LXVIII.

Bemerkungen über die Form des Horopters.

Aus Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie. Bd. 123. S. 158—161.

158 In einer Anmerkung zu Band CXXII, Seite 477 dieser Annalen ergreift Hr. E. Hering die Gelegenheit eine von ihm im vierten Hefte seiner Beiträge zur Physiologie aufgestellte Behauptung zu wiederholen, dass ich nämlich irrthümlicher Weise der allgemeinen Horoptercurve zwei Zweige zugeschrieben hätte, während sie nur einen habe.

Der Sachverhalt ist, wie ich hiergegen bemerken muss, folgender: Die Horopterlinie wird im allgemeinen gebildet durch gewisse Theile einer Schnittlinie gewisser Flächen zweiten Grades. Ich selbst habe sie als die Schnittlinie zweier Hyperboloide von einer Mantelfläche dargestellt.[1]) Ausser dieser Darstellung hat Hr. Hering auch noch die durch einen Kegel gegeben, der einen Cylinder schneidet, in dessen Oberfläche seine Spitze liegt. Man kann bekanntlich eine solche Schnittlinie zweier Flächen zweiten Grades sehr mannigfaltig darstellen, da sich unendlich viele Flächen zweiten Grades durch dieselbe Schnittlinie legen lassen.

Die genannte Schnittlinie besteht nun in diesem Falle aus zwei getrennten Theilen, nämlich 1) einer geraden Linie,
159 2) einer zusammenhängenden Curve doppelter Krümmung. Die gerade Linie ist bei der von mir an der genannten Stelle eingeschlagenen Behandlung des Problems die Schnittlinie der beiden Ebenen, welche in den Knotenpunkten beider Augen senkrecht zu den Gesichtslinien errichtet sind. Hr. Hering

1) Archiv für Ophthalmologie. Bd. X. Abth. I. (Vorige Aufsatz).

hat nun bemerkt, dass diese gerade Linie[1]) nicht Horopter ist, obgleich sie bei der analytischen Behandlung des Problems den gefundenen Gleichungen der Horopterlinie genügt, aber er hat nicht bemerkt, dass auch ein Theil der Curve nicht Horopter ist.

Diese Curve geht nämlich durch die Knotenpunkte beider Augen und läuft mit ihren beiden Enden nach entgegengesetzten Richtungen in das Unendliche aus. Diejenigen Stücke der Curve nun, welche zwischen Unendlich und je einem Knotenpunkte liegen, bilden den Horopter; das zwischen den Knotenpunkten liegende Stück der Curve ist aber nicht Horopter. Wenn also auch die krumme Schnittlinie der Hyperboloide eine Curve von einem Zweige ist, so hat doch die Horopterlinie zwei vollständig von einander getrennte Zweige.

Wenn der Fixationspunkt in der Primärlage der Visirebene oder in der Medianebene des Kopfes liegt, stossen die beiden Zweige der Horopterlinie in einem Punkte zusammen und verwandeln sich in zwei sich schneidende ebene Curven, nämlich in eine gerade Linie und einen ebenen Kegelschnitt, der in dem ersten der eben genannten Fälle ein Kreis, der von J. Müller schon gefundene Horopterkreis ist, dieser Kreis geht bekanntlich durch den Fixationspunkt und die Knotenpunkte beider Augen.

Es ist aber evident, dass von diesem Müller'schen Horopterkreise derjenige Bogen, welcher zwischen den Knotenpunkten beider Augen liegt und nicht durch den Fixationspunkt geht, ebenfalls nicht Horopter ist. Denn abgesehen davon, dass bei der gewöhnlichen Gesichtsbildung gar kein Theil dieses Bogens, der durch die Nasenwurzel hindurchgeht, von beiden Augen gleichzeitig gesehen werden kann, würden auch selbst bei so platter Nase und so hervorragenden Augen, welche dies möglich machten, die Punkte dieses Bogens sich 160
auf den beiden äusseren, also nicht identischen Seiten beider Netzhäute abbilden. Und auch bei gewöhnlicher Gesichtsbildung erkennt man ja leicht, dass Objecte, die diesem Bogen nahe liegen, wie zum Beispiel unser Nasenrücken selbst, beiden

1) In den ausführlicher besprochenen Fällen ist sie übrigens von mir gar nicht mit aufgeführt worden. S. auch S. 422 Z. 12 v. u.

Augen an gerade entgegengesetzten Seiten des Gesichtsfeldes erscheinen.

Was nun in dem speciellen Falle von dem genannten Bogen des Müller'schen Kreises gilt, gilt in dem allgemeineren Falle, wie leicht ersichtlich, gerade ebenso von demjenigen Stücke der Curve, welches zwischen den beiden Knotenpunkten liegt. In diesem Stücke der Curve schneiden sich zwar auch identische Richtungslinien, aber es ist das nach hinten über die Netzhaut hinaus verlängerte Stück der einen, welches das vordere Stück der entsprechenden Richtungslinie im anderen Auge schneidet, während ein reelles Object, das einfach gesehen werden soll, im Schnittpunkte der vor dem Auge gelegenen Theile identischer Richtungslinien sich befinden muss.

Ich will nun deshalb, weil Hr. Hering diesen Punkt übersehen hat, ihm nicht nachsagen, wie er es mir im entsprechenden Falle gethan hat, dass das Allgemeinergebniss seiner Rechnung über den Horopter unrichtig sei. Im Gegentheile kann ich seine Behandlung des Problems meinen Lesern nur als sehr elegant, übersichtlich und vollständig anempfehlen; freilich ist die Assymmetrie der beiden Netzhäute, welche einen sehr wichtigen Einfluss auf die Gestaltung des Horopters hat, nur sehr nebenbei berücksichtigt worden.

Auch muss ich einräumen, dass in der ersten vorläufigen Notiz, die ich in den Verhandlungen des hiesigen naturwissenschaftlichen Vereins[1]) über meine Untersuchungen, den Horopter betreffend, gegeben habe, derselbe gegeben ist durch eine Gleichung vierten und eine zweiten Grades. Ich hatte damals noch nicht bemerkt, dass zwei Gleichungen nur zweiten Grades
161 genügend seien. In der schliesslichen ausführlichen Redaction meiner Untersuchungen habe ich diese vereinfachte Darstellung noch vor Hrn. Hering's entsprechenden Untersuchungen gegeben und veröffentlicht.

Was die vielen anderen Ausstellungen betrifft, die Hr. Hering an meinen Arbeiten über Augenbewegungen und Horopter zu machen findet, so behalte ich mir vor, diejenigen, wo sachliche Erläuterungen oder die Beseitigung von Missverständnissen nöthig erscheinen, in meinem nun bald vollendeten Handbuch der Optik zu berücksichtigen.

1) Sitzung vom 24. October 1862, abgedruckt in den Heidelberger Jahrbüchern.

Nur einen Punkt noch muss ich gleich erörtern. Ich habe in meinem Aufsatze über die Augenbewegungen[1]) gesagt, Hr. Hering habe „die richtige Behauptung aufgestellt, dass der Horopter immer linienförmig sei". In diesen Worten findet Hr. Hering die Insinuation, er habe es zwar behauptet, aber nicht erwiesen, und vertheidigt sich dagegen. Ich bedaure sehr, dass meine in ganz unverfänglicher und wohlmeinender Absicht geschriebenen Worte eine solche Deutung erleiden konnten, und erkläre daher hier ausdrücklich, dass auch meiner Meinung nach Hr. Hering im dritten Hefte seiner Beiträge einen vollkommen genügenden Beweis für diesen von ihm selbstständig und unabhängig von meiner gleichzeitigen Arbeit gefundenen Satz gegeben habe.

Zusatz (1882). Wenn durch einen Raumpunkt zwei verschieden gerichtete einfach gesehene Linien gehen, so gehört er nothwendig dem Punkthoropter an (S. 448). Wenn aber die verschiedenen Werthen von ϑ und ϑ_1 [Gleichung (4) und (4a)] entsprechenden Schnittlinien alle zusammenfallen, ist dies nicht mehr nothwendig. Dies geschieht aber für den Werth $\eta = \eta_1 = 0$. Die entsprechende Schnittlinie ist die der beiden Aequatorialebenen, und diese ist also nicht Horopter, selbst abgesehen von den physiologischen Gründen, die eine Bestimmung über Identität der Netzhautpunkte für die Aequatorialebenen des Auges unmöglich machen.

1) Archiv für Ophthalmologie. Bd. IX. 2. S. 159.

LXIX.

Ueber den Einfluss der Raddrehung der Augen auf die Projection der Retinalbilder nach Aussen.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. III. S. 170—171. Vom 25. November 1864.

(Das Manuscript wurde am 10. März 1865 eingereicht.

170 Die Regel, dass die gesehenen Objecte in Richtung der Visirlinien des Auges nach Aussen projicirt werden, erleidet gewisse Ausnahmen. Wenn man bei parallel gestellten Gesichtslinien ein nicht unendlich weit entferntes Object betrachtet, so sieht man dieses in Doppelbildern, und doch, wie namentlich Hr. E. Hering neuerlich mit Recht hervorgehoben hat, in natürlicher Grösse und Entfernung vom Auge, woraus nothwendig folgt, dass diese Doppelbilder in falscher Richtung projicirt werden. Wenn man ein entferntes Object mit einem Auge fixirt, während das andere geschlossen ist, und man dann ohne die Fixationsrichtung des offenen Auges zu verändern, die Convergenz beider Augen vermehrt, so tritt eine Scheinbewegung der fixirten Objecte nach der Seite des offenen Auges hin ein. Hr. E. Hering hat den hierher gehörigen Erscheinungen den empirischen Ausdruck gegeben, dass wir die Objecte so projiciren, als wenn die Netzhautbilder sich in einem in der Mitte zwischen beiden wirklichen Augen gelegenen ideellen Auge befänden, dessen Gesichtslinie nach dem Convergenzpunkte der beiden wirklichen Gesichtslinien gerichtet wäre.

Der Vortragende glaubt, dass diese Erscheinungen zu erklären sind daraus, dass wir beim gewöhnlichen Sehen keine bewusste Trennung der Eindrücke beider Augen vollziehen und die Richtung der Gegenstände daher auch nicht auf je ein oder das andere Auge, sondern auf den Kopf und dessen Mittelebene beziehen lernen.

In Beziehung dagegen auf die Raddrehungen der Augen geht Hr. E. Hering von der Annahme aus, dass die Projection der Objecte immer so vollführt wird, als ob gar keine Raddrehung da wäre. In dieser Beziehung verhält es sich indessen ganz ähnlich wie bei den Seitenbewegungen der Augen. Der Vortragende hat gefunden, dass wenn er mit parallelen Gesichtslinien durch schwarze Röhren sieht und einen bezeichneten Durchmesser derselben vertical zu stellen sucht, er ihn auch bei secundären und tertiären Stellungen der Gesichtslinien so stellt, dass er einen verticalen Faden deckt; nicht aber, wenn er dasselbe mit convergenten Gesichtslinien thut. Auch hier tritt eine auffallende scheinbare Lagenänderung eines solchen Durchmessers ein, wenn man mit einem Auge durch die Röhre bei parallelen Gesichtslinien blickt und den Durchmesser horizontal oder vertical stellt, dann die Augen bei ungeänderter Richtung des fixirenden Auges zur Convergenz bringt. Es lassen sich auch hier die 171
Erscheinungen im Ganzen so beschreiben, dass man die Objecte so sieht, wie das Hering'sche ideelle Cyklopenauge sie sehen würde, wenn es die normalen Drehungen eines Auges mitmachte, welches auf den Convergenzpunkt der beiden Gesichtslinien gerichtet ist, und dessen Drehung also immer nahehin dem Mittel aus den Raddrehungen beider Augen zusammen genommen entsprechen würde.

Der Vortragende hatte früher diesen Einfluss der Convergenz nicht bemerkt. Der Versuch über die scheinbare Concavität von geraden Linien, die mit stark seitlich gewendetem oder stark gehobenem oder gesenktem Blicke durchlaufen werden, gelingt desto besser, je näher sie dem Beobachter sind, je grössere Convergenz sie also fordern, während bei sehr weit entfernten geraden Linien die Täuschung schwindet.

Der Inhalt der vorstehenden Aufsätze LXIV. bis LXIX. ist in der vom Verfasser am 14. April 1864 vor der Royal Society zu London gehaltenen Croonian Lecture zusammengefasst; diese hier in Uebersetzung wiederzugeben erschien deshalb unnöthig. Eine weitere Ausarbeitung derselben Gegenstände giebt sein „Handbuch der Physiologischen Optik".

LXX.

Das Telestereoskop.

Aus Poggendorf's Annalen der Physik und Chemie. Bd. 102. S. 167—175. — 1857.[1])

168 Das Netzhautbild jedes einzelnen menschlichen Auges stellt eine perspectivische Projection der im Gesichtsfelde befindlichen Gegenstände dar. Da der Standpunkt, von welchem diese Projection aufgenommen ist, für beide Augen desselben Individuum etwas verschieden ist, sind auch die beiden perspectivischen Bilder selbst nicht ganz identisch, und ihre Verschiedenheiten benutzen wir, wie die stereoskopischen Versuche lehren, um uns daraus ein Urtheil über die verschiedene Entfernung der dargestellten Objecte vom Auge zu bilden. Nun sind die Abbildungen desselben Gegenstandes auf beiden Netzhäuten desto mehr von einander verschieden, je näher der Gegenstand den Augen steht. Bei sehr entfernten Gegenständen, gegen deren Entfernung die Distanz der Augen ver-
169 schwindend klein ist, verschwindet auch der Unterschied der Bilder, und für solche geht uns also dieses Hülfsmittel, die Entfernungen der Gegenstände zu schätzen und ihre körperliche Gestalt zu erkennen, verloren.

Man kann sich davon namentlich an fernen Gegenständen von unregelmässiger Form, z. B. den die Aussicht begrenzenden Bergzügen, überzeugen. Die letzteren erscheinen stets wie eine uns kreisförmig umgebende, am Horizont gerade aufsteigende Wand; wir erkennen nichts von den Wölbungen,

1) Eine vorläufige Notiz gab schon Pogg. Ann. Bd. 101. S. 494.

Einschnitten, verschiedenen hinter einander liegenden Ketten der Berge, wenn uns nicht Schlagschatten, Luftperspective oder eine genaue schon früher erworbene Kenntniss ihrer Form zu Hülfe kommen. Bei Gegenständen von regelmässiger Form, Gebäuden u. s. w. genügt dem Vorstellungsvermögen schon eher eine einzige perspectivische Ansicht, um sich die nach der Tiefe des Bildes gerichteten Dimensionen ziemlich gut zu ergänzen.

Bei den stereoskopischen Landschaftsbildern, welche jetzt viel durch Photographie erzeugt werden, ist nun diesem Mangel dadurch abgeholfen dass der Photograph für die zweifache Aufnahme der Landschaft, sich zwei beliebig weit von einander entfernte Standorte wählen, und daher jedenfalls zwei hinreichend von einander verschiedene perspectivische Projectionen der Gegend verschaffen kann. Der Beschauer glaubt dann im Stereoskope ein verkleinertes Modell der Landschaft zu sehen, dessen Dimensionen sich zu denen der Landschaft verhalten, wie die Augendistanz des Beobachters zur Distanz der beiden Standorte der photographirenden Camera obscura.

Daher erklärt sich, dass diese stereoskopischen Bilder eine viel deutlichere Vorstellung von der Form der Landschaft geben, als die Betrachtung der wirklichen Landschaft wenigstens einem durchreisenden Fremden gewährt, der die einzelnen Objecte der Landschaft nicht schon so genau kennt wie die Einwohner. Städte, welche von einem hohen Punkte aus dem Beschauer als ein wüster Haufen von Dächern erscheinen, lösen sich im stereoskopischen Bilde auf in die einzelnen, durch die Strassen 169
abgetrennten Vierecke; man erkennt die relative Höhe der Häuser, die Breite der Strassen u. s. w. Dem entsprechend finde ich, dass man von den riesigen Dimensionen der Hochalpen im Stereoskop oft einen besseren Begriff bekommt als auf einer Alpenreise, weil derjenige, welcher solcher Bergreisen und Bergansichten ungewohnt ist, die Berge sich meist zu nahe und demgemäss zu klein vorstellt, theils wegen des Mangels der Luftperspective, theils weil er so grosse Dimensionen zu beurtheilen nicht geübt ist. Nur indem er die Mühseligkeit des Steigens durchmacht und nacheinander dieselben Berge von verschiedenen Standpunkten aus sieht, bildet er

sich eine Art von unvollkommenem Urtheil über ihre Grösse. Noch sind offenbar die Vortheile, welche das Stereoskop in dieser Beziehung gewähren kann, wenig ausgebeutet, weil die Photographen im Ganzen eine grössere Distanz der Aufnahmepunkte mit Unrecht zu scheuen scheinen. Es lässt sich einsehen, dass man z. B. genaue körperliche Bilder der unnahbarsten Theile der Hochalpen wird erhalten können, wenn man sich für die photographische Aufnahme passende Standpunkte sucht, welche einige tausend Fuss aus einander liegen. Bei der Betrachtung guter Modelle dieser Berge habe ich immer gefunden, dass ich mir durch die landschaftlichen Ansichten auf Reisen sehr ungenügende Vorstellungen von den Berggruppen gemacht hatte. Ich hatte sie mir im Allgemeinen zu nah aneinander gedrängt und ihre Grundflächen zu schmal vorgestellt. Darin liegt auch wohl der Grund, warum uns Bergmodelle mit übertriebenen Höhen meist besser gefallen als solche mit richtigem Höhenverhältnisse. Erstere sind der falschen Vorstellung, die wir uns bei flüchtigen Reisen durch die Gebirge zu bilden pflegen, mehr entsprechend als letztere.

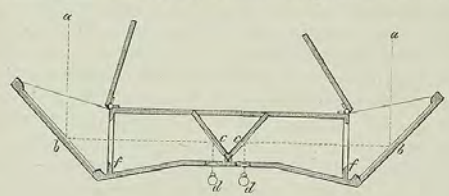


Fig. 49.

Einen Theil der Vortheile, welche die stereoskopischen Photographien gewähren, kann man sich auch bei der directen Beschauung einer Landschaft verschaffen, mittels eines ein-
170 fachen Instrumentes, welches ich Telestereoskop genannt habe. Der Zweck desselben ist, dem Beschauer zwei Bilder der Landschaft stereoskopisch vereinigt zu zeigen, welche zwei Standpunkten entsprechen, deren Distanz die der menschlichen Augen beträchtlich übertrifft. Die beistehende Figur 49 zeigt

einen mittleren horizontalen Durchschnitt des Instrumentes in $^1/_{11}$ seiner natürlichen Grösse.

Die wesentlichen Theile davon sind vier Spiegel *b*, *b* und *c*, *c*, welche senkrecht in einem gemeinsamen hölzernen Kasten und unter 45° gegen die längsten Kanten desselben geneigt befestigt sind. Die äusseren Spiegel *b* müssen gross, die inneren *c* können klein sein, alle müssen von den best geschliffenen dicken Platten genommen sein, die man unter den käuflichen Spiegeln findet, damit sie nicht verzerrte Bilder geben. Das von dem fernen Objecte kommende Licht wird auf den Wegen *abcd* zwei Mal unter rechten Winkeln reflectirt, und fällt bei *dd* in die beiden Augen des Beobachters. Bei *ff* sind Diaphragmen angebracht, um zu verhindern, dass anderes Licht in die Augen des Beobachters gelange, als was zweimal reflectirt ist. In den Oeffnungen des Kastens, durch welche der Beobachter hineinblickt, ist es zweckmässig zwei ganz schwache Concavgläser von 30—40 Zoll Brennweite einzusetzen, weil die meisten Augen sehr entfernte Gegenstände nicht ganz deutlich sehen, worauf es hier gerade ankommt. So schwache Gläser hindern auch normalsichtige Augen nicht, deutlich zu sehen.

Für Laien ist es wohl rathsamer die Spiegel festzustellen, wie es in der Zeichnung angenommen ist; für gewisse physi- 171
kalische Versuche, namentlich um nahe Gegenstände beobachten zu können, ist es nützlich, die vier Spiegel um senkrechte Axen drehbar zu machen.

Jedes Auge des Beobachters sieht in dem kleinen Spiegel seiner Seite den grossen, und in dem grossen die Landschaft gespiegelt; letztere aber erblickt er in einer solchen perspectivischen Projection, wie sie von den beiden grossen Spiegeln *bb* aus erscheint, wodurch natürlich viel grössere Verschiedenheiten der beiden perspectivischen Ansichten hervorgebracht werden, als die beiden Augen des Beobachters bei unmittelbarer Betrachtung der Landschaft gewähren. Um den Standpunkt genau zu bestimmen, von dem die Landschaft hierbei betrachtet wird, muss man sich die von den zwei Spiegelpaaren entworfenen Bilder der Augen des Beobachters suchen, welche in der Figur in der Verlängerung der Linien *ab* liegen wür-

den, über b hinaus, und zwar von b um $bc + cd$ entfernt. Durch das Instrument wird also die Augendistanz des Beobachters bis zur Grösse bb künstlich vergrössert.

Dem Beobachter erscheint die Landschaft durch das Telestereoskop wie ein verkleinertes Modell. Es ist dabei einerlei, ob in dem Instrumente Concavgläser angebracht sind oder nicht. Alle nicht zu entfernten Theile der Landschaft bekommen dasselbe körperliche Ansehen wie im Stereoskop, und behalten dabei den ganzen Reichthum ihrer natürlichen Farben, sodass Bilder von überraschender Zierlichkeit und Eleganz entstehen.

Fernere Gegenstände erscheinen allerdings platt, lösen sich aber doch noch von ihrem Hintergrunde ab, so z. B. Berge, die eine halbe Meile entfernt sind, vom Himmel. Wie auf den stereoskopischen Photographien, ist auch im Telestereoskop der Anblick von Baumgruppen sehr überraschend, weil sich die einzelnen Wipfel und in jedem Wipfel die einzelnen Zweige vollständig von einander lösen. Auch niedrig ziehende Wolken scheinen in dem Instrumente häufig viel körperlicher und mehr von einander getrennt als dem freien Auge.

172 Je grösser der Abstand der beiden grösseren Spiegel ist, desto weiter hinaus in die Ferne zeigt das Instrument die körperlichen Formen der Objecte. Grössere Spiegel geben ein grösseres Gesichtsfeld. Will man daher auf irgend einem Aussichtspunkte das Instrument feststehend anbringen, um die Aussicht dadurch betrachten zu lassen, so wird es vortheilhaft sein, die Dimensionen der Spiegel und ihren Abstand möglichst zu vergrössern und das Ganze auf einen drehbaren Tisch zu stellen. Für gewöhnlich ist es bequem die grösste Länge des Instrumentes nicht grösser als die Breite eines Fensters zu machen, damit man es vom Zimmer aus gebrauchen könne. Uebrigens erhält man einen grossen Theil der Effecte auch mit kleineren Instrumenten, in denen der gegenseitige Abstand der Spiegel viel geringer ist.

Physiker, welche in Anstellung optischer Versuche geübt sind, können sich übrigens eine telestereoskopische Ansicht der Landschaft verschaffen, ohne eines weiteren Apparates zu bedürfen als eines grossen und eines kleinen Spiegels. Den

grossen Spiegel hängt man so auf, dass man unter 45° in ihn hineinblickend die Landschaft sehen kann, stellt sich in der genannten Richtung einige Fuss von ihm entfernt auf und hält den kleinen Spiegel dem grossen parallel, vor dasjenige Auge, welches der Ebene des grossen Spiegels am nächsten ist. Wenn also z. B. die rechte Seite des Beschauers dem grossen Spiegel näher ist, betrachte er mit dem rechten Auge die Landschaft im kleinen Spiegel, mit dem linken im grossen, bringe beide Bilder der Landschaft zum Decken, und er wird denselben optischen Effect haben wie im Telestereoskope.

Man kann hierbei aber nur schwer verschiedene Stellen der Aussicht nach einander zur Beobachtung bringen, und nähere Gegenstände erscheinen dem linken Auge in geringerer scheinbarer Grösse als dem rechten.

Um nahe Gegenstände im Telestereoskop betrachten zu können, muss man die Spiegel um ihre senkrechten Axen drehen können, sodass die Winkel zwischen ihrer Fläche und 173
der Längskante des Kastens etwas grösser als 45° werden. Die Objecte erscheinen dann stark verkleinert, ebenfalls mit sehr auffallend hervortretendem Relief. Wenn man blos die grossen Spiegel dreht, die kleinen aber unter dem Winkel von 45° stehen lässt, erhält man sogar übertriebenes Relief. Sollen die Dimensionen in Richtung der Tiefe des Gesichtsfeldes zu denen in der Fläche des Gesichtsfeldes das richtige Verhältniss behalten, so muss man die kleinen Spiegel den grossen stets parallel stellen. Auch der Anblick naher Gegenstände, namentlich menschlicher Figuren, im Telestereoskope ist sehr überraschend und zierlich. Der Eindruck unterscheidet sich von der Verkleinerung durch Concavgläser wesentlich dadurch, dass man nicht nur verkleinerte Bilder, sondern wirklich verkleinerte Körper vor sich zu sehen glaubt.

Vergrösserungen lassen sich mit dem Telestereoskop leicht verbinden, der Beobachter braucht nur unmittelbar zwischen seine Augen und die kleinen Spiegel ein doppeltes Opernglas zu bringen; noch vortheilhafter für das Gesichtsfeld ist es die Oculare und Objective des Opernglases herauszunehmen und im Telestereoskop so zu befestigen, dass das Licht auf jeder Seite erst den grossen Spiegel, dann das Objectiv, dann den

kleinen Spiegel, endlich das Ocular trifft, sodass dabei die optische Axe des Fernrohrs selbst unter einem rechten Winkel gebrochen wird. Je stärker die Vergrösserung ist, desto grössere Anforderungen muss man natürlich an die Genauigkeit der Planspiegel machen, aber man braucht sie dann auch nicht grösser als die Objectivgläser der Fernröhre zu wählen.

Dergleichen zugleich teleskopische und stereoskopische Bilder übertreffen wiederum die gewöhnlichen Bilder eines einzelnen Teleskops ausserordentlich an Lebendigkeit. Bei den einfachen teleskopischen Bildern schwindet die Anschauung verschiedener Entfernung ganz und gar, die Gegenstände sehen vollständig so aus, als wären sie auf eine ebene Tafel gemalt. Durch die bei dem Galilei'schen Fernrohre jetzt sehr gebräuch-
174 liche Verbindung von zwei Fernröhren erhält man allerdings für die näheren Gegenstände eine gewisse Anschauung des Reliefs, weshalb die doppelten Opernläser schon einen viel lebendigeren Eindruck geben als ein einzelnes. Aber bei der gebräuchlichen Construction dieser Instrumente ist das Relief falsch, die Gegenstände erscheinen nach der Tiefendimension des Gesichtsfeldes zu kurz, als wären sie plattgedrückt. Bei menschlichen Gesichtern, zu deren Betrachtung die doppelten Opernläser doch hauptsächlich bestimmt sind, ist dies sehr auffallend. Wenn man sie von vorn betrachtet, sehen sie viel platter aus, als sie sind, und wenn man sie im Profil erblickt, sehen sie zu schmal und spitz aus. In beiden Fällen wird der Ausdruck des Gesichts wesentlich verändert.

Wenn man ein doppeltes Opernglas umdreht und durch die Objectivgläser hineinsieht, erscheinen dagegen die Tiefendimensionen der Gegenstände unverhältnissmässig vergrössert. Während also durch ein einfaches Fernrohr alle Gegenstände wie Gemälde erscheinen, sieht man durch ein doppeltes Opernglas volle Gegenstände wie Basreliefs, und durch dasselbe Opernglas in umgekehrter Haltung wirkliche Basreliefs wie Hautreliefs.

Auch theoretisch findet man leicht aus den bekannten Gesetzen der Fernröhre und des stereoskopischen Sehens, dass ein Doppelfernrohr, dessen optische Axen parallel und genau um den Abstand der beiden Augen des Beobachters von ein-

ander entfernt sind, welches n Mal vergrössert, die Gegenstände so erscheinen lässt, als wären alle senkrecht zur Axe des Fernrohrs gerichteten Dimensionen unverändert geblieben, die Entfernungen der Gegenstände vom Beobachter, parallel der optischen Axe, dagegen auf $1/n$ reducirt, so dass der Beobachter die Gegenstände in natürlicher Grösse, aber genähert, und nach der Tiefendimension des Gesichtsfeldes comprimirt zu sehen glaubt.

Während jedes einzelne Fernrohr dem Beobachter den Gegenstand so zeigt, wie er in $1/n$ der Entfernung erscheint, sind doch die Verschiedenheiten der perspectivischen Ansicht 175
beider Augen nicht so gross, wie sie sein würden, wenn der Beobachter sich dem Gegenstande wirklich bis auf $1/n$ der Entfernung genähert hätte. Durch Verbindung eines Doppelfernrohrs mit einem Telestereoskop von parallelen Spiegelpaaren wird dieser Fehler nicht beseitigt; es tritt nur eine gleichmässige weitere Reduction aller scheinbaren linearen Dimensionen, wie sie das Doppelfernrohr zeigt, ein. Wohl aber kann man für einzelne Gegenstände, die in bestimmter Entfernung stehen, ein richtiges Relief gewinnen, indem man die kleinen Spiegel unter 45° stehen lässt und die grossen allein unter einem etwas kleineren Reflexionswinkel als 45° reflectiren lässt. Dadurch gewinnt man, wie ich vorher erwähnte, im einfachen Telestereoskop allein ohne vergrössernde Gläser ein übertriebenes Relief, und kann dadurch den entgegengesetzten Fehler der Fernrohrverbindung corrigiren.

Zusatz (1882): Die Construction eines stereoskopischen Doppelfernrohres ist mit allen Details in meinem Handbuch der Physiologischen Optik gegeben.

LXXI.

Ueber stereoskopisches Sehen.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. IV. S. 8—11. Vom 30. Juni 1865.

(Das Manuscript wurde eingereicht am 14. Juli 1865.)

1) Der Vortragende zeigte zunächst ein nach seinen Angaben construirtes Stereoskop vor, welches etwa doppelt so starke Vergrösserung hervorbringt als die gewöhnlichen Stereoskope, nur Linsen, keine Prismen enthält, und mit den nöthigen Einrichtungen versehen ist, um eine genaue Einstellung der Linsen für den richtigen Grad der Convergenz hervorzubringen. Photographien auf Glas machen darin einen viel mehr der Wirklichkeit entsprechenden Effect als in den gewöhnlichen Stereoskopen.

2) Der Vortragende berichtete darauf über Versuche, die er theils früher, theils neuerlich über die binoculare Raumprojection angestellt hatte, mit Beziehung auf die denselben Gegenstand betreffenden Arbeiten von Hrn E. Hering.

Es kommen bei diesen Raumprojectionen gewisse Täuschungen vor. Erstens hat Hr. Hering gezeigt, dass eine in der Medianebene befindliche Normale zur Visirebene nicht immer normal erscheint. Dass man vielmehr, wenn die Augen gegen das Gesicht nach unten gewendet sind, einen Faden oder Draht, den man senkrecht zur Visirebene zu stellen sucht, mit dem oberen Ende gegen den Beobachter neigt, wenn die Augen dagegen nach oben gewendet sind, mit dem unteren Ende nähert. Hr. Hering schliesst daraus, der Faden müsse im Horopter liegen, um senkrecht zur Visirebene zu erscheinen.

Die Regel mag für Hrn. Hering's Augen, welche die Abweichung zwischen den scheinbar verticalen und den wirklich verticalen Meridianen nur in sehr geringem Grade zeigen und für die Medianebene thatsächlich zutreffen. Der Vortragende, für dessen Augen jene gewöhnlich vorhandene Abweichung sehr merklich ist, findet für seine Augen jene Regel nicht richtig. Die Linien, welche ihm vertical zur Visirebene erscheinen, liegen niemals im Horopter, sondern erscheinen immer in deutlich nach unten convergirenden Doppelbildern, wenn man einen nahe hinter ihnen liegenden Punkt fixirt. Die Linien dagegen, welche im Horopter liegen, erscheinen mit ihrem oberen Ende stets vom Beobachter entfernter.

Der Vortragende hat schon bei einer früheren Gelegenheit darauf aufmerksam gemacht, dass wir die Lage der Objecte immer so beurtheilen, sowohl in Beziehung auf Richtung (wie Hr. Hering richtig bemerkt hat) als auf Raddrehung, wie wenn jedes Auge der mittleren Sehrichtung parallel gestellt wäre. Unter mittlerer Sehrichtung verstehe ich nach Hering eine Linie, die den Fixationspunkt mit einem mitten zwischen den Mittelpunkten beider Augen gelegenen Punkt verbindet. Die Raddrehungen, welche in jedem Auge beim Uebergange aus der zeitigen mittleren in seine actuelle Stellung eintreten, werden nicht berücksichtigt. Daraus ergiebt sich nun auch für die hier besprochenen Projectionen folgende Regel, welche auch durch die Versuche sowohl für die Medianebene des Kopfes, als auch für seitlich gelegene Punkte bestätigt wird, dass senkrecht zur Visirebene solche gerade Linien erscheinen, die sich abbilden auf denjenigen Meridianen beider Augen, welche bei Stellung der Augen parallel der zeitigen mittleren Sehrichtung senkrecht zur Visirebene sein würden. Diese Meridiane sind aber bei Augen, welche die Abweichung der scheinbar verticalen Meridiane zeigen und dem Listing'schen Gesetze der Raddrehungen folgen, niemals identische Meridiane.

3) Auf eine zweite Täuschung hat der Vortragende zuerst in seinem Aufsatze über den Horopter aufmerksam gemacht. Drei Nadelköpfe, welche in einiger Entfernung von einander vor dem Beobachter in einer von rechts nach links laufenden geraden

Linie sich befinden, scheinen bei der Betrachtung mit zwei Augen in einem gegen den Beobachter convexen Bogen zu stehen. Damit sie in gerader Linie erscheinen sollen, müssen sie in einem gegen den Beobachter etwas concaven Bogen stehen. Herr Hering hat die entsprechende Beobachtung an senkrecht aufgehängten Fäden gemacht, und auch hier behauptet, die Fäden erscheinen in einer Ebene, wenn sie im Längshoropter lägen, also bei horizontal gerichteter Visirebene durch den Müller'schen Kreis gingen. Der Vortragende hat nun Messungen der Krümmung angestellt und für seine eigenen Augen wie für die andrer Beobachter die allergrössesten Abweichungen von dieser Hering'schen Regel gefunden. Wenn die drei Fäden in einer schwach gekrümmten Cylinderfläche hängen, so müsste man sie nach Hering in einer Ebene sehen, wenn die Augen des Beobachters um den Durchmesser des Cylinders von ihnen entfernt wären. Statt dessen mussten alle drei Beobachter in oft wiederholten Versuchen auf $^1/_2$ bis $^1/_6$ dieses Durchmessers, der Vortragende auf $^3/_{10}$ desselben sich nähern, um die Fäden scheinbar in einer Ebene zu sehen, wobei die Fäden also nicht im Horopter lagen und zum Theil Doppelbilder der seitlichen Fäden deutlich erkannt werden konnten. Bei Hering ist also die optische Täuschung in diesem Versuch sehr viel grösser als bei anderen Beobachtern, was damit zusammenzuhängen scheint, dass nach häufig sich wiederholenden Aeusserungen in seinen Schriften das Urtheil über Entfernung nach Convergenz der Gesichtslinien bei ihm besonders unvollkommen zu sein scheint. Uebrigens zeigen sich bei diesem Versuche sehr grosse individuelle Verschiedenheiten, die wahrscheinlich von der Uebung der Augen nach der Convergenz die Entfernung zu beurtheilen abhängen.

Dass die letztgenannte Fähigkeit keine grosse Genauigkeit erreicht, zeigen die Versuche von Wundt. Aber auch bei diesen Versuchen zeigte sie sich durchaus nicht als gänzlich mangelnd. Der Vortragende hat Versuche nach einem modificirten Verfahren angestellt, und bei sich und einem anderen Beobachter eine grössere Sicherheit in der Beurtheilung gefunden, als Wundt erreicht hatte. Aber allerdings zeigen bekannte Versuche, dass wenn bei irgend welchen binocularen

Erscheinungen andere Urtheilsmotive für eine andere Entfernung sprechen, oft nach denen geurtheilt und die Convergenz nicht berücksichtigt wird.

4) Man pflegte bisher bei den stereoskopischen Bildern ausschliesslich zu berücksichtigen, dass die horizontalen Abstände der einzelnen Objectpunkte beiden Augen verschieden erscheinen, aber nicht dass auch die verticalen Abstände nach rechts gelegener senkrecht über einander befindlicher Punkte dem rechten Auge grösser als dem linken erscheinen müssen. Auch das hat Einfluss auf die stereoskopische Projection. Der Vortragende legte zwei stereoskopische Zeichnungen vor, die eine darstellend die Projectionen einer ziemlich nahe vor den Augen befindlichen ebenen schachbrettartig gemusterten Fläche, die zweite darstellend die Projectionen eines entfernten schachbrettartig gemusterten senkrechten Cylinders. In beiden waren die horizontalen Abstände der verticalen Linien genau dieselben, und nur die oberen und unteren Begrenzungslinien der Felder waren verschieden gezogen, und doch gaben sie ein vollkommen verschiedenes Relief. Das eine erschien als Ebene, das andere als Cylinder. Dadurch wird nachgewiesen (im Widerspruch mit den Voraussetzungen der Hering'schen Theorie), dass nicht blos die Differenzen der horizontalen Entfernungen, sondern auch die der verticalen die stereoskopische Wirkung bestimmen. Die Convergenz der Sehaxen war beim Anblick beider Zeichnungen mit unbewaffneten Augen gleich Null, entsprach also nicht dem Anblick eines nahen, sondern nur dem eines fernen Objektes. Dennoch wurde, da die beiden Netzhautbilder des ebenen Schachbrettes in dieser Form nur durch ein ebenes Object geliefert werden konnten, das Object als eben angeschaut.

Aus diesem Versuche geht also hervor, dass auch die Differenzen in den verticalen Distanzen mitwirken, um den Eindruck eines nahen Objectes hervorzubringen. Bei dem Hering'schen Versuche mit den drei Fäden fehlen nun erkennbare Differenzen der verticalen Distanzen, weil an den Fäden kein Punkt einen deutlich hervortretenden Eindruck macht. Es fehlt also eines der Zeichen, an denen wir ein nahes Object erkennen, und wir halten deshalb das Object

für ferner, und da dann die Unterschiede der horizontalen Distanzen in den beiderseitigen Netzhautbildern für Theile einer Ebene zu gross sind, so halten wir die Fläche für convex gegen uns.

Werden an den Fäden Goldperlen in kleinen Zwischenräumen befestigt, um Merkpunkte für das Auge zu geben, so schwindet die beschriebene Täuschung über ihre Lage fast ganz; wodurch die gegebene Erklärung bestätigt wird.

Die beschriebenen Erscheinungen sind also neue Beispiele für den Satz, dass die Abweichung der Augen von der mittleren Sehrichtung sowohl der Richtung als der Raddrehung nach theils gar nicht, theils nur unsicher beurtheilt und berücksichtigt wird, während sie den angeblichen Thatsachen, auf welche Hr. Hering seine Theorie der stereoskopischen Raumprojection gegründet hat, vollständig widersprechen.

LXXII.

Ueber die Bedeutung der Convergenzstellung der Augen für die Beurtheilung des Abstandes binocular gesehener Objecte.

Aus den Verhandlungen der Physiologischen Gesellschaft zu Berlin. 10. Mai 1878. S. 57–59.

Im allgemeinen liegt die Möglichkeit vor, dass wir, wenn 57
unsere beiden Augenaxen auf einen bestimmten Punkt im Raume hingerichtet sind, die Entfernung des binocular fixirten Objectes aus der Convergenzstellung der Augen zu beurtheilen vermögen. Auch ist die Convergenzstellung der Augen immer in Betracht gezogen worden als eines der Mittel zur Beurtheilung der Entfernung eines einfach gesehenen Objectes. Nun zeigen aber die Versuche mit dem Stereoskop, wo man durch die Linsengläser nach den in dem Rahmen befindlichen beiden stereoskopischen Zeichnungen hinschaut, dass man die scheinbare Lage des Sehobjectes (d. h. der durch die Linsen von den Zeichnungen entworfenen Bilder) nur schwierig und unsicher zu beurtheilen vermag. Wenn man Landschaftsbilder im Stereoskop betrachtet, so stellt man sich dieselben ziemlich nahe vor; es gehört schon eine gewisse Abstraction dazu, um die Entfernung der Bilder annähernd beurtheilen zu lernen. Es giebt aber ein einfaches Mittel, diese scheinbare Entfernung des Bildes objectiv zu constatiren: man muss den Stereoskopen-Kasten fortlassen, nur einfache Linsen zum Durchsehen be- 58
nutzen, oberhalb deren wirkliche Gegenstände erscheinen: dann erhält man wirklich eine deutliche sinnliche Vorstellung von der Differenz der Entfernung zwischen jenen objectiven Gegen-

ständen und dem stereoskopischen Bilde. Es wird dann klar, dass man sich vorher erheblich getäuscht hat. Da man den Stereoskopen-Kasten in der Hand hatte und in ihm das Bild zu liegen schien, so bestand die natürliche Neigung, das stereoskopische Bild sich viel zu nahe vorzustellen.

Bei der Beurtheilung unserer sinnlichen Wahrnehmungen pflegen die ganz sicher und deutlich wahrgenommenen Momente in der sinnlichen Empfindung zu dominiren; daneben giebt es noch eine Reihe von anderen Momenten, welche weniger sicher wahrgenommen werden und die unter Umständen noch zur Deutung der Erscheinungen benutzt werden können, die aber in dem Maasse weniger wirken, als sie unsicherer wahrgenommen werden.

Ich habe schon in meiner Physiologischen Optik[1]) ausgeführt, dass die Convergenzstellung als eines der Mittel zur Beurtheilung der Entfernung binocular gesehener Objecte zu betrachten sei, aber als eines der unsicheren.

In der That giebt es einige Momente, welche die Beurtheilung der Convergenz relativ unsicher erscheinen lassen, wenigstens dann, wenn sie nur auf dem Gefühl der Innervation beruht, die wir anwenden, um den jedesmaligen Convergenzgrad hervorzubringen. Es sprechen viele Gründe dafür, dass bei der Schätzung unserer eigenen Augenstellungen nur die Stärke der dazu erforderlichen Innervationen in Betracht kommt. Nach rechts und nach links, nach oben und nach unten führen wir entgegengesetzte Bewegungen aus; es ist wahrscheinlich, dass die Ermüdung der verschiedenen Augenmuskeln hierbei ungefähr gleich bleibt. Aber die Convergenz-Muskeln werden einseitig gebraucht, ohne dass die Divergenz-Muskeln in demselben Maasse in Anspruch genommen werden. Es kann eine Ermüdung der ersteren eintreten, sodass dann derselbe Innervationsgrad nicht mehr dieselbe Convergenz hervorbringt wie vorher. Dies glaubte ich als den Grund betrachten zu dürfen für die verhältnissmässige Unsicherheit in der Beurtheilung der Entfernung des gesehenen Gegenstandes aus dem Convergenzgrade.

1) S. 649—659.

Nun ist mir ein Phänomen aufgefallen, welches denn doch zeigt, dass in anderer Beziehung die Convergenz ziemlich sicher ihre Rolle spielt zur Beurtheilung der Entfernung. Es betrifft dies die sogenannten Tapetenbilder. Wenn wir ein Tapeten-Muster vor Augen haben, und unsere Augenaxen nicht auf dasselbe Stück, sondern auf benachbarte identische Stücke des Musters gerichtet sind, so entsteht bekanntlich eine stereoskopische Täuschung: nämlich die stereoskopische Erscheinung eines Tapeten-Musters, das in anderer Entfernung liegt. Ich habe gewöhnlich die Augen auf einen Punkt convergiren lassen, der weiter von mir entfernt war als die Ebene der Tapete. Es muss dazu eine Tapete benutzt werden, deren identische Partien nicht weiter von einander abstehen, als die Drehpunkte der beiden Augen von einander entfernt sind; dann kann man convergirende (oder allenfalls schwach divergirende) Augenaxen anwenden. Dasselbe Phänomen kann man aber auch hervorbringen durch Convergenz der beiden Augenaxen nach einer Ebene, die uns näher steht als die des Tapeten-Musters.

Die Vorstellung von der Entfernung des so gesehenen Tapeten-Musters hat etwas Unbestimmtes; sie ist nicht sehr deutlich und wird geändert, sowie noch andere Gegenstände auf der Tapete vorhanden — Bilder, Nägel u. s. w. — welche die regelmässige Periodicität des Musters stören.

Wenn man sich nun ein solches Tapetenbild entwirft und dann den Kopf etwas von rechts nach links, oder von oben nach unten oder von vorn nach hinten verschiebt, so tritt eine scheinbare Bewegung des Tapetenbildes ein. Hingegen macht das reelle Object, welches man mit richtig gestellten Augenaxen binocular anschaut, keine derartige Bewegung; bei diesem sind wir darauf eingerichtet, wir erwarten die Winkelverschiebung, welche dasselbe erleidet, wenn wir unseren Kopf willkürlich verschieben. So lange hierbei die scheinbaren Bewegungen des reellen Objectes die uns gewohnten Grenzen und Verbindungen einhalten, beurtheilen wir das Object als ruhend. Bei den Tapetenbildern wird die Combination gelöst. Also selbst eine ruhende Convergenz, welche eingerichtet ist auf eine bestimmte Entfernung, wird hierbei deutlich und fein

unterschieden von dem anderen Grade der Convergenz, der der wirklichen Lage des Objectes entsprechen würde. Ich habe hierbei gefunden, dass in diesem Falle in der That die vorhandene Convergenz mit recht grosser Genauigkeit den Erfolg bestimmt, und dass mit recht grosser Sicherheit die nicht objective Natur des Tapetenbildes sich verräth, indem jede Bewegung des Kopfes eine scheinbare Winkelbewegung des Bildes hervorruft. Die leicht zu machende Beobachtung scheint mir von einiger Wichtigkeit zu sein, um die Schätzung derjenigen Momente zu geben, von denen die Beurtheilung der Entfernung gesehener Objecte abhängt. Ich entsinne mich nicht, dass der Versuch schon irgendwo angeführt ist.

Nachträglicher Zusatz. Bei Convergenz auf einen entfernteren Punkt bewegen sich die Tapetenbilder stets nach entgegengesetzter Richtung als der Kopf: bei Convergenz auf einen näheren Punkt in derselben Richtung. Ich sehe auch im letzteren Falle die Bewegung vollkommen deutlich.

Physiologische Akustik.

LXXIII.

Ueber die Mechanik der Gehörknöchelchen.

Aus den Verhandlungen des naturhist.-medic. Vereins zu Heidelberg.
Bd. IV. S. 153.—161. Vom 9. August 1867.

(Das Manuscript war bereits am 26. Juli überreicht worden, der Nachtrag dazu am 9. August.)

Die Aufgabe des Trommelhöhlenapparates kann so be- 153
zeichnet werden: Derselbe hat die Schallschwingungen der Luft, die mit relativ kleinen Druckkräften, aber in grossen Excursionen geschehen, zu übertragen auf das relativ schwere Labyrinthwasser, dessen Bewegung eben wegen seiner Schwere grössere Druckkräfte verlangt, während wegen der mikro- 154
skopischen Kleinheit der mitschwingenden Endapparate der Nerven, welche gleichsam die Reagentien für die Schallschwingungen des Labyrinthwassers bilden, sehr kleine Amplituden seiner Schwingungen genügen.

Um die nöthige mechanische Kraft für die Schwingungen der genannten Flüssigkeit zu gewinnen, wird der Druck der schwingenden Luft von der verhältnissmässig grossen Fläche des Trommelfelles gesammelt und durch die Reihe der Gehörknöchelchen innerhalb der sehr viel kleineren Fläche des ovalen Fensters auf das Labyrinthwasser übertragen. Die genaue Uebertragung so kleiner Bewegungen erfordert, wie Riemann in den von ihm nachgelassenen Papieren[1]) mit Recht hervorhebt, eine ausserordentlich grosse Präcision und Festigkeit in den Verbindungen der Gehörknöchelchen. Damit steht es

1) Zeitschrift für rationelle Medicin. 1867.

nun in einem sonderbaren, aber freilich nur scheinbaren Widerspruche, dass man bei der anatomischen Untersuchung alle einzelnen Gelenke und Bandverbindungen innerhalb der Trommelhöhle schlaff und nachgiebig findet. Namentlich war die Existenz des in den meisten Richtungen sehr nachgiebigen Hammer-Ambossgelenkes in sehr entschiedenem Widerspruche mit der älteren und von mir selbst in der Lehre von den Tonempfindungen vorgetragenen Theorie, wonach Hammer und Amboss zusammen ein um zwei Spitzen (den Processus Folianus des Hammers und den kurzen Fortsatz des Ambosses), drehbares System bilden sollten, mit zwei nach unten reichenden Hebelarmen, dem Handgriff des Hammers und dem langen Fortsatze des Ambosses.

Anatomische Untersuchungen über die Verbindungen der Gehörknöchelchen, die ich während dieses Sommers angestellt, haben mir nun folgende Resultate gegeben:

1) Der Hammer behält seine Stellung mit nach innen gezogenem Trommelfell und seine Drehbarkeit um eine querlaufende Axe auch noch bei, wenn man den Amboss vorsichtig herausnimmt, und sogar auch noch, wenn man die Sehne des Tensor Tympani durchschneidet, doch macht die letztere Operation die Stellung des Hammers allerdings viel weniger fest, als sie vorher war. Die Drehungsaxe des Hammers wird gebildet durch einen ziemlich straffen sehnigen Faserzug, der von der Spitze der Spina Tympanica posterior sich gegen eine knöcherne Hervorragung am hinteren Rande des Trommelfelles (etwa der Grenze des ursprünglichen Pars tympanica entsprechend) hinzieht, und in welchen Faserzug der Hammer selbst eingeschaltet ist. Der vordere Theil dieses Bandes ist das bekannte Ligamentum Mallei anticum, welches den Processus Folianus umschliesst. Die Spina tympanica posterior, von der der obere straffste Theil dieses Bandes entspringt, reicht übrigens, wie man mit einer Staarnadel fühlen kann,
155 bis ganz nahe an den Hals des Hammers, sodass die Bandverbindungen an dieser Stelle eine sehr kurze ist. Der Processus Folianus ist in den von mir untersuchten Ohren von Erwachsenen immer bis auf einen kleinen Stumpf geschwunden, nicht blos abgebrochen gewesen. Mit einer feinen Nadel, die

ich zwischen die Fasern des Ligamentum anterius einschob, konnte ich immer sein Ende fühlen, noch ehe irgend welche heftigere Bewegungen der Gehörknöchelchen an dem Präparate vorgenommen waren, und andererseits war keinerlei etwa abgebrochene Fortsetzung jenes Processus in der Bandmasse fühlbar. Der hintere Theil des genannten Faserzuges dagegen, den ich Ligamentum Mallei posticum nennen möchte, liegt in der Schleimhautfalte, welche die hintere Trommelfelltasche bildet, oberhalb der im Rande dieser Falte verlaufenden Chorda Tympani, nach hinten stärker als diese aufsteigend. Ich möchte diesen gesammten Faserzug, das Axenband des Hammers nennen, wegen seiner Bedeutung für die Bewegung dieses Knöchelchens. Dadurch, dass das vordere Ende dieses Bandes von der Spina Tympanica posterior ausgeht, die sich sehr merklich von der Ansatzebene des Trommelfelles, nach innen hervorragend, entfernt, bleibt zwischen dem Axenbande des Hammers und dem Trommelfelle ein hinreichender Zwischenraum, um dem kurzen Fortsatze des Hammers Platz zu gewähren. Wenn die Sehne des Tensor Tympani durchschnitten ist, ist das Axenband des Hammers nicht so prall gespannt, dass es nicht kleine Verschiebungen zuliesse. So lange aber jene Sehne erhalten ist und einen mässigen Zug ausübt, bringt dieser Zug in dem Axenbande eine verhältnissmässig ziemlich straffe Spannung hervor, nach demselben Principe, wonach ein horizontal nicht ganz straff gespannter unausdehnsamer Faden durch ein kleines Gewicht, das man an seine Mitte hängt, sehr kräftig gespannt werden kann.

2) In der Fortsetzung jener Schleimhautfalte, welche die hintere Trommeltasche bildet und das Lig. M. posticum enthält, da wo sie sich am oberen Rande des Trommelfelles entlang zieht, liegen noch andere Sehnenstreifen, welche zugleich mit dem bekannten Ligamentum Mallei superius Hemmungsbänder für die Bewegung des Handgriffes und des Trommelfelles nach aussen bilden.

3) Das Hammerambossgelenk ist zwar für eine ganze Reihe kleiner Verschiebungen ein schlaffes und widerstandsloses Gelenk, ausserdem auch nur von einer sehr zarten und zerreisslichen Kapselmembran umschlossen; aber einer Art

der Verschiebung widersteht es in der natürlichen Lage der Knochen vollkommen sicher und fest; bei der Einwärtsdrehung seines Handgriffes fasst nämlich der Hammer den Amboss fest, wie eine Zange, während bei der Auswärtsdrehung des Hammergriffes beide Knochen sich von einander lösen. In dieser Beziehung entspricht die mechanische Wirkung des Gelenkes vollkommen den Gelenken mit Sperrzähnen, wie man sie an Uhrschlüsseln anzubringen pflegt. Man kann das Hammerambossgelenk betrachten als ein solches Uhrschlüsselgelenk
156 mit zwei Sperrzähnen. Von diesen ist je einer an der unteren Seite beider Gelenkflächen sehr deutlich ausgebildet. Der des Hammers liegt nach der Seite des Trommelfelles, der des Ambosses gegen die Trommelhöhle gewendet. Der obere Theil beider Gelenkflächen entspricht der Stossfläche der beiden zweiten Sperrzähne, neben welcher die Schraubenflächen, mit denen die Sperrzähne über einander gleiten, zu schmalen Streifchen geschwunden sind. Wenn man sich übrigens einen Hammer und den zugehörigen Amboss an kleinen Holzstäbchen mit Siegellack passend befestigt, sodass das eine Hölzchen etwa in Richtung des Processus Folianus liegt, das andere den Processus brevis des Amboss verlängert, dann die Knochen mit ihren Gelenkflächen aneinander setzt, während man sie an den Hölzchen hält, so fühlt man sehr deutlich, wie fest und sicher der Hammer den Amboss packt, sobald man seinen Handgriff nach innen dreht. Dagegen weichen die Knöchelchen durch die entgegengesetzte Drehung sogleich von einander und lassen sich gegenseitig los. Am unverletzten Ohre hat letztres zur Folge, dass der Hammer durch Luft, die in die Trommelhöhle dringt, ziemlich weit nach aussen getrieben werden kann, ohne den Steigbügel mitzunehmen und ohne ihn aus dem ovalen Fenster auszureissen.

4) Da die Spitze des kurzen Fortsatzes des Amboses im Ambosspaukengelenke befestigt ist an einer Stelle, die eine Strecke nach innen von der verlängerten Drehungsaxe des Hammers liegt, und der Hammerkopf mit dem Hammerambossgelenk sich bei Einwärtsziehung des Trommelfelles nach aussen bewegt, also vom Ambosspaukengelenk entfernt, so werden die Gelenkbänder des Amboses dadurch gespannt, und die Spitze

des kurzen Fortsatzes des Ambosses wird von ihrer Unterlage ein wenig abgehoben, soweit es die über diesem Gelenke gelegenen starken sehnigen Verstärkungsbänder zulassen. Man sieht aber deutlich an passenden Präparaten, wenn man mit einer Nadel von oben auf den kurzen Fortsatz des Ambosses drückt, wie er sich dann senkt und nun erst an seine knöcherne Unterlage anlegt, wobei die genannten sehnigen Verstärkungsbänder sich schlaff zusammenfalten. Also auch hier werden die Gehörknöchelchen nicht durch eine feste Unterlage, sondern durch, wenn auch kurze, gespannte Bänder festgehalten, so lange sie sich in der Stellung befinden, in der sie für das Hören gebraucht werden.

5) Die Spitze des langen Fortsatzes des Ambosses drückt gegen das Köpfchen des Steigbügels, wenn der Hammergriff nach innen gezogen ist, soweit es das Trommelfell zulässt; er liegt also dem Steigbügel an, selbst wenn die Bänder des Ambosssteigbügelgelenkes durchschnitten sind. Wird der Hammer aber nach aussen bewegt, so nimmt er bei durchschnittenem Ambossteigbügelgelenk den Amboss mit nach aussen. Ist dagegen die Verbindung des Steigbügels mit dem Amboss erhalten, so geht der Hammer allein nach aussen, was er ohne einen zu starken Zug auf Amboss und Steigbügel auszuüben 157
thun kann wegen der oben beschriebenen Form des Hammerambossgelenkes. In Summa also sind die Gehörknöchelchen in derjenigen Stellung, wo sie sich beim Hören befinden, nur durch ein System gespannter sehniger Bänder in ihrer Lage gehalten, Bänder, welche alle einzeln genommen nicht sehr straff gespannt sind, aber so angeordnet, dass, wenn der Zug des Musculus Tensor Tympani hinzukommt, der auch im unthätigen Zustande immer noch als ein elastisch gespanntes Band zu betrachten ist, alle die genannten Befestigungsbänder mit dem Trommelfell zugleich straff gespannt werden, wobei sich die drei Knöchelchen fest aneinander schliessen, Hammer und Amboss mittels ihrer Sperrzähne, der Amboss an den Steigbügel in ihrem Gelenk. Andererseits gewährt dieselbe Befestigung einen breiten Spielraum für Verschiebungen durch äussere zufällige Störungen, wie z. B. auch für die von Riemann besprochenen Temperaturänderungen, ohne dass dabei

die zarte Einfügung des Steigbügels in das ovale Fenster gefährdet wird.

Ich habe mir ein Modell der Gehörknöchelchen in vergrössertem Maasstabe nachgebaut, in welchem die Sehnenbänder durch unausdehnsame Hanffäden, der Muskel durch ein elastisches Kautschukband, das Trommelfell durch Handschuhleder ersetzt ist. Die mechanischen Wirkungen dieses Modells sind denen der Gehörknöchelchen nach der von mir gegebenen Beschreibung ganz entsprechend; namentlich überträgt dasselbe, trotzdem die hölzernen Modelle der Knöchelchen nur durch Fäden festgestellt sind, Stösse, die von aussen gegen den Hammergriff geführt werden, ganz sicher und kräftig auf den Steigbügel.

6) Die Gehörknöchelchen des Menschen bringen bei der Uebertragung der Bewegungen des Nabels des Trommelfelles auf den Steigbügel keine erhebliche Veränderung der Amplitude der Schwingungen hervor, weil die Spitze des Hammergriffes nicht viel weiter von der Drehungsaxe absteht als die Spitze des langen Fortsatzes des Ambosses, der auf den Steigbügel drückt. Beim Kalbe ist der Handgriff des Hammers dagegen in der That viel länger, und hier musss eine beträchtliche Vermehrung der Kraft der Schwingungen mit gleichzeitiger Verminderung ihrer Amplitude bei der Uebertragung auf den Steigbügel eintreten. Beim Menschen wird die Aufgabe, die Kraft der Luftschwingungen durch Verminderung ihrer Amplitude zu vergrössern mittels eines ganz anderen Mechanismus gelöst, auf den man bisher, soviel ich weiss, noch gar nicht aufmerksam geworden ist, und der auch bisher noch nicht einmal empirisch bei musikalischen Instrumenten angewendet worden ist. Es geschieht dies nämlich durch die besonderen mechanischen Eigenschaften, welche das Trommelfell als eine gekrümmte Membran darbietet.

Das Trommelfell enthält radiale und ringförmige Faserzüge, beide aus Sehnensubstanz gebildet, daher sehr wenig
158 dehnbar: von gelbem elastischen Gewebe bleibt beim Kochen des Trommelfelles in verdünnter Kalilösung kaum eine Spur übrig, die den Gefässstämmen und dem inneren Schleimhautblatte anzugehören scheint. Die Mitte oder der Nabel des

Trommelfelles ist durch den Hammergriff beträchtlich nach einwärts gezogen, und die radialen Faserzüge desselben sind nach aussen convex gewölbt, sodass sie gegen die Spitze des Hammergriffes in einer nahehin rechtwinkeligen Kegelspitze convergiren.

Wenn nun ein gerader Faden von der Länge l in einen Bogen vom Krümmungsradius r übergeführt wird, so wird die Länge λ der Sehne dieses Bogens:

$$\lambda = 2r \sin\left(\frac{l}{2r}\right).$$

Die Annäherung der Endpunkte der Linie, während diese sich krümmt, ist also:

$$l - \lambda = 2r \left\{\frac{l}{2r} - \sin\left(\frac{l}{2r}\right)\right\}$$

oder wenn r sehr gross gegen l ist:

$$l - \lambda = \frac{1}{24}\frac{l^3}{r^2} \tag{1}$$

Die Hervorwölbung des Bogens, oder der Abstand s seiner Mitte von der Sehne ist:

$$s = r - r\cos\left(\frac{l}{2r}\right)$$

oder für ein sehr grosses r:

$$s = \frac{1}{8}\frac{l^2}{r} \tag{2}$$

oder wenn man r aus 1 und 2 eliminirt:

$$l - \lambda = \frac{8}{3}\frac{s^2}{l}.$$

Es wächst also die Verkürzung der Sehne des Bogens wie das Quadrat der Verschiebung seiner Mitte, und bei sehr flachen Bögen, deren Wölbung zunimmt, ist die Verschiebung ihrer Endpunkte verschwindend klein gegen die Verschiebung ihrer Mitte.

Nun sind aber die Radialfasern des Trommelfelles solche

unausdehnsame Bögen, deren Mitte der Luftdruck zu verschieben strebt, während ihre Wirkung auf den Hammergriff nur von der verhältnissmässig geringen Verlängerung oder Verkürzung ihrer Sehne abhängt, und durch die Richtung des Ansatzes unter etwa 45° gegen die Axe die Verschiebung noch verkleinert wird. Der Luftdruck wird also eine verhältnissmässig grosse Verschiebung der Mitte dieser Bögen bewirken müssen, um eine sehr kleine Verschiebung des Hammergriffes und der Knöchelchen hervorzubringen.

Eben deshalb steigert sich aber nun auch die Kraft dieser letzteren Bewegung in demselben Maasse, in welchem ihre Weglänge kleiner wird. Ist t die Spannung des Fadens und p
159 der Luftdruck, der gegen die Einheit seiner Länge wirkt, so ist nach bekannten Gesetzen:

$$p = \frac{t}{r}$$

oder indem wir r gegen l als sehr gross betrachten, nach Gleichung (2):

$$p = \frac{8\,st}{l^2}$$

$$t = \frac{pl^2}{8s} = pr,$$

das heisst: bei gleichbleibender Länge des Bogens wächst der Zug t, den der Faden ausüben muss, um dem Drucke p das Gleichgewicht zu halten, direct wie der Radius, oder umgekehrt wie die Höhe der Wölbung. Dieser Zug kann also bei einem sehr flachen Bogen jede beliebige Höhe erreichen.

Beim Trommelfell wird nun die Krümmung der Radialfasern nicht durch den Luftdruck, sondern durch die Spannung der Ringfasern unterhalten und durch den Luftdruck nur vermindert und vermehrt. Die mathematische Untersuchung des Gleichgewichtes einer solchen gekrümmten Membran zeigt, dass dadurch an den oben angegebenen Resultaten nichts Wesentliches geändert wird.

Substituirt man statt des wirklichen ein ideales Trommelfell, welches rings um seine Mitte symmetrisch ist, so ergiebt

sich, dass die vortheilhafteste Form eines solchen die einer Rotationsfläche ist, welche bei gleichbleibender Länge ihrer Meridianlinien das kleinste Volumen an ihrer convexen Seite abgrenzt. Die Form einer solchen Fläche lässt sich mit Hülfe der elliptischen Functionen berechnen und zeichnen. Das Trommelfell ist in der That, wenn man von der durch den oberen Theil des Hammerstiels verursachten Asymmetrie absieht, einer solchen Fläche ähnlich gestaltet. Die Stärke der elastischen Ringfasern müsste in jener Fläche nach Aussage der mathematischen Theorie ebenfalls von der Mitte nach dem Rande zunehmen, wie sie es im Trommelfelle wirklich thut.

Um die Wirkungen solcher gekrümmter Membranen auf die Schallleitung zwischen Luft und festen Körpern praktisch zu prüfen, habe ich einen gläsernen Lampencylinder an seinem Ende mit nasser Schweinsblase überspannt, deren Mitte durch einen beschwerten Stab nach innen gedrängt, und sie so trocknen lassen. Dadurch erhielt ich eine Membran, die ungefähr die Form des Trommelfelles hat. Dann stützte ich auf die Mitte der eingezogenen Membran ein hölzernes Stäbchen, dessen anderes Ende als Steg für eine Darmsaite diente, welche auf einem nicht resonirenden starken Brette ausgespannt war. Die Membran, so mit der Saite verbunden, gab eine mächtige Resonanz, der einer Violine ähnlich, selbst wenn die Membran nur vier Centimeter Durchmesser hatte. Die Wirkung ist so überraschend, dass manche Zuschauer anfangs gar nicht glauben wollten, dass von einer so kleinen Membran ein so mäch- 160
tiger Ton ausgehen kann, bis ich sie durch Gegenversuche davon überzeugte.

7) Da vom Hammer, wie vom Amboss ein beträchtlicher Theil ihrer Masse über der Drehungsaxe liegt, das Trommelfell dagegen als eine Belastung des unteren Endes des Hammers, der Steigbügel als eine solche des unteren Endes des Ambosses angesehen werden kann, liegt der Schwerpunkt des schwingenden Systems wahrscheinlich der Drehungsaxe sehr nahe. Ich schliesse dies namentlich aus der relativ schlechten unmittelbaren Leitung des Schalles von den Kopfknochen an die Gehörknöchelchen. Denn die sogenannte Kopfknochenleitung geht

wesentlich durch den knorpeligen Theil des Gehörganges. Wenn man mit der Hand oder einer das Ohr umgreifenden Kapsel einen Luftraum von dem Ohre abschliesst, hört man die eigene Stimme oder eine an die Zähne gesetzte Stimmgabel gut, so lange die Wurzel des Ohrknorpels nicht gedrückt wird; sowie letzteres geschieht, verschwindet der Ton bis auf einen verhältnissmässig kleinen Rest. Es geschieht offenbar die Leitung von den Kopfknochen an den Ohrknorpel und von diesem an die Luft des Gehörganges viel leichter als von den Kopfknochen direct auf das Trommelfell.

