トシ其縱橫線 PX. AX ヲ y. x ト命ズレバ左式ヲ得

$$y^2 = 4ax, \qquad x^2 = 4a'y$$



$$\therefore \quad y^2 = \frac{x^4}{4^2a'^2} = 4ax$$

$$\therefore \quad x = 4(a'^2a)^{\frac{1}{3}} \qquad y = 4(a'a^2)^{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore \quad AX = PY = 4(a'^2a)^{\frac{1}{3}}$$

$$ACPX = \int_o^{AX} ydx = \frac{1}{4a'}\int_o^{AX} x^2dx =$$

$$\frac{1}{4a'} \times \frac{4^3}{3}(a'^2a)^{\frac{1}{3}\times 3} = \frac{16a'a}{3}$$

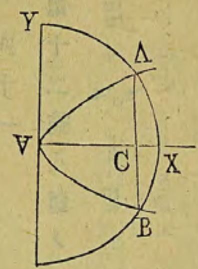
$$ABPX = \int_o^{AX} (4ax)^{\frac{1}{2}}dx = \frac{32a'a}{3} \qquad \therefore \quad ABPC = \frac{16a'a}{3}$$

第十二號七套ノ七

四十

同

VX. VY ヲ正交軸トシ、A ノ縦横線ヲ $y.\ x$ トス但シ AVB ハ拋物線 YXB ハ半圓ナリ



$$\because \quad x^2 + y^2 = 4p^2 \qquad y^2 = 2px$$

$$\therefore \quad x^2 + 2px = 4p^2 \qquad \therefore \quad x = p(\sqrt{5}-1)$$

$$\therefore \quad y = \sqrt{2px} = p\sqrt{2(\sqrt{5}-1)}$$

$$\therefore \quad VACB = \frac{4}{3}xy = \frac{4}{3}p^2 2^{\frac{1}{2}}(\sqrt{5}-1)^{\frac{3}{2}} = \frac{16}{3}p^2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (1)$$

$$\because \quad \int\sqrt{(a^2-x^2)} = \frac{x\sqrt{(a^2-x^2)}}{2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a}$$

$$\therefore \quad \frac{ACBX}{2} = \int_{p(\sqrt{5}-1)}^{2p}\sqrt{(4p^2-x^2)}dx = p^2\pi - \frac{p^2}{2}.2^{\frac{1}{2}}(\sqrt{5}-1)^{\frac{3}{2}} - 2p^2\sin^{-1}\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\therefore \quad ACBX = 4p^2\frac{\pi}{2} - 4p^2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - 4p^2\sin^{-1}\frac{\sqrt{5}-1}{2} \qquad (2)$$

$$\therefore \quad (1)+(2) = VA\times BV = 4p^2\frac{\pi}{2} + \frac{4}{3}p^2\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - 4p^2\sin^{-1}\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$= \frac{4}{3}p^2\left\{\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{\frac{3}{2}} + 3\left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1}\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)\right\}$$

又 $\frac{\sqrt{5}-1}{4} = \cos\frac{2}{5}\pi \quad \therefore \quad \frac{\sqrt{5}-1}{2}) = 2\cos\frac{2}{5}\pi$

$$\therefore \cos\left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1}\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = \sin\left(\sin^{-1}\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 2\cos\frac{2}{5}\pi$$

$$\therefore \left(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1}\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = \cos^{-1}\left(2\cos\frac{2}{5}\pi\right)$$

$$\therefore VAXBV = \frac{4}{3}p^2\left\{\left(2\cos\frac{2}{5}\pi\right)^{\frac{3}{2}} + 3\cos^{-1}\left(2\cos\frac{2}{5}\pi\right)\right\}$$

四十一

第十二號八套ノ一　　中川將行解

$yp + \frac{y}{p} = 2x \quad \therefore \quad py = x + (x^2-y^2)^{\frac{1}{2}}$

$\therefore ydy = xdx + (x^2-y^2)^{\frac{1}{2}}dx$　　$y = vx$ ト定ムレハ

$vx(vdx + xdv) = xdx + x(1-v^2)^{\frac{1}{2}}dx$

$\therefore \frac{dx}{x} = \frac{vdv}{(1-v^2)+(1-v^2)^{\frac{1}{2}}} \quad \therefore \log x = \log c - \log\left[(1-v^2)^{\frac{1}{2}} + 1\right]$

$\therefore x = \frac{c}{\sqrt{(1-v^2)}+1} = \frac{cx}{\sqrt{(x^2-y^2)}+x}$

$\therefore \sqrt{(x^2-y^2)}+x = c \quad \therefore \quad y^2 = 2cx - c^2$

同　　荒川重平解

曲線ノ一點ノ縦横線ヲ$y.x$トシ題意ニ因リ式ヲ立テ曲線式ヲ出ス左ノ如シ(次ニ擧ル同號同套ノ二、三、四又之ニ倣フ)

$\therefore y\frac{dx}{dy} =$ 次切線　$y\frac{dy}{dx} =$ 次法線　$\therefore y\frac{dx}{dy} + y\frac{dy}{dx} = 2x$

$\therefore y.\frac{dy^2}{dx^2} - 2x.\frac{dy}{dx} + y = 0 \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} - \frac{\sqrt{(x^2-y^2)}}{y}$

$\therefore dx = \frac{xdx - ydy}{\sqrt{(x^2-y^2)}} \quad \therefore x = \sqrt{(x^2-y^2)}+2a \quad \therefore y^2 = 4a(x-a)$

右ハ抛物線ノ式ナリ

四十二

第十二號八套ノ二　　　　　　中川將行解

$$\frac{y(1+p^2)^{\frac{1}{2}}}{p} + \frac{y}{p} = a \qquad \therefore \quad p(a^2-y^2) = 2ay$$

$$\therefore \ dx = \frac{a^2-y^2}{2ay}\,dy \qquad \therefore \quad x = \frac{a}{2}\log y - \frac{y^2}{4a} + \log c =$$

$$\log cy^{\frac{a}{2}} - \log e^{\frac{y^2}{4a}} \qquad \therefore \quad x = \log \frac{cy^{\frac{a}{2}}}{e^{\frac{y^2}{4a}}}$$

同　　　　　　荒川重平解

$$\because \quad y\sqrt{1+\frac{dx^2}{dy^2}} = \text{切線} \qquad y\frac{dx}{dy} = \text{次切線}$$

$$\therefore \ y\sqrt{1+\frac{dx^2}{dy^2}} + y\frac{dx}{dy} = m \qquad y^2 + y^2\frac{dx^2}{dy^2} = m^2 - 2my\frac{dx}{dy} + y^2\frac{dx^2}{dy^2}$$

$$\therefore \ ydy + 2m\,dx = m^2\frac{dy}{y} \qquad dx = \frac{m}{2}\cdot\frac{dy}{y} - \frac{y}{2m}dy$$

$$\therefore \ x = \frac{m}{2}\log y - \frac{y^2}{4m}\log e = \log\left(\frac{y^{\frac{m}{2}}}{e^{\frac{y^2}{4m}}}\right)$$

四十三

第十二號八套ノ三　　　　　　中川將行解

$$\frac{y(1+p^2)^{\frac{1}{2}}}{p} + \frac{y}{p} = x \qquad \therefore \quad y(1+p^2) = px - y$$

$$\therefore \ y^2p^2 = p^2x^2 - 2xyp \qquad \therefore \quad (x^2-y^2)dy = 2xydx$$

$y = vx$ ト定ムレハ

$$\frac{dx}{x} = \frac{1-v^2}{v(1+v^2)}dv \qquad \therefore \quad \log x = \log v - \log(4v^2) + \log e$$

$$\therefore \ x = \frac{cv}{1+v^2} = \frac{cxy}{x^2+y^2} \qquad \therefore \quad y^2 - cy + x^2 = o$$ 即圓式ナリ

同　　　　　　荒川重平解

$\because\ y\sqrt{1+\frac{dx^2}{dy^2}} =$ 切線　　$y\frac{dx}{dy} =$ 次切線

$\therefore\ y\sqrt{1+\frac{dx^2}{dy^2}} + y\frac{dx}{dy} = x$　　$y^2+y^2\frac{dx^2}{dy^2} = x^2-2xy\frac{dx}{dy}+y^2\frac{dx^2}{dy^2}$

$\therefore\ y^2 = x^2-2xy\frac{dz}{dy}$　　$x = yz$ ト定ムレハ

$\frac{dx}{dy} = z + y\frac{dz}{dy}$　　$x^2 = y^2z^2$　　$xy = y^2z$

$\therefore\ y^2 = y^2z^2 - 2y^2z\left(z + y\frac{dz}{dy}\right) = -y^2z^2 - 2y^3z\frac{dz}{dy}$

$\therefore\ 1 + z^2 + 2yz\frac{dz}{dy} = o$　　$dy + (z^2dy + 2yzdz) = o$

$\therefore\ y + z^2y = 2a$　　$\therefore\ x^2 + y^2 - 2xy = o$

右ハ圓式ナリ

第十二號八套ノ四　　中川將行解

$y(1+p^2)^{\frac{1}{2}}+yp = x$　　$\therefore\ y^2 = x^2-2ypx$

$\therefore\ (x^2-y^2)dx = 2xydy$　　$y = vx$ ト定ムレハ

$x^2(1-v^2)dx = 2vx^2(vdx+xdv)$　　$\therefore\ (1-3v^2)\,dx = 2vxdv$

$\therefore\ \frac{dx}{x} = \frac{2v\,dv}{1-3v^2}$　　$1-3v^2 = z^2$ ト定ムレハ

$\frac{dx}{x} = \frac{2}{3}\frac{dz}{z}$　　$\therefore\ \log x = \log c - \frac{2}{3}\log z$

$\therefore\ x = \frac{c}{z^{\frac{2}{3}}}$　　$\therefore\ x^3 = \frac{c^3}{z^2} = \frac{c^3x^2}{x^2-3y^2}$

$\therefore\ x^2-3y^2 = \frac{c^3}{x}$　　$\therefore\ y^2 = \frac{x^3-c^3}{x}$.

同　　荒川重平

$y\sqrt{1+\frac{dy^2}{yx^2}} =$ 法線　　$y\frac{dy}{dx} =$ 次法線

$\therefore\ y\sqrt{1+\frac{dy^2}{px^2}} + y\frac{dy}{dx} = x$　　$\therefore\ y^2 = x^2-2xy\frac{dy}{dx}$

$\therefore\ y^2dx + 2xy\,dy - x^2dx = 0$

$\therefore\ y^2x - \frac{x^3}{3} = -\frac{1}{3}$ $\therefore\ y^2 = \frac{x^3-1}{3x}$

四十五

第十二號八套ノ五　中川將 行解

$\frac{(1+p^2)^{\frac{3}{2}}}{q} = 2y(1+p^2)^{\frac{1}{2}}$ $\because\ \frac{1+p^2}{q} = 2y$ $\therefore\ 1+p^2 = 2yq$

$\therefore\ 1+p^2 = 2yp\frac{dp}{dy}$ $\therefore\ (1+p^2)dy = 2yp\,dp$

$\therefore\ \frac{dy}{y} = \frac{2p\,dp}{1+p^2}$ $\therefore\ \log y = \log(1+p^2)$ $\therefore\ y = 1+p^2$

$\therefore\ p = \sqrt{(y-1)}$ $\therefore\ dy = \frac{dy}{\sqrt{(y-1)}}$ $\therefore\ x = \frac{1}{2}\sqrt{(y-1)} + c$

$\therefore\ y-1 = 4(x+c)^2$ 即チ抛物線ナリ

四十六

第十四號六套ノ六　肝付兼行解

本題已ニ前號ニ解セリト雖モ未タ盡サヾル所アレハ今又解シテ其迂遠ヲ改メントス

前號解義ニ據リ

$AB = a(4\cos^2\frac{1}{3}A\sin\frac{2}{3}A + 4\cos^2\frac{1}{3}A\cos\frac{2}{3}A\cot A + \frac{1}{2}\cot A) + a(4\cos^2\frac{1}{3}B\sin\frac{2}{3}B + 4\cos^2\frac{1}{3}B\cos\frac{2}{3}B\cot B + \frac{1}{2}\cot B) = \frac{a(8\cos^3\frac{1}{3}A + \cos A)}{2\sin A} + \frac{a(8\cos^3\frac{1}{3}B + \cos B)}{2\sin B}$

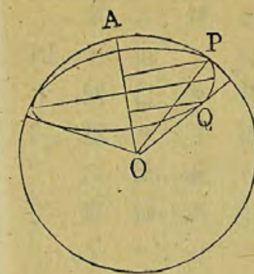
$\cos A$ 及ヒ $\sin A$ ヲ解ク

$AB = \frac{3a\cos\frac{1}{3}A(4\cos^2\frac{1}{3}A-1)}{2\sin\frac{1}{3}A(4\cos^2\frac{1}{3}A-1)} + \frac{3a\cos\frac{1}{3}B(4\cos^2\frac{1}{3}B-1)}{2\sin\frac{1}{3}B(4\cos^2\frac{1}{3}B-1)} = \frac{3a}{2}(\cot\frac{1}{3}A + \cot\frac{1}{3}B) = \frac{3a\sin\frac{1}{3}(A+B)}{2\sin\frac{1}{3}A\sin\frac{1}{3}B}$ $\therefore\ 4a = \frac{8AB\sin\frac{1}{3}A\sin\frac{1}{3}B}{3\sin\frac{1}{3}(A+B)}$ 若トス

同理ニ因レハ九號六套ノ六モ亦其答式迂遠ヲ免カレス依テ $\frac{x}{\sqrt{3}}\left(1+16\cos^3\frac{\pi}{9}\right)$ ヲ改メテ $3x\cot\frac{\pi}{9}$ トナス曩キニ福田翁十四號ニ於テ解セラレ $\frac{1}{\sqrt{3}}\left(1+16x\cos\frac{\pi}{9}\right)$ トナサレタレト蓋シ印刷ノ誤ナランカ小子再三吟味スレドモ其式ヲ得ル能ハズ尚諸賢ノ高考ヲ仰ク

四十七

第十四號七套ノ七



礒野健解

題圖ニ依レハAOQ角ハ六十度ニシテ圓ノ半徑ハ r ナリ今楕圓ノ半長短徑ヲ a 及ヒ b トシP點ノ縦横線ヲ x. y ト命シQ點ノ縦横線ヲ x'. y' ト命ス而シテAOP角ヲ θ トスレハ圖ニ依テ

$$x = r\sin\theta \quad (1) \qquad y(y + x\tan\theta) = b^2 \quad (2)$$

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2 \quad (3)$$

ヲ設ク故ニ

$$y = \frac{b^2}{a^2}r\cos\theta \quad (4)$$

今(1)(4)式ヲ以テ(3)式ニ轉置シ x・y ヲ去リテ θ ヲ求ムレハ

$$\cos^2\theta = \frac{a^2r^2 - a^4}{r^2(a^2 - b^2)} \quad (5)$$

ヲ得ル更ニQ點ヲ以テ

$$y'\left(y' + x'\tan\frac{\pi}{6}\right) = b^2 \quad (6) \qquad b^2x'^2 + a^2y'^2 = a^2b^2 \quad (7)$$

