LVIII.

Beschreibung eines Augenspiegels zur Untersuchung der Netzhaut im lebenden Auge.

Berlin 1851. A. Förstner'sche Verlagsbuchhandlung.

Vorliegende Abhandlung enthält die Beschreibung eines 3
optischen Instrumentes, durch welches es möglich ist im lebenden Auge die Netzhaut selbst und die Bilder leuchtender Körper, welche auf ihr entworfen werden, genau zu sehen und zu erkennen. Das Instrument hat für diesen Zweck hauptsächlich zwei verschiedene Aufgaben zu lösen. Erstens erscheint uns alles, was wir vom Hintergrund des unverletzten Auges erblicken können, absolut dunkel. Der Grund davon liegt, wie ich zeigen werde, in den lichtbrechenden Medien des Auges, welche unter gewöhnlichen Umständen verhindern, dass wir erleuchtete Netzhautstellen hinter der Pupille erscheinen sehen. Deshalb handelt es sich zunächst darum, eine Beleuchtungsart zu finden, durch welche gerade der Theil der Netzhaut, nach welchem wir durch die Pupille hinsehen, ausreichend erhellt werde. Zweitens erblicken wir den Hintergrund des Auges nur durch die lichtbrechenden Mittel hindurch. Diese entwerfen aber von den Netzhautobjecten Bilder, welche im allgemeinen für den Beobachter nicht in den Grenzen des deutlichen Sehens liegen. Wir brauchen also neben einem eigenthümlichen Verfahren zur Beleuchtung auch noch optische 4
Hülfsmittel, welche dem beobachtenden Auge eine richtige Accommodation für die Gegenstände, die es sehen soll, möglich machen.

1. Beleuchtung.

Um die wesentlichen Bedingungen für die Methode der Beleuchtung finden zu können, müssen wir uns zunächst klar machen, warum uns für gewöhnlich der Grund des Auges hinter der Pupille in so tiefer Schwärze erscheint.

Die Ursache davon ist nicht die Beschaffenheit des Pigments der Chorioidea; denn wenn selbst die Pigmentschicht das auffallende Licht vollständiger absorbirte als irgend ein anderer schwarzer Körper, den wir kennen, so liegen doch vor ihr Theile, welche hinreichend viel von dem auffallenden Lichte reflectiren können, um gesehen zu werden. Das gilt zunächst schon von der Substanz der Netzhaut, welche allerdings im frischen Zustande sehr durchsichtig ist, und sich wenig auf der schwarzen Pigmentunterlage abzeichnet, in viel höherem Grade aber von den Blutgefässen dieser Membran, deren Stämmchen Blut genug führen, um eine kräftige rothe Färbung darzubieten. Endlich kommt sogar im Grunde des Auges eine glänzend weisse Stelle vor, nämlich die Eintrittsstelle des Sehnerven, auf welcher gar kein Pigment liegt, und die deshalb alles auffallende Licht reflectirt. Und doch bemerken wir unter gewöhnlichen Umständen hinter der Pupille des lebenden Auges weder von der rothen Farbe des Blutes noch von der weissen des Sehnerven die geringste Spur.

Es lässt sich vielmehr durch einen einfachen Versuch zeigen, dass nicht die Färbung des Hintergrundes, sondern nur die Brechung des Lichtes in den Augenmedien die Ursache der tiefen Schwärzung der Pupille ist. Man nehme irgend eine kleine, innen wohl geschwärzte Camera obscura, z. B. ein künstliches Auge, und bringe an die Stelle, wo das Bild entworfen wird, eine undurchsichtige weisse Tafel, z. B. eine solche aus dickem weissem Zeichenpapier. Es lassen sich dazu unter anderen die Ocularröhren der meisten Mikroskope gebrauchen, nachdem man das Ocularglas daraus entfernt, das Collectivglas aber darin gelassen hat. Diese Röhren sind meistens genau so lang als die Brennweite des Collectivglases. Setzt man sie mit dem Ende, welches das Ocular enthielt, auf die weisse Tafel auf, so bilden sie eine Camera obscura, wie wir

sie brauchen. Es werden in diesem Falle sehr helle Bilder der umgebenden lichten Gegenstände auf der weissen Tafel entworfen, und doch sieht das Innere des Instrumentes, wenn man durch die Glaslinse in beliebiger Richtung hineinsieht, absolut schwarz aus. Wir haben hier eine künstliche Nachbildung des Auges, wo Hornhaut und Krystalllinse durch das Objectivglas der Kammer, die Retina durch eine helle weisse Papierfläche ersetzt werden, aber es findet scheinbar dieselbe vollständige Dunkelheit des inneren Raumes wie im Auge statt, so lange die Papierfläche genau da liegt, wo die Bilderchen der äusseren Gegenstände entworfen werden. Nimmt man das Convexglas fort, oder ändert man seine Entfernung von der Papierfläche bedeutend, so erscheint dem Beschauer sogleich die helle weisse Farbe der letzteren.

Wie kann nun die Brechung des Lichtes das besprochene Phänomen bedingen? Ueberlegen wir den Gang, welchen die Lichtstrahlen nach den physikalischen Gesetzen der Lichtbrechung im Auge nehmen müssen.

Es falle Licht von einem leuchtenden Punkte auf ein passend accommodirtes Auge, von dem wir annehmen wollen, dass es vollkommen genau gebildet sei, d. h. alle von jenem Punkte einfallenden Lichtstrahlen auch auf einen einzigen Punkt der Retina concentrire. Von dem Lichte, welches durch die Augenmedien convergirend bis zu dieser Membran gedrungen ist, wird der grösste Theil durch das schwarze Pigment absorbirt, der kleinere theils von den Nervenelementen und Blutgefässen, theils von der Schicht der stabförmigen Körperchen reflectirt. Was von den letzteren zurückgeworfen wird, geht, wie E. Brücke gezeigt hat, durch die Pupille wieder hinaus, ohne sich nach einem anderen Theile der Wand des Auges hin zu zerstreuen. Dadurch wird die Verbreitung merklicher Quantitäten zerstreuten Lichtes innerhalb des Auges vermieden. Die reflectirten Strahlen, die von dem Convergenzpunkte auf der Netzhaut aus divergirend zu den brechenden Flächen des Auges zurückgehen, verfolgen alsdann genau denselben Weg in umgekehrter Richtung, auf welchem die einfallenden Strahlen des leuchtenden Punktes von den brechenden Flächen des Auges aus nach der Netzhaut zu convergirten. Daraus folgt,

dass die rückkehrenden Strahlen, auch nachdem sie durch die brechenden Medien hindurch und aus dem Auge heraus getreten sind, den einfallenden vollständig congruent sein müssen, sich schliesslich also alle wieder zu dem ursprünglich leuchtenden Punkte zurückbegeben werden.

Denn wenn zwei Strahlen, welche durch mehrere einfach brechende Medien in entgegengesetzter Richtung hindurchgehen, in einem derselben congruiren, müssen sie es in allen.
7 An den Grenzflächen des Mediums nämlich, innerhalb dessen sie congruiren, ist der Einfallswinkel des austretenden Strahles identisch mit dem Brechungswinkel des eindringenden. Da nun nach dem Brechungsgesetz das Verhältniss der Sinus zwischen Einfalls- und Brechungswinkel des ersteren gerade eben so gross ist wie das zwischen Brechungs- und Einfallswinkel des letzteren, so müssen auch auf der anderen Seite der brechenden Fläche der Brechungswinkel des austretenden und der Einfallswinkel des eindringenden Strahles gleich sein. Da gleichzeitig alle diese Strahlen in einer Ebene, der Brechungsebene, liegen, so folgt, dass sie auch im zweiten Medium ganz in einander fallen. Ebenso ergiebt es sich weiter für das dritte, vierte Medium u. s. w.