8) Durch solche Versuche, bei denen ein mässig grosser Luftraum vor dem Ohre abgeschlossen wird, sei es durch eine aufgesetzte feste Kapsel, sei es durch die über das Ohr gelegte hohle Hand, kann man auch den Eigenton des schwingungsfähigen Apparates bestimmen, den das Trommelfell in seiner Verbindung mit den Gehörknöchelchen, dem Labyrinthwasser und der Luft der Trommelhöhle bildet. Man erkennt leicht schon durch die Stimmresonanz, dass diese am stärksten ist an der Grenze der ungestrichenen und eingestrichenen Octave. Genauer gelang diese Bestimmung mit Hülfe einer schwach gespannten und deshalb schwach tönenden Darmsaite, die ich auf einem schmalen Brettchen befestigt hatte. Das Brett legte ich flach an die Ohrmuschel, während ich die Saite anschlug, und suchte die Stelle des Steges, wo der Ton am lautesten wurde. Es fand sich das h der ungestrichenen Octave von etwa 244 Schwingungen. Dieser Ton ist in ziemlich weiten Grenzen unabhängig von der vor dem Ohre abgeschlossenen Luftmasse. Nur wenn man diese sehr verkleinert, z. B. den Tragus auf die Oeffnung des Gehörganges andrückt, wird die Resonanz etwa um eine ganze Tonstufe höher. Auch die Percussion des Schädels oder des Zitzenfortsatzes giebt denselben Resonanzton. Nun ist der genannte Ton viel zu tief, als dass er den abgeschlossenen kleinen Luftmassen allein angehören könnte. Dass er kein Eigenton des Ohrknorpels sei, ergiebt sich aus dessen schlaffer Beschaffenheit und daraus, dass man den grössten Theil desselben fest halten kann, ohne dass sich die Stärke der Resonanz ändert. Ich schliesse daraus, dass es ein Resonanzton des Trommelhöhlenapparates sein müsse.

Nachtrag zu diesem Vortrage. 161

Ausser dem in meiner ersten Notiz angezeigten Resonanztone h des bedeckten menschlichen Ohres habe ich seitdem noch einige andere gefunden; es bewog mich namentlich der Umstand zu fortgesetztem Suchen, dass ich keine Aenderung dieser Resonanz durch veränderte Spannung des Trommelfelles mittels Lufteinblasens entdecken konnte. Nun fand ich zunächst, dass auch die Obertöne desselben h^1 und fis^1 verstärkte Resonanz geben; namentlich ist die des h^1 noch deutlicher als die des h.

Ausserdem aber habe ich gefunden, dass das C_{-1} der sechszehnfüssigen offenen Orgelpfeifen ein Resonanzton des Ohres ist. Es ist dieser Ton derselbe, den Wollaston schon als Tonhöhe des Muskelgeräusches angegeben hat. Ich finde, dass derselbe Ton zum Vorschein kommt, wenn man den äusseren Gehörgang durch einen leisen Luftstrom anbläst. Ferner wird das Muskelgeräusch deutlich höher, um etwa einen ganzen Ton, wenn man das Trommelfell nach innen spannt durch Verringerung des Luftdruckes in der Trommelhöhle. Bei einer früheren Gelegenheit[1]) habe ich gezeigt, dass die Zitterungen der willkürlichen Muskeln, die das Muskelgeräusch bewirken, nicht regelmässig wie die eines musikalischen Tones erfolgen, und ausserdem nicht, wie Wollaston und Haughton aus der erwähnten Beobachtung geschlossen hatten, in der Anzahl von 33 bis 37 Schwingungen, sondern dass im Mittel nur etwa 19 unregelmässige Zuckungen in der Sekunde erfolgen. Da sich die Tonhöhe dieses Tones mit dem geänderten Zustande des Trommelfelles ändert: so schliesse ich daraus, dass das Muskelgeräusch ein Resonanzton des Trommelfelles ist, hervorgebracht durch unregelmässige Erschütterungen der Muskeln.

Durch Einblasen von Luft in die Trommelhöhle wird das Muskelgeräusch ein sehr viel schwächerer und tieferer Ton.

1) Siehe unten den Aufsatz über das Muskelgeräusch.

Die früher genannten höheren Resonanztöne h, h^1 und fis^1 sind wahrscheinlich Klirrtöne zwischen Hammer und Amboss. Dass dergleichen vorkommen können, zeigt sich schon, wenn man eine stark schwingende tiefe Stimmgabel nahe vor das Ohr bringt. Der tiefe Resonanzton C_{-1} giebt besonders starkes Klirren, was durch Spannung des Trommelfelles nach innen merklich geschwächt wird, beim Einblasen von Luft aber, die die Sperrzähne des Hammers und des Ambosses von einander abdrängt, ganz aufhört.

Danach sind die früher gemachten Angaben über den Ton h zu verbessern.

LXXIV.

Die Mechanik der Gehörknöchelchen und des Trommelfelles.

Aus Pflüger's Archiv für Physiologie. 1. Jahrgang. — Separatabdruck. Bonn bei Max Cohen & Sohn. 1869.

Eine kürzlich in der Zeitschrift für rationelle Medicin ver- 1
öffentlichte Notiz aus dem Nachlass des der Wissenschaft leider zu früh entrissenen B. Riemann lehrt uns die Gedanken kennen, welche sich dieser mit einer so ungewöhnlichen Penetrationskraft ausgerüstete Geist in den letzten Monaten seines Lebens über die Aufgaben der physiologischen Akustik und über die Mängel ihrer bisherigen Lösungen gebildet hatte. Auch hier hatte er schnell wieder den wesentlichen Punkt herausgefunden, welcher das Centrum aller Schwierigkeiten bildet, und auf welchen zunächst die wissenschaftlichen Strebungen hin gerichtet sein müssen. Er hebt es als die Hauptaufgabe der Mechanik des Ohres hervor, die Möglichkeit zu erklären, dass der Trommelhöhlenapparat so ausserordentlich fein abgestufte Bewegungen von der Luft auf das Labyrinthwasser übertrage, wie er dies wirklich thut. Er belegt durch Rechnungen, dass die Excursionen des Steigbügels bei schwächeren, aber noch deutlich unterscheidbaren Tönen zum Theil so klein sein müssen, dass sie auch durch die stärksten Vergrösserungen unserer jetzigen Mikroskope nicht sichtbar gemacht werden könnten. Um Bewegungen von dieser Zartheit regelmässig und sicher zu übertragen, verlangt er eine entsprechende Präcision und Sicherheit in den Bewegungen des übertragenden Apparates.

Er spricht dabei aus, dass er der von mir in der Lehre von den Tonempfindungen vorgetragenen Theorie von den Bewegungen des Ohres vielfach entgegen zu treten genöthigt sein würde. Ich muss in dieser Beziehung bemerken, dass ich die Darstellung der Bewegungen des Trommelhöhlenapparates in
2 Abtheilung I, Abschnitt 6 des genannten Buches selbst nur als eine vorläufige, nach fremden Quellen gegebene betrachtet habe. Es war mir damals unmöglich eigene Untersuchungen auch noch über diese Frage anzustellen, obgleich ich die Nothwendigkeit neuer Untersuchungen darüber sehr wohl kannte. Ich habe mich also dort im wesentlichen der Darstellung von Ed. Weber[1]) angeschlossen, die den älteren Theorien gegenüber einen sehr wesentlichen Fortschritt enthält, und jedenfalls in ihren Grundzügen das Richtige trifft, wenn auch noch gewisse Ergänzungen und genauere Ausführungen derselben nicht entbehrt werden konnten.

Die Hauptschwierigkeit in dieser Theorie, welche mir auffiel, knüpfte sich an die Existenz des Hammerambossgelenkes. Nach Weber's Darstellung sollten Hammer und Amboss zusammen einen festen Winkelhebel bilden, dessen Drehungsaxe vom Processus Folianus des Hammers zur Spitze des kurzen Fortsatzes des Ambosses hinüberläuft. Wie war die Existenz eines von einer schlaffen und schwachen Kapselmembran zusammengehaltenen, in den meisten Richtungen sehr nachgiebigen Gelenkes in der Mitte dieses Hebels mit der hier nöthigen Sicherheit und Feinheit der Bewegungen zu vereinigen?

Sobald der Abschluss der physiologischen Optik mir Zeit zu anderen Untersuchungen liess, habe ich die oben bezeichnete Frage in Angriff genommen, und hatte die meisten der hier folgenden Resultate schon gewonnen, ehe mir Riemann's Notizen zukamen.[2]) Die Auflösung der Schwierigkeiten, wie

1) Berichte über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Math.-Physikal. Classe. 1851. 18. Mai. S. 29—31.

2) Eine vorläufige kurze Darstellung derselben habe ich in der Sitzung des hiesigen naturhist.-medicinischen Vereins gegeben. Sitzung vom 26. Juli und 9. August 1867. — Abgedruckt in den Heidelberger Jahrbüchern. (Vorige Aufsatz.)

sie sich bei genauerer Untersuchung der Mechanik der Gelenke und der Befestigungen der Gehörknöchelchen ergiebt, ist freilich eine ganz andere, als der berühmte Mathematiker sie sich gedacht zu haben scheint. Auch muss ich insoweit gegen seine Formulirung der Aufgabe des Gehörorgans Widerspruch erheben, als ich es durch die bekannten Thatsachen keineswegs für erwiesen halte, dass der Paukenhöhlenapparat völlig treu „die Druckänderung der Luft in jedem Augenblicke in constantem Verhältniss vergrössert auf das Labyrinthwasser übertrage". Die Genauigkeit der Wahrnehmung erfordert nur, dass jeder Ton von constanter Höhe immer wieder, so oft er 3
vorkommt, eine Empfindung von gleicher Art und Intensität auslöse. Dass Töne gewisser Höhe das Ohr unverhältnissmässig stark afficiren, ist schon bekannt. Andere neue Beispiele von Abweichungen werden wir im Folgenden kennen lernen.

§ 1.

Was aus der Kleinheit der Dimensionen des Gehörorgans folgt.

Der bedeutendste Fortschritt, welchen Ed. Weber in der Theorie der Schallleitung im Ohre gemacht, und der, vielleicht weil er in zu kurzer Weise von ihm mehr angedeutet als ausgesprochen war, noch immer nicht so vollständig, wie er es verdient, berücksichtigt wird, scheint mir in der Einsicht zu beruhen, dass die Gehörknöchelchen und das Felsenbein bei der Leitung der Schallschwingungen als feste, incompressible Körper, das Labyrinthwasser als incompressible Flüssigkeit zu betrachten sind. Er spricht es mit Recht aus, dass es sich hier nicht um Fortleitung von Verdichtungs- und Verdünnungswellen in diesen Körpern und Flüssigkeiten handle, sondern dass die Gehörknöchelchen als feste Hebel, das Labyrinthwasser als eine nur im Ganzen zu bewegende Flüssigkeitsmasse zu betrachten seien.

Ich erlaube mir zunächst diesen Punkt, der die Grundlage aller der folgenden Untersuchungen bildet, näher zu begründen.

Wenn in einem nach allen drei Dimensionen des Raumes unendlich ausgedehnten elastischen Medium, sei es nun fest, flüssig oder luftförmig, ebene Wellen erregt werden, die einem einfachen Tone entsprechen, so schreiten diese mit der ihrer Schwingungsweise zukommenden Schallgeschwindigkeit in der elastischen Masse fort und erregen an verschiedenen Stellen der Masse theils Verschiebungen der Theilchen, theils auch, wenn sie von longitudinalen Schwingungen herrühren, Verdichtungen der Masse. Befinden sich zur Zeit an einem bestimmten Punkte der Masse Theilchen, die in ihrer äussersten Abweichung nach oben begriffen sind, so sind um eine halbe Wellenlänge davon entfernt andere zu finden, die in äusserster Verschiebung nach unten begriffen sind; dasselbe gilt für die übrigen Verschiebungsrichtungen. Zwischen diesen Grenzen äusserster Verschiebung nach oben und nach unten, die also in dem vorausgesetzten Falle immer mindestens um eine halbe Wellenlänge auseinanderliegen, finden wir in continuirlichem
4 Uebergange die geringeren Grade der Verschiebung nach oben, den Nullwerth dieser Verschiebung und die geringeren Grade der Verschiebung nach unten, sodass der Unterschied in der Verschiebung zweier oscillirender Theilchen, deren Entfernung verschwindend klein gegen die Wellenlänge ist, selbst verschwindend klein ist gegen die ganze Amplitude der Verschiebung. Beschränken wir uns also in einem solchen Falle auf die Betrachtung eines kleinen Theils der schwingenden Masse, dessen Dimensionen alle verschwindend klein sind verglichen mit der Wellenlänge, so werden auch die relativen Verschiebungen der einzelnen Punkte dieser kleinen Masse gegen einander verschwindend klein sein müssen im Vergleich mit der Amplitude der ganzen Schwingungen, die selbst immer bei regelmässig fortgepflanzten Schallschwingungen als verschwindend klein gegen die Wellenlänge betrachtet werden muss. Jene relativen Verschiebungen der einzelnen Punkte der kleinen Masse, die wir uns ausgeschieden denken aus dem Ganzen, gegen einander sind also verschwindend kleine Grössen zweiter Ordnung im Vergleich zur Wellenlänge, verschwindend kleine Grössen erster Ordnung im Vergleich zu den Amplituden der Schwingung und zu den

linearen Dimensionen der kleinen Masse, der sie angehören. Das heisst: diese bewegt sich in dem genannten Falle merklich so, wie es ein absolut fester Körper thun würde.

Das Verhältniss wird nicht geändert, wenn eine grosse Zahl ebener Wellen, die demselben einfachen Tone angehören, die elastische Masse durchziehen; auch nicht wenn Kugelwellen, von irgend welchen Erregungscentren in der Masse ausgehend, sich durch dieselbe verbreiten, ausgenommen in nächster Nachbarschaft von punktförmigen oder linienförmigen Erregungscentren selbst, deren Vorkommen aber mehr eine mathematische Fiction als ein praktisch vorkommender Fall ist.

Derselbe Satz bleibt nun auch für feste elastische Körper gültig, wenn ihre Masse nicht unendlich ausgedehnt ist nach allen Seiten, sondern Grenzen hat, an denen die Schallwellen zurückgeworfen wieder in das Innere der Masse zurückkehren; vorausgesetzt nur, dass entweder keine einzelne Dimension der schwingenden Masse sehr klein im Vergleich zur Wellenlänge werde, oder aber dass dieses mit allen Dimensionen der schwingenden Masse gleichzeitig geschehe, sodass keine derselben sehr klein gegen die übrigen wird, wie dies bei Platten, Membranen, Stäben, Saiten der Fall wäre.

Der Beweis für diese Sätze erhellt, so lange nur von ebe- 5
nen Wellen einfacher Töne in unendlich ausgedehnten Massen die Rede ist, leicht aus den bekannten Sätzen über die Form und die Schwingungsweise der ebenen Wellen. Der Einfluss der Grenzflächen dagegen und der letztgenannten Bedingungen ist von Kirchhoff entwickelt worden in seiner Abhandlung über das Gleichgewicht und die Bewegung eines unendlich dünnen elastischen Stabes.[1]) Allerdings ist in dieser Abhandlung zunächst nur vom Gleichgewichtszustande solcher elastischer Massen die Rede, und wird daselbst bewiesen, dass Kräfte, welche unendlich klein sind, verglichen mit den Elasticitätsconstanten des Körpers, und welche theils die innern Theile, theils die äussere Oberfläche der elastischen Masse angreifen, nur unendlich kleine relative Verschiebungen solcher

1) Borchardt's Journal für reine und angewandte Mathematik LVI. in § 1 der genannten Abhandlung.

Punkte der Masse gegen einander hervorbringen, welche in endlicher Entfernung von einander liegen, sodass dabei auch die Differentialquotienten der Verschiebungen, nach den Coordinaten genommen, endlich bleiben. Auf diesen letzteren Punkt kommt es wesentlich an. Denn wenn diese Differentialquotienten endliche Grössen sind, so sind in Massen von verschwindend kleinen linearen Dimensionen auch die relativen Verschiebungen ihrer einzelnen Punkte gegen einander verschwindend klein gegen die ganzen absoluten Verschiebungen, welche solche Massen erleiden.

Was Kirchhoff, wie gesagt, für den Gleichgewichtszustand erwiesen hat unter Voraussetzung unendlich kleiner Kräfte, lässt sich mittels des d'Alembert'schen Princips auch auf den Zustand der Bewegung übertragen, indem man die Beschleunigungen, welche die Massentheilchen bei ihrer Bewegung erleiden, als die den elastischen Körper deformirenden Kräfte ansieht. Diese sind nun verschwindend klein, wenn sie Schwingungen von einer im Vergleich zur Wellenlänge un-
6 endlich kleinen Amplitude angehören[1]), und entsprechen somit

1) Ist nämlich A die Amplitude der Schwingung und n die Schwingungszahl eines einfachen Tones, t die Zeit und c eine die Phase bestimmende Constante, so ist die veränderliche Abweichung s von der Gleichgewichtslage:

$$s = A \sin \{ 2\pi n t + c \}.$$

Wenn μ die Masse des Theilchens ist, so ist die zur Beschleunigung desselben gebrauchte Kraft k gleich:

$$k = \mu \frac{d^2 s}{dt^2} = -4\pi^2 n^2 \mu A \sin \{ 2\pi n t + c \}.$$

Ist nun λ die Wellenlänge und a die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der betreffenden Art von Schwingungen in unbegrenzten Massen, so ist:

$$n = \frac{a}{\lambda}.$$

Also für das Maximum von k, welches eintritt, so oft der Sinus der dafür gegebenen Formel gleich ± 1 wird:

$$\frac{k}{a^2} = \pm 4\pi^2 \frac{A}{\lambda^2} \mu.$$

Es ist also k unendlich klein im Vergleich zu $a^2\mu$, wenn A unendlich klein im Vergleich zu λ^2; und a^2 multiplicirt mit der Dichtigkeit μ ist gleich der Constanten des elastischen Widerstandes, die bei der betreffenden Art der Vergleichung in Geltung tritt.

der von Kirchhoff gemachten Annahme unendlich kleiner störender Kräfte.

Der von Kirchhoff erwiesene Satz auf die uns vorliegenden Verhältnisse übertragen, kann also so ausgesprochen werden:

In festen elastischen Körpern, bei denen entweder sämmtliche lineare Dimensionen im Vergleich zur Wellenlänge nicht verschwindend klein sind, oder wenigstens keine von ihnen verschwindend klein gegen die übrigen ist, bringen Schwingungen eines einfachen Tones, deren Amplitude unendlich klein ist verglichen mit der Wellenlänge der gleichen Art von Schwingungen in unendlich ausgedehnten Massen, für zwei Punkte des elastischen Körpers, deren Entfernung von einander selbst wieder verschwindend klein gegen dieselbe Wellenlänge ist, relative Verschiebungen hervor, welche verschwindend klein gegen die ganze Amplitude der Schwingungen sind.

Das heisst also, dass unter den bezeichneten Einschränkungen sich Massen, deren lineare Dimensionen alle klein gegen die Wellenlänge sind, merklich wie absolut feste Körper bewegen, oder dass die Formveränderungen, die sie erleiden, zu vernachlässigen sind im Vergleich zur ganzen Amplitude ihrer Bewegungen.

Wenn wir nun berücksichtigen, dass in Luft die Wellenlängen der Töne unserer musikalischen Scala zwischen dem C_{-1} von 33 bis zum c_5 von 4224 Schwingungen, Werthe haben, die zwischen den Grenzen von einerseits 1000, anderer- 7
seits 8 cm enthalten sind, dass im Wasser dieselben mehr als vier Mal grösser, in Messing etwa eilf Mal, in Kupfer zwölf Mal, in Stahl und Glas mehr als fünfzehn Mal grösser sind als in Luft, dass dagegen die Dimensionen der Gehörknöchelchen und des Gehörlabyrinths meist nur kleine Bruchtheile eines Centimeters betragen, so ergiebt sich das wichtige Factum, dass alle Dimensionen der elastischen festen und flüssigen Massen, welche den Gehörapparat zusammensetzen, jedenfalls nur sehr kleine Bruchtheile der Wellenlängen derjenigen

Töne sind, die gewöhnlich vorkommen und gegen welche unser Ohr gut empfindlich ist.

Daraus ist also nach dem voraus Gesagten weiter zu folgern, dass bei den durch die gewöhnlich hörbaren Töne hervorgerufenen Schwingungen des Gehörapparates, der Gehörknöchelchen und des Felsenbeines, die Theilchen jeder einzelnen von diesen kleinen Massen gegen einander nur Verschiebungen gen erleiden, welche verschwindend klein sind im Vergleich mit der Amplitude der betreffenden Schallschwingungen, das heisst, dass sie sich annähernd wie absolut feste Körper bewegen.

Der letzte Grund dieser Eigenthümlichkeit der Bewegung liegt in der sehr grossen Geschwindigkeit, womit sich die Einwirkung jeder Kraft oder jedes Anstosses auf eine dieser kleinen festen Massen durch sie hin verbreitet. Diese Geschwindigkeit ist so gross, dass die zur Verbreitung des Anstosses nöthige Zeit im Vergleich zur Dauer der Schallschwingungen der Regel nach als verschwindend klein, und die Einwirkung daher als augenblicklich durch die ganze Masse verbreitet betrachtet werden kann.

Eine incompressible Flüssigkeit von festen Wänden eingeschlossen unterscheidet sich von einer compressiblen ebenfalls dadurch, dass jeder Anstoss, der einen Theil ihrer Oberfläche trifft, sich sogleich durch die ganze Flüssigkeit verbreitet und jeden Theil derselben augenblicklich in Bewegung setzt; während in einer compressiblen Flüssigkeit von dem Orte der Einwirkung eine Welle ausgeht, die mit einer gewissen Geschwindigkeit abläuft und nach einander die verschiedenen Theile der Flüssigkeit in Bewegung setzt. Wenn also wie bei dem Labyrinthwasser die Dimensionen der ganzen Masse verschwindend klein gegen die Wellenlänge sind und die Wände des Felsenbeins, die es einschliessen, so fest, dass sie den hier in Betracht kommenden geringen Druckkräften gegenüber als absolut fest betrachtet werden dürfen, so geschieht die Ausbreitung der Wirkung durch die ganze Masse so gut wie augenblicklich, und das Labyrinthwasser bewegt sich dann unter dem Einflusse der Schallschwingungen nicht merklich anders, als sich eine absolut incompressible und daher der

Schallschwingungen unfähige Flüssigkeit unter denselben Verhältnissen bewegen würde.

Endlich ist das Gleiche auch auf die in dem Gehörgange und der Trommelhöhle enthaltene Luft anzuwenden, wenigstens für die tieferen und mittleren Töne der Scala. Bei sehr hohen Tönen, der obersten Octave des Claviers entsprechend, kommt allerdings die Länge des Gehörganges einer Viertelwellenlänge nahe, und es treten die von mir beschriebenen Resonanzphänomene auf.[1]) Jedenfalls ist aber der Querdurchmesser des Gehörganges zu gering, als dass etwa vor verschiedenen Theilen des Trommelfelles gleichzeitig wesentlich verschiedene Phasen des Druckes oder der Geschwindigkeit eintreten könnten, und wir dürfen daher unbedenklich den Luftdruck längs der ganzen Fläche des Trommelfelles als gleich gross ansehen. Es ist dieser Umstand ebenfalls für den Mechanismus des Ohres von grosser Bedeutung, weil dadurch jede Möglichkeit einer nach der Localität des tönenden Körpers verschiedenen localen Erregung des Trommelfelles ausgeschlossen wird, und deshalb in der Empfindung kein anderes Zeichen für verschiedene Localisation des Schalles übrig bleibt, als die verschiedene Schallstärke, welche bei verschiedener Haltung des Kopfes und in der Vergleichung der Empfindungen beider Ohren beobachtet werden kann.

Die oben hingestellte Regel bezieht sich, wie mehrfach hervorgehoben worden ist, auf solche Körper, an denen keine ihrer linearen Dimensionen gegen die übrigen verschwindend klein ist, also nicht auf Fäden, Membranen, Stäbe und Platten. Sie erleidet auch Ausnahmen, wenn nur irgend ein mittlerer Theil des betreffenden Körpers sehr schmal und zusammengeschnürt ist. Unter den Bestandtheilen des Gehörorgans ist es nur das Trommelfell, welches unter diese Ausnahme fällt. In der That sind solche nach einer Richtung oder an einer Stelle sehr dünnen Körper verhältnissmässig langsamer Schwingungen fähig. Ausbiegungen derjenigen Art nämlich, denen der Körper wegen seiner geringen Dicke geringen elastischen Widerstand entgegensetzt, gleichen sich langsam wieder aus und pflanzen

1) Lehre von den Tonempfindungen. S. 175 u. 176.

sich mit viel geringerer Geschwindigkeit fort, als dies die Oscillationen in dicken Massen derselben Art thun.

Dass die Gehörknöchelchen nicht unter diese Ausnahme fallen, erhellt leicht, wenn man sie vergleicht mit den metallenen Stäben oder Zungen, welche wir gebrauchen, um hohe Töne zu erzeugen. Die Zungen, welche für die höchsten Töne der musikalischen Scala in einem Harmonium gebraucht werden, sind relativ sehr lang und sehr dünn, wenn wir sie mit den Dimensionen der Gehörknöchelchen vergleichen, und es kann für Jemand, der einige Erfahrung über die Eigentöne von solchen festen Körpern hat, nicht zweifelhaft bleiben, dass, wenn es überhaupt möglich wäre, so kleine Massen, wie die Gehörknöchelchen, selbst den relativ dünn gebauten Steigbügel nicht ausgenommen, in stehende Schwingungen zu versetzen, diese enorm hohe Töne geben würden, die weit jenseits der Grenzen unserer musikalischen Scala liegen und unserem Ohre wahrscheinlich nicht mehr vernehmbar sein würden.

Das Verhältniss der Gehörknöchelchen gegen die Schallschwingungen ist praktisch dasselbe wie das einer eisernen Stange, die als Pendel aufgehängt ist, bei den Pendelschwingungen. Auch eine solche Stange ist elastisch, kann sich biegen und Eigenschwingungen verschiedener Art ausführen, von denen aber viele hundert auf eine Sekunde kommen, während sie als Pendel vielleicht nur ein Mal in der Sekunde schwingt. Wenn ein solches Pendel in Mitschwingen versetzt wird durch eine periodisch wechselnde Kraft, deren Periode eine oder mehrere Sekunden oder grössere Bruchtheile einer Sekunde beträgt, so kann jeder Anstoss, den eine solche Kraft einem Punkte der Stange mittheilt, viele hundert Male in der Stange hin und her laufen, ehe der entsprechende Anstoss der nächsten Periode erfolgt, und so seine Wirkung vollständig über die ganze Masse der Stange ausbreiten, ehe auch nur erst ein kleiner Bruchtheil der Schwingungsperiode abgelaufen ist. Unter diesen Umständen bewegt sich das Pendel praktisch wie ein absolut fester Körper, das heisst: seine wirkliche Bewegung ist von der eines solchen nicht merklich unterschieden auch für die feinsten Beobachtungsmethoden. Ganz anders verhält es sich, wenn wir das Pendel durch einen Ton in

Erschütterung versetzen, dessen Tonhöhe einem der Eigentöne der Stange sich nähert. Dann bewegt sich diese nicht mehr nach den Gesetzen des Pendels, sondern als schwingender elastischer Stab.

Dasselbe gilt für die Gehörknöchelchen. So lange die Schwingungsperioden der zugeleiteten Töne sehr gross sind, im Vergleich mit denen der Eigentöne der Gehörknöchelchen, so lange müssen sich diese praktisch als absolut feste Körper bewegen.

§ 2.

Anatomisches über das Trommelfell.

Ehe ich zur Erörterung der mechanischen Wirkungen des Trommelhöhlenapparates übergehen kann, muss ich noch einiges Anatomische besprechen, nicht als ob ich hier wesentlich Neues vorzutragen hätte, sondern nur, weil unter einer eingehenderen Untersuchung des physiologischen Zusammenhanges eine Menge kleine Einzelheiten, die der Anatom gelegentlich wohl bemerkt und dann an ihnen vorbeigeht, hervorragende Wichtigkeit gewinnen können, und deshalb theils in das Gedächtniss des Lesers zurückgerufen, theils mit Sorgfalt bestätigt werden müssen.

Die Oeffnung, in welche das Trommelfell eingesetzt ist, wird bekanntlich von dem Schuppentheile des Schläfenbeins und dem ehemaligen Paukenringe gebildet, welche beide an Erwachsenen fest knöchern verschmolzen sind; freilich nicht so fest, dass nicht gelegentlich beim Ausmeisseln eines Gehörpräparates gerade an jener Verschmelzungsstelle der Knochen leicht bricht, was ich für die Darstellung der oberen Verbindungen des Trommelfelles recht hinderlich fand. Auch am trocknen Knochen des Erwachsenen ist diese Scheidung noch ziemlich deutlich dadurch angedeutet, dass an der Grenze beider Theile, vorn und hinten Knochenvorsprünge herausragen, welche einen unteren ziemlich regelmässig oval begrenzten, und von einer Ansatzrinne des Trommelfelles umsäumten Theil der Oeffnung von einem oberen stärker concaven

und unregelmässiger begrenzten Ausschnitt trennen. Ersterer gehört dem Os tympanicum, letzterer dem Os squamosum an. In Fig. 50 ist die obere vordere Wand des knöchernen Gehörganges abgebildet von einem Schläfenbein, welches parallel
11 dieser Wand durchschnitten ist; *ab* ist die Durchschnittsfläche der vorderen Wand, welche den Gehörgang gegen das Kiefergelenk abgrenzt; *cd* die Durchschnittslinie der hinteren Wand; *bd* ist die äussere Oeffnung des Gehörganges; eine leichte Furche *hi*, die in der Zeichnung etwas stärker ausgeprägt

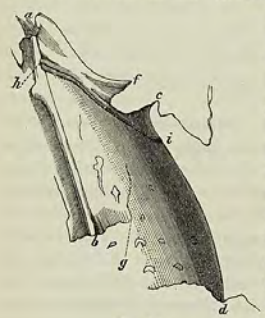


Fig. 50.

worden ist, als es in Wirklichkeit der Fall war, bezeichnet die Ansatzlinie des Trommelfelles. Von der Spitze *f* nach *g* hin sieht man noch die Andeutung der Spalte verlaufen, welche beim Fötus den vorderen oberen Rand des Paukenringes von der Schuppe trennte. Zwischen *a* und *h* ist dieselbe Spalte (Fissura Glaseri) ebenfalls erkennbar. Die bei *f* hervorragende Spitze, welche eine wichtige Bedeutung für die Befestigung des Hammers hat, nennt Henle Spina tympanica posterior im Gegensatz gegen eine andere, beim Fötus deutlicher ausgesprochene Spitze am vorderen Ende des Paukenringes an dessen vorderer äusserer Ecke, die er Spina tympanica anterior nennt, und der an dem viel breiter gewordenen Os tympanicum des Erwachsenen die Spitze *g* entsprechen möchte. Letztere liegt aber der entsprechenden Fläche der Schläfenschuppe eng an und tritt nicht mehr als Spina hervor. Dagegen sieht man am hinteren Ende des oben erwähnten Ausschnittes, etwa der Stelle zwischen *c* und *i* unserer Fig. 50 entsprechend eine stumpfere, weniger ausgesprochene Hervorragung des Befestigungsrandes des Trommelfelles, die wir bei Beschreibung dieser Befestigung noch öfter werden zu erwähnen haben. Um nun nicht Irrthümer zu veranlassen,

dadurch dass ich für die vordere *f* dieser beiden Spitzen Henle's Namen Spina tympanica posterior brauche, werde ich mir erlauben, diese mit dem Namen Spina tympanica major und die hintere bei *i* mit dem Namen Spina tympanica minor zu belegen.

In den Ausschnitt, der zwischen *f* und *c* liegt, schiebt sich der Hals des Hammers ein, sodass die Spitze von *f* ihn beinahe berührt. Eine etwas flachere und weniger scharf begrenzte Ausbuchtung, wie die zwischen *f* und *i* in Fig. 50 sichtbare, zeigt nun auch noch die Ansatzlinie des Trommelfelles, wo sie dicht vor jenen Punkten vorbeiläuft. Doch ist diese Linie gerade an diesem Punkte viel weniger scharf gezeichnet als am unteren vom Os tympanicum gebildeten Theile seines Ansatzes; wie denn auch gerade hier das Trommelfell schon durch leises Drängen mit einem stumpfen Instrumente leicht von seinem Ansatz zu lösen ist, und eigentlich mehr an die Cutis, als an den Knochen befestigt ist.

Wir wollen diesen Ausschnitt des oberen Randes an der genannten Stelle den Rivini'schen Ausschnitt nennen, da er 12
die Stelle des von Rivini beschriebenen, aber in der Majorität normaler erwachsener Individuen nicht existirenden Loches einnimmt, welches der letzte Rest der ersten Visceralspalte ist.

Wenn nun auch dort normaler Weise keine Oeffnung besteht, so ist doch der Rivini'sche Ausschnitt von einem schlaffen Theile des Trommelfelles ausgefüllt, der unter der dünnen Cutis mit dieser und unter sich nur locker verwebte, leicht zu trennende schlaffe Bindegewebbündel zeigt, von durchziehenden Nerven und Gefässen durchbrochen (Membrana flaccida Shrapnell). Eben deshalb brechen auch hier Abscesse leicht durch, und gerade hier macht man beim Abpräpariren der Cutisschicht leicht künstliche Oeffnungen. Man fühlt den Unterschied der Spannung und Consistenz dieses oberen Theiles des Trommelfelles in Vergleich zu dem Reste der Membran, wenn man das obere abgerundete Ende einer Nähnadel an einem Präparate, wo die Befestigungen der Gehörknöchelchen und des Trommelfelles noch unverletzt erhalten sind, über die Fläche des letzteren gleiten lässt. Man fühlt dann, wie zwischen der Spina tympanica major und minor ein ziemlich fest gespannter

Strang von Fasern liegt, in den sich der Processus brevis des Hammers gegen den vorderen Rand hin einschaltet. Dieser Strang bildet die obere Grenze für den unteren festeren Theil der Membran. Sobald die tastende Nadel über ihn hinübergleitet, sinkt sie plötzlich ein, indem sie die schlaffe Cutis und Bindegewebmasse des Rivini'schen Ausschnittes zurückdrängt. Auch wenn man nur die Wölbung der äusseren Fläche des Trommelfelles an einem passenden Präparate und bei schräger Beleuchtung aufmerksam betrachtet, zeichnet sich in der Regel dieser von dem Processus brevis Mallei gegen die Spina tympanica minor gerichtete Strang aus, der, so weit ich erkennen konnte, übrigens nur durch die eigenthümlichen Sehnenfaserzüge des Trommelfelles gebildet wird. Wir wollen diesen Faserzug den oberen Befestigungsstrang des Trommelfelles nennen. Er bildet die Grenze für den bei den Schallschwingungen in Betracht kommenden Theil der Membran.

An der inneren Seite geht von der Ansatzlinie aus die Membrana flaccida in das Gewebe der Schleimhautfalte über, welche die von Tröltsch beschriebene hintere Paukenfelltasche bildet, und in deren unterem freien Rande die Chorda Tympani verläuft. Die Ansatzlinien des Trommelfelles und der
13 genannten Falte stossen an der Tiefe der Wölbung der Rivinischen Ausbuchtung zusammen; hier hängen beide auch fester unter einander zusammen, als sie es mit dem Knochen thun; nach hinten hin verläuft dann aber die Ansatzlinie der Schleimhautfalte nicht längs des Ansatzes des Trommelfelles, sondern längs der scharfen Kante des in Fig. 50 bei *c* dargestellten keilförmigen Knochenvorsprungs, dessen äussere Fläche dem Trommelfell fast parallel, wenig entfernt von diesem nach innen liegt, und auch von aussen her weisslich durch das halbdurchsichtige Trommelfell hindurchschimmernd bemerkt werden kann. Weiter nach unten hin findet sich gerade auf seiner vorspringenden Kante die Oeffnung für den Austritt der Chorda tympani. Der kleine Ausschnitt, der bei *c* Fig. 50 hinter der Kante bemerkbar wird, ist der Durchschnitt einer rinnenförmigen Fortsetzung des Canals der Chorda. Bis zum Austritt der Chorda reicht auch die Schleimhautfalte der hinteren Paukentasche herab. Der Nerv bildet gerade ihren Rand.

Nach vorn von der höchsten Ausbuchtung des Rivini'schen Ausschnittes verläuft die Ansatzlinie der Schleimhautfalte am Trommelfell selbst gegen den kurzen Fortsatz des Hammers hin. Dieser Theil der Falte scheidet die vordere kleinere von der hinteren grösseren Paukenfelltasche. Die Ansatzlinie am Hammer werden wir später zu beschreiben haben.

Der Rivini'sche Ausschnitt liegt nach vorn und oben am Trommelfell. Dessen grösster Durchmesser läuft ziemlich senkrecht vom hinteren Ende des Ausschnittes oberhalb der Spina tympanica minor nach unten herab. Seine Länge habe ich an einer Reihe von Präparaten gemessen, und finde sie übereinstimmend mit den Angaben von Tröltsch gleich 9 bis 10 mm. Der kleinste Durchmesser liegt nahehin horizontal und beginnt etwas unterhalb der Spina tympanica major. Seine Länge fand ich zu $7^1/_2$ bis 9 mm. Diese Durchmesser haben übrigens an kindlichen Schädeln im Ganzen dieselbe Grösse wie bei Erwachsenen.

Das innere Ende des Gehörganges ist bekanntlich nach innen und ein wenig nach unten gerichtet; die Ebene, welche durch die Ansatzfurche des Trommelfelles zu legen ist, ist wiederum gegen die Axe des Gehörganges stark geneigt, sodass sie mit letzterer einen Winkel bildet, den man auf 55 Grade schätzt, während die Paukenfelle beider Seiten mit einander einen nach oben geöffneten stumpfen Winkel von etwa 130 bis 135 Graden bilden.

Das Paukenfell ist nun aber nicht flach in seinem An- 14
satzringe ausgespannt, sondern seine Mitte, oder Nabel, ist durch den daran befestigten Handgriff des Hammers stark nach innen gezogen, und die Membran hat deshalb eine trichterförmige Gestalt, sodass die Spitze des Hammergriffes der Spitze des Trichters entspricht, und die Meridianlinien des Trichters gegen seine Höhlung hin convex gewölbt sind. Um diese Gestalt des Trommelfelles, die für die Mechanik der Schallleitung von grosser Wichtigkeit ist, anschaulich zu machen, habe ich von einem Präparate, an dem die untere Wand des Gehörganges fortgenommen und dadurch das Trommelfell freigelegt war, welches übrigens in seinen Verbindungen ungestört blieb, einen Abguss der oberen Wand des Gehör-

ganges und der äusseren Fläche des Trommelfelles mit Stearin gemacht, und dessen Umrisslinie in Fig. 51 abgebildet, wie ich sie in der Camera clara nachgezeichnet habe; *ab* ist die obere Wand des Gehörganges, *bc* die verticale Umrisslinie des Trommelfelles; die übrigen Theile sind nach andern Präparaten ergänzt.

Die gegen den Gehörgang gekehrte convexe Wölbung der auf der Fläche des Trommelfelles gezogenen Radien ist hier sehr deutlich. Zugleich sieht man, wie in Folge dieser Einziehung des Nabels die obere Hälfte des Trommelfelles fast in gleiche Richtung mit der oberen Wand des Gehörganges zu liegen kommt, und die untere fast senkrecht auf der Axe dieses Ganges steht. Dieser letztere Umstand ist für die Untersuchung des Ohres mit dem Ohrenspiegel von Wichtigkeit, weil nämlich der senkrecht gegen die Axe des Gehörganges gekehrte Theil des Trommelfelles, welcher in der Regel dicht unter dem Ende des Hammerstieles liegt, das von aussen in das Ohr geworfene Licht wieder gegen den Ausgang des Gehörganges zurück reflectirt, und deshalb als eine dreieckige glänzende Stelle erscheint.



Fig. 51. Gehörgang.

Die äussere Oberfläche des Trommelfelles, welche zunächst mit einer Epithelialschicht, der Fortsetzung der hornigen Epidermis der Haut des Gehörganges, überkleidet ist, bekommt die Fähigkeit Licht zu reflectiren dadurch, dass sie fettig ist. An einem möglichst frisch geöffneten Ohre sieht man Wassertropfen von dieser fettigen Fläche abfliessen wie von geöltem Papier.

15 Die convexe Wölbung der Meridiane des Trommelfelles ist in demjenigen Meridiane am geringsten, in welchem der Stiel des Hammers sich an das Trommelfell anlegt. In Fig. 52 ist die entsprechende Umrisslinie des oben erwähnten Stearinabgusses dargestellt und die Lage des Hammers durch punktirte Linien angedeutet. Man erkennt in dieser Zeichnung auch gleichzeitig, dass der Nabel etwas unter der eigentlichen Mitte des Trommelfelles liegt.


Fig. 52. Hammer.

Der Meridian, in welchem der Hammerstiel befestigt ist, läuft vom Nabel des Trommelfelles nach oben und vorn gegen die vordere Grenze des Rivini'schen Ausschnittes hin, sodass der kurze Fortsatz des Hammers, welcher das obere Ende des Stiels begrenzt, nahe hinter dem Vorsprung zu liegen kommt, der äusserlich am Ansatz des Trommelfelles der innen hervorragenden Spina tympanica major entspricht. An jene Spina ist der Hammer theils durch eine straffe Bandmasse (Ligamentum mallei anterius), theils durch seinen sogenannten langen Fortsatz (Processus Folianus) angeheftet. Letzterer legt sich, so lange er existirt, in eine Furche am innern Rande jener Spina.

Während die Spitze des Hammerstieles den Nabel des Trommelfelles nach innen zieht, wird diese Membran bekanntlich durch den kurzen Fortsatz an der Basis des Hammerstieles etwas nach aussen gedrängt.

Das Trommelfell besteht der Hauptsache nach aus einer eigenthümlichen, zwar nur etwa $^1/_{20}$ mm dicken, aber verhältnissmässig sehr festen Sehnenmembran, die nach aussen von einer dünnen Fortsetzung der Haut des Gehörganges, innen dagegen von einer dünnen Fortsetzung der Schleimhaut der Paukenhöhle überzogen wird. Zusammengenommen haben diese Schichten etwa 0,1 mm Dicke. Die äussere Hautschicht besteht hauptsächlich aus einer Fortsetzung der Epidermis, welche von einer dünnen Schicht lose verwebter Bindegewebbündel getragen wird. Sie lässt sich von dem grössten Theile der Fläche des Trommelfelles ziemlich glatt abpräpariren, nur an der Rivini'schen Lücke und längs des Stieles des Hammers[1]) hängt sie fester mit dem daselbst verdickten und knorpelartigen 16 Gewebe des Trommelfelles zusammen. Von der Rivini'schen Lücke aus läuft dann auch an der oberen Wand des Gehörganges eine Linie festeren Zusammenhanges der Haut des Gehörganges mit dem Knochen aus, indem die Faserzüge der Cutis

1) Gruber's schräg abwärts steigende Fasern des Trommelfelles schliessen sich hier den Fasern der Cutis als tiefste Schicht derselben in mechanischer Beziehung an, wenn sie auch vielleicht histologisch unterschieden werden können.

sich hier in die Fissura Glaseri, die alte Spalte, welche den Paukentheil des Schläfenbeins vom Schuppentheil trennt, einsenken (Fig. 50 *fg*).

Die mittlere festere Schicht des Trommelfelles ist eine fibröse Haut, die theils aus radiär, theils aus circulär verlaufenden Fasern besteht. Die radiären Fasern liegen auf der äusseren Seite, die circularen auf der inneren Seite dieser Schicht. Für jene bildet in der vorderen Hälfte das Ende des Hammerstieles den Mittelpunkt ihrer Ausstrahlung. Auf der hinteren Seite dagegen laufen sie mehr parallel von der ganzen Länge des Hammerstieles aus. Ihre Schicht ist längs des Randes am dünnsten und verdickt sich allmählig gegen den Hammerstiel hin, wo sie sich mehr zusammendrängen.

Die circularen Fasern bilden im Centrum des Trommelfelles eine sehr dünne Schicht, die sich gegen die Peripherie hin allmählig verdickt, die äusserste Peripherie aber frei lässt (nach Gerlach), oder (nach J. Gruber) wenigstens wieder viel dünner wird, als sie in der Mitte ist. Am Rivini'schen Ausschnitte sind die Ringfasern ziemlich stark entwickelt, atlasglänzend, und bilden hier den Befestigungsstrang, der den festeren Theil des Trommelfelles nach oben hin begrenzt; sie schneiden sich hier unter einem ziemlich kleinen spitzen Winkel mit den radiären Fasern, die an dieser Stelle nicht vom Nabel, sondern vom kurzen Fortsatz des Hammers ausstrahlen. Hier mischen sich dann auch die unregelmässig durcheinander geschlungenen Cutisfasern ein.

Die Sehnenfasern dieser Schichten sind sehr feste straffe Bänder, dicht neben einander liegend, und jeder Dehnung einen sehr grossen Widerstand entgegensetzend. Sie unterscheiden sich durch ihren sehr grossen elastischen Widerstand wesentlich von dem viel nachgiebigeren gelben elastischen Gewebe. Die Substanz des Trommelfelles schwillt in Essigsäure und Kalilösungen, wie es das Sehnengewebe, nicht aber das elastische Gewebe thut. Ich fand, dass sie wie Sehnengewebe durch Kochen in verdünnter Kalilösung schnell vollständig aufgelöst wird, wobei nur geringe Reste elastischen Gewebes zurückbleiben, welches theils deutlich noch Gefässröhren erkennen
17 lässt, theils auch eine sehr dünne continuirliche Membran, die

wahrscheinlich die Grundlage des Schleimhautblattes an der inneren Seite des Trommelfelles bildet.

Diese Art der Zusammensetzung des Trommelfelles ist für seine mechanischen Leistungen von grösster Wichtigkeit, wie die Folge zeigen wird. Es ist nicht als elastisch nachgiebige, sondern als eine fast unausdehnsame Membran aufzufassen. Seine sehr geringe Nachgiebigkeit zeigt sich auch, wenn man es entweder in seiner natürlichen Befestigung, oder nachdem man es gelöst und auf einer Glasplatte ausgebreitet hat, mit Stecknadeln zerrt. Es zieht sich nicht aus, wie ein Kautschukblatt, oder wie ein aufgeweichtes Stück thierischer Blase, sondern es widersteht dem Zuge sehr kräftig und bildet Falten rings um die gezerrte Stelle, wie eine Collodiummembran.

§ 3.

Befestigung des Hammers.

Der Hammer ist zunächst mit dem Trommelfelle in einer kürzlich von J. Gruber ausführlicher beschriebenen Weise verbunden. Der Anlagerungsstelle des Knochens entsprechend ist das Trommelfell verdickt, theils durch starke Faserzüge der Cutisschicht, welche vom Rivini'schen Ausschnitt her an der Ansatzstelle des Hammers entlang ziehen, theils durch Einlagerung von faserknorpeligem Gewebe. Das Periost des Hammers geht an beiden Flächen des Handgriffes in diese faserknorpelige Verdickungsschicht über und heftet ihn an deren Rändern fest. In der Nähe des unteren Endes des Handgriffes ist die Verbindung des Knochens mit dem verdickten Gewebe des Trommelfelles eine durchaus feste; gegen den kurzen Fortsatz hin aber findet sich zwischen dem Knochen und dem Trommelfell eine nachgiebigere Schicht, oder selbst eine Art von unvollkommener Gelenkspalte, die nur an beiden Rändern durch die Verbindung des Periosts des Hammers mit den Rändern der knorpeligen Schicht und dem Fasergewebe des Trommelfelles fester ist.

Mit der Spitze seines Handgriffes zieht der Hammer den

Nabel des Trommelfelles nach innen; um die Verbindung beider Theile zu unterhalten, musste hier die Verbindung am festesten sein. Am kurzen Fortsatz drückt der Hammer gegen das Trommelfell, hier ist also eine geringere Festigkeit der Verbindung ausreichend, und gleichzeitig ist dadurch die Möglich-
18 keit kleiner Verschiebungen des Hammers gegen die Membran gegeben, deren Bedingungen wir weiter unten noch genauer kennen lernen werden.

Die zweite und relativ festeste Verbindung des Hammers ist die mit der Spina tympanica major. Die Spitze derselben reicht bis ganz dicht an den Hals des Hammers in den Ausschnitt bei *d* Fig. 53, den dieser dicht über der Wurzel des Processus Folianus *l* zeigt. Der Hammer ist in dieser Ansicht von der äusseren Seite gesehen; *cp* ist sein Kopf, *b* der kurze Fortsatz, *m* der Handgriff, * die Gelenkfläche für den Amboss. Der Processus Folianus liegt nun längs des inneren gegen die Trommelhöhle gekehrten Randes der Spina (Kante *fa* der Fig. 50), sodass von der Spitze bei *l* bis zu dem Ausschnitt bei *d* der Rand der Spina und die betreffende Kante des Hammers fast parallel und nur durch einen ganz schmalen Zwischenraum von etwa $^1/_3$ mm Breite getrennt neben einander herlaufen. Dieser Spalt setzt sich nach oben hin von *d* bis zu der Vertiefung bei *f* am Hammer noch fort, wo eine von der oberen Fläche der Spina nach oben laufende Knochenkante dem Hammer gegenübersteht. Diese ganze Spalte ist mit kurzen straffen Sehnenfasern überbrückt; längere Fasern derselben Art gehen von der Fläche der Spina und von deren abwärts laufendem Rande aus, convergiren gegen den Punkt *d* des Hammers und umhüllen auch den unteren Rand, so wie die äussere Fläche des Processus Folianus, sodass dieser ganz in dieser sehnigen Fasermasse, die das Ligamentum anterius Mallei bildet, und der sie überziehenden Schleimhautfalte verborgen liegt.

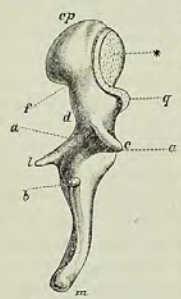


Fig. 53. Hammer.

Ich muss hier noch über den Processus Folianus des Hammers bemerken, dass derselbe bei Kindern allerdings ein langes elastisches Knochenblatt ist, was bis zur Fissura Glaseri reicht. Betreffs der Verhältnisse bei Erwachsenen muss ich mich aber denjenigen Anatomen anschliessen, die ihn als zu einem kurzen Stumpfe geschwunden beschreiben. Ich bemerke, dass ich bei der Präparation mehrerer Schläfenbeine besonders darauf geachtet habe, ob etwa dieser Fortsatz erst durch das Bemühen den Hammer zu lösen abgebrochen wird. Ich habe zu dem Ende, ehe noch der Hammer aus seiner natürlichen Befestigung irgendwo gelöst war, eine feine Nadelspitze als Sonde zwischen 19
die Faserzüge des Ligamentum anterius Mallei eingestochen und damit nach dem Processus Folianus getastet. So konnte ich ihn deutlich eine kurze Strecke verfolgen, dann hörte er plötzlich mitten in der Masse des genannten Ligaments auf, und ich konnte keinerlei Fortsetzung des Knochenstreifens fühlen, wie sie hätte vorhanden sein müssen, wenn der Fortsatz etwa nur gebrochen gewesen wäre.

Auch muss ich noch bemerken, dass der stehen bleibende Stumpf des genannten Fortsatzes durchaus nicht direct und fest der Knochenmasse der Spina anliegt, sondern durchgehends nur durch kurze Bandmasse mit ihr verbunden ist. Man kann deshalb bei einem Präparat, wo die Verbindungen des Hammers alle vollständig erhalten sind, und dieser seine natürliche Lage hat, mittels einer auf die Wurzel des Processus Folianus aufgesetzten Nadel diese Stelle des Hammers sowohl von oben nach unten, als von innen nach aussen etwas verschieben, so viel es eben die kurzen Bandmassen des Ligamentum anterius erlauben. Die Berührung von Knochen mit Knochen tritt keiner dieser Bewegungen hindernd in den Weg.

Das Ligamentum anterius ist also der Hauptsache nach, wenn man von den oberflächlich liegenden längeren Verstärkungsfasern absieht, ein sehr kurzes und sehr breites Band, dessen Ansatzlinie am Hammer von *l* bis *f* Fig. 53 hinaufläuft, und von *l* bis *d* der inneren Kante der Spina tympanica major, bei *d* deren Spitze, von *d* bis *f* einer nach oben von der Spina auslaufenden Knochenleiste nahe gegenübersteht. Ich bemerke hier noch, dass sich das Band in Form einer Schleimhautfalte

noch nach oben und unten verlängert. Nach oben hin läuft die Schleimhautfalte ungefähr längs der in Fig. 53 sichtbaren Contourlinie des Knochens hin, immer schmal und sichelförmig bleibend, da hier die äussere Wand der Trommelhöhle dem Kopfe des Hammers überall sehr nahe bleibt. Endlich endet diese Schleimhautfalte oben auf dem Kopfe, und in ihrem Rande liegt das kurze rundliche Ligamentum Mallei superius, welches schräg nach aussen und abwärts gegen den Hammerkopf absteigt, und also ein Hemmungsband für nach aussen gerichtete Bewegungen desselben ist.

Nach unten hin verlängert sich das Ligamentum anterius von *l* aus durch zwei Schleimhautfalten, die eine läuft von der Wurzel des Processus Folianus gegen die Spitze *b* des kurzen Fortsatzes hin. Ihre gegenüberliegende Ansatzlinie liegt am
20 Trommelfell. Es ist dies die Falte, welche die vordere und hintere Trommelfelltasche von einander scheidet, sodass der Raum über dem Processus brevis *b* hauptsächlich der hinteren Tasche zufällt.[1]) Die zweite Verlängerung des Ligamentum anterius nach unten ist eine schmale Falte mit freiem Rande, welche sich am unteren Rande von *l*, und diesen Fortsatz einhüllend, ebenfalls etwa längs der Contourlinie des Knochens in Fig. 53 bis zur Sehne des Trommelfellspanners hinabzieht. In der Figur ist dies die Stelle, wo die gestrichelte Linie von *b* die Contourlinie des Knochens schneidet. Diese letztgenannte Falte grenzt die vordere Tasche gegen die Paukenhöhle ab.

Von dem beschriebenen Zuge von Haftbändern und Schleimhautfalten, der in Fig. 53 von *b* bis *ep* immer längs der Contourlinie des Knochens verläuft und bei *d* am kürzesten und stärksten ist, zweigt sich gerade hier bei *d* ein zweiter Bandzug ab, den ich das Ligamentum Mallei externum nennen will,

1) Im Archiv für Ohrenheilkunde III. Bd. S. 255—266 hat Hr. Dr. Prussack eine hiervon abweichende Beschreibung der Trommelfelltaschen gegeben. Der Raum über dem kurzen Fortsatze des Hammers soll eine besondere obere von der hinteren durch eine Scheidewand getrennte Tasche sein; ich habe eine solche nie finden können. Der angebliche Eingang in diese Tasche vorn oben am Kopfe des Hammers führt in den Raum über dem Ligamentum Mallei externum, also nicht mehr zum Trommelfell.

welcher am Hammer von *d* längs einer stark hervorspringenden Knochenleiste entspringt, die bei *c* Fig. 53 ausläuft und andererseits sich an den scharfen Rand des Rivini'schen Ausschnittes ansetzt, indem er nach hinten hin der Ansatzlinie der hinteren Trommelfelltasche folgt (also in Fig. 50 längs der Contourlinie der Zeichnung von *f* nach *c* läuft). Es besteht dieses Ligament aus einer Anzahl getrennter atlasglänzender Sehnenfasern, die von der kurzen Crista des Hammers zwischen *d* und *c* nach der viel breiteren und gekrümmten Ansatzlinie am Schläfenbein ausstrahlen.

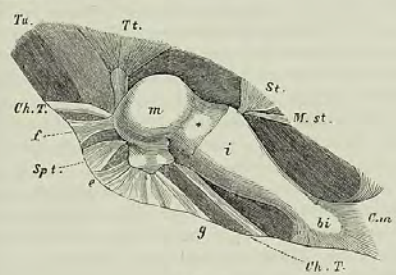


Fig. 54.

In Fig. 54 ist dieser Bandzug von oben gesehen dargestellt; *eg* ist seine Ansatzlinie am Schläfenbein. Die Trommelhöhle war an diesem Präparate von oben geöffnet und die obere äussere Wand derselben so weit weggemeisselt, dass man einen freien Einblick zwischen diese Wand und die ihr zugekehrte Fläche der Gehörknöchelchen gewonnen hat. Es ist *m* der Kopf des Hammers, *i* der Körper des Ambosses, *bi* die Spitze seines kurzen Fortsatzes, *Tu* der Zugang zur Tuba. In der 21
Tiefe sieht man einen Theil des Steigbügels *St* und die Sehne seines Muskels *Mst*, ferner die Sehne des Trommelfellspanners und den Knochentrichter *Tt*, aus dem sie hervorkommt. *Ch T* ist die Chorda Tympani, die den freien Rand der die Taschen abgrenzenden Schleimhautfalten bezeichnet; *f* sind die oberen Sehnenzüge des Ligamentum Mallei anterius, die oberhalb der

Spina tympanica major *Sp. t* entspringen. Die stark hervortretende Crista am Halse des Hammers, von welcher divergirend die Bündel des Ligamentum externum ausgehen, ist deutlich sichtbar.

Von diesen Bündeln ist das stärkste und am meisten gespannte das hinterste, was sich bei *g* ansetzt. Die Richtung desselben geht verlängert auf die Spitze der Spina hin, und dieser Strang ist es hauptsächlich, der die Drehungsaxe des Hammers darstellt. Ich möchte deshalb diesen hintersten Strängen des Ligamentum externum den besonderen Namen Ligamentum Mallei posticum beilegen, weil sie in der That in mechanischer Beziehung eine besondere Bedeutung haben. Man fühlt die straffe Spannung dieser Fasern sehr deutlich an einem Präparat mit unverletzten Verbindungen der Gehörknöchelchen, wenn man sie mit einer Stecknadelspitze betastet, während der Rand der Schleimhautfalte, in welchem die Chorda liegt, immer schlaff ist, und auch die vorderen Züge des Ligamentum externum bei *e* Fig. 54 nicht sehr straff sind, wenn nicht der Tensor Tympani angespannt, oder das Trommelfell nach aussen getrieben ist. Drückt man mit der Nadel stärker gegen die Stränge des Ligamentum posticum, so neigt sich der Hammer merklich. Beim Einwärtstreiben und Auswärtstreiben des Trommelfelles sind es ferner gerade die Stränge des letzt-
22 genannten Bandes, die sich von allen Befestigungen des Hammers am wenigsten bewegen. Woher die geringe Verschiebung kommt, die sie dann machen, wird sich später ergeben.

Denkt man sich die Richtung des Ligamentum posticum durch den Hammer hindurch verlängert, so trifft die Verlängerung auf die mittleren stärksten Züge des Ligamentum anterius, die von der Spina tympanica major ausgehen. Diese beiden Faserzüge zusammen, die, zwar durch den Körper des Hammers von einander getrennt, doch in mechanischer Beziehung ein Band ausmachen, können wir das Axenband des Hammers nennen. Es genügt dieses Band um den Hammer in seiner natürlichen Stellung festzuhalten, selbst wenn der Amboss vorsichtig von ihm gelöst ist. Ist die Spannung der Sehne des Trommelfellspanners noch erhalten, so ist seine Stellung sogar noch eine recht feste. In Fig. 53 ist die ungefähre Lage der Hammeraxe durch die gestrichelte Linie *a a* angegeben.

Die anderen im vorderen Theile des Ligamentum externum liegenden Faserzüge (Fig. 54 *e*) sind kürzere direct nach aussen gegen den Befestigungsrand des Trommelfelles im Grunde des Rivini'schen Ausschnittes gerichtete Stränge. Da sie oberhalb der Axe liegen, so wirken sie einer nach auswärts gegen den Gehörgang gerichteten Bewegung des Hammerstiels und des Trommelfelles entgegen. Sie sind also wesentlich Hemmungsbänder der Drehung des Hammerstiels nach aussen. Man erkennt dies an passenden Präparaten, wie dem der Fig. 54, deutlich. Sie erschlaffen, sowie man das Trommelfell nach innen, oder den Hammerkopf nach aussen drängt. Sie lassen nur eine geringe Drehung des Hammerstiels nach aussen zu, selbst wenn man vorher die Sehne des Trommelfellspanners, das Steigbügelgelenk und das Ligamentum superius Mallei gelöst hat. Die Einziehung des Trommelfelles wird vermehrt, sowie man die genannten Faserzüge mit einer stumpfen Nadelspitze von oben her drückt und dadurch spannt. Endlich ist auch noch zu bemerken, dass bei kräftigem Zuge des Trommelfellspanners, wobei der Stiel des Hammers durch das gespannte Trommelfell vor weiterer Einwärtstreibung bewahrt wird, die genannten Faserzüge des Ligamentum externum verhindern, dass das Axenband des Hammers über einen gewissen Grad hinaus nach aussen gezerrt werden könne; letzteres kann nämlich nur so weit geschehen, bis jene Stränge gespannt sind, und man sieht sie deutlich sich spannen, wenn man den Versuch anstellt. Dann fällt der Zug des Trommelfellspanners auf sie 23
und kann nicht mehr das Axenband angreifen.

Ebenso wie das Ligamentum externum das Axenband des Hammers gegen zu starke Zerrung nach innen schützt, so schützen die oberen und unteren Faserzüge des Ligamentum anterius das Axenband gegen zu starke Zerrungen nach oben oder nach unten. Wenn sich nämlich der Hammer mit seinem Kopf nach hinten, mit seinem Stiel nach vorn um seine Befestigung an der Spitze der Spina drehen wollte, so würden die oberen, bei der entgegengesetzten Drehung des Hammers die unteren Fasern des Ligamentum anterius gespannt werden.

Daher kommt es auch, dass selbst wenn der Amboss gelöst ist, die bisher beschriebenen Bänder aber erhalten sind, der Hammer solchen Neigungen noch ziemlich gut widersteht und in seiner natürlichen Lage ziemlich sicher steht. Die obersten Fasern des Ligamentum anterius treten übrigens, wie Fig. 54 bei *f* zeigt, in einer etwas nach einwärts gewendeten Richtung an den Hammerkopf, und spannen sich deshalb, wie das Ligamentum superius und externum bei Auswärtstreibung des Trommelfelles.

Die Straffheit dieser Bandverbindungen wird nun im natürlichen Zustande noch erhöht durch die elastische Spannung des relativ starken Musculus Tensor Tympani, dessen Sehne sich an die vordere der Tuba zugekehrte Hälfte der medianwärts gekehrten Fläche des Hammers am Anfange des Handgriffes ansetzt, ein wenig weiter nach unten als auf der lateralen Seite der kurze Fortsatz herausragt. Fig. 58 zeigt die etwas schräg von vorn oben nach hinten unten, gerichtete Ansatzlinie dieser Sehne. Der Muskel liegt bekanntlich in einem besonderen Knochencanal, der oberhalb der Eustachischen Röhre, durch welche die Trommelhöhle mit dem Schlunde communicirt, verläuft. Das entferntere Ende des Muskels entspringt noch ausserhalb dieses Canals von der unteren Fläche des pyramidalen Theiles des Felsenbeins und vom knorpeligen Theile der Eustachischen Röhre. Er geht dann durch den für ihn bestimmten Canal, dessen gegen die Trommelhöhle geöffnetes Ende einen löffelförmigen Vorsprung bildet, um den sich die Sehne des Muskels umschlägt, um schliesslich quer durch die Trommelhöhle (*Tt* Fig. 54) gegen die Ansatzstelle am Hammer zu verlaufen. Die Richtung der Sehne ist nahehin senkrecht gegen die Ebene, in der der Rand des Trommelfelles liegt, sodass ihre Zugsrichtung nur wenig nach unten und nach vorn hin von dieser Normale abweicht. Dagegen
24 bildet sie einen ziemlich spitzen Winkel mit dem unteren Theile des Hammerstieles und mit dem vorderen Theile seiner Drehungsaxe.

Der Tensor Tympani ist ein gefiederter Muskel; er entspringt von der Beinhaut der oberen Fläche des Knochencanals, in dem er liegt; seine Sehne liegt an seiner unteren

Seite und kehrt eine glatte freie Fläche gegen die glatte Beinhaut. Die Muskelfasern sind ziemlich kurz, und die Sehne greift deshalb bis in das untere Ende des Canals zurück. Die Röhre von Beinhaut, welche den Muskel einscheidet, verlängert sich auch über den frei durch die Trommelhöhle verlaufenden Theil der Sehne, äusserlich überzogen von der Schleimhaut der Trommelhöhle. Toynbee nennt diese Scheide des freien Sehnenstückes das Tensor-Ligament des Trommelfelles. Die Isolirung der Sehne und ihrer Scheide von einander scheint aber bald mehr, bald weniger vollkommen zu sein, wenn man die Beschreibungen verschiedener Beobachter hierüber vergleicht; ich selbst habe an einem Präparate der hiesigen anatomischen Sammlung eine vollkommen glatte und unverwachsene Sehne innerhalb der Scheide gefunden, wie es Toynbee beschreibt; Henle dagegen hat Sehne und Scheide an mikroskopischen Schnitten durch ziemlich starke Bindegewebzüge mit einander verwachsen gesehen. Bei dem sehr geringen Spielraum der Hammerbewegungen ist eine ausgiebige Verschiebbarkeit der Sehne auch keineswegs nöthig.

Der Trommelfellspanner zieht den Handgriff des Hammers und mit ihm das Trommelfell nach innen, und spannt daher letzteres. Man kann diese Wirkung leicht an einem Präparate sehen, wo der Canal des Muskels und der Paukenhöhle von oben her geöffnet sind. Fasst man die sehnigen Stränge des Muskels noch innerhalb des Canals, und zieht sie an, so wird das Trommelfell gespannt. Da der Ansatz des Muskels nur wenig tiefer als das Axenband des Hammers liegt, so wird auch dieses dabei medianwärts gespannt, namentlich der hintere Theil desselben, das Ligamentum Mallei posticum, welches sich der Zugrichtung des Tensor Tympani am meisten nähert. Es wird die Stellung des Hammers eine sehr straffe, sowie die Sehne auch nur mässig gespannt ist. Man muss hierbei bedenken, dass ein schwacher Zug, der quer auf einen unausdehnsamen gespannten Strang ausgeübt wird, dessen Spannung sehr erheblich zu steigern im Stande ist, und dass die lebenden Muskeln auch im Ruhezustande als freilich sehr nachgiebige, aber doch immer schwach angespannte elastische Bänder zu betrachten sind, welche Spannung durch active Contraction 25

dann noch sehr beträchtlich gesteigert werden kann. Da übrigens der Trommelfellspanner wegen seines gefiederten Baues mechanisch äquivalent ist einem Muskel von viel grösserem Querschnitt und geringer Faserlänge, so werden wir, auch ohne dass eine active Zusammenziehung desselben eintritt, seinen elastischen Zug als eine ziemlich erhebliche Kraft veranschlagen dürfen.

Auf diese Weise erklärt es sich, dass der Hammer, obgleich nur durch biegsame Bänder gehalten, doch, so lange seine natürlichen Befestigungen erhalten sind, selbst nach Lösung des Steigbügelgelenkes nur eine sehr geringe Beweglichkeit hat im Sinne einer Drehung um seine oben angegebene Drehungsaxe; dass er dagegen Versuchen, ihn in anderer Richtung zu verschieben, einen sehr erheblichen Widerstand entgegensetzt. Seine Axe ist festgestellt durch das Ligamentum anterius nach vorn, und den in dessen Masse liegenden Processus Folianus, und durch die hintersten Stränge des Ligamentum externum nach hinten, die wir als das Axenband des Hammers zusammengefasst haben. Dasselbe ist immerhin noch ziemlich straff gespannt, auch wenn die Sehne des Trommelfellspanners durchschnitten ist; so lange diese aber ihren Zug quer gegen das Axenband ausübt, ist seine Spannung eine sehr straffe.