ヲ設ケ此二式ヲ變化シテ

$$x'^2 = \frac{a^4}{a^2 + 3b^2}$$

$$y'^2 = \frac{3b^4}{a^2 + 3b^2} \quad (8)$$

ヲ求メ又圖ニ依テ

$$r\cos\theta = y + y' + x'\tan\frac{\pi}{6}$$

ヲ設ケ(4)(8)二式ヲ以テ變數ヲ去リ θ ヲ求ムレハ

$$\cos^2\theta = \frac{a^4(a^2 + 3b^2)}{3r^2(a^2 - b^2)^2} \quad (9)$$

ヲ得ル故ニ(5)(9)二式ヨリ $\cos\theta^2$ ヲ去リ

$$\frac{a^4(a^2+3b^2)}{3r^2(a^2-b^2)^2} = \frac{a^2r^2-a^4}{r^2(a^2-b^2)}$$ トシ此分母ヲ互ニ相通スレハ

$4a^6-3r^2a^4+3a^2b^2r^2=o$ ヲ得ル故ニ $a^2b^2=\frac{1}{3r^2}(3r^2a^4-4a^6)$

今此楕圓多極ナルニ因テ此式ヲ微分スレハ

$du=\frac{1}{3r^2}(12r^2a^3-24a^5)da$ 故ニ $2a^2=r^2$

$\therefore\ a=\frac{1}{\sqrt{2}}r \qquad b=\frac{1}{\sqrt{6}}r$ 是レ容ノ所ノ楕圓ノ半長徑及ヒ半短徑ニシテ即チ答式ニ符合スベシ

四十八

第十四號七套ノ九　　　肝付兼行解

按スルニ切點ハ頂點一處ニシテ凹圓面最大ナレハ該二曲線ノ吻切モ亦最大ナラザルヲ得ス而シテ拋物線ノ頂點ニ於ケル吻切最大圓ハ其半徑該通徑ノ半ニシテ曲線内ニアリ又凹圓ノ頂點ニ於ケル吻切最大圓ハ其半徑該中軸徑 a ノ三分二ニシテ曲線外ニアリ即吻切最大圓ノ半徑ハ由テ該拋物線ニ適スベキ截徑即チ矢ハ $\frac{9}{8}a$ 又該通徑ハ $\frac{4}{3}a$ ナルヲ知ルベシ乃チ拋物線ノ縦横線公式ニ因リ求メント欲スル所ノ弦ハ $2\sqrt{\frac{9}{8}a\times\frac{4}{3}a}=a\sqrt{6}$ ナリ

四十九

第十九號七套ノ六　　　菊地大麓解

g ヲ地球ノ面ニ於テ重力トセハ中心ヨリ x ノ距離ニ於テハ重力 $g\frac{r^2}{x^2}$ ナリ故ニ下ノ式ヲ得 $\frac{d^2x}{dt^2}=-g.\frac{r^2}{x^2}$ 例ノ如ク $2.\frac{dx}{dt}$ ヲ乗シ積分スレハ

$(\frac{dx}{dt})^2 = 2g\frac{r^2}{x} + c$ ヲ得 $x = r$ ナル時ハ $\frac{dx}{dt} = v$

故ニ $c = v^2 - 2gr$ 因テ $(\frac{dx}{dt})^2 = 2g\frac{r^2}{x} + v^2 - 2gr$

故 $\frac{dx}{dt} = 0$ ナル時ハ $x = \frac{2gr^2}{2gr - v^2}$ トナル(xハ表面ヨリノ高サニアラス中心ヨリノ距離ナリ)

若シ $v^2 = 2gr$ ナレハ $x = \infty$ トナル

故ニ是ヨリ大ナレハ再ヒ下ルヿナシ

五十

第十九號七套ノ七　同

此題ニ於テハ重力ハ不變數ナルベシ(空氣ノ在ル所ナレハ中心ヨリノ距離表面ト大差ナシ)

x ヲ表面ヨリノ距離トス○上ル時ノ式ハ

$\frac{d^2x}{dt^2} = -g - Kv^2$ ナリ $\frac{d^2x}{dt^2}$ ハ $v\frac{dv}{dx}$ ニ同シ故ニ

$\frac{dv}{dx} = -g(1+Kv^2)$ v^2 ヲ z トセハ $\frac{dz}{dx} = -2g(1+Kz)$

トナル因テ $\frac{dx}{dz} = -\frac{1}{2K}\cdot\frac{1}{\frac{g}{K}+z}$ 之ヲ積分セハ

$x = c - \frac{1}{2K}\log(\frac{g}{K}+z)$ $x = 0$ ナレハ $y = v^2$

故ニ $c = \frac{1}{2K}\log(\frac{g}{K}+v^2)$ 因テ $x = \frac{1}{2K}\log\frac{g+Kv^2}{g+Kv^2}$

$v^2 = 0$ ナレハ $x = \frac{1}{2K}\log\frac{g+Kv^2}{g}$

此 x ハ最高點ナリ○是ヨリ下ル時ノ式ハ下ノ如シ

$\frac{d^2x}{dt^2} = -g + Kv^2$ 因テ上ノ如ク

$\frac{dz}{dx} = -2K\left(\frac{g}{K} - z\right)$　$x = c + \frac{1}{2K}\log\left(\frac{g}{K} - v^2\right)$

$x = \frac{1}{2K}\log\frac{g+Kv^2}{g}$ ナル𪜈ハ $v^2 = 0$ ナリ因テ

$\frac{1}{2K}\log\frac{g+Kv^2}{g} = c + \frac{1}{2K}\log\frac{g}{K}$

$c = \frac{1}{2K}\log\frac{K(g+Kv^2)}{g^2}$ 故ニ $x = \frac{1}{2K}\log\frac{(g-Kv^2)(g+Kv^2)}{g^2}$

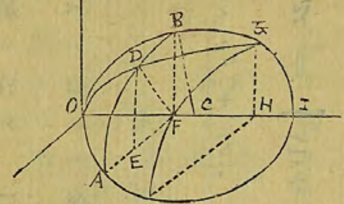
$x = 0$ ナル𪜈ハ $v^2 = v'^2$ 故ニ $\log\frac{(g-Kv'^2)(g+Kv^2)}{g^2} = 0$

故ニ $\frac{(g-Kv'^2)(g+Kv^2)}{g^2} = 1$ 因テ $v'^2 = \frac{gv^2}{g+Kv^2}$

チ得ル（問題 $\frac{gv^2}{g+Kv^2}$ トアル v^2 ハ v'^2 ノ誤リナルベシ）

五十一

第二十號三套ノ十六　　肝付兼行解



$OC = BC = CI = R$　$HI = p$

$AE = BE = y$　$OF = x$

幾何ノ理ニ因リ $OH : GH :: GH : HI$

$\therefore GH^2 = p(2R-p)$　(1)

拋物線ノ公式ニ於テ $y^2 = 4ax$ ナル

ガ故ニ即チ一式ハ該拋物線式ニシテ

GH ハ其縦線 $(2R-p)$ ハ其横線 p ハ其

通徑ナルヤ明ラカナリ

是ニ於テ $DE = (px)^{\frac{1}{2}}$ ナルベク $y = (2Rx - x^2)^{\frac{1}{2}}$ ナルベシ而シテ弧背 $AD = BF \sin^{-1}\dfrac{DE}{BF}$ ナルガ故ニ $AD = (2Rx - x^2)^{\frac{1}{2}} \sin^{-1}\left(\dfrac{px}{2R-x}\right)^{\frac{1}{2}}$ 又圓周ノ微分 $ds = \sqrt{(dy)^2+(dx)^2}$ ナルガ故ニ $ds = \dfrac{Rdx}{(2Rx-x^2)^{\frac{1}{2}}}$ 而シテ $u = \int AD\,ds$ ナルガ故 $u = \int R \sin^{-1}\left(\dfrac{p}{2R-x}\right)^{\frac{1}{2}} dx$ 是ニ於テ $\dfrac{p}{2R-x} = \sin^2 Z$ ト假定セヨ然ルキ $u = \int 2pRZ \cos Z \operatorname{cosec}^3 Z\, dZ = -pRZ(\operatorname{cosec}^2 Z + \cot Z)$ 嚮キニ假定シタル式ニ依テ還戻シ x ノ兩極ヲ $(2R-p)$ 及ヒ O トセヨ然ルキ $u = R\left(2R \sin^{-1}\left(\dfrac{p}{2R}\right)^{\frac{1}{2}} + (2Rp - p^2)^{\frac{1}{2}} - p\dfrac{\pi}{2}\right)$

u ノ最大積ヲ探ラン爲メ p ヲ變數トシ $\dfrac{du}{dp} = o$ トセヨ然ルキ $\dfrac{R}{(2Rp-p^2)^{\frac{1}{2}}} + \dfrac{R-p}{(2Rp-p^2)^{\frac{1}{2}}} - \dfrac{\pi}{2} = o$

$\therefore p = \dfrac{8R}{4+R^2}$ 今該拋物線ノ中軸徑ハ即チ $2R-p$ ナルヲ以テ即チ $\dfrac{2\pi^2 R}{4+\pi^2}$ ヲ得ルナリ

第二套

譯語草案

抑モ譯語一定スベキノ緊要ナルハ本會設立ノ創ヨリ各員ノ論スル處ニシテ當時其方法ヲ得ス玆ニ若干月ヲ經過シ頃日漸ク其緒ヲ得タリ本月第一土曜日委員集會ニ於テ左

ノ規則ヲ議定ス

數學譯語會々則

第一章　通則

第一條　數學譯語會ハ本年九月ヨリ始メ當分每月第一土曜日午後二時ヨリ共存同衆館ニ於テ開席ス

第二條　議長ハ本社々長之ヲ擔任ス

第三條　議員ヲ別チテ定議員臨時議員トス

第四條　本社學務委員ヲ定議員トシ其他當日出席ノ社員ヲ臨時議員トス

第五條　學務委員ナラサルモ定議員タラント欲スル者ハ其請フニ任カセ之ヲ許ス

第六條　定議員ハ宜ク輪次交番シテ立案委員トナリ豫メ議案ヲ草シ前月印行ノ本社雜誌ニ掲載シ廣告スベシ

第七條　定議員出席シ能ハサレハ議案ノ各項ニ自己ノ意見ヲ詳記シ當日午後一時迄ニ會場ニ差出スベシ

第八條　立案委員出席シ能ハサレハ代理人ヲ出スベシ

第九條　議長欠席スルトキハ定議員中ヨリ代理スベシ

第十條　定議員ノ出席定數ノ半ニ充タサレハ休會トス

第十一條　議決セシ事項ハ本社雜誌ニ登錄シ廣告スベシ

第二章　會場規則

第一條　議事中ハ他ノ論議ヲ禁ス

第二條　發言セント欲スル者ハ先ツ起立シ議長ノ許スヲ俟テ其意ヲ演フベシ

第三條　同時ニ二名乃至數名起立スルトキハ議長其起立ノ

遲速ヲ監別シ順次ニ其意ヲ演ヘシムベシ

第四條　議案中不審ノ事項アラハ立案委員ニ質スベシ

第五條　立案委員ハ議案ヲ說明シ不審ヲ答辨スルノ責ヲ有ス

第六條　立案委員ハ議員タルヲ得ス

第七條　議長ハ議事ヲ中止シ又ハ議塲ノ解散ヲ命スルヲ得ル

第八條　議長自己ノ意見ヲ演ヘントヽ欲サハ且ラク議員ノ席ニ就テ論說スヘシ但シ不審ヲ糺ス等ノ時ハ此限ニアラス

第九條　議長席ヲ離ルヽトキハ必ス代理人ヲ立テ其席ニ就カシムベシ

第十條　欠席ノ定議員ヨリ差出シタル意見書ハ其事項ヲ議スルニ方リテ書記之ヲ朗讀スベシ

第十一條　議事ハ同意者ノ多數ヲ以テ決ス若シ甲乙ノ論同數ナレハ議長之ヲ裁決ス

第十二條　其議決セル事項ハ書記之ヲ筆記スベシ

明治十三年八月

九月第一土曜日ニ於テ議スル所ノ草案ハ左ニ記ス

草案者　中川將行

(1) Quantity　數〔凡ソ增減シ得ベキモノ又其大小輕重ヲ測リ得ベキモノ之ヲ――ト云フ〕

(2) Unit　?

(3) Number 數（一、二、三等ノ如シ）

(4) Abstract number 不名數（一、二、三、百、三万等ノ如シ）

(5) Concrete number 名數（一個、三本、百斤ノ如シ）

(6) Unity ?

(7) Denomination 名（斤尺石等）

(8) Simple number 單數（一位ノ數ヲ云フ）

(9) Compound number 復數（二位以上ノ數ヲ云フ）

(10) Integral number, or integer, or Whole number 整數

(11) Fractional number, or Fraction 分數

(12) Like numbers 同名數

(13) Unlike numbers 異名數

(14) Power 自乘

(15) Root 根

(16) Scale 尺

(17) Uniform scale 齊尺 又定尺

(18) Varying scale 變尺

(19) Decimal scale 常尺

(20) Mathematics 數學

(21) Arithmetic 算數學

(22) Demonstration 論

(23) Operation 運算 又解式

(24) Problem 問題 又題 Example 例

(25) Rure 法 又規則 又術

(26) Analysis 解剖 又 推原

(27) Five fundamentel operations 五術

Notation & numeration 記法及ヒ讀法

Addition 加法

Subtraction 減法

Multiplication 乘法

Division 除法

第三套

投書

伊藤直温君ニ答フ　樽俊之助

本誌第十二號七套ノ二設問ノ如キハ君又第二十六號ニ於テ論スル所アリト雖トモ現ニ我所有スル「トドホントル」氏微分學第二百二十二章四十四ノ問題ト全ク相等シ就テ其書ヲ撿閲スレハ分明ナラン

第四套

第二十六號答式

(四) $\frac{1}{2}\left[R+\sqrt{\{4(R-r)(4\sqrt{R(R-r)}+r-3R)-R^2\}}\right]$

(六) 五分ノ一

(七) 半徑ハ $\frac{8}{\sqrt{3}}r$ 中心ハ中央徑ノ端ニアリ

(八) エピサイクロイド　轉圓ノ半徑定半圓形ノ半徑ニ半スルモノ

(十一) $(19+3\sqrt{33})^{\frac{1}{3}}=M,\quad (19-3\sqrt{33})^{\frac{1}{3}}=N$

$$x=\frac{2r}{9}\left[M(M-1)+N(N-1)+6\right]$$

追加

第十五號二十丁ノ表微分積分法ノ答式中(八)ハ固有立方形一面積$\frac{\sqrt{3}}{4}$ノ誤リ

第八號八套ノ四問中V量°ハV積°ノ誤リ

第二十五號三套ノ十二題ヘ左ノ但書ヲ加フ

兩弧ヲ画ク中心ハ中軸徑ニ垂直ヲナシテ凹突ヲ通過スル線中ニアリ

第二十六號二十二丁ノ表第五行ノ式中分母ノ$\sqrt{3}$ハ$\sqrt{2}$ノ誤リ又其分子ノ括弧內ヲ$[(3\pi\sqrt{2}-4)^2+16]$ニ改ム