Wenden wir das auf den Fall an, wo ein beliebiges System brechender Flächen ein genaues Bild eines leuchtendes Punktes *a* in dem Punkte *b* erzeugt, d. h. alle Strahlen, welche von *a* ausgehen, in *b* wieder vereinigt: so ergiebt sich die bekannte Thatsache, dass dann auch stets *a* das Bild von *b* sein wird, wenn letzteres Strahlen aussendet. Genau auf denselben Wegen nämlich, auf denen Strahlen von *a* nach *b* gehen, können sie auch von *b* nach *a* zurückgehen. Ist nun *a* ein leuchtender Punkt ausserhalb des Auges, und *b* sein Bild, ein Punkt der Netzhaut, so werden die Augenmedien das zurückkehrende Licht genau in *a* wieder zu einem Bilde von *b* concentriren. Das Bild des erleuchteten Netzhautpunktes wird genau mit dem ursprünglich leuchtenden Punkte zusammenfallen. Dasselbe gilt auch noch, wenn wir es nicht mit einem leuchtenden Punkte, sondern mit einer leuchtenden Fläche oder einem Körper zu thun haben, sobald das Auge für ihre Begrenzungslinien richtig accommodirt ist. Alles einfallende Licht,

welches zurückgeworfen wird, kann immer nur nach seinem Ausgangspunkte zurückgehen und nie irgend eine andere Rich- 8
tung einschlagen.

Daraus folgt, dass wir ohne besondere Hülfsmittel nichts von der beleuchteten Stelle der Retina sehen können, weil wir unser Auge nicht in die Richtung des zurückkommenden Lichtes bringen können, ohne gleichzeitig das einfallende gänzlich abzuschneiden. Zu unserer Pupille kann aus der Tiefe des fremden Auges kein Licht zurückkehren, welches nicht von ihr ausgegangen ist. Und da für gewöhnlich keines von ihr ausgeht, so sieht sie in dem Dunkel des fremden Auges nur den Wiederschein ihrer eigenen Schwärze; nur diejenige Netzhautstelle wird ihr sichtbar, auf welcher ihr eigenes dunkles Bild sich abbildet.

Wir haben bis jetzt vorausgesetzt, dass das beobachtete Auge absolut genaue Bilder liefere. Wenn das nicht der Fall ist, so können die bisher aufgestellten Sätze nicht mehr in aller Strenge gelten, es wird das zurückkehrende Licht zwar im allgemeinen nach dem leuchtenden Körper sich hinwenden, aber auch zum Theil vorbeigehen, und ein Beobachter, welcher sich der Richtungslinie des einfallenden Lichtes möglichst annähert, wird einen Theil des austretenden Lichtes wahrnehmen können. Darauf beruhen die Methoden von Cumming[1]) und Brücke[2]), das Leuchten der Menschenaugen zu beobachten. Aus dem Bisherigen ist ersichtlich, dass hierbei das Leuchten desto stärker sein muss, je weniger genau die Strahlen eines leuchtenden Punktes auf einen Punkt der Netzhaut concentrirt werden, daher namentlich bei mangelnder Accommodation. Uebri- 9
gens habe ich mich überzeugt, dass man ein schwaches Leuchten nach der Methode von E. Brücke auch an scharf sehenden Augen bei vollkommener Accommodation für den leuchtenden Körper bemerken kann, woraus zu schliessen ist, dass unter allen Umständen eine kleine Menge des einfallenden Lichtes seitlich zerstreut wird. Der Grund davon mag Ungenauigkeit des Auges, unvollkommene Durchsichtigkeit seiner brechenden Theile oder Diffraction am Rande der Pupille sein.

1) Medic. Chirurg. Transactions T. 29 p. 284.
2) J. Müller's Archiv. 1847. p. 225.

Jedenfalls nimmt bei diesen Versuchen der Beobachter nur einen kleinen Theil des zurückkommenden Lichtes wahr, und zwar gerade den unregelmässig gebrochenen, welcher zur Erzeugung eines regelmässigen Bildes nicht mehr zu benutzen ist. Zur Erreichung unseres Zweckes ist eine andere Methode nothwendig, die es möglich macht, nicht bloss annähernd, sondern genau in der Richtung des einfallenden Lichtes in das Auge hinein zu sehen. Das Hülfsmittel dazu ist schon in einer zufälligen Beobachtung von v. Erlach gefunden, welche E. Brücke anführt. v. Erlach, der eine Brille trug, sah nämlich die Augen eines Bekannten leuchten, wenn letzterer in den Gläsern der Brille das im Zimmer befindliche Licht gespiegelt sah. Hierbei wurden also unbelegte Gläser als Beleuchtungsspiegel benutzt, und durch eben diese sah der Beobachter nach dem beobachteten Auge hin. Ganz dasselbe Hülfsmittel werden wir für unseren Zweck benutzen, die Brillengläser aber mit Vortheil durch gut geschliffene ebene Gläser ersetzen.

In einem verdunkelten Zimmer, wo sich nur eine Lichtquelle, eine gut brennende Lampe oder eine Oeffnung im Fensterladen für das Sonnenlicht vorfindet, stelle man eine
10 kleine ebene Glasplatte so, dass das beobachtete Auge darin das Spiegelbild des Lichtes wahrnehme, ohne dass es jedoch nothwendig dieses Spiegelbild direct anzusehen braucht. Von der Vorderseite des Glases aus fällt bei dieser Anordnung Licht in das beobachtete Auge, und durch dasselbe Glas hindurch kann gleichzeitig der Beobachter das Auge betrachten, ohne dabei von dem an seiner Vorderseite reflectirten Lichte irgend etwas wahrzunehmen. Man begreift, dass es so möglich werde genau in derselben Richtung in das fremde Auge hinein zu sehen, in welcher das Licht einfällt. Unter diesen Umständen empfängt das Auge des Beobachters in der That Licht aus der Tiefe des anderen Auges und sieht dessen Pupille scheinbar leuchten.

Es sei in Tafel I, Fig. 1 *A* die Flamme, *C* die Glastafel, *D* das beobachtete, *G* das beobachtende Auge. Das von *A* auf die Spiegelplatte fallende Licht wird von dieser theilweise reflectirt, und der reflectirte Theil geht nach den Gesetzen der Katoptrik weiter, als wenn er von dem Spiegelbilde der Flamme

in *B* herkäme. Für das beobachtete Auge vertritt dieses Spiegelbild die Stelle des leuchtenden Objectes, und auf seiner Netzhaut wird ein umgekehrtes und verkleinertes Bildchen davon entworfen. Uebrigens kann die Axe dieses Auges beliebig, etwa nach dem Gegenstande *H* hin, gerichtet sein. Nach den vorher entwickelten Regeln entwerfen die brechenden Mittel von *D* das Bild seiner Netzhaut und seines Netzhautbildchens wiederum nach *B*. Denn *B* ist das scheinbar vorhandene Object für das Auge *D*, und die aus letzterem zurückkehrenden Strahlen müssen wieder nach ihrem Ursprungsorte hingehen. Auf dem Wege von *D* nach *B* trifft dieses Licht wieder die spiegelnde Platte, ein Theil wird reflectirt und geht nach der wirklichen Flamme *A* zurück, ein anderer Theil durchdringt 11
das Glas und trifft das Auge des Beobachters *G*.

