

BIAS REDUCTION FOR BOUNDARY-FREE KERNEL ESTIMATORS

リズキー, レザ, ファウジ

<https://hdl.handle.net/2324/4110432>

出版情報 : Kyushu University, 2020, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :

氏名	Rizky Reza Fauzi			
論文名	BIAS REDUCTION FOR BOUNDARY-FREE KERNEL ESTIMATORS (境界問題を持たないカーネル型推定量のバイアス縮小)			
論文調査委員	主査	中央大学	教授	前園 宜彦
	副査	九州大学	教授	増田 弘毅
	副査	九州大学	准教授	廣瀬 慧
	副査	九州大学	准教授	佃 康司

論文審査の結果の要旨

密度関数を滑らかに推定する方法としてカーネル法が **Fix and Hodges (1951)**や **Akaike (1954)**により導入され **Rosenblatt (1956)**や **Parzen (1962)**により定式化された。その後変換を利用したバイアスの縮小、ブートストラップ法との融合による統計的推測の精度の向上などが図られた。また分布関数推定量への拡張、ノンパラメトリック回帰への応用など多くの分野で滑らかな推測結果を与えるものとして研究されている。1990年代以降はパラメトリック法との融合によるセミパラメトリックな推測、バイアスの低減が図られ、汎用性のある手法として定着している。最初に提案された推定量は密度関数のサポートが実数全体の時の議論であったが、応用範囲が広がるにつれて、サポートを実数全体とすることができないデータに対する適用が研究され、カーネル型推定量はサポートの境界で一致性を持たずバイアスが存在することが明らかになり、その後さまざまな解決法が提案されてきた。

このように適用範囲の広さから密度関数についての推定の改良は様々に議論されてきたが、分布関数についての研究はそこまで盛んではなかった。密度関数を見方を変えれば尤度関数になるために、様々な応用が研究されその有効性が示されてきた。しかしながら、密度関数の推定量は、ハイパーパラメータであるバンド幅の影響を受けて収束のオーダーが遅いという欠点がある。他方 **Nadaraya (1964)**, **Azzalini (1981)**により研究されているように分布関数のカーネル型推定量は通常のオーダーであることが示されており、分布関数推定量を直接用いる推測では、ハイパーパラメータを含まない通常の統計的推測と精度は変わらないことが明らかになっている。

このような状況の下で **Rizky Reza Fauzi**氏はまず分布関数のカーネル型推定量の改良を目指して新しい方法を提案し、その理論的な性質を明らかにしている。これは **Terrel and Scott (1980)**のアイデアを一般化して分布関数のバイアス縮小を議論し、新しいカーネル型分布関数推定量を提案したもので、漸近バイアス及び分散の表現を理論的に求めており、提案推定量の良さを示すとともに、様々な設定の下で比較することを可能にしている (**Rizky Reza Fauzi and Maesono (2017, Bulletin of Informatics and Cybernetics)**)。

密度関数が正のサポートを持つときの推定量の境界バイアスの解消のために、**Chen (2000)**はカーネル型推定のカーネルとしてガンマ分布を利用する新しい方法を提案している。本論文では、このガンマカーネルを改良して、境界バイアスを解消する推定量を新しく提案している。この方法による推定量は **Chen**より優れており、バイアス縮小の意味でも改良した結果となっている (**Rizky Reza Fauzi and Maesono (Journal of the Korean Statistical Society 掲載予定)**)。

Rizky Reza Fauzi 氏はさらに、境界バイアスを改良した密度関数推定量を積分した分布関数推定量を利用して、ノンパラメトリック検定として知られているコルモゴロフ・スミルノフ検定に適用し、その有用性を示している。通常のコルモゴロフ・スミルノフ検定は経験分布関数を利用するために、滑らかさを欠き、検定統計量の値の変動も大きなものとなり、有意水準及び検出力の両面から精度の改良が必要であった。これまでもカーネル型分布関数推定量を利用したコルモゴロフ・スミルノフ検定は提案されていたが、境界バイアスを考慮に入れた統計量はなかった。またクラメール・フォンミーゼス検定も従来のカーネル法を利用したものは境界バイアスを考慮していなかった。本論文ではこのような状況の下で、境界バイアスを改善した新しい検定統計量を提案し、有意水準を決めるための分布の近似を証明している。これらはその適用範囲の広さから有益な研究成果であり、Rizky Reza Fauzi and Maesono (2020, Boundary-free kernel-smoothed goodness-of-fit tests for data on general interval. arXiv: 2005.13794)としてまとめられ、国際誌に投稿中である。

最後にリスク管理の大事な指標である平均残余寿命関数のカーネル型推定について研究し、双方向型の変換を利用して境界バイアスを改善する新しい2つの推定量を提案している。理論的な性質を明らかにすると同時に漸近バイアスおよび漸近分散を導出し、提案手法の優位性を示している。双方向の変換を上手く利用しており、数学的にも深い内容となっている。また1つの推定量は特別な場合には良く利用される標本平均と一致し、不偏推定量になることが示されている。別の提案推定量も近似的に標本平均となることが示されている。この成果は変換によるカーネル法の改善法を詳細に研究し、新しい変換を導き出したもので、この分野における研究としては新たな方向性を示すものとなっている。さらにこの手法の実データへの適用として、Hosmer and Lemeshow (1998)にある、麻薬の治療後再度麻薬を使ってしまうまでの時間の解析を行っている。その結果経験分布関数や従来のカーネル型推定量よりも提案手法は優れていることを示している。今後他の実データへ適用すれば新たな発見が期待できる。この内容は Rizky Reza Fauzi and Maesono (2020, Boundary-free estimators of the mean residual life function by transformation. arXiv: 2005.13805)としてまとめられ、国際誌に投稿準備中である。

本論文における研究は理論的なものであり、具体的な応用や関連する分野への適用はこれからであるが、研究成果は理論的なバックグラウンドがしっかりしたもので、今後の発展が期待できる。以上の観点から、本論文の結果はカーネル法に基づくノンパラメトリック推測の分野において価値のある業績と認められる。よって本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。