入社

平岡道生　能勢秀直　土屋正信

○

本月ノ定會ハ暑中ニ因テ休會ノ事

○

松平宗次郎改

中村宗次郎

右改性致シ候間社員諸君ニ廣告ス

○

投書ハ新聞原稿ノ例ニ倣ヒ本名住所御認メ本鄉區駒込蓬來町四十四番地中村元悳方中村宗次郎宛御差出シノ事

社長　柳楢悅

編輯印刷　大村一秀

賣捌所

東京芝區柴井町　松井忠兵衛
同日本橋區本町三丁目　清水卯三郎
大坂備後町四丁目　梅原龜七

定價　拾六錢

定時刊行

明治十三年九月四日

東京數學會社雜誌

第二十八號

一本社ノ大意ハ社則ニ依テ知ル可シ

一本號ノ諸問題ハ社員ヨリ蒐輯スル所ニシテ其答式ハ必ス次号ニ記載シ解義ハ投寄ニ隨テ記載スベシ

一社外ト雖モ投書スルヲ得然レ圧變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載錄セズ

一凡ソ掲載セル問題、論説、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スベシ

一諸名義譯例等ハ漸次ニ改正ス可シ

一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ京橋區日吉町七番地共存同衆館ニ於テス

一入社セント欲スル者ハ社則ニ隨フ可シ

明治十三年九月

東京數學會社

東京數學會社雜誌第二十八號

第一套

問題解義

一

第二十四號三套ノ一

荒川重平解

弟ノ年齢ヲxトシ題意ニ因レハxヨリ5ヲ減シタルモノハ兄ノ五分ノ一ナレハ兄ノ年齢ハ$5(x-5)$ナラザルベカラズ又$5(x-5)$ヨリ5ヲ減シタルモノヽ一倍五分ノ二ハ弟ノ年齢ナリ故ニ

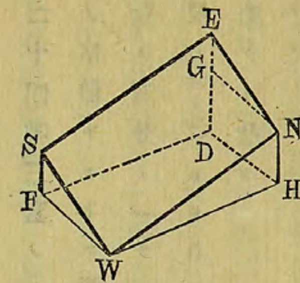
$$1\frac{2}{5}[5(x-5)-5]=x \qquad \frac{7}{5}\times 5[(x-5)-1]=x$$

$$\therefore\ 7x-42=x \qquad \therefore\ x=7 \quad \cdots\cdots \text{弟}$$

$$\therefore\ 5(x-5)=2\times 5=10 \quad \cdots\cdots \text{兄}$$

二

第二十四號三套ノ二　　同



上圖ニ於テEヲ東角Wヲ西角Sヲ南角Nヲ北角トス○EヨリS.N地平上ニ垂線EDヲ落シ又NヨリSF垂線NHヲ落シNGヲDEニ垂直ニ引ケハ左ノ如シ

平面EDHN．SFWハ地平面ニ垂直ニシテ其面内ノ直線EN．SWハ相平行ス故ニ他ノ直線GN．DH．FWモ亦相平行セザルベカラズ○同理ニ因テFDハWHニ平行ス

∴ FW // DH　又 FD // WH　∴ FW = DH　FD = WH

∵ DH // GN　∴ ∠EGN = ∠EDH = 直角

∴ SW = EN　FW = GN　∠SFW = ∠EGN = 直角

∴ SF = EG = 1尺　∴ GD = ED − EG = 3 − 1 = 2

又 NH = GD　∴ NH = 2尺

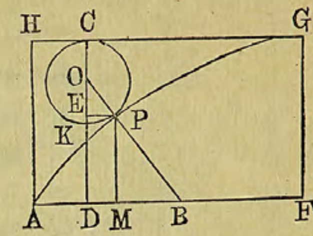
三

第二十四號三套ノ三　　同

AFGヲ擺線HFヲ矩形CPKヲ容圓C.Pヲ其觸點Oヲ其中心BPヲ法線トス○PEヲAFニ平行ニ引キCOD.PMヲGFニ平行ニ引キAMヲx.PMヲy.圓ノ半徑ヲrト命スレハ擺線ノ公式ハ左ノ如シ

$$x = a\cos^{-1}\frac{a-y}{a} - \sqrt{2ay-y^2} \quad \therefore \frac{dx}{dy} = \sqrt{\frac{y}{2a-y}} = \tan OPE$$

又 ∴ $OE = OP \sin OPE$



$$\therefore\ OE = \frac{r}{\operatorname{cosec} OPE} = \frac{r}{\sqrt{1+\cot^2 OPE}} = \frac{r}{\sqrt{\left(1+\frac{2a-y}{y}\right)}} = r\sqrt{\frac{y}{2a}}$$

又 $PB = y\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = y\sqrt{1+\frac{2a-y}{y}} = \sqrt{2ay}$

$$\therefore\ CD - ED = CD - PM = CE = CO + OE$$

$\therefore\ CD - y = r + r\sqrt{\frac{y}{2a}}$　然ルニ $CD = 2a$

$$\therefore\ 2a - y = r\left(1+\sqrt{\frac{y}{2a}}\right) = r\left(\frac{\sqrt{2a}+\sqrt{y}}{\sqrt{2a}}\right)$$

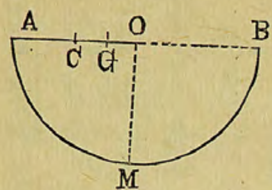
$$\therefore\ r = \frac{\sqrt{2a}\,(2a-y)}{\sqrt{2a}+\sqrt{y}} = \sqrt{2a}\left(\sqrt{2a}-\sqrt{y}\right) = 2a - \sqrt{2ay}$$

$$\therefore\ r = 2a - PB$$

容圓ノ位置凹處ニ在ルモ擺線ト GH 線ニ切スル以上ハ右ノ證式ニ外ツルヿナシ故ニ容圓半徑 r ハ原圓徑 $2a$ ヨリ法線 PB ヲ減スルモノニ等シ

四

第二十四號三套ノ四　　岩永義晴解



本題ヲ按スルニ若シ半圓周ノミニシテ半徑ヲ有セサルトキ之ヲ提テ其半周ノ兩端ヲ連結スル處中徑ヲ水平ナラシムレハ其提點、圓心ヲ通徹シテ虛中徑ニ正交スル直線中ニ在ルヿ明ラカナリ而シテ今其半周一半徑ヲ有スルモノトスレハ即チ題意中心ヲ距ルヿ半徑ノ半ノ所ニ於テ重疊半徑ニ等シキモノヲ附シテ而シテ之ヲ提ル云云ノ意ニ異ナラサルヘシ故ニ本題

ハ即チ圓心ニ重量半周ト同等ナル者ヲ附シ又其圓心ヲ距ル事半徑ノ半ノ所ニ於テ重量半徑ニ等シキ者ヲ附シタル者ト思想スヘシ因テ式ヲ起ス事左ノ如シ

Oハ圓心ニシテCハ半徑ノ中央ナリ而シテGヲ重心トス然ラハ左ノ式ヲ得ル

$AO = r,\quad CG = x,\quad r\pi =$ 半周ノ長

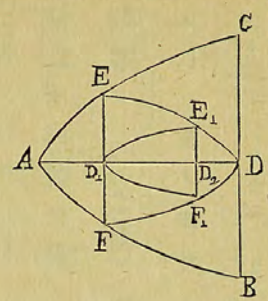
重學ノ公式ニ因リ

$\frac{r}{2}\left(\frac{r}{2}-x\right) = r\pi x \qquad \therefore\ x = \frac{r}{2(1+2\pi)}$

五

第二十四號三套ノ五　荒川重平解

ABC ヲ拋物線 EFD ヲ其内ノ最大拋物線 $E_1F_1D_1$ ヲ EFD 内ノ最大拋物線トス餘之ニ倣ヘ○ AD ヲ m CD ヲ n トスレハ



$\therefore\ n^2 = pm \qquad \therefore\ p = \frac{n^2}{m}$

$ED_1^2 = p.AD_1 = \frac{n^2}{m}.AD_1$

$\left(\frac{1}{2}EFD\right)^2 = \left(\frac{2}{3}ED_1\times DD_1\right)^2 = \frac{4}{9}ED_1^2\times DD_1^2$

$= \frac{4}{9}.\frac{n^2}{m}.AD_1(m-AD_1)$

$u = AD_1(m-AD_1)$ トスレハ

$\frac{du}{dAD_1} = (m-AD_1)^2-2(m-AD_1)AD_1 = 0$

$\therefore\ AD_1 = \frac{1}{3}m \qquad DD_1 = \frac{2}{3}m$

$\therefore\ ED_1^2 = p.AD_1 = \frac{n^2}{m}.\frac{1}{3}m = \frac{n^2}{3} \qquad \therefore\ ED_1 = \frac{n^2}{3}\sqrt{3}$ 〔1〕

右ト同理ナレハ $D_1D_2 = \frac{2}{3}.DD_1 = \frac{2}{3}.\frac{2}{3}m = \frac{2^2}{3^2}m$

$E_1D_2^2 = \frac{1}{3}.ED_1^2 = \frac{1}{3}.\frac{1}{3}n^2 = \frac{n^2}{3^2} \qquad \therefore\ E_1D_2 = \frac{n}{3}$ 〔2〕

$\therefore\ EFD = S_1 = \frac{4}{3}.ED_1\times DD_1 = \frac{4}{3}.mn\times\frac{2}{9}(3)^{\frac{1}{2}}$

$E_1F_1D_1 = S_2 = \frac{3}{4}.E_1D_2\times D_1D_2 = \frac{4}{3}.mn\times\frac{2^2}{9^2}(3)^{\frac{2}{2}}$

$S_3 = \frac{4}{3}mn\times\frac{4^3}{9^3}(3)^{\frac{3}{2}}$. ……………

$\therefore\ S_n = \frac{4}{3}mn\times\left(\frac{2}{9}(3)^{\frac{1}{2}}\right)^n = \frac{4}{3}.\overline{AD}.\overline{BD}.\left[\frac{2}{9}(3)^{\frac{1}{2}}\right]^n$.

六

第二十四號三套ノ六　同

前題ノ$\frac{4}{3}.AD.BD$ヲp. $\frac{2}{9}(3)^{\frac{1}{2}}$ヲqト命シ$S_1$ S_2等ノ和ヲ求ムレハ左ノ如シ

$S_1+S_2+\ \cdots\ +S_n = p\left[q+q^2+\ \cdots\ +q^n\right] = p\times\frac{q(1-q^n)}{1-q}$

然ルニnハ無極大ニシテqハ一個ヨリ小ナレハq^nハ空ト成リ右式變シテ左式ヲ生ス

$S_1+S_2+\ \cdots\ +S_n = p\times\frac{1}{\frac{1}{q}-1} = p\times\frac{2}{3\sqrt{3}-2} = p\times\frac{2(3\sqrt{3}+2)}{9\times3-4} =$

$\frac{4}{3}.AD.BD\times\frac{2(3\sqrt{3}+2)}{23} = \frac{8(3\sqrt{2}+2)}{69}.AD.BD$.

七

第二十四號三套ノ七　同

尖圓ノ公式ハ$y = \frac{2b}{a^2}x\sqrt{ax-x^2}$ナリ

$\therefore$　半積 $= \int_0^a ydx = \frac{2b}{a^2}\int_0^a x\sqrt{ax-x^2}.dx = \frac{2b}{a^2}\times\frac{\pi}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi}{8}ab$

$\therefore$　全積 $= \frac{\pi}{4}ab$

右ノ積分ノ成式ハ「トヾハンター」氏積分書第三章ノ例題六

二因ルモノトス

八

第二十四號三套ノ八　同

∵ $y^2 = \frac{4b}{a^2}x^3(a-x)$ ∴ $\frac{dy^2}{dx} = \frac{4b}{a^2}\{3x^2(a-x)-x^3\} = 0$

∴ $3(a-x)-x = 0$ ∴ $x = \frac{3}{4}a$

九

第二十四號三套ノ九　同

旋轉体ノ公式ハ左ノ如シ

$$\int_0^h \pi y^2 dx = \frac{4b^2}{a^4}\cdot\pi\int_0^h x^3(a-x)\,dx = \frac{4b^2}{a^4}\pi\left(\frac{ah^4}{4}-\frac{h^5}{5}\right) =$$

$\pi b^2 \cdot \frac{h^4}{a^3}\left[1-\frac{4h}{5a}\right]$ 又 $m = \frac{h}{a}$ トスレハ

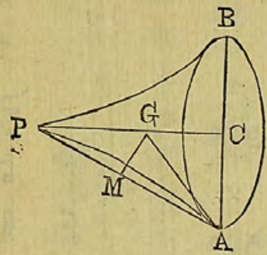
$$s = \pi b^2 h m^3\left(1-\frac{4}{5}m\right)$$

十

第二十四號三套ノ十　岩永義晴解

題言中半拋物線頂トアルハ半拋物線縱線頂ノ意ト思想ス

而シテ之ヲPトシA及Bヲ其頂點トシテ式ヲ起スヿ左ノ如シ



v＝体積　G＝重心

AB $= d$　AC $= y$　$pc = x$

拋物線ノ公式　$y^2 = px$

之ヲ微分シテ

$2ydy = pdx$ ∴ $dx = \frac{2ydy}{p}$

又体積ヲ得ル式左ノ如シ

$$v = \int y^2 \pi dx = \frac{2\pi}{p}\int y^3 dy = \frac{\pi y^4}{2p}$$

$$PG = \frac{\int \pi x y^2 dx}{v} = \frac{2\pi \int y^5 dy}{pv} = \frac{\pi y^6}{3p^2 v}$$

今其vニ當價ヲ代用スレハ

$$PG = \frac{\pi y^6}{3p^2} \times \frac{2p}{\pi y^4} = \frac{2y^2}{3p} = \frac{2x}{3}$$

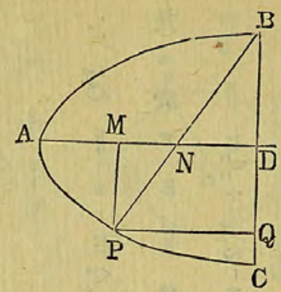
弦ニ於テ題意ヲ接スルニP.Aニ受クル重量同等ナルヲ以テPG AGノ同一ナルヿ明ラカナリ因テ再ヒ式ヲ起ス左ノ如シ

$$AG^2 = CG^2 + AC^2 \qquad \frac{4x^2}{9} = \frac{x^2}{9} + y^2$$

$$\frac{3x^2}{9} = y^2 \qquad \therefore \quad \frac{3x^2}{9} = \frac{d^2}{4} \qquad \therefore \quad x = \frac{d}{2}\sqrt{3}$$