Bei dieser Anordnung scheint die Pupille des Auges *D* in rothem Lichte zu leuchten, und zwar im allgemeinen stärker, als ich es nach der Methode von Brücke gesehen habe. Nach dieser trägt zum Leuchten nur das wenige Licht bei, welches im Auge nicht vollständig regelmässig gebrochen wird, nach der jetzt besprochenen dagegen das ganze Licht mit Ausnahme der allerdings nicht unbeträchtlichen Theile, welche bei dem Durchgang durch das spiegelnde Glas verloren gehen. Uebrigens ist das Leuchten von sehr verschiedener Stärke, wenn verschiedene Stellen der Netzhaut das Flammenbildchen aufnehmen. Wenn das Auge *D* sich nach verschiedenen Richtungen hinwendet, muss doch immer das helle Netzhautbildchen in der Verlängerung der Linie *BD* liegen bleiben, wird also nach einander auf verschiedene Stellen des Hintergrundes fallen. Fällt es auf die Eintrittsstelle des Sehnerven, so wird am meisten Licht reflectirt, die Pupille leuchtet stark gelbweiss auf, fast so als wenn eine Flamme hinter ihr stände. Die eigentliche Netzhaut dagegen reflectirt weniger und zwar rothes Licht. Im allgemeinen erscheint das Flammenbildchen auf ihr desto heller, je näher, desto dunkler, je ferner es der Eintrittstelle des Sehnerven liegt. Dagegen reflectirt ausnahmsweise die Stelle des directen Sehens, der gelbe Fleck, welcher getroffen wird, wenn das beobachtete Auge *D* direct nach dem Spiegelbilde der Flamme in *B* hinsieht, sehr viel

weniger Licht als ihre nächste Umgebung, und ist deshalb für diese Versuche am ungünstigsten.

Um die Bedingung zu erfüllen, dass der Beobachter genau
12 in der Richtung des einfallenden Lichtes in das Auge hineinsehe, kann die Glasplatte entweder von dem Beobachteten oder von dem Beobachter gerichtet werden. Will es ersterer thun, so wende er sie zunächst so, dass er in ihr das Spiegelbild des Lichtes sehe, dann weiter so, dass ihm dieses Bild genau in derselben Richtung erscheine wie das beobachtende Auge, dass sich ihm also das letztere und die gespiegelte Flamme scheinbar decken. Hiermit ist die gestellte Bedingung erfüllt. Dabei findet der Uebelstand statt, dass das beobachtete Auge nach der Flamme direct hinsehen muss, das Netzhautbildchen also gerade auf die Stelle fällt, wo am wenigsten Licht reflectirt wird. Wendet der Beobachtete aber, nachdem er die richtige Stellung gefunden hat, sein Auge etwas seitwärts, um das Leuchten heller erscheinen zu lassen, so verschiebt sich die Pupille und die richtige Stellung wird gestört. Man kann dann wohl durch leichtes Hin- und Herdrehen des Spiegels nachhelfen.

Besser ist jedoch die andere Weise den Versuch anzustellen, wobei der Beobachter selbst das Glas hält. Man muss hierbei das zu beobachtende Gesicht beschatten und die spiegelnde Platte so klein machen, dass sie zum Durchsehen eben genügt. Das reflectirte Licht derselben erzeugt dann auf dem beschatteten Gesichte des Beobachters einen kleinen hellen Fleck, der ungefähr die Gestalt des reflectirenden Glases hat. Diesen Schein lenke der Beobachter so, dass seine Mitte auf das beobachtete Auge fällt, während er selbst durch das Glas sieht. Auf diese Weise lässt sich das Glas sehr leicht richtig stellen, und das beobachtete Auge kann ohne jede Schwierigkeit nach allen Seiten gewendet werden, um das Flammenbildchen auf verschiedene Theile der Netzhaut fallen zu lassen.

13 Ein Jeder kann nun auch in ähnlicher Art mit Hülfe eines Stückchen ebenen Glases eines seiner eigenen Augen leuchten sehen. Er trete vor einen Spiegel, stelle seitwärts eine Lampe auf, halte das Glas vor sein rechtes Auge so, dass er darin die Flamme gespiegelt sieht, und wende es so,

dass das Flammenbild mit dem Spiegelbilde seines linken Auges zusammenfällt; dann sieht sein linkes Auge das Spiegelbild seiner rechten Pupille leuchten, aber allerdings nur schwach, weil das Netzhautbildchen auf die äussere Seite des Auges ziemlich entfernt von dem Sehnerven fällt.

Uebrigens lässt sich dasselbe einfache Hülfsmittel überall da mit Vortheil zur Beleuchtung anwenden, wo man in eine dunkle Höhlung mit enger Oeffnung hineinsehen will, z. B. in den Gehörgang, die Nase u. s. w. Um das Trommelfell zu besichtigen, setze man die betreffende Person mit dem Rücken gegen das Fenster, am besten bei Sonnenschein, ziehe die Ohrmuschel etwas nach hinten, und werfe das reflectirte Sonnenlicht in den Gehörgang, während man durch das Glas hineinsieht. So kann man sehr leicht und bequem das Trommelfell beliebig scharf beleuchten und betrachten.

Um die Pupille leuchten zu sehen, genügt jede einfache Glastafel als Spiegel; man braucht dabei auf die Intensität des Lichtes nicht besonders Rücksicht zu nehmen. Kommt es aber darauf an, mittels dieses Lichtes die Structur der Retina und die Beschaffenheit des Flammenbildchens deutlich zu erkennen, so muss man suchen, die Helligkeit so gross zu machen, als es irgend geht. Das lässt sich durch zweierlei Mittel erreichen, nämlich durch eine passende Wahl des Winkels, unter welchem das einfallende Licht von der spiegelnden Platte re- 14
flectirt wird, und durch Vergrösserung der Zahl der spiegelnden Platten. Ich werde hier die Grundsätze entwickeln, welche mich in dieser Beziehung bei der Construction meines Instrumentes geleitet haben, und welche auch zu Grunde zu legen sein würden, falls Augenärzte etwa Modificationen des Instrumentes zu practischen Zwecken für nöthig erachten sollten. Für diejenigen meiner Leser, denen die hierbei vorkommenden physikalischen Begriffe nicht geläufig sind, bemerke ich übrigens, dass diese Auseinandersetzung für das Verständniss der folgenden Abschnitte nicht nothwendig ist.

Von jeder Begrenzungsfläche einer Glasplatte wird desto mehr Licht reflectirt, je grösser der Einfallswinkel d. h. der Winkel zwischen dem Strahle und einer Linie ist, welche auf der Platte senkrecht steht. Da bei der Reflexion von den

Oberflächen durchsichtiger Körper die Lichtundulationen von verschiedener Schwingungsrichtung sich verschieden verhalten, müssen wir das einfallende Licht in zwei gleiche Portionen zerlegt denken, von denen die eine der spiegelnden Fläche parallel, die andere senkrecht darauf polarisirt ist. Die Lichtintensität des ganzen einfallenden Lichtes wollen wir J nennen, also die von einer jeden der erwähnten Portionen $^1/_2 J$, den Einfallswinkel (Winkel zwischen dem einfallenden Strahle und dem Einfallsloth) α, den Brechungswinkel (zwischen dem gebrochenen Strahle und dem Einfallsloth) α_1, das Brechungsverhältniss ν. Ist α gegeben, so finden wir zunächst α_1 durch die Gleichung:

$$\sin. \alpha = \nu \sin. \alpha_1.$$

Die Intensität P des von einer Grenzfläche zwischen Luft und
15 Glas zurückgeworfenen, senkrecht auf die Einfallsebene polarisirten Lichtes ist nach den Formeln von Fresnel:

$$P = \frac{J}{2} \cdot \frac{\tang^2(\alpha - \alpha_1)}{\tang^2(\alpha + \alpha_1)}$$

Ebenso die Intensität Q des reflectirten, der Einfallsebene parallel polarisirten Lichtes:

$$Q = \frac{J}{2} \cdot \frac{\sin^2(\alpha - \alpha_1)}{\sin^2(\alpha + \alpha_1)}$$

Wenn mehrere spiegelnde Flächen parallel hinter einander liegen und die leuchtende Fläche gross genug ist, dass die Spiegelbilder derselben, welche von den einzelnen spiegelnden Flächen entworfen werden, sich für das beobachtete Auge grösstentheils decken, so addiren sich die einzelnen Bilder zu einem von grösserer Helligkeit. Durch Berechnung der zwischen den einzelnen Flächen hin und her reflectirten Lichtmengen kann man für jedes System paralleler Flächen bestimmen, wie viel Licht es im Ganzen reflectirt. Für eine unbestimmte Zahl n der spiegelnden Flächen findet man die Summe Π des senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirten Lichtes:

$$\Pi = \frac{n P}{J + 2(n-1)P} J$$

und die Summe Σ des parallel der Einfallsebene polarisirten:

$$\Sigma = \frac{n Q}{J + 2(n-1)Q} J.$$

Da ich diese Formeln in keiner physikalischen Schrift finde, gebe ich ihre Ableitung kurz am Ende dieser Abhandlung.