Der so befestigte Hammer besitzt dann ferner die beschriebenen Hemmungsbänder für Auswärtsdrehung des Handgriffes, welche ausser der Sehne des Trommelfellspanners noch sind: 1) die mittleren und vorderen Fasern des Ligamentum externum, 2) das Ligamentum superius, 3) die oberen Fasern des Ligamentum anterius. Das Trommelfell selbst bildet ein Hemmungsband für stärkere Einwärtsdrehung des Hammerstiels.

So weit es die geringe Dehnbarkeit des Axenbandes und der oberen, beziehlich unteren Fasern des Ligamentum anterius zulassen würde, könnte sich der Kopf des Hammers auch nach vorn und hinten neigen, oder um eine senkrechte Axe drehen. Diese letzteren Bewegungen werden aber durch seine Verbindung mit dem Amboss noch weiter beschränkt. Doch werden wir sehen, dass die Bewegung des Hammers mit dem Amboss zusammen eine gewisse Nachgiebigkeit des Axenbandes erfordert.

§ 4. [26]

Befestigung des Ambosses.

Der Körper des Ambosses ist bekanntlich durch ein Gelenk mit dem Hammer verbunden. Sein längerer Fortsatz, den wir, um die häufige Wiederholung dieses schwerfälligen Namens zu vermeiden, als den Ambosstiel bezeichnen wollen, analog dem ihm parallel gerichteten Hammerstiel, reicht nach unten und hat an seinem etwas medianwärts gekrümmten Ende eine kleine Gelenkfläche für den Steigbügel. Der andere kurze Fortsatz zieht nach hinten und ruht mit seiner Spitze, die an ihrer unteren Kante eine unvollkommen ausgebildete kleine Gelenkfläche trägt, in einem thalförmigen Einschnitt der knöchernen Wand der Trommelhöhle, wo diese nach hinten in die Zellen des Zitzenfortsatzes sich verlängert. Die Kapsel dieses Gelenkes hat namentlich an der oberen Seite starke Sehnenfasern, die wie Fig. 54 bei *bi* zeigt, von dem kurzen Fortsatze des Ambosses theils medianwärts, theils lateralwärts nach hinten ziehen. In derselben Figur ist *i* der Körper des Ambosses, und * das Kapselband für das Hammer-Ambossgelenk.

Die Form dieser letzteren Gelenkfläche wird gewöhnlich als eine sattelförmige beschrieben, nur ist zu bemerken, dass sowohl die concave, wie die convexe Krümmung dieses Sattels einer scharfen Kante, in der zwei fast ebene Flächen zusammenstossen, sehr nahe kommt. Um die mechanische Wirkung dieses Gelenkes anschaulich zu machen, geht man, glaube ich, besser von einem andern Vergleiche aus, als von dem mit einer Sattelfläche. Es ist nämlich ein Gelenk, wie sie an Uhrschlüsseln gebräuchlich sind, an denen der Griff in einer Richtung nicht gedreht werden kann, ohne die Stahlhülse mitzunehmen, in entgegengesetzter Richtung dagegen unter mässigem Widerstand zurückgedreht werden kann. Ebenso wie ein solches Uhrschlüsselgelenk erlaubt das Gelenk zwischen Hammer und Amboss eine, freilich nur kleine, Drehung um eine quer durch den Kopf des Hammers gegen den kurzen Fortsatz des Ambosses hinlaufende Axe, welcher Drehung für die Einwärts-

treibung des Hammerstieles sich ein Paar von Sperrzähnen entgegensetzen; während der Hammerstiel andererseits nach auswärts getrieben werden kann, ohne den Amboss mitzunehmen.

Wenn ein solches Gelenk aus Metall gemacht werden soll, so wendet man Schraubenflächen an. Ein hohler Cylinder, 27
abgeschnitten, wie *A* Fig. 55, auf welchen das in punktirten Linien angedeutete Stück *B* passte, würde die normale Form eines solchen Gelenkes darstellen. Es ist klar, dass *A* und *B* in dem Sinne der beiden Pfeile gegen einander gedreht, mit ihren beiden Sperrzähnen *a* und *b* aufeinanderstossen müssen, und eine solche Drehung dann nothwendig gehemmt ist, während die entgegengesetzte Drehung mit einer langsam wachsenden Entfernung der Cylinder von einander frei ist. Der Mechaniker, der ein solches Gelenk ausführt, macht den Cylinder hohl, weil nahe an der Axe die Schraubenfläche, wie der innere Rand einer Wendeltreppe, eine schwer auszuführende steile Steigung bekommen würde. Die Gelenkenden der Knochen, welche mit elastisch nachgiebigen Knorpelschichten überzogen sind, und deren Lücken durch den quellenden Knorpel leicht ausgefüllt werden, zeigen die entsprechenden geometrischen Formen meist nur in einer

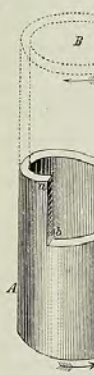


Fig. 55.

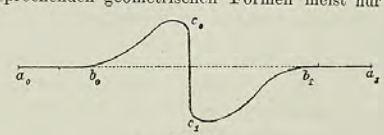


Fig. 56.

annähernden Nachbildung mit abgerundeten Kanten, u. s. w. Die Umfangslinie des Hammerambossgelenkes ist keine regelmässig gebildete Schraubenlinie. Denken wir sie uns von dem

cylindrischen Umfange des Gelenkes auf eine Ebene abgewickelt, so würde sie etwa die Form der Fig. 56 haben, sodass die Enden $a_0 a_1$ zusammenschliessen. Ferner tritt gegen die Axe des Gelenkes nicht die Bildung einer vollkommenen Schraubenfläche wie die einer Wendeltreppe ein, sondern mehr die einer Kegelfläche. Man denke sich von einem Punkte der Axe des Cylinders gerade Linien nach allen Punkten der wie $a_0 a_1$ verlaufenden Umfangslinie gezogen, so erhält man ungefähr die Form der betreffenden Gelenkfläche. Und zwar muss man für den Hammer die Spitze des so entstehenden Kegels etwas tiefer legen als den geraden Theil der Umfangslinie $b_0 a_0 a_1 b_1$, sodass der hierher gerichtete Theil derKegelfläche am Hammer concav wird, am Amboss dagegen 28
convex. Ein solches Gelenk wird dann aus vier beinahe ebenen Flächen bestehen, die in seinem Mittelpunkte zusammenstossen und am Rande die Kanten 1) $c_0 c_1$, 2) $c_0 b_0$, 3) $c_1 b_1$, 4) $b_0 a_0 a_1 b_1$ zeigen, und die nach oben gekehrte Fläche des Gelenkes wird wie ein sattelförmiges zwei ausspringende Kanten zeigen, nämlich die von c_0 und b_1 ausgehen, und zwei einspringende, die von b_0 und c_1.

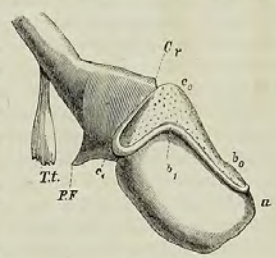


Fig. 57.

In Fig. 57 ist der Hammer dargestellt, von oben und innen gesehen. Die Buchstaben $a b_0 c_0 b_1 c_1$ haben dieselbe Bedeutung wie in Fig. 56. Der platte Theil der Gelenkfläche ist gerade in Verkürzung gesehen. *P. F* ist der Stumpf des Processus Folianus, *Cr.* der Anfang der Knochenleiste, von der das Ligamentum Mallei posticum entspringt. *T. t.* die Sehne des Tensor Tympani. Wie man sieht, liegt hier am Hammerambossgelenk der Punkt $a_0 a_1$ an der oberen Seite des Gelenkes, die Stosskante der Sperrzähne $c_0 c_1$ dagegen unten zwischen dem Hammerstiel und dem langen Fortsatze des Ambosses; der Sperrzahn c_0 des Hammers liegt

an der dem Trommelfell zugekehrten lateralen Seite des Gelenkes, der des Ambosses auf der medialen Seite. Einwärtstreibung des Hammerstiels ist also nicht möglich, ohne den Amboss mitzunehmen; Auswärtstreibung desselben aber hat so viel Spielraum, als die Bänder und der Knorpelüberzug der Gelenkflächen eben gewähren.

Der Punkt a_0 a_1 liegt in den Gelenkflächen beider Knochen weiter von der Axe als die Sperrkante c_0 c_1, sodass der beinahe ebene Theil der Flächen stärker ausgebildet ist, als es die Flächen der Sperrzähne sind; und dem entsprechend ist die ganze Fläche des Gelenkes elliptisch, mit längerer verticaler Axe. Ferner ist zu bemerken, dass die Spitze der von uns als Typus des Gelenkes angenommenen Kegelfläche nicht scharf ausgebildet, sondern sattelförmig abgerundet ist.

Eine Kegelfläche, wie die mittels der Fig. 56 zu construirende, kann sich nun allerdings nicht mit vollständiger Deckung in sich selbst verschieben, denn wenn die beiden
29 Stücke von Schraubenlinien b_0 c_0 und b_1 c_1 am Umfang des Gelenkes auf einander gleiten, muss die Mitte des Gelenkes und der ebenere Theil sich von einander entfernen, während die beiden Knochen sich nur mit den beiden genannten Schraubenlinien auf einander stützen. Am frischen Gelenk kann aber bei dem überhaupt sehr geringen Spielraume der betreffenden Bewegung dieser Zwischenraum durch den quellenden Knorpel vollständig ausgefüllt werden.

Die beschriebene Wirkung des Gelenkes lässt sich auch an getrockneten Gehörknöchelchen vollkommen gut wahrnehmen, wenn man an den Hammer oberhalb und in Richtung seines Processus Folianus, an den Amboss dagegen an der Spitze und in Richtung seines Processus brevis Schwefelhölzchen als Handgriffe mit Siegellack befestigt, die Knochen dann mit ihren Gelenkflächen aneinander legt, und nun das am Hammer befestigte Hölzchen dreht, während man das andere mit leichter Reibung festhält. Dreht man den Hammer in der Richtung: Kopf, kurzer Fortsatz, Stiel, so fasst er den Amboss vollkommen fest und sicher und nimmt ihn mit. Dreht man rückwärts, so lösen sich die Gelenkflächen sogleich von einander, und der Amboss bleibt stehen.

Die Peripherie der beiden Gelenkflächen ist durch ein

Kapselband an einander geheftet, welches sich in rinnenförmige Einschnitte der Knochen ringsum einsetzt. Das Kapselband ist nicht sehr fest, es zerreisst bei verhältnissmässig ziemlich geringen Zerrungen der Knochen. Relativ am festesten sind noch die Faserstreifen, welche vom Sperrzahn des Hammers ausgehen; hier gehen auch einige Fasern des Ligamentum externum des Hammers an den Amboss über.

Die Excursionsweite des Hammer-Ambossgelenkes beträgt an dem unteren Ende des langen Fortsatzes des Ambosses etwa nur ein halbes mm und da dieser Punkt von dem Drehpunkte des Gelenkes etwa 6 mm absteht, so beträgt die Drehung beider Knochen gegen einander noch nicht 5 Grad.

So lange Hammer und Amboss noch in ihrer natürlichen Verbindung mit einander und mit dem Felsenbein sind, der Amboss aber vom Steigbügel getrennt, so können sie mit einander Bewegungen ausführen, bei denen Hammerstiel und Ambosstiel mit dem Paukenfell gleichzeitig nach innen oder nach aussen gehen. Der Hammer allein genommen würde sich dabei um sein Axenband als Axe drehen; durch die Verbindung mit dem Amboss wird seine Drehung etwas verändert. Die Befestigung des kurzen Fortsatzes des Ambosses $b\,i$ 30
Fig. 54 liegt nämlich ziemlich beträchtlich nach innen von dem verlängerten Axenbande des Hammers. Bei einer reinen Drehung um eine feste Axe können aber nur die Punkte der Drehungsaxe selbst in Ruhe bleiben, kein anderer. Es kann ferner die Entfernung der ausserhalb der Drehungsaxe liegenden einzelnen Punkte des gedrehten Körpers von einem äusseren festen Punkte (hier dem Befestigungspunkte des kurzen Fortsatzes des Ambosses) bei der Drehung nicht unverändert bleiben; ausgenommen sind hiervon für unendlich kleine Drehungen nur diejenigen Punkte des gedrehten Körpers, die in der durch die Drehungsaxe und den äusseren festen Punkt gelegten Ebene liegen. Letzteres ist beim Hammerkopfe nicht der Fall. Der Hammerkopf, der über der Drehungsaxe liegt, muss sich bei der Einwärtsdrehung des Hammerstiels von dem Befestigungspunkte des kurzen Ambossfortsatzes entfernen. Da nun aber der Amboss mit ziemlich kurzen, wenig nachgiebigen Bändern zwischen dem Hammerkopf und dem ge-

nannten Befestigungspunkte ausgespannt ist und deren Entfernung unveränderlich erhält, so muss der Hammer, indem sein Stiel sich nach innen bewegt, gleichzeitig auch eine kleine Neigung mit seinem Kopfe nach hinten gegen den Amboss hin, mit seinem Stiele nach vorn hin machen. Dass eine solche Neigung in der That erfolgt, erkennt man an der Spannung, die man bei der genannten Bewegung im Kapselbande an der oberen Seite des Hammer-Ambossgelenkes in den obersten Strängen des Ligamentum Mallei anterius und an den sehnigen Verstärkungsbändern des Amboss-Paukengelenkes eintreten sieht. Man sieht die beiden Kapselbänder unter der Loupe in der That sich deutlich straffer anspannen, sobald man mit einem Nadelknopf das Trommelfell nach innen drängt. Wenn man ferner unter diesen Umständen mit einer Nadel auf den kurzen Fortsatz des Ambosses von oben drückt, so fühlt und sieht man, dass dieser nicht auf dem Boden der thalartigen engen Rinne aufliegt, in die sich seine Spitze einschiebt, sondern diesem Boden noch merklich genähert werden kann, wobei dann die oberen atlasglänzenden Verstärkungsbänder des Gelenks erchlaffen und sich falten. Dagegen liegt die Spitze des kurzen Ambossfortsatzes der auf ihrer äusseren Seite sich erhebenden Wand der Trommelhöhle an, und stützt sich auf diese nach aussen hin, während sie von oben nach unten ein wenig gleiten kann. Der Amboss wird also vom Hammer gleichsam frei in der Luft schwebend getragen, sodass sich
31 bei normaler Stellung seine Spitze nur nach aussen hin an Knochen anlegt. Drängt man aber Hammergriff und Trommelfell nach aussen, so gleitet die Spitze des kurzen Fortsatzes des Ambosses etwas nach abwärts, und ruht dann mit ihrer unteren Seite in dem Boden der thalartigen Grube ihres Gelenkes.

Es muss nun auch eine kleine Verschiebung des Ambosses gegen den Hammer bei dieser Befestigung eintreten, sobald der Hammerstiel nach innen getrieben wird. Man denke einen Augenblick den Amboss fest mit dem Hammer verbunden und letzteren um sein Axenband gedreht, so wird die Spitze des kurzen Ambossfortsatzes, die vor dem Axenband liegt, bei Einwärtsbewegung des Trommelfelles gehoben werden. Um jene Spitze ihrer Befestigungsstelle wieder zu nähern, muss der

Amboss gegen den Hammer eine Drehung ausführen, wodurch die Spitze des kurzen Fortsatzes gesenkt wird. Eine kleine Bewegung dieser Art ist wegen der sattelförmigen Gestalt des Hammer-Ambossgelenkes möglich. Gleichzeitig nähert sich der Ambosstiel etwas dem Hammerstiel. Auch diese letztere Bewegung erkennt man an den Präparaten, wo das Amboss-Steigbügelgelenk gelöst, die übrigen Verbindungen aber noch erhalten sind. Dies ist nun aber auch gerade die Stellung der beiden Knochen, wie man aus Fig. 57 erkennen kann, wo die unteren mit den Sperrzähnen bewaffneten Theile der Gelenkflächen sich an einander drängen. Letzteres fühlt man deutlich, wenn man bei dem beschriebenen Versuche mit den trockenen Knöchelchen die Stellungen sucht, wo sie sich am festesten packen.

Eine andere kleine Verschiebung des Hammers wird ferner durch diese Verbindung bewirkt. Wenn er sich mit seinem Kopfe gegen den Amboss hin neigen muss, so kann er dies nicht, ohne das Axenband etwas aus der geraden Richtung zu bringen. Die vordere Seite des Halses mit dem Processus Folianus und dem Ligamentum anterius würde sich heben müssen, und die hintere Seite des Halses mit den hinteren Strängen des Ligamentum externum würde sich senken müssen. Ersteres wird kaum erfolgen können, da dicht über dem Processus Folianus die Spina tympanica posterior liegt, an welche ersterer von unten her anstossen würde. Desto entschiedener wird also Senkung der hinteren Seite des Halses, und somit des ganzen Hammers erfolgen müssen, wobei die Fasern des Ligamentum Mallei posticum, die vom Hammer aus nach hinten und etwas nach oben gerichtet sind, stärker gespannt werden müssen.

Es stimmen diese Ueberlegungen mit einer kürzlich von 32
Politzer[1]) veröffentlichten Mittheilung. Derselbe hatte Glasfäden als Fühlhebel an die Gehörknöchelchen befestigt, um dadurch die Drehungsaxen der einzelnen Knöchelchen genauer bestimmen zu können. Er setzte das Trommelfell durch Luft-

1) Wochenblatt der K. K. Gesellschaft der Aerzte. Wien 1868. Januar 8.

druck vom Gehörgang aus in Bewegung. Er fand, dass die Axe des Hammers durch die Wurzel des Processus Folianus geht, die des Ambosses durch die Spitze des kurzen Fortsatzes, dass beide Axen aber nicht fest, sondern beweglich seien.

Die kleinen Veränderungen in der Axendrehung des Hammers, welche durch die besondere Befestigungsweise des Ambosses hervorgebracht werden, scheinen mir namentlich noch darauf einen wichtigen Einfluss zu haben, dass der Nabel des Trommelfelles immer in einer gegen die Ansatzebene dieser Membran normalen Richtung bewegt wird. Da nämlich das Axenband des Hammers schräg gerichtet ist gegen die Ansatzebene des Trommelfelles, so würde jede Einwärtsbewegung des Hammerstiels auch den Nabel des Trommelfelles etwas nach hinten verschieben. Nun wird aber gleichzeitig durch den Amboss der Kopf des Hammers nach hinten gezogen, und dadurch erhält der Handgriff eine entgegengesetzte Bewegung nach vorn.

Da ferner der Nabel des Trommelfelles von der Ansatzebene dieser Membran entfernter liegt als die Drehungsaxe des Hammers (ausgenommen höchstens deren vorderstes Ende an der Spina Tympanica), so würde jede Einwärtsbewegung des Hammerstiels den Nabel des Trommelfelles auch etwas nach oben (das heisst in Richtung nach dem Hammerkopfe hin) verschieben. Dem wird entgegengewirkt dadurch, dass der Hammer im Ganzen bei der betreffenden Bewegung durch den Amboss etwas nach abwärts gezogen wird, wie wir eben erörtert haben.

Es werden also beide Abweichungen der Bewegung des Trommelfellnabels corrigirt, und so bleibt nur die Bewegung desselben, welche senkrecht zur Ansatzebene der genannten Membran geschieht, übrig.

Gleichzeitig ist ersichtlich, dass auch der kurze Fortsatz des Hammers bei diesen Verschiebungen ein wenig am Trommel-
33 fell gleiten muss, was durch die von J. Gruber beschriebene eigenthümliche Verbindung beider Theile möglich gemacht wird.

Ferner möchte ich noch darauf aufmerksam machen, dass der Zug des Spannmuskels des Trommelfelles gleichzeitig alle diese Bänder, welche die Gehörknöchelchen in ihrer Lage

sichern, straff anspannt. Er zieht zunächst den Hammerstiel nach innen und mit ihm das Trommelfell. Gleichzeitig aber wirkt sein Zug auch auf das Axenband des Hammers, welches er nach innen zieht und anstrafft. Dabei wird ferner, wie wir gezeigt haben, der Hammerkopf vom Ambosspaukengelenk entfernt, und die Haftbänder des Ambosses sowohl gegen den Hammer hin, wie an der Spitze seines kurzen Fortsatzes werden gespannt, letzterer vom Knochen abgehoben. Der Amboss kommt dabei in die Lage, wo die Sperrzähne des Hammer-Ambossgelenkes am festesten in einander greifen. Endlich wird sein langer Fortsatz gezwungen die Einwärtsdrehung des Hammerstieles mitzumachen, und dieser drückt nun, wie wir weiter sehen werden, auf den Steigbügel und drängt diesen in das ovale Fenster ein gegen das Labyrinthwasser.

In dieser Beziehung ist die Construction des Ohres sehr merkwürdig; durch den Zug der einen elastischen Fasermasse des Trommelfellspanners, dessen Spannung überdies veränderlich ist und den Bedürfnissen angepasst werden kann, werden alle die unelastischen sehnigen Befestigungsbänder der Gehörknöchelchen gleichzeitig in straffe Spannung gesetzt.

Erschlafft wird dadurch nur das Ligamentum Mallei superius, welches wesentlich in demselben Sinne wie die Sehne des Spannmuskels wirkt.

Daher steht auch an einem frisch präparirten Gehörorgan, an dem die Todtenstarre des Tensor Tympani noch nachwirkt, alles in der Paukenhöhle so straff und fest, während man später, wenn man die einzelnen Theile auseinander nimmt, fast alle einzelnen Verbindungs- und Befestigungsbänder der Gehörknöchelchen schlaff und schlackerig findet, sodass man ohne genaue Untersuchung dieser Verhältnisse gar nicht begreifen kann, wie beides mit einander zu vereinigen ist.[1])

1) Betreffs der Gelegenheiten, bei denen sich der Tensor Tympani zusammenzieht, möchte ich hier die kürzlich von Politzer veröffentlichte Beobachtung bestätigen, dass dies beim Gähnen geschieht. Ich hatte schon, ehe ich seine Versuche kannte, bemerkt, dass, wenn ich beim Gähnen die Kieferbewegungen zu unterdrücken suche, ich zuerst das bekannte Knacken höre, welches die Eröffnung der Tuba anzeigt. Dann tritt bei mir auf dem Gipfel des Gähnens mit dem Gefühl der Spannung

34

§ 5.

Die Bewegungen des Steigbügels.

Das Amboss-Steigbügelgelenk hat die Gestalt eines flachen Kugelabschnittes, der convex gegen den Steigbügel ist. Die Kapsel ist zart, mehr mit elastischen Fasern durchwebt als die der beiden andern Gelenke. Auf ihrer unteren Seite sind festere Fasern, die, wenn der Amboss aufwärts gezogen wird, sich spannen und den Steigbügel mitnehmen, bei der entgegengesetzten Bewegung aber sich zusammenfalten, sodass der Steigbügel dieser nicht so unbedingt folgt.

Die Basis des Steigbügels ist von einer elastischen faserknorpeligen Lippe umgeben, wie sie ähnlich als Lippen der Gelenkpfannen auch an grösseren Gelenken vorkommen; diese hat eine Breite von 0,7 mm. Die Verbindung zwischen Steigbügelbasis und Labyrinthwand scheint nur durch die Knochenhaut des Vorhofs hergestellt zu werden, die sich auch über die Basis des Steigbügels fortsetzt. (Henle.) Die fibröse Lippe des Steigbügels ist nicht an den Rand des ovalen Fensters angeheftet. Auf der äusseren Seite überzieht auch noch die Schleimhaut der Paukenhöhle das Gelenk. Die Einheftung der Steigbügelbasis an ihrer unteren Seite, längs des geraderen Randes der Basis ist etwas straffer als an der oberen Seite; am festesten ist sie am hinteren Ende. Drängt man daher mit einem von der Seite des Vorhofs aufgesetzten Nadelknopf die Basis des Steigbügels nach aussen, so macht derselbe, auch nachdem er vom Amboss gelöst ist, gleichzeitig eine Hebelbewegung, wodurch sich sein Köpfchen nach unten und hinten verschiebt; stösst man eine feine Nähnadel in die Basis ein, die als Fühlhebel dient, so sieht man an dieser die Hebel- 35
bewegung noch besser. Die Beweglichkeit der Steigbügelbasis ist übrigens eine sehr geringe.

Ich habe sie theils direct bestimmt, theils aus der Bewegung des Labyrinthwassers berechnet. Zur directen Bestimmung wurde an einem Präparat, dessen Trommelhöhle und Vorhof von oben geöffnet waren, eine sehr feine Nähnadel mit der Spitze in die Membrana obturatoria des Steigbügels eingestossen, nahe dem vorderen Bogenschenkel. Das Präparat wurde dann so gewendet, dass die Basis des Steigbügels nach unten sah, und in dieser Stellung in einem Schraubstock befestigt. Die Nadel hatte als zweiten Unterstützungspunkt den scharfen Schnittrand des zwischen Trommelhöhle und Labyrinth stehen gebliebenen Restes der knöchernen Wand. Diese Stelle, 3,8 mm von der im Ligamentum obturatorium steckenden Spitze der Nadel entfernt, diente als Drehpunkt für ihre Hebelbewegungen. Der frei horizontal heraussehende Rest der Nadel bildete den zweiten längeren Hebelarm, von 23 mm Länge. Die Spitze dieses längeren Arms bewegte sich 0,20 mm auf und ab, wenn man mit einem gegen die Basis des Steigbügels gesetzten Nadelknopf diesen aus- und eintrieb; und 0,15 mm, wenn man dasselbe dadurch that, dass man Luft in den äusseren Gehörgang bald eintrieb, bald auszog, wobei die Bewegung des Trommelfelles durch die andern Gehörknöchelchen auf den Steigbügel übertragen wurde. Da nun die Bewegungen des Steigbügels an dem freien Ende der Nadel um 23/3,8 vergrössert erschienen, so betragen in diesen Fällen die Verschiebungen des Steigbügels selbst nur 0,033 und 0,025 mm. Nach häufigerer Wiederholung der Versuche, wodurch die Bänder aber wohl gedehnt waren, wuchs die Verschieblichkeit auf 0,056 mm.

An einem andern Präparate war nach dem Vorgange von Politzer nur der obere Bogengang des Labyrinths von der oberen Seite des Schläfenbeins her geöffnet und ein dünn ausgezogenes Glasröhrchen eingesetzt worden, dessen Querschnitt durch Calibrirung mit Quecksilber gleich 0,228 Quadratmillimeter gefunden war. Der Vorhof und ein Theil des Röhrchens

im Ohr ein heftiges Muskelgeräusch ein, wie ich es sonst bei offenen Gehörgängen nie, und kaum so stark bei verschlossenen Ohren und den kräftigsten Zusammenziehungen der Kaumuskeln höre. Gleichzeitig tritt eine sehr starke Dämpfung der von aussen kommenden Töne ein. Ich schloss daraus, dass ein Muskel in Contraction gesetzt sein müsse, dessen Oscillationen sehr viel vollkommener auf das Gehörorgan übertragen werden, als die aller anderen, nämlich der Tensor Tympani.

36 waren mit Wasser gefüllt.[1]) Bewegungen der Gehörknöchelchen, durch Eintreiben von Luft in den äusseren Gehörgang hervorgerufen, bewirkten, dass die Flüssigkeit in jenem Röhrchen um 0,9 mm stieg. Da nun die Durchmesser der Fenestra ovalis sich fanden gleich 1,2 und 3 mm, so ist die Fläche der Fenestra ovalis etwa 12,4 mal so gross als der Querschnitt des Glasröhrchens. Die mittlere Excursionsweite der Steigbügelbasis muss also $^1/_{12,4}$ von der der Flüssigkeit im Röhrchen sein, was 0,0726 mm ergiebt. Die grössten Werthe für die Excursionen des Steigbügels, die wir gefunden haben, sind also $\frac{1}{18}$ und $\frac{1}{14}$ mm.

Das Verhältniss des Steigbügels zum Amboss ist so, dass wenn der Hammerstiel einwärts gezogen ist, der lange Fortsatz des Ambosses fest gegen das Knöpfchen des Steigbügels drückt, auch wenn das Kapselband zwischen beiden durchschnitten ist. Bewegt man den Hammerstiel nach aussen, soweit es die Hemmungsbänder des Hammers zulassen, so entfernt sich dagegen bei durchschnittenem Kapselbande der lange Fortsatz des Ambosses um $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ mm vom Steigbügel. Drückt man bei dieser Stellung des Hammers den Ambossstiel wieder gegen den Steigbügel an, so bleibt er so stehen, ohne zurückzuspringen; es lösen sich hierbei die Sperrzähne des Hammer-Ambossgelenkes von einander, und es ist keine hinreichend grosse Kraft da, die den Amboss zurückzöge. Bei erhaltenem Amboss-Steigbügelgelenk bleibt natürlich die Spitze des Ambosstiels immer am Steigbügel haften; aber aus den eben beschriebenen Thatsachen folgt, dass bei herausgetriebenem Hammerstiel der Amboss keinen Zug auf den Steigbügel ausübt,

1) Um es luftdicht einzukitten, hatte ich erst den Knochen mit Fliesspapier äusserlich möglichst getrocknet, dann die Mündung des Bogenganges mit einem glühenden Eisendraht berührt, und auf die trockene verbrannte Stelle sogleich einen Tropfen erwärmten Wachsharzkittes gebracht; in letzterem wurde das Glasröhrchen befestigt und eingeschmolzen, schliesslich das ganze Präparat in eine Schaale mit Wasser gebracht, sodass die Spitze des Glasröhrchens eintauchte, und nun unter die Luftpumpe gestellt. Machte man den Raum luftleer, so entwich die in den Vorhof eingedrungene Luft durch das Röhrchen; nachher drang Wasser dafür ein.

da ja selbst bei gelöstem Gelenk der Ambosstiel am Steigbügel stehen bleiben kann, ohne mit dem Hammerstiel nach aussen gezogen zu werden.

Diese Anordnung hat offenbar den wichtigen Erfolg, dass durch Vermehrung des Druckes in der Trommelhöhle oder Verminderung desselben im Gehörgange das Trommelfell mit dem Hammer beträchtlich nach aussen getrieben werden kann, ohne dass der Steigbügel in Gefahr kommt aus dem ovalen Fenster ausgerissen zu werden. Für die umgekehrte Bewegung des Hammers nach innen bildet das Trommelfell selbst ein sehr kräftiges Hemmungsband.

Da die Spitze des langen Fortsatzes des Ambosses vom 37
Axenbande des Hammers aus gesehen noch mehr nach hinten gerichtet steht als die Spitze des Hammerstiels, so steigt sie bei der Einwärtsbewegung noch mehr als die letztere, und diese Steigung wird durch die kleine Senkung des Hammers, die vorher beschrieben ist, nicht ganz compensirt. Einwärtstreibung des Trommelfelles bewirkt also, dass auch die Spitze des Ambosstiels einwärts getrieben und gleichzeitig ein wenig gehoben wird. Das stimmt mit der entsprechenden Bewegung des Steigbügels überein, dessen Knöpfchen sich ebenfalls ein wenig hebt, wenn er nach einwärts getrieben wird, in Folge der oben beschriebenen ungleichen Befestigung desselben am oberen und unteren Rande des ovalen Fensters. Diese Hebelbewegung des Steigbügels ist auch von Henke[1]), Lucae[2]) und Politzer[3]) schon bemerkt und beschrieben worden. Gegen ersteren muss ich nur bemerken, dass die Hebelbewegung des Steigbügels keineswegs die einzige desselben ist, dass nicht etwa der eine Rand der Steigbügelplatte einwärts bewegt wird, während der andere sich nach aussen bewegt. Man kann vielmehr bei der Beobachtung der Steigbügelbasis vom Vorhof aus erkennen, dass immer beide Ränder gleichzeitig ein- und ausgetrieben werden, nur der obere mehr, der untere weniger.

1) Der Mechanismus der Gehörknöchelchen in der Zeitschrift für rationelle Medicin. 1868.
2) Archiv für Ohrenheilkunde. IV. S. 36—37.
3) Wochenblatt der K. K. Gesellschaft der Aerzte. Wien 1868.

Die Widersprüche, welche sich scheinbar zwischen den Beobachtungen der Herren Lucae und Politzer finden über die Wirkung, welche Steigerung des Luftdruckes in der Trommelhöhle auf den Steigbügel und das Labyrinth hat, möchten sich ebenfalls daraus erklären, dass Herr Lucae die Hebelbewegung des Steigbügels beobachtet hat, Herr Politzer die vom Eintreiben des Steigbügels abhängige Schwankung des Labyrinthwassers. Beides geht nicht nothwendig immer in gleichem Maasse vor, namentlich in diesem Falle nicht, weil der Luftdruck auch durch das runde Fenster den Druck im Labyrinth steigern kann.

§ 6.

Zusammenwirken der Gehörknöchelchen.

Denkt man sich Hammer und Amboss so aneinander-
38 gelegt, dass ihre Sperrzähne sich aneinander klemmen, und beide sich als ein zusammenhängender fester Körper bewegen, dabei einen Druck einwirkend auf die Spitze des Hammergriffes, der diesen nach innen treibt, und dann vom Amboss auf den Steigbügel übertragen wird: so kann man das System der beiden Knöchelchen als einen einarmigen Hebel betrachten, dessen Hypomochlion da liegt, wo die Spitze des kurzen Fortsatzes des Ambosses sich nach aussen hin gegen die Wand der Trommelhöhle anstemmt. Die Spitze des Hammerhandgriffes stellt den Angriffspunkt der Kraft dar, die Spitze des Ambosstieles den Punkt, der auf die Last wirkt. Diese drei Punkte liegen in der That sehr nahe in einer geraden Linie, sodass sich das Ambossteigbügelgelenk nur ganz wenig nach innen zu von der geraden Verbindungslinie der Spitze des Hammerstieles und der äusseren Seite des Ambosspaukengelenkes entfernt. Man kann sich davon an Präparaten, wo die natürlichen Verbindungen der Knöchelchen noch erhalten sind, leicht überzeugen. Fig. 58 stellt die beiden Knöchelchen in der Lage, wo ihre Sperrzähne aneinander schliessen, von der Paukenhöhlenseite aus gesehen, dar;

aa ist die durch die genannten drei Punkte gezogene gerade Linie; *P.F.* der Stumpf des Processus Folianus, *T. t.* die Sehne des Trommelfellspanners; bei *b* erscheint der Sperrzahn des Ambosses. An dem dargestellten Präparate habe ich die ganze Länge dieses Hebels zu $9^1/_2$ mm gefunden, den kürzeren Arm zwischen den beiden Spitzen des Ambosses zu $6^1/_2$, sodass derselbe gerade zwei Drittheile des längeren beträgt.

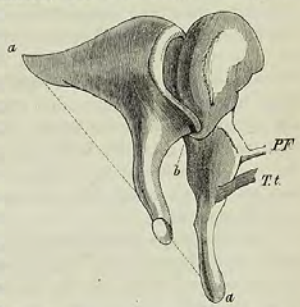


Fig. 58. Hammer und Amboss von der inneren Seite her gesehen.

Daraus folgt, dass, wenn Hammer und Amboss fest gegen einander liegen, die Excursion der Spitze des Ambossstieles nur $\frac{2}{3}$ von der des Hammerstieles betragen wird; die Grösse des Druckes aber, den jener auf den Steigbügel ausübt, $1\frac{1}{2}$ mal so gross sein wird als die Kraft, welche gegen die Spitze des Hammerstieles wirkt.

Da die drei in Betracht kommenden Punkte dieses Hebels 39
in gerader Linie liegen, so ist dieser Druck ganz unabhängig von der Lage der übrigen Theile der Knöchelchen, vorausgesetzt nur, dass diese eine solche Stellung behalten, in der sich die Gelenkflächen fest zusammenstemmen.

Dies letztere wird nun dadurch erreicht, dass bei Einwärtstreibung des Trommelfelles, indem sich der Hammer, wie oben erwähnt, um eine schräg (etwa um 30 Grad) gegen die Ansatzebene des Trommelfelles geneigte Axe dreht und seinen Kopf vom Amboss-Pauken-Gelenk entfernt, er das Kapselband des Hammer-Amboss-Gelenkes spannt. Da nun jeder Versuch, die Knochen gegen einander in dem Sinne zu drehen, dass die Sperrzähne gegen einander gedrängt werden, sogleich eine erhebliche Klaffung zwischen den flacheren Theilen Gelenkflächen hervorbringt, so widerstehen die schon gestreckten Fasern des Kapselbandes einer solchen hinreichend kräftig.

Umgekehrt, wenn das Trommelfell auswärts getrieben wird, erschlafft die Kapselmembran des Hammer-Amboss-Gelenkes und erhält nun so viel Nachgiebigkeit, dass sie das kleine Auseinanderweichen der Gelenkflächen zulässt, wie es eine Bewegung, die die Sperrzähne aus einander treibt, erfordert.

Die übrigen Verschiebungen, die das Hammer-Amboss-Gelenk als ein unvollkommen sattelförmiges Gelenk leicht zulässt, lassen die genannten drei Punkte des Hebels nicht aus der geraden Linie heraustreten. Die eine Drehungsaxe des Sattelgelenkes geht durch die Spitze des Hammerstiels, die zweite steht senkrecht zu der Ebene, die durch die drei Punkte und das Gelenk gelegt ist, und entfernt also den Ambossstiel vom Hammerstiel.

Bei den bisher beschriebenen Versuchen ist der Steigbügel meist vom Hammer oder vom Trommelfell aus in Bewegung gesetzt worden, wobei, wie wir gesehen haben, die Excursionsweite ein wenig, nämlich auf etwa zwei Drittheile ihrer Grösse verkleinert werden muss. Um die Festigkeit des Mechanismus zu untersuchen, habe ich nun auch den entgegengesetzten Versuch angestellt und die Excursionsweite des Hammers zu messen gesucht, während ich ihn von der Basis des Steigbügels aus bewegte, wobei natürlich nur solche Bewegungen des Hammers in Betracht kommen, bei denen seine Stossfläche fest mit der des Ambosses in Berührung bleibt. Zu dem Ende habe ich an dem früher erwähnten Präparat, welches die in den Vorhof
40 eingesetzte Röhre enthielt, noch am Köpfchen des Hammers einen Glasfaden von 59 mm Länge angekittet, und dann versucht, wie starke Bewegungen ich am Hammer hervorbringen konnte, wenn ich durch das in den Vorhof gesetzte Röhrchen Flüssigkeit in diesen bald eintrieb, bald aussog. Die Excursion betrug an der Spitze des Glasfädchens nur etwa ein halbes Millimeter. Rechnet man die Entfernung von der Drehungsaxe bis zur Befestigungsstelle des Glasfädchens am Hammerkopf zu 4 mm, so ist die Länge des Hebels 63 mm und die oben genannte Excursion von $\frac{1}{2}$ mm entspricht einer Drehung von etwa einem halben Grade. Für die Spitze des Hammerstiels, deren Entfernung vom Axenbande $4\frac{1}{2}$ mm beträgt, giebt dies dagegen eine Excursion von nur $\frac{1}{28}$ mm, eine Grösse, die

den kleineren oben gefundenen Werthen für die mittleren Excursionen der Steigbügelbasis etwa gleich ist. Wir sollten einen etwas grösseren Werth für die Excursion des Hammerstiels theoretisch erwarten. Bei der verminderten Straffheit der thierischen Gewebe nach dem Tode, und bei dem Mangel der Elasticität, namentlich des Tensor Tympani, dürfen wir aber wohl nicht mehr dieselbe Präcision des Ineinandergreifens der Gehörknöchelchen erwarten, wie sie am lebenden Ohre stattfinden mag. Dadurch kann die Uebertragung der kleinen Bewegungen des Ambosses auf den Hammer beeinträchtigt werden.[1])

Insofern aber stimmen diese verschiedenen Messungsversuche überein, als sie erkennen lassen, dass die Verschiebungen des Steigbügels und Hammers, so lange die beiden fest in einander greifen, sich auf Amplituden, die kleiner als ein Zehntel Millimeter sind, beschränken.

Bringt man den Hammer dagegen dadurch in Bewegung, dass man Luft in den äusseren Gehörgang eintreibt und wieder herauszieht, so zeigt der als Fühlhebel gebrauchte Glasfaden viel grössere Excursionen; seine Spitze bewegt sich dann 5 mm hin und her, während sie vom Steigbügel aus sich nur um $\frac{1}{2}$ mm verschieben liess.

Die Excursion also, welche der Hammer ohne den Amboss 41
machen kann, ist annähernd neunmal so gross, als die er mit ihm zusammen ausführt. Diese Art der Bewegung wird aber nicht auf das Labyrinthwasser übertragen, abgesehen von den jedenfalls kleinen Veränderungen des Druckes, welche die veränderte Spannung der Gelenkbänder oder die Reibung der Gelenkflächen des Hammerambossgelenkes aneinander im Labyrinth-

1) Ich bemerke dabei noch, dass auch die Uebertragung der Bewegungen vom Trommelfell auf das Wasser des Vorhofes an dem Tage, wo ich die oben beschriebenen Versuche anstellte, schon merklich beeinträchtigt war. Ich erhielt nur noch 0,4 mm Steigung im Vorhofsmanometer, während ich am Tage vorher, wo ich den Vorhof unter der Luftpumpe mit Wasser gefüllt hatte, bis zu 0,9 mm Steigung erhielt. Es wäre zu wünschen, dass diese Versuche von einem Anatomen, dem eine reichliche Auswahl passender Präparate zugeht, an möglichst frischen Stücken mehrfach wiederholt würden.

wasser auch dann vielleicht noch hervorzubringen genügen, wenn die Sperrzähne des Gelenkes sich nicht mehr berühren.

Wenn der Lebende Luft in seine Trommelhöhle eintreibt, hört er schwache Töne aus den mittleren und höheren Gegenden der Scala noch fast oder ganz ebenso gut wie gewöhnlich; dagegen ist es sehr auffallend, dass man dieselben Töne, wenn sie stark angegeben werden, auffallend viel stärker bei Gleichheit des Druckes in der Trommelhöhle hört, als wenn dieser gesteigert ist. Es scheint mir dies darin seine Erklärung zu finden, dass die Gelenkfläche des Hammers und Ambosses auch durch die Reibung ein wenig an einander adhäriren und festhaften können, wie sich dies am anatomischen Präparate zeigt, wenn man das Amboss-Steigbügel-Gelenk durchschnitten hat, und nun den Hammer durch Luftverdünnung im Gehörgange nach aussen zieht. Der Amboss geht dann mit ihm nach aussen; dreht man diesen aber mit einer Nadel so, dass sein langer Fortsatz wieder den Steigbügel berührt, so bleibt er, wie oben erwähnt wurde, auch in dieser Lage stehen. Die Reibung kann ihn also auch gegen die Spannung der Bänder oder andere schwache Kräfte in der einmal gegebenen Lage am Hammer festhalten, und dies auch wohl bei schwachen Schallschwingungen thun. Stärkere Kräfte oder Erschütterungen werden aber die beiden Knochen dann doch an einander gleiten machen müssen, und starke Schallschwingungen werden also bei solcher Stellung der Knochen merklich gedämpft übergeleitet werden.

Ich habe für diese Versuche theils das hohe Ticken einer Taschenuhr benutzt, theils Stimmgabeln, welche ich schwach angeschlagen soweit vom Ohr entfernt hielt, dass ich die Schwebungen, welche das Drehen der Gabel um ihre Längsaxe erzeugt, eben noch hören konnte. Man hört sie, wie gesagt, bei aufgeblasenem Trommelfell ebenso gut wie sonst, wenn sie den oberen Octaven der Scala angehören, fast ebenso gut wie sonst in den mittleren Octaven, merklich schwächer
42 allerdings die tieferen Töne. Dagegen zeigten die höheren Gabeln, wenn sie stark angeschlagen waren und vor das Ohr mit aufgeblasenem Trommelfell gehalten wurden, ein sehr merkbares Schwellen des Tones, sowie man durch eine Schlingbewegung das Gleichgewicht der Luft wieder herstellte.

Ich möchte hier noch auf ein anderes Phänomen aufmerksam machen, das, wie ich glaube, seine Erklärung aus dem beschriebenen Mechanismus herleitet. Wenn ich nämlich eine stark angeschlagene Stimmgabel, die aus einem zusammenhängenden Stück Stahl besteht, und an der also nichts klirren kann, nahe an das Ohr bringe, sodass ich ihren Ton recht kräftig höre, so bekommt seine Klangfarbe etwas Scharfes, und ich höre deutlich Klirrtöne, wie man sie an musikalischen Instrumenten hört, in denen etwas lose ist, oder auch an einer Stimmgabel, die man nicht sehr fest auf einen Resonanzboden aufgesetzt hat. Solche Klirrtöne entstehen durch kleine Stösse eines schwingenden Körpers gegen einen ruhenden oder anders schwingenden. Diese Stösse wiederholen sich regelmässig, erscheinen also als Klang, aber da sie einer discontinuirlichen periodischen Bewegung entsprechen, als Klang mit sehr vielen hohen Obertönen und sehr scharfer Klangfarbe. Dergleichen Klirrtöne entstehen nun bei starken Klängen offenbar auch im Ohre selber; und an einer *B* Gabel von 116 Schwingungen höre ich das Klirren im Ohre auch deutlich als Geschwirr in getrennten Stössen. Dieses Klirren ist sehr deutlich und stark, wenn der Luftdruck in der Trommelhöhle gleich oder kleiner ist als in der Atmosphäre und also die Sperrzähne des Hammers und Ambosses an einander schliessen, aber es verschwindet, wenn ich Luft in die Trommelhöhle eintreibe und dadurch die genannten Sperrzähne auseinander dränge.

Ich glaube daraus schliessen zu dürfen, dass dies Klirren von den Sperrzähnen herrührt. Bei sehr grossen Excursionen des Trommelfelles wird während der nach aussen gerichteten Phase der Schwingung der Amboss nicht hinreichend kräftig nach aussen getrieben oder kann auch endlich wohl überhaupt der Excursion des Hammers nicht mehr vollständig folgen, sodass er ihn loslässt und bei der nächsten Schwingung nach innen von dem zurückkehrenden Hammer einen Stoss empfängt.

Ich erinnere noch daran, dass dies auch gerade ein zur Erzeugung von Combinationstönen sehr geeigneter Mechanismus ist[1]), und möchte namentlich die eigenthümliche Tastempfindung 43

1) S. Lehre von den Tonempfindungen. S. 233—236. (S. auch Bd. I. S. 299.)

von Schwirren im Ohr, welche man bei den Combinationstönen zweier starker Sopranstimmen hat, wenn sie Terzengänge ausführen, auf dieses Klirren zwischen Hammer und Amboss beziehen.

Auch erscheint dieses Phänomen bedeutungsvoll für das natürliche Harmoniegefühl des Ohres, da hiernach starke Töne, selbst wenn sie ausserhalb des Ohres ohne Obertöne sind, im Ohre selbst harmonische Obertöne entwickeln müssen. Dadurch erlangen die Klänge mit harmonischen Obertönen, die regelmässig periodischen Luftbewegungen entsprechen, einen natürlichen Vorzug vor denen mit unharmonischen Obertönen; wie denn überhaupt die ganze Lehre von den Consonanzen durch diesen Umstand unabhängiger wird von den dem äusseren Klange anhaftenden Obertönen.

Klirrtöne können nun auch viel tiefer sein als der erregende Ton, wenn der emporgeworfene Körper erst nach Ablauf mehrerer Schwingungen wieder zurückfällt und einen neuen Stoss erhält. Dieser Art sind, wie ich vermuthe, gewisse tiefe rauhe Geräusche, die ich höre, wenn die schrillen hohen Töne der viergestrichenen Octave, für die der Gehörgang resonirt, sehr stark angegeben werden. Dabei kommt wahrscheinlich die Fläche des Trommelfelles in ungewöhnlich starke Schwingung, was sich auch durch eine kitzelnd schwirrende Tastempfindung in der Tiefe des Ohres verräth. Zur Hervorbringung solcher Töne ist der unter Fig. 60 (S. 576) abgebildete Apparat sehr geeignet.

Ich will hier noch erwähnen, dass ich, um die Vollständigkeit und Richtigkeit der hier gegebenen Deutung der mechanischen Einrichtungen des Ohres zu prüfen, mir ein Modell des Trommelhöhlenapparates in vergrössertem Maasstabe nachgebaut habe. Die Gehörknöchelchen sind aus Holz geschnitzt, das Trommelfell aus Handschuhleder so geschnitten, dass es längs des Hammerstieles eine am Hammer befestigte Naht erhalten hat. Dadurch kann man seine concav kegelförmige Form herausbringen. Eine Oeffnung von passender Form, in ein Brettchen geschnitten und mit abgeschrägten Rändern, an welche der Rand jenes künstlichen Trommelfelles angeleimt ist, repräsentirt das innere Ende des äusseren Gehörganges. Aeusserlich ist an dem Brette ein cylindrischer Blechring befestigt, die genannte Oeffnung umgreifend, auf diesen passt ein Blechdeckel mit Kautschukrand, wie man sie jetzt technisch verfertigt zum luftdichten Verschluss eingemachter Früchte. Setzt man diesen Deckel auf, sodass noch ein beweglicher Theil des Kautschukrandes zwischen ihm und dem genannten Blechringe bleibt, so kann man auch Verdichtungen der Luft auf der äusseren Seite jenes künstlichen Trommelfelles hervorbringen und auf die Gehörknöchelchen wirken lassen.

Innen ist nahe am oberen vorderen Rande der Oeffnung eine Holzleiste mit vorragender Spitze befestigt, welche letztere die Spina tympanica major darstellt. Ein von ihr ausgehender Hanffaden, der den Hammer durchbohrt und umschlingt, dann am hinteren oberen Rande der Oeffnung das Brett durchbohrt und durch eine eiserne Holzschraube, die als Wirbel dient, festgezogen werden kann, stellt das Axenband dar. Andere passend angebrachte und durch Wirbel zu spannende Fäden die Züge des Ligamentum externum und die von der Spina nach oben ziehenden Züge des Ligamentum anterius Mallei. Endlich ein Seidenfaden, der durch einen an einer kleinen hölzernen Säule befestigten eisernen Ring geht und dann an einem gespannten Kautschukbande befestigt ist, stellt die Sehne des Trommelfellspanners dar.

Die Gelenkfläche des Hammers und Ambosses habe ich so hergestellt, dass ich erst warmes Siegellack auf die Fläche des Hammers auftrug und ihm vor dem völligen Erkalten die entsprechende Form zu geben suchte, so gut dies ging. Dann wurde die Gelenkfläche des Ambosses auch mit heissem weichen Siegellack überzogen und auf der mit Stanniol belegten Gelenkfläche des Hammers abgedrückt. Das Stanniol haftet dann am Amboss. Ehe nun das Siegellack ganz kalt wurde, machte ich drehende Bewegungen mit dem Amboss, wie sie an den natürlich verbundenen Knochen vorkommen, um der zweiten Fläche die Fähigkeit zu geben, auf der ersten zu gleiten. Nachdem die Ambossfläche ganz kalt geworden war, diente sie wieder als Form, um auf ihr die erwärmte und auch mit Stanniol belegte Hammerfläche zu formen und gleitbar zu machen. Dies wurde abwechselnd mit der einen und anderen Fläche wieder-

holt, bis sie beide hinreichend leicht auf einander glitten. Natürlich musste dabei darauf gesehen werden, dass keine gleitenden Bewegungen ausgeführt wurden, welche die Sperrzähne zerstört hätten. Es gelang mir auf diese Weise, ein gutes Gelenk zu bekommen. Das Kapselband wurde hergestellt durch Schleifen von dünnem elastischen Gummischnur, welche am Amboss festgemacht waren und über kleine aus abgekniffenen Stecknadeln gemachte Häkchen am Hammer übergestreift werden konnten, sodass sie die beiden Knochen mit geringem elastischen Druck aneinander hielten.

Das Gelenkband des kurzen Fortsatzes des Ambosses bestand nur aus einer Schleife von seidenen Fäden, die durch ein Loch des Ambosses ging. Dies Band kann schlaff sein, aber es kommt wesentlich darauf an, dass der Stützpunkt dieser Stelle des Ambosses an der äusseren Wand der Trommelhöhle nachgebildet sei.

Die Verbindung zwischen dem langen Fortsatze des Ambosses und dem Steigbügel kann sich auf einfache Aneinanderlagerung beschränken, oder durch eine Schlinge von seidenen Fäden nachgemacht werden. Zur Leitung der Stösse genügt ersteres.

Das ovale Fenster wurde in ein kleineres Brettchen eingeschnitten, welches durch kleine hölzerne Säulchen dem grösseren Brette parallel festgehalten wurde. Dies Brettchen bestand aus zwei zusammengeschraubten Platten, zwischen welche eine dünne Kautschukplatte eingeklemmt war, die die Membran des ovalen Fensters darstellte. Die Basalplatte des künstlichen Steigbügels war ebenfalls doppelt und mit Zwischenlagerung des mittleren Theiles jener Gummiplatte zusammengeschraubt.

Ein solches Modell ist sehr nützlich, theils zur Demonstration, theils um sich schnell die Bedeutung der einzelnen Bänder und Gelenke für die Befestigung der Knöchelchen klar zu machen, da man alle einzelnen Theile aus einander nehmen, die einzelnen Bänder stärker oder schwächer spannen kann.

Uebrigens überträgt dieses Modell mit grosser Präcision kleine Stösse, die entweder aussen unmittelbar gegen den Hammerstiel oder gegen den äusseren luftdichtschliessenden Deckel geführt werden, auf den Steigbügel, wie man theils an diesem fühlen kann, wenn man die Finger über seine Basis und die Platte, in der sie festsitzt, hinlegt, theils auch an dem Emporspringen aufgelegter leichter Körper erkennen kann.

Die Durchmesser meines künstlichen Trommelfelles sind 80 und 120 mm. Nach dieser Grösse richtet sich die der übrigen Theile. Alle in der vorigen Beschreibung enthaltenen Angaben über die Beweglichkeit und Befestigungsweise der Theilchen habe ich an diesem Modell geprüft und bestätigt gefunden.[1])

§ 7.

Mechanik des Trommelfelles.

Das Trommelfell ist als eine gespannte Membran zu betrachten, die aber von den in der Akustik bisher untersuchten und gebrauchten Membranen dadurch wesentlich abweicht, dass sie gekrümmt ist. Seine Spannung ist bedingt durch den Handgriff des Hammers, der es nach innen zieht, und der selbst in dieser Lage durch seine Befestigungsbänder und durch die Elasticität des Trommelfellspanners erhalten wird. Wären die Radialfasern des Trommelfelles allein vorhanden und nicht durch Querfasern verbunden, so würden sich dieselben zu geraden Linien strecken. In der That thun sie dies nicht, sondern halten eine gekrümmte, gegen den Gehörgang convexe Form ein, woraus zu schliessen ist, dass sie durch die Ringfasern gegen einander hin gezogen, und dass die letzteren auch mit gespannt werden. In der That ist am ruhenden Trommelfell keine andere Kraft da, welche die Radialfasern in ihrer gekrümmten Form erhalten könnte, ausser der Spannung der Ringfasern.

Bei den Schallerschütterungen wirkt nun der Luftdruck bald gegen die convexe, bald gegen die concave Fläche des Trommelfelles, je nachdem er abwechselnd im Gehörgange

1) Copien des Modelles werden durch den Gehülfen des hiesigen physiologischen Institutes, Hrn. Sittel, angefertigt (1869).

grösser oder kleiner ist als in der Trommelhöhle. In jedem Falle wirkt er in einer Richtung, die senkrecht gegen die Fläche der Membran gerichtet ist, also auch senkrecht gegen die Wölbung der Radialfasern, die er bald zu vermindern, bald zu vermehren strebt.

Da die Bögen, welche die Radialfasern des Trommelfelles bilden, ziemlich flach sind, so entsteht durch diese Anordnung, wie sogleich nachher gezeigt werden wird, dieselbe mechanische Wirkung, als wenn der Luftdruck am Ende eines sehr langen Hebelarmes wirkte, während die Spitze des Hammerstieles das Ende eines sehr kurzen Hebelarmes bildete. Eine relativ beträchtliche Verschiebung der Fläche des Trommelfelles in Richtung des auf sie wirkenden Luftdruckes bedingt nämlich eine verhältnissmässig kleine Verschiebung der Hammerspitze, und umgekehrt. Daraus folgt dann weiter, nach dem bekannten allgemeinen mechanischen Gesetze der virtuellen Geschwindigkeiten, dass schon ein verhältnissmässig geringer Werth des Luftdruckes einer verhältnissmässig grossen am Hammergriffe angebrachten Kraft das Gleichgewicht halten, beziehlich eine solche ersetzen wird.

47 Um dies einzusehen, kann man sich zunächst auf die Betrachtung einer einzelnen gebogenen Radialfaser beschränken, die man sich durch den Luftdruck zu Kreisbögen von gleichbleibender Länge, aber verschiedener Krümmung, also verschiedenem Radius umgeformt denkt. Wenn l die Länge der Faser ist, r der Radius des Kreises, dem der von ihr gebildete Bogen angehört, und λ die Sehne, die zum Bogen l gehört, so ist $^1/_2\,\lambda/r$ der Sinus des halben Centriwinkels, der zu dem Bogen l gehört, also:

$$l = 2r\,.\,\text{Arc. sin}\left(\frac{\lambda}{2r}\right)$$

oder

$$\lambda = 2r \sin\left(\frac{l}{2r}\right),$$

und die Differenz zwischen Sehne und Bogen:

$$l - \lambda = 2r\left\{\frac{l}{2r} - \sin\left(\frac{l}{2r}\right)\right\}.$$

Ist nun der Bogen sehr flach, also r sehr gross gegen l,

so können wir den Sinus dieser Formel nach den Potenzen seines Bogens entwickelt denken, und uns auf die ersten beiden Glieder dieser Entwickelung beschränken, da die Glieder schnell sehr klein werden:

$$\sin\left(\frac{l}{2r}\right) = \frac{l}{2r} - \frac{1}{6}\cdot\left(\frac{l}{2r}\right)^3.$$

Dies giebt:

$$l - \lambda = \frac{1}{24}\,\frac{l^3}{r^2}\Bigg\}. \qquad (1)$$

Die Hervorwölbung des Bogens, oder der Abstand s seiner Mitte von der Mitte der Sehne ist gegeben durch die Gleichung:

$$\frac{r-s}{r} = \cos\left(\frac{l}{2r}\right)$$

oder

$$s = r\left[1 - \cos\left(\frac{l}{2r}\right)\right].$$

Macht man hier ebenfalls die Reihenentwickelung für den Cosinus, so ergiebt dies:

$$s = \frac{1}{8}\,\frac{l^2}{r}\Bigg\} \qquad (2)$$

oder wenn man r aus 1 und 2 eliminirt:

$$l - \lambda = \frac{8}{3}\,\frac{s^2}{l}.$$

Nun ist die links stehende Differenz $l - \lambda$ die Verkürzung der 48
Sehne, welche durch die Hervorwölbung des Bogens entsteht, oder die Grösse, um welche die beiden Enden der Faser hierbei einander genähert werden. Dagegen ist s die Verschiebung der Mitte der Faser. Wenn nun s verschwindend klein ist im Vergleich mit l, der Länge der Faser, so ist die Grösse $l - \lambda$ der letzten Formel entsprechend eine unendlich kleine Grösse zweiter Ordnung verglichen mit s. Umgekehrt ist klar, dass, wenn die Faser als unausdehnsam betrachtet werden darf, die sehr kleine Verlängerung der Faser um die Grösse $l - \lambda$ nicht anders geschehen kann, als indem die Faser sich streckt, und also ihre Mitte die verhältnissmässig viel grössere Verschiebung s erleidet.

Was andererseits die Berechnung der Kraftverhältnisse

betrifft, so ergiebt eine bekannte mechanische Formel, dass die Spannung t der Faser, wenn der auf ihrer Längeneinheit lastende Druck p ist, gleich sei:

$$t = p r.$$

Die Richtigkeit dieser Formel ist auf elementarem Wege am leichtesten einzusehen, wenn man sich die Faser überall gleich gekrümmt und gleich weit abstehend von ihren gleich gekrümmten Nachbarfasern und in dieser Weise bis zum Halbkreis verlängert denkt. Dann müssen die die beiden Enden der Faser spannenden Kräfte, d. h. $2t$, dem Druck das Gleichgewicht halten, der auf den ganzen Durchmesser des Halbkreises in gleicher Breite, wie sie die Faser hat, ausgeübt wird, das heisst der Grösse $2r.p$. Daraus folgt der eben aufgestellten Gleichung entsprechend:

$$2t = 2rp.$$

Je grösser also r ist, das heisst je geringer die Krümmung der Faser unter Wirkung des Luftdruckes ist, desto grösser wird die durch den Luftdruck in der Faser hervorgebrachte Spannungsänderung sein.

Diese Spannungsänderungen der Radialfasern des Trommelfelles aber sind es, welche die Schallerschütterungen auf den Griff des Hammers übertragen. Dieselben können also bei sehr flach gespannten Radialfasern der Membran sehr beträchtliche Grössen bei verhältnissmässig geringen Aenderungen des Luftdruckes erreichen. Freilich ist selbstverständlich, dass in dem Maasse als die Kraftwirkung gesteigert wird, auch die Excursionen des Hammerstieles, welche unter Einwirkung dieser
49 Kraft zu Stande kommen können, geringer werden, ganz ähnlich, wie dies bei der Steigerung der Kraftintensität mittels eines Hebels geschieht.

Andererseits ist auch zu bemerken, dass diese Spannungsänderungen, welche der Luftdruck herbeiführt, immer nur als Vermehrung oder Verminderung der durch die elastischen Befestigungen des Trommelfelles und die Elasticität seiner eigenen Ringfasern unterhaltenen Spannung erscheinen können. Eine grosse Steigerung der Spannung durch Luftdruck von innen her kann den Steigbügel nicht übermässig afficiren, weil

das Hammerambossgelenk dann nachgiebt. Andererseits kann Luftdruck von aussen her den Hammergriff höchstens so weit nach innen treiben, bis die Radialfasern des Trommelfelles gerade gestreckt sind. Sollte der Druck noch grösser werden, so würde er sie wieder krümmen, ihre Sehne verkürzen und den Hammerstiel wieder auswärts ziehen, falls die Ringfasern des Trommelfelles, was mir unwahrscheinlich erscheint, wirklich so viel nachgeben könnten, ohne zu reissen.

Das Labyrinth bleibt also jedenfalls vor Extremen des Druckes geschützt, während doch die Wirkung kleiner Druckschwankungen durch die geschilderten Verhältnisse ausserordentlich kräftig gemacht werden kann.

Dass die Excursion der in der Mitte zwischen dem Hammerstiel und dem Befestigungsrande gelegenen Theile des Trommelfelles beträchtlich grösser ist als die des Hammerstiels selbst, zeigt sich auch, wenn man nach dem Vorgange von Politzer ein Manometer in den äusseren Gehörgang einführt. Nur fand ich es an den gebrauchten anatomischen Präparaten vortheilhafter, den Gehörgang ganz mit Wasser zu füllen, als die in ihm enthaltene Luft nur durch einen im Manometerröhrchen befindlichen Wassertropfen zu sperren. Ein solcher Tropfen widersteht kleinen verschiebenden Kräften ein wenig, da er mit seinen beiden capillaren Grenzflächen der Glaswand fest adhärirt, und er bewegt sich deshalb oft nicht, wo er sich bewegen sollte. Hat man aber den ganzen Gehörgang mit Wasser gefüllt, und setzt dann das in einem passenden Stopfen aus Siegellack befestigte Manometerröhrchen ein, sodass sich dabei etwas Wasser in dieses hineindrängt, so zeigt dessen Oberfläche sehr genau die Verschiebungen des Trommelfelles an. An demselben Präparate war, wie schon oben beschrieben ist, ein Röhrchen in den Vorhof des Labyrinths eingesetzt, und indem man die Flüssigkeit in dieses hineindrängte oder herauszog, konnte man Steigbügel und Hammer bewegen. Es 50
ist schon oben angeführt worden, dass die Spitze des Hammerstiels sich dabei nur um $^1/_{23}$ mm hin und her bewegte. Die Flüssigkeit dagegen im Manometerrohr bewegte sich ein Millimeter hin und her. Der innere Durchmesser des Röhrchens wurde durch Calibrirung mit Quecksilber gefunden zu 1,37 mm,

die Durchmesser des Trommelfelles waren $7^1/_2$ und 9 mm. Daraus berechnet sich eine mittlere Verschiebung des Trommelfelles von etwas mehr als $^1/_9$ mm, also dreimal so gross als die gleichzeitige Bewegung der Spitze des Hammerstiels. Da nun auch der äussere Rand des Trommelfelles festsitzt, so folgt, dass die mittleren freien Theile der Membran sich verhältnissmässig sehr viel bedeutender verschoben haben müssen, als die angegebene mittlere Verschiebung betrug, und also jedenfalls mehr als dreimal stärker als die Spitze des Hammerstieles.

In der bisher angestellten elementaren Betrachtung dieses Mechanismus ist darauf keine Rücksicht genommen, dass die betreffenden Meridianbogen des Trommelfelles unter einander zusammenhängen, dass ihr gegenseitiger Abstand sich gegen den festgehefteten Rand der Membran hin vergrössert, dass sie durch die Ringfasern mit einander verbunden sind, und sich nicht bewegen können, ohne diese zu dehnen; ja, dass nicht einmal die gewölbte natürliche Form des Trommelfelles bestehen kann, ohne dass jeder Zug, der den Hammerstiel nach innen drängt, auch die Ringfasern spannt und dehnt. Bei der verhältnissmässig unregelmässigen Form des Trommelfelles lässt sich nun eine vollständige Analyse der mechanischen Wirkung dieser Verhältnisse nicht geben. Dazu müsste auch erst die Spannung und der Elasticitätsmodul der Ringfasern bekannt sein. Aber man kann sich allerdings ein den wirklichen Verhältnissen etwas besser entsprechendes mathematisches Abbild machen, wenn man sich statt des wirklichen ein ideales Trommelfell denkt, welches in seiner Mitte kegelförmig eingezogen ist, übrigens aber kreisrund und rings um die Mitte symmetrisch gestaltet ist, also eine Rotationsfläche bildet. Die nach den Meridianen einer solchen Fläche verlaufenden Radialfasern kann man als unausdehnsam betrachten; ihre Circularfasern aber müssen einen gewissen Grad von Elasticität haben, um immer gespannt zu bleiben. Was theoretisch über die mechanischen Wirkungen und die vortheilhafteste Gestalt einer solchen Membran zu folgern ist, habe ich in dem mathematischen Anhange entwickelt. Hier wird es genügen daraus Folgendes zu bemerken.

Die stärkste Wirkung bei schwacher Wölbung der Mem- 61
bran wird der Luftdruck in dem Falle hervorbringen, wo die Membran schon durch ihre eigene Elasticität die Form angenommen hat, welche ihr auch der Luftdruck zu geben strebt. Es ist das diejenige Form, wo sie bei unveränderter Länge der Radialfasern und unveränderter Stellung ihres Centrums das Volumen auf ihrer concaven Seite, d. h. das Volumen der Trommelhöhle, zu einem Maximum, das auf ihrer convexen Seite zu einem Minimum macht. Hätte die Membran nämlich nicht von Anfang an eine solche Form, so müsste der Luftdruck sie erst durch veränderte Dehnung ihrer Ringfasern in eine solche überführen, ehe er seine ganze Kraft auf ihr Centrum entfalten könnte.

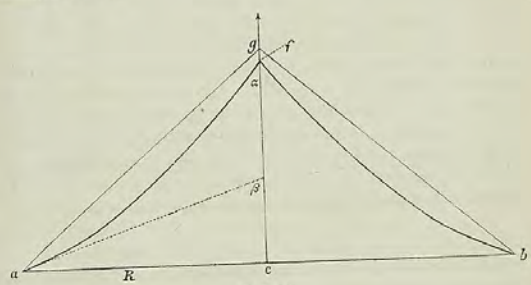


Fig. 59.