十一

第二十四號三套ノ十一　同



上圖ニ於テ所求ノ斜線ヲBPト假定スル片ハBAP BPC共ニ全積ノ半ニシテ又ADC或ハADBニ相等シトス故ニANPトBDNハ其積同等ナリ因テ式ヲ起スヿ左ノ如シ

$$AD = x, \quad BD = y, \quad AM = x',$$

$$MP = y', \quad BQ = y + y', \quad PQ = x - x',$$

等式形ノ比例ニ因テ左ノ二式ヲ得ル

$$DN = \frac{(x - x')y}{y + y'}, \qquad MN = \frac{(x - x')y'}{y + y'}$$

又左ノ一式ヲ得

$$\frac{(x - x')y^2}{y + y'} - \frac{(x - x')y'^2}{y + y'} = \frac{4}{3}x'y' \qquad \therefore \quad (x - x')(y - y') = \frac{4}{3}x'y'$$

今抛物線ノ公式ニ據リ $x' = \frac{xy'^2}{y^2}$ ヲ得ル之ヲ以テ前式 x' ニ代用シテ左ノ如シ

$\left(x - \frac{xy'^2}{y^2}\right)(y-y') = \frac{4xy'^3}{3y^2}$　$\therefore xy - \frac{xy'^2}{y} - xy' + \frac{xy'^3}{y^2} = \frac{4xy'^3}{3y^2}$

$\therefore 3y^3 - 3yy'^2 - 3y^2y' = y'^3$　$\therefore 4y^3 = (y+y')^2$

$y\sqrt[3]{4} = y + y'$　$\therefore x' = x(\sqrt[3]{4}-1)^2$

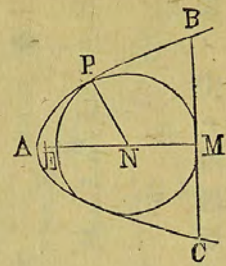
$\therefore PQ = x - x(\sqrt[3]{4}-1)^2 = x(2-\sqrt[3]{4})\sqrt[3]{4}$

玆ニ於テ $m = \sqrt[3]{4}$ トシテ所求ノBPヲ得ル式左ノ如シ

$BP^2 = m^2y^2 + x^2(2-m)^2m^2$　開平方　$BP = m\sqrt{y^2+x^2(2-m)^2}$

十二

第二十四號三套ノ十二　同



上圖ニ於テAハ頂點Fハ心點Pハ抛物線ト容圓ノ切點Nハ圓心Mハ縱線ト圓ノ切點ニシテ横軸中ニアル者トス

$PN = r$　$FN = m$

$AB = x$　$BQ = y$

$\frac{r^2}{2m} = RN$　$\frac{r^2}{4m} = AF$　$\therefore x = \frac{r^2}{4m} + m + r$

今抛物線ノ公式ニ由リテ左式ヲ得

$y^2 = \frac{r^2}{m}\left(\frac{r^2}{4m} + m + r\right)$　之ヲ化シテ　$\frac{y^2}{r^2} = \frac{r^2}{4m^2} + 1 + \frac{r}{m}$

平方ヲ開キ　$\frac{y}{r} = \frac{r}{2m} + 1$　$\therefore 2y = \frac{r^2}{m} + 2r$

$$2y-3r=\frac{r^2}{m}-r=\frac{(r-m)r}{m}$$

故ニ$2y$.$3r$ヨリ小ナル時ハ其結果負數ヲ得ルヲ以テr.mヨリ小ニシテ之ニ反スル時ハ其之ヨリ大ナラサルヘカラス

因テ本題ノ如シ

十三

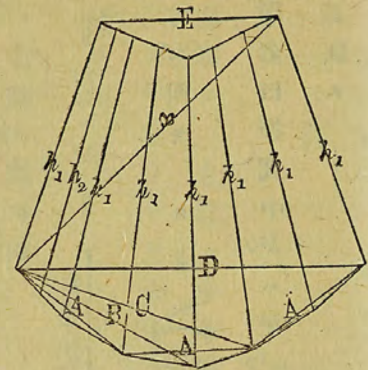
第二十四號三套ノ十四　土谷温齋解

上邊$=a$　下邊$=b$　高$=h$

$h_1^2=(b-a)^2+h^2$　$h_2^2=\frac{3}{4}(b-a)^2+h^2$

$h_2:h_1::A:2b$　$\therefore A=\frac{2bh_2}{h_1}$

圏ノ中ニ四邊形ヲ充タシムレハ相對二邊ノ相乘ノ和ハ二對角線ノ相乘ニ等シキ幾何學ノ理ニ依テ



$bB=A^2-b^2$

$\therefore B=\frac{A^2-b^2}{b}=\frac{4bh_2^2}{h_1^2}-b$

同理ニ因テ

$AC=B^2-b^2$

$$C=\frac{B^2-b^2}{A}=\frac{8bh_2^3}{h_1^3}-\frac{4bh_2}{h_1}$$

$$=\frac{2bh_2(4h_2^2-2h_1^2)}{h_1^3}=\frac{2bh_2\{(b^2-a^2)+2h^2\}}{h_1^3}=\frac{2bh_2(h_1^2+h^2)}{h_1^3}$$

同理ヲ推シテ

$$D=\frac{C^2-A^2}{A}=\frac{2bh_2(h_1^2+h^2)^2}{h_1^5}-\frac{2bh_2}{h_1}=\frac{2bh_2\{(h_1^2+h^2)^2-h_1^4\}}{h_1^5}$$

$$=\frac{2bh^2h_2(2h_1^2+h^2)}{h_1^5}$$

$h_1^2=m$, $2h_1^2+h^2=n$ トスレハ

$D=\frac{2bh^2h_2n}{m^2\sqrt{m}}$ 之ヲ對換シテ $E=\frac{2ah^2h_2n}{m^2\sqrt{m}}$

前ノ方法ヲ推シテ

$$x^2=ED+h_1^2=\frac{4abh^4h_2^2n^2}{m^5}+m=\frac{abh^4n^2(m+n)}{m^5}+m$$

平方ニ開キ $x=\sqrt{\left(\frac{abh^4n^2(m+n)}{m^5}+m\right)}$

題者曰答式中 h^3 ハ h^4、m^4 ハ m^5 ノ誤リナリ本解ニ附テ之ヲ正誤ス

第二套

設問

一　定圓周ノ一定點ヨリ無數ノ通弦ヲ作リ其端ヲ中心トシ其通弦ヲ半徑トシテ画ケル圓ノ交跡線ハ等圓轉輒線ト成ルノ證ヲ問　伊藤直温

二　直交ノ二線アリ弦及矢ヲ其中ニ占メ其積定數ナル拋物線面數個ヲ画ケハ其交跡線ハ如何　同

三　半圓弧ノ鏡アリ其直徑ニ正交スヘキ無數ノ平行光線ノ反射線交跡ハ何線ナルヤ又其半徑ヲRトスレハ反射線交跡　駒野政和

ノ線長幾何

四　　同

圓周線ノ一點ヨリ其內部ニ分射スル無數光線ノ反射線交跡ハ何線ナルヤ又其半徑ヲRトスレハ反射線交跡ノ線長幾何

五　　福田理軒

a b ノ二方形相切シ角ヨリ角ヲ過キ直線ヲ作リ至極ノ直三角形ヲ設ルアリb方邊ヲ知リテa方邊ヲ求ルコ如何

六　　肝付兼行

圖ノ如ク垂直線YOニ其中軸徑$4r$ヲ占メ水平線XOニ其曲周ノ一處ヲ切スル所ノ等圓半轉軌線ヲ画クアリ今該曲周ニ一處ヲ切シ其兩端該垂直水平兩線ニ界セラル變斜線ABノ

最モ短キ長サヲ求ムレハ$\frac{9\sqrt{3}}{2}$ヲナリト云フ其證明如何

七　　同

圖ノ如ク二斜線間ニ圓一個等圓轉軌線大小二個ヲ互ニ相接切シテ画クアリ今二斜線ノ挾角ヲ$\varnothing$圓徑ヲ$2a$兩轉軌線中軸徑ノ大ナル者ヲ$4R$小ナル者ヲ$4r$トセハ即チ次ノ兩式ヲ得ヘシ其起原如何

$$R = a\tan^2\frac{1}{6}(\pi+\varnothing)\sec\frac{1}{6}(\pi+\varnothing),\quad r = a\tan^2\frac{1}{6}(\pi-\varnothing)\sec\frac{1}{6}(\pi-\varnothing)$$

八　　同

圖ノ如ク楕圓ヲ長徑$2a$ニ平行ノ弦ニ依テ二部ニ界シ其一部內弦ニ二點短徑$2b$端ニ一點ヲ接シ等圓轉軌線中軸徑ヲ$4r$ト命スヲ容ル、ABC ADEノ黑積最大ナレハ$r = \frac{9^3a^2\cdot 4b}{b^2(15\sqrt{3}+16\pi)^2+(81a)^2}$ナリト云フ其證如何

九　　　　　　　　　　　　　　　　同

前題ノ圖ニ依リABEノ曲周ト弦中DE及ヒBC總計長最モ長キハ$r=\frac{2b}{9}\left\{1+\frac{1}{\left(1+\frac{27a^2}{49b^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\right\}$ナリ其證如何

但シ前題ト違ヒ本題ハ$a>\frac{7\sqrt{5}}{11}b$ナルモノニ限ルヘシ

十　　　　　　　　　　　　　　　　同

其縱横線等圓轉軌線某點ノ曲率半徑及ヒ曲周ノ性情ナル曲線ハ長短徑三ト一ノ比ノ半楕圓トナルノ理ヲ解セヨ

十一　　　　　　　　　　　　　大村一秀

方內ニ拋物線ヲ相交ヘ其隙ニ圖ノ如ク圓ヲ畫クアリ方邊aヲ以テ容圓半徑rヲ求ムルトキハ左ノ如シ其證如何

$\left(\sqrt{\frac{91}{27}}+1\right)^{\frac{1}{3}}=m,\quad m-\frac{4}{3m}=n$トス

$\frac{2}{\sqrt{2\left(\frac{1}{\sqrt{1-2n}}+1+n\right)+\sqrt{1-2n}-1}}=\mathrm{P}$トシ$r=a.\frac{1-\mathrm{P}}{4\mathrm{P}^2}$

十二　　　　　　　　　　　　　　　　同

拋物線ノ頂點ニ切スル最大凹圓ノ中徑ハ通徑ノ四分ノ三ニ等シ其起原如何

十三　　　　　　　　　　　　　　　　同

梯內ニ充テ凹圓等圓轉軌線ヲ容ルアリ等圓半徑rヲ以テ梯積極小ノ下頭ヲ求ムルトキハ$r\sqrt{12\sqrt{2}+15}$ヲ得其證如何

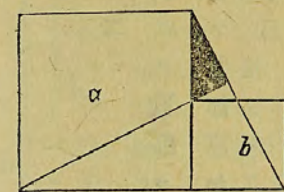
十四　　　　　　　　　　　　　岡本則錄

已定ノ一楕圓線ニ切シテ無數個ノ等楕圓線（此各線ハ總ヘテ已定ノ楕圓線ト同形同大ニシテ其横縱徑ハ恒ニ已定ノ楕圓線ノ横縱徑ト並行ニ在リ）ヲ畫ケハ其交跡線即チ所謂ル絡線（エンヴエロープ）ハ亦一ノ楕圓線ヲ成スト云フ其證ヲ需ム

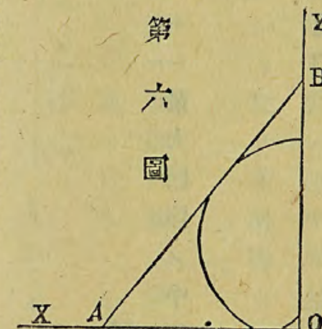
十五 同

巳定ノ一楕圓線ニ等同ノ一楕圓線ヲ載ス兩縱徑ハ全ク一線ヲナス其楕圓線ヲ巳定ノ楕圓線上ニ輾轉セシムレハ其最上ノ縱徑端Pノ軌跡ハPQOナル一曲線ヲ成スナリ今其一楕圓線ノ半横徑ヲA半縱徑ヲBト爲シ此曲線.ノ方程式ヲ需ム

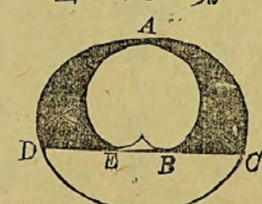
第五圖



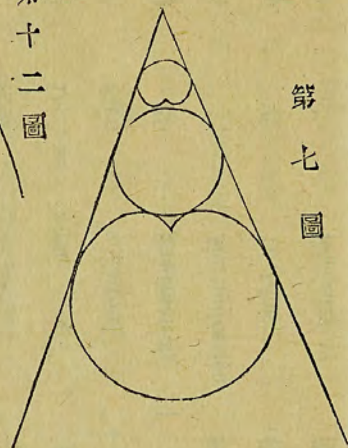
第六圖



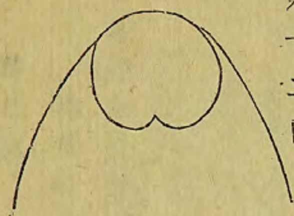
第八圖



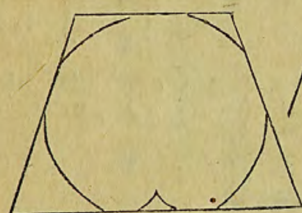
第七圖



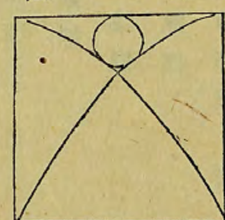
第十二圖



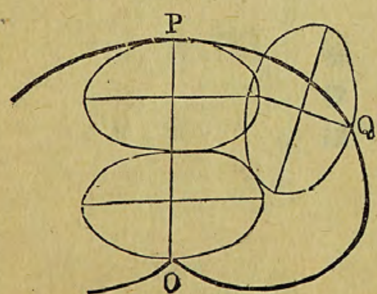
第十三圖



第十一圖



第十五圖



第三套

譯語艸案

十月第一土曜日ニ於テ議スル所ノ艸案ハ左ノ如シ

草案者　中川將行

(28) Sign　符號　又　標識

(29) Sign of numeration　「,」句讀　又　「コンマ」

(30) Decimal Sign　「.」小數點　又　奇零點

(31) Sign of addition　「+」加標

(32) 〃 Subtraction　「−」減標

(33) 〃 Multiplication　「×」乘標

(34) 〃 Division　「÷」除標

(35) 〃 Equality　「=」相等標　又　等標

(36) Sign of aggregation　括標

(1) Brackets　( ) { } [ ]　括弧

(2) Vinculum　——　括線

(37) Sign of Ratios　「:」比標

(38) 〃 Proportion　比例標

(39) 〃 Involution　方乘標　又　自乘標

(1) Index or Exponent　指數

(40) Sign of Evolution　開方標　又　開標

(41) Axiom　格言

(42) Sum or Amount　和

(43) Proof　證

(44) Example　例

別ニ可

統因数

(45) Minuend 被減數

(46) Subtrahend 減數

(47) Difference or Remainder 差 又 或 餘數

(48) Multiplicand 實 又 被乘數

(49) Multiplier 法 又 乘數

(50) Product 得數 又 積

(51) Factors 乘子 又 因數

(52) First power 一乘

(53) Second power or square 二乘

(54) Third power or cube 三乘

(55) Continued multiplication 連乘法

(56) Composite number 複素数

(57) Component factors 乘子 因數

(58) Dividend 實 又 被除數

(59) Divisor 法 又 除數

(60) Quotient 商

(61) Reciprocal 反数

(62) Short division 短除法

(63) Long division 長除法

(64) Successive Division 連除法

附錄

第四套

報告

本社雜誌ノ解義ニ於ケルヤ之ヲ記載スルト雖モ已ニ第十九號前ニ於テハ毎號數多ノ設問ニシテ今ヨリ後數號ヲ嗣クニ非サレハ解義ノ全備スル能ハス然レ𪜈又毎號ニ設問在リテ其解義ヲモ記載スヘシ故ニ委員ノ協議ニ因テ第二十九號ヨリハ勉メテ第十九號前ニ於ル代數幾何以上ノ解義ノミヲ掲載シ算數學ヨリ三角法マテノ解義ハ記載セサルヿニ決定セリ因テ茲ニ一言ヲ述フ解義ヲ投寄ノ諸君ハ其意ヲ解シ投與アランヿヲ且ツ江湖ノ同學者ニ於テ雜誌中三角法マテノ中ニ就テ解義ヲ質問アル𬼂ハ之ニ答フヘシ