Die Summe $\Pi + \Sigma$ giebt uns die ganze von dem System der spiegelnden Flächen zurückgeworfene Lichtmenge, welche 16
sich nach dem beobachteten Auge hinwendet, wir wollen sie gleich H setzen, sodass:

$$H = \Pi + \Sigma.$$

Bei unveränderter Pupillenweite ist die Helligkeit des Netzhautbildes dieser Lichtmenge proportional. Die aus dem Auge zurückkehrende Lichtmenge können wir also gleich $m H$ setzen, wo m einen Coefficienten bezeichnet, dessen Grösse für verschiedene Lichtintensitäten constant ist, aber von der Natur der getroffenen Netzhautstelle abhängt. Das zurückkehrende Licht theilt sich an den spiegelnden Flächen wiederum in einen reflectirten und einen durchgehenden Theil, nur der letztere gelangt in das Auge des Beobachters. Das Licht, welches an der Retina reflectirt ist, besitzt, wie es mit diffus reflectirtem Lichte der Fall zu sein pflegt, keine Polarisation mehr, verhält sich in dieser Beziehung also ebenso wie das den Spiegel treffende Licht der Lichtquelle. Da es ausserdem unter demselben Winkel auf die Platten fällt, so wird verhältnissmässig ebenso viel von ihm reflectirt und durchgelassen wie von jenem. Bezeichnen wir den durchgelassenen Theil mit X, so haben wir die Proportion:

$$X : mH = (J - H) : J.$$

Daraus lässt sich die Lichtmenge X, welche in das Auge des Beobachters dringt, berechnen. Für $H = 0$ und $H = J$, d. h. wenn gar kein oder alles Licht reflectirt wird, wird $X = 0$. Zwischen diesen Grenzwerthen von H existirt ein Maximum des Werthes von X, welches nach den bekannten Regeln der Differentialrechnung bestimmt werden kann. Das Maximum tritt ein, wenn

$$H = \tfrac{1}{2} J.$$

Dann wird

$$X = \tfrac{1}{4} mJ.$$

Durch diese Bedingung wird für eine gegebene Anzahl spiegeln- 17

der Platten auch der Winkel bestimmt, unter welchem die Reflection stattfinden muss, um dem Beobachter das hellste Bild zu geben. Leider lässt sich die Gleichung, welche die Abhängigkeit der Grösse H von dem Einfallswinkel α ausdrückt, nicht nach α auflösen; wir können deshalb die passenden Werthe von α nur annähernd durch Rechnungsversuche finden. Uebrigens lohnt es nicht, die Genauigkeit dieser Rechnung sehr weit zu treiben, einmal weil die Helligkeit für den Beobachter sich nicht beträchtlich ändert, wenn auch die Stellung der Gläser nicht ganz die für das Maximum erforderliche ist, und zweitens weil die Aenderungen der Pupillenweite bei verschiedener Intensität des einfallenden Lichtes nicht mit in Rechnung gezogen werden können.

Da die Pupille des beobachteten Auges durch stärkeres einfallendes Licht kleiner wird, so wird auch die Helligkeit des Netzhautbildchens nicht ganz in demselben Verhältnisse zunehmen, wenn die Werthe von H wachsen, wie sie es nach den entwickelten Formeln sollte. Es ist deshalb vortheilhafter in dem Instrument die Werthe von H etwas kleiner herzustellen, als für das Maximum von X in der obigen Rechnung erforderlich sein würde. Man erreicht z. B. den wenig von dem obigen Maximum abweichenden Werth

$$X = \tfrac{1}{3} m J,$$

wenn man das Licht von einer Glasplatte ungefähr unter einem Winkel von 70°, von dreien unter 60°, von vier unter 55° reflectiren lässt, und diese Stellungen werden deshalb ungefähr die vortheilhaftesten sein.

Die nöthige Helligkeit kann man also auch mit einer Glasplatte als Spiegel erreichen. Der Gebrauch mehrerer Platten unter kleinerem Einfallswinkel hat aber wesentliche
18 Vortheile, wenn man deutliche Bilder der Netzhaut gewinnen will. Zunächst sind Glasplatten, auch wenn sie gut geschliffene parallele Flächen haben, nicht immer im Innern von so gleichmässiger Structur, dass sie bei sehr schiefem Hindurchsehen noch gute und deutliche Bilder geben. Dann wird es bei sehr schiefem Einfall schwerer, der spiegelnden Platte die richtige Stellung gegen das beobachtete Auge zu geben, und sie darin

zu erhalten. Auch fängt der Beobachter leichter durch die seitlichen Theile seines Kopfes die Lichtstrahlen ab, welche auf den Spiegel fallen sollten; namentlich möchte dies bei Einfallswinkeln von mehr als 70° kaum zu vermeiden sein. Endlich kommt noch ganz besonders in Betracht, dass eine kleine Menge des Lichtes, welches in das beobachtete Auge einfällt, schon von dessen Hornhaut zurückgespiegelt wird und dem Beobachter als eine verwaschene lichte Stelle im Gesichtsfelde erscheint. Diese fällt mitten auf die Pupille, wenn das beobachtete Auge sich gerade nach dem Spiegel hinwendet, also das Spiegelbild der Flamme direct ansieht; sie fällt mehr nach der Seite, wenn es sich nach einer anderen Richtung hinwendet, stört aber die Beobachtung der Netzhaut immer mehr oder weniger. Es ist also ein wesentlicher Vortheil, wenn man den Hornhautreflex für den Beobachter möglichst schwächen kann. Nun erscheint er aber in der That viel schwächer, wenn 4 Platten bei 56°, als wenn 3 Platten bei 60° oder eine bei 70° reflectiren, während das Netzhautbildchen, wie vorher erwähnt wurde, dabei nahehin dieselbe Lichtstärke behält. Es ist nämlich bei veränderter Zahl und Stellung der Platten die scheinbare Helligkeit des Hornhautreflexes der des Netzhautbildes deshalb nicht proportional, weil das in das beobachtete Auge einfallende, theilweise oder ganz durch spiegelnde Reflexion polarisirte Licht, durch diffuse Reflexion an der Netzhaut 19
depolarisirt wird, was bei der spiegelnden Reflexion an der Hornhaut nicht geschieht. Reflectirt die Hornhaut von der auffallenden Lichtmenge A den Antheil μA, so ist die Lichtmenge, welche bei unseren Versuchen von der Hornhaut aus in das Auge des Beobachters gelangt, nach denselben Principien und derselben Bezeichnung wie vorher gleich:

$$\frac{\mu H[J-2H]+\mu \Sigma[J-2\Sigma]}{J}$$

Die Berechnung ergiebt das vorher angegebene Resultat. Es ist also unter allen Gesichtspunkten vortheilhafter, die nöthige Helligkeit durch Vermehrung der Platten, während sie unter dem Polarisationswinkel 56° das Licht reflectiren, als durch Vergrösserung des Einfallswinkels zu erreichen, ja man könnte

den Hornhautreflex ganz verschwinden machen, wenn man die Zahl der Platten sehr vergrösserte.