Die hier verlangte Form einer drehrunden Membran lässt sich berechnen; ein Querschnitt einer solchen, wie er den Verhältnissen des Trommelfelles etwa angepasst ist, ist in Fig. 59 construirt. Man sieht, dass diese Form mit der des unteren relativ freieren Theiles des Trommelfelles gut übereinstimmt.

Wenn wir mit α den Winkel bezeichnen, den die in der Meridianebene (Ebene der Zeichnung) gezogene Tangente der Membran an ihrer Spitze mit der Axe macht, mit β denjenigen, den die entsprechende Tangente eines Randpunktes der Membran mit der Axe macht, mit R den Radius des Randkreises,

mit p den Luftdruck, so ist die Kraft k, welche an dem Centrum der Membran angebracht werden muss, um dem Luftdruck das Gleichgewicht zu halten:

52 $$k = \frac{p\pi R^2 \cos\alpha}{\cos\alpha - \cos\beta}.$$

In dieser Gleichung tritt wieder hervor, dass je kleiner der Unterschied der beiden Winkel α und β ist, das heisst je flacher gespannt die Radialfasern der Membran liegen, die Kraft desto grösser wird. Ferner wächst die Kraft wie $\cos\alpha$, wenn die Winkel α und β bei gleichbleibender Differenz $\cos\alpha - \cos\beta$ kleiner werden, das heisst wenn die Spitze der Membran stärker eingezogen ist.

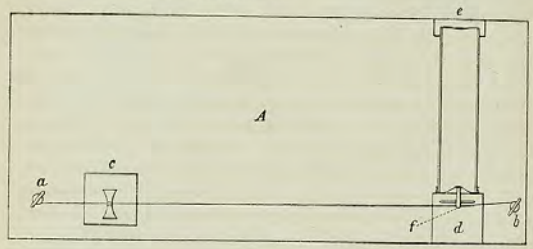


Fig. 60.

Bisher sind die akustischen Wirkungen solcher gekrümmter Membranen noch nicht praktisch untersucht worden; höchstens wäre zu bemerken, dass ich ein gekrümmtes Stück Leder als Resonanzboden an einem arabischen Streichinstrument, welches in dem Tunesischen Kaffee der letzten Industrieausstellung in Paris gespielt wurde, angewendet gesehen habe. Man kann sich eine dem Trommelfell ähnlich geformte Membran bilden, wenn man ein nasses Stück Schweinsblase über die Oeffnung eines Glascylinders ausspannt, dann den Cylinder aufrecht stellt, sodass die Blase sich am oberen Ende befindet, und nun auf deren Mitte einen mit Metallstücken belasteten Stab senkrecht aufstellt, sodass seine untere Spitze die Mitte der feuchten Blase stark nach unten drängt. In dieser Stellung lässt man

die Blase trocknen. Sie erhält dann dauernd eine ähnliche Form wie das Trommelfell mit eingezogenem Nabel und nach aussen convex gekrümmten Meridianlinien.

Um nun die akustische Wirkung einer solchen Membran unter ähnlichen Verhältnissen, wie sie das Trommelfell darbietet, zu prüfen, habe ich den Cylinder, der 44 mm inneren Durchmesser hatte, auf ein starkes hölzernes Brett A Fig. 60 befestigt. In der Figur liegt er zwischen e und f, und ist halb 53
durchschnitten dargestellt worden. Er wurde mit Schnüren am Brette befestigt, nachdem sein offenes Ende bei e durch ein passend ausgeschnittenes Stück Holz unterstützt war, welches ihn zugleich hinderte, gegen e hin zu gleiten. Auf die eingezogene Mitte der Membran wurde ein kleines Stäbchen f aus leichtem Holz gestützt, und dieses diente als Steg für eine Saite, die durch zwei Wirbel bei a und b gespannt werden kann. Bei c läuft die Saite über einen Steg, der auf die Mitte eines schweren Bleiklotzes aufgesetzt ist und das andere Ende der schwingenden Saite abgrenzt. Ein zweiter Bleiklotz liegt bei d, und zwischen ihn und das Stäbchen f ist der Saite parallel ein dünnes Brettchen wie ein Steg einer Violine eingeschoben, welches das Stäbchen von unten her unterstützt, aber den von der Saite gegebenen Stössen, welche das Stäbchen f in Richtung seiner Länge durchlaufen, kein Hinderniss entgegensetzt.

Die Bleiklötze dienen dazu, die Ueberleitung der Saitenschwingungen an das Brett A und durch dieses an die Luft zu schwächen, sodass der Schall der Saite nur in sehr gedämpfter Weise hörbar wird, sobald man das Stäbchen f von der gekrümmten Membran abhebt, oder die Saite nahe bei f zwischen diesem Punkte und c mit den Fingern festhält, während man sie mit dem Violinbogen anstreicht. Sobald aber die Schwingungen der Saite durch das Stäbchen auf die gekrümmte Membran übertragen werden können, giebt diese trotz ihrer Kleinheit eine mächtige Resonanz, fast der einer Violine ähnlich. Man kann die Saite leicht verkürzen, indem man sie zwischen zwei Fingerspitzen der linken Hand einklemmt, während man mit der rechten den Bogen führt und zwar ihn am besten nahe bei den Fingern der linken Hand

aufsetzt. Es zeigt sich dann, dass die starke Resonanz sich über einen sehr grossen Theil der Scala erstreckt und namentlich für die hohen Töne in der Mitte der viergestrichenen Octave so mächtig wird, dass diese kaum zu ertragen sind.

Der Vorgang ist hierbei insofern dem am Trommelfell ähnlich, als die gekrümmte Membran die Leitung der Schwingungen herstellt zwischen der Luft und einem dichteren Körper von mässigem Gewicht und relativ geringer Schwingungsamplitude, wie es einenfalls das Labyrinthwasser, anderenfalls die Enden der Saite sind. Ist die Ueberleitung des Schalles aber leicht von der Saite zur Luft, so muss auch umgekehrt
54 die Leitung des Schalles von der Luft zur Saite leicht von Statten gehen, nach einem für die Schallbewegungen in vollkommen elastischen Körpern allgemeinen Reciprocitätsgesetze.[1])

Man kann sich davon an dem beschriebenen Apparate übrigens auch leicht durch den Versuch überzeugen. Setzt man leichte Reiterchen von Papier oder dünnen Holzfäserchen auf die Saite und singt deren Ton vor der Mündung der Röhre, so fangen die Papierschnitzelchen an zu tanzen, wie auf den mit einem ausgedehnten Resonanzboden versehenen Saiten der Violine oder des Pianoforte. Ebenso bringt der Ton einer Stimmgabel, die auf einem Resonanzkasten steht, und mit der man die Saite in Einklang gebracht hat, diese sehr leicht zum Mittönen und die Reiterchen zum Tanzen, selbst aus der Entfernung einiger Fusse.

Dabei hat aber auch die Stimmung der Glasröhre Einfluss, gerade wie es an dem mit einem Resonator bewaffneten Ohre der Fall ist. Giebt man der Saite eine solche Länge, dass ihr Grundton mit dem Eigenton der Röhre übereinstimmt, so kommt der Ton der Saite besonders voll und kräftig zum Vorschein.

1) Für Luftmassen mit festen Wänden ist dasselbe ausgesprochen und erwiesen in meinem Aufsatze: „Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden“ im Journal für reine und angewandte Mathematik. Bd. LVII. S. 29. Gleichung (9a). [Oben Bd. I. S. 334.]

§ 8.

Mathematischer Anhang, die Mechanik gekrümmter Membranen betreffend.

Wir setzen im Folgenden voraus eine Membran von drehrunder Gestalt mit unausdehnsamen Meridianlinien. Ausserdem seien elastisch gespannte Ringfasern vorhanden und es wirke der Luftdruck p auf eine ihrer Flächen; auf ihr Centrum dagegen eine in Richtung ihrer Symmetrieaxe gerichtete Kraft g.

Um zunächst einzusehen, wie im vorigen Paragraphen erörtert wurde, dass bei schwach gewölbter Membran der Luftdruck die stärkste Resultante im Centrum der Membran hervorbringt, wenn die Membran durch die Einwirkung ihrer elastischen Ringfasern eine solche Form angenommen hat, wie sie der Luftdruck der Membran bei mangelnder elastischer Spannung der Ringfasern geben würde, stelle man folgende Ueberlegungen an.

Es sei in Fig. 59 S. 575 ab ein Durchmesser, c der Mittelpunkt des befestigten Randes der Membran, und f ihr Centrum, welches durch die Kraft fg in Richtung der Axe fortgezogen 55
werde. Die Membran möge unter Einfluss der Spannung ihrer elastischen Ringfasern allein die durch die krummen Linien angezeigte Form angenommen haben und sich in dieser in stabilem Gleichgewichte befinden. Setzen wir zunächst voraus, es sei kein Unterschied des Luftdruckes an ihren beiden Seiten vorhanden.

Nun ist es bekanntlich ein allgemeines mechanisches Gesetz, dass in allen Fällen, wo das Gesetz von der Erhaltung der Kraft seine Anwendung findet, stabiles Gleichgewicht nur dann eintritt, wenn unter allen benachbarten Lagen, in die das bewegliche System continuirlich übergehen kann, die Gleichgewichtslage diejenige ist, in der die von den es angreifenden inneren und äusseren Kräften geleistete Arbeit ein Maximum ist.

Es ist dieses Gesetz auch auf unsere Membran anwendbar, und folgt daraus, dass in ihrer Gleichgewichtslage die Summe der durch die Zusammenziehung ihrer elastischen Ring-

fasern geleisteten Arbeit ein Maximum sein müsse, verglichen mit allen anderen Formen, in welche die Membran bei unveränderter Stellung des Punktes f continuirlich übergehen könnte.

Soll also irgend eine andere Kraft die Membran bei unveränderter Lage des Punktes h in eine andere Form überführen, so muss dieselbe dabei positive Arbeit leisten, da die Quantität der Spannkräfte der Membran bei diesem Uebergange vergrössert werden muss.

Dasselbe gilt nun auch, wenn die Membran in die Lage afb nicht durch ihre elastischen Kräfte, sondern durch den Druck, oberhalb derselben befindlicher dichterer Luft gebracht würde und auf ihr Centrum f eine Kraft fg wirkt. In diesem Falle müsste die Membran eine solche Form annehmen, dass die durch Ausdehnung der dichteren oberen Luft geleistete Arbeit ein Maximum wäre. Letzteres würde aber der Fall sein, wenn das Volumen der oberhalb der Membran und der verlängerten Ebene ab enthaltenen Luft ein Maximum würde.

Daraus folgt wieder, dass, wenn eine andere Kraft angewendet würde, um die Gestalt der Membran irgend wie zu ändern, dabei das Volumen der oberen dichteren Luft abnehmen, und also von der hinzugebrachten Kraft positive Arbeit geleistet werden müsste.

Wenn nun die Form afb, welche durch die elastischen Kräfte hervorgebracht wird, genau dieselbe ist wie die, welche der Luftdruck hervorbringt, und erstere der Kraft g, letztere
56 der Kraft γ das Gleichgewicht hält, so wird die Membran auch in derselben Form unter der gleichzeitigen Wirkung der elastischen Ringfasern und des Luftdruckes im Gleichgewicht sein und der Kraft $g+\gamma$, die am Punkte f angreift, das Gleichgewicht halten.

Wenn aber die Gleichgewichtsstellung mit dem Centrum der Membran in f für die elastischen Kräfte abweicht von der mit gleicher Lage des Centrums, welche der Luftdruck hervorbringt, so wird die Membran unter dem gemeinsamen Einfluss beider Kräfte in einer von beiden abweichenden Lage zur Ruhe kommen müssen. In dieser werden aber weder die elastischen Kräfte noch der Luftdruck das Maximum ihrer

Arbeit geleistet haben, was sie bei der betreffenden Stellung des Centrums der Membran in f leisten könnten.

Geht man also von derjenigen Form der Membran aus, welche sie erhält, wenn die Kraft g unendlich gross ist, und wo ihre Radialfasern sich gerade strecken müssen, und vermindert alsdann allmählig die Kraft g, bis das Centrum der Membran in den Punkt f gerückt ist, so leistet die Membran dabei eine Arbeit, die vom Werthe Null bis zu einem Werthe G steigt, und deren Werth abhängig ist von der Lage des Punktes f. Es sei G_0 diese Arbeit, wenn die Elasticität allein wirksam ist, G_1, wenn der Luftdruck allein wirksam ist, und G_2 dieselbe, wenn beide Kräfte gleichzeitig wirken. Es ist also jedenfalls $G_2 < G_0 + G_1$, ausgenommen den Fall, wo Elasticität und Luftdruck der Membran dieselbe Form geben.

Geht man also von der Anfangslage aus, wo diese Grössen gleich Null sind, so muss jedenfalls, wenn man die Länge gf mit h bezeichnet, während einer ersten Periode auch

$$\frac{dG_2}{dh} < \frac{dG_0}{dh} + \frac{dG_1}{dh}$$

sein, weil sonst von Anfang an

$$G_2 \geqq G_0 + G_1$$

sein müsste. Nun sind aber die obigen Differentialquotienten gleich den resultirenden Kräften, mit welchen die Membran ihr Centrum gegen c hin zu ziehen strebt.

Es ist nämlich die Kraft g, mit der die Elasticität der Membran allein genommen wirkt:

$$g = \frac{dG_0}{dh}.$$

Die Kraft γ, mit der der Luftdruck allein genommen wirkt:

$$\gamma = \frac{dG_1}{dh}, \qquad 57$$

und die Kraft, mit welcher Luftdruck und Elasticität zugleich wirken, welche wir mit $g+\gamma_0$ bezeichnen wollen:

$$g + \gamma_0 = \frac{dG_2}{dh}.$$

Aus obiger Gleichung folgt, dass bei den kleineren Wölbungen der Membran sei:

$$g + \gamma_0 < g + \gamma,$$

oder

$$\gamma_0 < \gamma,$$

wenn nicht die Gleichgewichtsform für Elasticität und Luftdruck dieselbe ist; was zu beweisen war.

Bestimmung der Form einer durch den Luftdruck allein gespannten Membran, mit unausdehnsamen Radialfasern.

Es sei z eine auf der Axe der Membran abgemessene Strecke, und r der Radius des Kreises, in dem eine durch den einen veränderlichen Endpunkt von z senkrecht zur Axe gelegte Ebene die Membran schneidet. Das Volumen, welches zwischen zwei solchen Ebenen liegt, die den unendlich wenig verschiedenen Werthen z und $z+dz$ entsprechen, ist alsdann:

$$\pi r^2 dz.$$

Das ganze Volumen V zwischen der Membran und der Ebene ihres Anheftungskreises ist demnach:

$$V = \int_0^a \pi r^2 dz,$$

wenn für das Centrum der Membran $z = 0$ und für ihren Rand $z = a$ ist.

Bezeichnen wir den Ueberschuss des Luftdruckes auf der oberen Seite der Membran über den auf der unteren mit p, und mit G die von einer das Centrum der Membran angreifenden, der Axe parallelen Kraft geleistete Arbeit, so ist die von dieser Kraft und dem Luftdruck geleistete Arbeit gleich:

$$G - pV.$$

Die Bedingung des Gleichgewichtes ist, dass diese Grösse ein Maximum sei, während die Länge der Radialfasern unverändert bleibt, deren Längenelement ds durch die bekannte Gleichung gegeben ist:

$$ds^2 = dr^2 + dz^2.$$

58 Nehmen wir r als unabhängige Variable, so muss also sein:

$$G - p\pi \int_0^R r^2 \frac{dz}{dr} dr = \text{Max.},$$

oder nach den Grundsätzen der Variationsrechnung, wenn wir z variiren:

$$\frac{dG}{dz}\delta z - \pi p \int_0^R \left(r^2 \frac{d\delta z}{dr} - \frac{\lambda \frac{dz}{dr} \frac{d\delta z}{dr}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2}} \right) dr = 0.$$

Partiell integrirt giebt dies, wenn wir δz am Rande der Membran gleich Null setzen, und in ihrem Centrum gleich δz_0:

$$- \left\{ \frac{dG}{dz} + \pi p \lambda \frac{\frac{dz}{dr}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2}} \right\} \delta z_0$$

$$+ \pi p \int \delta z \frac{d}{dr} \left(r^2 - \lambda \frac{\frac{dz}{dr}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2}} \right) dr = 0.$$

Daraus folgt, da δz_0 und δz von einander unabhängige willkürliche Grössen sind, dass die mit ihnen multiplicirten Grössen gleich Null sind; also 1) für den Mittelpunkt der Membran:

$$\frac{dG}{dz} + \pi p \lambda \frac{\frac{dz}{dr}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2}} = 0,$$

2) für ihre Fläche:

$$r^2 - \lambda \frac{\frac{dz}{dr}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2}} = C,$$

wo unter C eine Constante verstanden ist.

Im Mittelpunkte der Membran wird $r = 0$, und $dz/dr = \text{cotg.}\,\alpha$, worin α den in Fig. 59 so genannten Winkel bezeichnet; daher reducirt sich für diesen Punkt die Gleichung (2) auf:

$$C = -\lambda \cos\alpha,$$

und die Gleichung (1) giebt für denselben Punkt: 59

$$\frac{dG}{dz} + \pi p \lambda \cos\alpha = 0.$$

Wenn wir dagegen am Rande der Membran den Werth von r mit R bezeichnen, und eben dort $dz/dr = \text{tang}\,\beta$ setzen wie in Fig. 59, so ist dort nach Gleichung (2):

$$R^2 - \lambda \cos\beta = C = -\lambda \cos\alpha,$$

also

$$R^2 = \lambda(\cos\beta - \cos\alpha),$$

und die Kraft g:

$$g = \frac{dG}{dz} = -\frac{\pi p R^2 \cos\alpha}{\cos\beta - \cos\alpha},$$

wie im vorigen Paragraphen angegeben ist.

Aus Gleichung (2) folgt weiter:

$$(r^2 + \lambda\cos\alpha)^2 \left[1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2\right] = \lambda^2 \left(\frac{dz}{dr}\right)^2,$$

oder

$$\frac{r^2 + \lambda\cos\alpha}{\sqrt{\lambda^2 - (r^2 + \lambda\cos\alpha)^2}} = \frac{dz}{dr}.$$

Dies ist ein elliptisches Integral, welches wir auf die normale Form bringen, wenn wir setzen:

$$r = \sqrt{2\lambda}.\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\omega$$

$$dr = -\sqrt{2\lambda}.\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\sin\omega\, d\omega,$$

so wird:

$$dz = -\sqrt{\frac{\lambda}{2}}\cdot\frac{1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\omega}{\sqrt{1 - \sin^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\omega}}\, d\omega.$$

Oder indem wir Legendre's Bezeichnung brauchen:

$$F_\omega = \int_0^\omega \frac{d\omega}{\sqrt{1 - x^2\sin^2\omega}}$$

$$E_\omega = \int_0^\omega \sqrt{1 - x^2\sin^2\omega}\, d\omega,$$

und setzen:

$$x^2 = \sin^2\frac{\alpha}{2},$$

so ist:

$$z = \sqrt{\frac{\lambda}{2}}\left\{2E_\omega - F_\omega\right\} + \text{Const.}$$

$$r = 2\sqrt{\frac{\lambda}{2}}.x\cos\omega.$$

Gleichzeitig ergiebt sich auch leicht die Länge des Bogens der Radialfasern:

$$s = \sqrt{\frac{\lambda}{2}}\, F_\omega.$$

Mittels der Tafeln von Legendre, welche die Werthe von E_ω und F_ω geben für alle Werthe von $\alpha/2$ und ω, die ganzen Winkelgraden entsprechen, kann man die Form dieser Curven am leichtesten construiren. Uebrigens lassen sich die Werthe der E_ω und F_ω auch nach bekannten Methoden für beliebige Werthe der α und ω berechnen.

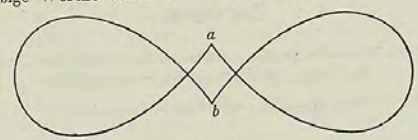


Fig. 61.

Die Figur 61 zeigt eine vollständig von einem zum anderen Axenpunkte ausgezogene Curve dieser Art, bei welcher dem Winkel α, der Form des Trommelfelles entsprechend, der Werth $180° - 40° = 140°$ gegeben ist. Es möge der Axenpunkt a das Centrum der Membran repräsentiren. Jeder Punkt der von a auslaufenden Zweige der Curve könnte dem Rande der Membran entsprechen, bis zu demjenigen hin, wo die Curve, nach b herabsteigend, sich selbst wieder schneidet. Das Trommelfell selbst entspricht nur einem kleinen Theile dieser Curve.

Ich verschiebe einstweilen noch die speciellere Beschreibung und Besprechung der in meinem oben citirten Vortrage vom 9. August 1867 erwähnten Versuche über Resonanztöne des lebenden Ohres, weil ich noch bessere Mittel zur Hervorbringung tiefer einfacher Töne mir zu verschaffen hoffe, als ich sie bisher hatte, und damit die Versuche besser auszuführen sein werden.

LXXV.

Ueber die Schallschwingungen in der Schnecke des Ohres.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. V. S. 33—38. — 25. Juni 1869.

(Das Manuscript wurde sofort eingereicht.)

Zur Zeit der ersten Herausgabe meiner „Lehre von den Tonempfindungen“ war die Untersuchung des Zusammen-
hanges der einzelnen Theile, welche das Corti'sche Organ der Schnecke im Ohre zusammensetzen, sowie die Messung seiner Dimensionen in den verschiedenen Windungen der Schnecke noch nicht weit vorgeschritten. Da die physiologischen Thatsachen mich zu der Hypothese führten, dass verschiedene Nervenfasern des Nervus acusticus mit elastischen Anhängseln von verschiedener Abstimmung versehen sein möchten, schienen nach der damaligen Lage unserer Kenntnisse die Corti'schen Bögen diejenigen zu sein, denen man unter allen Theilen des Labyrinths am ersten die zu einer solchen Function nöthige Masse, Festigkeit und Isolirtheit zutrauen konnte. Obgleich nun ihre Form und Grösse nicht gerade grosse Unterschiede in den verschiedenen Abtheilungen der Schnecke zeigte, so konnte immerhin eine verschiedene Abstimmung derselben durch kleine Unterschiede in der Dicke, Form des Querschnittes, Spannung u. s. w. erreicht sein, Unterschiede, die bei der Präparation, namentlich bei der Anwendung erhärtender Reagentien, vollständig verschwinden konnten, sodass deren Mangel mir nicht als ein entscheidender Grund gegen meine

Hypothese erschien; namentlich der damals noch sehr grossen Differenz in den Ansichten und Beschreibungen der einzelnen Anatomen gegenüber, die sich mit diesem Gegenstande beschäftig hatten.

Seit jener Zeit haben die anatomischen Untersuchungen des genannten Organs sehr wesentliche Fortschritte gerade in Bezug auf diejenigen Verhältnisse gemacht, welche physiologisch wichtig sind, und es ist viel grössere Uebereinstimmung zwischen den verschiedenen Beobachtern zu Stande gekommen.

Von grosser Wichtigkeit für unseren Gegenstand waren namentlich die Untersuchungen von C. Hasse über die Schnecke der Vögel und Amphibien. Sie zeigten in allen übrigen Verhältnissen Uebereinstimmung mit den wesentlichen Zügen im Bau der Säugethierschnecke, nur gerade die Corti'schen Bögen fehlten dort vollständig. Da es andererseits nicht zweifelhaft sein kann, dass Vögel, welche Melodien pfeifen lernen, auch Tonhöhen unterscheiden, so ging daraus hervor, dass Unterscheidung der Tonhöhen ohne Corti'sche Bögen möglich sei.

Andererseits veröffentlichte V. Hensen eine Reihe von Messungen über die Dimensionen der Schneckenscheidewand und ihrer Annexa, aus denen hervorging, dass das fest ausgespannte Blatt der membranösen Scheidewand, die Membrana basilaris, sehr auffallende Unterschiede der Breite in den verschiedenen Abtheilungen der Schnecke zeigte. Dem runden Fenster gegenüber ist sie nämlich nur 0,04125 mm breit, an ihrem anderen Ende am Hamulus unter der Kuppel dagegen 0,495 mm, ist also dort etwa 12 Mal breiter. Die beiden Schenkel der Corti'schen Bögen und ihre Spannweite nehmen allerdings vom Anfang bis gegen das obere Ende der Schneckenscheidewand auch an Grösse zu, die Länge der Bögen auf das
Doppelte, ihre Spannweite auf das Vierfache, aber jedenfalls nicht in so auffallendem Maasse, als es die Breite der Membrana basilaris thut.

Deshalb hat auch schon Herr V. Hensen die Hypothese aufgestellt, dass die Abstimmung der schwingenden Theile, an denen die Nervenfasern enden, wesentlich von der verschiedenen Stimmung der betreffenden Theile der Membrana basilaris

abhängig sein möchte, sodass die tieferen Töne in den oberen Theilen der Membrana basilaris gegen das Schneckengewölbe hin, die höheren in den unteren gegen das runde Fenster hin, resoniren würden.

Bevor diese, in vieler Beziehung sehr ansprechende Theorie acceptirt werden konnte, schien es mir aber noch nöthig zu untersuchen, ob eine hinreichende Begrenzung und Isolirung der schwingenden Theile auf einer solchen Membran möglich sei, sodass die Erregung durch Schwingungen von bestimmter Höhe auf ein hinreichend enges Gebiet von Nervenfasern beschränkt bliebe. Auf einer nach allen Richtungen hin gleichmässig gespannten Membran sieht man niemals, dass ihre Schwingungen auf einen einzelnen schmalen Theil derselben beschränkt bleiben, sondern diese breiten sich immer ziemlich gleichmässig über alle oder fast alle Theile der Membran aus, sodass höchstens einzelne Knotenlinien von der Bewegung ausgenommen bleiben.

Dies ist der Fall bei allen bisher zu akustischen Versuchen benutzten Membranen, und wird durch das Experiment so gut, wie durch die Theorie bestätigt.

Eine Eigenthümlichkeit im Bau der Membrana basilaris leitete mich jedoch auf einen Ausweg aus dieser Schwierigkeit. Die Membran zeigt eine starke Streifung in radialer Richtung und spaltet sich sehr leicht zwischen je zwei solchen Streifen. Das letztere zeigt an, dass sie in der Richtung ihrer Länge, quer gegen ihre Streifen nicht stark gespannt sein kann. Wohl aber deuten die stark entwickelten Fasern, welche das gestreifte Ansehen erzeugen, darauf hin, dass sie einem ziemlich erheblichen Zuge in Richtung der Streifen Widerstand leisten kann. An einer geöffneten Schnecke fand ich ihre Spannung allerdings auch in dieser Richtung nicht sehr bedeutend; die Membran erschien ziemlich schlaff. Da aber ihr äusserer Ansatz mehr an dem vom Knochen sehr leicht sich lösenden Periost als am Knochen selbst festhaftet, so ist es möglich, dass im lebenden Zustande die Membran viel beträchtlicher gespannt ist, so lange die vom Periost gebildeten Röhren durch den Druck der Labyrinthflüssigkeit in gespanntem Zustand erhalten sind.

Der Vergleich mit der gerade gestreckten Vogelschnecke zeigt, dass die spiralige Aufwindung des Schneckencanals kein wesentliches Moment für seine Function ist.

Ich habe deshalb die mathematische Analyse der Bewegungen einer Membran angestellt, die zwischen den Schenkeln eines Winkels ausgespannt ist, deren Spannung in der Richtung der Halbirungslinie dieses Winkels am kleinsten, senkrecht dagegen am grössten ist, die durch eine periodische Kraft, welche gegen ihre ganze Fläche wirkt, erschüttert wird, und deren Bewegung gleichzeitig durch Reibung eine geringe Dämpfung erleidet. 36

Das Resultat, soweit es uns hier interessirt, ist, dass wenn die kleinere Spannung in Richtung der Halbirungslinie des Winkels verschwindend klein wird, die Membran schliesslich dieselben Bewegungen ausführt, als wenn sie aus einem System unabhängig von einander beweglicher Saiten bestände, welche alle senkrecht zur Halbirungslinie zwischen den Schenkeln des Winkels und mit gleicher Spannung ausgespannt wären. In einem solchen schwingen diejenigen Saiten stark mit, deren Eigenton der Tonhöhe des erregenden Tones entspricht; ihre Nachbarn etwas schwächer, in dem Maasse weniger, als ihre Tonhöhe von der des erregenden Tones mehr und mehr abweicht; und die weiter entfernten Saiten machen nur unendlich kleine Schwingungen. Die Breite der schwingenden Portionen hängt wesentlich ab von dem Grade der Dämpfung. Je geringer dieser ist, desto schwächer kann der erregende Ton sein, und desto schmaler ist die mitschwingende Stelle. Es finden hier dieselben Verhältnisse statt, die ich in meiner „Lehre von den Tonempfindungen“ auf Seite 212 bis 219 auseinandergesetzt habe.

Bei einer solchen Beschaffenheit der Membrana basilaris würde also in der That die von Hensen aufgestellte Hypothese allen Anforderungen genügen.

Der Nutzen der Corti'schen Bögen in der Schnecke der Säugethiere ist dann vielleicht der, dass sie die Erschütterung der Membrana basilaris isolirt durch die ziemlich dicke weiche Masse der Papilla spiralis hindurch zu isolirten Orten von

deren oberer Fläche leiten, wo die Nervenendzellen mit ihren haarähnlichen Fortsätzen liegen. In der Vogelschnecke ist diese Schicht viel dünner und konnte ein solches Hülfsmittel entbehrt werden.

Ich gebe hier schliesslich noch die Hauptzüge der mathematischen Theorie:

Die Halbirungslinie des Winkels sei die Axe der x, sein Scheitel der Nullpunkt der x und y; die Zeit t; die Entfernung eines schwingenden Membranpunktes von seiner Gleichgewichtslage in der Ebene xy sei z, die Spannung der Membran in Richtung der x sei P, in Richtung der y sei sie gleich Q, dieselbe gemessen für einen Streifen, dessen Breite gleich der Längeneinheit ist. Die Masse der Flächeneinheit der Membran (eingerechnet das mitbewegte umgebende Medium) sei μ, der Dämpfungscoefficient sei γ, und die periodische erregende Kraft sei $A \cdot \sin(nt)$.

Die Bewegungsgleichung ist alsdann:

$$P\frac{d^2z}{dx^2} + Q\frac{d^2z}{dy^2} = \mu\frac{d^2z}{dt^2} + \nu\frac{dz}{dt} - A\cos(nt).$$

37 Die Grenzbedingungen sind, dass z längs der Schenkel und im Scheitel des Winkels gleich Null, in unendlicher Entfernung endlich sei.

Wir setzen dann:

$$x = \sqrt{P}\cdot r\cos w \qquad \text{und} \qquad y = \sqrt{Q}\cdot r\sin w,$$

ferner z gleich dem reellen Theile von:

$$z = e^{int}\Sigma\left[\, s_h\cos(hw)\,\right],$$

wobei die Werthe von h so gewählt werden müssen, dass $\cos hw$ längs der Schenkel des Winkels, in dem die Membran ausgespannt ist, gleich Null werde. Wenn der kleinste unter diesen Werthen von h gleich m ist, so sind die anderen ganze Multipla von m, und A selbst ist zu entwickeln in die Reihe:

$$A = \frac{4A}{\pi}\left\{\cos(mw) - \frac{1}{3}\cos(3mw) + \frac{1}{5}\cos(5mw)\ \text{etc.}\right\}.$$

Setzen wir nun:

$$B_h = (-1)^{\frac{-h+m}{2m}}\frac{4Am}{\pi h},$$

so ist s_h ein Integral der Differentialgleichung:

$$\frac{d^2s}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{ds}{dr} + \left(n^2\mu - in\nu - \frac{h^2}{r^2}\right)s = B_h$$

mit der Bedingung, dass es Null sei für $r = 0$, und endlich für $r = \infty$.

Dies Integral, welches übrigens auch leicht nach positiven oder negativen Potenzen von r entwickelt werden kann, lässt sich für unseren Zweck am passendsten in Form bestimmter Integrale geben, und setzen wir:

$$\sqrt{n^2\mu - in\nu} = l - i\lambda,$$

wobei wir das Zeichen der Wurzel wählen, welches l positiv macht, und:

$$\psi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-(l-i\lambda)\,r\sin t}\,\sin(ht)\,dt$$

$$\varphi = \int_1^{\infty} u^{-h-1}\,e^{-\frac{1}{2}(l-i\lambda)r\left(u+\frac{1}{u}\right)}\,du,$$

so ist:

$$s = -\frac{B}{(l-i\lambda)^2}\left[h\psi + h\cdot\cos\left(\frac{h\pi}{2}\right)\cdot\varphi - 1\right].$$

Setzen wir in diesen Gleichungen $r = h\varrho$, so wird h unendlich gross, wenn die Spannung Q gleich Null wird, ϱ dagegen nähert sich asymptotisch einem endlichen Werthe, und s wird für ein unendliches h:

$$s = -\frac{B\varrho^2}{1 - (n^2\mu - in\nu)\varrho^2}.$$

Dies wird ein Maximum, wo: 38

$$n^2\mu\varrho^2 = 1.$$

Ist der Winkel, in welchem die Membran ausgespannt ist, wie es in der Schnecke der Fall ist, an und für sich so klein, dass man den Unterschied seines Sinus und seiner Tangente vernachlässigen kann, und gleich $\varepsilon\pi$, so ist der niedrigste Werth von $h = 1/\varepsilon$ und angenähert:

$$\varrho = \frac{x\varepsilon}{\sqrt{Q}}.$$

Also das Maximum tritt ein, wo:

$$\mu n^2 x^2 \varepsilon^2 = Q.$$

Es ist aber $x\varepsilon$ unter diesen Umständen die Länge der Saite, und die letzte Gleichung diejenige, die die Schwingungszahl einer Saite bestimmt.

Erkenntnisstheorie.

LXXVI.

Ueber die Natur der menschlichen Sinnesempfindungen.

Habilitationsvortrag, gehalten am 28. Juni 1852 zu Königsberg, nach der Ernennung zum ordentlichen Professor, veröffentlicht in den Königsberger naturwissenschaftl. Unterhaltungen. Bd. III. S. 1—20.

Meine Herren, 1

in der Abhandlung, durch welche ich zu meiner Habilitation einzuladen die Ehre hatte[1]), habe ich einen dem physiologischen Theile der Farbenlehre angehörigen Gegenstand behandelt. Newton, dessen Genie, nicht zufrieden die unsterblichste That im Gebiete der Naturwissenschaften vollbracht, die Mechanik des Himmels entdeckt zu haben, Musse fand, auch die Farbenlehre zu begründen, Newton hatte uns gelehrt, welche Unterschiede zwischen den Lichtstrahlen verschiedener Farbe bestehen, hatte nachgewiesen, dass farbige Lichtstrahlen, vereinigt, ein zusammengesetztes Licht von anderer Farbe geben, als sie selbst vorher hatten, und dass das Auge unfähig sei, aus der zusammengesetzten Farbe deren constituirende Elemente zu erkennen. So wies er namentlich die Zusammensetzung des scheinbar einfachen weissen Sonnenlichtes nach. Aber da es sein Hauptzweck war diesen Beweis für das ganze Sonnenlicht zu führen, unterliess er es die 2
Zusammensetzungen der einzelnen Farben einzeln zu verfolgen, um so mehr, als man über ihre Mischung schon gültige Regeln

1) Ueber die Theorie der zusammengesetzten Farben. J. Müller's Archiv für Anatomie und Physiologie. 1852. [No. XLIX. d. Sammlung.]

zu haben glaubte, bei denen er sich nach wenigen Versuchen, die damit übereinzustimmen schienen, beruhigte. Diese Regeln wurden bis auf den heutigen Augenblick festgehalten und allgemein anerkannt, weil Niemand sich erinnerte, dass sie von Newton nicht vollständig revidirt wären: ja sie schienen sogar durch die Autorität dieses grossen Denkers besiegelt zu sein, weil er sie und seine eigenen neuen Entdeckungen in eine Art mathematischen Bildes zusammenfasste, welches eine Berechnung der zusammengesetzten Farbe möglich machen sollte, wenn ihre Elemente gegeben waren. Dessenungeachtet enthielten jene Regeln die entschiedensten Irrthümer, weil sie nach einer falschen Methode gebildet waren. Zwei Farbstoffe gemischt, geben ebenso wie farbige Lichter eine neue Mischfarbe, welche in einigen Fällen mit der durch Zusammensetzung des entsprechenden farbigen Lichtes hervorgebrachten übereinstimmt. Auf den ersten Anblick schien bei der Mischung zweier Farbstoffe das farbige Licht beider sich einfach zusammensetzen zu müssen, eine Meinung, woran auch Newton durchaus keinen Anstoss nahm. Eine nähere Untersuchung der Sache zeigte mir aber, dass diese Meinung falsch sei, dass die Mischung der Farbstoffe durchaus andere Resultate giebt als die Zusammensetzung des farbigen Lichtes, und dass daher auch an die Stelle der bisherigen Regeln über die Zusammensetzung der Farben ganz andere treten müssten. Der auffallendste Unterschied der neuen und alten Regel zeigt sich bei der Vereinigung von Blau und Gelb, welche, wenn Farbstoffe gemischt werden, Grün, wenn entsprechendes farbiges Licht gemischt wird, Weiss geben. Grün gehört im Gegentheil zu den Farben, welche am unvollkommensten durch Zusammensetzung andersfarbigen Lichtes hervorgebracht werden können. Daher musste ich denn auch die alte Ansicht, dass alle möglicher Weise existirenden Farben aus den drei sogenannten Grundfarben, Roth, Gelb, Blau, zusammengesetzt
3 werden könnten, als irrig zurückweisen. Denn diese drei geben kein Grün. Man kann allerdings die matteren zusammengesetzten Farben der Naturkörper ziemlich gut durch drei einfache Farben des Spectrum nachahmen, muss dazu aber Roth, Grün und Violett wählen. Will man indessen auch die Reihe

gesättigter Farben, wie sie das Spectrum darbietet, nachahmen, so braucht man wenigstens 5 einfache, Roth, Gelb, Grün, Blau, Violett.

Es wäre unnütz, hier in die Einzelheiten der Untersuchung, welche in der gedachten Abhandlung zusammengestellt sind, weiter einzugehen. Ich möchte mir vielmehr erlauben an den vorliegenden Fall, welcher die Art der Empfindungen unserer Netzhaut bei bestimmten Combinationen der empfundenen Objecte behandelt, eine allgemeinere Besprechung der Art und Weise zu knüpfen, wie überhaupt unsere Sinnesempfindungen den empfundenen Gegenständen entsprechen. Die Grundzüge dieses Verhältnisses sind allerdings schon längst von einem der schärfsten Denker und sichersten Beobachter unter den neueren Physiologen, J. Müller, festgestellt. Aber so manche Erweiterung, welche dem Gebiete unserer physikalischen und physiologischen Kenntnisse seit jener Zeit geworden ist, hat neue überraschende Gesichtspunkte eröffnet, und ermuthigt mich Sie einzuladen, mit mir einen neuen Ueberblick über die interessanteren Theile des bezeichneten Kapitels zu werfen. Wir haben eben Punkte der Farbentheorie besprochen; beginnen wir daher mit dem Auge und dem Lichte.

Auf die Frage, was ist das Licht? antwortet die neuere Physik mit grosser Bestimmtheit, es sei eine zitternde und wellenförmig sich ausbreitende Bewegung eines hypothetischen Medium, des Lichtäthers. Das Eigenthümliche einer solchen Bewegung besteht darin, dass sich zwar die Wellen gleichmässig fortzubewegen scheinen, in der That aber jeder einzelne materielle Theil der bewegten Masse auf seiner Stelle bleibt und nur wenig um seine mittlere Ruhelage hin- und herschwankt. Wer daran Anstoss nehmen sollte, dass das Licht eine zitternde Bewegung sei, und sich nicht denken kann, dass eine solche in unserem Auge eine so eigenthümlich lebendige 4
Empfindung des Hellen hervorbringen sollte, den erinnern wir an den Schall. Dass ein tönender Körper zittert, sehen wir, dass die Luft mit ihm zittert, können wir an feinen gespannten Membranen, welche die Bebungen der tönenden Luft mitmachen, ebenfalls sehen, oder auch nicht ganz selten, wenn der

Ton recht stark ist, an unserem eigenen Körper fühlen. Da nun der Gefühlssinn von jeher als der nüchterne, von allen Phantasien freie Gewährsmann für die Aussagen der anderen Sinne betrachtet worden ist, denen man nicht recht traute, so hat Niemand gezweifelt, dass der Schall in Erzitterungen der Luft bestände, und diese im Stande wären, in unserem Ohre die höchst eigenthümliche Empfindung des Tones anzuregen. Wenn dem so ist, kann es auch keine Schwierigkeit haben anzunehmen, dass eine andere Art von Vibrationen im Auge die Empfindung des Lichtes und ihre verschiedenen Abstufungen anrege.

Die Annahme, dass das Licht in einer vibrirenden Bewegung bestehe, ist auch durchaus keine willkürliche Hypothese der Physik. Diese Wissenschaft weiset nach, dass sich das Licht fortbewegt mit einer grossen aber messbaren Geschwindigkeit, welche jetzt nicht bloss in den Räumen des Himmels, sondern sogar innerhalb der engen Dimensionen unserer Erde, ja eines Zimmers gemessen worden ist. Sie weist ferner nach, dass während dieser Fortbewegung längs eines jeden Lichtstrahles ein regelmässiger Wechsel von entgegengesetzten, sich gegenseitig aufhebenden Zuständen besteht, die sie als Wellenphasen gleicher und entgegengesetzter Art bezeichnet. Denn zwei Lichtstrahlen, welche von einer Lichtquelle ausgegangen, nach verschiedenen Wegen wieder an einem Orte zusammentreffen, verstärken sich hier keineswegs in allen Fällen, wie man es gewöhnlich vorauszusetzen pflegt, sondern es kommt ebenso oft vor, dass sie sich gegenseitig ganz auslöschen, als dass sie sich verstärken, je nachdem sie mit gleichen oder entgegengesetzten Phasen zusammentreffen. Diese Erscheinungen, mit dem Namen der Interferenz belegt, weisen mit aller Bestimmtheit den regelmässigen Wechsel gleicher und entgegengesetzter Phasen am Lichtstrahle nach, der sich überall in gleichen Abständen wiederholt. Eine Wellenbewegung, ähnlich der Schallbewegung, welche ebenfalls der Interferenz unterworfen ist, ist die einfachste Anschauung, welche man sich von einer solchen Art der Bewegung machen kann. Ueber das hypothetische Substrat dieser Bewegung, den Lichtäther, und ihre specielle Form und Richtung lässt sich

allerdings viel zweifeln und vermuthen, aber das interessirt uns hier weiter nicht. Wir haben es nur mit dem Factum zu thun, dass die Bewegung des Lichtes keine einfach fortströmende ist, sondern wie eine Wellenbewegung eine abwechselnde.

Die Lichtbewegung hat sehr viele Aehnlichkeiten mit der Schallbewegung, und selbst mit der Fortbewegung der Wellen im Wasser. Wo ihnen kein Hinderniss entgegentritt, breiten sich alle diese Wellen kugel- und kreisförmig von dem Erregungspunkte aus, und pflanzen sich, an Stärke immer abnehmend, mit bestimmter gleichförmiger Geschwindigkeit in das Unendliche fort. Wo sie auf feste Hindernisse stossen, werden sie alle nach denselben Gesetzen zurückgeworfen, worauf beim Lichte die Spiegelung, beim Schalle das Echo beruht. Es können gleichzeitig eine unendlich grosse Zahl von Wellensystemen sich in demselben Raume fortbewegen und sich kreuzen, ohne sich gegenseitig zu stören; man denke an die grosse Zahl verschiedener Tonwellensysteme, welche ein Orchester gleichzeitig in Bewegung setzt, an die tausend Lichtstrahlen, welche in einem erleuchteten Saale sich kreuzen, und deren jedes richtig und unverändert zu seinem Ziele kommt. Ein ähnliches Bild bietet eine vom Winde mässig bewegte grössere Wasserfläche, von oben gesehen, dar, wo man leicht die grosse Zahl verschiedener, grosser und kleiner Wellenzüge unterscheidet, von denen sie in verschiedenen Richtungen durchschnitten wird.

Ein wesentlicher Unterschied der Licht- und Schallbewegung interessirt uns bei unseren heutigen Betrachtungen nicht, dass nämlich die Schwingungsbewegung im Lichtstrahle senkrecht gegen dessen Fortpflanzungsrichtung geschieht, im Schallwellenzuge aber in dieser Richtung selbst. Darauf beruhen die Erscheinungen der sogenannten Polarisation des Lichtes. Die übrigen Unterschiede zwischen Licht und Schall betreffen mehr die Grössenverhältnisse. Es findet ein ungeheurer Unterschied in ihrer Fortpflanzungsgeschwindigkeit statt, welche für das Licht in Luft und leerem Raume die erstaunliche Grösse von 40,000 Meilen in der Secunde erreicht, und nur durch die Geschwindigkeit der Elektricität noch übertroffen wird, während sie sich für den Schall auf bescheidene 1058 Fuss in der

Secunde beschränkt. Daher lehrt uns auch die tägliche Erfahrung, dass wir ein in der Ferne geschehendes Ereigniss eher sehen als hören. Den Schall sind wir gewöhnt die Rolle des nachhinkenden Boten spielen zu sehen, dass es aber streng genommen mit dem Lichte ebenso ist, und dass wir nach den wohlbegründeten Versicherungen der Astronomen in der Fixsternwelt jetzt erst sehen, was vor Tausenden von Jahren geschehen ist, erregt unsere Verwunderung mehr, weil die Zeitunterschiede, welche das Licht braucht, um die in der täglichen Erfahrung vorkommenden irdischen Dimensionen zurückzulegen, für unsere Sinne allerdings nicht wahrnehmbar sind. Eben wegen dieser ungeheueren Fortpflanzungsgeschwindigkeit müssen wir uns das Substrat der Lichtbewegung von viel mächtigeren Spannkräften und viel feinerem Stoffe denken als unsere Gasarten, welche das Substrat der Schallbewegung abgeben.

Ebenso ist die Geschwindigkeit jeder einzelnen Schwingung beim Lichte eine viel grössere als beim Schalle. Es kommt für jenes auf eine Secunde die schwindelerregende Zahl von 450 bis 790 Billionen Schwingungen, für den Schall nur 16 bis etwa 36,000, je nachdem der Ton tief oder hoch ist. Es lässt sich ferner aus den Interferenzerscheinungen mit Sicherheit bestimmen, dass längs eines Lichtstrahles auf die Länge einer Linie 3300 bis 6000 vollständige Phasenwechsel kommen; sodass also die Länge einer Lichtwelle, $^1/_{3300}$ bis $^1/_{6000}$ Linie beträgt, während die einer Schallwelle sich von 4 ganzen Linien bis zu 64 Fuss ausdehnt. Von diesem letzteren Unterschiede hängen andere für uns höchst wichtige Verschiedenheiten in der
7 Ausbreitungsweise der genannten Wellensysteme ab. Wenn wir Wasserwogen beobachten, die in einem engeren geraden Canale erregt sind, welcher sich in eine weite Wasserfläche öffnet, so pflanzen sich die Wogen des Canals auch auf diese fort, aber bald sehen wir, dass sie sich nur nach der geraden Linie in der Verlängerung des Canals fortpflanzen, bald dass dies von der Mündung des Canals aus kreisförmig nach allen Richtungen stattfindet. Und zwar geschieht ersteres, wenn die Wellenlänge, mit der Breite des Canals verglichen, sehr klein ist, also z. B. bei leichten Kräuselungen der Wasserfläche,

letzteres wenn dies nicht der Fall ist, also bei langen Wasserwogen. Ganz dasselbe lehrt die mathematische Analyse und der Versuch, für Schall- und Lichtwellen, wenn sie sich durch Oeffnungen oder zwischen hemmenden Körpern fortpflanzen. Sind die räumlichen Dimensionen der hemmenden Körper überwiegend gross gegen die Längen der Wellen, wie das im Vergleich zu den sehr kleinen Lichtwellen in der Regel der Fall ist, so findet in merklicher Stärke nur geradlinige Fortpflanzung statt, sind sie aber nicht viel grösser oder gar kleiner, wie in der Regel beim Schalle, so schlagen grosse Antheile der Wellen auch krummlinige Bahnen ein. Daher sind wir gewohnt, das Licht nur gerade aus als Lichtstrahl vorwärts dringen zu sehen, während der Schall durch jede Oeffnung und um jede Ecke herum biegt. Das letztere findet aber auch beim Lichte statt, wenn wir es durch sehr enge Oeffnungen gehen lassen, und ist spurweise eigentlich jedes Mal nachzuweisen, so oft Licht an dem Rande eines dunkeln Körpers vorbeigeht; die dahin gehörigen Erscheinungen bezeichnet man als Diffraction. Damit hängt der wichtigste Unterschied von Auge und Ohr zusammen. Der Lichtstrahl ist geradlinig, in derselben Richtung, wie er in das Auge fällt, hat er seinen ganzen Weg zurückgelegt, und wenn das Auge, wie es in der That der Fall ist, Mittel hat diese Richtung des einfallenden Strahles zu unterscheiden, so erfährt es dadurch auch unmittelbar die Richtung, in welcher der leuchtende Körper liegt. Es wird dadurch die bewunderungswürdig genaue Ortsbestimmung der Gesichtserscheinungen möglich. Mit dem Schalle verhält es sich anders, er hat ebenso oft einen 8
krummen wie einen geraden Weg zurückgelegt. Durch die Richtung, in der er in das Ohr fällt, ist nichts über seinen Ursprungsort bestimmt, und dieselbe ist deshalb zu genauen Richtungsbestimmungen unbrauchbar. Dem Ohre würde daher ein solcher brechender und sammelnder Apparat nichts genützt haben, wie er dem Auge mitgegeben ist. In diesem Nachtheile liegt aber wieder ein Vortheil, dass nämlich der Schall jeden offenen Weg benutzt, um zu uns zu dringen, er mag gerade oder krumm sein, während das Licht vor jedem Hindernisse still steht, welches es in der geraden Linie antrifft.

Newton hat nachgewiesen, dass in dem Lichte, wie es von der Sonne, von brennenden oder glühenden Körpern ausgeht, Strahlen verschiedener Art gemischt sind. Er fand, dass sie sich durch verschiedene Brechbarkeit und zugleich durch verschiedene Farbe von einander unterscheiden. Die Grösse der Brechbarkeit hängt eng zusammen mit der Schwingungsdauer. Wir können also seine Sätze so aussprechen: Im natürlichen Lichte der leuchtenden Körper kommen Wellenzüge von verschiedener Schwingungsdauer und Wellenlänge vor, und solche Wellenzüge erregen im Auge die Empfindungen verschiedener Farben. Es ist dies ganz analog den Verhältnissen des Schalles; denn Schallwellenzüge von verschiedener Schwingungsdauer erregen im Ohre die Empfindung von Tönen verschiedener musikalischer Höhe. Langsamere Schwingungen geben tiefe, schnelle hohe Töne. Ein Ton, der in gleicher Zeit doppelt soviel Schwingungen macht als ein anderer, ist des letzteren höhere Octave; macht der erste drei Schwingungen, während der zweite zwei, so ist jener die höhere Quinte u. s. w. Die langsamer schwingenden Lichtstrahlen sehen roth aus, daran schliessen sich der Reihe nach orange, gelbe, grüne, blaue, violette an, letztere schwingen am schnellsten. Aber die Verhältnisse der Schwingungen sind beim Schalle viel verschiedener als beim Licht. Wir haben eben gesehen, dass nach diesen Verhältnissen sich die musikalischen Intervalle bestimmen. Die hörbaren Töne umfassen mehr als 11 Octaven,
9 während das Schwingungsverhältniss zwischen dem äussersten Roth und Violett höchstens einer kleinen Septime entspricht.

Ich muss hier erwähnen, dass diese von Newton ausgegangene Auffassung der Farbe bis in die neueste Zeit von einem der ausgezeichnetesten Forscher in der Optik bestritten wird, nämlich von D. Brewster. Eine nothwendige Consequenz jener Theorie ist die, dass ein homogener Lichtstrahl, d. h. ein solcher, dessen Schwingungen alle von gleicher Dauer sind, seine Farbe niemals ändern kann. Denn die Farbe hängt von der Zahl der Schwingungen ab, so viel Schwingungen der leuchtende Körper in der Secunde macht, so viel müssen das beobachtende Auge treffen; folglich kann die Schwingungsdauer, und somit auch Farbe eines Lichtstrahles ebenso wenig

wie die musikalische Höhe eines Tones durch irgend ein Mittel verändert werden. Brewster glaubte aber Veränderungen der Farbe homogener Lichtstrahlen zu bemerken, wenn sie durch gewisse gefärbte Körper hindurchgegangen waren. So soll das einfache gelbe Licht, wenn es durch blaues Kobaltglas dringt, weiss, selbst blauweiss werden, dasselbe einfache gelbe Licht durch gewisse braune Balsame grün u. s. w. Er schloss daraus, dass es dreierlei Arten von Licht gebe, entsprechend den alten drei Grundfarben, rothes, gelbes und blaues; dass in ihnen allen Strahlen von jeder der verschiedenen Abstufungen der Brechbarkeit vorkommen, welche wir im prismatischen Spectrum finden, dass aber die drei Grundfarben in den verschiedenen Theilen des Spectrum, welche verschiedenen Stufen der Brechbarkeit entsprechen, verschieden gemischt seien, und daher die Farbenreihe des Spectrum entstände. Nach Brewster's Theorie kann also homogenes Licht von gleicher Brechbarkeit und Schwingungsdauer noch gemischt sein aus verschiedenfarbigem, und daher auch beim Durchgange durch einen gefärbten Körper, der seine Bestandtheile ungleich absorbirt, seine Farbe verändern. Es würde nach seiner Theorie den drei Grundfarben und der Farbe überhaupt eine objective Existenz zukommen, sie würde den verschiedenen Qualitäten verschiedener Arten von Licht entsprechen.

Ich musste im Verlaufe meiner Untersuchungen über die 10
Farben, und namentlich die Existenz der drei Grundfarben, auch Brewster's Ansicht einer Prüfung unterwerfen. Es sei mir hier vergönnt, nur das Resultat dieser Untersuchung ohne ihre Einzelheiten anzuführen. Die Farbenveränderungen, welche Brewster wahrgenommen zu haben glaubte, beruhen grösstentheils auf bisher nicht oder wenig beachteten physiologischen Vorgängen. Einmal kann nachgewiesen werden, dass bei seinem Verfahren im Auge selbst geringe Verunreinigungen des von ihm für homogen gehaltenen Lichtes entstehen mussten, Verunreinigungen, welche unter den obwaltenden Umständen hinreichend waren, um die Farbe des betreffenden Lichtes merklich zu verändern. So war z. B. das gelbe Licht, welches durch blaues Glas weiss oder blauweiss geworden sein sollte, mit blauem Lichte theils im Prisma, theils im Auge selbst verunreinigt worden.

Andere Farbenveränderungen beruhten auf Contrasterscheinungen, welche bei den lebhafteren Farben des Spectrum in einer ungewöhnlichen Stärke auftreten. So sah das Gelb im Spectrum der braunen Balsame, wo es neben glänzendem Roth steht, lebhaft grün aus, isolirt betrachtet, blieb es das reinste Gelb. Auch ist es mir gelungen eine Methode ausfindig zu machen, welche die Uebelstände der von Brewster befolgten beseitigt und alle scheinbaren Veränderungen der Farben verschwinden macht. In noch anderen Fällen hingen Brewster's Beobachtungen davon ab, dass die einfachen Farben bei grosser Lichtstärke ihren Farbenton merklich verändern. Dann wird Violett und Blau blauweiss, oder ganz weiss, Grün und Gelb gelbweiss, endlich Roth hellgelb.

Es bleibt also der von Newton angenommene Zusammenhang der Schwingungsdauer oder Brechbarkeit mit der Farbe unverändert bestehen.

Verfolgen wir die Vergleichung der Ton- und Farbenempfindung weiter. Es tritt uns zunächst das bemerkenswerthe Verhältniss entgegen, welches in der Einladungsschrift in das Einzelne verfolgt ist, dass das Auge Licht, welches aus ver-
11 schiedenfarbigem zusammengesetzt ist, in einer neuen scheinbar einfachen Farbe erblickt, aus der es die einzelnen Elemente nicht mehr herauszusehen vermag; während das Ohr diese Fähigkeit in hohem Grade besitzt. Wenn wir auf die Schwingungsverhältnisse der Farben die Bezeichnungsweise der musikalischen Intervalle übertragen, so entsprechen die 6 Farben Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Violett etwa dem Verhältnisse der 6 Töne der C-dur Leiter D, E, F, G, A, H. Unser Ohr weiss sehr leicht den Ton E von der kleinen Terz DF oder von der doppelten Disharmonie DEF zu unterscheiden; aber unserem Auge erscheint unter entsprechenden Verhältnissen das einfache Orange ganz ebenso wie eine Farbe, welche aus Roth und Gelb, oder aus Roth, Orange und Gelb zusammengesetzt ist. Noch grösser als bei gesättigten, ist die Möglichkeit der Combinationen bei weisslichen Farben. Wir können es einem Weiss nicht ansehen, ob es aus Blau und Gelb, oder aus Roth, Grün und Violett, oder aus allen 5, oder aus sämmtlichen Farbentönen des Spectrum zusammengesetzt ist.

Die Unauflöslichkeit und scheinbare Einfachheit eines zusammengesetzten Farbeneindruckes ist so augenfällig, dass eben deshalb mancher Kopf, der der physikalischen Betrachtungsweise ferner steht, an Newton's Theorie Anstoss genommen hat. Namentlich liegt dies in dem eigenthümlichen Wesen des dichterischen Genius; er fühlt es als seine höchste Kraft und seine innerste Natur, die volle Energie der sinnlichen Erscheinung festhalten zu dürfen, und indem er das Geistige in sie einkleidet, auch auf dieses die ganze Frische und eindringliche Lebendigkeit unmittelbarer Anschauung zu übertragen. Daher finden wir gerade denjenigen unserer Dichter, in welchem sich die Begabung des Genius in der seltensten Vollkommenheit entfaltet hatte, in der heftigsten Opposition gegen Newton's Farbentheorie.

Die Unrichtigkeiten, welche Göthe in dessen Versuchen gefunden zu haben glaubte, sind längst als Folgen der unvollkommenen Weise anerkannt, in der er sie zu wiederholen versuchte; aber sein Sträuben gegen die Annahme einer Zusammensetzung des weissen Lichtes findet immer noch Anklang, z. B. 12
bei Hegel und den meisten Philosophen seiner Schule. Halten wir aber unseren Vergleich mit dem Schalle fest. Aus dem Brausen der brandenden Meereswogen wird es keinem musikalischen Ohre so leicht gelingen, die Reihe der Töne herauszuhören, welche es zusammensetzen. Die millionenfach zerrissenen, hin und hergeschleuderten Wassertheilchen theilen der Luft ihre wilde heftige Bewegung mit, und die Luft trägt sie ebenso weiter, als unendlich sich kreuzende Systeme von Schallwellen jeder Schwingungsdauer und jeder Stärke. Und doch lassen sich durch Zurückwerfung von einer breiten Mauer, wobei die einzelnen Wellensysteme in verschiedener Entfernung vor der Mauer zur Interferenz kommen, die einzelnen Töne dieses Gebrauses isolirt hörbar machen. Uebertragen wir das auf das Licht. Denken wir die Oberfläche leuchtender Körper in ähnlicher unregelmässiger Erzitterung wie die Wassertheilchen der Brandung, so müssen Wellensysteme jeder Art von ihnen ausgehen und vereinigt weitergehen, bis wir sie physikalischen Bedingungen unterwerfen, unter denen sich die Wellen verschiedener Schwingungsdauer verschieden verhalten, bis wir sie

z. B. durch ein Prisma gehen lassen. Hier erst werden sich die Wellen gleicher Schwingungsdauer zu einander ordnen und ihren eigenen Weg getrennt von den anderen einschlagen. So wird das weisse Licht in einfache Farben, wie das Brausen der Brandung in musikalische Töne zerlegt.

Uebrigens ist auch die Bedeutung der einzelnen Stufen in der Licht- und Tonempfindung verschieden. Ein Ton bekommt seinen Charakter weniger durch seine absolute Höhe oder Tiefe, als durch sein Verhältniss zu anderen Tönen; wenn man sämmtliche Töne einer Melodie um eine Terz oder irgend ein anderes Intervall höher setzt, behält das Ganze doch seinen wesentlichen Charakter. Für die Farben hat dagegen nur die absolute Grösse ihrer Schwingungsdauer, weniger ihr Verhältniss zu anderen, Werth. Wollte man jeder Farbe eines Gemäldes eine andere substituiren, deren Schwingungszahl im
13 Verhältniss der Terz etwa grösser wäre, statt Roth Gelb, statt Orange Grün, statt Gelb Blau, statt Grün Violett setzen, so würde es allen Sinn verlieren.

Gehen wir jetzt über zu dem Verhältniss, in dem die besprochenen Empfindungen zu dem empfundenen Objecte stehen.

Zuerst tritt uns der Satz entgegen: „es ist nicht Alles Licht, was als Licht empfunden wird“. Denn nicht bloss das Licht ist fähig in dem Sehnervenapparate Empfindung hervorzubringen, sondern auch andere Vorgänge, Druck, Stoss auf das Auge, elektrische Durchströmung. Nur ist die Netzhaut, in dem hinteren Theile des Augapfels gelegen, gegen die letztgenannten Einwirkungen so gut geschützt, dass sie von ihnen nur ausnahmsweise getroffen wird, während das Licht durch die durchsichtigen Theile des Auges ungehinderten Zutritt findet, und so in jeder Secunde eine grosse Zahl der verschiedenartigsten Eindrücke hervorzurufen im Stande ist; deshalb scheint uns das Licht zu den Empfindungen der Netzhaut in einem besonders bevorzugten Verhältnisse zu stehen. Ja, nicht bloss Empfindung, sondern selbst Lichtempfindung rufen diese mechanischen und elektrischen Einwirkungen hervor, und gewöhnt, Netzhautempfindungen nur durch objectives Licht entstehen zu sehen, construiren wir uns auch in diesen Fällen die entsprechenden Gesichtserscheinungen, welche wir vor uns

im Gesichtsfelde als feurige Scheine, Blitze, Kreise zu sehen glauben.

Zweitens lehrt uns die Physik, dass es auch Licht giebt, welches wir nicht empfinden, unsichtbares Licht, d. h. Strahlungen, welche von den leuchtenden Körpern, namentlich der Sonne ausgehen, ganz dieselben Bewegungsgesetze wie das Licht haben, genau denselben Erscheinungen der Interferenz, Spiegelung, Brechung, Diffraction, Polarisation und Absorption unterliegen und sich ihrem ganzen physikalischen Verhalten nach von dem sichtbaren Lichte nur durch eine etwas verschiedene Grösse der Schwingungsdauer und Brechbarkeit unterscheiden. Da haben wir erstens die sogenannten chemischen Strahlen, brechbarer und von kleinerer Schwingungsdauer als das äusserste Violett. Es haben schon die grünen und namentlich die blauen und violetten sichtbaren Strahlen kräftige chemische Wirkun- 14
gen, aber die Strahlen, welche am kräftigsten in dieser Art wirken, sind nicht sichtbar. Entwirft man ein Spectrum im Daguerreotyp auf einer lichtempfindlichen Platte, so bildet sich nicht nur der grösste Theil des sichtbaren Spectrum mit denselben Fraunhofer'schen Linien ab, welche eben da Unterbrechungen der chemischen Wirkung nachweisen, wo das sichtbare Licht unterbrochen ist, sondern es setzt sich die Abbildung noch weit über das violette Ende des sichtbaren Spectrum hinaus fort, und zwar noch kräftiger und lebhafter gezeichnet, ebenfalls mit einer eigenthümlichen Anordnung Fraunhofer'scher Linien versehen. Gerade die genaue Uebereinstimmung dieser Linien im sichtbaren Theile des chemischen Spectrum und im leuchtenden Spectrum weist nach, dass es hier genau dieselben Strahlen sind, welche leuchten und chemisch wirken. Da nun diese noch sichtbaren chemischen Strahlen ohne Unterbrechung und mit allmähligem Verlust ihrer Leuchtkraft in die nicht sichtbaren übergehen, so muss man schliessen, dass letztere Strahlen ganz derselben Art sind wie die leuchtenden, und sich nur durch geringere Schwingungsdauer von ihnen unterscheiden. Ihre vollständige Aehnlichkeit bestätigt sich übrigens auch bei allen anderen Vergleichungen auf rein physikalischem Gebiete.

Untersuchen wir ferner die Wärmewirkungen im Spectrum

eines Prisma, welches möglichst wenig Wärme absorbirt, z. B. einem aus Steinsalz, so findet sich, dass die leuchtenden Strahlen auch erwärmen, und zwar stärker als die des rothen Endes des Spectrum, dass durch alle Mittel, welche die leuchtende Strahlung in einem Theile des Spectrum beseitigen, auch die Erwärmung ebenda und genau in denselben Grenzen aufgehoben wird, dass also innerhalb des leuchtenden Theiles des Spectrum höchst wahrscheinlich leuchtende und wärmende Strahlen identisch sind. Aber die stärksten Wärmewirkungen finden sich unter diesen Umständen ausserhalb des rothen Endes, und sie setzen sich noch eine beträchtliche Strecke ausserhalb des leuchtenden Spectrum fort. Aus der von Foucault und Fechner nachgewiesenen Interferenz der strahlenden Wärme geht ausserdem, wie für das Licht, hervor, dass sie auf Vibrationen beruhe, aus den Erscheinungen ihrer Polarisation, wie beim Lichte, dass diese Vibrationen senkrecht gegen die Fortpflanzungsrichtung geschehen. Wir finden dieselbe Spiegelung, Brechung, Doppelbrechung, Absorption mit den Modificationen, welche durch die meist grössere Schwingungsdauer bedingt werden, und haben allen Grund zu schliessen, dass strahlende Wärme und Licht dem Wesen nach identisch, nur zum Theil durch die Grösse der Schwingungsdauer von einander unterschieden sind.

Leuchtende Körper entlassen also eine sehr grosse Zahl von wellenförmig sich fortpflanzenden Vibrationen; alle erwärmen, wenn sie absorbirt werden, viele derselben, und namentlich die von der kleinsten Schwingungsdauer, welche nur von der Sonne und von höchst intensiv glühenden Körpern ausströmen, wirken chemisch, und nur ein kleiner eng begrenzter Theil derselben, dessen Schwingungsverhältnisse den Tönen innerhalb des musikalischen Intervalls einer Sexte oder Septime entsprechen, afficirt das Auge d. h. leuchtet.

Woher rührt diese Beschränkung des Leuchtens auf eine so kleine Gruppe aus der langen Reihe der Vibrationen? Brücke hat wahrscheinlich gemacht, dass es die durchsichtigen Medien des Auges sind, welche gerade nur diese zur Netzhaut zulassen, alle anderen abhalten. Wie denn überhaupt alle durchsichtigen, gefärbten und ungefärbten Körper nur eine

oder mehrere beschränkte Gruppen von Schwingungen einer gewissen Grösse durchlassen.