○

第二十五號附錄ニ於テ廣告シタル藏書目錄中寄附ニ係ル和洋書遺漏ノ分左ニ廣告ス

和書之部

書名	冊數	寄附者
算法開蘊	四	金井之恭

洋書之部

書名	冊數	寄附者
トードハンタル氏 アナルチイカール、スタチック	一	松井忠兵衛
代數書	一	ドクトル、センデル
數學雜誌	六	デビット モルレー
蘭書積分表	二	赤松則良
獨逸書數學雜誌	十	柳楢悅

○
投書ハ新聞原稿ノ例ニ倣ヒ本名住所御認メ本郷區駒込蓬莱町四十四番地中村元愿方中村宗次郎宛御差出シノ事

社長　柳楢悦
編輯 印刷　大村一秀

賣捌所
東京芝區柴井町　松井忠兵衛
同日本橋區本町三丁目　清水卯三郎
大坂備後町四丁目　梅原龜七

定時刊行
明治十三年十月二日

東京數學會社雜誌

第二十九號

一本社ノ大意ハ社則ニ依テ知ル可シ

一本號ノ諸問題ハ社員ヨリ蒐輯スル所ニシテ其答式ハ必ス次号ニ記載シ解義ハ投寄ニ隨テ記載スヘシ

一社外ト雖モ投書スルヲ得然レ𪜈變名ニシテ出所不分明ナル投書ハ載録セズ

一凡ソ掲載セル問題、論説、解義等ノ正邪可否ハ投寄者其責ニ任スヘシ

一諸名義譯語等ハ譯語會記事ニ録ス

一集會ハ毎月第一土曜日午後一時ヨリ京橋區日吉町七番地共存同衆舘ニ於テス

一入社セント欲スル者ハ社則ニ隨フ可シ

明治十三年十月

東京數學會社

東京數學會社雜誌第二十九號

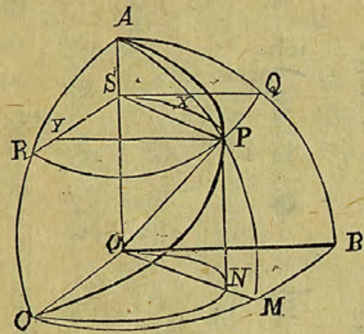
第一套

問題解義

第四號四套ノ五

一

肝付兼行解



$CO=AO=OB=OM=r,$

$\angle BOC=\alpha,\quad \angle AOP=\phi,$

$\angle AOB=\angle AOM=\angle AOC=\frac{\pi}{2}$

$\angle BOM=\theta,\quad \frac{\pi}{2}:\phi::\alpha:\theta$

$\therefore\ \theta=\frac{2\alpha}{\pi}\phi$

曲面積 $S=\int$ PQ弧 dAQ弧

而シテPQ弧 $= SQ(\alpha-\phi) = r\alpha\sin\phi\left(1-\frac{2\phi}{\pi}\right)$

d AQ弧 $= rd\phi$, ∴ APCBA面積 $= r^2\alpha\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1-\frac{2\phi}{\pi}\right)\sin\phi\, d\phi =$
$\frac{2r^2\alpha}{\pi}$, 又体積 $V = \int$ SXPR積 d AS 而シテ $dAS =$
$rd(1-\cos\phi) = r\sin\phi\, d\phi$, SXPR積 = SPR積 + SXP積
$= \frac{1}{2}\left(SP^2(\alpha-\phi)+\int SP^2 d\phi\right) = \frac{r^3\alpha}{2\pi}\left(\sin^2\phi(\pi-2\phi)+\left(\phi-\frac{1}{2}\sin\phi\right)\right)$.

∴ APCNOCA体積 $= \frac{r^3\alpha}{2\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sin^3\phi(\pi-2\phi)+\sin\phi\left(\phi-\frac{1}{2}\sin^2\phi\right)\right)d\phi =$
$\frac{r^3\alpha}{3}\left(1-\frac{4}{3\pi}\right)$ 又曲線長 $3 = \int\left((dAS)^2+(dSXP)^2\right)^{\frac{1}{2}}$ 而シテ
$(dSXP)^2 = (dYS)^2+(dYP)^2 = r^2[(d\sin\phi\sin\theta)^2+(d\sin\phi\cos\theta)^2]$
$= r^2\left(\cos^2\phi+\frac{4\alpha^2}{\pi^2}\sin^2\phi\right)d\phi^2$

∴ APC線長 $= r\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(1+\frac{4\alpha^2}{\pi^2}\sin^2\phi\right)^{\frac{1}{2}}d\phi$

即チ $r\left(1+\frac{4\alpha^2}{\pi^2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ヲ半長徑 r ヲ半短徑トシタル橢圓周ノ四分ノ一ナリ

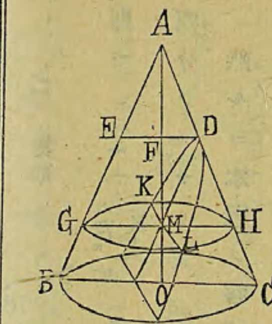
然ルニ本題ノ答式ニハ r ヲ半長徑 $\frac{r}{\sqrt{2}}$ ヲ半短徑トシタル橢圓周ノ四分ノ一ニ $\sqrt{2}$ ヲ乘スル者ナリトアリ按スルニ是蓋シ α ヲ $\frac{\pi}{2}$ ト見做シテ算シタル者ナラン何トナレハ我答式ヲ以テ α ヲ $\frac{\pi}{2}$ トナストキ該答ニ合スレハナリ然レトモ α ヲ $\frac{\pi}{2}$ トナストキハ其答輒チ題意ニ協ハサル者タルヲ免カレサルヘシ豈シヤ又 α ヲ $\frac{\pi}{2}$ ト見做シテ假リニ可ナリトスルモ該答ハ尚其迂遠ヲ免カレス即チ $\alpha\sqrt{2}$ ヲ半長徑 r ヲ半短徑トシタル橢圓周ノ四分ノ一ヲ

以テ答フル方較々簡ナリ

二

第五號五套ノ二　　伊藤直温解

左圖ABCハ圓錐KDLMハ其截面ニシテ即チ抛物線面GKHLハ底面ニ平行ナル圓面ナリ今BCニ平行シテDEヲ引ケハ



$ED = GM$ 而シテ $BO = CO = b$　$AO = h$

$OF = h'$　$DM = x$

$KM = LM = y$ トス

圖ニ依テ $AO : AF :: BC : ED$

又 $AB : DM :: BC : MH$

$ED = \dfrac{2b(h-h')}{h}$ 及 $MH = \dfrac{2bx}{\sqrt{b^2+h^2}}$

又圖ニ依テ $GM : KM :: KM : HM$

$$y^2 = \frac{4b^2(h-h')x}{h\sqrt{b^2+h^2}}$$

是レ即チ抛物線ノ式ニシテ頂距燒點即チ通徑ノ四分一ハ $\dfrac{b^2(h-h')}{h\sqrt{b^2+h^2}}$ ナリ茲ニ於テbヲ三寸hヲ八寸h'ヲ三寸トスレハ其數價六分五厘八毛三五六强ト成ルナリ

三

第五號五套ノ三　　同

題文中ニ小。圓徑最少トアルハ外。圓徑最少ノ誤リナラン

左圖Aハ外圓ノ中心Bハ小圓ノ中心Cハ一等圓ノ中心Dハ缺圓ノ中心ナリ而シテ等圓半徑ヲ[illegible]外圓半徑ヲx小圓半徑ヲy缺圓半徑ヲzトスレハ

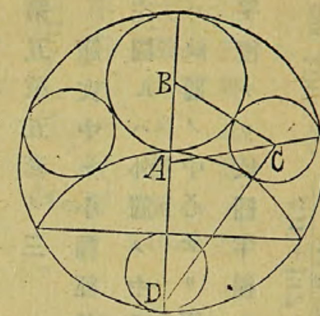
$\cos ABC = \dfrac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB.BC} = \dfrac{BD^2+BC^2-CD^2}{2BD.BC}$ 即チ

$$\frac{(x-y)^2+(b+y)^2-(x-a)^2}{2(x-y)(a+y)}=\frac{(y+z)^2+(a+y)^2-(a+z)^2}{2(y+z)(a+y)}$$

之レヲ解キzヲ求ムレハ

$$z=\frac{y^2(x-y-a)}{ax-xy+y^2}$$

又缺圓ト外圓トノ公通弦ヲ以テ



下式ヲ作ル

$$2a(2x-2a)=(2x-2y-2a)\{2z-(2x-2y-2a)\}$$

又之レヲ解キzヲ求ムレハ

$$z=\frac{a(x-a)+(x-y-a)^2}{x-y-a}$$

zノ兩同數ヲ以テ一式ヲ作リ解キ省キ以テ次式ヲ得

$$xy^2-x^2y+a^2y-ax^2-a^2x=0 \qquad [A]$$

以テyヲ求ムレハ

$$y=\frac{x^2-a^2\pm\sqrt{(x^2-a^2)-4ax^2(x-a)}}{2x}$$

茲ニ於テ案スルニxノ數價如何ニ小ナルモ開方號中ノ數ヲシテ零ヨリ小ナラシムル能ハス因テ之レヲ零トシ過乘ヲ省キ之レヲ解ケハ

$$x^3-3ax^2-a^2x-a^3=0$$

三次方程式ノ解法ニ從ヒ其根ヲ求ムレハ

$$x=a\left[1+\left(2+\frac{2}{9}\sqrt{33}\right)^{\frac{1}{3}}+\left(2-\frac{2}{9}\sqrt{33}\right)^{\frac{1}{3}}\right]$$

$2a=10$トシ數ヲ算スレハ　$2x=33.8+$ヲ得テ答ニ合ス

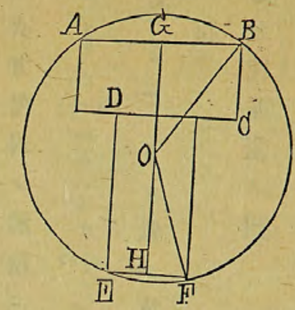
四

第五號五套ノ四　同

左圖AC及ヒDFハ等直形ニシテOハ外圓ノ中心ナリ圖ニ據テ

$$AB+EF=DE+BC=GO+OH=\sqrt{BO^2-BG^2}+\sqrt{FC^2-FH^2}$$

而シテ $AB = DE = A,\ BC = EF = B$



$BO = FO = \frac{P}{2}$ トスレハ

$$A + B = \sqrt{\frac{P^2}{4} - \frac{A^2}{4}} + \sqrt{\frac{P^2}{4} - \frac{B^2}{4}}$$

遍ク2ヲ乘シ開方號ヲ去リ而シテ之レヲ括レハ $16P^2 = 16A^2 + (3A + 5B)^2$ ト成ル今若シ直三角形ノ三邊ノ整數ナルモノヲ a b 及ヒ c トスレハ $c^2 = a^2 + b^2$ ナル故ニ $mc = 4P,\ ma = 4A,$ 及ヒ $mb = 3A + 5B$ ト定ムルヿヲ得ヘシ此係數 m ハ未定ノ數ナリ而シテ $P = \frac{mc}{4},\ A = \frac{ma}{4},$ 及ヒ

$B = \frac{4mb - 3ma}{20}$ ヲ得玆ニ於テ $m = 10$ トスレハ答式ニ合スルト雖トモ整數タラシメンカ爲メ $m = 20$ トスレハ $P = 5c$　$A = 5a$　及ヒ　$B = 4b - 3a$ ナリ

五

第五號五套ノ五　　土谷温齋解

圓徑ヲPトスレハ方邊ハ2Pニシテ楕圓長徑ヲx同短徑ヲyトシ個數ヲnトス

$x = 2P,\quad y = \frac{P}{n},$ 圓及楕圓ハ積等シキ故ニ $xy = P^2$

$\therefore\ \frac{2P^2}{n} = P^2$ 依テ $n = 2$

六

第八號五套ノ二　　大坂　長澤龜之助解

$BD^2 = 2DE.VD$,　$BE^2 = BD^2 + DE^2 = DE(2VD+DE)$　(1)

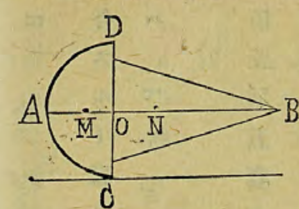
又 $AC^2 = 2DE.VC = 2DE.(VD + \frac{1}{2}DE) = DE(2VD+DE)$　(2)

(1)(2)式後節相等シ故ニ前節モ又相同シ即チ $BE^2 = AC^2$

∴ $BE = AC$ トナル答ニ合ス．

七

第九號九套ノ四　　長谷川喜知解



兩底心ヲO半球重心ヲM及ヒ圓錐重心ヲNトシ球面ト盤面ノ切點ヲCトシ接スルニC點ノ直立線CDハ果シテ兩心Oヲ通過スルコトヲ知ル因テ各ノ体積及ヒ重心距ヲ列シ圓錐高hヲ求ム左ノ如シ

半球積 $= \frac{\pi}{12}(3R)^2$　　圓錐積 $= \frac{\pi}{3}r^2h$

半球重心距 $= OM = \frac{3}{8}R$　　圓錐重心距 $= ON = \frac{1}{4}h$

∴ $\frac{3}{8}R.\ \frac{2\pi}{3}R^3 = \frac{1}{4}h.\ \frac{\pi}{3}r^2h$　因テ　$3R^4 = r^2h^2$