Ich habe bei den bisherigen Erörterungen vorausgesetzt, dass die Flamme einer guten Oellampe mit doppeltem Luftzuge als Lichtquelle benutzt werde. Bei möglichst günstiger Anordnung des Versuches wird deren Licht nicht so stark reflectirt, dass es die Seitentheile der Netzhaut des beobachteten Auges erheblich blenden oder ermüden sollte. Man kann deshalb die Beobachtungen leicht beliebig lange fortsetzen. Nur wenn das Auge direct nach dem Spiegelbilde der Flamme sieht, kann dieser Grad der Helligkeit nicht lange ertragen werden. Kann man über ein intensiveres Licht verfügen, z. B. Sonnenlicht, welches durch eine Oeffnung der Fensterläden in ein dunkles Zimmer fällt, so kann man das Netzhautbild viel heller sehen, wenn man das Licht, nachdem man es hinreichend
20 abgeschwächt hat, möglichst senkrecht von einer spiegelnden Platte reflectiren lässt, als wenn es schief geschieht. Die Menge des Lichtes, welches man in das Auge einfallen lassen darf, ist nämlich durch die Empfindlichkeit des letzteren begrenzt. Hat man nun über überflüssig starkes Licht zu verfügen, welches bei jeder Art der Reflexion, wenn es nicht gleichzeitig in anderer Weise passend abgeschwächt wird, diese Grenze überschreitet, so sieht der Beobachter das Netzhautbildchen, welches die Grenze der ertragbaren Intensität erreicht hat, dann am hellsten, wenn möglichst wenig bei der zweiten Reflexion verloren geht. Das ist aber der Fall, wenn das Licht von einer Platte fast senkrecht zurückgeworfen wird.

Ich habe nicht Gelegenheit gehabt, eine solche Untersuchung bei Sonnenlicht vorzunehmen; glaube aber nicht, dass dadurch bedeutende Vortheile zu erreichen sein werden, weil bei senkrechter Spiegelung die scheinbare Helligkeit des störenden Hornhautreflexes in viel stärkerem Verhältnisse steigt als die des Netzhautbildes.

Es ist mir einige Male die im ersten Augenblicke wahrscheinliche Voraussetzung ausgesprochen worden, durch ein Convexglas, welches alles Licht, von dem es getroffen wird, nach dem beobachteten Auge hin concentrire, könne die in das Auge einfallende Lichtmenge und somit auch die Helligkeit des Netzhautbildes beträchtlich verstärkt werden. Ich will deshalb hier gleich darauf aufmerksam machen, dass dadurch nicht die Helligkeit, sondern nur die Grösse des Netzhautbildes vermehrt wird. Wenn wir das Auge in den Vereinigungspunkt der Lichtstrahlen bringen, die durch eine Linse gegangen sind, so erscheint uns die ganze Fläche des Glases leuchtend, mit der Lichtintensität, welche dem leuchtenden Punkte zukommt. In Stelle des kleineren Netzhautbildes des 21
leuchtenden Punktes bildet sich uns also ein grösseres mit derselben Lichtintensität, das der Glasfläche. Uebrigens kann auch durch keine complicirtere Zusammenstellung von Gläsern die Helligkeit verstärkt werden. Um das einzusehen, brauchen wir uns nur an die Thatsache aus der Theorie der Fernröhre zu erinnern, dass durch kein Fernrohr oder eine ähnliche Zusammenstellung von Gläsern ein Gegenstand von erkennbarem Durchmesser heller erscheinen kann als mit blossem Auge. Sowie nun der Inhaber des sehenden Auges subjectiv die Fläche nicht heller durch die Gläser wahrnimmt, so kann auch objectiv das Netzhautbildchen in seinem Auge beim Gebrauche irgend welcher Gläser nicht heller sein als ohne dieselben. Denn einem objectiv helleren Netzhautbildchen müsste auch immer eine stärkere subjective Lichtempfindung entsprechen.

2. Erzeugung eines deutlichen Bildes der Netzhaut.

Wir kommen jetzt dazu zu untersuchen, wie wir vermittelst des Lichtes, welches von der Retina des beobachteten Auges zurückkommend in das Auge des Beobachters fällt, deutliche Bilder von der Netzhaut selbst und dem auf ihr entworfenen Bilde der Lichtquelle erhalten können. Nehmen wir dazu wieder unsere Fig. 1 Tafel 1 vor. Nach den eben gegebenen Erörterungen werden die Augenmedien die von Punkten der Netzhaut des Auges *D* zurückkommenden Strahlen so brechen, dass sie sich ausserhalb des Auges und zwar in den entsprechenden Punkten des Bildes *B* wieder vereinigen. Das Bild, welches die Augenmedien von der Netzhaut und vom Netzhautbilde der Flamme entwerfen, fällt also in Grösse und Lage mit dem 22
ersten Spiegelbilde der Flamme zusammen. Ein Beobachter,

welcher vom Spiegel aus gerechnet noch jenseits B, und um die Entfernung des deutlichen Sehens von B entfernt stände, würde nun in der That jenes Bild der Netzhautobjecte deutlich sehen können. Sein Gesichtsfeld aber, begrenzt durch die Pupille des beobachteten Auges, würde bei der verhältnissmässig beträchtlichen Entfernung der beiden Augen von einander so klein sein, dass es unmöglich wäre, die gesehenen Einzelheiten zu einem Gesammtbilde zu combiniren.

Die Rücksicht, welche wir auf Erweiterung des Gesichtsfeldes nehmen müssen, macht es vielmehr nöthig die beiden Augen so viel wie möglich einander zu nähern. Dann fällt aber das Bild B im allgemeinen hinter den Rücken des Beobachters und kann von ihm nicht deutlich gesehen werden. Befindet sich das beobachtende Auge z. B. in G, Fig. 1, so empfängt es die Lichtstrahlen, welche aus dem Auge D hervordringen und nach den Punkten von B hin zusammenlaufen, convergirend. Ein normales Auge kann nun zwar parallele Strahlen, wie sie von unendlich entfernten, und divergirende, wie sie von näheren Punkten kommen, auf seiner Netzhaut vereinigen, aber nicht convergirende. Das einfachste Mittel, dem abzuhelfen und die convergirenden Strahlenbündel divergent zu machen, ist eine Concavlinse, welche zwischen den Spiegel und das Auge des Beobachters eingeschoben wird, wie in der Fig. 1 bei F.

Nach den bekannten Gesetzen der Brechung in Concavlinsen, werden die convergirend in F auftreffenden Strahlen nach dem Austritt aus der Linse entweder weniger convergent sein, wenn nämlich die Brennweite grösser als FB ist, oder
23 sie werden parallel, wenn die Brennweite gleich FB, oder endlich divergent, als kämen sie von Punkten eines Bildes E hinter dem beobachteten Auge, wenn die Brennweite kleiner als BF ist. Im letzteren Falle wirkt hier das Concavglas ganz so wie in den Theaterperspectiven, wo es ebenfalls das nicht zu Stande kommende verkehrte Bild, welches die Objectivlinse in ihrem Brennpunkte entwerfen sollte, und welches auf der Seite des Beobachters liegt, in ein aufrecht stehendes verwandelt, welches dem Beobachter jenseits der Gläser erscheint. In unserem Falle bilden die Augenmedien gleichsam das Objectivglas eines Mikroskops, welches nach dem Princip des Galiläischen Fernrohrs construirt ist, während die Concavlinse das Ocular vertritt.