Wir entnehmen daraus zunächst für die objective Bedeutung unserer Empfindungen, dass sich Lichtempfindung und Licht ihren Grenzen nach durchaus nicht genau entsprechen. Es giebt Lichtempfindung, welche nicht von Licht angeregt ist, und Licht, welches keine Lichtempfindung anregen kann.

Daraus ergiebt sich unabweislich der schon von Müller gezogene Schluss, dass das Eigenthümliche der Lichtempfindung nicht von der besonderen Beschaffenheit des Lichtes, sondern von der besonderen Thätigkeit des Sehnerven herrühre, der, wovon er auch angeregt sein mag, immer nur Empfindungen von der Qualität der Lichtempfindung hervorbringt.

Dies wird auf eine interessante Weise bestätigt, wenn man die Empfindungen des Gesichtssinnes mit denen des Tastsinnes vergleicht. Letzterer ist nämlich fähig, dasselbe äussere Object wie das Gesicht, die Strahlungen, welche wir bisher als Licht besprochen haben, wahrzunehmen. Aber er empfindet sie nicht als Licht, sondern als strahlende Wärme, in einer von der Lichtempfindung so verschiedenen Qualität des Wahrnehmens, dass die natürliche Erfahrung nie auf den Einfall kommen konnte, beide Empfindungen seien Wahrnehmungen desselben äusseren Objectes. Im Gegentheil, die natürliche Anschauung fesselte so hartnäckig auch die Köpfe der Physiker, dass die mühsamste und ausführlichste Vergleichung aller Einzelheiten im Verhalten des Lichtes und der strahlenden Wärme dazu gehörte, um erst in der neuesten Zeit ihnen immer mehr und mehr die Ueberzeugung aufzudrängen, beide Agentien seien wirklich identisch und nur theilweise durch die Schwingungsdauer unterschieden. Die Haut hat den Vortheil vor dem Auge, dass sie alle hierher gehörigen Strahlungen von jeder Schwingungsdauer wahrnimmt, während das Auge nur durch einen eng begrenzten Theil afficirt wird. Die Haut empfindet sowohl die leuchtende Wärme der Sonne, wie die unsichtbaren Strahlungen eines heissen eisernen Ofens. Dagegen fehlt ihr das Vermögen die Farbe der Strahlung, d. h. den Unterschied ihrer Schwingungsdauer aufzufassen; die Sonnenstrahlung macht denselben qualitativen Eindruck unterschieds-

loser Wärme wie die des Ofens. Auch die Localisation der Eindrücke ist höchst unvollkommen, weil die äussere Haut nicht die optischen Apparate vor sich hat wie die Netzhaut des Auges, durch welche die Strahlungen eines jeden äusseren Punktes im Gesichtsfelde auch auf einen einzigen Punkt der Nervenausbreitung concentrirt und von allen übrigen gesondert werden. Doch ist es wahrscheinlich, dass sich geschickte Blinde in unbekannten Räumen nicht nur nach der Resonanz des Schalles, sondern hauptsächlich auch nach den Wärme-
17 strahlungen orientiren, welche ihnen von den Körpern zugesandt werden, denen sie sich nähern, sodass hier in der That die Haut anfängt die Rolle eines unvollkommenen Auges zu spielen, um in ganz eigenthümlicher Weise mittels des Lichtes zu sehen, welches dem wirklichen Auge unsichtbar ist.

Wir haben hier also den Fall, dass ein und dasselbe Object, diese Strahlung, welche wir bald Licht, bald strahlende Wärme nennen, von zwei Nervenapparaten empfunden wird, und in ihnen die aller verschiedenartigsten Empfindungen anregt, welche wiederum durch ihre Verschiedenartigkeit beweisen, dass ihre Qualität nicht durch das empfundene Object bestimmt wird, sondern von dem Nervenapparate abhängt, welcher in Thätigkeit gesetzt worden ist.

Wenn nun die Lichtempfindung im allgemeinen weder dem Umfange, noch der Qualität nach einem bestimmten äusseren Objecte, dem Lichte, entspricht, wird man für ihre einzelnen Unterarten dasselbe vermuthen können. Und in der That verhält es sich mit der Farbenempfindung ganz ähnlich. Wir haben oben gesehen, dass dieselbe Farbenempfindung von einfach farbigem Lichte, oder von verschiedenen Combinationen anderer Farben hervorgebracht werden kann, und je weisslicher die Farbe, desto mannigfaltiger werden die möglichen Combinationen verschiedenfarbigen Lichtes, die ihr entsprechen. Welche Farbencombinationen gleich aussehen, hängt übrigens nur von dem physiologischen Gesetze ihres Zusammenwirkens ab, und es haben bisher durchaus keine objectiven Beziehungen dafür aufgefunden werden können. Es können darin sogar individuelle Verschiedenheiten vorkommen. Das Auge eines Gelbsüchtigen muss, wie ein von einem farbigen Glase

bedecktes Auge, gewisse zusammengesetzte Farben unterscheiden können, welche ein gesundes für gleich hält, und solche für gleich halten, welche letzteres unterscheidet. Ebenso müsste eine vollständige Revolution der Farbenempfindungen entstehen, wenn durch irgend einen Umstand die Grenzen der Schwingungsdauer, welche für die Empfindung unseres Auges gezogen sind, verändert werden könnten. Die Gleichheit der Farbe verschieden zusammengesetzten Lichtes hat also nur subjectiven 18
Werth, keinen objectiven, und die Gruppen gleichfarbiger Farbencombinationen entsprechen keinerlei objectivem, von der Natur des sehenden Auges unabhängigem Verhältnisse.

Wenn es sich aber mit der Farbe als Eigenschaft des Lichtes so verhält, so verhält es sich nothwendig ganz ebenso mit der Farbe als Eigenschaft von Körpern. Ein Körper erscheint farbig, wenn er von auffallendem weissen Lichte nicht alle einfachen Farben gleichmässig, sondern einige stärker, andere wenig oder gar nicht zurückwirft. Das von einem farbigen Körper zurückgeworfene Licht ist also selbst farbig. Diese Auswahl einiger Strahlen, welche zurückgeworfen, anderer, welche verschluckt werden, hängt offenbar von Eigenthümlichkeiten des inneren Baues der Naturkörper ab, welche wir aber bis jetzt noch nicht viel näher zu definiren wissen. Ein Körper, welcher blos orangefarbiges Licht zurückwirft, wird eine andere innere Structur haben müssen, als einer, welcher nur rothes und gelbes Licht, oder ein dritter, welcher rothes, orangenes und gelbes zurückwirft. Doch wird die Farbe der drei Körper bei weisser Beleuchtung dieselbe sein können. Also wieder wird die orange Farbe des Körpers einer grossen Gruppe von verschiedenen Arten innerer Structur entsprechen, deren Aehnlichkeit aber keinen objectiven, sondern nur subjectiven Werth hat. Hier kommt ausserdem nicht nur die Beschaffenheit des Auges, sondern auch der Beleuchtung in Betracht. Zwei Körper können im Tageslicht gleiche; im Lampenlicht ungleiche Farbe haben, und umgekehrt. Damit stimmt denn auch überein, was die tägliche Erfahrung lehrt, dass die Körper der aller verschiedensten Art gleiche Farbe haben können, ud die aller ähnlichsten verschiedene.

Wie also die Lichtempfindung überhaupt in ihrer Eigen-

thümlichkeit nicht von der Natur des gesehenen Objectes, des Lichtes, abhängt, so ist auch die Farbe nicht eine Eigenschaft der Körper an sich, sondern eine Eigenschaft, welche das Auge erst den Körpern anheftet, wobei es in der Wahl der bestimmten gesehenen Farbe nur durch zufällige Verbindungen von Eigenschaften des Körpers bestimmt wird.

Wir können das Verhältniss vielleicht am schlagendsten bezeichnen, wenn wir sagen: Licht- und Farbenempfindungen sind nur Symbole für Verhältnisse der Wirklichkeit; sie haben mit den letzteren ebenso wenig und ebenso viel Aehnlichkeit oder Beziehung, als der Namen eines Menschen, oder der Schriftzug für den Namen mit dem Menschen selbst. Sie benachrichtigen uns durch die Gleichheit oder Ungleichheit ihrer Erscheinung davon, ob wir es mit denselben oder anderen Gegenständen und Eigenschaften der Wirklichkeit zu thun haben, ebenso wie wir in der Erzählung von fremden Menschen und Städten an dem gleichen oder ungleichen Namen erfahren, ob von denselben oder anderen die Rede ist. Weiter leisten sie aber auch nichts. Ueber die wirkliche Natur, der durch sie bezeichneten äusseren Verhältnisse erfahren wir durch sie ebenso wenig wie aus den Namen über die unbekannten Menschen und Städte, und der Physiker, welcher dieselben Verhältnisse der Wirklichkeit auf anderem mittelbaren Wege näher kennen lehrt, vertritt die Rolle desjenigen, der uns durch Beschreibungen das Aussehen und die Art jener Menschen und Städte kennen zu lehren sucht. Der wesentlichste Unterschied zwischen der Symbolik der menschlichen Sprache und dieser Symbolik unserer Sinnesnerven scheint mir der zu sein, dass jene ein Erzeugniss der Willkür, letztere uns von der Natur selbst, welche unseren Körper in der bestimmten Weise aufgebaut hat, mitgegeben ist. Die Sprache unserer Sinnesnerven kennt keine Sprachstämme und Dialekte, sie ist für die ganze Menschheit dieselbe, und deshalb dürfen wir, mit wenigen Ausnahmen krankhafter Abweichung, auch bei jedem Menschen das Verständniss für unsere Empfindungen voraussetzen. Man denke aber weiter, wie sich unsere Vorstellung von der Sinnenwelt ohne die Symbolik unserer Sinne verhalten würde, wenn wir fähig wären, das direct wahrzunehmen, dem sich der Physiker durch lange Verkettung von Schlüssen nähert, überall nichts, als immer wieder dasselbe einförmige Wirken anziehender und abstossender Molecularkräfte, keine Mannigfaltigkeit als der dürre Wechsel der Zahlenverhältnisse, kein Licht, keine Farbe, kein Ton, keine Wärme. Dank sei unseren Sinnen, sie zaubern uns aus den einen Schwingungsverhältnissen Licht und Farben, oder Wärme hervor, aus den anderen Töne; chemische Anziehungskräfte werden wiedergegeben als Geschmack und Geruch, kurz, die ganze entzückende Pracht und belebende Frische der Sinnenwelt verdanken wir erst den Symbolen, durch welche sie uns die Nachrichten davon überbringen. Noch einen anderen Gesichtspunkt kann ich hier andeuten. Wo es sich um Zahlenunterschiede von Grössenverhältnissen handelt, muss eine Messung ausgeführt werden, welche mehr oder weniger zeitraubend ist. Der Physiker, welcher einen Ton durch seine Schwingungszahl, einen Lichtstrahl durch seine Wellenlänge definiren will, braucht dazu mühsame Untersuchungsmethoden; dafür giebt uns unser Ohr einen Ton, unser Auge eine Farbe. Im Augenblick wissen wir, was wir zu wissen brauchen, und mögen der Natur dankbar sein, dass sie uns nicht mit mehrerem behelligt. Man denke an die Monate, vielleicht Jahre der Arbeit, welche es einem Physiker kosten würde, alle Farbentöne einer einmal gesehenen Landschaft zu definiren, welche unser Auge mit einem Blicke auffasst und ebenso schnell bereit ist, mit einem neuen Bilde zu vertauschen.

LXXVII.

Ueber die thatsächlichen Grundlagen der Geometrie.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. IV. S. 197—202. 22. Mai 1866. — Zusatz ebenda. Bd. V. S. 31—32. 30. April 1869.

197 Die Untersuchungen über die Art, wie Localisation im Gesichtsfelde zu Stande kommt, haben den Vortragenden veranlasst, auch über die Ursprünge der allgemeinen Raumanschauung überhaupt nachzudenken. Es giebt hier zunächst eine Frage, deren Beantwortung jedenfalls in das Gebiet der exacten Wissenschaften gehört, nämlich die, welche Sätze der Geometrie Wahrheiten von thatsächlicher Bedeutung aussprechen, welche dagegen nur Definitionen oder Folgen von Definitionen und der besonderen gewählten Ausdrucksweise sind. Diese Untersuchung ist ganz unabhängig von der weiteren Frage, woher unsere Kenntniss der Sätze von thatsächlicher Bedeutung herstammt. Die erstgenannte Frage ist deshalb nicht so leicht, wie es wohl häufig geschieht, zu entscheiden, weil die Raumgebilde der Geometrie Ideale sind, denen sich die körperlichen Gebilde der wirklichen Welt immer nur nähern können, ohne jemals der Forderung des Begriffes vollständig zu genügen, und weil wir über die Unveränderlichkeit der Form, die Richtigkeit der Ebenen und geraden Linien, die wir an einem festen Körper finden, gerade mittels derselben geometrischen Sätze die Prüfung anstellen müssen, welche wir an dem betreffenden Beispiele etwa thatsächlich zu beweisen unternehmen wollten.

Andererseits kann man sich durch leichte Ueberlegungen überzeugen, dass, wie auch der weitere Verlauf dieses Vortrages zeigen wird, die Reihe der gewöhnlich in der elementaren Geometrie hingestellten geometrischen Axiome ungenügend ist; dass in der That stillschweigend noch eine Reihe von einigen weiteren Thatsachen vorausgesetzt wird. Man hat zwar in neueren Lehrbüchern die Axiome des Euklides noch zu ergänzen versucht, es fehlte aber ein Princip, mittels dessen man erkennen konnte, ob die Ergänzung vollständig sei. Da wir nämlich nur solche Raumverhältnisse uns anschaulich vorstellen können, welche im wirklichen Raume möglicher Weise darstellbar sind, so verführt uns diese Anschaulichkeit leicht dazu, etwas als selbstverständlich vorauszusetzen, was in Wahrheit eine besondere und nicht selbstverständliche Eigenthümlichkeit der uns vorliegenden Aussenwelt ist.

Dieser Schwierigkeit überhebt uns die analytische Geometrie, welche mit reinen Grössenbegriffen rechnet, und zu ihren Beweisen keine Anschauung braucht. Es konnte also zur Entscheidung der erwähnten Frage der Weg betreten werden, nachzusuchen, welche analytischen Eigenschaften des Raumes und der Raumgrössen für die analytische Geometrie vorausgesetzt werden müssten, um deren Sätze vollständig von Anfang her zu begründen.

Der Vortragende hatte eine solche Untersuchung begonnen 198
und auch der Hauptsache nach schon fertig gemacht, als die Habilitationsvorlesung von Riemann „über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen“ veröffentlicht wurde, in welcher die gleiche Untersuchung mit unwesentlich abweichender Fragestellung durchgeführt ist. Bei dieser Gelegenheit erfuhren wir, dass auch Gauss sich mit demselben Thema beschäftigt hat, und dass seine berühmte Abhandlung über die Krümmung der Flächen der einzige veröffentlichte Theil dieser Untersuchung ist.

Riemann beginnt damit, dass er auseinandersetzt, wie die allgemeinen Eigenthümlichkeiten des Raumes, seine Continuirlichkeit, die Vielfältigkeit seiner Dimensionen analytisch dadurch ausgedrückt werden können, dass jedes besondere Einzelne in der Mannigfaltigkeit, die er darbietet, das heisst

also jeder Punkt, bestimmt werden könne durch Abmessung von n continuirlich und unabhängig von einander veränderlichen Grössen (Coordinaten). Wenn n dergleichen nöthig sind, so ist der Raum eine, wie er es nennt, $n$fach ausgedehnte Mannigfaltigkeit, und wir schreiben ihm n Dimensionen zu.

Eine ähnliche, dreifach ausgedehnte Mannigfaltigkeit ist auch das System der Farben.

Nun ist im Raume jedes Linienelement, wie es auch gerichtet sein mag, der Grösse nach vergleichbar mit jedem andern. Sind u, v, w Abmessungen irgend welcher Art, welche die Lage eines Punktes bestimmen, und $u + du$, $v + dv$, $w + dw$ die eines benachbarten, so ist das Maass des Linienelementes ds in unserem wirklichen Raume jedenfalls die Quadratwurzel aus einer homogenen Function zweiten Grades der Grössen du, dv, dw, welches auch die Natur der Abmessungen u, v, w sein mag. Wir können diesen Satz als die allgemeinste Form des Pythagoräischen Lehrsatzes bezeichnen. Er bildet gleichsam den Angelpunkt der ganzen Untersuchung; er hat einen hohen Grad von Allgemeinheit, da er von der Festsetzung irgend eines besonderen Messungssystems ganz unabhängig ist.

Diesen Ausdruck für das Linienelement nimmt Riemann als Hypothese an, indem er nachweist, dass er die einfachste algebraische Form sei, die den Bedingungen der Aufgabe entspricht. Aber er erkennt dies ausdrücklich als Hypothese an und erwähnt die Möglichkeit, dass ds vielleicht auch als vierte Wurzel einer homogenen Function vierten Grades von du, dv und dw angesehen werden könne.

Der fernere Gang von Riemann's Untersuchung wird am anschaulichsten, wenn wir uns auf zwei Dimensionen beschränken. Dann folgt schon aus der Untersuchung von Gauss über die Krümmung der Flächen, dass die allgemeinste Form eines Raumes von zwei Dimensionen, in welchem für das Linienelement die erwähnte allgemeinste Form des Pythagoräischen Satzes gilt, eine beliebige krumme Fläche unseres
199 factischen Raumes sei, in welcher die Raumbestimmungen nach den gewöhnlichen Regeln der analytischen Geometrie gemacht werden.

Sollen Figuren von endlicher Grösse nach allen Theilen einer solchen Fläche ohne Veränderung ihrer in der Fläche selbst zu machenden Abmessungen beweglich sein und um jeden beliebigen Punkt gedreht werden können, so muss die Fläche in allen ihren Theilen constantes Krümmungsmaass haben, das heisst eine Kugelfläche sein, oder durch Biegung ohne Dehnung aus einer solchen entstanden sein.

Soll die Ausdehnung einer solchen Fläche unendlich sein, so muss sie eine Ebene sein, oder aus einer solchen durch Biegung ohne Dehnung erzeugt werden.

Diese Sätze erweitert nun Riemann auf beliebig viele Dimensionen, zeigt, wie in diesem Falle das Krümmungsmaass zu bestimmen sei. Die allgemeinste Form eines Raumes von drei Dimensionen ist, wie aus dieser Untersuchung folgt, ein durch drei beliebige Gleichungen beschränktes Raumgebild im Raume von sechs Dimensionen.

Nachdem er die allgemeine Aufgabe gelöst, beschränkt er schliesslich die Lösung durch die hinzugefügte Forderung, dass endliche Raumgebilde ohne Formveränderung überall hin beweglich und in jeder Richtung drehbar seien. Dann muss das Krümmungsmaass eines solchen imaginären Raumes constant sein, und soll derselbe unendlich ausgedehnt sein, so muss jenes Maass gleich Null sein. Im letzteren Falle hat ein solcher Raum dieselben Attribute wie unser wirklicher Raum, und kann den imaginären Räumen höherer Dimensionen gegenüber als eben bezeichnet werden.

Meine eigene Untersuchung mit ihren Resultaten ist grösstentheils implicite in der von Riemann schon enthalten. Nur in einer Beziehung fügt sie Neues hinzu, betreffs der Begründung nämlich des verallgemeinerten Pythagoräischen Satzes, wie Riemann ihn als Ausgangspunkt seiner Untersuchung gebraucht. Die Forderung nämlich, welche Riemann erst am Schlusse seiner Untersuchung einführt, dass Raumgebilde ohne Formveränderung denjenigen Grad von Beweglichkeit haben sollen, den die Geometrie voraussetzt, hatte ich von Anfang an eingeführt, und diese Forderung beschränkt dann die Möglichkeit der Hypothesen, die man für den Ausdruck des Linien-

elementes machen kann, so weit, dass nur die von Riemann acceptirte Form mit Ausschluss aller übrigen übrig bleibt.

Mein Ausgangspunkt war der, dass alle ursprüngliche Raummessung auf Constatirung von Congruenz beruht, und dass also das System der Raummessung diejenigen Bedingungen voraussetzen muss, unter denen allein von Constatirung der Congruenz die Rede sein kann.

Die Voraussetzungen meiner Untersuchung sind:

1) Die Continuität und Dimensionen betreffend.
200 Im Raume von n Dimensionen ist der Ort jedes Punktes bestimmbar durch Abmessung von n continuirlich veränderlichen, von einander unabhängigen Grössen, sodass (mit eventueller Ausnahme gewisser Punkte, Linien, Flächen, oder allgemein, gewisser Gebilde von weniger als n Dimensionen) bei jeder Bewegung des Punktes sich diese als Coordinaten dienenden Grössen continuirlich verändern und mindestens eine von ihnen nicht unverändert bleibt.

2) Die Existenz beweglicher und in sich fester Körper betreffend. Zwischen den $2n$ Coordinaten eines jeden Punktpaares eines in sich festen Körpers, der bewegt wird, besteht eine Gleichung, welche für alle congruenten Punktpaare die gleiche ist.

Obgleich hier gar nichts weiter über die Art dieser Gleichung gesagt ist, ist sie doch in enge Grenzen eingeschlossen, weil nämlich für m Punkte $m(m-1)/2$ Gleichungen bestehen, in denen mn unbekannte Grössen enthalten sind, von denen wiederum noch $n(n-1)/2$ willkürlich veränderlich bleiben müssen, wegen des nächsten Postulats. Ist m also grösser als $(n+1)$, so bestehen mehr Gleichungen als Unbekannte, und da alle diese Gleichungen in analoger Art gebildet sein müssen, so ist dies eine Bedingung, die nur durch besondere Arten von Gleichungen erfüllt werden kann.

3) Die freie Beweglichkeit betreffend. Jeder Punkt kann auf continuirlichem Wege zu jedem anderen übergehen. Für die verschiedenen Punkte eines und desselben in sich festen Systems bestehen nur die Einschränkungen der Bewegungen, welche durch die zwischen den Coordinaten von je zwei Punkten bestehenden Gleichungen bedingt sind.

Aus 2 und 3 folgt, dass, wenn ein festes Punktsystem A in einer gewissen Lage mit einem zweiten B zur Congruenz gebracht werden kann, dasselbe auch in jeder anderen Lage von A geschehen kann. — Denn auf demselben Wege, wie A in die zweite Lage geführt ist, kann auch B dahin geführt werden.

4) Die Unabhängigkeit der Form fester Körper von der Drehung betreffend. Wenn ein Körper sich so bewegt, dass $n-1$ seiner Punkte unbewegt bleiben, und diese so gewählt sind, dass jeder andere Punkt des Körpers nur noch eine Linie durchlaufen kann, so führt fortgesetzte Drehung ohne Umkehr in die Anfangslage zurück.

Dieser letzte Satz, der, wie die Untersuchung zeigt, von den vorausgehenden nicht implicirt ist, entspricht der Eigenschaft, die wir bei Functionen complexer Grössen die Monodromie nennen.

Sobald diese vier Bedingungen erfüllt werden sollen, folgt auf rein analytischem Wege, dass eine homogene Function zweiten Grades der Grössen du, dv, dw existirt, welche bei der Drehung unverändert bleibt, und also ein von der Richtung 201
unabhängiges Maass des Linienelementes giebt.[1])

Damit ist Riemann's Ausgangspunkt gewonnen, und es folgt auf dem von ihm betretenen Wege weiter, dass, wenn die Zahl der Dimensionen auf drei festgestellt, und die unendliche Ausdehnung des Raumes gefordert wird, keine andere Geometrie möglich ist, als die von Euklides gelehrte.

Das erste Postulat, welches auch Riemann aufgestellt hat, ist nichts als die analytische Definition der Begriffe der Continuirlichkeit des Raumes und seiner mehrfachen Ausdehnung.

Die Postulate 2 bis 4 müssen offenbar als erfüllt vorausgesetzt werden, wenn überhaupt von Congruenz die Rede sein soll. Also sind diese Annahmen die Bedingungen für die Möglichkeit der Congruenz, und liegen, wenn auch meist nicht

1) Der mathematische Beweis wird zunächst in den Sitzungsberichten der Göttinger Königl. Gesellschaft ausführlich gegeben werden.

deutlich ausgesprochen, den elementaren Beweisen der Geometrie, die alle Raummessung auf Congruenz gründet, zu Grunde.

Das System dieser Postulate macht also keine Voraussetzungen, die die gewöhnliche Form der Geometrie nicht auch machte; es ist vollständig und genügend auch ohne die speciellen Axiome über die Existenz gerader Linien und Ebenen, und ohne das Axiom über die Parallellinien. In theoretischer Beziehung hat es den Vorzug, dass seine Vollständigkeit sich leichter controliren lässt.

Hervorzuheben ist, dass hierbei deutlicher heraustritt, wie ein bestimmter Charakter der Festigkeit und ein besonderer Grad von Beweglichkeit der Naturkörper vorausgesetzt wird, damit ein solches Messungssystem wie das in der Geometrie gegebene überhaupt eine thatsächliche Bedeutung haben könne. Die Unabhängigkeit der Congruenz fester Punktsysteme von Ort, Lage und relativer Drehung derselben ist die Thatsache, auf welche die Geometrie gegründet ist.

Das tritt noch deutlicher hervor, wenn wir den Raum vergleichen mit anderen mehrfach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten, zum Beispiel dem Farbensystem. So lange wir in diesem keine andere Methode der Messung haben als die durch das Mischungsgesetz gegebene, so besteht nicht wie im Raume zwischen je zwei Punkten eine Grössenbeziehung, die mit der zwischen zwei anderen verglichen werden kann, sondern erst zwischen Gruppen von je drei Punkten, die noch dazu in gerader Linie liegen müssen (d. h. zwischen Gruppen von je drei Farben, von denen eine aus den beiden anderen mischbar ist).

Eine andere Abweichung finden wir im Sehfelde je eines Auges, wo keine Drehungen möglich sind, so lange wir auf die natürlichen Augenbewegungen beschränkt bleiben. Welche eigenthümlichen Aenderungen daraus für die Abmessungen
202 durch das Augenmaass sich ergeben, habe ich in meinem Handbuche der physiologischen Optik und in einem früher hier gehaltenen Vortrage (5. Mai 1865) auseinandergesetzt.

Wie jede physikalische Messung muss auch die des Raumes sich auf ein unveränderliches Gesetz der Gleichförmigkeit in den Naturerscheinungen stützen.

(Zusatz) 1868. In jenem Aufsatze ist ein Auszug von 31
meinen eigenen Untersuchungen gegeben, welche den Beweis lieferten, dass wenn wir den Grad von Festigkeit und von Beweglichkeit der Naturkörper, der unserem Raume zukommt, in einem Raume von übrigens unbekannten Eigenschaften zu finden verlangen, das Quadrat des Linienelementes ds eine homogene Function zweiten Grades der unendlich kleinen Incremente der willkürlich gewählten Coordinaten u, v, w sein müsse. Dieser Satz ist dort als die allgemeinste Form des Pythagoräischen Lehrsatzes bezeichnet. Durch den Beweis dieses Satzes ist die Voraussetzung der Riemann'schen Untersuchungen über den Raum gewonnen. An diesem Theile meiner Arbeit habe ich nichts zu ändern gefunden.

Aber ich habe ausserdem dort eine kurze Uebersicht der weiteren Consequenzen der Riemann'schen Untersuchungen gegeben, mich dabei stützend auf einen noch nicht veröffentlichten und nicht vollständig durchgearbeiteten Theil meiner Untersuchungen, in welchen sich ein Fehler eingeschlichen hat, 32
indem ich damals nicht erkannte, dass eine gewisse Constante, die ich reell nehmen zu müssen glaubte, auch einen Sinn gebe, wenn sie imaginär genommen werde. Die dort aufgestellte Behauptung, dass der Raum, wenn er unendlich ausgedehnt sein solle, nothwendig eben (im Sinne Riemann's) sein müsse, ist falsch.

Es geht dies namentlich hervor aus den höchst interessanten und wichtigen Untersuchungen von Hrn. Beltrami Saggio di interpretazione della Geometria Non-Euclidea, Napoli 1868, und Teoria fondamentale degli spazii di Curvatura costante, Annali di Matematica, Ser. II. Tomo II. Fasc. III. pag. 232–255; in welchen er die Theorie der Flächen und Räume von constantem negativem Krümmungsmaass untersucht und ihre Uebereinstimmung mit der schon früher aufgestellten imaginären Geometrie von Lobatschewsky nachgewiesen hat. In dieser ist der Raum unendlich ausgedehnt nach allen Richtungen; Figuren, die einer gegebenen congruent sind, können in allen Theilen desselben construirt werden; zwischen je zwei Punkten ist nur eine kürzeste Linie möglich, aber der Satz von den Parallellinien trifft nicht zu.

LXXVIII.

Ueber die Thatsachen, die der Geometrie zum Grunde liegen.

Aus den Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. 1868. 3. Juni No. 9.

193 Meine Untersuchungen über die räumlichen Anschauungen im Gesichtsfelde haben mich veranlasst, auch über die Frage nach dem Ursprunge und dem Wesen unserer allgemeinen Anschauungen vom Raume Untersuchungen anzustellen. Die Frage, welche sich mir dabei aufdrängte, und die auch offenbar in das Bereich der exacten Wissenschaften gehört, war zunächst nur die: Wieviel von den Sätzen der Geometrie hat objectiv gültigen Sinn? wieviel ist im Gegentheil nur Definition oder Folge aus Definitionen, oder von der Form der Darstellung abhängig? Diese Frage ist meines Erachtens nicht so ganz einfach zu beantworten, da wir es in der Geometrie stets mit idealen Gebilden zu thun haben, deren körperliche Darstellung in der Wirklichkeit immer nur eine Annäherung an die For-
194 derungen des Begriffes ist, und wir darüber, ob ein Körper fest, ob seine Flächen eben, seine Kanten gerade sind, erst mittels derselben Sätze entscheiden, deren thatsächliche Richtigkeit durch die Prüfung zu erweisen wäre. Bei dieser Untersuchung hatte ich im Wesentlichen denselben Weg eingeschlagen, dem Riemann in seiner kürzlich veröffentlichten Habilitationsschrift[1]) gefolgt ist. Die analytische Behand-

1) Abhandlungen der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Bd. XV.

lung der Frage, wodurch sich der Raum unterscheide von anderen abmessbaren, mehrfach ausgedehnten und continuirlichen Grössen, empfiehlt sich in diesem Falle gerade durch den Umstand, dass sie der Anschaulichkeit ermangelt, und deshalb den auf diesem Gebiete so schwer zu vermeidenden Täuschungen durch die besondere Begrenztheit unserer Anschauungen nicht ausgesetzt ist. Daneben hat sie den Vortheil, die Möglichkeit folgerichtiger Durchführung eines abweichenden Systems von Axiomen leicht vollständig überblicken zu lassen.

Mein nächster Zweck war also, wie Riemann's, zu untersuchen, welche Eigenthümlichkeiten des Raumes einer jeden von mehreren Veränderlichen abhängigen, continuirlich in einander übergehenden Mannigfaltigkeit, deren Differenzen alle mit einander quantitativ vergleichbar sind, zukommen, welche dagegen nicht durch diesen allgemeinen Charakter bedingt, dem Raume eigenthümlich seien.

Es lagen mir gerade in der physiologischen Optik zwei Beispiele von anderen, räumlich darstellbaren und in mehrfachem Sinne veränderlichen Mannigfaltigkeiten vor, nämlich das System der Farben, welches auch Riemann citirt, und die Ausmessung des Gesichtfeldes durch das Augenmaass. 195
Beide zeigen gewisse fundamentale Unterschiede von dem Messungssysteme der Geometrie und regten zu einer Vergleichung an.

Uebrigens muss ich bekennen, dass, wenn auch durch die Veröffentlichung von Riemann's Untersuchungen die Priorität in Bezug auf eine Reihe meiner eigenen Arbeitsresultate vorweg genommen ist, es für mich bei einem so ungewöhnlichen und durch frühere Versuche eher discreditirten Gegenstande von nicht geringem Gewichte war, zu sehen, dass ein so ausgezeichneter Mathematiker dieselben Fragen seines Interesses gewürdigt hatte, und dass es mir eine gewichtige Bürgschaft für die Richtigkeit des eingeschlagenen Weges war, ihn als Gefährten darauf anzutreffen.

Unsere beiderseitigen Arbeiten decken sich aber nicht ganz vollständig, und ich will mir deshalb hier erlauben, denjenigen Theil meiner Untersuchungen, der in denen von Rie-

mann nicht mitenthalten ist, der Königlichen Gesellschaft vorzulegen.

Nachdem Riemann ausgeführt hat, dass eine Mannigfaltigkeit als $n$fach ausgedehnt zu betrachten sei, wenn sich das bestimmte Einzelne (der Ort) in ihr durch die Bestimmung von n veränderlichen Grössen (Coordinaten) bestimmen lasse, und die weitere Forderung hinzugefügt, dass jede Linie unabhängig von Ort und Richtung mit jeder anderen der Länge nach verglichen werden könne, stellt sich ihm die Aufgabe, die Art der Abhängigkeit des Längenelementes einer Linie von den entsprechenden Differentialien der Coordinaten zu bestimmen. Er thut das mittels einer Hypothese, indem er das Längenelement der Linie gleich setzt der Quadratwurzel aus
196 einer homogenen Function zweiten Grades von den Differentialien der Coordinaten. Er begründet diese Hypothese als die einfachste, die den Bedingungen der Aufgabe entspreche, erkennt sie aber ausdrücklich als Hypothese an, und erwähnt insbesondere die Möglichkeit, dass auch eine vierte Wurzel aus einem homogenen Ausdruck vierten Grades, oder andere noch complicirtere Ausdrücke für das Linienelement gesetzt werden könnten.

Dann behandelt er weiter in allgemeinster Form die Folgerungen, welche aus jener Hypothese zu ziehen sind, und specialisirt erst zuletzt diese Allgemeinheit wieder, indem er nun die weitere Forderung aufstellt, dass begrenzte $n$fach ausgedehnte Gebilde von endlicher Grösse (feste Punktsysteme) überall hin ohne Dehnung beweglich seien. Dies führt ihn dann auf den Fall des wirklichen Raumes, der diese Forderung erfüllt. Dabei zeigt sich indessen, dass die Forderung der Unendlichkeit seiner Ausdehnungen, welche die gewöhnliche Geometrie aufstellt, durch die zu Grunde gelegten Postulate nicht mit eingeschlossen ist.

Meine eigene Untersuchung unterscheidet sich von der Riemann's dadurch, dass ich den Einfluss dieser zuletzt eingeführten Beschränkung, die den wirklichen Raum von anderen mehrfach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten unterscheidet, auf die Begründung des den Angelpunkt der ganzen Untersuchung bildenden Satzes, wonach das Quadrat des Linienelementes eine

homogene Function zweiten Grades von den Differentialien der Coordinaten ist, näher untersucht habe. Es lässt sich zeigen, dass, wenn man dann die Forderung einer unbedingt freien Beweglichkeit in sich fester Figuren ohne Formänderung in allen Theilen des Raumes von Anfang an festhält, Riemann's Ausgangshypothese als Folgerung aus viel weni- 197
ger beschränkten Annahmen hergeleitet werden kann.

Mein Ausgangspunkt war, dass alle ursprüngliche Raummessung auf Beobachtung der Congruenz beruht; die Geradlinigkeit der Lichtstrahlen ist offenbar eine physikalische Thatsache, die sich auf besondere Erfahrungen eines anderen Gebietes stützt, und für den Blinden, der doch auch vollständige Ueberzeugung von der Richtigkeit geometrischer Sätze gewinnen kann, gar kein Gewicht hat. Von Congruenz kann man aber überhaupt nicht reden, wenn nicht feste Körper oder Punktsysteme in unveränderlicher Form zu einander bewegt werden können, und wenn Congruenz zweier Raumgrössen nicht ein unabhängig von allen Bewegungen bestehendes Factum ist. Die Möglichkeit der Raummessung durch Constatirung von Congruenz habe ich also von Anfang an vorausgesetzt und mir die Aufgabe gestellt, die allgemeinste analytische Form einer mehrfach ausgedehnten Mannigfaltigkeit zu suchen, in der die dabei verlangte Art der Bewegungen möglich ist.

Bei diesem veränderten Wege fehlte meiner Arbeit die grosse Allgemeinheit, welche Riemann's Analyse vor der Einführung der oben erwähnten Beschränkung erreicht hat. Nach der Einführung derselben stimmen meine Resultate mit den seinigen vollkommen überein.

§ 1.

Die Hypothesen, die der Untersuchung zu Grunde liegen.

I. Der Raum von n Dimensionen ist eine $n$fach ausgedehnte Mannigfaltigkeit, das heisst, das bestimmte Einzelne in 198
ihm, der Punkt, ist bestimmbar durch Abmessung irgend

welcher, continuirlich und unabhängig von einander veränderlicher Grössen (Coordinaten), deren Anzahl n ist. Jede Bewegung eines Punktes ist daher begleitet von einer continuirlichen Aenderung mindestens einer der Coordinaten. Sollten Ausnahmen vorkommen, wo entweder die Aenderung discontinuirlich wird, oder trotz der Bewegung gar keine Aenderung sämmtlicher Coordinaten stattfindet, so sind diese Ausnahmen doch beschränkt auf gewisse durch eine oder mehrere Gleichungen begrenzte Orte (also Punkte, Linien, Flächen u. s. w.), die zunächst von der Untersuchung ausgeschlossen bleiben mögen.

Zu bemerken ist, dass unter Continuität der Aenderung bei der Bewegung nicht nur gemeint ist, dass alle zwischen den Endwerthen der sich ändernden Grössen liegenden Zwischenwerthe durchlaufen werden, sondern auch, dass Differentialquotienten existiren, das heisst, dass die Verhältnisse der zusammengehörigen Aenderungen der Coordinaten sich bei zunehmender Verringerung der Grösse dieser Aenderungen einem festen Verhältnisse nähern.

Diese Hypothese liegt auch Riemann's Arbeit zu Grunde, auf welche ich betreffs der näheren Erläuterung und Begründung verweisen darf.

II. Es wird die Existenz von beweglichen, aber in sich festen Körpern, beziehlich Punktsystemen, vorausgesetzt, wie sie nöthig ist, um Vergleichung der Raumgrössen durch Congruenz vornehmen zu können. Da wir hier noch keine speciellen Messungsmethoden der Raumgrössen voraussetzen dürfen, so kann die Definition eines festen Körpers an dieser
199 Stelle nur folgende sein: Zwischen den $2n$ Coordinaten eines jeden Punktpaares, welches einem in sich festen Körper angehört, besteht eine von der Bewegung des letzteren unabhängige Gleichung, welche für alle congruenten Punktpaare die gleiche ist.

Congruent sind solche Punktpaare, welche gleichzeitig oder nach einander mit demselben Punktpaare des Raumes zusammenfallen können.

Trotz ihrer anscheinend so unbestimmten Fassung ist diese Definition eines festen Körpers äusserst folgenreich, weil nach ihr zwischen m Punkten $m(m-1)/2$ Gleichungen bestehen

müssen, während die Anzahl der darin enthaltenen Unbekannten, der Coordinaten, mn ist, und von diesen noch wieder eine Anzahl, nämlich $n(n+1)/2$ der veränderlichen Lage des festen Systems entsprechend verfügbar bleiben müssen. Also haben wir, wenn $m > n+1$ hierbei $^1/_2 (m-n) \times (m-n-1)$ Gleichungen mehr als Unbekannte. Daraus folgt, dass nicht jede beliebige Art von Gleichungen zwischen den Coordinaten je zweier fester Punkte bestehen kann, sondern dass diesen Gleichungen ganz besondere Eigenschaften zukommen. Daraus ergiebt sich also das bestimmte analytische Problem, die Art dieser Gleichungen näher zu bestimmen.

Ich bemerke, dass das oben aufgestellte Postulat, wonach im Raum für je zwei fest verbundene Punkte eine Gleichung besteht, den Raum vom System der Farben scheidet. In diesem besteht mittels des Mischungsgesetzes im Allgemeinen erst zwischen fünf Punkten eine Gleichung, oder in dem specielleren Falle, wo eine Farbe aus zwei anderen mischbar ist, 200
zwischen diesen dreien. Im Raume würde dem der Fall entsprechen, wenn alle festen Körper nach drei Hauptaxenrichtungen hin beliebig dehnbar wären. Die oben gegebene Definition der Festigkeit ist also die Definition des höchsten denkbaren Grades relativer Festigkeit.

III. Es wird vollkommen freie Beweglichkeit der festen Körper vorausgesetzt; das heisst, es wird vorausgesetzt, dass jeder Punkt derselben an den Ort jedes anderen continuirlich übergehen könne, so weit er nicht durch die Gleichungen, die zwischen ihm und den übrigen Punkten des festen Systems bestehen, zu dem er gehört, gebunden ist.

Der erste Punkt eines in sich festen Systems ist also absolut beweglich. Wenn er festgestellt ist, besteht für den zweiten Punkt eine Gleichung, und eine seiner Coordinaten wird Function der $(n-1)$ übrigen. Nachdem auch der zweite festgestellt ist, bestehen zwei Gleichungen für den dritten u. s. w. Im Ganzen sind also $n(n+1)/2$ Grössen zur Bestimmung der Lage eines in sich festen Systems erforderlich.

Aus dieser Annahme und der unter II aufgestellten folgt, dass zwei in sich feste Punktsysteme A und B, die in einer ersten Lage von A zur Congruenz entsprechen-

der Punkte gebracht werden konnten, auch in jeder anderen Lage von A zur Congruenz aller derselben Punkte, die vorher congruirten, müssen gebracht werden können. Das heisst mit anderen Worten, die Congruenz zweier Raumgebilde ist nicht von ihrer Lage abhängig,
201 oder alle Theile des Raumes sind, wenn von ihrer Begrenzung abgesehen wird, unter einander congruent, wie alle Stücke derselben Kugelfläche, von ihrer Begrenzung abgesehen, der Flächenwölbung nach einander congruent sind.

Das Gesichtsfeld zeigt eine beschränktere Beweglichkeit der Netzhautbilder auf der Netzhaut. Welche eigenthümliche Folgen daraus für die Abmessungen der Distanzen mittels des Augenmaasses herfliessen, habe ich in meiner physiologischen Optik auseinander gesetzt.

IV. Endlich müssen wir dem Raume noch eine Eigenschaft beilegen, die der Monodromie der Functionen einer complexen Grösse analog ist, und die sich darin ausspricht, dass zwei congruente Körper auch noch congruent sind, nachdem der eine eine Umdrehung um irgend eine Rotationsaxe erlitten hat. Drehung ist analytisch dadurch charakterisirt, dass eine gewisse Anzahl von Punkten des bewegten Körpers während der Bewegung unveränderte Coordinaten behalten, Umkehr der Bewegung dadurch, dass früher durchlaufene continuirlich in einander übergehende Werthcomplexe der Coordinaten rückwärts durchlaufen werden. Wir können die betreffende Thatsache so aussprechen: Wenn ein fester Körper sich um $n-1$ seiner Punkte dreht, und diese so gewählt sind, dass seine Stellung nur noch von einer unabhängig Veränderlichen abhängt, so führt die Drehung ohne Umkehr schliesslich in die Anfangslage zurück, von der sie ausgegangen ist.

Wir werden sehen, dass diese letztere Eigenschaft des Raumes nicht nothwendig vorhanden zu sein braucht, wenn auch unsere drei ersten Bedingungen erfüllt sind. Sie musste
202 deshalb, so selbstverständlich sie erscheinen mag, als besondere Eigenschaft aufgeführt werden.

Die gewöhnliche Geometrie setzt diese letzte Eigenschaft stillschweigend voraus, wenn sie den Kreis als geschlossene

Linie behandelt, sie setzt die Postulate II und III bei den Congruenzsätzen voraus, da die Existenz in sich fester und übrigens frei beweglicher Körper von den dort angegebenen Eigenschaften die Vorbedingung jeder Congruenz ist. Sie setzt die Continuität und die Dimensionen des Raumes ebenfalls voraus. Es sind diese Sätze hier nur in analytische Form gebracht, da sich ihr Sinn ohne die Anwendung einer solchen Form gar nicht bestimmt aussprechen lässt.

§ 2.

Die Folgerungen aus den vorausgeschickten Sätzen werde ich ziehen unter der Voraussetzung von drei Dimensionen.

Ich bemerke ferner, dass, da es sich im Folgenden nur um die Begründung von Riemann's die Differentialien der Coordinaten betreffenden Satz handelt, ich die Annahmen II, III und IV nur für Punkte mit unendlich kleinen Coordinatenunterschieden anwenden werde, sodass also nur für die unendlich kleinen Raumelemente die von der Begrenzung unabhängige Congruenz vorausgesetzt wird.

Es seien u, v, w die Coordinaten eines Punktes, der einem festen Körper angehört, in der ersten Lage dieses Körpers.

Es seien r, s, t die Coordinaten desselben Punktes in einer zweiten Lage des festen Körpers. Dieselben werden Functionen von u, v, w und sechs Constanten (Stellungsconstanten) sein müssen, welche die neue Lage des festen Körpers bestimmen. Es werden, der Annahme I entsprechend, r, s 203
und t sich mit u, v, w continuirlich ändern müssen, mit eventueller Ausnahme solcher Stellen, wo Bewegung des Punktes discontinuirliche Aenderungen der Coordinaten hervorbringt. Wo dies nicht der Fall ist, werden wir also haben:

$$\left.\begin{aligned} du &= \frac{du}{dr}dr + \frac{du}{ds}ds + \frac{du}{dt}dt \\ dv &= \frac{dv}{dr}dr + \frac{dv}{ds}ds + \frac{dv}{dt}dt \\ dw &= \frac{dw}{dr}dr + \frac{dw}{ds}ds + \frac{dw}{dt}dt \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

worin die Differentialquotienten Functionen der u, v, w oder der von ihnen abhängigen r, s, t sind, und ausserdem Functionen der sechs Stellungsconstanten.

Die Functionaldeterminante der u, v, w wird hierbei nicht verschwinden können, mit Ausnahme etwa solcher Orte, wo entweder die u, v, w oder die r, s, t nicht ausreichen zur Bestimmung der vollständigen Lage eines Punktes.

Lassen wir andererseits den festen Körper übergehen aus der ersten Lage, wo die Coordinaten seiner Punkte u, v, w waren, in eine dritte, wo sie ϱ, σ, τ sind. Wir werden wiederum haben:

$$\left.\begin{aligned} du &= \frac{du}{d\varrho}d\varrho + \frac{du}{d\sigma}d\sigma + \frac{du}{d\tau}d\tau \\ dv &= \frac{dv}{d\varrho}d\varrho + \frac{dv}{d\sigma}d\sigma + \frac{dv}{d\tau}d\tau \\ dw &= \frac{dw}{d\varrho}d\varrho + \frac{dw}{d\sigma}d\sigma + \frac{dw}{d\tau}d\tau \end{aligned}\right\} \qquad (1a)$$

204 und auch hier wird die Functionaldeterminante nicht Null sein können, beides unter Ausschliessung derselben Ausnahmen wie oben.

Nun werden wir von den sechs Constanten, welche die Stellung des festen Körpers in der zweiten Lage bestimmen, drei so wählen können, dass die Lage des Punktes u, v, w in der zweiten Stellung des Systems dieselbe ist, wie die desselben Punktes in der dritten Stellung (Annahme III), sodass also:

$$r = \varrho, \qquad s = \sigma, \qquad t = \tau$$

wird. Setzt man nun die Werthe von du, dv, dw aus der Gleichung (1) in die Gleichung (1a) so erhält man dr, ds und dt linear und homogen ausgedrückt durch $d\varrho$, $d\sigma$ und dt, oder letztere durch erstere. Da, wie bemerkt, die Determinanten der Gleichungen (1) und (1a) nicht Null werden können, soweit die Coordinaten ausreichend sind zur Bestimmung der Lage der betreffenden Punkte, so lässt sich unter dieser Voraussetzung auch immer ein solcher linearer Ausdruck herstellen, welchen wir schreiben können:

$$\left.\begin{aligned} dr &= A_0 d\varrho + B_0 d\sigma + C_0 d\tau \\ ds &= A_1 d\varrho + B_1 d\sigma + C_1 d\tau \\ dt &= A_2 d\varrho + B_2 d\sigma + C_2 d\tau \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Dass sich dergleichen lineare Ausdrücke, abgesehen von den erwähnten speciellen Ausnahmsfällen, müssen herstellen lassen, ergiebt sich daraus, dass der Punkt r, s, t, den wir hier betrachten, zu u, v, w keine durch die Natur der Aufgabe gesetzte besonders ausgezeichnete Beziehung hat, sondern ganz beliebig ist; ebenso der Punkt ϱ, σ, τ. Also müssen die 205
Gleichungen (1) und (1a) im allgemeinen Falle richtig sein, und aus denen folgt (2). Direct würde (2) nicht mit gleicher Sicherheit aufgestellt werden, da bei einer Bewegung, wobei der Punkt r, s, t liegen bleibt, dieser allerdings zu ϱ, σ, τ in einer bevorzugten Beziehung stehen würde, die es zweifelhaft machen könnte, ob nicht die ersten Differentialquotienten sämmtlich verschwänden.

Der Punkt, welcher in der ersten Lage die Coordinaten $u + du$, $v + dv$, $w + dw$ hat, hat in der zweiten Lage die Coordinaten $r + dr$, $s + ds$, $t + dt$ und in der dritten die Coordinaten $\varrho + d\varrho$, $\sigma + d\sigma$, $\tau + d\tau$, und die Grössen dr, ds, dt beziehen sich also auf denselben Punkt in einer anderen Lage des Systems, zu dem er gehört, wie $d\varrho$, $d\sigma$, $d\tau$. In den Gleichungen (2) ist das allgemeinste Gesetz zwischen diesen Grössen ausgesprochen, welches bestehen muss, wenn der Raum von drei Dimensionen durch drei continuirlich veränderliche Grössen messbar sein soll.

Im Folgenden werde ich die Bezeichnung einführen:

$$\left.\begin{aligned} dr &= \varepsilon x & d\varrho &= \varepsilon\xi \\ ds &= \varepsilon y & d\sigma &= \varepsilon v \\ dt &= \varepsilon z & d\tau &= \varepsilon\zeta \end{aligned}\right\} \qquad (2a)$$

worin ε eine verschwindend kleine Grösse bedeuten soll. Wir haben dann:

$$\left.\begin{aligned} x &= A_0\xi + B_0 v + C_0\zeta \\ y &= A_1\xi + B_1 v + C_1\zeta \\ z &= A_2\xi + B_2 v + C_2\zeta \end{aligned}\right\} \qquad (2b)$$

206 Die Coefficienten A, B, C hängen in diesen Gleichungen ab von den drei noch verfügbaren Stellungsconstanten, welche die Stellung des Systems in der letzten Lage bestimmen; wir wollen dieselben mit p', p'' und p''' bezeichnen. Wenn wir diese Constanten sich um die verschwindend kleinen Grössen dp', dp'', dp''' ändern lassen, so ändert sich die zweite Lage des Systems, und mit ihr die Werthe x, y, z, um dx, dy, dz. Bezeichnen wir mit η eine neue Variable, und setzen bei der vorausgesetzten kleinen Verschiebung:

$$\mathfrak{A}_n d\eta = \frac{dA_n}{dp'}dp' + \frac{dA_n}{dp''}dp'' + \frac{dA_n}{dp'''}dp''' \Big\} \quad (3)$$

und geben den Buchstaben $\mathfrak{B}_n$ und $\mathfrak{C}_n$ die entsprechende Bedeutung für die B und C, so wird:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{d\eta} &= \mathfrak{A}_0\xi + \mathfrak{B}_0 v + \mathfrak{C}_0\zeta \\ \frac{dy}{d\eta} &= \mathfrak{A}_1\xi + \mathfrak{B}_1 v + \mathfrak{C}_1\zeta \\ \frac{dz}{d\eta} &= \mathfrak{A}_2\xi + \mathfrak{B}_2 v + \mathfrak{C}_2\zeta \end{aligned}\right\} \quad (3a)$$

und wenn wir in diesen Gleichungen die ξ, v, ζ aus (1) und (1a) und (2a) linear durch x, y, z ausdrücken, was nach dem oben Gesagten immer gehen muss, so erhalten wir Ausdrücke von der Form:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{d\eta} &= a_0 x + b_0 y + c_0 z \\ \frac{dy}{d\eta} &= a_1 x + b_1 y + c_1 z \\ \frac{dz}{d\eta} &= a_2 x + b_2 y + c_2 z \end{aligned}\right\} \quad (3b)$$

207 Da jede der Grössen a, b, c drei der willkürlich veränderlichen Grössen dp', dp'', dp''' einschliesst, so kann es eine unendliche Anzahl solcher Transformationssysteme geben. Aber zwischen den Coefficienten von je vieren derselben wird immer durch Elimination von dp', dp'' und dp''' ein System linearer Gleichungen gewonnen werden können:

$$\begin{aligned} a_n &= f a_n' + g a_n'' + h a_n''' \\ b_p &= f b_p' + g b_p'' + h b_p''' \\ c_q &= f c_q' + g c_q'' + h c_q''' \end{aligned}$$

wo f, g, h Constanten sind, und n, p, q irgend welche der Indices 0, 1, 2 bedeuten.

Sind die Systeme a_0' etc., a_0'' etc., a_0''' etc. selbst von der Art, dass zwischen ihren Coefficienten kein solches System von Gleichungen besteht wie das eben aufgestellte, so wird sich also jedes andere System, welches einer möglichen Bewegung entspricht, linear durch die Coefficienten a', a'', a''' etc. ausdrücken lassen, und jede Summe von der Form der obigen Ausdrücke für a_n, b_p und c_q mit beliebigen Constanten f, g, h wird einer möglichen Bewegung entsprechen. Eine andere Bestimmung der verschiedenartigen Bewegungen dieser Art ist dadurch gegeben, dass laut Annahme III, nachdem ein Punkt des Systems r, s, t festgestellt ist, noch jeder andere Punkt als ruhend festgestellt werden kann, ohne dass weitere Bewegung dadurch unmöglich gemacht wird. Wir müssen also die Grössen dp', dp'' und dp''' so abändern können, dass für 208 beliebig gegebene Werthe von x_0, y_0, z_0 werden könne:

$$\begin{aligned} 0 &= a_0 x_0 + b_0 y_0 + c_0 z_0 \\ 0 &= a_1 x_0 + b_1 y_0 + c_1 z_0 \\ 0 &= a_2 x_0 + b_2 y_0 + c_2 z_0, \end{aligned}$$

was nur geschehen kann, wenn für alle unendlich kleinen Drehungen des Systems die Bedingung erfüllt ist, dass die Determinante der Coefficienten

$$\left.\begin{matrix} a_0, & b_0, & c_0 \\ a_1, & b_1, & c_1 \\ a_2, & b_2, & c_2 \end{matrix}\right\} = 0. \quad (4)$$

Der ersten unendlich kleinen Verschiebung, durch welche η in $\eta + \delta\eta$, x in $x + dx$, y in $y + dy$, z in $z + dz$ übergegangen ist, können wir eine zweite derselben Art und derselben Grösse folgen lassen. Nennen wir das System in seiner ersten Lage A_1, in der zweiten A_2, und denken wir beide gleichzeitig bestehend, so decken sich die Punkte $(x + dx, y + dy, z + dz)$ in A_1 mit den Punkten in A_2, welche ursprünglich die Lage (x, y, z) hatten. Lassen wir nun mit A_1 dieselbe Verschiebung vorgehen, durch welche es ursprünglich in A_2 verwandelt wurde, so wird auch A_2 in eine neue Lage A_3 kommen, und

wir werden η auf $\eta + 2\delta\eta$ gewachsen ansehen können, und die Coefficienten a, b, c von η unabhängig nehmen. Dabei werden nach dem Schlusssatz der Annahme III die Punkte, welche
209 vor der ersten Verschiebung die Coordinaten x, y, z hatten, jetzt diejenige Lage erhalten, welche bei der ersten Verschiebung die Punkte mit den Coordinaten $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$ erhalten haben. Dies können wir so oft wiederholen, als wir wollen.

Bei jeder solchen Verschiebung werden die Punkte mit den Coordinaten (x, y, z) gerade ebenso entsprechend den Gleichungen (3b) in $(x + dx, y + dy, z + dz)$ übergehen wie das erste Mal. Werden also dieselben Verschiebungen continuirlich fortgesetzt, so bleiben die Coefficienten a, b, c der Gleichungen $3b$ constant, während η der Zeit proportional wächst, und x, y, z, wenn man sie auf einen bestimmten Punkt des bewegten Systems bezieht, werden sich so verändern, wie es die Gleichungen (3b) vorschreiben, wenn man darin $dx/d\eta$, $dy/d\eta$, $dz/d\eta$ als Differentialquotienten betrachtet.

Um die Integration der Gleichungen (3b) auszuführen, suchen wir vier neue Constanten mittels folgender Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} lh &= la_0 + ma_1 + na_2 \\ mh &= lb_0 + mb_1 + nb_2 \\ nh &= lc_0 + mc_1 + nc_2 \end{aligned}\right\} \qquad (4a)$$

Durch Elimination von l, m, n geben diese die Determinante:

$$\left.\begin{vmatrix} a_0 - h, & a_1 & , & a_2 \\ b_0 & , & b_1 - h, & b_2 \\ c_0 & , & c_1 & , & c_2 - h \end{vmatrix}\right\} = 0. \qquad (4b)$$

210 Es ist dies eine Gleichung dritten Grades nach h, welche also drei Wurzeln giebt. Jede dieser, in die Gleichungen (4a) gesetzt, giebt ein System von Werthen für l, m, n, wobei je eine dieser Constanten willkürlich bleibt.

Sind die Gleichungen (4a) erfüllt, so folgt aus (3b):

$$\frac{d}{d\eta}\left\{lx + my + nz\right\} = h\left\{lx + my + nz\right\} \qquad (4c)$$

oder wenn wir die Integrationsconstante mit A bezeichnen:

$$lx + my + nz = Ae^{h\eta}\Big\} \qquad (5)$$

und zwar gelten die Gleichungen (4c) und (5) für jedes der drei Systeme von Werthen, welches die Gleichungen (4a) und (4b) liefern.

Wegen der Gleichung (4) muss einer der Werthe von h gleich Null sein. Für diesen ist:

$$l_0x + m_0y + n_0z = \text{Const.}\Big\}. \qquad (5a)$$

Die beiden anderen h_1 und h_2 könnten reelle oder complexe conjugirte Grössen sein. Im ersteren Falle sind auch die zugehörigen l, m, n reell, im zweiten complex.

Sind die beiden Wurzeln h_1 und h_2 reell, so folgt aus den Gleichungen von der Form (5), dass die zugehörigen Grössen $(l_1x + m_1y + n_1z)$ sowie $(l_2x + m_2y + n_2z)$ sich vom Werthe 0 bis $\pm\infty$ continuirlich verändern können, aber ohne Umkehr oder Sprung können sie nicht, wie Postulat IV fordert, zu einem früheren Werthe zurück kehren; daher können das auch die Grössen x, y, z selbst nicht thun. Dasselbe gilt auch
211 für den Fall, wo h_1 und h_2 gleich gross sind. Man erhält dann eine lineare Function der x, y, z, welche gleich $e^{h\eta}$, eine andere, welche gleich $\eta e^{h\eta}$ ist. Ebenso gilt dasselbe auch, wenn h_1 und h_2 gleichzeitig verschwindend klein werden, also dem Werthe $h_0 = 0$ sehr nahe kommen. Man kann dann drei lineare Functionen zusammensetzen, von denen eine constant, eine gleich η, eine gleich η^2 ist.

Haben h_1 und h_2 dagegen complexe Werthe, so ist dasselbe auch der Fall mit den zugehörigen l, m, n. Setzen wir alsdann:

$$\begin{aligned} h_1 &= \vartheta + \omega i & h_2 &= \vartheta - \omega i \\ l_1 &= \lambda_0 + \lambda_1 i & l_2 &= \lambda_0 - \lambda_1 i \\ m_1 &= \mu_0 + \mu_1 i & m_2 &= \mu_0 - \mu_1 i \\ n_1 &= \nu_0 + \nu_1 i & n_2 &= \nu_0 - \nu_1 i, \end{aligned}$$

so wird

$$\begin{aligned} \lambda_0x + \mu_0y + \nu_0z &= Ae^{\vartheta\eta}\cos(\omega\eta + c) \\ \lambda_1x + \mu_1y + \nu_1z &= Ae^{\vartheta\eta}\sin(\omega\eta + c). \end{aligned}$$

In diesem Falle ist:

$$(\lambda_0 x + \mu_0 y + \nu_0 z)^2 + (\lambda_1 x + \mu_1 y + \nu_1 z)^2 = A^2 e^{2\vartheta\eta}\Big\} \quad (5b)$$

Diese Gleichung macht es ebenfalls unmöglich, dass x, y, z ohne Umkehr und ohne Sprung zu ihren früheren Werthen zurückkehren, wenn nicht $\vartheta = 0$.

Das unter IV aufgestellte Postulat kann also nur dann erfüllt werden, wenn die Wurzeln der Gleichung (4*b*), welche
212 nicht Null sind, rein imaginär werden. Das geschieht laut Gleichung (4b), wenn

$$a_0 + b_1 + c_2 = 0\Big\} \quad (6)$$

Wir haben also schliesslich zur Bestimmung von x, y, z als Function von η die drei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} l_0 x + m_0 y + n_0 z &= \text{Const.} \\ \lambda_0 x + \mu_0 y + \nu_0 z &= A\cos(\omega\eta + c) \\ \lambda_1 x + \mu_1 y + \nu_1 z &= A\sin(\omega\eta + c) \end{aligned}\right\} \quad (6a)$$

Die Determinante:

$$\begin{matrix} l_0, & m_0, & n_0 \\ \lambda_0, & \mu_0, & \nu_0 \\ \lambda_1, & \mu_1, & \nu_1 \end{matrix}$$

kann nicht Null werden, ohne dass eine Gleichung besteht, welche η constant setzt, also die Bewegung aufhebt. Folglich können die Grössen x, y, z aus den drei Gleichungen (6a) eindeutig bestimmt werden als Functionen von η.

Von hier ab wird es die Rechnung vereinfachen, wenn wir statt der Grössen x, y, z die drei oben gefundenen:

$$\left.\begin{aligned} X &= l_0 x + m_0 y + n_0 z \\ Y &= \lambda_0 x + \mu_0 y + \nu_0 z \\ Z &= \lambda_1 x + \mu_1 y + \nu_1 z \end{aligned}\right\} \quad (6b)$$

213 in die Rechnung einführen, aus denen wir die x, y, z immer wieder eindeutig bestimmt finden können.

Wir haben bisher erst eine Art der Drehung untersucht, bei der ein Punkt x_0, y_0, z_0 fest bleiben sollte. Nun ist nach (6a) bei der untersuchten Bewegung:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dX}{d\eta} &= 0 \\ \frac{dY}{d\eta} &= -\omega Z \\ \frac{dZ}{d\eta} &= \omega Y \end{aligned}\right\} \quad (6c)$$

Die letzteren beiden Grössen sind also gleich Null für diejenigen Punkte, für welche:

$$Y = Z = 0.$$

Das sind die Punkte, welche bei der bisher betrachteten Bewegung in Ruhe bleiben.

§ 3.

Wir haben nun noch die anderen Arten der Drehung des Systems zu untersuchen. Wie oben bemerkt wurde, können wir jeden anderen Punkt des Systems während der Drehung als ruhend setzen.

Nehmen wir eine zweite Drehung an, bei welcher die Punkte $X = Z = 0$ in Ruhe bleiben; nennen wir die der Zeit proportional wachsende Variable dabei η', so können wir schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dX}{d\eta'} &= \alpha_0 X + 0 + \gamma_0 Z \\ \frac{dY}{d\eta'} &= \alpha_1 X + 0 + \gamma_1 Z \\ \frac{dZ}{d\eta'} &= \alpha_2 X + 0 + \gamma_2 Z \end{aligned}\right\} \quad (7) \ 214$$

Die mittlere Verticalreihe der Coefficienten musste gleich Null gesetzt werden, weil für $X = Z = 0$ die Differentialquotienten der linken Seite gleich Null werden sollen.

Die beiden Bedingungen der Gleichungen (4) und (6), denen jedes System von Coefficienten unterworfen sein muss, wenn es in sich zurücklaufende Drehungen geben soll, reduciren sich hier auf

$$\alpha_0 + \gamma_2 = 0\Big\} \quad (7a)$$

Für eine dritte Drehung setzen wir die Bedingung, dass die Punkte an ihrer Stelle bleiben, für welche $X = Y = 0$. Die der Zeit proportional wachsende Veränderliche sei η'', so können wir schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dX}{d\eta''} &= \mathfrak{a}_0 X + \mathfrak{b}_0 Y + 0 \\ \frac{dY}{d\eta''} &= \mathfrak{a}_1 X + \mathfrak{b}_1 Y + 0 \\ \frac{dZ}{d\eta''} &= \mathfrak{a}_2 X + \mathfrak{b}_2 Y + 0 \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

215 und dazu die Bedingung:

$$\mathfrak{a}_0 + \mathfrak{b}_1 = 0. \} \quad (8a)$$

Aus der in Gleichung (3) gegebenen Form der Coefficienten geht nun, wie dort schon bemerkt wurde, hervor, dass wenn zwei Systeme von Coefficienten den Bedingungen der Aufgabe genügen, auch die Summe der entsprechenden Coefficienten ein diesen Bedingungen genügendes System bilden muss.

Wenden wir dies auf (6c) und (7) an, so folgt:

$$\left.\begin{matrix} \alpha_0 & 0 & \gamma_0 \\ \alpha_1 & 0 & \gamma_1 - \omega \\ \alpha_2 & \omega & -\alpha_0 \end{matrix}\right\} = 0,$$

oder

$$\alpha_0 \omega^2 - \omega(\alpha_0 \gamma_1 - \alpha_1 \gamma_0) = 0.$$

Da die Coefficienten jedes dieser Systeme eine willkürliche Constante als Factor enthalten, so muss einzeln sein:

$$\alpha_0 = 0 \text{ und also auch } \gamma_2 = 0,$$

ferner $\alpha_1 \gamma_0 = 0$.

Nun kann γ_0 nicht gleich Null gesetzt werden, ohne gegen das Postulat IV zu verstossen, da dann aus den Gleichungen (7) folgen würde:

$$\frac{dX}{d\eta'} = 0, \quad \text{also} \quad X = C$$

und

$$Z = \alpha_2 C' \eta' + C'$$
$$Y = \alpha_1 C \eta' + \gamma_1 C' \eta' + {}^1/_2 \alpha_2 \gamma_1 C \eta'^2 + C'',$$

wo C, C' und C'' Constanten sind. Das würde eine nicht in 216 sich zurücklaufende Drehung repräsentiren.

Auch α_2 kann aus demselben Grunde nicht Null werden, wie ich hier gleich bemerken will.