∴ $h = \frac{R^2}{r}\sqrt{3}$

八

第十號七套ノ九　　伊藤直温解

圓ノ半徑ヲr扇形ノ中心角ヲθ一定周長ヲa其面積ヲvトスレハ

$2r + r\theta = a$　　∴ $\theta = \frac{a-2r}{r}$　而シテ

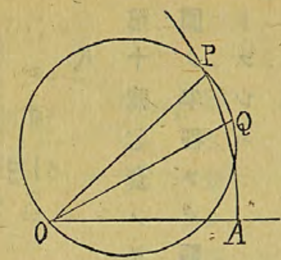
$v = \frac{r^2\theta}{2} = \frac{1}{2}(ar - 2r^2)$　vノ最大ヲ求メン為メニ之レヲ微分シ其第一次微係數ヲ零トス

$\frac{dv}{dr} = \frac{1}{2}(a - 4r) = 0$　　∴ $r = \frac{a}{4}$　　$2r = \frac{a}{2}$

又 $r\theta = a - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}$ ∴ $\frac{2\pi}{r\theta} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a}{2}} = 1$ ナリ

九

第十號七套ノ十 同



OA ハ定線 O ハ極點 AP ハ本曲線ニシテ
其極式 $r = a\sec^{n}\left(\frac{\theta}{n}\right)$ ナルモノト
ス故ニ $OP = r$, $\angle POA = \theta$ ナリ
今 OP ヲ全徑トシ畫ケル圓周中ノ某一
點ヲ Q トシ $OQ = \rho$, $\angle QOA = \phi$ ト
スレハ其圓ノ極式ハ

$$\rho = r\cos(\theta - \phi) \quad [1]$$

而シテ本曲線ノ式ヨリ θ ヲ求メ [1] 式ノ θ ヲ變スルヿ次ノ如シ

$$\cos\left(\frac{\theta}{n}\right) = \left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}} \quad ∴ \theta = n\cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$∴ \rho = r\cos\left[n\cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}} - \phi\right] \quad [2]$$

交跡線ヲ求ムルノ法ニ據リ r ヲ變數トシ其他ヲ定數トシ
微分スレハ

$$0 = \cos\left(n\cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}} - \phi\right) - \frac{\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}}}{\sqrt{1-\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}}}}\sin\left(n\cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}} - \phi\right)$$

之レヲ變化スルヿ次ノ如シ

$$\left(1-\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}}\cos^{2}\left(n\cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}} - \phi\right)\right) = \left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{2}{n}}\sin^{2}\left(n\cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}} - \phi\right)$$

$$∴ \cos^{2}\left(n\cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}} - \phi\right) = \left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{2}{n}} \quad ∴ \cos\left(n\cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right) - \phi\right) = \left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$∴ n\cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}} - \phi = \cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}} \quad ∴ \cos^{-1}\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{\phi}{n-1} \quad [3]$$

$$∴ \left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{1}{n}} = \cos\left(\frac{\phi}{n-1}\right) \quad ∴ \frac{a}{r} = \cos^{n}\left(\frac{\phi}{n-1}\right) \quad ∴ r = a\sec^{n}\left(\frac{\phi}{n-1}\right) \quad [4]$$

〔3〕及ヒ〔4〕ヲ以テ〔2〕式ヲ解ケハ

$\therefore \rho = a\sec^{n}\left(\frac{\phi}{n-1}\right)\cos\left(\frac{n\phi}{n-1}-\phi\right) = a\sec^{n}\left(\frac{\phi}{n-1}\right)\cos\left(\frac{\phi}{n-1}\right) =$

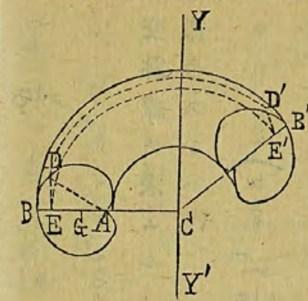
$a\sec^{n-1}\left(\frac{\phi}{n-1}\right)$　ρヲ以テrトシϕヲ以テθトスレハ即チ答

式ニ同シ．

十

第十號九套ノ十一

駒野政和解



上圖ヲシテ第一環ノ截体トナス而シテ其ADBAヲ凹圓曲周Gヲ凹圓曲周ノ重心トシ及ヒABヲ凹圓中徑、BCヲ環ノ外半徑トス又YY'ヲBCニ正交シタル旋轉縱軸トシBCB'角ヲ旋轉角トス

今其第一環体曲面積ハYY'軸ヲ以テBCト凹圓周ト共ニ旋轉一周シタルモノニ等シトス而シテ其AEヲxトシDEヲyトシADヲzトスレハ則チ其解式ヲ得ルコ次ノ如シ

$AB = 4r$　$BC = R$　$\llcorner BCB' = \phi$

$CE = R - 4r + x$　$AD = z$．

又凹圓公式ニ由テzヲ求ムレハ即チ$z = 2r(1-\cos\phi)$ナリ

今凹圓曲周ノ微分ヲdLトシ環体曲面ノ微分即チDEE'D'曲面ヲdsトスレハ次ノ二式ヲ得ヘシ．

$dL = d\phi\sqrt{\left[z^2+\left(\frac{dz}{d\phi}\right)^2\right]} = 8r\sin\tfrac{1}{2}\phi\, d\tfrac{1}{2}\phi$．　〔1〕

$ds = \phi(R-4r+x)dL$　〔2〕

其〔1〕式ヲ以テ此〔2〕式ノdLニ代用シ又凹圓公式　$x =$

$4r\sin^2\frac{1}{2}\phi\cos\phi$ ヲ變シテ之ヲ(2)式中ノxニ代用シテ積分法ニ據レバ即チ

$$s=\phi\int_0^{2\pi}\left[R-4r-4r\sin^2\tfrac{1}{2}\phi\left(1-2\sin^2\tfrac{1}{2}\phi\right)\right]8r\sin\tfrac{1}{2}\phi\,d\tfrac{1}{2}\phi$$

此積分商ハ即チ $s=2\phi\left(8Rr-\frac{96}{5}r^2\right)$ 此式中ノϕ角ヲ2πト定ムレバ即チ $s=32\pi r\left(R-\frac{12}{5}r\right)$ ナリ

此答式中$\frac{12}{5}r$ハ凹圓曲周ノ重心距BGニ等シ故ニ$R-\frac{12}{5}r$ハ其重心G點ヨリC點ニ至ルノ距CGニ等シキナリ

今試ニ其重心距BGヲ求ムル左ノ如シ

$$AG=\frac{\int x\,dL}{\int dL}=\frac{32r^2\int\sin^3\frac{1}{2}\phi\left(1-2\sin^2\frac{1}{2}\phi\right)d\frac{1}{2}\phi}{8r\int\sin\frac{1}{2}\phi\,d\frac{1}{2}\phi}=\frac{\frac{128}{5}r^2}{16r}=\frac{8}{5}r$$

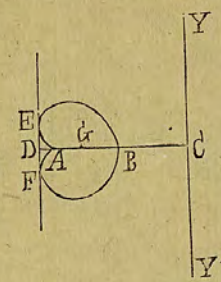
$$\therefore BG=4r-\frac{8}{5}r=\frac{12}{5}r$$

是即チ前式ニ符合ス

此理ニ由テ公則ヲ得ル左ノ如シ

公則　凡環体ノ曲面積ハ其截面ノ周圍ニ其重心周ヲ乘スルモノニ等シ

此公則ニ由テ第二、三、兩環ノ曲面積ヲ求ムル次ノ如シ



上圖AEBFヲ第二環ノ截面トス而シテ其EFヲ切線トシCDヲ環ノ外半徑トシテ前ニ照準スレハ即チ次ノ如シ

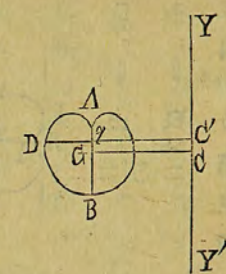
$$CD=R\qquad AD=\frac{1}{2}r$$

$$DG=\frac{1}{2}r+\frac{8}{5}r=\frac{21}{10}r$$

$$CG=R-\frac{21}{10}r$$ 〇今其CGヲ以テXト命スレハ即チ

$$ds=\phi X\,dL\qquad\therefore s=\phi X\int_0^{2\pi}dL=32\pi r\left(R-\frac{21}{10}r\right)$$

左圖ADBAヲ第三環ノ截面トシGヲ凹圓曲周ノ重心トス又Dg



ヲyトシAgヲxトシテyノ極大ヲ求ムレハ即チ$y=\frac{3}{2}r\sqrt{3}$ヲ得ルナリ故ニ其yヲ引長シテ縱軸YY'ニ正交スヘキC'Dヲ作リ之ヲ環ノ外半徑トス

今其yノ一端即チg點ノ位置ヲ推算スルニ$Ag=\frac{3}{2}r$ナリ

然ルニ重心距ハ即チ$AG=\frac{8}{5}r$ナルヲ以テ其旋轉眞横軸ハ即チCG線ナリ又C'gハCGニ平行ナルヲ以テ此兩線相等シ

故ニ前理ニ由テ次ノ解式ヲ得ルナリ

$C'D=R \qquad C'g=CG=R-\frac{3}{2}r\sqrt{3}$

今其CGヲXト命スレハ即チ$ds=\phi X dL$

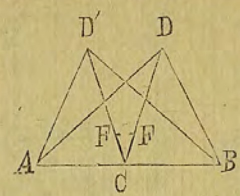
$\therefore\ s=\phi X\int_0^{2\pi r}dL=32\pi r\left(R-\frac{3}{2}r\sqrt{3}\right)$

編者曰中川將行氏又同解ヲ寄送セラル、故追テ之ヲ記載スヘシ

十一

第十一號五套ノ四

長澤龜之助解



ABヲ定線即チ三角形ノ底トシ而シテ周圍相等シキ所ノABD及ヒABD'等ノ無數ノ三角ハ兩脚底ノ邊ノ和必ス相同シ故ニ其頂點D.D'等ニテ成ル曲線ハA及ヒBヲ焦點トシCヲ中心トシ兩脚邊ノ和即チAD.BDノ和或ハAD.'BD'ノ和等ヲ以テ長徑トスル所ノ橢圓形ナリ而シテ三角形ノ重心ハ其頂點D.D'等トC點トヲ連結スル線ノC點ヨリ三分ノ一ノ所即チE.F等ニアリテ之ヲ連結スル曲線

ハD. D'等ヲ連結スル曲線ニ平行ス故ニ又橢圓線ナルコヲ知ルナリ

十二

第十二號九套ノ一　　　中川將行解

$s = \frac{1}{2}g\frac{A-B}{A+B}t^2$　　∴　$A = \frac{2s+gt^2}{gt^2-2s}B$

$A = B+m = \frac{2s+gt^2}{gt^2-2s}B$　　∴　$B = \frac{gt^2-2s}{4s}m$

$A = \frac{gt^2+2s}{4s}$

十三

第十二號九套ノ二　同

砲門ヨリ壁ニ至ル水平線ヲxトシ壁高ヲyトスレハ

$y = x\tan 60^\circ - \frac{x^2}{4h\cos^2 60^\circ}$　　∴　$10 = x\sqrt{3} - \frac{x^2}{h}$

∴　$x = \frac{h\sqrt{3} \pm \sqrt{3h^2-40h}}{2}$　　xノ價ヲm nトスレハ

$2m = h\sqrt{3}+\sqrt{3h^2-40h}$　　$2n = h\sqrt{3}-\sqrt{3h^2-40h}$

∴　$m-n = \sqrt{3h^2-40h}$

然ルニ$m-n$ハ砲門ヨリ兩壁ニ至ル距離ノ差ナレハ

$m-n = 20 = \sqrt{3h^2-40h}$　　∴　$h = 20$尺 $= 2$丈

然ルニ彈着地ノ距離Rハ　$2n\sin 120^\circ$　ナレハ

$R = 4\sin 120^\circ = 4\times\frac{1}{2}\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$丈

十四

第十二號九套ノ三　同

砲門ヨリ彈着地ヘ引キタル線ヲRトシRト鉛直線ト作ス

所ノ角ヲθトシ速力ヲVトスレハ

$$R = \frac{V^2\left[\sin(2A-\theta)-\sin\theta\right]}{g\cos^2\theta} = \frac{V^2\left[\sin(2B-\theta)-\sin\theta\right]}{g\cos^2\theta} = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$\therefore\ \sin(2A-\theta) = \sin(2B-\theta) \qquad \therefore\ \theta = 90-(A+B)$$

$$\therefore\ \frac{a}{\cos(A+B)} = \frac{2V^2\cos A\sin(A+90-A-B)}{g\sin^2(A+B)} = \frac{2V^2\cos A\cos B}{g\sin^2(A+B)}$$

$$\therefore\ V = \sqrt{\frac{ag}{2}\sec A.\sec B.\tan(A+B)\sin(A+B)}$$

十五

第十三號六套ノ二　　長澤龜之助解

拋物線式ハ $y^2 = Px$ 〔1〕 楕圓式ハ $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(2ax-x^2)$ 〔2〕

題文ニ據レハPハbニ等シク且ツ二曲線交點ノ縱横線相等シ故ニ元一次式ノ解法ニ因リ〔1〕〔2〕ヲ變化シ

$$x = \frac{a(2b-a)}{b}$$ ヲ得テ答式ニ合ス

十六

第十三號七套ノ四　　中川將行解

Q點ノ縱横軸ヲx. yトシP點ノ縱横軸ヲx'. y'トスレハ(十三號七丁裏面ノ圖ヲ用ユ)風帆形ノ積ハ左式ノ如シ

$$\int xdy - \int x'dy' \quad [1]$$ 然ルニ OP = PQ ヲ p トスレハ

$$x = x'+p \quad [2] \qquad y = y' \quad [3]$$

又AOPノ角ヲθトスレハ等圓轉軌線ノ式ハ左ノ如シ

$$p = 2r(1+\cos\theta) \quad [4] \qquad y' = y = p\cos\theta + \frac{r}{2} = 2r(1+\cos\theta)\cos\theta + \frac{r}{2} \quad [5]$$

$$\therefore\ dy = -2r\sin\theta(1+2\cos\theta)d\theta \quad [6]$$ 〔1〕〔2〕〔3〕ヨリ左式ヲ得

$$\int xdy - \int x'dy' = \int xdy - \int(x-p)dy = \int xdy - \int xdy + \int pdy = \int pdy \quad [7]$$

〔4〕〔6〕〔7〕ヨリ左式ヲ生ス

$\int pdy = \int [2r(1+\cos\theta)][-2r\sin\theta(1+2\cos\theta)d\theta] =$
$-4r^2\int \sin\theta(1+\cos\theta)(1+2\cos\theta)d\theta = -4r^2\int(\sin\theta+3\sin\theta\cos\theta+2\sin\theta\cos^2\theta)$
$d\theta = -4r^2(-\cos\theta-\frac{3}{2}\cos^2\theta-\frac{2}{3}\cos^3\theta)+c = 4r^2(\cos\theta+\frac{3}{2}\cos^2\theta+\frac{2}{3}\cos^3\theta)$
$+c$　[8]　然ルニθハ0ヨリ120°ニ變ス

$\therefore \int pdy = 4r^2[(1+\frac{3}{2}+\frac{2}{3})-(-\frac{1}{2}+\frac{3}{8}-\frac{1}{12})] = 4r^2(1+\frac{3}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{3}{8}+\frac{1}{12}) = \frac{27}{2}r^2$

[8]式中 $-\frac{3}{2}\cos^2\theta$ ヲ $+\frac{3}{2}\sin^2\theta$ トナスモ異ナルコトナシ初學ノ爲メニ辨ス

十七

第十三號八套ノ一　同

横軸ト切線トノ交點ヨリ原點迄ハ $x-yp$ ニ等シク縦軸ト切線トノ交點ヨリ原點迄ハ $y-xp^{-1}$ ニ等シ故ニ
$(x-yp^{-1})^2+(y-xp)^2 = a^2$ ナリ〔但シ p ハ $\frac{dy}{dx}$ ニ等シ〕
右ノ式ヲ微分スレハ
$2(x-yp^{-1})(1-1+yp^{-2}q)+2(y-xp)(p-p-xq) = 0$〔但シ q ハ $\frac{d^2y}{dx^2}$ ナリ〕　$\therefore\ y(x-yp^{-1})p^{-2}q-(y-xp)xq = 0$

$\therefore \frac{dy^{-2}q}{xq} = \frac{y-xp}{x-yp^{-1}} = -\frac{dy}{dx} = -p$.