Sind die Accommodationsweiten der beiden Augen DB und GE gegeben, und ausserdem die gegenseitigen Entfernungen der Augen und des Concavglases nach den oben besprochenen Grundsätzen bestimmt, d. h. so klein gemacht, als es der Spiegel erlaubt, so ist die der Concavlinse zu gebende Brennweite nach den bekannten Brechungsgesetzen der Linsen zu bestimmen. Sie findet sich gleich:

$$\frac{EF.BF}{EB}$$

oder:

$$\frac{(EG-GF)(BD-DF)}{EG+BD-DG}.$$

Je grösser die Accommodationsweiten EG und BD sind, desto grösser muss auch die Brennweite von F sein. Man wird also, wenn eines der beiden Augen kurzsichtig ist, schärfere, wenn eines weitsichtig ist, schwächere Concavlinsen gebrauchen als für zwei normale Augen. Wenn das beobachtende und beobachtete Auge ihre Rolle vertauschen, ohne ihre Ac- 24
commodationsstände zu verändern, so wird im allgemeinen ein Glas von anderer Brennweite nöthig werden, und zwar, da $GF < DF$, ein schwächeres, wenn das kurzsichtigere Auge beobachtet, als wenn es beobachtet wird. Doch ergiebt eine nähere Betrachtung der obigen Formel, dass dieser Unterschied bei nicht zu kurzsichtigen Augen äusserst gering wird, sodass bei solchen dasselbe Glas zur wechselseitigen Besichtigung dienen kann.

Die Vergrösserung bestimmt sich nach den bekannten Gesetzen der Optik dadurch, dass das Bild E vom Mittelpunkte des Glases F aus gesehen unter demselben Gesichtswinkel erscheinen muss wie B, sein imaginäres Object. Da das Auge G, das Glas F und das Auge D möglichst nahe zusammenstehen, so wird B von F aus nur wenig grösser erscheinen als von D aus. Es sieht also das Auge G das Netzhautbildchen der Flamme vergrössert, und zwar ebenso gross, oder genau genommen ein wenig grösser, als das Auge D die ursprüngliche Flamme. Die Netzhauttheile, auf welche das Flammenbildchen fällt, erscheinen ebenfalls in dem Bilde E

wieder, natürlich in demselben Verhältnisse vergrössert wie jenes.

Nach dem eben Gesagten ist das Verhältniss dieser Vergrösserung gleich dem des Netzhautbildchens zu seinem Objecte. Nehmen wir für den Abstand des Kreuzungspunktes der ungebrochenen Strahlen von der Netzhaut nach Volkmann's Messungen 4 Linien, für den Abstand des Objectes vom Auge die normale Sehweite 8 Zoll, so ergiebt sich die Vergrösserung als 24 fach.

Wir haben die Augenmedien bei unserem Versuche mit dem Objectiv eines Mikroskops verglichen, das Concavglas mit
25 dem Ocular. An Stelle des letzteren würde man nun auch eine Zusammenstellung von zwei Convexgläsern bringen können, welche um weniger als die Summe ihrer Brennweiten von einander abstehen, sowie es in den gebräuchlichen zusammengesetzten Mikroskopen der Fall ist. Das erste der Gläser würde wie das Collectivglas dieser Instrumente die schwach convergirenden Lichtstrahlen, welche aus dem beobachteten Auge herauskommen, schneller zu einem Bilde vereinigen, welches zwischen ihm selbst und seinem Brennpunkte gelegen, das Flammenbildchen aufrecht, die Netzhaut umgekehrt darstellen würde. Dieses Bild würde durch die zweite Convexlinse vergrössert zu betrachten sein. Ich habe die Erfolge einer solchen Zusammenstellung nach den bekannten Gesetzen der optischen Instrumente in Bezug auf Vergrösserung, Helligkeit, Gesichtsfeld u. s. w. discutirt. Da die Rechnung ergab, dass dadurch keine wesentlichen Vortheile im Vergleich mit den einfachen Concavgläsern zu erreichen sein würden, wird es hier genügen ihre Resultate kurz anzuführen. Es ist dabei vorausgesetzt, dass das erste Glas, so weit es der Spiegel zulässt, dem beobachteten Auge genähert sei, und das beobachtende dicht am zweiten Glase liege.

Was zunächst die Helligkeit betrifft, so wird das Maximum derselben durch ein Concavglas für die Mitte des Gesichtsfeldes gerade erreicht. Soll dasselbe durch zwei Convexgläser geschehen, so müssen diese so gewählt und gestellt sein, dass keine andere Vergrösserung als bei dem Concavglase stattfindet, d. h. so, dass das vergrösserte Netzhautbildchen der

Flamme dem beobachtenden Auge unter demselben Gesichtswinkel erscheint als das Spiegelbild der Flamme dem beobachteten.

Wenn diese Vergrösserung stattfinden soll, muss wie in den gewöhnlichen Ocularröhren der zusammengesetzten Mikro- 26
skope das Bild des ersten Glases in die Mitte zwischen beide Gläser fallen. Bei schwächerer Vergrösserung ist es möglich einen grösseren Theil des Gesichtsfeldes im Maximum der Helligkeit erscheinen zu lassen; bei stärkerer dagegen kann das auch nicht mehr in der Mitte geschehen. So vortheilhaft also auch eine stärkere Vergrösserung vielleicht sein würde, so lässt sich eine solche nicht gebrauchen, weil die Helligkeit zu sehr darunter leiden würde und ein lebendes Auge nicht wohl das Einfallen von noch stärkerem Licht, als dem gespiegelten einer guten Lampe, längere Zeit, ohne geblendet zu werden, ertragen würde. Dazu kommt noch, dass das lebende Auge nicht so ausreichend befestigt werden kann, wie es bei stärkerer Vergrösserung zur Fixirung einzelner Partien des Bildes nothwendig sein würde.

Demnächst ist das Gesichtsfeld zu berücksichtigen. Das Stück der Netzhaut, welches man übersehen kann, ist stets desto kleiner, je weiter man sich von dem beobachteten Auge entfernt, desto grösser, je näher man kommt. Die Grenze der Annäherung ist aber dadurch gegeben, dass die schief gestellten Spiegelplatten zwischen diesem Auge und den Glaslinsen einzuschieben sind.

Um die Wirkungen der verschiedenen Linsen durch Rechnung zu vergleichen, müssen wir also die Entfernung des Concavglases und die des ersten Convexglases von dem beobachteten Auge gleich gross annehmen. Wird dann gleichzeitig die Bedingung festgehalten, dass die Helligkeit in der Mitte des Gesichtsfeldes ihr Maximum erreichen solle, so finden sich bestimmte Brennweiten der Convexlinsen für jede gegebene Entfernung vom Auge, welche das Gesichtsfeld am grössten machen. Wählt man nach diesen Bestimmungen die Brennweiten der beiden Convexlinsen, so ergiebt sich ferner, dass 27
wenn die Entfernung des Glases vom Auge kleiner ist als die Brennweite, welche man dem Objectiv eines Fernrohrs von

der Apertur der Pupille ohne Beeinträchtigung der Deutlichkeit des Bildes geben dürfte, also bei achromatischen Gläsern kleiner als etwa der zehnfache Pupillendurchmesser, das Concavglas, wenn grösser, die beiden Convexgläser ein grösseres Gesichtsfeld geben können. Nun wird allerdings bei möglichst grosser Annäherung der Gläser an das beobachtete Auge die Entfernung zwischen beiden wegen des dazwischen gesetzten Spiegels meistens etwas grösser bleiben als der zehnfache Pupillendurchmesser, und man würde deshalb durch zwei Convexgläser einen kleinen Vortheil für das Gesichtfeld erlangen können. Da sie aber, um diesen Vortheil zu geben, Brennweiten von 36 bis 40 Linien haben müssten, so möchte es schwer halten, ein Bild von derselben Deutlichkeit zu erhalten wie durch eine Concavlinse, welche 8 bis 10 Zoll Brennweite haben kann. Mir ist es durch Zusammenstellung der mir zu Gebote stehenden Convexlinsen wenigstens nicht gelungen. Ausserdem stellte sich beim Versuche mit solchen Linsen heraus, dass die richtige Stellung des Instrumentes zur Wahrnehmung des Netzhautbildchens viel schwerer gefunden und bewahrt wird. Bei einer einfachen Concavlinse ist es nämlich nicht nöthig, dass die Axe der Linse genau auf das beobachtete Auge gerichtet sei, wenn nur der Spiegel Licht dahin wirft. Diese Bedingung muss aber bei zwei Convexlinsen erfüllt werden.