Da nun γ_0 nicht Null werden darf, so lässt die Gleichung $\alpha_1 \gamma_0 = 0$ nur die eine Lösung zu:

$$\alpha_1 = 0,$$

und das System der Coefficienten der Gleichungen (7) reducirt sich also auf:

$$\begin{matrix} 0, & 0, & \gamma_0 \\ 0, & 0, & \gamma_1 \\ \alpha_2, & 0, & 0. \end{matrix}$$

Nach demselben Verfahren ergiebt sich für das System der Coefficienten der Gleichungen (8), dass:

$$\mathfrak{a}_0 = \mathfrak{b}_1 = 0$$
$$\mathfrak{a}_2 \mathfrak{b}_0 = 0.$$

Hier dürfen $\mathfrak{a}_1$ und $\mathfrak{b}_0$ nicht Null werden, aus denselben Gründen wie α_2 und γ_0. Folglich muss $\mathfrak{a}_2 = 0$ sein, und das System reducirt sich auf:

$$\begin{matrix} 0, & \mathfrak{b}_0, & 0, \\ \mathfrak{a}_1, & 0, & 0, \\ 0, & \mathfrak{b}_2, & 0. \end{matrix}$$

Endlich, wenn man die Summe aller drei Systeme bildet, erhält man die Bedingung:

$$0 = \left\{\begin{matrix} 0, & \mathfrak{b}_0, & \gamma_0, \\ \mathfrak{a}_1, & 0, & \gamma_1 - \omega \\ \alpha_2, & \mathfrak{b}_2 + \omega, & 0, \end{matrix}\right.$$

oder 217

$$\mathfrak{b}_0(\gamma_1 - \omega)\alpha_2 + \gamma_0 \mathfrak{a}_1 (\mathfrak{b}_2 + \omega) = 0\} \quad (9)$$

Da, wie bemerkt, diese Gleichung gelten muss, auch wenn man die Coefficienten, die demselben System angehören, mit einer willkürlichen Constanten multiplicirt, so muss einzeln sein:

$$\gamma_0 \mathfrak{a}_1 - \mathfrak{b}_0 \alpha_2 = 0\} \quad (9a)$$

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{b}_0 \gamma_1 \alpha_2 &= 0 \\ \mathfrak{a}_1 \mathfrak{b}_2 \gamma_0 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (9b)$$

Da nun, wie bemerkt, weder b_0 und a_1, noch α_2 und γ_0 gleich Null werden dürfen, so muss sein:

$$\gamma_1 = 0 \qquad \text{und} \qquad b_2 = 0.$$

Setzen wir:

$$\alpha_2 = -\varphi \qquad \gamma_0 = \varkappa\varphi$$
$$a_1 = \psi,$$

so folgt aus der Gleichung (9a), dass:

$$b_0 = -\varkappa\psi.$$

Daraus erhalten wir nun schliesslich das vollständige System der möglichen Transformationen für verschwindend kleine Verschiebungen:

$$\left.\begin{aligned} dX &= -\varkappa\psi\, Y d\eta'' + \varkappa\varphi\, Z d\eta' \\ dY &= \quad \psi X d\eta'' - \omega Z d\eta \\ dZ &= -\varphi X d\eta' + \omega Y d\eta \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Es enthält dies drei willkürlich variable Grössen $d\eta$, $d\eta'$ und $d\eta''$, und muss also alle möglichen Drehungen umfassen.

Die Grösse $\varkappa$ muss positiv sein, wenn das System nur imaginäre Werthe für h geben soll.

218 Aus der Gleichung (10) folgt, dass bei jeder beliebigen kleinen Drehung des Systems:

$$\frac{1}{\varkappa} X dX + Y dY + Z dZ = 0,$$

also

$$X^2 + \varkappa Y^2 + \varkappa Z^2 = \text{Const.},$$

drücken wir also X, Y, Z vermöge der Gleichungen (6b) und (2a) in dr, ds, dt aus, und setzen:

$$\begin{aligned} dS^2 = {} & (l_0\, dr + m_0\, ds + n_0\, dt)^2 \\ & + \varkappa(\lambda_0 dr + \mu_0\, ds + \nu_0\, dt)^2 \\ & + \varkappa(\lambda_1 dr + \mu_1\, ds + \nu_1\, dt)^2, \end{aligned}$$

so folgt, dass dS eine bei allen Drehungen des Systems um den Punkt $dr = ds = dt = 0$ unverändert bleibende Grösse ist von derselben Dimension kleiner Grössen wie dr, ds und dt selbst.

Diese Grösse kann also als ein von den drehenden Bewegungen unabhängiges Maass des räumlichen Unterschiedes der Punkte (r, s, t) und $(r + dr, s + ds, t + dt)$ benutzt werden.

§ 4.

Dadurch ist der Ausgangspunkt von Riemann's Untersuchungen gewonnen, indem sich gezeigt hat, dass ein homogener Ausdruck zweiten Grades von den Differentialien existirt, welcher bei jeder Bewegung zweier unter sich fest verbundener Punkte von verschwindend kleinem Abstande unverändert bleibt. Da wir die oben aufgestellten Axiome II bis IV, welche die 219 Möglichkeit der Congruenz zwischen verschiedenen Theilen des Raumes aussprechen, hierbei nur auf unendlich kleine Raumelemente angewendet haben, so zeigt sich, dass Riemann's Annahme identisch ist mit der, dass der Raum monodrom ist und unendlich kleine Raumelemente im Allgemeinen einander, von der Begrenzung abgesehen, congruent sind. Anschaulich wird der Sinn dieses Satzes, wenn man ihn auf zwei Dimensionen einschränkt. Aus Riemann's Annahme folgt in diesem Falle, dass die Raummessungen dieselben sind, wie unsere analytische Geometrie sie auf einer beliebig gekrümmten Fläche ausführen lehrt. In der That sind die unendlich kleinen Flächenelemente einer beliebigen krummen Fläche alle als eben zu betrachten, und also alle einander congruent, wenn von ihrer Begrenzung abgesehen wird.

Die weitere Untersuchung bezieht sich dann darauf, welche Folgerungen sich ergeben, wenn man die Congruenz endlicher Theile des Raumes unabhängig von der Begrenzung und in allen den möglichen Drehungen fordert, welche das Postulat III ergiebt. Wie in diesem Falle für zwei Dimensionen die krumme Fläche sich in eine Kugelfläche[1]) oder eine aus einer solchen durch Biegung ohne Dehnung entstandene Fläche verwandeln muss, so hat Riemann für drei oder mehr Dimensionen gezeigt, dass die von ihm als Maass der Krümmung bezeichnete Grösse constant sein müsse. Ich will diesen Theil meiner Untersuchung, der in Riemann's implicite enthalten ist, hier nicht weiter ausführen. Das Resultat ist folgendes.

Wenn unsere Annahmen I bis IV erfüllt sind, so ist das allgemeinste System der Geometrie das, was sich nach den 220

[1]) (1882.) Oder Pseudosphäre. Die Möglichkeit der pseudosphärischen Geometrie ist hier übersehen, wie oben S. 618 bemerkt wurde.

Regeln unserer gewöhnlichen analytischen Geometrie ergeben würde, wenn man diese anwendete auf ein kugelähnliches[1]) Gebilde von drei Dimensionen, dessen Gleichung in vier rechtwinkeligen Coordinaten X, Y, Z, S ausgedrückt wäre:

$$X^2 + Y^2 + Z^2 + (S + R)^2 = R^2.$$

Hierin können X, Y, Z nicht unendlich werden, wenn nicht $R = \infty$. Letzterer specieller Fall entspricht unserer wirklichen Geometrie gemäss den Axiomen des Euklides. Es können X, Y und Z dann endliche Werthe nur haben, wenn $S = 0$, was die Gleichung eines ebenen Gebildes ist. In diesem Sinne müssen wir den Raum des Euklides den Räumen von höherer Anzahl der Dimensionen gegenüber, mit Riemann, als ebenen Raum bezeichnen.

Schliesslich bemerke ich noch, dass wenn man das Postulat IV nicht aufstellt, sich ganz abweichende Systeme der Geometrie ergeben, die aber doch consequent durchzuführen wären. Am leichtesten zeigt sich dies für zwei Coordinaten. Wäre die Grösse ϑ der Gleichung (5b) nicht Null, so würden die linearen Dimensionen jeder ebenen Figur bei Drehung um einen constanten Winkel in gleicher Richtung in constantem Verhältniss wachsen; die Linie physisch gleichwerthiger Entfernung von einem Punkte wäre die Spirale.

Ein anderes leicht zu behandelndes Beispiel erhält man, wenn man in der analytischen Geometrie der Ebene mit rechtwinkeligen Coordinaten die y als imaginär betrachtet. Es entspricht das dem Falle, wo h_1 und h_2 reell sind, und

$$h_1 + h_2 = 0.$$

221 Die Linie gleichwerthiger Entfernung von einem festen Punkte wäre dann eine gleichseitige Hyperbel.

Riemann's und meine Untersuchungen zusammen genommen zeigen also, dass die oben aufgestellten Postulate in Verbindung mit folgenden zwei Sätzen:

V dass der Raum drei Dimensionen habe,
VI dass der Raum unendlich ausgedehnt sei

[1]) Oder pseudosphärisches.

die genügende Grundlage zur Entwickelung der Raumlehre[1]) abgeben. Ich habe schon hervorgehoben, dass dieselben Postulate auch von der gewöhnlichen Geometrie, wenn auch stillschweigend, als richtig vorausgesetzt werden müssen, und unsere Postulate also weniger annehmen, als die gewöhnlich geführten geometrischen Beweise voraussetzen.

Zugleich mache ich darauf aufmerksam, dass die ganze Möglichkeit des Systems unserer Raummessungen, wie in dieser Entwickelung deutlich heraustritt, von der Existenz solcher Naturkörper abhängt, die dem von uns aufgestellten Begriffe fester Körper hinreichend nahe entsprechen. Die Unabhängigkeit der Congruenz vom Orte, von der Richtung der sich deckenden Raumgebilde, und von dem Wege, auf dem sie zu einander geführt worden sind, ist die Thatsache, auf welche die Messbarkeit des Raumes basirt ist.

[1]) Sie scheiden aber noch nicht zwischen Euklid und Lobatschewski.

LXXIX.

Ueber den Ursprung und Sinn der geometrischen Sätze; Antwort gegen Herrn Professor Land.

Originaltext für die in „Mind“ April 1878 No. X. p. 212—224 veröffentlichte englische Uebersetzung.

Herr Professor Land hat in Nr. V. des „Mind“ meine Abhandlung „Ueber den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome“[1]) einer Kritik unterzogen, auf welche ich hier zu antworten versuchen werde.

Es sind wesentlich zwei Punkte, über welche wir verschiedener Meinung sind.

Ich halte dafür, dass durch die neueren Untersuchungen über die erweiterten Formen der Geometrie, oder durch die sogenannten metamathematischen[2]) Untersuchungen folgende Sätze festgestellt sind:

1) Kant's Beweis für den Ursprung a priori der geometrischen Axiome, welcher darauf basirt ist, dass keine von denselben abweichenden Raumverhältnisse in der Anschauung auch nur vorgestellt werden können, ist unzureichend, da die als Grund angeführte Behauptung thatsächlich unrichtig ist.

2) Wenn trotz der Mangelhaftigkeit des Beweises die Annahme festgehalten wird, dass die Axiome als Gesetze

1) S. meine Populäre wissensch. Vorträge. Heft III. S. 21—54.

2) Der Namen ist allerdings in ironischem Sinne von Gegnern gegeben, nachgebildet der Metaphysik. Da aber die Bearbeiter der Nicht-Euklidischen Geometrie deren objective Wahrheit nie behauptet haben, so können sie den Namen sehr wohl acceptiren.

unserer Raumanschauungen wirklich a priori gegeben wären, so würden zweierlei Arten der Gleichwerthigkeit von Raumgrössen unterschieden werden müssen, nämlich:

1) Die subjective Gleichheit in der hypothetischen transcendentalen Anschauung.

2) Die objective Gleichwerthigkeit der reellen Substrate solcher Raumgrössen, welche sich im Ablauf physischer Verhältnisse und Vorgänge bewährt.

Dass die letztere mit der ersteren zusammenfiele, könnte nur durch Erfahrung bewiesen werden. Nur auf die letztere käme es an bei unserem wissenschaftlichen und praktischen Verhalten der objectiven Welt gegenüber. Wenn beide nicht übereinstimmten, würde die erstere nur den Werth eines falschen Scheines haben.

Uebrigens ist es ein Missverständniss von Herrn Professor Land, wenn er glaubt, ich hätte gegen die Auffassung des Raumes als einer uns Menschen a priori gegebenen, für uns nothwendigen, also in Kant's Sinne transcendentalen Form der Anschauung Widerspruch erheben wollen. Das war durchaus nicht meine Absicht. Freilich werden meine Ansichten über die Beziehungen zwischen dieser transcendentalen Form und dem Reellen, wie ich sie im dritten Abschnitte dieser Abhandlung auseinandergesetzt habe, wohl nicht ganz nach dem Sinne vieler Anhänger Kant's oder Schopenhauer's sein. Aber der Raum kann eine solche Form der Anschauung im Kant'schen Sinne sein, ohne dass diese Form der Anschauung nothwendig die Axiome einschliesst.

Um an ein ganz ähnliches Verhältniss zu erinnern, so liegt es unzweifelhaft in der Organisation unseres Sehapparates, dass Alles, was gesehen wird, nur als eine räumliche Vertheilung von Farben gesehen werden kann. Das ist die uns angeborene Form der Gesichtswahrnehmungen. Aber durch diese Form ist in keiner Weise präjudicirt, wie die Farben, welche wir sehen, sich räumlich neben einander ordnen und zeitlich auf einander folgen sollen. In demselben Sinne, meine ich, könnte das Vorstellen aller äusseren Objecte in Raumverhältnissen die einzig mögliche und a priori gegebene Form sein, in der wir Objecte überhaupt vorstellen können, ohne dass dadurch

irgend eine Nöthigung gesetzt zu sein braucht, dass nach oder neben gewissen bestimmten Raumwahrnehmungen eine andere bestimmte eintreten müsse, dass also zum Beispiel jedes geradlinige gleichseitige Dreieck Winkel von 60° habe, wie gross auch die Seiten sein mögen. Bei Kant allerdings ist der Beweis, dass der Raum eine a priori gegebene Form der Anschauung sei, wesentlich gestützt auf die Meinung, die Axiome seien synthetische Sätze, gegeben a priori. Wenn man aber auch diesen Satz und den darauf gestützten Beweis fallen lässt, so könnte immerhin doch noch die Form der Raumvorstellung, als die nothwendige Form der Anschauung des Nebeneinanderstehens von Verschiedenem, a priori gegeben sein. Es würde dabei kein wesentlicher Zug des Kant'schen Systems verloren gehen, im Gegentheil würde dieses System an Consequenz und Verständlichkeit gewinnen, weil damit auch der wesentlich auf die überzeugende Kraft der geometrischen Axiome gebaute Beweis für die Möglichkeit einer Metaphysik fortfiele, von welcher Wissenschaft Kant selbst doch weiter nichts zu entdecken wusste, als die geometrischen und naturwissenschaftlichen Axiome. Was die letzteren betrifft, so sind sie theils von bestrittener Richtigkeit, theils einfache Folgerungen aus dem Principe der Causalität, das heisst aus dem Triebe unseres Verstandes, alles Geschehende als gesetzmässig, d. h. als begreiflich zu betrachten. Da nun Kant's Kritik sonst überall gegen die Zulässigkeit metaphysischer Folgerungen gerichtet ist, so scheint mir sein System von einer Inconsequenz befreit und ein klarerer Begriff von dem Wesen der Anschauung gewonnen zu werden, wenn man den apriorischen Ursprung der Axiome aufgiebt, und die Geometrie als die erste und vollendetste der Naturwissenschaften ansieht.

Ich gehe jetzt zum Beweise der beiden oben hingestellten Thesen über.

I.

Der Ursprung der geometrischen Axiome a priori ist nicht erwiesen. Kant's Beweis dafür stützt sich auf die Behauptung, man könne keine von der Geometrie des Euklides abweichenden Raumverhältnisse sich anschaulich

vorstellen. Nun haben aber die von mir in meinem früheren Aufsatze besprochenen metamathematischen Untersuchungen, d. h. die Untersuchungen über logisch consequente Systeme der Geometrie, die in Bezug auf die Zahl der Dimensionen oder in Bezug auf die Axiome abweichen von Euklid's Geometrie, gezeigt, dass man in der That solche Systeme aufstellen und vollkommen consequent durchführen kann, ebenso wie die dazu gehörigen Systeme der Mechanik. Ich selbst habe mich bemüht nachzuweisen, wie die Objecte in einem sphärischen oder pseudosphärischen Raume uns in der sinnlichen Wahrnehmung erscheinen würden. Ueber die Richtigkeit jener hauptsächlich im Wege der analytischen Geometrie ausgeführten geometrischen Deductionen, soweit sie mathematisch sind, ist, so viel ich sehe, keine Frage, ebenso wenig über die vollständige Durchführbarkeit der entsprechenden Systeme der Mechanik, welche denselben Grad freier Beweglichkeit fester Körper und dieselbe Unabhängigkeit des Verlaufes aller mechanischen und physikalischen Processe vom Ort, wo sie vorgehen, ergeben, wie die Euklidische Geometrie diese voraussetzt. Dann ergiebt sich auch leicht und unzweideutig, wie die entsprechenden zur Raumunterscheidung brauchbaren Sinnesempfindungen menschlicher Wesen in solchen metamathematischen Räumen ausfallen müssten. Namentlich ergiebt die von Herrn Beltrami gefundene Darstellungsweise des pseudosphärischen Raumes in einer Kugel des Euklidischen Raumes unmittelbar, welche Gesichtsbilder der pseudosphärische oder sphärische Raum ergeben würde. In der That würde jedes Gesichtsbild ruhender Objecte für den ruhenden Beobachter genau dasselbe[1]) sein, wie das des entsprechenden Abbildes in Beltrami's Kugel vom Mittelpunkte aus gesehen. Unterscheiden würde sich nur die Folge der Gesichtsbilder, welche eintreten, wenn der Beobachter oder wenn feste Objecte sich bewegen. Also die Regel, nach welcher aus einem oder mehreren zuerst gegebenen Gesichtsbildern bei der Bewegung sich andere folgende herleiten, würde verändert sein. Ich habe dabei noch hervorgehoben, dass diese Abweichungen durchaus nicht er-

1) Vorausgesetzt, dass die Distanz der beiden Augen gegen den imaginären Krümmungsradius des Raumes vernachlässigt werden kann.

heblich und auffallend zu sein brauchten. Die Menschen haben lange Zeit auf dem, wie sie meinten, ebenen Erdboden gewohnt, ehe sie merkten, dass derselbe sphärisch sei, und haben sich lange genug gegen diese Wahrheit ebenso heftig gesträubt, wie unsere Kantianer sich jetzt gegen die Vorstellbarkeit des pseudosphärischen Raumes sträuben. Die Abweichungen im pseudosphärischen Raume würden etwa ähnlicher Art und bei entsprechender Grösse des Krümmungsmaasses nicht nothwendig auffallender sein müssen, als die, welche die Kugelgestalt der Erde einem Manne verrathen können, der sich im Umkreise einiger Meilen hin und her bewegt.

Wenn nun die Frage discutirt werden soll, ob die Raumverhältnisse in metamathematischen Räumen anschaulich vorstellbar seien, so werden wir zunächst feststellen müssen, nach welcher Norm wir die Anschaubarkeit eines Objectes zu beurtheilen haben, welches wir nie angeschaut haben.

Ich habe zu dem Ende eine Definition dessen aufgestellt, was wir als anschaulich vorstellbar anerkennen müssten, die dahin lautet, dass dazu erforderlich sei die vollständige Vorstellbarkeit derjenigen Sinneseindrücke, welche das betreffende Object in uns nach den bekannten Gesetzen unserer Sinnesorgane unter allen denkbaren Bedingungen der Beobachtung erregen, und wodurch es sich von anderen ähnlichen Objecten unterscheiden würde. Ich bin der Meinung, dass diese Definition strengere und bestimmtere Anforderungen für die Möglichkeit der Anschauung stellt als irgend eine bisher aufgestellte, und so weit ich sehe, bestreitet nicht einmal Herr Professor Land, dass für die Objecte der sphärischen und pseudosphärischen Räume dies hier Verlangte geleistet werden könne.

In einer anderen Beziehung dagegen wird nothwendig die Vorstellung von Objecten, die wir oft wahrgenommen haben oder die im Ganzen oder in ihren einzelnen Theilen häufig wahrgenommenen Dingen sehr ähnlich sind, jeder Vorstellung eines Objectes, auf welches diese Prädicate nicht passen, überlegen sein, nämlich in der Schnelligkeit und Leichtigkeit, mit der wir uns die verschiedenen Erscheinungsweisen der betreffenden Objecte unter verschiedenen Bedingungen der Beobachtung im Voraus vorstellen oder auch in der Erinnerung würden

durchlaufen können. Diese Leichtigkeit und Schnelligkeit wird der Vorstellung eines nie gesehenen Objectes um so mehr fehlen müssen, je seltener und je weniger genau der betreffende Beobachter Aehnliches jemals wahrgenommen und beobachtet hat. Nun haben wir sphärische und pseudosphärische Raumgebilde von drei Dimensionen absolut niemals vor uns gehabt. Der Geometer, welcher die Anschauung von den ohne Dehnung und ohne Aenderung des Krümmungsmaasses biegsamen Flächen und auf ihnen ausgeführten Zeichnungen in sich ausgebildet hat, findet darin nahe liegende analoge Verhältnisse, und der Physiolog, welcher die Combinationen der Sinneseindrücke unter möglichst mannigfaltigen Bedingungen studirt hat, wie sie im alltäglichen Leben gewöhnlich nicht vorkommen, ist mehr daran gewöhnt sich ungewohnte aber doch streng gesetzmässige Reihenfolgen von Sinneseindrücken vorzustellen, als wer dergleichen Studien nie getrieben hat. Ich bitte daher um Verzeihung, wenn ich nicht einsehe, warum der Umstand, dass ich „fresh from physiology of the senses“ zu erkenntnisstheoretischen Untersuchungen gekommen bin, für mich gar ein Hinderniss in der Entscheidung solcher Fragen, wie die vorliegende ist, sein sollte.

Da nun die metamathematischen Raumverhältnisse von uns nie gesehen worden sind, so kann die Schnelligkeit und Leichtigkeit der Vorstellung wechselnder Ansichten der Gegenstände in denselben, welche durch alltägliche Erfahrung und Uebung erworben wird, von dieser Anschauung nicht verlangt werden, sondern nur, dass überhaupt, wenn auch langsam und durch Ueberlegung die ihnen entsprechende Reihe der Sinneseindrücke vollständig und widerspruchslos zu finden sei. Wir stossen übrigens auf ganz ebenso grosse und ähnliche Schwierigkeiten des Vorstellens, wenn wir uns die Führung eines in einen verwickelten Knoten geschlungenen Fadens, oder ein vielflächiges Krystallmodell oder ein Gebäude von verwickeltem Bauplan vorstellen wollen, ohne es gesehen zu haben, obgleich die Anschaubarkeit dieser letzteren Gebilde durch thatsächliche Anschauung erwiesen werden kann.

Leider hat Herr Professor Land nicht erklärt, ob er gegen meine Definition des Vorstellbaren etwas einzuwenden habe, hat auch selbst keine Definition dafür aufgestellt, obgleich er

mehrere Male andeutet, dass er sich etwas Anderes unter Anschaubarkeit denke. So S. 41: „We do not find that they (non — Euclideans) succeed on this (making metamathematal spaces imaginable) unless the notion of imaginability be stretched far beyond what Kantians and others understand by the word.“ Ebendaselbst behauptet er, nur das, was zusammenhängend in unserem Raume construirt werden könne, dürfe als „imagined“ betrachtet werden. Dann S. 45: „...non-Euclideans try to make imaginable that which is not so in the sense required for argumentation in this case.“ Wenn unter Argumentation hier verstanden werden soll die Erörterung der Frage, ob unsere Ueberzeugung von der thatsächlichen Richtigkeit der Axiome des Euklides in unserer objectiven Welt einen Schluss auf ihren Ursprung a priori berechtige, meine ich, dass gerade die von mir oben aufgestellte Definition der Anschaubarkeit die einzig entscheidende sei. Wenn man von vornherein definirt: „als räumlich anschaulich gilt nur, wovon ich ein Modell thatsächlich mit wirklichen Körpern ausführen lassen kann“, dann ist jede Erörterung über unsere Streitfrage allerdings abgeschnitten; dann giebt aber die durch eine solche Definition gesetzte alleinige Anschaulichkeit des Euklidischen Raumes auch nicht die geringste Entscheidung dafür, ob ihr Ursprung in einem Gesetz der objectiven Welt zu suchen sei oder ob sie in der Organisation unseres Geistes begründet sei. Auch glaube ich nicht, dass Hr. Professor Land die Forderung in diesem Sinne, den seine Worte allerdings ausdrücken, verstanden wissen will. Ich kann nur nicht erkennen, dass er etwas Anderes vermisst, als die durch millionenfach wiederholte Anschauung ähnlicher Verhältnisse bedingte Leichtigkeit und Bereitwilligkeit, mit der die verschiedenen Ansichten des verlangten Objectes in der Phantasie auftauchen.

Die Thatsache übrigens, dass Lobatschewsky auf rein synthetischem Wege, also mit Hülfe vorgestellter geometrischer Constructionen ein vollständiges und mit den Ergebnissen der analytischen Untersuchung genau übereinstimmendes System der pseudosphärischen Geometrie ausgearbeitet hat, zeigt, dass diese letztere auch in allen ihren Einzelheiten durch Anschauung aufgefasst werden kann.

Was die Anwendung der analytischen Methoden bei den metamathematischen Untersuchungen betrifft, so ist diese vollkommen gerechtfertigt, da es sich hier um die Vorstellung eines nur wahrgenommenen Objectes handelt, dessen Begriff, gleichsam dessen architektonischer Plan zunächst festgestellt, als widerspruchslos nachgewiesen und so weit nach seinen Einzelheiten erörtert werden muss, dass für jeden einzelnen Fall sich ergiebt, welche Anschauungsbilder dasselbe unter den entsprechenden Bedingungen hervorrufen würde. Diese begriffsmässige Entwickelung des Grundplanes geschieht nun am zweckmässigsten und vollständigsten mittels der Methoden der analytischen Geometrie, weil sie die Vollständigkeit und Allgemeingiltigkeit des Beweises am meisten sichern. Der Zweck des ganzen Verfahrens ist schliesslich nur, die Lagenverhältnisse der einzeln beobachtbaren Punkte zu den wechselnden Stellungen des Beobachters auffindbar zu machen, soweit diese Lagenverhältnisse auf die Sinnesempfindungen Einfluss haben. Dies geschieht am einfachsten durch Beltrami's Modell.

Da die Raumverhältnisse der metamathematischen Räume von drei Dimensionen den Bedingungen der Anschaulichkeit entsprechen, welche die von mir gegebene Definition festsetzt, und mehreres von der Anschauung nie angeschauter Objecte nicht verlangt werden kann, so ist Kant's Beweisgrund für die transcendente Natur der Axiome und ihren Ursprung a priori nicht als ausreichend anzuerkennen.[1])

II.

Ich will hier die Folgerungen entwickeln, zu denen wir gedrängt würden, wenn Kant's Hypothese von dem transcendentalen Ursprunge der geometrischen Axiome richtig wäre, und erörtern, welchen Werth alsdann diese unmittelbare Kenntniss der Axiome für unsere Beurtheilung der Verhältnisse der objectiven Welt haben würde.[2])

1) Dieser erste Abschnitt ist später in meiner Rectoratsrede „Ueber die Thatsachen in der Wahrnehmung“ Berlin 1879 weiter ausgeführt worden.

2) Also, um neue Missverständnisse zu verhüten, wie sie bei Hrn. A. Krause l. c. S. 84 vorkommen: nicht ich bin es, „der einen tran-

§ 1.

Ich werde in diesem ersten Abschnitte zunächst in der realistischen Hypothese stehen bleiben und deren Sprache reden, also annehmen, dass die Dinge, welche wir objectiv wahrnehmen, reell bestehen und auf unsere Sinne wirken. Ich thue dies zunächst nur, um die einfache und verständliche Sprache des gewöhnlichen Lebens und der Naturwissenschaft reden zu können und dadurch den Sinn dessen, was ich meine, auch für Nichtmathematiker verständlich auszudrücken. Ich behalte mir vor im folgenden Paragraphen die realistische Hypothese fallen zu lassen und die entsprechende Auseinandersetzung in abstracter Sprache und ohne jede besondere Voraussetzung über die Natur des Realen zu wiederholen.

Zunächst müssen wir von derjenigen Gleichheit oder Congruenz der Raumgrössen, wie sie der gemachten Annahme nach aus transcendenter Anschauung fliessen könnte, diejenige Gleichwerthigkeit derselben unterscheiden, welche durch Messung mit physischen Hülfsmitteln zu constatiren ist.

Physisch gleichwerthig nenne ich Raumgrössen, in denen unter gleichen Bedingungen und in gleichen Zeitabschnitten die gleichen physikalischen Vorgänge bestehen und ablaufen können. Der unter geeigneten Vorsichtsmaassregeln am häufigsten zur Bestimmung physisch gleichwerthiger Raumgrössen gebrauchte Process ist die Uebertragung starrer Körper, wie der Cirkel und Maassstäbe, von einem Ort zum anderen. Uebrigens ist es ein ganz allgemeines Ergebniss aller unserer Erfahrungen, dass, wenn die Gleichwerthigkeit zweier Raumgrössen durch irgend welche dazu ausreichende Methode physikalischer Messung erwiesen worden ist, dieselben sich auch allen anderen bekannten physikalischen Vorgängen gegenüber als gleichwerthig erweisen. Physikalische Gleichwerthigkeit ist also eine vollkommen bestimmte eindeutige objective Eigenschaft der Raum-

scendentalen Raum mit ihm eigenen Gesetzen kennt", sondern ich suche hier die Consequenzen aus der von mir für unerwiesen und unrichtig betrachteten Hypothese Kant's zu ziehen, wonach die Axiome durch transcendentale Anschauung gegebene Sätze sein sollen, um nachzuweisen, dass eine auf solcher Anschauung beruhende Geometrie unnütz und unanwendbar sein würde.

grössen, und offenbar hindert uns nichts durch Versuche und Beobachtungen zu ermitteln, wie physikalische Gleichwerthigkeit eines bestimmten Paares von Raumgrössen abhängt von der physikalischen Gleichwerthigkeit anderer Paare solcher Grössen. Dies würde uns eine Art von Geometrie geben, die ich einmal für den Zweck unserer gegenwärtigen Untersuchung physische Geometrie nennen will, um sie zu unterscheiden von der Geometrie, die auf die hypothetisch angenommene transcendentale Anschauung des Raumes gegründet wäre. Eine solche rein und absichtlich durchgeführte physische Geometrie würde offenbar möglich sein und vollständig den Charakter einer Naturwissenschaft haben.

Schon deren erste Schritte würden uns auf Sätze führen, welche den Axiomen entsprächen, wenn nur statt der transcendentalen Gleichheit der Raumgrössen ihre physische Gleichwerthigkeit gesetzt wird.

Sobald wir nämlich eine passende Methode gefunden hätten, um zu bestimmen, ob die Entfernungen je zweier Punktpaare einander gleich (d. h. physisch gleichwerthig) sind, würden wir auch den besonderen Fall unterscheiden können, wo drei Punkte a, b, c so liegen, dass ausser b kein zweiter Punkt zu finden ist, der dieselben Entfernungen von a und b hätte wie b. Wir sagen in diesem Falle, dass die drei Punkte in gerader Linie liegen.

Wir würden dann im Stande sein, drei Punkte A, B, C zu suchen, die alle drei gleiche Entfernungen von einander haben, also die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks darstellen. Dann könnten wir zwei neue Punkte suchen b und c, beide gleichweit von A entfernt, und b mit A und B, c mit A und C in gerader Linie liegend. Alsdann entstände die Frage: Ist das neue Dreieck Abc auch gleichseitig wie ABC; ist also $bc = Ab = Ac$? Die Euklidische Geometrie antwortet ja; die sphärische behauptet $bc > Ab$, wenn $Ab < AB$, und die pseudosphärische $bc < Ab$ unter derselben Bedingung. Schon hier kämen die Axiome zur thatsächlichen Entscheidung.

Ich habe dieses einfache Beispiel gewählt, weil wir dabei nur mit der Messung von Gleichheit oder Ungleichheit der Entfernungen von Punkten, beziehlich mit der Bestimmtheit

oder Unbestimmtheit der Lage gewisser Punkte zu thun haben, und weil gar keine zusammengesetztere Raumgrössen, gerade Linien oder Ebenen construirt zu werden brauchen. Das Beispiel zeigt, dass diese physische Geometrie ihre die Stelle der Axiome einnehmenden Sätze haben würde.

So weit ich sehe, kann es auch für den Anhänger der Kant'schen Theorie nicht zweifelhaft sein, dass es möglich wäre, in der beschriebenen Weise eine rein erfahrungsmässige Geometrie zu gründen, wenn wir noch keine hätten. In dieser würden wir es nur mit beobachtbaren empirischen Thatsachen und deren Gesetzen zu thun haben. Die Wissenschaft, die auf solche Weise gewonnen würde, würde nur insofern eine von der Beschaffenheit der im Raum enthaltenen physischen Körper unabhängige Raumlehre sein, als die Voraussetzung zuträfe, dass physische Gleichwerthigkeit immer für alle Arten physischer Vorgänge gleichzeitig einträfe.

Aber Kant's Anhänger behaupten, dass es neben einer solchen physischen auch eine reine Geometrie gebe, die allein auf transcendentale Anschauung gegründet sei, und dass diese in der That diejenige Geometrie sei, die bisher wissenschaftlich entwickelt wurde. Bei dieser hätten wir es gar nicht mit physischen Körpern und deren Verhalten bei Bewegungen zu thun, sondern wir könnten, ohne durch Erfahrung von solchen irgend etwas zu wissen, durch innere Anschauung uns Vorstellungen bilden von absolut unveränderlichen und unbeweglichen Raumgrössen, Körpern, Flächen, Linien, die, ohne dass sie jemals durch Bewegung, die nur physischen Körpern zukommt, zur Deckung gebracht würden, doch im Verhältniss der Gleichheit und Congruenz zu einander ständen.[1])

Ich erlaube mir hervorzuheben, dass diese innere Anschauung von Geradheit der Linien, Gleichheit von Entfernungen oder von Winkeln absolute Genauigkeit haben müsste; sonst würden wir durchaus nicht berechtigt sein, darüber zu entscheiden, ob zwei gerade Linien, unendlich verlängert, sich nur einmal, oder auch vielleicht wie grösste Kreise auf der Kugel zweimal schneiden, oder zu behaupten, dass jede gerade

1) Land in Mind V. pag. 41. — A. Krause l. c. S. 62.

Linie, welche eine von zwei Parallellinien, mit denen sie in derselben Ebene liegt, schneidet, auch die andere schneiden müsse. Man muss nicht das so unvollkommene Augenmaass für die transcendentale Anschauung unterschieben wollen, welche letztere absolute Genauigkeit fordert.

Gesetzten Falls, wir hätten nun eine solche transcendentale Anschauung von Raumgebilden, ihrer Gleichheit und ihrer Congruenz, und könnten uns durch wirklich genügende Gründe überzeugen, dass wir sie haben, so würde sich allerdings daraus ein System der Geometrie herleiten lassen, welches unabhängig von allen Eigenschaften der physischen Körper wäre, eine reine, transcendentale Geometrie. Auch diese Geometrie würde ihre Axiome haben. Es ist aber klar, auch nach Kant'schen Principien, dass die Sätze dieser hypothetischen reinen Geometrie nicht nothwendig mit denen der physischen übereinzustimmen brauchten, denn die eine redet von Gleichheit der Raumgrössen in innerer Anschauung, die andere von physischer Gleichwerthigkeit. Diese letztere hängt offenbar ab von empirischen Eigenschaften der Naturkörper, und nicht blos von der Organisation unseres Geistes.

Dann wäre also zu untersuchen, ob die beiden besprochenen Arten der Gleichheit nothwendig immer zusammenfallen. Durch Erfahrung ist darüber nicht zu entscheiden. Hat es einen Sinn zu fragen, ob zwei Paare Cirkelspitzen nach transcendentaler Anschauung gleiche oder ungleiche Längen umfassten? Ich weiss damit keinen Sinn zu verbinden, und soweit ich die neueren Anhänger Kant's verstanden habe, glaube ich annehmen zu dürfen, dass auch sie mit Nein antworten würden. Das Augenmaass dürfen wir uns, wie gesagt, hierbei nicht unterschieben lassen.

Könnte nun etwa aus Sätzen der reinen Geometrie gefolgert werden, dass die Entfernungen der beiden Cirkelspitzenpaare gleich gross seien? Dazu müssten geometrische Beziehungen zwischen diesen Entfernungen und anderen Raumgrössen bekannt sein, von welchen letzteren man direct wissen müsste, dass sie im Sinne der transcendentalen Anschauung gleich seien. Da man dies nun direct nie wissen kann, so kann man es auch durch geometrische Schlüsse niemals folgern. Wenn der Satz,

dass beide Arten räumlicher Gleichheit identisch sind, nicht durch Erfahrungen gefunden werden kann, so müsste er ein metaphysischer Satz sein und einer Denknothwendigkeit entsprechen. Dann würde eine solche aber nicht nur die Form empirischer Erkenntnisse, sondern auch ihren Inhalt bestimmen — wie zum Beispiel bei der oben angeführten Construction zweier gleichseitiger Dreiecke — eine Folgerung, welche Kant's Principien geradezu widersprechen würde. Dann würde das reine Anschauen und Denken mehr leisten, als Kant zuzugeben geneigt ist.

Gesetzten Falls endlich, dass die physische Geometrie eine Reihe allgemeiner Erfahrungssätze gefunden hätte, die mit den Axiomen der reinen Geometrie gleichlautend wären, so würde daraus höchstens folgen, dass die Uebereinstimmung zwischen physischer Gleichwerthigkeit der Raumgrössen und ihrer Gleichheit in reiner Raumanschauung eine zulässige Hypothese sei, die zu keinem Widerspruche führt. Sie würde aber nicht die einzig mögliche Hypothese sein. Der physische Raum und der Raum der Anschauung könnten sich zu einander auch verhalten wie der wirkliche Raum zu seinem Abbild in einem Convexspiegel.[1])

Dass die physische Geometrie und die transcendentale nicht nothwendig übereinzustimmen brauchen, geht daraus hervor, dass wir sie uns thatsächlich als nicht übereinstimmend vorstellen können.

Die Art, wie eine solche Incongruenz zur Erscheinung kommen würde, ergiebt sich schon aus dem, was ich in meinem früheren Aufsatze[2]) auseinandergesetzt habe. Nehmen wir an, dass die physikalischen Messungen einem pseudosphärischen Raume entsprächen. Der sinnliche Eindruck von einem solchen bei Ruhe des Beobachters und der beobachteten Objecte würde derselbe sein, als wenn wir Beltrami's kugeliges Modell im Euklidischen Raume vor uns hätten, wobei der Beobachter sich im Mittelpunkt befände. Sowie aber der Beobachter seinen Platz wechselte, würde das Centrum der Projectionskugel mit

1) S. meine Populären Vorträge Heft III.
2) Populäre Vorträge Heft III.

dem Beobachter wandern müssen und die ganze Projection sich verschieben. Für einen Beobachter, dessen Raumanschauungen und Schätzungen von Raumgrössen entweder aus transcendentaler Anschauung oder als Resultat der bisherigen Erfahrung im Sinne der Euklidischen Geometrie gebildet wären, würde also der Eindruck entstehen, dass, sowie er selbst sich bewegt, auch alle von ihm gesehenen Objecte sich in einer bestimmten Weise verschieben und nach verschiedenen Richtungen verschieden sich dehnen und zusammenziehen. In ähnlicher Weise, nur nach qualitativ abweichenden Verhältnissen sehen wir auch in unserer objectiven Welt die perspectivische relative Lage und die scheinbare Grösse der Objecte von verschiedener Entfernung wechseln, sowie der Beobachter sich bewegt. Wie wir nun thatsächlich im Stande sind, aus diesen wechselnden Gesichtsbildern zu erkennen, dass die Objecte rings um uns ihre relative gegenseitige Lage und Grösse nicht verändern, so lange die perspectivischen Verschiebungen genau dem in der bisherigen Erfahrung bewährten Gesetze entsprechen, welchem sie bei ruhenden Objecten unterworfen sind, wie wir dagegen bei jeder Abweichung von diesem Gesetze auf Bewegung der Objecte schliessen, so würde, wie ich selbst, als Anhänger der empiristischen Theorie der Wahrnehmung, glaube voraussetzen zu dürfen, auch Jemand, der aus dem Euklidischen Raum in den pseudosphärischen überträte, anfangs zwar Scheinbewegungen der Objecte zu sehen glauben, aber sehr bald lernen, seine Schätzung der Raumverhältnisse den neuen Bedingungen anzupassen.

Dies letztere ist aber eine Voraussetzung, die nur nach der Analogie dessen, was wir sonst von den Sinneswahrnehmungen wissen, gebildet ist und durch den Versuch nicht geprüft werden kann. Nehmen wir also an, die Beurtheilung der Raumverhältnisse bei einem solchen Beobachter könnte nicht mehr geändert werden, weil sie mit angeborenen Formen der Raumanschauung zusammenhinge, so würde derselbe doch schnell ermitteln, dass die Bewegungen, die er zu sehen glaubt, nur Scheinbewegungen sind, da sie immer wieder zurückgehen, wenn er selbst sich auf seinen ersten Standpunkt zurückbegiebt; oder ein zweiter Beobachter würde constatiren können, dass Alles

in Ruhe bleibt, während der erste den Ort wechselt. Wenn also vielleicht auch nicht vor der unreflectirten Anschauung, würde doch bald vor der wissenschaftlichen Untersuchung sich herausstellen können, welches die physikalisch constanten Raumverhältnisse sind, etwa so wie wir selbst durch wissenschaftliche Untersuchungen wissen, dass die Sonne feststeht und die Erde rotirt, trotzdem der sinnliche Schein fortbesteht, dass die Erde stillsteht und die Sonne in 24 Stunden einmal um sie herumläuft.

Dann aber würde diese ganze vorausgesetzte transcendentale Anschauung a priori in den Rang einer Sinnestäuschung, eines objectiv falschen Scheines herabgesetzt werden, von der wir uns zu befreien und die wir zu vergessen suchen müssten, wie es bei der scheinbaren Bewegung der Sonne der Fall ist. Es würde dann ein Widerspruch sein zwischen dem, was nach der angeborenen Anschauung als räumlich gleichwerthig erscheint, und dem, was in den objectiven Phänomenen sich als solches erweist. Unser ganzes wissenschaftliches und praktisches Interesse würde an das letztere geknüpft sein. Die transcendentale Anschauungsform würde die physikalisch gleichwerthigen Raumverhältnisse nur so darstellen, wie eine ebene Landkarte die Oberfläche der Erde, sehr kleine Stücke und Streifen richtig, grössere dagegen nothwendig falsch. Es würde sich dann nicht blos um die Erscheinungsweise handeln, die ja nothwendig eine Modification des darzustellenden Inhalts bedingt, sondern darum, dass die Beziehungen zwischen Erscheinung und Inhalt, die für engere Grenzen Uebereinstimmung zwischen beiden herstellen, auf weitere Grenzen ausgedehnt einen falschen Schein geben würden.

Die Folgerung, welche ich aus diesen Betrachtungen ziehe, ist diese: Wenn es wirklich eine uns angeborene und unvertilgbare Anschauungsform des Raumes mit Einschluss der Axiome gäbe, so würden wir zu ihrer objectiven wissenschaftlichen Anwendung auf die Erfahrungswelt erst berechtigt sein, wenn durch Beobachtung und Versuch constatirt wäre, dass die nach der vorausgesetzten transcendentalen Anschauung gleichwerthigen Raumtheile auch physikalisch gleichwerthig seien. Diese Bedingung trifft zusammen mit Riemann's Forderung, dass

das Krümmungsmaass des Raumes, in dem wir leben, empirisch durch Messung bestimmt werden müsse.

Die bisher ausgeführten Messungen dieser Art haben keine merkliche Abweichung des Werthes dieses Krümmungsmaasses von Null ergeben. Als thatsächlich richtig innerhalb der bis jetzt erreichten Grenzen der Genauigkeit des Messens können wir die Euklidische Geometrie also allerdings ansehen.

III.

Die Erörterungen des zweiten Abschnittes blieben ganz im Gebiete des objectiven und des realistischen Standpunktes des Naturforschers, wobei die begriffliche Fassung der Naturgesetze der Endzweck ist, und die Kenntniss durch Anschauung nur eine erleichternde Hülfe, beziehlich ein zu beseitigender falscher Schein.

Herr Professor Land glaubt nun, dass ich bei meinen Auseinandersetzungen die Begriffe des Objectiven und des Reellen verwechselt hätte, dass bei meiner Behauptung, die geometrischen Sätze könnten an der Erfahrung geprüft und durch sie bestätigt werden, unbegründeter Weise vorausgesetzt sei (Mind. V. pag. 47): „that empirical knowledge is acquired by simple importation or by counterfeit, and not by peculiar operations of the mind, sollicited by varied impulses from an unknown reality.“ Wenn Herr Professor Land meine Arbeiten über Sinnesempfindungen gekannt hätte, würde er gewusst haben, dass ich selbst mein Leben lang gegen eine solche Voraussetzung, wie er mir unterschiebt, gekämpft habe. Ich habe von dem Unterschiede des Objectiven und Reellen in meinem Aufsatze nicht gesprochen, weil mir in der vorliegenden Untersuchung gar kein Gewicht auf diesen Unterschied zu fallen schien. Um diese meine Meinung zu begründen, wollen wir jetzt, was in der realistischen Ansicht hypothetisch ist, fallen lassen und nachweisen, dass die bisher aufgestellten Sätze und Beweise auch dann noch einen vollkommen richtigen Sinn haben, dass man auch dann noch nach der physischen Gleichwerthigkeit von Raumgrössen zu fragen und darüber durch Erfahrung zu entscheiden berechtigt ist.

Die einzige Voraussetzung, welche wir festhalten, ist die

des Causalgesetzes, dass nämlich die mit dem Charakter der Wahrnehmung in uns zu Stande kommenden Vorstellungen nach festen Gesetzen zu Stande kommen, sodass wenn verschiedene Wahrnehmungen sich uns aufdrängen, wir berechtigt sind, daraus auf Verschiedenheit der reellen Bedingungen zu schliessen, unter denen sie sich gebildet haben. Uebrigens wissen wir über diese Bedingungen selbst, über das eigentlich Reelle, was den Erscheinungen zu Grunde liegt, nichts; alle Meinungen, die wir sonst darüber hegen mögen, sind nur als mehr oder minder wahrscheinliche Hypothesen zu betrachten. Die vorangestellte Voraussetzung dagegen ist das Grundgesetz unseres Denkens; wenn wir sie aufgeben wollten, so würden wir damit überhaupt darauf Verzicht leisten, diese Verhältnisse denkend begreifen zu können.

Ich hebe hervor, dass über die Natur der Bedingungen, unter denen Vorstellungen entstehen, hier gar keine Voraussetzungen gemacht werden. Ebenso gut, wie die realistische Ansicht, deren Sprache wir bisher gebraucht haben, wäre zulässig die Hypothese des subjectiven Idealismus. Wir könnten annehmen, dass all unser Wahrnehmen nur ein Traum sei, wenn auch ein in sich höchst consequenter Traum, in dem sich Vorstellung aus Vorstellung nach festen Gesetzen entwickelte. In diesem Falle würde der Grund, dass eine neue scheinbare Wahrnehmung eintritt, nur darin zu suchen sein, dass in der Seele des Träumers die Vorstellung bestimmter anderer Wahrnehmungen und etwa auch die Vorstellung von eigenen Willensimpulsen bestimmter Art vorausgegangen sind. Was wir in der realistischen Hypothese Naturgesetze nennen, würden in der idealistischen Gesetze sein, welche die Folge der mit dem Charakter der Wahrnehmung auf einander folgenden Vorstellungen regeln.

Nun finden wir als Thatsache des Bewusstseins, dass wir wahrzunehmen glauben Objecte, die sich an bestimmten Orten im Raume befinden; dass ein Object an einem bestimmten besonderen Orte erscheint und nicht an einem anderen, wird abhängen müssen von der Art der realen Bedingungen, welche die Vorstellung hervorrufen. Wir müssen schliessen, dass andere reale Bedingungen hätten vorhanden sein müssen, um zu bewirken, dass die Wahrnehmung eines anderen Ortes des gleichen Objectes eintrete. Es müssen also in dem Realen irgend welche Verhältnisse oder Complexe von Verhältnissen bestehen, welche bestimmen, an welchem Ort im Raume uns ein Object erscheint. Ich will diese, um sie kurz zu bezeichnen, topogene Momente nennen. Von ihrer Natur wissen wir nichts; wir wissen nur, dass das Zustandekommen räumlich verschiedener Wahrnehmungen eine Verschiedenheit der topogenen Momente voraussetzt.

Daneben muss es im Gebiete des Realen andere Ursachen geben, welche bewirken, dass wir zu verschiedener Zeit am gleichen Orte verschiedene stoffliche Dinge von verschiedenen Eigenschaften wahrzunehmen glauben. Ich will mir erlauben, diese mit dem Namen der hylogenen Momente zu bezeichnen. Ich wähle diese neuen Namen, um alle Einmischung von Nebenbedeutungen abzuschneiden, die sich an gebräuchliche Worte knüpfen könnten.

Wenn wir nun irgend Etwas wahrnehmen und behaupten, was eine gegenseitige Abhängigkeit von Raumgrössen aussagt, so ist zweifelsohne der thatsächliche Sinn einer solchen Aussage nur der, dass zwischen gewissen topogenen Momenten, deren eigentliches Wesen uns aber unbekannt bleibt, eine gewisse gesetzmässige Verbindung stattfindet, deren Art uns ebenfalls unbekannt ist. Eben deshalb sind Schopenhauer und viele Anhänger von Kant zu der unrichtigen Folgerung gekommen, dass in unseren Wahrnehmungen räumlicher Verhältnisse überhaupt kein realer Inhalt ist, dass der Raum und seine Verhältnisse nur transcendentaler Schein seien, ohne dass irgend etwas Wirkliches ihnen entspricht. Wir sind aber jedenfalls berechtigt, auf unsere räumlichen Wahrnehmungen dieselben Betrachtungen anzuwenden wie auf andere sinnliche Zeichen, z. B. die Farben. Blau ist nur eine Empfindungsweise; dass wir aber zu einer gewissen Zeit in einer bestimmten Richtung Blau sehen, muss einen realen Grund haben. Sehen wir zu anderer Zeit dort Roth, so muss dieser reale Grund verändert sein.

Wenn wir beobachten, dass verschiedenartige physikalische Processe in congruenten Räumen während gleicher Zeitperioden

verlaufen können, so heisst dies, dass im Gebiete des Realen gleiche Aggregate und Folgen gewisser hylogener Momente zu Stande kommen und ablaufen können in Verbindung mit gewissen bestimmten Gruppen verschiedener topogener Momente, solcher nämlich, die uns die Wahrnehmung physisch gleichwerthiger Raumtheile geben. Und wenn uns dann die Erfahrung belehrt, dass jede Verbindung oder jede Folge hylogener Momente, die in Verbindung mit der einen Gruppe topogener Momente bestehen oder ablaufen kann, auch mit jeder physikalisch äquivalenten Gruppe anderer topogener Momente möglich ist, so ist dies jedenfalls ein Satz, der einen reellen Inhalt hat, und die topogenen Momente beeinflussen unzweifelhaft den Ablauf realer Processe.

In dem oben gegebenen Beispiel mit den zwei gleichseitigen Dreiecken handelt es sich nur 1) um Gleichheit oder Ungleichheit, d. h. physische Gleichwerthigkeit oder Nicht-Gleichwerthigkeit von Punktabständen, 2) um Bestimmtheit oder Nicht-Bestimmtheit der topogenen Momente gewisser Punkte. Diese Begriffe von Bestimmtheit und von Gleichwerthigkeit in Beziehung auf gewisse Folgen können aber auch auf Objecte von übrigens ganz unbekanntem Wesen angewendet werden. Ich schliesse daraus, dass die Wissenschaft, welche ich physische Geometrie genannt habe, Sätze von realem Inhalt enthält, und dass ihre Axiome bestimmt werden nicht von blossen Formen des Vorstellens, sondern von Verhältnissen der realen Welt.

Dies berechtigt uns noch nicht, die Annahme einer Geometrie, die auf transcendentale Anschauung gegründet ist, für unmöglich zu erklären. Man könnte z. B. annehmen, dass eine Anschauung von der Gleichheit zweier Raumgrössen ohne physische Messung unmittelbar durch die Einwirkung der topogenen Momente auf unser Bewusstsein hervorgebracht werde, dass also gewisse Aggregate topogener Momente auch in Bezug auf eine psychische, unmittelbar wahrnehmbare Wirkung äquivalent sein. Die ganze Euklidische Geometrie lässt sich herleiten aus der Formel, welche die Entfernung zweier Punkte als Function ihrer rechtwinkligen Coordinaten giebt. Nehmen wir an, dass die Intensität dieser psychischen Wirkung, deren Gleichheit als Gleichheit der Entfernung zweier Punkte im Vorstellen

erscheint, in derselben Weise von irgend welchen drei Functionen der topogenen Momente jedes Punktes abhängt, wie die Entfernung im Euklidischen Raume von den drei Coordinaten eines jeden, so müsste das System der reinen Geometrie eines solchen Bewusstseins die Axiome des Euklid erfüllen, wie auch übrigens die topogenen Momente der reellen Welt und ihre physische Aequivalenz sich verhielten. Es ist klar, dass in diesem Falle die Frage der Uebereinstimmung zwischen psychischer und physischer Gleichwerthigkeit der Raumgrössen nicht allein aus der Form der Anschauung entschieden werden könnte, und wenn sich Uebereinstimmung herausstellen sollte, so wäre diese als ein Naturgesetz, oder wie ich es in meinem populären Vortrage bezeichnet habe, als eine prästabilirte Harmonie zwischen der Vorstellungswelt und der reellen Welt aufzufassen, ebenso gut, wie es auf Naturgesetzen beruht, dass die von einem Lichtstrahl beschriebene gerade Linie mit der von einem gespannten Faden gebildeten zusammenfällt.

Ich meine damit gezeigt zu haben, dass die Beweisführung, die ich in § 1 in der Sprache der realistischen Hypothese gegeben habe, sich auch ohne deren Voraussetzungen giltig erweist.

Wenn wir die Geometrie auf Thatsachen der Erfahrung anwenden wollen, wo es sich immer nur um physische Gleichwerthigkeit handelt, können nur die Sätze derjenigen Wissenschaft angewendet werden, die ich als physische Geometrie bezeichnet habe. Wer die Axiome aus der Erfahrung herleitet, dem ist unsere bisherige Geometrie in der That physische Geometrie, die sich nur auf eine grosse Menge planlos gesammelter, statt auf ein System methodisch durchgeführter Erfahrungen stützt. Zu erwähnen ist übrigens, dass dies schon die Ansicht von Newton war, der in der Einleitung zu den „Principia“ erklärt: „Geometrie selbst hat ihre Begründung in mechanischer Praxis und ist in der That nichts Anderes als derjenige Theil der gesammten Mechanik, welcher die Kunst des Messens genau feststellt und begründet.“

Dagegen ist die Annahme einer Kenntniss der Axiome aus transcendentaler Anschauung:

1) eine unerwiesene Hypothese;

2) eine unnöthige Hypothese, da sie nichts in unserer

thatsächlichen Vorstellungswelt zu erklären vorgiebt, was nicht auch ohne ihre Hilfe erklärt werden könnte;

3) eine für die Erklärung unserer Kenntniss der wirklichen Welt gänzlich unbrauchbare Hypothese, da die von ihr aufgestellten Sätze auf die Verhältnisse der wirklichen Welt immer erst angewendet werden dürfen, nachdem ihre objective Giltigkeit erfahrungsmässig geprüft und festgestellt worden ist.

Kant's Lehre von den a priori gegebenen Formen der Anschauung ist ein sehr glücklicher und klarer Ausdruck des Sachverhältnisses; aber diese Formen müssen wirklich inhaltsleer und frei genug sein, um jeden Inhalt, der überhaupt in die betreffende Form der Wahrnehmung eintreten kann, aufzunehmen. Die Axiome der Geometrie aber beschränken die Anschauungsform des Raumes so, dass nicht mehr jeder denkbare Inhalt darin aufgenommen werden kann, wenn überhaupt Geometrie auf die wirkliche Welt anwendbar sein soll. Lassen wir sie fallen, so ist die Lehre von der Transcendentalität der Anschauungsform des Raumes ohne allen Anstoss. Hier ist Kant in seiner Kritik nicht kritisch genug gewesen; aber freilich handelte es sich dabei um Lehrsätze aus der Mathematik, und dies Stück kritischer Arbeit musste durch die Mathematiker erledigt werden.

Physiologie.

高等教育出版社

LXXX.

De Fabrica Systematis nervosi Evertebratorum.

Inaugural-Dissertation zum 11. Nov. 1842.

De partibus elementaribus.

Partes elementares systematis nervosi in animalibus ever- 5
tebratis eaedem sunt atque in vertebratis, fibrillae et globuli gangliorum. Fibrillae funiculos componunt ganglia conjungentes, et nervos ad omnes corporis partes decurrentes, praeterea etiam in gangliis inveniuntur inter globulos gangliosos sitae. E corpore vivo vel vix mortuo desumtae, sunt cylindricae, pellucidae, ut nulla in iis structura subtilior cognosci possit; simplices decurrunt per nervos, nunquam in ramos dividuntur neque in nervis simplicibus neque in plexibus nervorum, id quod Valentin in nervis intestinalibus astaci perspici posse demonstravit. Crassitudo earum diversa per diversa bestiarum genera; major in astacis (ad 0,008‴), minor in hirudinibus (0,003‴), minima in insectis et arachnodis. Compositae sunt membrana externa simplici et materia quadam liquida, in illa contenta, id quod perspicitur compressione nervorum; restant enim membranae, materia autem e finibus dissectis effluit, ibique aut fila irregularia aut flocculos et granula format, eodem modo ac illa in vertebratorum nervis contenta. Inter- 6
posita est hisce fibrillis nerveis tela cellulosa sive coniunctiva, fibrillis undulatis composita, quae modo in fasciculos modo in membranas complectuntur, et quibus in nonnullis bestiis, ut in astaco fluviatili, nuclei adjacent.

Fibrillarum nervearum natura inter omnes clarissime in astaco fluviatili cognoscitur, et quia ipsae majores sunt, et

quia minus firme inter se membranis telae conjunctivae conjunguntur. Si nervum majorem vel funiculum nerveum e bestia viva desumtum, cito, nulla aqua addita, in lamina vitrea positum acubus dilaceras, fibrillas nerveas, quales descripsi, videbis. Aqua autem addita, vel bestia jam diutius mortua, fibrillae redduntur irregulares, leviter rugosae, et parvis olei guttulis aspersae videntur. Quae mutatio, quamquam non tanta est, quanta in vertebratis, tamen efficit, ut complurium fibrillarum fasciculus minus sit pellucidus. Praeter eas magnam filorum telae conjunctivae copiam, tenuium, undulatorum invenies, quae eadem directione ac fibrillae nerveae decurrentes, partim iis tantummodo interposita sunt, partim lineae spiralis modo eas circumdant. Mixtae sunt globulis rotundis, paullulum flavescentibus, quos quum in omnibus membranis conjunctivis, in tela cellulosa pinguedinis cellulas continente invenerim, nucleos telae conjunctivae esse puto. Denique inveniuntur tubuli majores, simplici membrana formati, eadem directione ac fibrillae nerveae decurrentes, quorum parietibus globuli elliptici granulati intexti sunt, quos tubulos vasa sanguifera esse conjicio.

7 Si acido acetico imbuuntur nervi, fibrillae nerveae paullulum eo mutantur, fila autem conjunctiva tam pellucida redduntur, ut evanescant paene. In ceteris animalibus evertebratis non successit mihi, ut in nervis dilaceratis fibrillas singulas, plane liberas perspicerem; discernuntur autem in nervis compressis et in ramulis minoribus, paucas fibrillas continentibus, id quod facilius redditur, si acido acetico addito, telam conjunctivam clariorem facis. Praecipue in hirudinibus et molluscis ita fibrillarum crassitudinem et formam perspici licet, in insectis autem difficilius est ob teneritatem structurae et claritatem totius massae majorem et tracheas tenuissimas intextas. Interdum in gangliis quoque dilaceratis minorem fibrillae partem inveni. In hisce bestiis fila conjunctiva minus inter se sejuncta sunt, quam in astacis, magis ad membranas contexta, multo tenuiora, nucleis carentia, undulata. Fibrillas nerveas alias cinereis nervorum organicorum vertebratorum similes non inveni, nisi iis fila telae conjunctivae comparamus, inter fibrillas nerveas sitas, Valentini opinionem sequentes.

Globuli gangliosi animalium evertebratorum iis simillimi

sunt, qui in gangliis nervi sympathici vertebratorum inveniuntur, varii quidem in variis bestiarum generibus, omnes tamen ad unam rationem conformati. Sunt cellulae, membrana simplici circumdatae, liquore quodam granuloso repletae, in quo nucleus rotundus situs est, granula plerumque complura et nucleolum continens. Conjunguntur inter se et obducuntur singulae cellulae filis telae conjunctivae, ita plerumque decur- 8
rentibus, ut a fibrillis nerveis veniant, totam cellulam circumdent, et in fasciculum congregata ab altero cellulae latere ad partes vicinas transeant. Praeter hanc telam conjunctivam cuique cellulae membrana est propria simplex, in qua nulla structura penitior perspici potest, id quod facile cognoscitur in cellulis astaci et molluscorum diutius in aqua versatis, quae imbibita membranam a materia contenta sejungit. Quae materia etiam in cellulis recenter e bestia viva desumtis, semper granulis tenuissimis abundat; membranis cellularum diruptis effluit, neque aquae commiscetur, sed in coagula irregularia conformatur. In bestiis nonnullis variis pigmentis colorata est, ut in lepidopterum larvis fusco, in limnaea et planorbi rubro; quae pigmenta aqua solvuntur; dirupta enim membrana cellulae materia granulosa non colorata circa nucleum remanet. Nucleus in aliis animalibus granulis grossioribus quam cellula impletus est, ut in molluscis, astaco fluviatili, inter quae nucleolus interdum difficilius cognoscitur, in aliis clarus est et solum nucleolum continet, ut in insectis, hirudinibus. Magnitudo cellularum varia secundum magnitudinem et secundum genus bestiarum. Maximae sunt in astaco (ad 0,05‴), in unione margaritifera, arione empiricorum (ad 0,04‴), minores in hirudinibus (ad 0,03‴), planorbi, limnaea, minimae in insectis, arachnodis (ut in gryllis, scarabaeo stercorario, larva geotrupis nasicornis, aranea domestica ad 0,02—0,027‴). Neque tamen in eadem bestia omnes gangliorum cellulae ejusdem magnitudinis sunt; praeter eas enim, quarum diametrum 9
numeris emetitus sum, inveniuntur bis vel ter minores. Nuclei vel tertia parte (ut in molluscis), vel dimidio (ut in astacis, gryllis), vel ter et quater (ut in insectis plerisque, hirudinibus) sunt cellulis minores.

Forma cellularum duplex est distinguenda; aut enim pro-

cessu carentes rotundae vel ovales sunt, aut processu instructae. Ganglio aliquo hirudinis, arionis, grylli acubus dilacerato, facillime videbis, et in reliquis quoque evertebratis omnibus, paullulum talibus disquisitionibus exercitatus, invenies cellulas alias caudatas, in alia bestia alius formae, quarum caudae finem abruptum esse perspicuum sit, alias ecaudatas, uno marginis loco ita vulneratas, ut ibi diruptum processum esse conjici liceat; alias integras et processu plane carentes. Quae caudae sunt cylindricae, ejusdem latitudinis ac fibrillae nerveae; modo paullatim dilatatae in cellulam transeunt, modo ubique aequales iis insidunt; initium earum paullum continet materiae granulosae, qua cellula repletur, partes distantes fibrillis nerveis sunt simillimae aspectu. Quae disquirens, cave ne in errores hosce incidas. Primum nuclei iis in bestiis, in quibus cellulis paullum sunt minores, ut in molluscis, astaco, cellulis diruptis in aqua libere natantes, facillime cellulae esse putantur. Deinde in astacorum gangliis nuclei telae conjunctivae cellulis interpositae, quum non sint dissimiles aspectu globulis illis parvis substantiae cinereae cerebri, ab eo, qui cellulas gangliosas astaci nondum vidit, facile systemati ner-
10 voso adnumerantur. Nullum igitur globulum cellulam esse putes, nisi aut in eo nucleum et nucleolum perspicias, aut alium simillimum invenies processu instructum. Tum cave, ne fasciculum filorum telae conjunctivae, praesertim ab illo marginis loco abeuntem, qui processui contrarius situs est, processum habeas. Discerni autem eo possunt, quod fasciculus fibrillis undulatis compositus est, plerumque irregularis, acido acetico fere evanescens.

De nervorum et gangliorum fabrica.

Explicatis formis partium elementarium, exponendum est, quomodo eae partes in nervis gangliisque conjunctae sint. Quod ut cognoscamus, quum nonnullae tantummodo bestiae idoneae sint: primum describemus, quae in iis singulis invenerimus, tum rationes, secundum quas exstructum sit systema nervosum evertebratorum, statuere conabimur.

Incipiamus a molluscis, in quibus systema nervosum

minus est complicatum, quam in arthrozois. Aptissimi ex iis sunt limnaeus stagnalis et planorbis corneus, ut cognoscatur, quomodo cellulae gangliosae et fibrillae nerveae in gangliis sitae sint, quia cellularum materia granulosa pigmento laete rubro imbuta est. Invenitur in hisce bestiis annulus nervosus oesophagi initium circumdans, in cujus parte posteriore inferiore quatuor ganglia majora, duo superiora, duo inferiora sita sunt, in lateribus nonnulla minora. Eminent et ipsa ganglia colore rubro, ut facile oculo solo dignosci possint a massa nervorum. Conjuncta sunt inter se funiculis nerveis, et emittunt nervos ad reliquas corporis partes. Obducuntur membrana 11
satis firma, nigro pigmento tincta: quae si accurate detracta est, integra ganglia sub microscopio perlustrari potes. Praeter hancce alia invenitur membrana pellucida, firmissima, filis telae conjunctivae contexta, quae nervos et ganglia omnia obtegit.

Nervi cujusque fibrillae, ubi ad ganglion aliquod adveniunt, ita dividuntur, ut major earum pars praetereat, et in funiculos distribuatur, quibus illud ganglion cum vicinis conjunctum sit, minor tantum ganglion intret. Quum eodem modo omnes nervi et funiculi nervei dividantur ad ganglion quodque, plexus nervosus efficitur, nervos corporis emittens, cui ganglia apposita sunt iis locis, ubi ramuli complures coalescunt. Gangliorum ipsorum structura optime in gangliis duobus majoribus inferioribus, quae colore rubro intenso prae ceteris eminent, cognoscitur. Sejungas eas ab reliquis, sejunctis detrahas membranam nigricantem, deponas in lamina vitrea, et lamella tenuissima alia detectas, cavens, ne nimis premantur, microscopio perlustreris. Facillime videbis cellulas gangliosas, satis magnas, rubras, caudatas, et caudas earum in ipsos nervos transeuntes, praesertim in nervum majorem, qui ab hisce gangliis ad bestiae cutem muscularem descendit. Ab alio latere idem ganglion adspiciens, invenies alias caudas, in duos funiculos transeuntes, quorum alter ad ganglion superius ejusdem lateris, alter ad inferius contrarii decurrit.