$\therefore \frac{y}{x} = -p^3 \quad \therefore p = -\frac{y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}}$.

$\therefore a^2 = (x+\frac{yx^{\frac{1}{3}}}{y^{\frac{1}{3}}})^2+(y+\frac{xy^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}})^2 = (x+x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}})+(y+x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}})$
$= x^{\frac{2}{3}}(x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}})+y^{\frac{2}{3}}(x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}})^2 = (x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}})^3 \quad \therefore x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$

十八

第十三號八套ノ二　　同

$$x = ap + \sqrt{(1+p^2)} \qquad \therefore \quad (x-ap)^2 = 1+p^2$$

$$\therefore \quad x^2 - 2apx + a^2p^2 = 1 + p^2 \qquad \therefore \quad (a^2-1)p^2 - 2axp + x^2 - 1 = o$$

$$\therefore \quad p = \frac{2ax \pm \sqrt{4a^2x^2 - 4(a^2-1)(x^2-1)}}{2(a^2-1)} = \frac{ax \pm \sqrt{(a^2-1)+x^2}}{a^2-1}$$

$$\therefore \quad (a^2-1)dy = axdx \pm [(a^2-1)+x^2]^{\frac{1}{2}}dx$$

$$\therefore \quad (a^2-1)y = \frac{ax^2}{2} + \frac{x\sqrt{(x^2+a^2-1)}}{2} + \frac{a^2-1}{2}log[x+\sqrt{(x^2+a^2-1)}]+c$$

$\dfrac{x^2}{a^2-1} = p^2$ ト定ムレハ

$$y = \frac{ap^2}{2} + \frac{p\sqrt{(1+p^2)}}{2} + \frac{1}{2}log[p+\sqrt{(1+p^2)}]+c$$

十九

第十三號八套ノ三　　同

$x\dfrac{dy}{dx} + 3y = sinx \quad \therefore \quad xdy + 3ydx = sin\,x.dx$ 兩節ニ x^2 ヲ乘スレハ $x^3dy + 3yx^2dx = x^2sin\,x.dx$ 然ルニ

$$\int(x^3dy + 3yx^2dx) = x^3y$$

$$\therefore \quad x^3y = \int x^2sin\,x.dx = -x^2cos\,x + 2x\,sin\,x + 2\,cos\,x + c$$

故ニ答式ハ當ニ $x^3y = -x^2cos\,x + 2x\,sin\,x + 2\,cos\,x + c$ ナルヘシ

然ルニ十四號ニ載スル所ノ答ハ之ト異ナリ

答式ヲ誤リナキモノトシ答式ニ相當スル問題ヲ作リ其解算ヲナスヿ左ノ如シ

$$y = ce^{sin^{-1}x} - sin^{-1}x - 1 \quad (1) \qquad \therefore \quad \frac{dy}{dx} = ce^{sin^{-1}x}\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\therefore \quad ce^{sin^{-1}x} = \frac{dy}{dx}\sqrt{1-x^2+1} \quad (2)$$

(2)ヲ(1)ニ代用スレハ

$$y = \frac{dy}{dx}\sqrt{1-x^2} + 1 - \sin^{-1}x - 1 \quad \therefore \ (1-x^2)^{\frac{1}{2}}\frac{dy}{dx} - y = \sin^{-1}x \quad (3)$$

(3)ハ答式ヨリ題ヲ探リテ得タルモノナレハ十三號八套ノ三ト合セサルヘカラス然ルニ其形稍似タリト雖トモ同シカラス暫ク(3)式ニ誤リナキモノトシ問題ヲ改メテ解算ナナスコ左ノ如シ

(3)式ノ象ヲ變スレハ $\frac{dy}{dx} - (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}y = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\sin^{-1}x$

即チ $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ ノ公式ニ適當ス、因テ $P = -(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$

$Q = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\sin^{-1}x \quad \therefore \int Pdx = \int -(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}dx = -\sin^{-1}x$

$\therefore e^{\int Pdx} = e^{-\sin^{-1}x} \quad \therefore \int e^{\int Pdx}Qdx = \int e^{-\sin^{-1}x}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\sin^{-1}x\,dx$

$= -\int \sin^{-1}x.d(e^{-\sin^{-1}x}) = -e^{-\sin^{-1}x}\sin^{-1}x + \int e^{-\sin^{-1}x}d(\sin^{-1}x) =$

$-e^{-\sin^{-1}x}\sin^{-1}x - e^{-\sin^{-1}x} + c$ 因テ $y = e^{-\int Pdx}\left(\int e^{\int Pdx}Qdx + c\right)$

ノ公式ニ代用スレハ

$y = e^{\sin^{-1}x}\left(-e^{-\sin^{-1}x}\sin^{-1}x - e^{-\sin^{-1}x} + c\right) = -\sin^{-1}x - 1 + ce^{\sin^{-1}x}$

$\therefore y = ce^{\sin^{-1}x} - \sin^{-1}x - 1$

二十

第十九號七套ノ八　　菊地大麓解

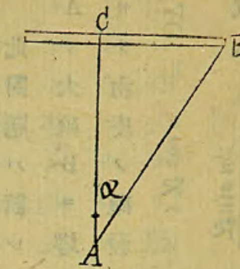
此問題ハ誤レリ正ニ左ノ如クナルヘシト信ス

A ナ大砲、B ナ塔ノ頂上トス AC ナ水平線トシ BAC 角ナ α トス

u ナ初度ノ砲發ノ速率 u' ナ第二度ノ砲發ノ速率トス

$AC = u\cos\alpha.t = hu'\cos 2\alpha \quad (1)$

又 $t = \frac{2u\sin\alpha}{g}$ 即チ $u = \frac{gt}{2\sin\alpha} \quad (2)$



$h = \frac{2u^2\sin(2\alpha-\alpha)}{g\cos\alpha} = \frac{2u^2\sin\alpha}{g\cos\alpha}$

即チ $u^2 = \frac{h.g\cos\alpha}{2\sin\alpha}$　(3)

故ニ(1)式ハ $g.\frac{t^2\cos\alpha}{2\sin\alpha} = g.\frac{h^2\cos\alpha.\cos2\alpha}{2\sin\alpha}$ ニ同シ

因テ $\frac{t^2}{h^2} = \cos2\alpha$ 故ニ $\cos\alpha = \sqrt{\frac{h^2+t^2}{2h^2}}$, $\sin\alpha = \sqrt{\frac{h^2-t^2}{2h^2}}$

ヲ得因テ AC $t.u\cos\alpha = \frac{gt^2}{2}.\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{gt^2}{2}\left(\frac{h^2+t^2}{h^2-t^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

二十一

第十九號七套ノ九　同

「テート」及ヒ「スチール」氏ダイナミツクスオフパーチクル第

百九十三條ニ因テ

$\frac{d^2s}{dt^2} = -\frac{\phi'}{r^2}.\frac{dr}{ds}$　(1)　$R = \frac{v^2}{\rho} - \frac{\phi'}{r^2}.\frac{rd\theta}{ds}$　(2)

(1)式ニ因テ $\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = v^2 = c + \frac{2\phi'}{r}$ 而シテ $r = a$ ナル

キハ $v^2 = \phi'^2$ 故ニ $v^2 = \phi'^2 + 2\phi'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a}\right)$

拋物線ノ式ハ $r = m\sec^2\frac{\theta}{2}$ ナレハ $\rho = 2m\sec^3\frac{\theta}{2} =$

$2\left(\frac{r^3}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$　又 $\frac{d\theta}{ds} = \left(\frac{m}{r^3}\right)^{\frac{1}{2}}$　故ニ(2)式ニ因テ

$R = \frac{\phi'^2}{2}\left(\frac{m}{r^3}\right)^{\frac{1}{2}} + \phi'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a}\right)\left(\frac{m}{r^3}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{\phi'}{r}\left(\frac{m}{r^3}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{m}{r^3}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\phi'^2}{2} - \frac{\phi'}{a}\right)$

編者曰第十三號八套ノ六、九套ノ二〇第十四號五套ノ一、

同二、六套ノ三、七套ノ八、同十一、〇第十七號七套ノ六ハ已

ニ解義ヲ寄セラルヽト雖モ紙數ニ限リアル故ニ次號ニ出ス因テ投寄者諸氏ニ延期ヲ謝シ併テ后ノ投寄者ノ注意ニ備ヘンガ爲メ一言ヲ書ス

第二套

設問

一　伊藤直温

等圓轉軌線ニ倣ヒ等楕圓轉軌線ヲ造ルニ長徑端ヲシテ相觸レシメ或ハ短徑端ヲシテ相觸レシメ共ニ黒點ヲ觸點ニ置キタルモノヽ面積ヲX及ヒYトシ長徑及ヒ短徑ヲ圓徑トシタル等圓轉軌線ノ面積ヲA及ヒBトスレハA.X.Y.Bノ四數算數級ヲ爲ス其証如何

二　福田理軒

半圓内ニ同積ノ等脚形ト等邊三角形ヲ画シ作ハ三角等邊ニ十個ノ立方根ト百個ノ立方根ノ和ヲ乘スレハ圓徑ヲ得ルト云其証如何

三　同

金ヲ貸借スルアリ初年五百圓ヲ借リ年々利ニ利ヲ加ヘ三年目ニ八百圓ヲ貸シ又利ヲ加ヘ翌年九十六圓ヲ借テ出入ナシト云ニ三十四度四十五分ノ餘弦ニ三十分ノ一ノ平方根八倍ヲ乘シ其年利二割ヲ得ルト云フ之ヲ証セヨ

四　駒野政和

楕圓楔アリ圖ノ如ク刃端ヨリ或ハ楔高ノm分ノ一或ハ刃長ノm分ノ一ノ一點ヨリ之ニ反對スル長徑端ニ至リテ斜

メニ之ヲ截斷スレハ此兩截面ハ必ス二種ノ曲線面形ヲナスヘシ今其兩種各長短兩半徑ヲ知テ公式ヲ求ムレハ

$$\left\{\begin{aligned} y &= \frac{b}{a^2(m+1)}\left(\{8a^3+4a^2(2m-3)x+2a(m^2-4m+3)x^2-(m-1)^2x^3\}x\right)^{\frac{1}{2}} \\ y &= \frac{b}{a^2(m+1)^{\frac{1}{2}}}\{4a^2+2a(m-2)x-(m-1)x^2\}^{\frac{1}{2}}x \end{aligned}\right.$$

ノ如シ之ヲ求ムルノ術如何但シ其兩式ハ皆尖頭ヲ原點トス

五　　　　　　　　　　　　　　岡本則錄

直角ニ交ハレル二直線アリ其線ヨリ線ニ一曲線ヲ画キ其曲線ノ長ヲaニ等シクシ其線ト二直線トノ間ナル平面積ヲ極大ナラシムレハ其平面積ハ$\frac{a^2}{\pi}$ナリ其証ヲ需ム

六　　　　　　　　　　　　　　肝付兼行

一直線ニ二處ヲ切シテ等圓轉軏線ヲ画キ其直線ト曲線トニ依テナス所ノ間隙ヘ又直線ニ二處曲線ニ二處都合四點ヲ切シテ等圓轉軏線ヲ画クアリ該兩轉軏線ノ中軸徑一ト$(7+4\sqrt{3})$トノ比ナルヘキ理解ヲ望ム

七　　　　　　　　　　　　　　同

四處ヲ切シテ等圓轉軏線$4a$中軸徑ヲナス圓ム三邊形ノ其積最少ナル者ハ即チ二等勢（アイソセルス）ニシテ二處ヲ切スル邊其底邊ナリト云フ其証明如何又其底邊ノ$a(2\sqrt{6}+\sqrt{15})$トナル理ヲ解セ

八　　　　　　　　　　　　　　大坂　長澤龜之助

等圓轉軏線アリ圖ノ如ク中心ヲ頂點ニ占位スル所ノ弧ヲ画キ其罅間ニ等圓二個ヲ容ルアリ今等圓轉軏線ノ中徑$4r$ヲ知テ容圓ノ徑ヲ求ムル術如何

九　　　　　　　　　　　　　　同

三輪形アリ其面積ヲ求ムレハ$20a^2\pi$ナリト云フ其証如何
但シ三輪形トハ圖ノ如ク大小圓相切スル所ニ黒點ヲ設ケ小圓大圓周ヲ三轉シテ原處ニ復歸スル片其黒點運行ノ軌跡ヲ云フ

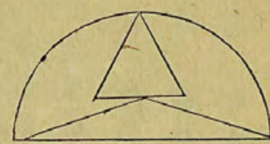
十　荒尾岬

圖ノ如ク圓ト拋物線ト相交ルアリ其間部ニ極大ノ三等圓ヲ容ル、時圓ノ半徑ヲ題シテ等圓ノ半徑ヲ求ムル術如何

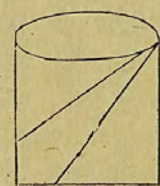
十一　大村一秀

圓内ニ拋物線ヲ界シテ極大ノ三等圓ヲ容ル、時ハ外圓半徑二十五分ノ九ハ等圓半徑ナリ起原如何

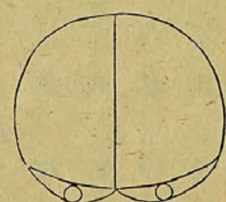
第二圖



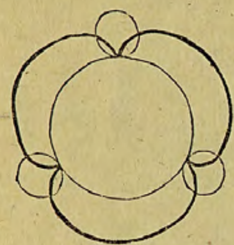
第四圖



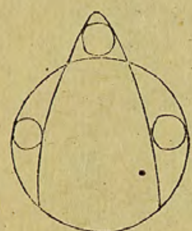
第八圖



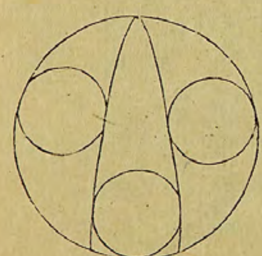
第九圖



第十圖



第十一圖



第三套

譯語會記事

九月四日定會ニ於テ譯語會ヲ開設ス○各社員ハ午後二時前後ニ共存同衆館ニ會合ス規則ノ如ク學務委員ヲ以テ定議員トシ其他出席ノ社員ヲ臨時議員トス眞野肇駒野政和古家政茂平岡道生鏡光照眞山良ノ六名ハ定議員タランヿヲ乞フ依テ定議員トス事務委員(川北朝鄰)ハ各員議場ニ臨ム前ニ抽籤法ニ依テ着席ノ順序ヲ定メシム即チ左ノ如シ