Danach erscheint es vortheilhafter die einfache Concavlinse als Ocular beizubehalten, während man fast überall sonst in der Optik sie mit entschiedenem Vortheile durch Convex-
28 linsen ersetzt. Einen gewichtigen Vorzug der letzteren giebt es allerdings auch in unserem Falle, der ihre Anwendung wünschenswerth machen würde, nämlich den, dass man durch veränderte Entfernung beider Gläser von einander den Apparat allen Schweiten des beobachteten und beobachtenden Auges anpassen kann, während man die Concavlinse zu diesem Zwecke mit einer anderen vertauschen muss. Wenn man den Kopf der beobachteten Person und das Instrument vollständig befestigen kann, würden deshalb Convexgläser allerdings bequemer sein; ohne solche Vorrichtungen werden aber alle ihre sonstigen Vortheile durch den Nachtheil der schwereren Einstellung des

Instrumentes aufgewogen. Ich habe deshalb selbst immer nur eine einfache Concavlinse benutzt.

3. Beschreibung des Augenspiegels.

Um Beobachtungen der beschriebenen Art anzustellen, ist es bequem, die Spiegelplatten und das Concavglas mittels eines passenden Gestelles zu vereinigen. Ich schlage für eine solche Zusammenstellung nach der Analogie ähnlicher Instrumente den Namen Augenspiegel vor. Derselbe ist in Fig. 2 Tafel I von vorn gesehen, in Fig. 3 horizontal durchschnitten dargestellt. Die spiegelnden Platten *hh* sind mittels des Messingstückes *gg* unter einem Winkel gegen die kreisrunde Platte *aa* befestigt, welcher dem gewählten Einfallswinkel der Lichtstrahlen (in der Figur 56°) gleich ist. Das Messingstück *gg* bildet mit den Glasplatten ein hohles gerades dreikantiges Prisma. In Fig. 3 sieht man in den inneren Hohlraum desselben hinein und hat eine der rechtwinklig dreieckigen Grundflächen vor sich. Von den drei viereckigen Seitenflächen des Prisma wird die der Hypotenuse der Grundfläche entsprechende 29
durch die Glasplatten gebildet, die der längeren Cathete entsprechende steht frei, die der kürzeren Cathete liegt der Scheibe *aa* an, und trägt einen cylindrischen Fortsatz *p*, welcher durch eine entsprechende kreisrunde Oeffnung der Platte *aa* so hindurchgreift, dass er das Prisma an der letzteren festhält, aber eine Drehung um seine Axe gestattet. Die Glasplatten werden gegen das prismatische Messingstück durch den Rahmen *kkkk* angedrückt, dessen übergreifende Seitenränder durch die Schrauben *ll* an das Messingstück *gg* befestigt sind. Die Scheibe *aa* liegt dem Cylinder *bbcc* an, ohne daran dauernd befestigt zu sein. In den Rand von *aa* sind nämlich vier Oeffnungen von der Form *f* eingeschnitten, denen vier in den Rand des cylindrischen Ringes *bb* eingelassene Schrauben *ee* mit cylindrischen Köpfen und dünnerem Halse entsprechen. In Fig. 2 sind nur zwei von diesen Schrauben gezeichnet worden, um die Löcher *f* sehen zu lassen. Die Köpfe der Schrauben lassen sich durch die breiten kreisrunden Theile der Oeffnungen *f* schieben, und wenn alsdann die Scheibe *aa* um

ihren Mittelpunkt gedreht wird, treten die Hälse der Schrauben in den schmaleren schlitzförmigen Theil derselben Oeffnungen ein, während ihre Köpfe übergreifen und die Scheibe an den Ring *bb* befestigen. Dadurch wird es möglich, die Scheibe sehr leicht und schnell von der Fassung des Concavglases zu entfernen und dieses mit einem andern zu vertauschen. Die Concavlinse *nn* liegt zwischen der Platte *aa* und dem Boden des cylindrischen Stückes *dd*, welches in *bbcc* eingeschraubt ist und durch Umschrauben zurückgestellt werden kann, wenn es nöthig wird, für sehr kurzsichtige Augen zwei Linsen über einander einzulegen. Das Ganze ist an dem Handgriff *m* befestigt. Für einen Beobachter mit normalem Auge sind die Nummern 6 bis 12 der gewöhnlichen concaven Brillengläser ausreichend, um sich allen Accommodationszuständen der zu untersuchenden Augen anzupassen. Zur Besichtigung anderer normaler Augen gebrauche ich gewöhnlich Nr. 10. Für sehr kurzsichtige Augen legt man zwei Gläser über einander.

Was die spiegelnden Platten betrifft, so sind solche von gewöhnlichem Spiegelglase nicht ausreichend, weil die beiden Flächen desselben gewöhnlich nicht hinreichend parallel sind, um die von ihnen entworfenen Bilder der Lampenflamme sich hinreichend decken zu lassen. Die Gläser müssen deshalb für unseren Gebrauch besonders geschliffen werden, um parallele Flächen zu erhalten, obgleich diese Bedingung nicht mit solcher Genauigkeit erfüllt zu sein braucht wie bei den planparallelen Gläsern, welche man bei feineren Messinstrumenten anwendet.

Wesentlich ist eine gute Schwärzung der nicht spiegelnden Flächen. Da von dem hellen Lichte, welches auf das Instrument fällt, nur ein verhältnissmässig kleiner Antheil von der Retina des beobachteten Auges zurückkommt, so müssen sorgfältig alle übrigen Reste des Lichtes, welche etwa in das Auge des Beobachters gelangen könnten, vernichtet werden. Zunächst muss die innere Fläche des Ocularstückes *dd* geschwärzt werden, und der Beobachter muss sein Auge möglichst dicht hinein legen, um alles Licht abzuschneiden, welches von der Flamme her auf diese Fläche fallen könnte. Zweitens muss die Aussenfläche der Scheibe *aa* und des prismatischen Spiegelgestelles *kkkk* geschwärzt werden, damit blanke Metalltheile, welche dem beobachteten Auge zugekehrt sind, nicht störende Hornhautreflexe hervorbringen. Ganz besonders sorgfältig ist aber drittens die Innenseite des Spiegelgestelles zu schwärzen. Das Flammenlicht, welches auf die spiegelnde Platte fällt, geht zum grösseren Theile hindurch und trifft die Platte *gg*. Was auf dieser nicht absorbirt wird, geht zum Spiegel zurück, wird von diesem in derselben Richtung zum beobachtenden Auge reflectirt, in welcher das schwache Licht von der Netzhaut des beobachteten Auges ankommt und vermischt sich mit dem Bilde dieser Membran. Ich habe hier die gewöhnlichen Verfahrungsweisen der Mechaniker, Messingstücke zu schwärzen, nicht ausreichend gefunden, sondern das Spiegelgestell innen mit schwarzem Sammet tapeziren müssen, welcher das Licht viel vollständiger absorbirte.