E reliquis molluscis perscrutatus sum arionem empiri- 12
corum, helicem pomatiam, unionem margaritiferam; attamen quum pigmento rubro cellulae eorum careant, nihil in integris gangliis pro certo cognosci potest.

In hirudinibus vulgaribus, ubi fabrica subtilior gangliorum multo melius perspici potest quam in medicinalibus, quibus Valentin et Ehrenberg usi sunt, ganglia inveniuntur novemdecim, inter abdominis musculos et intestinum sita in ipso vase sanguifero longitudinali inferiore; ganglion primum omnibus reliquis majus, triangulare, basi ad os, apice ad ganglion secundum spectans; cerebrum duabus partibus oblongis compositum, in hirudinibus medicinalibus in medio coalitis, in vulgaribus funiculo brevi conjunctis. Quum ganglia membrana firmissima tecta sint, audacter cultris tunicam nigram vasis sanguiferi dilaceres, ut ea promas; ganglia enim sub instrumentis elabentia non delentur. Recenter promta et levissime compressa, microscopio ea supponas. Sunt lentiformia, emittunt a marginis rotundi quatuor lateribus binos ramos nervosos, latitudine fere pares, ab anteriore et posteriore funiculos, a dextro et sinistro nervos corporis. Et ganglia et nervi neurilemate crasso, fibrillas tenuissimas continente obducuntur, quod in superficie inferiore cujusque ganglii lineis obscuris in sex partes dividitur, duas medias majores, quatuor laterales, quarum anteriores inter binorum nervorum lateralium origines sitae sunt.
13 Haecce divisio non in omnibus gangliis plane aequalis est; interdum enim lobulus posterior medius non ad marginem posteriorem ganglii pergit, ut laterales posteriores post eum se tangant; similibusque differentiis aliis ordo divisionis mutatur, ita tamen, ut eundem ubique adesse perspicuum sit. In faciem superiorem illarum linearum duae tantum pergunt, quibus partes laterales secernuntur, et finiuntur, ubi fibrillae funiculorum supra ganglion decurrunt. Valentin tales lineas inter hasce fibrillas et cellulas gangliosas sitas, effigie depinxit, equidem non vidi. Ganglii abdominalis primi facies inferior et partes externae faciei superioris lineis transversis in partes octo dividuntur, cerebrum utroque in latere in quatuor superiores, quatuor inferiores, hisce in gangliis marginem quoque sulcis incisum et septa lineis affixa vides, quam ob causam Valentin in reliquis quoque gangliis linearum aspectum septis affixis effici concludit.

In superiore ganglii facie fibrillas nerveas transeuntes vides a funiculis anterioribus ad posteriores, quae in marginibus arctius

sibi appositae sunt, in medio ganglio magis dilatatae, ut figuram ovalem conforment, cujus uterque finis in duos ramos ad funiculos descendentes dividitur. Ad latera superficiei superioris cellulas gangliosas invenis arctissime sibi appositas. Microscopii foco paullulum deorsum moto, sub hisce cellulis filamenta nervorum lateralium in medium ganglion transeuntia apparent; confluere quidem videntur cum fibrillis funiculorum, singula autem ab altero ad alterum fasciculum oculis persequi satis certo non potes, quamobrem Valentin dubitat, quin fila 14
nervorum cum funiculis cohaereant. Paullum fortius autem compresso ganglio, ut nonnullae cellulae rumpantur, a quoque funiculo ad utrumque nervum ejusdem lateris filamenta transeuntia, interdum etiam ad latus contrarium, clarissime videbis. In ganglio primo triangulari funiculorum fibrillae in superficie superiore media decurrunt, et per angulos anteriores exeunt; praeterea autem inveniuntur filamenta ad marginem anteriorem transverse extensa; omnibus hisce filamentis et longitudinalibus et transversalibus funiculi componuntur, quibus illud ganglion cum cerebro conjungitur, duplo crassiores reliquorum ganglionum funiculis. Uterque ad faucium latus adscendit, et per cerebri faciem inferiorem decurrens, in medio convenit cum altero et in eum transit. In ganglio postremo funiculorum fibrillae omnes transeunt in nervos caudales.

Gangliorum faciem inferiorem adspiciens, cellulas gangliosas in spatiis eorum separatis ita dispositas videbis, ut alterum latus alteri satis accurate respondeat; sub hisce cellulis filamenta cognosces nervorum et funiculorum praecipue prope illas lineas obscuras decurrere, quare ea inter singulas ganglii partes transire conjiciendum fortasse est. Id quod melius perspici potest in ganglio primo triangulari; ibi enim nervi laterales binis fasciculis componuntur, quorum utrique in fissuram intrant inter bina spatia separata sitam.

Processus cellularum interdum in integro ganglio percipi 15
possunt, at cavendum est, ne alia quadam re oculus decipiatur. Nam aut duae cellulae vicinae marginibus vel se obtegentes vel paullulum distantes, aut fibrillae profundius sitae, quae per massam pellucidam perspici possunt, interdum efficiunt, ut processum adesse putes. Satis magnum gangliorum numerum eam

ob rem perlustratus, tres praecipue locos inveni, ubi processus cellularum persequi potuerim. Primum in lobo anteriore medio interdum cellulae singulae satis magnae processum longum ad nervum lateralem anteriorem demittunt; tum ad latera faciei superioris cellulae minores sitae sunt, quarum processus ad medium ganglion pergere, ibique fibrillis funiculorum admisceri solent, quae cellulae praecipue in ganglio abdominali primo facilius perspiciuntur, ubi minus arcte compositae sunt. Clarius autem quam in gangliis abdominalibus caudae cellularum in nervos transeuntes perspici possunt in cerebro, in cujus latere inferiore fibrillarum nervearum fasciculus decurrit, singulas fibrillas emittens, sursum flexas, in cellulas gangliosas transeuntes, quarum fundus ad superficiem superiorem spectat. Fibrillae e cellulis oriundae partim ad finem internum partim ad externum utriusque lobi cerebralis pergunt. Etsi non in omni cerebro rem ita esse, pro certo statim videre potes ob varium cellularum situm et ordinem: complures tamen perquirens, invenies, in quibus ita videbis, ut dubitare non possis. Interdum, tamen raro in gangliis quoque acubus dilaceratis
16 mihi successit, ut caudas cellularum per fissuram prodeuntium usque ad nervos oculis persequerer.

In mediis lobis lateris inferioris gangliorum cellulae majores sitae sunt, quae dilacerato ganglio, si integrae servatae et partibus circumsitis liberatae sunt, cauda plerumque carent, et circum eas cellulae minores, quarum caudae ad latus superius earum pergere videntur.

Hisce omnibus, quae de hirudinis gangliis experta habemus, collectis, a vero non multum abhorrere videbimur, gangliorum fabricam ita describentes: Ganglii latus inferius septis membranaceis in sex partes separatas divisum est, quae septa non omnia ad latus superius adscendunt, ut ibi spatia illa inferne separata aperta sint. Fibrillarum nervearum alia pars super ganglion decurrit, alia inter septa a funiculis in nervos laterales descendit, alia e funiculis et nervis medium ganglion ingressa, spatia separata intrat, et in cellulas gangliosas transit; quamobrem caudae cellularum plerumque ad medium ganglion spectare videntur. Interpositae sunt hisce cellulis caudatis cellulae ecaudatae majores, quibus illae adjacent.

In lumbricis, julis, oniscis ganglia a membrana obtegente integra liberari non possunt, quare nihil de fabrica eorum compertum habeo.

Systema nervorum astaci fluviatilis tredecim gangliis 17
compositum est, quorum unum, cerebrum nominatum, maximum in capitis anteriore parte ante ventriculum et oesophagum positum est. Duobus funiculis longis, qui, ubi oesophago adiacent, paullulum intumescunt, nervosque complures ad eum mittunt, conjunctum est cerebrum cum primo ganglio thoracico quadrangulari paullum minore. Sequuntur quinque ganglia thoracica, quae binis partibus lateralibus composita sunt, demum sex ganglia abdominalia, dimidio fere minora illis, tenuioribusque funiculis conjuncta. E ganglii cujusque latere utroque nervi plerumque bini oriuntur, nonnulli praeterea e funiculis abdominalibus. Materia funiculorum et nervorum est paene pellucida, longitudinaliter striata, qua re multum a gangliis opacis, albescentibus jam primo aspectu differt. Accuratius tractum nervosum solo oculo vel lente vitrea perlustrans, facile cognosces, funiculorum partem supra ganglia subtus apposita nulla intermissione decurrere. Quod quum Newport vidisset, conatus est tractum nervosum astaci marini, spiritu vini indura-
tum ita dissecare, ut funiculi supra ganglia transeuntes a gangliis ipsis sejungerentur, qua methodo tractum in duas partes dividit, alteram superiorem gangliis carentem, alteram inferiorem gangliosam. Nervos e gangliorum lateribus prodeuntes duplici radice componi dicit, altera motoria a funiculis superioribus, altera sensitiva e gangliis oriunda; fatetur tamen, se viam, qua filamenta e funiculis ad nervos perveniant, explorare non potuisse. 18
Equidem iisdem experimentis in astaco fluviatili institutis, cujus tractum nervosum alternis diebus in spiritu vini et kali carbonici solutione conservaveram, similia inveni. Caute detracto neurilemate satis firmo, a media facie inferiore incipiens duas ganglii partes in medio sejunctas ad latera opposita dimovi, quas secutae sunt funiculorum partes inferiores. Ganglio vicino eodem modo tractato, eadum funiculorum pars secuta est, exceptis paucis fibrillis, quae a funiculis superioribus in latus internum ganglii transierunt, et nervorum radices e funiculis

descendentes videntur esse. Interdum filamenta nonnulla funiculorum inferiorum ad massam gangliosam lateris oppositi deflexa sunt; eodemque modo funiculi quoque superiores supra ganglion plexum formant, filamentis nonnullis ab altero ad alterum transeuntibus. Per massam autem gangliosam ego ut Newport filamentorum viam persequi non potui, neque funiculorum inferiorum neque nervorum. Quamobrem nervorum radices superiores gangliis non solum adiacere puto, ut Newport conjecit, sed per ea transire, id quod in hirudinibus et in erucis pro certo cognoscere possumus.

In ganglio abdominali ultimo fibrillae funiculorum distribuuntur in nervos ani et squamarum caudalium; in cerebri autem parte anteriore non transeunt in nervos opticos, quorum fibrillas transverse supra illas decurrere in cerebris paullum compressis perspici potest, quonam autem modo finiantur, videre
19 non potui. Cerebrum astacorum non est ganglion simplex, sed octo lobis compositum, quos Valentin descripsit.

Duo anteriores medii in unum paene coalescunt, nervos opticos ad latera emittunt et funiculos a ganglio thoracico primo venientes, per medium cerebrum transgressos recipiunt; albescunt minus reliquis lobis. Ad utrumque funiculorum latus tres lobi siti sunt, quorum primus minor et secundus major sphaerici, opaci, filamenta nervosa recipiunt e funiculis eo loco, ubi inter se cohaerent, et nervum emittunt in capitis latera adscendentem. Tertius postremus transverse oblongus est; in finem ejus internum filamenta e funiculorum lateribus intrant, ex externa nervus acusticus oritur. Quos lobos facillime perspicis in cerebro e bestia vix mortua amoto et in tabula obscura posito; albedine enim distincti sunt recentes, in spiritu vini autem servati, a nervis aeque albidis discerni non possunt. Fibrillarum vias, quas modo descripsi, et in cerebris recentibus leviter compressis microscopio et in iisdem, spiritus vini ope induratis, cultro cognoscere potes.

Ganglion thoracicum primum pari loborum numero compositum est, qui non ad latera, sed sub funiculis siti sunt. Reliqua ganglia binos lobos habent subtus funiculis appositos, qui in thorace interdum ita distant, ut alter alterum non tangat,

in abdomine autem arctius cohaerent, ut sulcus tantummodo exiguus eos diversos esse indicet.

Partibus inferioribus gangliorum abdominalium, in quibus cellulae sitae sunt, vel cerebri lobis lateralibus primo et secundo 20
paullum compressis, fibrillas nervorum inter cellulas transeuntes perspicere, interdum etiam caudas cellularum iis simillimas aspectu per spatium quater ad sexies longius ipsius cellulae diametro oculis persequi potes. Si fibrillae duae, ad ejusdem cellulae latera decurrentes, in ejus fine conveniunt, interdum te videre putas fibrillam unam circum illam cellulam reflexam; accuratius autem perlustrans, duas adesse cognosces. Ceterum in hisce locis non plures fibrillas cellulis interpositas vidi, quam quot in cellulas transire verisimile esset.

Praeter ganglia tractus abdominalis adsunt minora in plexu nervorum intestinalium. Adscendunt ad ventriculum ramus unus e margine posteriore cerebri et ramuli complures e funiculis primis, eo loco abeuntes, ubi funiculi illi oesophago adjacentes intumescunt, et paullulum massae gangliosae insitum habent. Qui nervi ubi dividuntur, non solum a toto nervo in ramum quemque, sed etiam ab altero ramo ad alterum fibrillae transeunt. Insertae sunt iis, et ubi dividuntur, et ubi simplices decurrunt, cellulae gangliosae modo singulae, modo complures, quarum caudas interdum inter fibrillas nervorum per aliquot spatium decurrentes vidi, id quod Valentin quoque depinxit. Ganglia eo modo composita fabricae maxime diversae sunt; aut enim fibrillae nerveae in latere praetereunt, aut per medium ganglion, aut per totum ejus circuitum; neque numero nervorum ex eo oriundorum, neque cellularum multitudini norma fixa adest.

In insectorum et arachnodum gangliis et abdomina- 21
libus et organicis pauca de fabrica interna cognosci possunt ob tracheas tenuissimas per ganglia ramificantes et ob multitudinem cellularum, aliis alias obtegentibus. In erucis tantummodo parvis, quarum cellulae gangliosae pigmento fusco tinctae sunt, perspici potest, funiculorum partem supra ganglion decurrere, ut in hirudinibus, cellulas gangliosas autem in facie inferiore et in lateribus sitas esse. Fibrillae nervorum late-

ralium e funiculis oriundae inter cellulas gangliosas descendunt, non ad superficiem ganglii. In insectis majoribus funiculi pellucidi ut in astacis, supra ganglia opaca transeuntes facile conspiciuntur, id quod Newport descripsit in libello de evolutione nervorum sphingis ligustri scripto.

De totius Systematis nervosi structura.

Nunc quidem ex hisce omnibus, quae de evertebratorum gangliis et nervis cognita habemus, concludere studeamus, qua ratione systema illorum nervosum exstructum sit.

Primum omnibus animalibus evertebratis, quae perlustrati sumus, easdem partes elementares inesse, demonstravimus, fibrillas et cellulas. Deinde in hirudinum et gasteropodum nonnullorum cerebro cellularum caudas transire in fibrillas nerveas, in astacis eas fibrillis simillimas per satis longum spatium in
22 gangliis decurrere. In reliquis autem bestiis non conspeximus, quomodo fibrillae et cellulae cohaereant. Similitudine tamen partium elementarium omnium bestiarum perspecta et natura caudarum fine semper carentium, fibrillis nerveis plane pari, certo non inconsentaneum erit concludere, omnibus in bestiis hisce fibrillas cum cellulis pari modo cohaerere. Utrum autem omnes fibrillae e cellulis oriantur, an aliae oriantur, aliae circum cellulas reflexae transeant, et redeant ad peripheriam, id quidem dijudicatu satis difficile est. Si numeris definire studemus, quanta sit fibrillarum copia in nervis e gangliis oriundis, quanta cellularum in gangliis ipsis hirudinum vel erucarum vel astacorum: invenimus in gangliis bis vel ter pluribus cellulis locum esse, quam fibrillis in nervis lateralibus. Nam quum in hirudine diametrus gangliorum (0,23‴) decies fere cellulas mediae magnitudinis (0,02‴) superet, spatium cubicum illorum millies superat hasce; et quum diametrus nervi cujusque (0,03‴) fibrillis (0,003) aeque decies major, lumen centies majus; quum quatuor oriantur nervi, fibrillarum omnium per eos exeuntium numerus fere est quadringentarum. In astaco nervi laterales sunt octies crassiores fibrillis, gangliorum et cellularum ratio fere eadem ac in hirudinibus. Etsi tales numeri non satis certo definiendi sunt, ob diversam cellularum

magnitudinem et ob formam gangliorum et cellularum non perfecte sphaericam: tamen hac ratione comprobatur, tantam cellularum copiam adesse, ut omnes fibrillae quatuor nervorum 23
ex iis prodire possint.

Inveniuntur quidem fibrillae inter ipsas ganglii cellulas transeuntes, uti fasciculi in arthrozois a funiculis ad nervos laterales descendentes. In quibus autem earum bestiarum illorum viam oculis persequi possumus, non singulae fibrillae inter cellulas decurrunt, ut in vertebratorum gangliis, sed in fasciculum congregatae.

Nervorum ipsorum fabrica simplicissima, eadem ac vertebratis; descendunt enim fibrillae a partibus centralibus via recta, in fasciculos congregatae, ad corporis partes; quomodo finiantur, aeque ac Valentin invenire non potui.

Ganglia inveniuntur simplicissima in plexibus nervorum intestinalium, ut ex iis cognosci liceat, quaenam subsit ratio fabricae eorum. Adest enim in omnibus plexus nervosus, compositus ramulis compluribus, quorum unusquisque unicuique fibrillas addit; adjacent plexui cellulae gangliosae, aut una aut complures, quarum caudae in nervorum fibrillas abeunt. E ramulo quovis igitur fibrillarum altera pars in ganglion intrans finitur, altera per ramulos reliquos omnes distribuitur, qui ad ganglia vicina decurrentes iterum dividuntur eodem modo. Ita a quoque nervo ejus plexus fibrillae ad quodque ganglion distribui possunt, eodem modo ac in vertebratorum plexibus ramus unusquisque exiens fibrillas continet rami uniuscujusque intrantis.

Gangliis centralibus systematis nervosi voluntarii eadem 24
quidem ratio inest, ordo autem magis certus, per varia bestiarum genera diversus. Illis intestinalibus simillima sunt ganglia cerebralia molluscorum. Nervi enim corporis omnes ad fauces congregati plexum formant, quo oesophagi initium circumdatur, et cujus iis locis, ubi ramuli complures conveniunt, ganglia apposita sunt. Eo tantummodo a gangliis sympathicis differunt, quod numerus cellularum multo major, et quod certo ordine dispositae sunt, omnibus ejusdem speciei bestiis pari.

Ganglia animalium arthrozoorum fabricae magis compositae sunt, omnibus tamen aequalis. Emittunt duos plerumque

nervos in utroque latere, et binos funiculos nerveos ad ganglion anterius et posterius vicinum. Funiculorum pars in omnibus supra ganglion decurrit. In astacis si haecce pars a reliquo ganglio sejungitur, et ipsi funiculi in partes duas dividuntur, quarum inferior in ganglia omnia intrat, superior supra ea decurrit, et paucas tantum fibrillas in eorum quodque demittit, quas Newport in nervos transire dicit, et quibus simillimas nos in hirudinibus et erucis a funiculo et anteriore et posteriore in nervos transeuntes vidimus. Anglicus quidem ille, hac divisione inventa, funiculos superiores motorios, inferiores sensitivos esse dixit; animo autem perpendentibus nobis, quae de ratione gangliorum exstruendorum supra explicuimus, dubium redditur, quin arte, non natura talis divisio efficiatur. Quantum enim fibrillarum viam cognoscere possumus, eandem plexuum
25 formandorum rationem in iis reperimus. Videmus in hirudinum gangliis a nervo quoque intrante fibrillas ad utriusque funiculi latus utrumque adscendentes; in astacis funiculorum et superiorum et inferiorum partes laterales in gangliis ita complexas, ut quaeque et alteri lateri funiculi ejusdem et lateri aequali funiculi alterius fibrillas addat. Si igitur conjicimus in arthrozois systema nervosum secundum eandem rationem conformatum esse, quam reliquis evertebratis inesse cognovimus, certa autem regula ordinatum, ut cuique bestiae annulo ganglion insit, ejus annuli nervos recipiens, et ut omnes fibrillae, quae ganglion aliquod praetereant, supra illud praetereant: habemus systema nervorum, ne minime quidem abhorrens ab iis, quae de arthrozois cognita habemus. Fibrillarum enim, quae in ganglion quodque intrant, altera pars ibi finitur, altera ad reliqua ganglia transit. Transeuntium autem pars in gangliis duobus vicinis finitur, reliquae ad ganglia distantia supra illa praetereunt. Conjunctum igitur est quodque ganglion cum duobus vicinis iis fibrillis, quae ex illius nervis ad haec, et quae ex horum nervis ad illud transeunt. Quae fibrillae quum utrumque ganglion intrent, sejunctis fibrillis praetereuntibus, remanent cum gangliis. Supra ganglion autem quodque decurrunt fibrillae, quibus ganglia reliqua inter se conjunguntur; iis adjacent fibrillae supra ganglia vicina praetergressae, a distantibus in illud primum transeuntes et redeuntes, quae si cum

iis a funiculorum partibus inferioribus sejunguntur, e fasciculis superioribus in ganglia descendere videntur. Hoc igitur modo 26
fit, ut divisione illa Newporti duo fasciculi formentur; inferior ganglia conjungens, superior supra ea decurrens et fibrillas nonnullas in ganglion quodque demittens. Quod si conjicimus, facultates diversas duabus funiculorum partibus tribuere non possumus. Utrum haecce opinio vera sit, an Newporti, qui superiorem movendi, inferiorem sentiendi vi instructam putat, difficile est pro certo statuere. Ille tantummodo comparatione nervorum spinalium, duplici radice prodeuntium nititur et origine nonnullorum nervorum muscularium, qui in astacorum abdomine e superiore funiculorum facie prodeant. Experimentis in astacis vivis institutis frustra conatus sum, talem differentiam demonstrare. Funiculorum enim latus et superius et inferius acubus pupugi et ferro candenti acuto; utrumque pariter secutae sunt ingentes convulsiones bestiae totius. Neque tamen ex eo concludi potest, vim utriusque lateris eandem esse, quia alterius excitatio in gangliis vicinis in alterum facillime transfertur.

Opinione illa e reliquorum animalium evertebratorum consideratione deducta praeterea optime intelligitur, cur in animalibus iis, quorum ganglia aequalia funiculi quoque omnes aequales sint, ganglia autem majora maioribus quoque funiculis conjungantur, quum e Valentini opinione, qui omnes fibrillas e cerebro descendere putat, funiculi posteriores anterioribus longe superari debeant magnitudine.

Nunc quidem, quae de evertebratorum systemate nervoso 27
invenimus, comparemus iis, quae de vertebratis virorum doctissimorum diligentia et ingenio cognita habemus. Partes elementares, quibus omnes illius systematis partes compositae sunt, in utrisque eaedem inveniuntur, fibrillae et cellulae; fibrillas tantummodo dubiis illis cinereis sympathici comparandas non reperi. Fibrillae utriusque cylindricae, pellucidae, in ramos non divisae, membranam simplicem externam habentes, quae liquorem continet aëre et aqua et morte coagulandum. Coagulatio in evertebratis levior quidem, ejusdem tamen naturae. Eo autem differunt, quod fibrillae vertebratorum, ubi in partes centrales intrant, multo tenuiores fiunt, evertebratorum ejusdem

ubique diametri et naturae sunt. Idem fere de cellulis gangliorum dicendum est. Sunt in utrisque massa granulosa repletae, nucleo et nucleolo instructae, differunt tantum magnitudine. Inveniuntur in utrisque caudatae et ecaudatae, forma plane pares. At quum in vertebratis, ut fibrillae, cellulae quoque partium centralium multo minores sint illis, quae in gangliis peripphericis sitae sunt: in evertebratis et majores et minores ubique inveniuntur.

Partium peripphericarum fabrica, quod eam perspicere potuimus, utrisque eadem. Nervi voluntarii evertebratorum eo tantummodo differunt, quod eorum trunci majores plexus non conformant, ut vertebratorum nervi spinales. Nervi autem intestinales reti valde complicato et in illis et in his similes sunt,
28 cui ganglia insita. Quae ganglia eo potissimum differunt, uti Valentin demonstravit, quod in vertebratis structurae magis perfectae fibrillae singulae inter cellulas transeant, in piscibus autem multis et in evertebratis in fasciculum congregatae. Oriuntur hae fibrillae in utrisque partim e partibus centralibus, partim e cellulis gangliorum prodire videntur, id quod ex evertebratis in astaco vidimus, et quod Remak de vertebratis conjicit, illarum processus saepe per satis longum spatium oculis persecutus.

Valentinum contra fibrillas nunquam in cellulas transeuntes, sed circum eas reflexas se vidisse dicere et in gangliis peripphericis et in substantia cinerea cerebri atque medullae, neque hanc disceptationem adhuc satis certo dijudicatam esse, notum est. In tanta rerum obscuritate et incertitudine, num eo, quod evertebratis plane easdem partes elementares inesse cognovimus ac vertebratis, et quod in utrisque paria pari modo conjuncta esse verisimile sit, Remakii opinioni paullulum fortasse probabilitatis addatur, id viri rerum physiologicarum magis periti decernant.

Partium centralium structura in duabus hisce animalium classibus toto coelo distare videtur, si extus tantummodo eas adspicimus. In vertebratis enim eas cohaerentes videmus, compluribus lobis arctissime inter se conjunctis compositas, in evertebratis separatas, diverso modo dispositas, funiculis tantummodo nerveis conjunctas. Explorata autem internae fabricae

ratione, miram et inexspectatam similitudinem reperimus. Valentini enim studio compertum habemus, fibrillas nerveas, in partes centrales ingressas in plexum distribui ita, ut fasci- 29
culi fibrillarum singuli, vaginis telae conjunctivae separati, ab omnibus vicinis fibrillas alias recipiant, alias iis reddant, neque uno solum loco, sed per totam viam, per quam ad materiam cineream adscendant. Quales igitur in evertebratis plexus inter centrorum complurium nervos invenimus, tales in vertebratis inter fibrillas nerveas unum centrum intrantes non desunt. Itaque si lobos cerebri vertebratorum sejungi imaginaris, plane eandem structuram habebis, quam in evertebratis perspeximus; si evertebratorum ganglia, quomodo in unam massam coalescant, persequeris, systema nervosum componi videbis, ut Mueller edocuit, vertebratis simillimum. Et si singulas eorum partes comparare vis, gangliorum partes inferiores, in astacis et insectis opacae, in molluscis nonnullis rubrae, substantiae cinereae, funiculorum autem massa pellucida albae cerebri vertebratorum similes sunt.

Literatura.

Newport, on the evolution of the nervous system of sphinx ligustri, in: Philosophical Transactions. London 1834, pag. 2.

Ehrenberg, Beobachtung einer bisher unerkannten Structur des Seelenorgans. Berlin 1836.

Valentin, Ueber den Verlauf und die letzten Enden der Nerven, in: Nova acta acad. Caes. Carol. Leop, vol. XVIII. p. 1.

LXXXI.

Wärme, physiologisch.

Artikel aus dem „Encyklopädischen Handwörterbuch der medicinischen Wissenschaften“ herausgegeben von Mitgliedern der Berliner medicinischen Fakultät. 1845.

---

523 Die Erscheinung einer gleichmässigen, erhöhten Temperatur an den vollkommener organisirten Thieren, welche das ganze Leben hindurch besteht und erst mit seinem Erlöschen verschwindet, ist schon für die erste und oberflächliche Naturbetrachtung eine der auffallendsten Wahrnehmungen. Es wird deshalb von den ältesten Zeiten der Naturforschung an unter den Griechen in der Lebenswärme, dem ἔμφυτον θέρμος, nicht nur eine wesentliche Erscheinung des Lebens gesucht, sondern sie wird auch mit dem unbekannten Princip desselben mehr oder weniger identificirt, und als die ursprünglich bewegende, und aus sich selbst sich wieder erzeugende Kraft betrachtet. Die Thiere unterscheiden sich aber ihren Wärmeverhältnissen nach ziemlich scharf in zwei Classen, in die sogenannten warmblütigen, deren Körper eine über die Mitteltemperatur des umgebenden Mediums beträchtlich erhöhte, ziemlich constante Temperatur darbietet, und die kaltblütigen, deren Wärme oft geringer, selten merklich höher als die des Mediums ist, und mit dieser in weiten Grenzen hin und her schwankt. Zu der ersteren Classe gehören die Säugethiere und Vögel, zu der letzteren die übrigen Thiere. Auffallend ist, dass diese Unterscheidung, obgleich sie nicht einmal logisch scharf ausgesprochen werden kann, eine so durchgreifende ist, wie wir sie in der Natur selten vorfinden, indem nur schwache Annäherungen von

einer Classe an die andere stattfinden, wozu unter den Warmblütigen die Winterschläfer während ihres Schlafes zu rechnen sein möchten, unter den Kaltblütigen einige grössere Arten der beschuppten Amphibien, Knorpelfische und Insekten, die 524
eine um wenige Grade höhere Temperatur darbieten als das Medium.

Die Temperatur der warmblütigen Thiere ist bei gesundem Zustande meist nur ganz geringen Schwankungen von etwa 1° C. unterworfen, nach der Tageszeit, nach dem Zustande von Ruhe oder Bewegung, weniger nach der Einwirkung äusserer Kälte und Wärme. Ausserdem scheinen geringe Verschiedenheiten in der Temperatur der einzelnen Körpertheile vorhanden zu sein, auch selbst der ganz tief gelegenen und vor äusseren Einflüssen geschützten. Grösser sind dagegen die Verschiedenheiten der einzelnen Classen und Species von einander.

Die Variationen der ersten Art, welche wir als die nach der Zeit bezeichnen können, sind bisher nur beim Menschen genauer studirt worden. Die der zweiten Art, nach den verschiedenen Körpertheilen, haben am Menschen nur in den von aussen zugänglichen Theilen beobachtet werden können; über Temperatur der inneren Organe sind einige, aber meist durch unvermeidliche Beobachtungsfehler und Vernachlässigung der zeitlichen Variationen unsichere Versuchsreihen angestellt, sodass wir über diese, jedenfalls sehr geringen Unterschiede noch wenig genau wissen. Für die exacte Bestimmung der Mitteltemperatur verschiedener Species von Thieren können diese Variationen nur durch Beobachtungsreihen eliminirt werden, welche mit mancherlei Vorsichtsmaassregeln angestellt sein müssen; an deren Stelle haben wir aber bis jetzt nur sehr viele vereinzelte Beobachtungen von verschiedenen Beobachtern auf verschiedene Weise, und wie es scheint, auch mit sehr differirenden Thermometern angestellt, sodass die Unsicherheit wohl oft 2—3° C. beträgt. Wir wollen nun hier zunächst die besseren Beobachtungen über diese drei Arten von Variationen, nach der Zeit, den Körpertheilen und der Species, so weit dergleichen angestellt sind, beibringen, und daran anschliessen, was über pathologische Zustände bekannt ist. Die Temperaturen sind alle nach Graden der hunderttheiligen Scala angegeben.

1) Variationen nach der Zeit und nach den Körperzuständen. Ueber die täglichen Schwankungen der Temperatur des gesunden Menschen, die unabhängig von äusseren und
625 inneren störenden Einflüssen stattfinden, sind Beobachtungen angestellt worden von Gierse (Quaenam sit ratio caloris organ. part. inflamm. etc. Dissert. inaug. 1842), Hallmann (Ueber eine zweckmässige Behandlung des Typhus. 1844. S. 54—60) und J. Davy (Philos. Transact. 1854. p. II). Die gefundenen Temperaturen, welche unter sich gut übereinstimmen, sind unter der Zunge gemessen worden, und zwar von Gierse im Juni und Juli, von Hallmann im Januar, Februar und März, von J. Davy im April. Sie ergeben im Mittel:

J. Davy.		Hallmann.		Gierse.	
7h	36,94	7—8h	36,63	7—8h	36,98
Frühstück.		Vor d. Aufstehen.		Frühstück.	
9h	36,89	8—9h	36,80	8—9h	37,08
11	36,89	Kaffee.		9—11	37,23
2	37,05	9—10½h	37,36	11—2	37,13
4	37,17	10½—2	37,21	Mittagessen.	
5	37,05	Mittagessen.		2h	37,50
Mittagessen.		5½—7h	37,31	3—6	37,43
6½h	36,83	Abendessen.		6—10	37,29
7½	36,50	7½—9h	37,00	nach 11	36,81
Thee.		9—12	36,70		
11h	36,72				
1	36,44.				

Aus diesen drei Reihen stellen sich folgende Ergebnisse heraus: Die menschliche Temperatur ist am niedrigsten in der Nacht (36,4—36,8), steigt des Vormittags, und erreicht ihr erstes Maximum (37,17—37,36) 1—2 Stunden vor der gewöhnlichen Zeit des Mittagessens, steigt nach demselben bei den beiden deutschen Beobachtern, welche mit reizbarer Constitution begabt, wohl ein leichtes sogenanntes Verdauungsfieber gehabt haben mögen, auf das zweite Maximum (37,31—37,5), worauf sie bis zum Abend gleichmässig abnimmt; während bei dem Engländer, der erst nach 5 Uhr dinirte, und sich dann schläfrig fühlte, zunächst nach dem Essen ein Sinken, und erst spät am Abend das zweite Maximum eintrat. Die Temperatur

scheint hiernach parallel zu laufen der Energie der übrigen körperlichen Functionen, wie der Anstrengung der Kräfte und der Intensität der Respiration, welche ähnliche Schwankungen machen. — In Gierse's Beobachtungsreihen kommt auch 626
eine (Exp. VIII.) vor, wo die Mastdarmtemperaturen eines gesunden Hundes $3^1/_2$ Tage lang Morgens und Abends bestimmt sind, doch finden sich hier keine regelmässigen Unterschiede vor.

J. Davy hat zugleich durch 8 Monate hindurch täglich dreimal die Temperatur unter seiner Zunge beobachtet, und so eine sehr ausgedehnte Beobachtungsreihe zur Bestimmung der mittleren Temperaturen für die einzelnen Monate gegeben. Die Mittel sind:

Monat	Temperatur unter der Zunge	Temperatur des Zimmers
August	36,89	17,6
September	36,99	18,2
November	36,93	12,4
December	36,81	9,8
Januar	36,97	11,8
Februar	36,97	10,2
März	36,90	11,3
April	36,97	13,1.

Ein Einfluss der äusseren Temperatur auf die innere ist hiernach wohl vorhanden, aber äusserst gering und schwankend; der höchste Unterschied der letzteren ist 0,18° auf 8,4° in jener. Diese Beobachtungen sind aber unter Umständen gemacht, wie Davy bemerkt, wo durch Heizung und Kleidung stets das Gefühl einer angenehmen Wärme im Körper erhalten wurde. Anders verhält es sich dagegen, wenn durch äussere Kälte das Gefühl von Frost hervorgerufen wird. Davy citirt als Beleg die Temperaturen, welche er an sich fand bei der Rückkehr aus einer kalten Kirche, wo er stark gefroren, und ausserdem das Gefühl von Schläfrigkeit gehabt hatte. Die Beobachtungen sind um 1 Uhr Mittags angestellt, wo die Normaltemperatur nach der obigen Angabe der täglichen Variationen bei ihm 37° ist.

Tag	Temperatur unter der Zunge	Temperatur der Luft
24. November	36,1	5,6
12. Januar	32,2	4,4
9. Februar	35,9	0,6
16. März	34,9	0,0.

527 Aehnliche Ergebnisse hatte derselbe Beobachter schon früher in Constantinopel gefunden (Philos. Transact. 1844. p. I), die aber wegen ihrer Vereinzelung minder sicher sind. Ich will nur noch die Beobachtungen an zwei Fabrikarbeitern anführen, welche seit 6 Stunden in einem Raum von 33,3° arbeiteten, und unter der Zunge eine Temperatur von 37,8° und 38,0° darboten, also eine ganz geringe Steigerung. Uebereinstimmend hiermit fand Delaroche (Journal de physique. Tom. 71. p. 289, übersetzt in Meckel's Archiv. Bd. III) bei Thieren, die längere Zeit in einem bis zur Blutwärme erhitzten, mit Wasserdünsten gesättigten Raume erhalten wurden, eine Steigerung der Temperatur um 2—4°; wurde die Wärme noch höher getrieben, so starben dieselben.

Dagegen ist für kürzere Zeit ein Aufenthalt selbst in viel heisserer Luft möglich, besonders, wenn sie nicht zugleich mit Dämpfen gesättigt ist, ohne dass eine merkliche Erhöhung der Körperwärme eintritt, wie dies aus den Versuchen von Fordyce und Blagden (Philos. Transact. 1775. p. I.) hervorgeht. Diese brachten 20 Minuten in einem durch heisse Dämpfe geheizten Zimmer von 49° zu, und 15 Minuten in einem von 54,4°, während Banks in einem trocknen, durch einen eisernen Ofen geheizten von 99,4—92,2° es 7 Minuten aushielt.

Unter die Ursachen der zeitlichen Variationen ist endlich noch körperliche und geistige Anstrengung zu zählen. Für den Menschen sind hierüber die von J. Davy aus seinen Beobachtungsreihen herausgenommenen Angaben die zuverlässigsten. In Bezug auf Muskelthätigkeit sind 18 Beobachtungen nach angestrengtem Reiten, Gehen, Fischen des Nachmittags angestellt, zu welcher Zeit des Tages die Zungentemperatur sonst 36,8—37,17° beträgt. Sie war in diesen Fällen auf 37,17° bis 37,5° gestiegen, also um 0,3—0,4°. Ebenso fand er in 18 Fällen des Abends nach 2—5 Stunden angestrengter geistiger

Arbeit 36,67—37,05°, Mittel 36,89°, während bei ruhigem Verhalten und leichterer Lectüre die Zungenwärme 36,62° betrug. Nach passiven Bewegungen im Wagen oder im Kahn konnte derselbe Beobachter keine Unterschiede finden. Für Hunde ist das Vorhandensein dieser Aenderungen durch Gierse constatirt; derselbe fand nämlich bei Beobachtung der Temperatur des Mastdarmes, dass sich diese um 0,5—1,0° steigerte, 528 so oft die Thiere unruhig waren und sich ihrer Bande zu entledigen suchten.

Was den Einfluss der Lebensalter betrifft, so hängen neugeborene Thiere weit mehr von der äusseren Temperatur ab als ausgewachsene. Dies gilt nach Edwards (De l'influence des agens physiques sur la vie. Paris 1824) hauptsächlich von den Raub- und Nagethieren und den jungen Vögeln. Sperlinge, die vor acht Tagen ausgekrochen waren, sanken bei 17° Lufttemperatur in einer Stunde von 36° auf 19°, als sie aus dem Nest genommen wurden. Bei dem neugeborenen Menschen fand Roger (Comptes rendus de l'Acad. de Paris 1843. Tom. XVII. p. 1355), dass sie bei der Geburt 37,25°, die Temperatur der Mutter, haben, aber in wenigen Minuten auf 35,5° sinken, und erst in den folgenden Tagen wieder auf 37,21° steigen. J. Davy fand bei sehr hochbejahrten Leuten zwischen 76 und 91 Jahren eine ganz unverminderte Zungenwärme von 36,6—37,5°, doch schienen sie dem Einfluss der äusseren Kälte mehr unterworfen zu sein als jüngere Leute. Ueber Einfluss der Geschlechter, Temperamente, Constitutionen, Racen, existiren wenige vereinzelte Beobachtungen, die weiter nichts ergeben, als dass die etwa vorhandenen Unterschiede kleiner sind als die bisher betrachteten Variationen.

2) Variationen der Temperatur nach den Körpertheilen. Ein Körper, welcher durch eine im Innern gleichmässig vertheilte Wärmequelle auf einer constanten Temperatur erhalten wird, umgeben von einem kälteren Medium, muss eine solche Vertheilung der Wärme darbieten, dass dieselbe von aussen bis zu den am tiefsten gelegenen Theilen zunimmt. Im thierischen Körper wird jedoch dieses Verhalten noch durch den Blutumlauf modificirt, der eine schnellere Ausgleichung der Temperaturen bewirkt und namentlich die nach aussen ge-

legenen Theile schnell genug erwärmt, dass die äussere Kälte nur zu einer sehr geringen Tiefe eindringen kann. Ausserdem können aber im Inneren des Organismus Temperaturunterschiede vorkommen, die von einer wirklichen Wärmeentwickelung an bestimmten Stellen herrühren.

Die Temperatur der Haut ist sehr veränderlich, einmal nach der Wärme und Natur des Mediums, in welchem der
529 Körper verweilt, insofern durch eine schnellere Ableitung in einer kalten und stärker wärmeleitenden Umgebung mehr Wärme in gleicher Zeit entzogen wird; und zweitens nach der Intensität des Blutstromes in der Haut, weil von diesem hauptsächlich die Geschwindigkeit der Wärmezuleitung abhängt. Von diesen beiden Momenten zusammen wird die Temperatur der Haut bedingt, indem dieselbe so lange steigen oder sinken muss, bis die Ableitung der Zuleitung gleich geworden ist. J. Davy und Gierse haben die Temperatur der Haut zu bestimmen gesucht, indem sie eine Thermometerkugel anlegten, und die obere Fläche derselben mit schlechten Wärmeleitern (wollenen Compressen) bedeckten. J. Davy fand bei einer Zimmerwärme von 21,1° am nackten Körper 32—35° an den verschiedenen Theilen. Dagegen hat Gierse gefunden, dass das Thermometer oft eine halbe Stunde lang noch langsam steigt und dann beinahe die mittlere Körpertemperatur erreicht, z. B. an der Wade eines an Periostitis des anderen Unterschenkels und Wundfieber leidenden Kranken 38,5—38,75°. Keines von beiden Resultaten giebt wohl genau die wahre Temperatur der Haut; denn in Gierse's Beobachtungen hat sich offenbar die Haut höher erwärmt durch die Bedeckung mit schlechten Wärmeleitern, und bei J. Davy bleibt es zweifelhaft, ob er gerade den Zeitpunkt beobachtet hat, wo das Thermometer die Wärme der Haut erreichte und nun diese selbst sich zu erwärmen anfing. Leichter und sicherer ist die Temperatur geschlossener Gruben in den Gelenkbeugen zu beobachten, weil in diesen das Thermometer ganz von der Haut umgeben werden kann. Als Mittel der Temperatur in der Achselhöhle von 505 Individuen berechnet Berger (Mémoires de la société de phys. et d'hist. natur. de Genève. Tom. VI. 1833. p. 258—368) aus J. Davy's Beobachtungen 36,50°, d. h. 0,81° weniger als

die ebenso berechnete mittlere Zungentemperatur. Hallmann hat eine seinen Beobachtungen über die täglichen Variationen der Zungentemperatur parallel gehende Reihe in der Achselhöhle angestellt, und fand die letztere um 0,27—0,48° geringer als die erstere. Derselbe fand in der Hohlhand, wenn sie warm war, 33—34°, wenn sie brannte, 36,25—36,50°, einmal bei Schweiss 36,75°, zu welcher Zeit die Achselhöhle 37,25° und die Mundhöhle 37,33° ergab. Bei den Untersuchungen über die Haut-
530 temperatur ist nicht blos die Höhe, welche das Thermometer überhaupt erreicht, von Wichtigkeit, sondern auch die Schnelligkeit, mit der es dieselbe erreicht, worauf besonders Gierse aufmerksam machte. Die Zeit, welche es dazu gebraucht, hängt hauptsächlich von dem Congestionszustande der Haut ab und wechselt von 14—30 Minuten.

Die Temperatur der Mundhöhle, unter der Zunge gemessen, ist von grosser Wichtigkeit, weil sie am meisten zu vergleichenden Beobachtungen benutzt worden ist. Sie ist dazu besonders gut geeignet, weil sie leicht gemessen werden kann, und wie es scheint, von örtlichen Einflüssen ziemlich frei ist. In letzterer Beziehung ist nur zu bemerken, dass Hallmann nach dem Einbringen kalten Wassers eine kurze Zeit hindurch eine geringe Erniedrigung gefunden hat. Als Mittel derselben aus J. Davy's früheren Beobachtungen, 134 an der Zahl, berechnet Berger 37,31°; für J. Davy selbst ergiebt sich aus seinen achtmonatlichen Beobachtungsreihen 36,925°.

Für den ausfliessenden Urin fand J. Davy ziemlich constant 37,7—38,6°, im Durchschnitt um 1,1° höher als die gleichzeitige Zungentemperatur. Berger, der stets auffallend hohe Zahlen angiebt, vielleicht wegen einer Abweichung seines Thermometers, fand in der Harnblase von fünf Mädchen, in welche er eine dünne Thermometerkugel durch die Harnröhre einschob, 38,3—39,2°, also um 0,6° höher als Davy. Für den Mastdarm existiren leider keine mit Messungen der Zungentemperatur gleichzeitigen Beobachtungen. Hunter giebt an 36,9°, offenbar zu niedrig, Berger 39° bei einem Manne, und 38,15° bei zwei Mädchen, welche Angaben wir wohl auch um 0,6° verkleinern dürfen, zu 38,4° und 37,7°. In der Scheide fand Fricke bei nicht menstruirten und schwangeren Weibern

38,44°, bei menstruirten 38,75°; Gierse, dessen Beobachtungen wohl als die genauesten angesehen werden können, bei ersteren im Mittel 37,9°, bei letzteren 37,77°, also einen nicht zu berücksichtigenden Unterschied. Fassen wir diese Beobachtungen zusammen, so möchte daraus zu entnehmen sein, dass Harnblase, Scheide und Mastdarm um 0,8—1,1° wärmer sind als die Mundhöhle.

Die Temperatur der Muskeln ist von Becquerel und Breschet (Annales des sciences naturelles. Tom. 3 u. 4. 1835) 531 mit einem thermoelektrischen Apparat bestimmt worden, und bei ruhigem Zustande im Biceps humeri nahehin so gross gefunden als die der Zunge, 36,53—36,83°. Dagegen war das zwischen ihnen und der Haut liegende Zellgewebe beträchtlich kühler, 34,7—35,6°. Bei Contractionen der Muskeln steigt ihre Wärme um 0,5—1,0°, wovon weiter unten mehr.

Ueber die Temperatur der inneren Organe und Höhlen des Körpers fehlen bei Menschen die Beobachtungen, wir müssen dieselben deshalb aus vergleichenden Beobachtungen an warmblütigen Thieren ergänzen. Es sind darüber theils von Becquerel und Breschet thermoelektrische Messungen an Hunden angestellt, theils solche mit dem Thermometer in frisch getödteten Thieren von verschiedenen anderen Beobachtern, namentlich von J. Davy, welcher Leber und Lunge bei Lämmern um 0,8° wärmer, das Gehirn um 0,4—0,6° kälter als den Mastdarm fand. Doch bleibt die Genauigkeit solcher Bestimmungen bei der grossen Schnelligkeit der Abkühlung an einem getödteten Thiere zweifelhaft. Die thermoelektrischen Bestimmungen an lebenden Thieren lassen zwar grössere Genauigkeit erwarten, doch finden sich in den Resultaten noch sehr bedeutende Variationen, die vielleicht durch die Unruhe der untersuchten Thiere verursacht sein mögen. Es wurde gefunden bei drei Hunden:

Schenkelbeuger	38,40	38,00	38,25
Brusthöhle	38,40	37,00	38,85
Bauchhöhle	38,50	38,10	—
Gehirn	—	—	38,85.

Die Differenzen der verticalen Reihen sind gegen die der horizontalen zu gering, um irgend etwas beweisen zu können.

Was endlich die Bestimmungen der Temperatur des Blutes betrifft, so ist deren Ausführung sowohl mit dem Thermometer, wie mit dem thermoelektrischen Apparat mit grossen Schwierigkeiten verknüpft, namentlich ist eine Einwirkung der äusseren Temperatur bei dem leichter stagnirenden und langsamer fliessenden Venenblut zu besorgen. Davy's (Philosophical Transactions. 1814. p. 590) Versuche an Schafen und Ochsen, wobei das Thermometer $1^1/_2$ Zoll tief in die geöffnete Vena jugularis eingeschoben und dann in den Blutstrahl der spritzenden Ca- 532
rotis gehalten wurde, haben eine höhere Temperatur des Arterienblutes von 0,55°—0,83° ergeben, in den Herzventrikeln einen Unterschied von 0,24°—0,55° zu Gunsten des linken. Becquerel und Breschet fanden Unterschiede von 0,84° bis 1,12° zu Gunsten des arteriellen Blutes; von 0,°90 zwischen den beiden Herzohren. Dieselben wollen auch eine um 0,15° bis 0,3° höhere Temperatur in Gefässen gefunden haben, die dem Herzen näher liegen; doch fallen diese Grössen schon in die Fehlergrenzen solcher Versuche, und in wie weit ihre Resultate über die höhere Temperatur des arteriellen Blutes richtig sind, ist auch nicht mit Sicherheit anzugeben. Sie bedienen sich nämlich zu diesen Untersuchungen zweier Nadeln, die jede aus einer stählernen und einer kupfernen zusammengesetzt, und an der Spitze gelöthet sind. Die beiden stählernen Theile sind durch einen Stahldraht, die kupfernen durch den Kupferdraht des Multiplicators verbunden. So ist ein geschlossener Metallring gebildet, halb aus Kupfer, halb aus Stahl. Werden nun die Löthstellen der Metalle in verschieden temperirte Körper eingesenkt, so entsteht ein ihrer Temperaturdifferenz proportioneller elektrischer Strom, welcher sich durch Abweichung der Magnetnadel des Multiplicators zu erkennen giebt. Soll eine solche Einrichtung zur genauen Messung von Temperaturen benutzt werden, so kommt es hauptsächlich darauf an, dass die Löthstellen der Nadeln sehr genau die Temperatur des betreffenden Körpers annehmen; dies kann leicht erreicht werden, wo man sie tief einschieben kann, z. B. in den Muskeln, in dem Munde, sonst aber wirkt bei der guten Wärmeleitung der Metalle die äussere Temperatur immer noch bis zu den Löthstellen hin. Dutrochet

hat in seiner Arbeit über die Temperatur der kaltblütigen Thiere nachgewiesen, wie geringe Unterschiede in der Tiefe der Eintauchung, in der Dicke und Homogeneität der Nadeln merkliche Differenzen im Ausschlag geben können. Becquerel und Breschet selbst erwähnen, dass bei Lufttemperaturen unter 15° die äussere Kälte einen störenden Einfluss gehabt habe; offenbar hat sie auch bei höheren Temperaturen, wenn auch weniger merklich eingewirkt. Beide Nadeln in den Mund genommen, gaben oft Ausschläge bis zu 0,2° Temperaturunter-
533 schied, deren Ursprung nicht zu entdecken war. Nun treten aber bei Untersuchungen über die Temperatur des Blutes in den blossgelegten Gefässen alle hindernden Umstände zusammen, kurze Eintauchung der Nadeln, Verschiedenheit in der Stärke des Blutflusses, und daher in der Einwirkung der äusseren Luft auf das Blut, und des Blutes auf die Nadeln. Wenn auch die höhere Temperatur des Arterienblutes constant vorhanden zu sein scheint, so ist doch die gefundene Abkühlung desselben bis zur Arteria cruralis hin, wo es durch lauter gleich erwärmte Theile schnell hindurchfliesst, nicht als erwiesen anzunehmen. Beim Venenblute muss der Natur der Sache nach die Temperatur sehr verschieden sein nach den Theilen, die es durchlaufen hat; das, was aus einem arbeitenden Muskel zurückkehrt, muss jedenfalls viel wärmer sein, als was von grossen Flächen kommt. Uebrigens stimmt in Davy's Versuchen die Temperatur des Venenblutes mit der des Mastdarms und bei Becquerel und Breschet mit der der Muskeln (Carotis 38,9°, Vena cruralis 38,0°, Schenkelbeuger 38°,0 38°,6).

Temperatur-Unterschiede der verschiedenen Thierarten.

Genaue Bestimmungen ihrer Mitteltemperatur zu geben, ist äusserst schwer, wie sich aus der eben gemachten Aufzählung der verschiedenen Variationen ergiebt; sie nach vereinzelten Beobachtungen anzugeben, ist gar nicht möglich. Es ist sogar schwer zu bestimmen, welche Temperatur überhaupt als eine constante zu Grunde gelegt werden darf, und wie wir alle Momente reguliren müssen, um zu festen Resultaten in

den Beobachtungen zu kommen. Vorläufig könnte man nach der mittleren Temperatur des Venenblutes (rechten Herzens) fragen, mit der wohl die des Mastdarms meist übereinstimmen möchte, wenigstens bei ruhiger Lage des Thieres und mittlerer Temperatur seiner gewöhnlichen Umgebung. In den bisherigen Beobachtungen (zusammengestellt in Tiedemann's Physiologie, Bd. I. S. 454, und Berger in den Memoires de la soc. de phys. et d'hist. natur. de Genève. Tome VI. p. 258 und VII. p. 1) ist auf die meisten dieser Momente keine Rücksicht genommen; ausserdem finden sich beträchtliche Unterschiede, die offenbar nur von Differenzen der Thermometer herrühren; so sind z. B. alle Angaben von Pallas höher, alle von J. Hunter niedriger als die anderer Beobachter. Als Beispiel für die Grösse der Abweichungen wollen wir nur den 534
Hund anführen, für den wir genaue Beobachtungsreihen von Gierse haben; die Temperatur seines Mastdarms ergiebt sich daraus zu 39,15°, fast übereinstimmend mit J. Davy, der 39,3° angiebt. Dagegen fanden Martine, Prevost und Dumas 37,4, J. Hunter 38,5, Turner 38,3; bei Anstrengungen steigert sie sich nach Gierse auf 40,6. Die einzelnen Angaben liegen also bei einem der bekanntesten Thiere um 3° auseinander, während für die ganze Classe der Säugethiere, wenn man die Winterschläfer ausnimmt, die äussersten Angaben in Tiedemann's Zusammenstellung nur um 6° auseinanderliegen. Diese sind nämlich: Canis lupus 35,24, Simia sabaea und Delphinus phocaena 35,5; dagegen Canis lagopus 40—41,1, Mus musculus und Vespertilio pipistrellus 41,1. Die Temperatur der Vögel liegt beträchtlich höher zwischen 37,8 (Larus), 38,9 (Tetrao albus) und 43,18 (Falco), 44,03 (Parus und Hirudo). Auf eine weitere Detailirung nach den Classen und Arten wollen wir uns hier nicht einlassen, da die Resultate, welche etwa gezogen werden können, bei solcher Unsicherheit der Beobachtungen von keinem Werthe sind.

Unter den Säugethieren bilden die Winterschläfer den Uebergang zu den Kaltblütigen, indem ihre Temperatur auch im wachen Zustande mehr von der der Atmosphäre abhängt, und mit dieser viel bedeutender schwankt als bei den übrigen Warmblütigen.

Sie verfallen meist in Schlaf, wenn ihr Körper bis + 5° erkältet wird; doch geht diese Abkühlung sehr langsam von statten, ebenso wie auch umgekehrt die Erwärmung beim Einbringen der Thiere in wärmere Luft, oder nach Reizungen derselben. Die Leichtigkeit, mit der sie in den Schlaf versetzt werden, ist eine sehr verschiedene; so schlief in Saissy's (Recherches sur la physique des animaux mammifères hibernans. Paris et Lyon 1808, übers. in Reil's Archiv. 12. Bd. S. 293) Versuchen ein Murmelthier erst nach eilfstündigem Aufenthalt in einer Luft von — 10°, Igel und Fledermaus bei + 7°, die Haselmaus bei + 5°. Werden die Körper dieser Thiere aber durch starke äussere Kälte bis unter 0° erkältet, so sterben sie. Während des Schlafes sind übrigens Respiration, Blutumlauf und Reizbarkeit der Muskeln ebenso auf ein Minimum reducirt, wie die Wärmeerzeugung.

535 Die Temperatur der kaltblütigen Thiere unterscheidet sich wenig von der, welche ein nasser Körper von derselben Gestalt und Wärmeleitungsfähigkeit unter denselben Umständen annimmt; doch ist die Grösse dieses Unterschiedes schwer zu ermitteln, weil sich die Schwankungen in der Temperatur des umgebenden Mediums nur sehr langsam im Körper ausgleichen. Halten sie sich in einer Luft auf, welche nicht mit Feuchtigkeit gesättigt ist, so sinkt ihre Temperatur durch die Verdunstung sogar noch unter die der Luft. Soll also entschieden werden, wie viel von der in ihnen vorhandenen Wärme ihnen eigen sei, wie viel von aussen empfangen, so müssen sie entweder so lange in Wasser oder gesättigt feuchter Luft von ganz constanter Temperatur aufbewahrt sein, bis ihre Wärme sich mit der äusseren in Gleichgewicht gesetzt hat, oder sie müssen mit einem getödteten Thiere von gleicher Species, Grösse und Stellung verglichen werden, welches in dasselbe Medium mit eingebracht worden ist. In dieser Art sind die Untersuchungen von Berthold (Neue Versuche über die Temperatur der kaltblütigen Thiere. Göttingen 1835) und Dutrochet (Annales des sciences natur. Tome 13. 1840) angestellt worden, von jenem mit dem Thermometer, von diesem mit dem thermoelektrischen Apparate. Alle übrigen Messungen, wo die genannten Vorsichtsmassregeln nicht beachtet sind, sind als

unzuverlässig zu betrachten. Merklicher wird die Körperwärme bei vielen dieser Thiere, wenn mehrere derselben zusammen in einen engen Raum gesperrt werden, weil die Ableitung der Wärme dann in geringerem Maasse zunimmt als die Körpermasse der Thiere und die Erzeugung von Wärme.

Bei den beschuppten Amphibien fand Berthold eine Erhöhung über die Temperatur der Luft von 0,25° — 1,0°, Dutrochet von 0°,21 bei Lacerta agilis. Bei den Fröschen fand jener nur während der Begattung eine Erhöhung um 0,25°—1°, dieser, mit feineren Hülfsmitteln versehen, beobachtete bei Rana fusca sowohl in der Luft wie im Wasser eine eigene Temperatur von 0,04°—0,05°, bei den Larven beider Thiere. Eine viel beträchtlichere Wärme von 10—12 will Valenciennes (Annales des sciences naturelles. T. XVI. p. 65) bei einem Python bivittatus gefunden haben, der zusammengerollt zwischen Decken seine Eier bebrütete. Die übrigen Be- 536
obachtungen an Amphibien sind in den citirten Abhandlungen von Dutrochet und Berger zusammengestellt; es finden sich darin oft grosse Unterschiede angegeben, doch bleibt es unentschieden, ob diese nicht von äusseren Einwirkungen herrühren.

Bei den Fischen fanden Braun (Nov. Comment. Acad. Petrop. T. 13. p. 419), A. v. Humboldt, Provençal (Mém. de la société d'Arcueil. Vol. II. p. 598), Berthold und Dutrochet nie eine Temperaturverschiedenheit vom Wasser. Bei Cyprinus carpio wollen Becquerel und Breschet, sowie auch Despretz eine von 0,5° gefunden haben. Grössere Unterschiede fand J. Davy bei einem Squalus 1,3° und bei Pelamys Sarda 1,6.° Ebenso wenig konnten Berthold und Dutrochet bei verschiedenen einheimischen Mollusken und beim Flusskrebs eine Eigenwärme entdecken.

Bei den Insecten fand Dutrochet an einzeln genommenen Thieren Unterschiede von 0,04° — 0,58°, die grössten bei den ausgewachsenen Hummeln, grösseren Käfern, Sphingen- und Gryllus-Arten, namentlich wenn sie sich heftig bewegten; die geringsten bei den Larven. Sehr viel höher steigt dagegen die Temperatur, wenn viele Insecten sich zusammen in einem engen Raume aufhalten, woraus sich zum Theil die viel grösseren

Unterschiede in Newport's (Philos. Transact. 1836 und 1837) Beobachtungen erklären, welcher bei Hymenopteren 4 — 20° gefunden hat. Ebenso ist die Temperatur der Bienenstöcke im Winter nach Huber (Mém. sur les abeilles. T. I. p. 305) 30 — 32°, im Sommer 33 — 36°, zur Zeit des Schwärmens sogar 40°.

Es bleiben uns noch die pathologischen Aenderungen der Körperwärme. Die allgemeinste und bedeutendste unter ihnen ist die Steigerung der objectiven Temperatur des ganzen Körpers während fieberhafter Zustände; dieselbe findet sich in jedem, auch dem leichtesten Fieber, sowohl während des Frost-, wie während des Hitzestadiums, und lässt erst mit dem Eintritte des Schweisses nach. Am meisten ausgezeichnet durch vermehrte Wärme sind Scharlach, Typhen und Wechselfieber. In dem ersteren steigt die Wärme nach Currie (Medical reports on the effects of water cold and warm, as a remedy in
537 fever and other diseases. Liverpool 1797, übers. von Michaelis. Leipzig 1802. 2. Bd. von Hegewisch. Leipzig 1807) auf 40,6° — 44,4°, und zwar ist dabei nach Reuss (Hufeland, Journ. der prakt. Heilk. Supplement zu Jahrg. 1822) die Haut oft um 1,4° wärmer als die Zunge. In typhösen Fiebern beobachtete Currie in gewöhnlichen Fällen 38,3°—39,4°, selten bis 40,6°, einmal 41,7°, Frölich (Hufeland, Journ. der prakt. Heilk. Supplement zu Jahrg. 1822) in sporadischen 39°,4, in contagiösen bis 40,5°; viel höher steigt die Wärme in den schweren Typen der Tropenländer, nach Chisholm zu Demerary in den Anfällen der Febris flava remittens in den Exacerbationen auf 39—44°, während sie in den Remissionen auf 34° sinkt. In den gewöhnlichen einheimischen Wechselfiebern fand Gierse sowohl im Frost-, wie im Hitzestadium eine Steigerung bis 41°. Für die Kinderkrankheiten giebt Roger (Comptes rendus de l'Acad. de Paris 1843 p. 1355) nach einer ausgedehnten Reihe von Messungen die Regel, dass Fieber vorhanden sei, wo die Temperatur über 38° steigt. Den höchsten Stand erreicht das Thermometer hier in typhösen Fiebern, 42°, demnächst in Pneumonie und Meningitis. Uebrigens soll die Wärmezunahme nicht immer der Pulsfrequenz entsprechend sein. Diese Steigerung der Temperatur in

Fiebern kann nach den Beobachtungen von Currie, Reuss, Frölich, Hallmann u. a. m. durch kalte Uebergiessungen meist schnell und wenigstens für mehrere Stunden entfernt werden, wobei zugleich die übrigen Fiebersymptome schwächer werden, und die Höhe der Steigerung giebt nach diesen Aerzten zugleich die rationelle Indication für die Anwendung des kalten Wassers in acuten Krankheiten.

Bei den Entzündungen, wo an der leidenden Stelle die Empfindung der Wärme so sehr gesteigert ist, fehlt die objective Steigerung oft ganz, oder ist wenigstens meistentheils sehr gering. Als die sorgfältigsten und sichersten Beobachtungen sind hierfür die von Gierse zu nennen. Derselbe fand: 1. dass die durch Senfteige erregte Hautentzündung keine Steigerung der Temperatur bewirke; 2. bei einem Erythena marginale an Schulter und Rücken und bei Phlegmone cruris ex periostitide eine solche von 0,4° — 0,7°; doch erlangte das Thermometer an den entzündeten Theilen viel schneller seinen höchsten Standpunkt, als an den gleichnamigen gesunden; 3. bei einer 538
durch Sublimateinspritzungen erregten Mastdarmentzündung an Hunden eine Temperaturerhöhung bis 0,4°; 4. an der Haut in der Umgebung einer Schenkelwunde an Hunden bis 0°,9. Aehnliche Resultate hat Hunter gewonnen, so weit dessen Beobachtungen als zuverlässig erscheinen; ganz abweichend dagegen fanden Becquerel und Breschet in einem entzündeten scrophulösen Tumor am Halse 40°, bei einer Zungentemperatur von 37°,5. Ueber Krankheitszustände anderer Art sind nur wenige vereinzelte Beobachtungen vorhanden. So fanden die letztgenannten Beobachter nicht entzündete tuberculöse und cancröse Geschwülste, das Wasser eines Ascites von der mittleren Körpertemperatur. In gelähmten und mit Mercurialzittern behafteten Gliedern fanden sie denselben Wärmegrad wie in gesunden, während Earle, Home und Yelloly ihn um 1,6°—2,2° geringer fanden.

Ueber den Ursprung der thierischen Wärme.

Da die warmblütigen Thiere in der Regel sich in einem kälteren Medium aufhalten und an dieses fortdauernd mehr

oder weniger Wärme abgeben, so kann die beinahe constante Temperatur ihres Körpers nur bestehen, wenn in demselben in jedem Augenblicke eine ebenso grosse Menge von Wärme entwickelt wird, als sie nach aussen abgeben. Um die theoretischen Ansichten über den Ursprung dieser Wärme würdigen zu können, ist es zuvörderst nöthig uns über die Gesetze und Theorien dieses Agens, wie sie die Physik aus den Aeusserungen desselben in den unorganischen Körpern abstrahirt hat, zu verständigen. Das Princip nämlich, welches den Wärmeerscheinungen zu Grunde liegt, kann angesehen werden als ein eigenthümlicher Stoff, oder als eine Bewegung der kleinsten Körpertheile. Bisher ist fast nur die erstere Theorie für die einzelnen empirischen Wahrnehmungen durchgeführt, und nach ihr die wissenschaftliche Sprachweise allein ausgebildet worden. Der unbekannte Grund der Wärmeerscheinungen ist nach derselben ein nicht wägbarer, die materiellen Elemente der Körper durchdringender Stoff von grosser Expansivkraft. Derselbe ist entweder in gebundenem Zustande vorhanden (latente Wärme), d. h. so mit der wägbaren Materie vereinigt und von ihr angezogen, dass seine Expansivkraft überwunden ist, und er sich deshalb nicht mehr zu verbreiten strebt, also auch nicht vom Gefühl oder Thermometer wahrgenommen werden
539 kann; oder frei d. h. in dem Streben sich zu verbreiten unbehindert, und deshalb auch fähig, auf das berührende Tastorgan oder das Thermometer überzugehen, und in diesen die entsprechenden Wirkungen hervorzubringen. Die Ausbreitung geschieht entweder allmählig von jedem Körpertheilchen auf das nächstanliegende (Leitung), oder wie die des Lichtes mit grosser Geschwindigkeit durch gewisse leitende (diathermane) Medien, z. B. die Luft, hindurch in die Entfernung (Strahlung der Wärme) und findet zwischen je zwei Punkten so lange statt, bis die Wärme von beiden mit gleicher Kraft auszuströmen strebt, d. h. bis die Intensität derselben (die Temperatur) in beiden gleich ist. Bei dieser Ausgleichung der Temperaturen nimmt natürlich der eine Körper eine ebenso grosse Quantität Wärme auf, als der andere abgiebt, aber die Steigerung seiner Temperatur ist nicht nothwendig gleich der Abnahme in der des anderen. Einmal nämlich hängt dieselbe ab von der Masse

des Körpers, in welchen sich die Wärme hin verbreitet, und dann brauchen auch gleiche Massen ungleichartiger Körper verschiedene Wärmequantitäten, um in ihrer Temperatur gleich viel erhöht zu werden. Diese verschiedene Capacität der Stoffe für die Wärme bezeichnet man als ihre specifische Wärme und giebt für ihre Messung an, wie viel Wärmeeinheiten nöthig sind, um eine Gewichtseinheit (1 Gramm) des betreffenden Stoffes um 1° C. zu erwärmen, wobei als Wärmeeinheit diejenige Quantität zu Grunde gelegt wird, welche 1 gr. reines Wasser von 0° bis 1° C. erhöht. Uebrigens ist die specifische Wärme der Stoffe auch abhängig von ihrer Dichtigkeit; sie nimmt nämlich bei der Compression ab, und deshalb steigert sich dabei die Temperatur, weil nicht mehr so viel Wärme nöthig ist, um den comprimirten Körper zu der gegebenen Temperatur zu erwärmen, als derselbe vor der Compression enthalten musste. Es kommen jedoch merkliche Wirkungen dieser Art nur bei den leicht zusammendrückbaren Gasen vor. Die wesentlichen Wirkungen der freien Wärme sind: die eigenthümliche Affection unseres Tastsinnes und die Volumenvergrösserung der Körper, in welche sie eindringt; letztere wird deshalb zum Messen der Intensität der freien Wärme im Thermometer benutzt.