一番　山本信實	二番　福田理軒	三番　岡本則録	
四番　肝付兼行	五番　中川將行	六番　駒野政和	
七番　菊地大麓	八番　古家政茂	九番　大村一秀	
拾番　川北朝鄰	拾一番　磯野健	拾二番　鏡光照	
拾三番　赤松則良	拾四番　伊藤直温	拾五番　荒川重平	
拾六番　眞野肇	拾七番　平岡道生	拾八番　眞山良	

山本岡本赤松荒川ノ四名ハ欠席ス

午後三時議長(柳楢悅)出席シ各員席ニ就ク艸案委員(中川將行)ハ番外ノ席ニ在リ○議事ニ先チ議長ハ本會ノ設立ハ欠クヘカラサルノ所以ヲ縷述シ各員ニ充分ナル討議ヲ盡サンヿヲ望ム番外ハ二十七號譯語艸案中ノ正誤(1)ノ數量ノ誤ニシテ(2)(6)ノ譯ハ一、(25)Rure ハ Rule ノ誤リヲ辨ス○是ヨリ會則ニ就テノ議アリ左ノ件ヲ議定ス

通則第二條ノ末ニ副議長ハ定議員中ヨリ撰擧スノ十三字ヲ追加ス

但シ十月定會ニテ投票ノ上撰擧ノ事

會場規則十一條中多數ヲ過半數ト修正ス
終テ譯語ヲ議定スル事左ノ如シ

(1) Quantity　數量
(2) Unit　未決
(3) Number　數
(4) Abstract number　不名數
(5) Concrete number　名數

本日ハ議事ノ始メニシテ時間ヲ要セシ故ニ二十七號艸案(6)ヨリ以上十月ノ定會ニ於テ議スルコト決ス時ニ午後五時四十分一同解散セリ

○

第二十八號譯語艸案ハ十一月ノ定會ニ於テ議決スルモノトス○以後艸案ハ二ケ月前ニ於テ報告ス假令ハ十二月ノ艸案ハ本月出スモノトス定議員ハ本月十五日（以後之ニ做フ）限リ自說ノ譯語ヲ附シ之ヲ雜誌編輯者ニ送ルヘシ十一月ニ於テ再ヒ他ノ譯アルモノヲ掲載シ豫メ其何レヲ取ルヤヲ注意セシムヘシ

○

譯語會議員諸君ニ告ク　中川將行

物名一タヒ定マレハ人其稱呼ニ迷ハス物ニ名クルノ要ハ唯稱呼ニ迷ハシメサルヲ以テ足レリトス人ノ名ヲ熊太郎ト云フ其人熊ニ非ス其性ヲ中村ト云フ其人ハ人ナリ村ニ非ス其名ヲ直ト云フ其人果シテ正直カ未タ必スヘカラス五郎ノ兄ニ十郎アリ蓋シ其用ハ彼此混同セサルニアルノ

ミ物名ニ至リテハ其形ニ取ルモノアリ其義ニ取ルモノアリト雖モ其用ニ至リテハ亦唯彼此ヲ區別シ稱呼ニ便スルニアルノミ數學ノ語ヲ譯スルモ亦然リ幾何學ノ英語ヲ「ジヲメトリー」ト云フ「ジヲ」ハ地ナリ「メトリー」ハ量ルナリ故ニ「ジヲメトリー」ハ我國語量地學ト云フニ同シ「ランドサーヴェーイング」ト其稱呼同カラスト雖モ其字義ハ即チ同シ共ニ量地學ト譯スヘシ而一ハ點線面ノ理ヲ講スルノ學ニシテ一ハ測量ノ學ナリ其字義相同シキモ尙ホ彼此相混セサルハ何ソ曰ク其稱呼異ナレハナリ點線面ノ理ヲ講スルノ學ヲ「ジヲメトリー」ト稱シ幾何學ト譯ス字義皆當ラス然レトモ皆久ク行ハレテ而其不可ヲ見サルナリ又「マセマチックス」ハ「サイアンス」ノ義ナルモ數學ノ義トナシテ行ハル其他

「アリスメチカルプログレッション」「ジヲメトリカルプログレッション」等枚擧ニ遑アラス特ニ數學ノミナラス天下ノ學皆此類ナキハ非ス故ニ名ノ不適當ナルモ有名ハ無名ニ優リ不定ハ定ニ如カストス無名ト不定トハ學ノ進歩ヲ害スル蓋シ尠カラス苟モ學ノ進歩ヲ計ラハ其名ヲ定ムルヲ以テ一大急務トセサルヘカラス其適不適ノ如キハ之ヲ問フニ遑アアサルモノアリ蓋シ定ムルトハ一人之ヲ定ムルノ謂ニ非ス衆ト定ムルノ謂ナリ人各異見アリ一人ノ定ムル所衆之ニ從フ能ハス我社譯語ノ會ヲ設クル蓋シ是カ爲メナリ要衆說ノ多キモノニ就キ其一二ヲ撰定スルニアリ吾恐クハ議場或ハ語ノ適不適ヲ論スルニ區々トシテ名ヲ定ムルニ遲々タルノ弊ヲ馴致センヿヲ果シテ然ラハ小事ニ察ニシ

テ大体ニ暗キノ誘リヲ速カン諸君願クハ始終其意ヲ定ノ一字ニ止メラレンヿヲ然リト雖モ字ノ熟セサル或ハ甚シク俗ニ失スルハ生ト雖モ亦取ラサル所ナリ
譯語久シク定マラサルハ蓋シ數學士社會ノ同歎スル所ナリ會社アルヨリ以來譯語ノ事ヲ云フモノ獨リ生ノミナラスト雖モ其事今日迄行ハレス余因テ奮然死馬ノ骨タランヿト欲シ敢テ自ラ進テ艸案ノ任ヲ負擔シ此ニ其端緒ヲ開ケリ然ルニ議事或ハ淹滯ヲ生センヿヲ恐レ杞憂ノ餘リ敢テ一言ヲ諸君ニ呈ス諸君侮慢ヲ以テ生ヲ罪スル勿レ

○

「ユーニット」ノ譯語　　同

「ユーニット」ノ譯語議論紛々遂ニ決セス肝付兼行君發議シテ曰ク程元ト譯スヘシト賛成者ナキヲ以テ其議消滅ス余艸案者タルヲ以テ議場ニ之ヲ賛成スル能ハス遺憾亦極ルト云フヘシ即チ左ニ愚意ヲ開陳シテ以テ他ノ賛成者ヲ後會ニ待ツト云爾

〔程元〕程ハ國語「ホド」ト譯ス則物ノ度ヲ云フ熱度ノ度ノ如シ例ヘハ何程ノ力ソヤト云ヘハ力量如何ナリ又何程ノ水ソヤト云ヘハ水量如何ナリ故ニ程ハ量ト其意通スルヿ明カナリ然レトモ力量ト云テ力程ト云ハス里程ト云テ里量航量ト云ハス蓋シ用語ノ習慣然ラシムルナリ故ニ程ハ即チ度也數也量也即チ數量ト通ス凡ソ數量ヲ算スルニハ必ス先ツ其元ヲ立テサルヘカラス角度ノ大小ヲ算スル

ニハ一度ヲ以テ其元トシ米麥ノ多寡ヲ算スルニハ一石ヲ以テ其元トス然ラハ一度一石ノ如キハ角度米麥ノ數量ノ程度ナリ此角ハ之レ「ホド」アリ此米ハ之レ「ホド」アルト云フコト初メテ知ラルヘシ故ニ一度一石ノ如キモノヲ總稱シテ數量ノ元則チ程元ト譯スヘキナリ且ツ程元ノ字面ハ見テ遽ニ解スヘカラサルニ似タリ是レ其最妙ナル所トス ○

譯語艸案正誤

(8)(9)ノ説明ヲ削リ其譯語ヲ單名數復名數ト改ム○(16)陸元ト改ム○(17)(18)(19)共(16)ニ傚フテ改ムヘシ○(44)ハDefinition界説ト改ム○(61)ノ譯ヲ反比トナス○(56)ノ譯ヲ復根數トナス

贏數 輸數 素數

十二月第一土曜日ニ於テ議スル所ノ艸案ハ左ノ如シ

草案者 中川將行

(65) Exact Divisor or measure 除盡數又約數(即チ74ニ同シ)

(66) Even number 偶數 (67) Odd number 奇數

(68) Perfect number 完全數(凡ソ數其因數即乘子ヲ加ヘテ本數ニ同シキ者之ヲ完全數ト云フ)又同加數

(69) Imperfect number 不完全數(完全數ニ非ル者)又不同和數

(70) Abundant number 贍數(乘子ノ和、本數ヨリ多キ者)

(71) Defective number 不贍數(乘子ノ和、本數ヨリ少キ者)

(72) Prime number 數根 (73) Prime fractors 最小乘子又最小因數 素因數

(74) ~~Measure~~ 約數 (75) Common measure 等數又公倍數約數

(76) G.C.M. 最大等數又最大公約數 (77) Multiple 倍數

(78) Common multiple 公倍數 (79) L.C.M. 最大公倍數

(80) Cancellation 消去法又相消法 對消法

(81) Fractional unit 分數程元 (82) Fration 分數

(83) Denominator 分母 (84) Numerator 分子

(85) Terms 項或ハ率

(86) Proper Fraction 眞分數($\frac{3}{8}$ノ如シ)又下大分數

(87) Improper Fraction 假分數($\frac{8}{3}$ノ如シ)又上大分數

(88) Mixed number 混數($2\frac{2}{3}$ノ如シ)又帶分數

(89) Compound Fraction 連分數($\frac{1}{3}$ of $\frac{2}{5}$ノ如シ)

(90) Complex Fraction 重分數($\frac{1\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}\text{ of }\frac{5}{2}}$ノ如シ)

(91) Common Denominator 通分母

(92) Least Cmmon Denominator 最小通分母

(93) Decimal Fraction 小數又十分分數

(94) Finite Decimal 盡小數又有限小數

(95) Infinite Decimal 不盡小數又無限小數

(96) Circulating Decimal or Recurriug Decimal 循環小數

第四套

寄書

會社諸君ニ謀ル

眞野肇

我輩社員ノ委員諸君ヲ撰擧セシヨリ以來社長柳君ノ功勞ハ勿論諸君ノ盡力亦至レリト云フヘシ川北君ノ事務及ヒ雜誌編輯ニ於ケル肝付中川荒川三君ノ雜誌投書ニ於ケル是レ其最著明ナルモノナリ其他ノ諸君ト雖モ其功勞ハ蓋亦右諸君ニ讓ラサルヘシ我輩委員ノ列ニアラサレハ之ヲ詳知スルニ由ナキノミ然ルニ我社不幸ニシテ今日マテ委

員諸君ノ勞ニ報ユルコ能ハサリシハ遺憾ニ堪ヘサル所ナリ今ヤ雜誌ハ書肆某ノ請フテ其費ヲ支辨スルアリ加フルニ譯語會開クト聞テ續々入社スルモノアリ從テ會計頗フル餘裕アリト聞ク願クハ今ヨリ以來社長ヲ初メ委員ノ月費金ヲ辞シ之ヲ諸君ニ呈シ以テ其慰勞金トナサンコヲ其額ノ微少ナル固ヨリ論スルニ足ラスト雖モ亦以テ社員ノ諸君ニ謝シ諸君ニ報ヒ諸君ノ勞ニ滿足スルノ微意ヲ表スルニ足ラン社員諸君願クハ生カ微意ヲ好シ御同意アランコヲ

御同意御不同意共來ル十月三十一日マテニ書記ヘ御通知被下度尤御通知ナキ分ハ御同意ト見做シ候事○可否ハ勿論多數ニ決シ可申ト存候

○

樽俊之助君ニ告ク　　伊藤直温

「トヽハントル」氏微分學第二百二十二章四十四ノ問題ハ是レ最大橢圓積ヲ求ムルモノニシテ貴説ノ如ク橢圓兩半徑ヲ求ムルモノニハアラサルナリ然レトモ君猶強テ前説ヲ主張セラルヽニ於テハ予カ論辨モ此後ハ益ナシ予ハ第二十六號ニ於テ已ニ其自作ナルコヲ縷述シタレハ今又何ヲカ云ハン只君ノ意ニ是レ任スノミ

第五套

第二十八號答式

等徑双曲線

〔二〕

〔三〕反射線交跡ハ復圓擺線　反射線交跡ノ線長ハ3R

〔四〕反射線交跡ハ復圓擺線　反射線交跡ノ線長ハ$5\frac{1}{3}$R

〔五〕$a = b\left(1+\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{11}{3}}+2}+\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{11}{3}}-2}\right)$

（十五）其最下ノ横徑端Oヲ原點トナシ已定楕圓線ノ縱徑ヲ
縱軸トナセハ其方程式ハ$x^2+y^2-2By = 2\sqrt{(A^2x^2+B^2y^2)}$

追加

第二十七號正誤

第六葉表五行目ノn^2-o^2ハn^2-c^2○第十八葉裏三行目ノ
NCハNO○第三十一葉裏三行目ノ式中cosノ「エキスポネント」
3ヲ脱ス○第三十四葉表三行目$\frac{dv}{dx}=-g(1+Kv^2)$ハ
$v\frac{dv}{dx}=-(g+Kv^2)$又$\frac{dz}{dx}=-2g(1+Kz)$ハ$\frac{dz}{dx}=-2K\left(\frac{g}{K}+z\right)$
ノ誤リ○同五行目ノyハzノ誤リ○同葉裏一行目$\frac{d^2a}{dt^2}$ハ
$\frac{d^2x}{dt^2}$ノ誤リ○第三十五葉裏四行目ノ而シテノ下ヘ該穿去
球面積ノ六字ヲ塡補ス○第三十六葉表三行目ノ$\frac{8R}{4+R^2}$ハ
$\frac{8R}{4+\pi^2}$ノ誤リ

第二十八號正誤

第十一葉裏二行目ノABEハEABノ誤リ而シテBCノ下ニトノ長
キノ下ニ卜ヲ脱ス

入社

長澤龜之助　鏡光照　眞山眞

退社

丸山胤孝

○去ル八月社員券ヲ送附ス此社員六十名ナリ

社長 栁楢悦

編輯印刷 大村一秀

賣捌所

東京芝區柴井町 松井忠兵衛

同日本橋區本町三丁目 清水卯三郎

大坂備後町四丁目 梅原龜七