Die latente Wärme dagegen wird vorgestellt als eine solche 540
Vereinigung des Wärmestoffes mit den Körperelementen, dass dadurch die Expansivkraft desselben überwältigt ist. Da diese Vereinigung zugleich stets in bestimmten Verhältnissen stattfindet, so ist sie vielfach mit den chemischen Verbindungen verglichen worden, durch welche z. B. Gase mit festen Körpern zu einem festen oder tropfbar flüssigen Product verbunden werden. Bindung von Wärme findet statt, erstens beim Uebergang eines Körpers in die loseren Aggregatzustände, d. h. vom festen in den flüssigen und vom flüssigen in den gasförmigen; zweitens bei Trennung chemischer Verbindungen. Umgekehrt wird respective dieselbe Quantität gebundener Wärme frei bei dem Uebergang in dichtere Aggregatzustände und bei der Entstehung chemischer Verbindungen. Man stellt sich deshalb vor:

1) dass sich derselbe Stoff im festen, flüssigen und gasigen

Zustande durch Aufnahme gewisser Quantitäten Wärmestoff unterscheidet;

2) dass die chemischen Elemente in isolirtem Zustande mit einer gewissen Quantität Wärmestoff vereinigt sind, von dem sie einen bestimmten Theil bei dem Eingehen einer chemischen Verbindung abgeben; dass von dem Rest ein zweiter Theil bei dem Eingehen einer Verbindung zweiter Ordnung abgegeben werden kann u. s. w., sodass jede chemische Verbindung, die noch eine weitere Vereinigung eingehen kann, noch einen bestimmten Theil der ursprünglichen latenten Wärme ihrer Elemente enthält. Allotropische Modificationen und blos isomere Verbindungen derselben Elemente können jedoch sehr verschiedene Quantitäten enthalten.

Die Quantitäten der bei chemischen Verbindungen frei werdenden Wärme sind im allgemeinen proportional der Intensität der Verwandtschaft, am grössten bei der Vereinigung einfacher Elemente, namentlich solcher, die in der elektrochemischen Reihe weit auseinander stehen, schwächer bei der Entstehung von Verbindungen höherer Ordnung, obgleich auch hier noch oft so bedeutend, dass die gebildeten Producte bis zum Glühen erhitzt werden. Leider ist die Messung der dabei frei werdenden Wärmequanta wegen der Schwierigkeit, die bedeutenden Fehlerquellen der Methoden zu entfernen, noch
541 auf wenige Processe beschränkt, und von den verschiedenen Beobachtern noch nicht die Gleichförmigkeit der Resultate erzielt worden, welche uns zur Aufstellung von specielleren Gesetzen berechtigen könnte. Die bedeutendste Folgerung, welche unmittelbar aus der bisher festgehaltenen theoretischen Ansicht fliesst, und sich auch stets in den wenigen, bisher angestellten Beobachtungen bewährt hat, ist die, dass die Summe der Wärme, welche bei der Vereinigung zweier oder mehrerer Elemente zu denselben Verbindungen frei wird, dieselbe sein muss, in welchen verschiedenen Zwischenstufen auch die Verbindung vor sich gegangen sein mag. Dieses Gesetz ist für unsern gegenwärtigen Zweck von höchster Wichtigkeit; es ist das Fundament für die chemische Theorie der organischen Wärme.

Weil nun in der Natur die Menge eines Stoffes nicht vermehrt oder vermindert werden kann, so folgt aus dieser theo-

retischen Ansicht der Wärme zunächst, dass die Quantität derselben in der Natur eine absolut constante sei, und durch keinen Process vermehrt oder vermindert werden könne, sondern, wo eine solche Vermehrung und Verminderung stattfinde, diese nur durch ein Freiwerden oder Binden des vorhandenen Wärmestoffes zu erklären sei. Für die Theorie der organischen Wärme aber folgt, dass die in den Organismen vorhandene Temperatur nur aus der frei oder latent in sie eingetretenen Wärme zu erklären sei, und da Quellen freier Wärme nur in Ausnahmsfällen existiren, so wäre nothwendig, dass die organische Wärme von der latenten Wärme der Ingesta herrühre.

Nun ist aber neuerlich besonders durch die vollkommene Gleichheit in den Gesetzen der Wärmestrahlung mit denen des Lichtes nicht nur die Aehnlichkeit, sondern fast die Identität beider Agentien wahrscheinlich geworden, und wir sind deshalb durch dieselben Gründe zu einer Undulationstheorie der Wärme genöthigt, wie zu der des Lichtes. Ausserdem aber findet sich, dass durch verschiedene andere Naturkräfte Wärme wirklich erzeugt werden kann, ohne dass solche Abänderungen in der Molecularbeschaffenheit der Körper vor sich gingen, aus denen ein Freiwerden latenter Wärme erklärt werden könnte. Es wird nämlich einmal bei dem Verschwinden der mechanischen Kraft in der Reibung, sowohl fester Körper gegeneinander, wie flüssiger gegen feste, Wärme frei, und zweitens bei der 542
Ausgleichung elektrischer Spannungen, welche letztere wieder entweder durch Reibung oder durch Bewegung von Magneten hervorgebracht sein können, wenn wir von den mit chemischen Processen verbundenen hydroelektrischen, und den thermoelektrischen, selbst durch Wärme erzeugten Strömen absehen. Damit schwindet nun aber die Möglichkeit einer materiellen Theorie der Wärme ganz hin, weil Constanz der Quantität dabei die nothwendigste Forderung sein würde, und wir sind gezwungen, uns die Wärme ebenso als Bewegung zu denken wie das Licht. Die oben in der Sprache der materiellen Theorie auseinandergesetzten Verhältnisse der freien und latenten Wärme bleiben dabei unverändert, wenn wir an die Stelle der Quantität des Stoffes nur immer die nach den Grundgesetzen der Mechanik constant bleibende Quantität der Bewegung setzen; nur da fängt der

Unterschied an, wo es sich um Erzeugung der Wärmebewegung durch andere Bewegungskräfte handelt und um Bestimmung des Aequivalentes von Wärme, welches durch eine bestimmte Quantität einer mechanischen oder elektrischen Kraft hervorgebracht werden kann. Da fragt es sich denn auch, in wiefern die Nöthigung bestehen bleibt, die organische Wärme aus der latenten Wärme der Ingesta abzuleiten. Zunächst ist klar, dass die in denselben vorhandenen Kräfte nur eine bestimmte Menge der Wärmebewegung hervorbringen können, und auch bei aller Complication in den Verhältnissen ihres Einwirkens nur immer dieselbe, weil es durch die mechanischen Gesetze feststeht, dass eine bestimmte Quantität von einer bewegenden Kraft bei aller Complication ihres Mechanismus immer nur dasselbe bestimmte Quantum von Bewegung hervorbringen könne. Da es nicht bekannt ist, dass ausser mit und in den Ingestis mechanische, elektrische oder andere Kräfte und Bewegungen in den Organismus einströmten, so bliebe nur noch die Annahme übrig, dass unmittelbar durch eine eigenthümliche Kraft der organischen Körper, die sogenannte Lebenskraft, ins Unendliche Naturkräfte erzeugt werden können, eine Annahme, die zwar allen logischen Gesetzen der mechanischen Naturwissenschaften widerspricht, der wir aber solchen Physiologen gegenüber, die das Wesen des Lebens eben in diese seine Unbegreif-
543 lichkeit setzen, theoretisch nichts entgegenstellen können. Gerade hier wird es klar, von wie grossem Einfluss die Frage über den Ursprung der thierischen Wärme für die theoretische Ansicht des Lebensprocesses ist, da in ihr der bei weitem grösste Theil von dem Kraftäquivalent zur Erscheinung kommt, welches in den chemischen Kräften der Ingesta liegt, und wie wichtig dadurch die empirische Entscheidung dieser Frage wird, zu wir jetzt übergehen wollen. Leider ist dieselbe noch nicht bis zur vollkommenen Evidenz durchgeführt, weil die bisherigen Beobachter die Frage meist einseitig so aufgefasst haben, ob die thierische Wärme von der in den Athemorganen stattfindenden Verbrennung herrühre.

Temperaturerhöhung kann aber stattfinden:

1) Durch Verringerung der specifischen Wärme, nämlich bei Verdichtungen. Die hiervon herrührende Erwärmung ist namentlich bei Gasen sehr bemerklich, weil diese am stärksten comprimirbar sind; solche Compressionen von Gasen kommen jedoch im Körper nicht vor. Bei Flüssigkeiten ist eine hierher gehörige Erscheinung von Pouillet (Memoire sur de nouveaux phénomenes de production de chaleur. Annales de Chimie et de Physique XX. 141, übersetzt in Meckel, Archiv für Phys. VIII. 233) nachgewiesen worden. Die Temperatur wird nämlich merklich erhöht, wenn Flüssigkeiten poröse oder gepulverte feste Substanzen benetzen, weniger bei unorganischen Pulvern (um 0,2—0,3°, beim Thon um 0,9°) als bei organischen (Haare, Schwamm, neues Leder, Schweinsblase 2,0—2,4°, Fischbein 2,8°, Ochsensehne, Wolle, Elfenbein 3,1°, Darmhäute 9,6°). Doch ist diese Wirkung nur bei vollkommen lufttrockenen oder künstlich getrockneten Stoffen so bedeutend, die geringste Feuchtigkeit vermindert sie schon beträchtlich. Pouillet merkt an, dass diese Art der Erwärmung wohl zur organischen Wärme beitragen möge, weil alle Körpergewebe von Wasser durchdrungen seien; dagegen ist zu erinnern, dass nur während des Actes der Befeuchtung selbst eine Erwärmung stattfindet, nicht während der Fortdauer derselben, und dass mit Ausnahme etwa der trocknen Saamen und anderer künstlich getrockneter Nahrungsmittel alle Substanzen schon von Wasser durchdrungen sind, wenn sie in den Körper eintreten, und zwar im Durchschnitt wohl mehr, als wenn sie in den Fäces austreten. Die geringe Temperaturerhöhung, welche die trocknen Nahrungs- 544
mittel bei ihrer Befeuchtung im Magen ergeben, möchte kaum in Anschlag zu bringen sein.

2) Temperaturerhöhung findet statt durch Freiwerden latenter Wärme, und zwar wird die Quantität der im Körper während des Verbrauches einer bestimmten Quantität von Nahrungsmitteln freigewordenen Wärme gleich sein der Summe der latenten Wärme des Ingesta minus derer der Egesta. Da nun zur Erhaltung einer constanten Temperatur die Ausgabe

der Wärme der Einnahme gleich sein muss, so wird für einen gleichbleibenden Zustand der Gesundheit und bei unverändertem Fortbestehen der Masse und Zusammensetzung des Körpers auch die Abgabe von Wärme gleich sein müssen der Differenz der latenten Wärme der Ingesta und Egesta.

Ingesta sind nun:

1) Gasförmiger Sauerstoff.
2) Tropfbar flüssiges Wasser und Salz.
3) Feste, aufgeweichte oder flüssige Nahrungsmittel, und zwar dem allergrössten Theile nach:
   a) Proteïnverbindungen und Leim gebende.
   b) Fette.
   c) Mehl- und zuckerartige Pflanzenstoffe.

Egesta sind:

1) Gasförmige Kohlensäure durch Lungen und Haut.
2) Gasförmiges Wasser durch Lungen und Haut.
3) Tropfbar flüssiges Wasser und Salze, besonders durch den Urin.
4) Ammoniaksalze, meist kohlensaure, durch die Haut.
5) Harnstoff im Urin.
6) Geringere Mengen anderer noch mehr complicirter organischer Verbindungen: Schleim, Darmsecrete und Gallenreste in den Excrementen; Harnsäure und Extractivstoffe im Urin, letztere auch im Schweiss, Epithelialabschilferung und Fettabsonderung auf der Haut.

Um die Uebersicht zu vereinfachen, wollen wir, da es hier nicht auf eine genau auszuführende Rechnung ankommt, die unter Nr. 6 angeführten Excreta unberücksichtigt lassen, theils weil sie selbst noch quaternäre, den Nahrungsmitteln ähnlichere Verbindungen sind, daher die bei ihrer Erzeugung entstandene Wärme muthmaasslich sehr unbedeutend ist, theils weil ihre
545 Menge verhältnissmässig gering ist. Es gehen nämlich in 24 Stunden bei einem erwachsenen Manne durch die Lungenausdünstung fort, nach Andral und Gavarret 292,8 gr. Kohlenstoff, nach Scharling durch Haut- und Lungenausdünstung 240 gr. Dagegen durch die Excremente nach Liebig's

(Thierchemie S. 257 u. 260) beobachteter Mittelzahl des Gewichtes und Playfair's Elementaranalyse etwa 4 gr., und in den organischen Stoffen des Harns auch 3—4 gr., wenn man ihren Kohlenstoffgehalt nach einer gewiss zu hohen Schätzung zu 50 Procent annimmt, und Lecanu's Angaben der Harnstoffmenge zu Grunde legt, der die Menge der übrigen organischen Bestandtheile etwa gleich ist. Die ganze Menge der unter Nr. 6 aufgeführten Stoffe würde also täglich schwerlich mehr als 10 gr. Kohlenstoff entleeren, d. h. 0,03—0,04 des als Kohlensäure ausgeschiedenen. Wenn wir ausserdem den Harnstoff, der sich unter Aufnahme von Wasser ohne bedeutende Wärmeentwickelung in kohlensaures Ammoniak umsetzt, gleich als solches in Rechnung ziehen, so finden wir an der Stelle des bei weitem grössten Theiles der Nahrungsmittel und des eingeathmeten Sauerstoffes wieder: Kohlensäure, Wasser und Ammoniak, und wenn wir bestimmen, wie viel Wärme entwickelt werde, wenn die Nahrungsmittel umgesetzt und oxydirt werden zu Kohlensäure, Wasser und Ammoniak, so wird die gefundene Quantität bis auf die Differenz weniger Procente übereinstimmen müssen mit der durch die chemischen Processe des Organismus entwickelten Wärme.

Versuche über die Grösse der Verbrennungswärme sind gemacht worden von Lavoisier und Laplace, Dulong, Despretz, Hess und neuerlich namentlich über die Kohlenwasserstoffverbindungen von Favre und Silbermann (Comptes rendus 1846 Nr. 11). Von den erstgenannten Beobachtern wurden namentlich die Wärmequanta, welche Kohle und Wasserstoff bei ihrer Verbrennung geben, gemessen. Sie fanden:

	Für den Kohlenstoff	Für den Wasserstoff
Lavoisier und Laplace	7226	23400
Dulong	7858	34743
Despretz	7914,7	23951
Hess	—	34792
Favre und Silbermann	8080	34188.

Und zwar bedeuten diese Zahlen einmal die Verbrennungs- 546
wärme fester Kohle zu gasförmiger Kohlensäure, dann die des gasförmigen Wasserstoffes zu flüssigem Wasser. Es ist also

in der Zahl für die Verbrennungswärme des Wasserstoffes die latente Wärme des gebildeten Wasserdampfes hinzugekommen, die etwa 5700° beträgt. Dagegen ist in der für den Kohlenstoff wieder so viel verloren gegangen, als die latente Wärme des problematischen Kohlenstoffdampfes beträgt.

In Bezug auf die Respirationswärme gingen Lavoisier und Laplace von ihrer Annahme aus, dass in den Lungen eine kohlenwasserstoffhaltige Flüssigkeit secernirt werde, welche mit dem eingeathmeten Sauerstoff zu Kohlensäure und Wasser verbrenne. Demgemäss vermutheten sie, dass die bei der Respiration erzeugte Wärme gleich sei der, welche durch die Verwandlung des eingeathmeten Sauerstoffes in Kohlensäure und Wasser hervorgebracht werden könne. In derselben Weise berechneten Dulong und Despretz die Respirationswärme in ihren Versuchen über thierische Wärme, verglichen sie mit der von den Thieren abgegebenen, und fanden, dass sie nur etwa $^3/_4$ der letzteren betrage. Liebig (Thierchemie S. 28) will ebenfalls die organische Wärme aus der in den Lungen stattfindenden Verbrennung herleiten und hat diese Ansicht mit allen ihren Consequenzen vollständig entwickelt; da aber die erwähnte Hypothese von Lavoisier über die Ausscheidung eines Kohlenwasserstoffes in den Lungen längst verlassen ist, so baut er seine ebenso angestellte Rechnung auf die Annahme, dass der in den organischen Verbindungen vorhandene Kohlenstoff und Wasserstoff ebensoviel Wärme bei seiner Verbrennung erzeuge, als wenn er frei verbrenne; stillschweigend liegt dabei seiner Rechnung noch die zweite Annahme zu Grunde, dass der in den Substanzen schon vorhandene Sauerstoff, indem er bei der Verbrennung mit Wasserstoff derselben verbunden als Wasser austrete, nicht bei der Wärmeerzeugung mitwirke. Unter andern Voraussetzungen ist die letztere gar nicht aus der Beobachtung des verzehrten Sauerstoffes und der ausgeathmeten Kohlensäure zu berechnen. Factisch bewiesen waren aber diese Voraussetzungen durchaus nicht, höchstens stimmten damit ungefähr die Zahlen, welche Dulong für den Alkohol
547 und Aether gefunden hatte, obgleich auch mit diesen Zahlen schon nachgewiesen werden kann, dass z. B. für den Zucker jene Annahmen nicht zutreffen können. Gegenwärtig ist von

Favre und Silbermann eine Reihe von Beobachtungen über die Verbrennungswärme verschiedener Verbindungen von Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff bekannt gemacht worden, aus denen hervorgeht, dass der Alkohol allein etwa ebensoviel, der Aether aber, der Holzgeist, die zusammengesetzten Aetherarten des Alkohols und Holzgeistes, die Essig- und Ameisensäure mehr, die Säuren mit hohen Atomgewichten dagegen, wie die Butter-, Valerian-, Aethal- und Stearinsäure weniger Wärme erzeugen, dass schon blosse Kohlenwasserstoffe nicht so viel geben als ihre Elemente getrennt, und zwar um so weniger, je grösser die Anzahl der verbundenen Atome ist.

Leider sind unter den untersuchten Substanzen keine direct zur Nahrung dienenden, indessen lassen sich doch folgende Schlüsse daraus ziehen:

1) Der Traubenzucker ($C_{12}H_{28}O_{14}$) enthält soviel Sauerstoff, um allen Wasserstoff desselben zu Wasser zu oxydiren; bei seiner unmittelbaren Verbrennung würde also nur soviel Sauerstoff erforderlich sein, um seinen Kohlenstoff zu oxydiren. Nun enthält 1 gr. Traubenzucker:

Kohlenstoff	0,368 gr.
Wasserstoff	0,070 „
Sauerstoff	0,562 „

Nach der von Liebig gebrauchten Rechnungsweise würden also nur die 0,368 gr. Kohlenstoff in Betracht kommen, und bei ihrer Verbrennung nach Favre 2973 Wärmeeinheiten geben. Lassen wir dagegen den Zucker gähren, so wird erstens während der Gährung eine beträchtliche Wärmemenge frei, es geht $^1/_3$ des Kohlenstoffes mit $^4/_7$ des Sauerstoffes als Kohlensäure, und $^1/_7$ des Wasserstoffes mit $^1/_7$ des Sauerstoffes als Wasser fort, und es bleiben 0,455 gr. als Alkohol, diese geben aber allein schon nach Favre 3268 Wärmeeinheiten. Es wird also bei dem Uebergang des Traubenzuckers durch den Körper jedenfalls $^1/_{10}$ mehr Wärme frei, als aus der bei der Respiration erhaltenen Kohlensäure zu berechnen ist. Die latente Wärme des Amylums, Gummis, Rohrzuckers, die sich alle nur durch geringeren Gehalt an den Elementen des Wassers vom Traubenzucker unterscheiden, kann sich von der des letzteren nicht sehr 548

entfernen, und ist wahrscheinlich noch grösser, weil bei Einwirkung chemischer Reagentien oder gährungserregender Mittel aus ihnen zunächst Traubenzucker als erstes Zersetzungsproduct gebildet wird. Es folgt daraus also unbedingt, dass die grosse Classe der zuckerartigen und mehligen Nahrungsmittel eine viel grössere Wärme liefert, als aus den Respirationsproducten bisher berechnet worden ist.

2) Für die Fette können wir nur aus der Angabe von Favre und Silbermann über die Stearinsäure, welche ihren Elementen nach 10452 geben sollte, und nur 9716, also 7% weniger giebt, den Schluss ziehen, dass sie sich meist ähnlich verhalten werden. Es ist in diesen Körpern sehr wenig Sauerstoff enthalten im Verhältniss zu dem, der bei der Verbrennung verbraucht wird, z. B. in der Stearinsäure ($C_{36}H_{72}O_4$) 4 Atome, während 104 weitere zur vollständigen Oxydation nöthig sind. Die Wärme, welche diese 4 Atome bei ihrer Vereinigung mit Wasserstoff geben, wiegt deshalb die nicht auf, welche bei der Bildung des complicirten Kohlenwasserstoffes abgegeben ist.[1])

3) Die Protein und Leim gebenden Verbindungen sind wie die wesentlichen Pflanzenstoffe der Ausgang einer langen Reihe von Zersetzungsproducten; es ist deshalb wahrscheinlich, dass sie noch viel latente Wärme durch nähere Vereinigung ihrer Elemente unter sich abgeben können. Ausserdem findet sich nur ein verhältnissmässig geringer Theil ihrer Elemente in den Respirationsproducten wieder, aus denen ihre Verbrennungswärme berechnet werden soll. Von dem grössten Theil derselben findet sich der Stickstoff im Harnstoff oder dem davon nur durch Wasseratome unterschiedenen kohlensauren Ammoniak; von den übrigen Elementen vereinigt sich noch ein Theil des Wasserstoffes mit dem darin vorhandenen Sauerstoff, der Rest erscheint in den Respirationsproducten. Es geben nämlich nach Mulder's Formeln:

1 At.	Protein	= $C_{40}H_{62}N_{10}O_{10}$	minus
2½ „	Harnstoff	= $C_5 H_{20} N_{10} O_5$	
5 „	Wasser	= H_{10} O_5	

bleiben $C_{35}H_{32}$ für die Respiration.

1) (1882.) Im Original ist eine fasche alte Formel $C_{63}H_{138}O_6$ gebraucht.

549

1 At.	Leim	= $C_{13}H_{20}N_4O_5$	minus
1 „	Harnstoff	= $C_2 H_8 N_4 O_2$	
3 „	Wasser	= H_6 O_3	

bleiben $C_{11}H_6$.

1 At.	Chondrin	= $C_{40}H_{66}N_{10}O_{17}$	minus
2½ „	Harnstoff	= $C_5 H_{20} N_{10} O_5$	
12 „	Wasser	= H_{24} O_{12}	

bleiben $C_{35}H_{22}$.

Aus diesen Gründen erscheint es wahrscheinlich, dass diese Verbindungen mehr Wärme erzeugen, als dem Rest ihrer Elemente entspricht, der sich in den Respirationsproducten vorfindet. Jedenfalls aber wäre es nur ein Zufall, wenn die beobachtete Grösse der organischen Wärme mit der aus den Respirationsproducten berechneten übereinstimmte, und es lässt sich mit einiger Wahrscheinlichkeit annehmen, dass die erstere grösser sein werde.

Experimentell direct geprüft ist die Frage über den chemischen Ursprung der thierischen Wärme bisher nur von Dulong (Annales de Chimie et de Phys. Série III. Tome I) und Despretz (Annales de Chimie et de Phys. Tome 26. p. 338), sodass die Versuche dieser beiden Forscher bisher noch das einzige empirische Fundament zur Entscheidung derselben geben, und deshalb hier in genauere Betrachtung gezogen werden müssen. Dieselben sind folgendermaassen angestellt: Das gewählte Thier wird in einen kupfernen, innen mit Weidengeflechten ausgelegten Kasten gesetzt, gross genug, um es in seiner Stellung nicht zu geniren. Am Rande desselben befindet sich eine Rinne, in welche der Deckel einpasst, und welche mit Quecksilber gefüllt wird, um einen luftdichten Verschluss herzustellen. Dieser kleinere Kasten wird in ein grösseres, mit destillirtem Wasser gefülltes kupfernes Gefäss gestellt, sodass er ganz in das Wasser eingetaucht ist; der ganze Apparat ruht auf Stützen von sehr trockenem Holz. Aus einem genau graduirten Gasometer wird Luft in gleichmässigem Strome durchgeleitet, und zwar vor dem Anfang der eigentlichen Messung schon so lange, bis man annehmen kann, die Temperatur und Zusammensetzung der in dem Kasten neben dem Thiere

enthaltenen Luft sei ziemlich constant geworden, sodass die
550 Veränderungen derselben während des Versuches, der ein bis zwei Stunden dauert, vernachlässigt werden können. Der Kohlensäuregehalt der ausgeleiteten Luft wurde durch Kalilösung, der Sauerstoff durch Wasserstoffgas bestimmt, und hieraus die Menge des verbrannten Kohlenstoffes und des Wasserstoffes bestimmt. Sobald die Beobachtung beginnen sollte, wurde die Temperatur des Wassers bestimmt, welche bei Despretz 7—12° C. betrug, bei Dulong 1—$1^1/_2$° niedriger als die der Luft gewählt wurde. Die von nun ab von dem Thiere abgegebene Wärme geht an das Kupfer des Kastens und von da an das Wasser über, sodass zu Ende des Versuches die Temperatur des letzteren um eine geringe, aber genau messbare Grösse erhöht gefunden wurde. Bei Despretz betrug diese Erhöhung 0,6—1,3° die während dieser Zeit durch Zuleitung von aussen stattfindende Erwärmung oder Abkühlung wurde berechnet und abgezogen; Dulong dagegen wartete bis die Temperatur des Wassers ebenso hoch über der der Luft war, als vorher darunter, um so die von aussen kommende Erwärmung und Erkältung zu compensiren. Die wahre Zunahme der Temperatur gab nun multiplicirt mit dem Gewichte des Wassers nach Hinzurechnung einer dem Kupfer an Capacität äquivalenten Menge desselben die Menge der abgegebenen Wärmeeinheiten.

Die in grosser Zahl angestellten Versuche geben nun einstimmig das Resultat, dass die durch Verbrennung von Kohlenstoff und Wasserstoff mit dem eingeathmeten Sauerstoff entstandene Wärme etwa $^3/_4$ der abgegebenen betrage (bei Despretz 0,74—0,90 %, bei Dulong 0,69—0,83 %). Dies Resultat hat Liebig durch zweierlei Einwürfe mit seiner Theorie zu vereinigen gesucht. Zuerst nämlich bezweifelt er in seiner Thierchemie, ob die Thiere auch ihre ursprüngliche Temperatur beibehalten haben, da sie von kaltem Metall umgeben, ohne sich bewegen zu können, in dem Apparat verweilt hätten, und deshalb ihnen leicht hätte Wärme entzogen werden können.

Dieser Einwand passt zunächst nicht auf die Versuche von Dulong, weil dieser bei der mittleren Lufttemperatur arbeitete, und auch in denen von Despretz ist die Tempe-

ratur von 8° keine so niedrige, dass sie nicht wenigstens von den einheimischen Thieren ohne Schaden ertragen werden sollte; 551
ausserdem waren die Thiere nicht unmittelbar mit dem Metall in Berührung. Wohl aber muss die Statthaftigkeit dieses Einwurfes wenigstens theilweise deshalb zugestanden werden, weil zugleich die Zuleitung der Luft bei Despretz nicht reichlich genug war, um ein ganz unbehindertes Athmen zu gestatten. Die Quantität des Sauerstoffes in der hindurchgeleiteten Luft ist nämlich in diesen Versuchen auf $^2/_3$ bis $^1/_2$ vermindert, und durch eine beinahe entsprechende Menge Kohlensäure ersetzt, während in der normalen Ausathmungsluft etwa nur $^1/_4$ des Sauerstoffes verschwindet. Nun existiren aber unter den Versuchen von Legallois (Annales de Chim. et de Phys. 1817, übersetzt in Meckel's Archiv III. 436) über den Einfluss des Athmens in einer Luft mit verringertem Sauerstoffgehalt auch solche, wo die Thiere in einem abgeschlossenen, anfangs mit reiner atmosphärischer Luft gefüllten Raume, dessen Temperatur leider nicht angegeben ist, drei Stunden lang athmeten, und eine etwa ebenso grosse Verringerung des Sauerstoffgehaltes allmählig herbeiführten, wie wir sie in mehreren Versuchen von Despretz finden. Bei Legallois sank in diesen Fällen die Temperatur von Kaninchen gar nicht; bei diesen fand auch Despretz die höchsten Verhältnisszahlen zwischen der Verbrennungswärme und der abgegebenen (0,821—0,904). Bei Katzen sank sie sehr wenig, um 0,3—0,5°; sie folgen auch bei Despretz am nächsten (0,808°). Am bedeutendsten sank sie bei Hunden, und hier finden wir auch das ungünstigste Wärmeverhältniss (0,74—0,80°). Es wäre daraus vielleicht zu schliessen, dass in Despretz's Versuchen, da wo die niedrigeren Verhältnisszahlen gefunden sind, eine Abkühlung des Thieres aus den angeführten Gründen stattgefunden habe, und deshalb den höheren Zahlen 0,85—0,90° ein grösseres Gewicht beizulegen sei. Bei Dulong's Versuchen dagegen ist dieser Einwurf nicht zu machen, weil der Kohlensäuregehalt der hindurchgeleiteten Luft in der Regel den der normalen Ausathmungsluft nicht übersteigt, und weil die Temperatur des Wassers nicht niedriger als die der Zimmerluft war (12,6—18,6°).

Dann hat Liebig (Annalen der Chemie und Pharmacie

LIII Januar 1845) darauf aufmerksam gemacht, dass diese
552 Versuche mit zu niedrigen Zahlen für die Verbrennungswärme des Kohlenstoffes und Wasserstoffes berechnet sind, und dass man, wenn dabei die neuere Zahl von Hess, 34792, für den Wasserstoff gebraucht, und besonders wenn noch eine von ihm aus Despretz's Angaben über Verbrennung des ölbildenden Gases, des Alkohols und Aethers erschlossene höhere Zahl für die Verbrennungswärme des Kohlenstoffes, 8558, zu Grunde gelegt wird, Verhältnisszahlen bekommt, welche sich der 1 mehr nähern. Bei Despretz ist es aber zweifelhaft, ob eine solche Substitution erlaubt sei, da er die Versuche über thierische Wärme mit zum Theil denselben, zum Theil ganz ähnlichen Apparaten und Methoden gemacht hat, wie die über Verbrennung von Kohle und Wasserstoffgas, und alle diese Angaben ähnliche Fehlerquellen haben. Bei Dulong dagegen möchte eine solche Correction eher gestattet sein, weil er nicht selbst gefundene Zahlen zu Grunde legt, sondern die offenbar zu niedrigen von Lavoisier und Laplace. Jedenfalls muss aber Liebig's theoretisch erschlossene Zahl für den Kohlenstoff zurückgewiesen werden, da sie sowohl von den genauesten empirischen Beobachtungen (Dulong 7858, Despretz 7914,7, Favre und Silbermann 8080) zu sehr abweicht, als auch die Gründe, aus denen sie erschlossen ist, aus denselben schon oben widerlegten Voraussetzungen hergenommen sind, aus denen die ganze Theorie von der Erwärmung durch die Respiration herrührt.

Die von Liebig berechneten Verhältnisszahlen nach der Annahme der Verbrennungswärme von 1 gr. Kohlenstoff = 7912 und von 1 gr. Wasserstoffgas = 34792 geben für Despretz's Versuche Zahlen zwischen 84 und 102, deren Mittel 95,25 ist. Bei Annahme der Wärme des Kohlenstoffes zu 8558 für Despretz zwischen 88,5 und 107,5, Mittel 96,9; für Dulong zwischen 83,6 und 104,1, Mittel 95,8. Bewundernswerth ist die nahe Uebereinstimmung, welche beide Beobachtungsreihen bei gleichmässiger Berechnung darbieten, und doch ist, selbst bei der zu hohen Annahme der Verbrennungswärme des Kohlenstoffes das Resultat noch unter 100.

Fassen wir das Ergebniss dieser Discussion zusammen, so scheinen am meisten Zutrauen zu verdienen die höheren Zahlen

von Despretz, wonach also die von den Thieren abgegebene Wärme im Durchschnitt etwa um $^1/_9$ höher ist, als die durch die Verbrennung mittelst des inspirirten Sauerstoffes mit Kohlen- 553
stoff und Wasserstoff erzeugbare; ein Resultat, was gänzlich übereinstimmt mit den Consequenzen der chemischen Theorie der organischen Wärme, wie wir sie oben aus den wahrscheinlichsten Annahmen hergeleitet haben. Empirisch die Untersuchung weiter zu führen, ob die Uebereinstimmung zwischen der ganzen chemisch entwickelten Wärme und der organischen wirklich so genau sei, als es durch experimentelle Mittel zu erkennen ist, möchte für jetzt noch an der Unzulänglichkeit der physikalischen Vorarbeiten scheitern, und wir müssen uns deshalb vorläufig mit dem Factum begnügen, dass wenigstens sehr nahehin die chemischen Processe im Organismus so viel Wärme erzeugen, als wir in ihm und seinen Ausgaben vorfinden, und dass wir deshalb auch als empirisch bewiesen betrachten müssen, dass wenigstens der bei weitem grösste Theil der organischen Wärme Product der chemischen Processe sei.

Da bei Dulong's Versuchen das Gewicht der Thiere angegeben ist, so lässt sich aus ihnen berechnen, wie gross in ihnen die Intensität der Wärmeerzeugung sei, d. h. wie viel Wärmeeinheiten von einer Gewichtseinheit (1 gr.) ihres Körpers im Mittel erzeugt werden, oder, was dasselbe sagt, um wie viel eine gleich schwere Menge Wasser durch ihren Körper in einer gegebenen Zeit erwärmt werden würde. Es folgt hier die Berechnung dieser Grösse für eine Stunde; hinzugefügt ist das Verhältniss der für die Verbrennung in den Athemorganen von Dulong berechneten Wärme zu der abgegebenen, weil uns dieses Verhältniss dazu dienen kann, die Menge der in dem menschlichen Körper erzeugten Wärme zu berechnen.

Gattung, Alter und Gewicht des Thieres	Wärmeeinheiten für 1 Grm. und 1 Stunde.	Verhältniss der Verbrennungswärme zur abgegebenen
Katze. 2 Monate. 712 Grm.	10,11	0,729
Katze. 2½ Monate. 760 Grm.	10,05	0,688
Katze. 3 Monate. 730 Grm.	10,46	0,715
Katze. 4 Monate. 1115 Grm.	8,65	0,758
Hund. 45 Tage. 1040 Grm.	7,31	0,728
Hund. 50 Tage. 1150 Grm.	6,11	0,802
Hund. 60 Tage. 1302 Grm.	5,90	0,792
Thurmfalke. 265 Grm.	6,91	0,715
Thurmfalke. 280 Grm.	6,95	0,789
Altes Meerschweinchen. 865 Grm.	5,82	0,694
Meerschweinchen. 874 Grm.	5,88	0,749
Junges Meerschweinchen. 476 Grm.	7,05	0,800
Kaninchen. 4 Monate. 1990 Grm.	3,16	0,755
Kaninchen. 2 Monate. 990 Grm.	4,26	0,833
Taube. 357 Grm.	10,77	0,745
Taube. 346 Grm.	11,60	0,787
Mittel:	—	0,754

554

555 Wir ersehen aus dieser Zusammenstellung über die Intensität der Wärmeentwickelung, welche als Resultat der Intensität des ganzen Stoffwechsels, sowohl diesem, als auch, wie aus der geringen Verschiedenheit in dem Verhältniss der Verbrennungswärme hervorgeht, der Intensität der Respiration proportional ist, dass dieselbe in den verschiedenen Thierclassen eine sehr verschiedene ist; am intensivsten bei den Tauben und Katzen, am geringsten bei den Kaninchen. Bei jüngeren Thieren scheint dieselbe im allgemeinen grösser zu sein als bei älteren, entsprechend dem, was von der relativen Menge der Athmungsproducte schon bekannt ist.

Betrachten wir bei diesen, in ihren Wärmeverhältnissen so verschiedenen Thierclassen die geringen Abweichungen in dem Verhältniss der Verbrennungswärme zur abgegebenen, so erscheint es wahrscheinlich, dass wir dasselbe auch beim Menschen voraussetzen dürfen, und da wir die Menge seiner Respirationsproducte kennen, so können wir unter dieser Voraussetzung die ungefähre Intensität seiner Wärmeentwickelung berechnen. Nach den Beobachtungen von Scharling, welche wie die von Dulong und Despretz die Haut- und Lungenausscheidung zugleich umfassen, scheidet ein Mann von 28 Jahren und 82 kgr. Körpergewicht in 24 Stunden 878,9 gr. Kohlensäure aus, welche enthalten 239,7 gr. Kohlenstoff; also in einer Stunde 36,6 Kohlensäure und 9,98 Kohlenstoff, welcher berechnet nach Lavoisier's Verbrennungszahl = 72115 Wärmeeinheiten giebt. Dazu kommt noch auf je 1 Theil Kohlensäure nach Valentin's Beobachtungen 0,1243 Theile Sauerstoff, die zur Wasserbildung verbraucht werden, und mit 0,0155 Theilen Wasserstoff sich verbinden; dies giebt auf 36,6 gr. Kohlensäure 0,5673 gr. Wasserstoff, welcher bei der Verbrennung 13275 Wärmeeinheiten giebt. Die gesammte Wärmemenge für die Verbrennung in den Lungen ist demnach 85390; die gesammte organische Wärme würde ungefähr $^4/_3$ davon betragen, also 113853 für 82000 gr. Körpergewicht, also für 1 gr. etwa 1,6; d. h. ein Mensch giebt in einer Stunde so viel Wärme ab, um eine gleich schwere Menge Wasser um 1,6° zu erwärmen. Diese Menge ist halb so gross, als die für Kaninchen gefundene, was sich wohl aus der Grösse des Menschen erklärt. Ein kleiner Körper erkaltet nämlich schneller als ein grosser; sollen sie deshalb beide durch innere Wärmeentwickelung auf gleicher Temperatur erhalten werden, so wird diese in dem grossen verhältnissmässig geringer sein dürfen als im kleinen. 556

Wir haben uns bis jetzt mit der Summe der organischen Wärme beschäftigt, die von der Summe aller chemischen Processe des Körpers herrührt, und deshalb aus den Endproducten derselben berechenbar sein muss, und haben gesehen, dass die bisher angestellten Experimente und Beobachtungen der chemischen Theorie nicht widersprechen. Weit schwieriger ist es nun, die einzelnen Processe auszumitteln, bei denen Wärme erzeugt wird, weil wir bei den meisten noch keineswegs wissen, welche Stoffe umgewandelt werden, und welche daraus entstehen, bei allen aber die Kenntniss der Wärmequantität, welche dadurch frei werden kann, uns mangelt; wir müssen uns deshalb auf einige Einzelheiten beschränken.

Einmal wird Wärme bei der Muskel-Action frei, und zwar zunächst im Muskel selbst nach den thermoelektrischen Untersuchungen von Becquerel und Breschet (Annales des sciences naturelles. Nouvelle Série. Tom. III. p. 272); dieselben fanden die Temperatur des Biceps brachialis bei mehrmals aufeinanderfolgenden Contractionen sich steigernd um 0,5°, bei 5 Minuten lang fortgesetztem Sägen um 1°. In Folge dieses örtlichen Processes vermehrt sich dann auch die Wärme des ganzen Körpers. Davy fand in seinen ausgedehnten Beobachtungsreihen (Philosophical Transactions. 1844 u. 1845) nach zweistündigen Körperanstrengungen (Reiten, Gehen, Bergsteigen, Fischen) die Temperatur unter der Zunge um 0,5—1° vermehrt; Gierse (Quaenam sit ratio caloris organici partium inflamm. etc. Dissertatio) in ähnlichen, zur Beobachtung pathologischer Einwirkungen angestellten Beobachtungsreihen bei Hunden, die sich anstrengten sich von ihren Fesseln zu befreien, im Mastdarm eine Steigerung um 1° C. Da die grösste Erhöhung unmittelbar in den Muskeln stattfindet, so müssen wir die Temperatursteigerung zunächst aus den daselbst stattfindenden Processen herleiten; es sind aber in neueren Zeiten chemische Umsetzungen (Helmholtz, Ueber den Stoffwechsel bei der Muskelaction. Müller's Archiv 1845) und elektrische Ströme (du Bois-Reymond, Poggend. Ann. Jan. 1843) da-
557 selbst gefunden worden, beide sowohl unter sich, als mit der Wärmeentwickelung eng zusammenhängend. Zur Steigerung der Gesammttemperatur des Körpers trägt dann wahrschein-

lich auch die Beschleunigung der übrigen organischen Processe, der Respiration und Blutbewegung bei. Bestätigen sich übrigens die grossen Temperaturunterschiede, welche Becquerel und Breschet zwischen dem arteriellen und venösen Blut gefunden haben, von 0,8—1°, so muss es vorläufig unentschieden bleiben, ob die Wärmezunahme bei der Muskelcontraction nicht von vermehrtem Zufluss des arteriellen Blutes herrühre.

Was die Beziehungen des Nervensystems zur organischen Wärme betrifft, so ist von den Physiologen darüber viel experimentirt und gestritten worden, weil man die einseitig nur die Respiration beachtende chemische Wärmetheorie nicht ausreichend fand, und dafür die Erzeugung der organischen Wärme theilweise oder ganz dem unbekannten, in den Nerven wirkenden Agens zu vindiciren suchte. Als Brodie (Philosophical Transactions 1811 u. 1812, übersetzt in Reil's Archiv Bd. 12 p. 137 u. 199) nämlich gefunden hatte, dass sich Herzschlag und Blutumlauf bei geköpften Thieren erhalten lassen, wenn man die Lunge durch einen Blasebalg abwechselnd mit Luft füllt und entleert, untersuchte er auch die Temperaturverhältnisse derselben, und fand, dass sie schnell erkalteten, selbst wenn der Blutumlauf in Bezug auf Frequenz und Stärke der Pulsschläge ziemlich normal vor sich ging; und zwar erkalten sie schneller als andere geköpfte Thiere derselben Art und Grösse, bei denen das künstliche Athmen nicht unterhalten wurde. Er verband dann mit solchen Versuchen eine Untersuchung der durch das künstliche Athmen erzeugten Kohlensäuremenge, und fand, dass dieselbe nahe ebensoviel betrug wie beim natürlichen Athmen; trotzdem sank die Temperatur schnell, und zwar am schnellsten in der Umgebung der Lunge. Er schloss aus diesen Versuchen, dass die Respiration kein Erwärmungs-, sondern ein Abkühlungsmittel sei, und dass die thierische Wärme durch Nervenwirkung unter dem Einfluss der Centraltheile erzeugt werde. Aus seinen Versuchen geht jedenfalls so viel hervor, dass eine Erkaltung bei fortbestehender Respiration möglich ist, und so weit sind seine Resultate auch von Allen, die auf eine ähnliche Weise experimentirt haben, Chaussat (Meckel's Archiv 7. Bd. p. 282), Hales 558
(London med. and phys. Journal. Vol. 32. 1814, übersetzt in

Meckel's Archiv Bd. 3), Legallois (Annales de chim. et de phys. Tome 4. 1817), Wilson Philipp (Untersuchungen über die Gesetze der Functionen des Lebens. Uebersetzt von Sontheimer. Stuttgart 1822), Williams (Froriep's Notizen 1836. 4) bestätigt worden. Nur fand Chaussat, dass künstliche Respiration die Abkühlung nicht beschleunige, Hales, dass sie dieselbe im Gegentheil verlangsame, und die übrigen zeigten, dass dieser Unterschied von der Geschwindigkeit des Einblasens abhänge, ja dass man sogar bei unversehrten Thieren durch eine starke künstliche Respiration die Temperatur verringern könne; auch gelang es Williams, einige Male bei geköpften Thieren, die schon zu erkalten angefangen hatten, durch künstliche Respiration eine vorübergehende Steigerung der Temperatur hervorzurufen. Uebrigens kann bei diesen Versuchen statt der Köpfung der Thiere auch jedes andere Verfahren dienen, durch welches der Körper der Einwirkung des Gehirns entzogen wird, z. B. Durchschneidung der Medulla oblongata, Commotion des Gehirns durch einen Schlag, Vergiftung durch narkotische Gifte, wie Opium und Woorara. Chaussat hat auch Versuche angestellt über Durchschneidung des Rückenmarkes bei Hunden, und gefunden, dass Durchschneidung zwischen den Halswirbeln denselben Erfolg habe wie die der Medulla oblongata, die zwischen den Rückenwirbeln aber eine desto langsamere Erkaltung bewirke, je tiefer sie gemacht werde. Endlich will derselbe eine fast ebenso grosse Erkaltung gefunden haben nach Exstirpation einer Nebenniere mit den anliegenden Geflechten des Sympathicus, wobei aber, trotz seiner Versicherung des Gegentheils, der nothwendige bedeutende Blutverlust die Beweiskraft des Experimentes bezweifeln macht.

Aus diesen Versuchen ist nun nicht mehr zu schliessen, als dass die durch den Respirationsact unmittelbar erzeugte Wärme, d. h. die durch den Austausch der im Venenblute gelösten Kohlensäure mit dem Sauerstoff der atmosphärischen Luft und durch die unmittelbar im Blute eintretenden Verbindungen hervorgebrachte, nicht die alleinige Quelle der constanten Temperatur des Organismus ist, sondern dass auch ein
559 grosser Theil erzeugt wird durch andere Processe, deren Fort-

dauer von der Verbindung der betreffenden Organe mit dem Gehirn abhängt. Dahin würde zunächst die willkürliche Action der Muskeln und ihrer motorischen Nerven zu rechnen sein, ferner ein Theil wenigstens der Absonderungsprocesse, wie denn auch von Brodie speciell angegeben wird, dass in seinen Experimenten trotz der fortdauernden Respiration kein Harn mehr abgesondert sei. Diese verschiedenen Processe sind wahrscheinlich chemische Metamorphosen der organischen Verbindungen in sich selbst ohne Zutritt fremder Elemente, und liefern erst die Zersetzungsproducte, welche in das Blut aufgenommen, zur Verbindung mit dem eingeathmeten Sauerstoff kommen.

Es gehören hierher noch einige pathologische Erfahrungen über die Temperatur gelähmter Glieder. Von Earle (Medico-chirurg. Transactions. Vol. 7. Uebersetzt in Meckel's Archiv Bd. 3. p. 449) sind Beobachtungen vorhanden, dass dieselben an einem nach Verrenkung der Schulter gelähmten Arm in der Hand und Ellenbuge um 1,6—2,2° geringer war als an der anderen Seite, und um ebensoviel an dem kleinen Finger eines Mädchens, dem er den Nervus ulnaris durchschnitten hatte. Aehnliche Beobachtungen sind von Home und Yelloly (Medico-chirurg. Transactions. p. 3) gemacht. Erhöht wurde dagegen die Temperatur von Romberg an einem gelähmten Fusse gefunden, wegen eines daselbst bestehenden Geschwürs. In allen diesen Fällen war die Nervenverbindung im peripherischen Theile unterbrochen. Dagegen beobachteten Becquerel und Breschet Fälle von Hemiplegie, wo also wahrscheinlich die hemmende Ursache in den Centraltheilen lag, und wo deshalb die gelähmten Glieder wenigstens mit einem Theile derselben noch in Verbindung stehen konnten. Hier war kein Temperaturunterschied zu finden.

Wir haben endlich über die Entwickelung von Wärme beim Respirationsact, als einem Theil der gesammten organischen Wärmemenge, noch Einiges zu erwähnen. Es ist in neueren Zeiten, namentlich durch Magnus bewiesen worden, dass in dem Blute Sauerstoff und Kohlensäure in aufgelöstem Zustande oder vielleicht theilweise in leicht trennbaren chemischen Verbindungen vorhanden seien; und beim Durchgang

durch die Lunge ein Theil der Kohlensäure mit atmosphäri-
560 schem Sauerstoff ausgetauscht werde, im Gegensatz zu den älteren Theorien, nach welchen der Sauerstoff sich unmittelbar in den Lungen mit dem Kohlen- und Wasserstoff des Blutes verbinden sollte. Wo nun auf dem Wege von den Lungencapillaren zu den Körpercapillaren in dem arteriellen Blut die eigentliche chemische Verbindung des Sauerstoffes mit den oxydablen Materien vor sich gehe, wissen wir bis jetzt nicht; vollständig geschieht dieselbe auch in den Körpercapillaren nicht, da wir auch im Venenblute noch eine beträchtliche Menge von aufgelöstem Sauerstoff finden. Ebensowenig kennen wir den Ort, wo die Kohlensäure gebildet wird; ja aus J. Müller's, neuerdings von Marchand mit gleichem Erfolg wiederholten Versuchen über das Athmen von Fröschen in sauerstofffreien Gasarten scheint sogar hervorzugehen, dass auch ohne Einathmung von Sauerstoffgas Kohlensäure aus den im Körper vorhandenen, Kohlenstoff, und Sauerstoff enthaltenden, Verbindungen abgeschieden werden könne, wie es, um an ein bekanntes Beispiel zu erinnern, bei der weinigen Gährung aus dem Zucker geschieht. Am annehmbarsten erscheint es bis jetzt, dass die Verbindung und Abscheidung dieser Gase fortdauernd im ganzen Blute geschehe. Theoretisch ist also gar kein Grund, eine Wärmeentbindung in den Lungen zu vermuthen, doch nöthigt uns ein empirisches Factum dazu, wenn es sich bestätigt. Aus den thermometrischen Beobachtungen von Davy, und den thermoelektrischen von Becquerel und Breschet geht einstimmig hervor, dass die Temperatur des arteriellen Blutes höher als die des venösen ist, sowohl in den Gefässen, wie in den Herzkammern, und zwar nach ersterem Beobachter um 0,25—0,75°, nach letzterem um 0,84—1,01°. Da nun in den Lungen eine sehr beträchtliche Quantität Wärme nach aussen abgegeben wird, zur Erwärmung der eingeathmeten Luft bis nahe zur mittleren Körpertemperatur, und als latente Wärme des ausgeathmeten Wasserdampfes, so muss jedenfalls auf dem Wege durch die Lungencapillaren bis zum Herzen eine Wärmequelle vorhanden sein, wenn das Arterienblut auch nur eine gleiche, geschweige denn eine höhere Temperatur zeigen soll als das Venenblut. Es wäre wohl möglich,

dass ausser dem im Blute aufgelösten Sauerstoff ein anderer Theil davon gleich in den Lungen chemisch gebunden würde und Wärme erzeugte. In den Körpercapillaren wird die höhere Wärme des Arterienblutes dann wieder an die von aussen her 561
erkälteten Körpertheile abgegeben, und so die mittlere Temperatur des Venenblutes erniedrigt.

Directe Versuche über Verminderung der Körpertemperatur durch Beschränkung des Athmens sind von Legallois angestellt; aber allerdings sind die Resultate, insofern sie für einen unmittelbaren Einfluss sprechen sollen, im Gegensatz zu denen von Brodie, ohne Beweiskraft, weil bei Erschwerung der Respiration zugleich die Thätigkeit der Centraltheile des Nervensystems behindert wird, was sich durch das Gefühl von Hinfälligkeit und Kraftlosigkeit zu erkennen giebt. Legallois fand nämlich (Annales de Chimie et de Phys. Tom. 4. 1817, übersetzt in Meckel's Archiv Bd. 3), dass Thiere, welche in einer niedrigen Temperatur gebunden auf dem Rücken liegen, wobei sie nicht kräftig genug respiriren, ziemlich schnell erkalten, ebenso Thiere, welche in verdünnter atmosphärischer Luft, oder einem Gemenge von solcher mit Stickgas oder Kohlensäure athmen. Eben dahin gehören die pathologischen Fälle von beschränkter Respiration bei Cyanose, asthmatischen Zuständen aus chronischen Veränderungen der Bronchien und Lungenzellen, in denen die Temperatur des Körpers erniedrigt ist.

Die Frage über Entstehung der thierischen Wärme aus der Respiration würde also nach den bis jetzt vorliegenden Facten so zu beantworten sein, dass Respiration und Digestion allerdings die letzten Ursachen derselben sind, insofern sie die Stoffe in den Organismus liefern, welche durch ihre in verschiedenen Zwischenstufen erfolgende Verbindung die ganze im Körper vorhandene Quantität Wärme freigeben, dass die erstere aber als nächste Ursache, d. h. unmittelbar durch die in den Lungen erfolgende Veränderung der Blutbestandtheile nur einen, wie es scheint geringen, Theil der Lebenswärme erzeugt.

Abgabe der Wärme.

Die möglichen Wege der Erkaltung sind folgende:

1) Ueberschuss der Temperatur der Egesta (Excremente und Ausathmungsluft) über die Ingesta (Nahrungsmittel und eingeathmete Luft).

2) Uebergang von Stoffen in weniger dichte Aggregatzustände. Es kommt hier hauptsächlich nur die Abgabe dunst-
562 förmigen Wassers durch Lungen und Haut in Betracht, welches in tropfbar flüssigem Zustande aufgenommen war.

3) Abgabe der Wärme durch Leitung und Strahlung an die umgebenden Medien.

Um die ungefähre Grösse der einzelnen Summanden schätzen zu können, entnehmen wir aus den früheren Rechnungen, dass ein erwachsener Mann von 82 kgr. Gewicht täglich etwa 2700000 Wärmeeinheiten abgiebt.

ad 1) Nehmen wir als jedenfalls zu grosse Quantität an, ein solcher Mann trinke in 24 Stunden 1 Quart = 3 Pfund Wasser von 12°, und verzehrte an Speisen ein Quantum, welches seiner Wärmecapacität nach anderen 3 Pfund Wasser von 12° entspricht, so wären 6 Pfund um 25° zu erwärmen, dazu gehören 70157 Wärmeeinheiten, d. h. 2,6% der ganzen Menge.

In Bezug auf die eingeathmete Luft folgt aus Valentin's Bestimmung der relativen Kohlensäuremenge in der Ausathmungsluft, und aus Andral und Gavarret's zu hohen Bestimmungen der absoluten Kohlensäuremenge für 24 Stunden, dass ein erwachsener Mann höchstens 16400 Grm. Luft täglich einathme. Nach Valentin's Messungen hat bei 21° äusserer Temperatur die Athmungsluft 37°, bei 0° der ersteren 32°. Da nun die Capacität von obiger Menge Luft der von 4377 Grm. Wasser entspricht, so sind nöthig bei 21° äusserer Temperatur 70032, bei 0° 140064 Wärmeeinheiten, also 2,6 resp. 5,2 % der ganzen Wärmemen ge.

ad 2) Wäre die eingeathmete Luft ganz trocken, so würde sie, um bei 37° gesättigt zu sein (was sie aber nie ganz wird), noch 0,04 ihres Gewichts an Wasserdampf aufnehmen; es würden also täglich zu bilden sein 656 Grm. Wasser, zu

deren Verdunstung nöthig sind bei 37° 397536 Wärmeeinheiten, was 14,7 % der ganzen Wärmemenge entspräche.

Wir haben also:

für Erwärmung der Speisen weniger als	2,6 %
für Erwärmung der Athmungsluft weniger als	5,2 %
für Lungenverdunstung weniger als	14,7 %
Summe weniger als	22,5 %

bleibt für die Hautabkühlung und Verdunstung mehr als 77,5 %.

Der bei weitem grösste Theil der Wärme geht also 563
durch die Haut fort, weshalb wir diesen allein einer genaueren Discussion unterwerfen wollen. Er wird bedingt von der Ableitung der Wärme und der Verdunstung des die Epidermis tränkenden Wassers.

Die Ableitung hängt ihrer Quantität nach ab von der Temperaturdifferenz zwischen der Haut und dem umgebenden Medium, sowie von der Wärmeleitungsfähigkeit des letztern; der ersteren ist sie in den hier in Betracht kommenden Grenzen als nahe proportional zu setzen. Diese Differenz hängt nicht allein von der Wärme des Mediums ab, sondern kann auch von innen heraus durch grössere oder geringere Congestion nach der Haut verändert werden. Aus den Beobachtungen wissen wir, dass die Temperatur der letzteren zwischen ungefähr 32° und 37° wechseln kann, und wohl oft an freien Hautstellen noch tiefer als 32° sinkt, da wir bei der Beobachtung selbst durch Auflegen schlecht leitender Stoffe die Temperatur erhöhen. Ist die Haut durch stärkere Congestion bis 37° erwärmt, so ist die Blutwärme nur durch die dünne Epidermis von dem äusseren Medium geschieden, also nothwendig der Wärmeaustausch sehr schnell; sinkt aber bei ruhigerem Blutumlauf die Temperatur der Haut und des fettreichen, die Wärme sehr schlecht leitenden Fettzellgewebes, so treffen wir die Temperatur des Blutes erst wieder in den Muskeln an, und dann ist die Dicke der Haut und des Fettzellgewebes als Scheidewand zwischen der inneren und äusseren Wärme vorhanden. Auf diesen Umstand hat zuerst Bergmann (Müller's Archiv. 1845. S. 300) aufmerksam gemacht.

Der Einfluss, den die Wärmeleitungsfähigkeit des umgebenden Medium auf die Abkühlung des Körpers ausübt, zeigt sich schon in der gewöhnlichen Erfahrung deutlich. Ein in Hinsicht auf Wärme nicht verweichlichter Mensch hat bei ruhiger Stellung das Gefühl einer angenehmen Temperatur etwa in Wasser von 27°—31°, in ruhiger Luft unbekleidet bei 22°—25°, in unsern gewöhnlichen Kleidern bei 15°—20°; die Bewohner der Nordländer halten es aber in ihren dicken Pelzkleidern auch in Temperaturen aus, die bis zum Gefrierpunkt des Quecksilbers herabgehen. Die Art und Geschwindigkeit
564 der Wärmeleitung ist nach den Aggregatzuständen verschieden. Im allgemeinen leiten feste Körper, und unter ihnen die dichteren, namentlich die Metalle, am besten; wir können die Stärke der Leitung schon ungefähr nach dem Gefühl der Kälte beurtheilen, welches ein solcher Körper bei geringerem, objectivem Temperaturunterschied in der berührenden Haut hervorbringt. Unsere Kleidung ist aus schlecht leitenden Stoffen, dem Hornstoff, leimgebenden Geweben und Pflanzenfaser zusammengesetzt; ihre Fähigkeit, die Wärme zurückzuhalten, wird aber besonders von der mehr oder weniger feinen Zerfaserung dieser Stoffe bedingt, weil der Uebergang der Wärme von einer Faser zur anderen viel langsamer geschieht als die Fortpflanzung im Innern der einzelnen Fasern. Ausserdem hängt dieselbe noch von ihrer Dichtigkeit ab, insofern dichteres Gewebe den Wechsel der Luft verhütet. Die flüssigen Körper, unter denen hier nur das Wasser in Betracht kommt, leiten schlechter als die festen, sobald keine Bewegung der wärmeren Theile nach oben in ihnen stattfinden kann, wie es der Fall ist, wenn ihnen von oben die Wärme zugeleitet wird; sonst wird die Abkühlungsgeschwindigkeit dadurch, dass stets neue kältere Theilchen mit dem eingetauchten Körper in Berührung kommen, vermehrt. Dabei ist auch noch zu berücksichtigen, dass die Wärmecapacität des Wassers unter allen festen und flüssigen Körpern die grösste ist, und das Wasser deshalb durch die Wärmeabgabe des berührenden Körpers weniger erwärmt wird als die übrigen Stoffe. Das Abkühlungsvermögen des Wassers ist darum viel grösser als das unserer Kleidungsstücke.

Die Wärmeleitung in der Luft geschieht fast ganz durch Bewegung derselben; die erwärmten Theilchen steigen nämlich schnell in die Höhe, während von unten wieder kältere nachdrängen. Dazu kommt noch die Wärmeabgabe an das verdunstende Wasser. Die erwärmten Lufttheilchen können nämlich sehr viel mehr Wasserdunst aufnehmen als die kälteren, und entziehen dasselbe der mehr oder weniger feuchten Epidermis, mit der sie in Berührung kommen. Die Stärke der Abkühlung in der Luft hängt von zwei Momenten ab: 1) davon, wie viel Wärme die einzelnen Lufttheilchen der Haut entziehen können; 2) davon, wie viel Lufttheilchen sich mit der Haut in das Gleichgewicht der Wärme und der Feuchtigkeit setzen. Die Quantität Wärme, welche ein be- 565
stimmtes Volumen Luft erfordert, um sich mit der Haut in Gleichgewicht zu setzen, lässt sich für die schwitzende Haut leicht berechnen aus der bekannten Wärmecapacität der Luft, der Verdampfungswärme des Wassers bei 37° und der Dunstmenge, welche ein gegebenes Volumen Luft bei 37° aufnehmen muss, um gesättigt zu werden. Ist die Haut nicht mit Schweiss bedeckt, so modificiren sich die Verdampfungsverhältnisse etwas. Das in der Epidermis vorhandene Wasser ist dann nämlich hygroskopisch gebunden, und kann nicht ebenso frei verdunsten wie der tropfbar flüssige Schweiss. Die Luftschicht, die der Haut anliegt, kann sich deshalb nicht mit Wasserdunst vollständig sättigen, sondern nur so viel aufnehmen, bis die Expansivkraft der vorhandenen Dünste zusammen mit der Anziehungskraft des hygroskopischen Körpers, der Epidermis, gegen das Wasser gleich wird der höchst möglichen Expansivkraft der Wasserdünste bei der Hauttemperatur. Die Wärmeentziehung wird also bei nicht schwitzender Haut um ein gewisses Quantum geringer sein müssen. Kommt dazu noch eine Temperaturerniedrigung der Haut, so wird die Verdunstung auch dadurch beträchtlich vermindert, weil dann die Sättigungsmenge der Luft verhältnissmässig schnell sinkt; sie beträgt z. B. bei 30° nur $^2/_3$ von der bei 37°. Hörte die Wasserausscheidung an der Epidermis ganz auf, so müsste dieselbe lufttrocken werden, d. h. ihr Wasser so weit verlieren, bis ihre dadurch verstärkte Anziehungskraft gegen das

zurückgebliebene dem Streben desselben zur Verdunstung bei der gegebenen Temperatur und Feuchtigkeit der Luft das Gleichgewicht hielte. In diesen Zustand pflegt dieselbe aber nur zu kommen, wenn sie vom Körper getrennt ist, sie wird dann hart und brüchig; eine Annäherung dazu bieten uns die schwieligen Stellen am Körper und die Fingernägel dar.

Um eine ungefähre Anschauung der relativen Stärke der Abkühlung für Luft von verschiedener Temperatur und Feuchtigkeit zu geben, lasse ich folgende kleine Tabelle folgen, worin die Wärmeeinheiten angegeben sind, welche ein Luftvolumen, entsprechend dem von 1 Grm. bei 760 mm Druck und 0°, aufnehmen muss, um bis 37° erwärmt zu werden, entweder unter A mit Verdunstung bis zur Sättigung, oder unter B ohne dieselbe. Die Dunstmenge, welche in
566 der Atmosphäre schon vorhanden ist, ist angegeben in Procenten der zur Sättigung nöthigen Menge; weniger als 50 % kommt in unseren Klimaten äusserst selten vor, dies ist ziemlich als der Punkt der grössten Trockenheit zu betrachten. Die Rubrik A bezieht sich also auf die schwitzende Haut, B auf den problematischen Fall einer lufttrocknen Epidermis.

Temperatur der Atmosphäre	A				B
	Feuchtigkeit der Atmosphäre in Procenten der grössten Dunstmenge				ohne Verdunstung
	50	70	90	100	
35	11,6	8,0	4,3	2,4	0,5
30	15,0	12,1	9,3	7,9	1,7
25	17,9	15,8	13,6	12,5	2,9
20	20,5	18,9	17,3	16,5	4,2
15	22,9	21,7	20,5	19,9	5,6
10	25,1	24,2	23,3	22,9	6,9
5	27,2	26,5	25,9	25,5	7,4
0	29,1	28,6	28,2	28,0	9,9.

Es geht aus dieser Tabelle hervor, dass namentlich bei den höheren Temperaturen die Abkühlung durch Verdunstung die durch Erwärmung der Luft bei weitem überwiegt, und daraus ist einzusehen, wie grossen Einfluss die Verminderung oder Vermehrung der Hautabsonderung auf die Abgabe der Wärme hat, insofern durch diese hauptsächlich der Feuchtigkeitszustand der Epidermis bestimmt wird. Dann ist auch

ersichtlich, wie sehr der Feuchtigkeitszustand der Luft auf unsere Empfindung von Wärme und Kälte einwirken muss, z. B. kühlt trockne Luft von 20° ebenso viel ab, wie feuchte von ungefähr 14°. Die warme feuchte Luft macht wegen der beschränkten Abkühlung den Eindruck auf uns, welchen wir als schwül bezeichnen; in vollkommen feuchter Luft von der Körpertemperatur, hört die Abkühlung ganz auf, die Körpertemperatur steigt um einige Grade, und wenn dieselbe zu hoch getrieben wird, erfolgt der Tod, wie aus den Versuchen von Delaroche hervorgeht. Kürzere Zeit hindurch ist der 567
Aufenthalt allerdings auch in viel wärmeren Räumen möglich (s. oben die Versuche von Fordyce und Blagden).

Die Geschwindigkeit der Abkühlung hängt nun ferner ab von der Menge der Luft, die in gleicher Zeit mit dem Körper in Berührung kommt, und in dieser Beziehung ist besonders die Bewegung der Luft zu beachten, und die Dichtigkeit der Kleider. Bei den letzteren ist also zweierlei von Wichtigkeit, einmal die Wärmeleitung, welche durch die feinere Zerfaserung am meisten beschränkt wird, daher die Schutzkraft der feineren baumwollenen und wollenen Gewebe, der Federn u. s. w., zweitens die Dichtigkeit, worin das Leder und die gefirnisten Zeuge obenan stehen. Beide Eigenschaften vereinigt das Pelzwerk.

Um in den Temperaturextremen die eigene Temperatur zu bewahren, sind die Hauptmittel des Menschen die Bekleidung und der Wechsel von Ruhe und Arbeit. Aber auch bei einer gegebenen Bekleidung und einem bestimmten Maasse von Anstrengung regulirt sich die Wärmeabgabe durch den Zustand der Haut in Bezug auf Temperatur und Secretion. Durch Muskelanstrengung wird die Thätigkeit des Herzens und dadurch der Impuls des Blutes vermehrt, durch äussere Wärme werden die Hautcapillaren erschlafft, und so steigt durch beides die Congestion der Haut; umgekehrt wirken Ruhe und Kälte.

Die Congestion vermehrt die Temperatur und Secretion der Haut, und so die Entweichungsgeschwindigkeit der Wärme und die Verdunstung.