Will man das Instrument gebrauchen, so setzt man in einem dunkeln Zimmer die zu untersuchende Person neben die Ecke eines Tisches, auf welchem in gleicher Höhe mit dem Auge und seitwärts vom Gesichte eine gut brennende doppelzügige Lampe ohne Milchglas steht. Bequem ist es auf dem Tische in passender Schweite einen nicht zu hellen Gegenstand anzubringen, auf welchem man dem beobachteten Auge bestimmte Fixationspunkte anweisen kann z. B. eine schwarze Tafel in Quadrate getheilt, deren jedes durch eine Ziffer bezeichnet ist. Indem man das Auge nach einander verschiedene Punkte fixiren lässt, fällt das Flammenbildchen auf immer andere Theile der Netzhaut, welche der Beobachter somit in beliebiger Reihenfolge nach einander untersuchen kann. Zwischen der Flamme und dem beobachteten Auge muss ein undurchsichtiger Schirm aufgestellt werden, um es zu beschatten, damit nicht direct einfallendes Flammenlicht einen sehr störenden Hornhautreflex erzeuge und die Pupille verengere. Doch muss die Schattengrenze ganz dicht vor dem beobachteten Auge vorbeigehen, damit der Augenspiegel, welcher selbst im Lichte bleiben muss, möglichst nahe herangebracht werden könne. Der Beobachter setzt sich vor den Beobachteten, bringt den Augenspiegel, ohne zunächst hindurchzusehen, ungefähr in die richtige Lage, wobei seine spiegelnde Fläche einen hellen

Schein auf das Gesicht wirft. Nachdem man den Spiegel so gewendet hat, dass die Mitte dieses Scheins auf das Auge fällt, und die Axe des Instrumentes eben dahin gerichtet ist, sieht man hindurch. Man hat alsdann das helle Flammenbild meistens sogleich vor sich, oder findet es nach einigen Hin- und Herrücken. Uebrigens kann man auch durch das Instrument hindurch das Auge und den hellen Schein, der darauf fallen muss, einigermaassen wenn auch undeutlich und verwaschen erkennen, und auch so mit deren Hülfe die richtige Stellung finden. Sieht man die Theile der Netzhaut nicht deutlich, während die Pupille leuchtend erscheint, so muss man ein anderes Concavglas einlegen. Ein Beobachter, welcher sich geübt hat, willkürlich die Accommodation seines Auges zu ändern, findet leicht, ob er bei fernsichtiger oder nahesichtiger Accommodation deutlicher sieht, und ob er demgemäss stärker oder schwächer gekrümmte Gläser wählen muss. Uebrigens erschweren sich viele Personen, namentlich solche, welche wenig geübt sind durch optische Instrumente zu beobachten, und Kurzsichtige das Sehen sehr dadurch, dass sie ihr Auge unwillkürlich für grosse Nähe accommodiren, weil sie sich den zu sehenden Gegenstand sehr nahe vorstellen. Dadurch werden die Augen des Beobachters stark angegriffen, und fangen leicht an sich zu injiciren und zu thränen. Es ist hier wie bei allen optischen Instrumenten, welche veränderliche Accommodation zulassen, nöthig, das Auge für die Ferne zu accommodiren und das Instrument dem anzupassen.

33 Bei einiger Uebung macht es keine Schwierigkeit das richtige Glas und die richtige Stellung des Instrumentes zu finden. Auch kann man es jemandem, der es noch nie gesehen hat, leicht am eigenen Auge zeigen, um ihn erst einmal mit dem Anblick dessen, was er sehen soll, vertraut zu machen. Dadurch wird es ihm sehr erleichtert, selbständig dasselbe auch in anderen Augen aufzufinden. Der Lehrende suche zu dem Zwecke zunächst dasjenige Glas, wodurch er die Netzhaut des Schülers deutlich sehen kann, und bringe dies in den Augenspiegel; denn durch dasselbe kann auch der Schüler im Auge des Lehrers deutlich sehen, wenn nicht einer von beiden sehr kurzsichtig ist. Im letzteren Falle braucht, wie oben auseinandergesetzt ist, der kurzsichtigere ein etwas schwächeres Glas, wenn er beobachtet, als wenn er beobachtet wird. Der Lehrer bringe dann eines seiner eigenen Augen in die für das zu beobachtende Auge beschriebene Stellung und halte den Augenspiegel so vor sich, dass er gleichzeitig durch die mittleren Oeffnungen desselben hindurch sehen könne und das Spiegelbild der Flamme im Spiegel erblicke, übergebe dem Schüler das Instrument in dieser Stellung und lasse ihn hindurchsehen. Dieser wird dann im Auge das Bild der Flamme sehen. Um ihn das Aussehen der Netzhauttheile kennen zu lehren, lasse der Lehrer das Flammenbildchen auf die Eintrittsstelle seines Sehnerven fallen, weil sich dort die grössten und erkennbarsten Gefässstämme darbieten. Er wende dazu das Auge allmälig immer mehr nach innen von dem Spiegelbilde der Flamme, bis dieses ihm plötzlich verschwindet oder kleiner wird. Das geschieht bekanntlich, wenn das Bild auf die Eintrittsstelle des Sehnerven fällt. Uebrigens gelingt es den meisten Personen leichter, das Flammenbildchen zu sehen und zu erkennen als 34
in dem hellen Grunde desselben die Netzhauttheilchen.

4. Besichtigung der Netzhaut und des Flammenbildes.

Will man die Netzhaut vollständig untersuchen, so ist es, wie schon angeführt wurde, bequem eine bezifferte schwarze Tafel als Gesichtspunkt für das untersuchte Auge aufzustellen. Sobald dieses Auge etwas nach innen neben dem Spiegel vorbeisehend eine der Ziffern fixirt, wird der Beobachter fast immer ein oder zwei stärkere Gefässe im Gesichtsfelde erkennen. Er lasse das Auge auf eine nebenliegende Ziffer wenden und achte darauf, ob er dem Ursprunge oder der Verzweigung der Gefässe näher gerückt sei. Indem er in dieser Weise die Gefässe nach den grösseren Stämmen hin verfolgt, kommt er endlich zur Eintrittsstelle des Sehnerven. Diese unterscheidet sich von dem übrigen Grunde des Auges durch ihre weisse Farbe, da sie nicht mit Pigment und einem feinen Gefässnetze bedeckt ist, sondern hier der weisse Querschnitt des Nerven ganz frei liegt, höchstens von vereinzelten feinen Gefässen durchzogen. Meist nach innen daneben dringen die Arterie und Vene der Netzhaut aus der Tiefe hervor. Zuweilen sieht

man noch einen Theil der Gefässe in der Substanz des Nerven selbst verborgen und erkennt, dass diese Substanz im Leben stark durchscheinend ist. Man unterscheidet die beiden Gefässe von einander durch die hellere Farbe des Blutes und die doppelten Conturen der Wandung an der Arterie und ihren ersten Verästelungen. Pulsationen habe ich nicht mit Sicherheit erkennen können. Die ersten Hauptäste der Gefässe be-
35 grenzen den Sehnerven an der inneren Seite, um sich später oben und unten über das Feld der Retina auszubreiten. Der Anblick dieser scharf gezeichneten rothen Gefässe auf dem hellen weissen Grunde ist von überraschender Zierlichkeit. Etwas weiter nach innen dicht neben dem Nerven habe ich immer einen kleinen sichelförmigen Schattenstreifen bemerkt, der von einer Falte der Netzhaut herzurühren scheint.

An den übrigen Theilen erscheint der Grund des Auges röthlich, und zwar zunächst um den Sehnerven herum ziemlich hell lichtroth, desto dunkler dagegen, je weiter man sich von ihm entfernt. Man sieht hier grössere und kleinere, verästelte blutrothe Gefässe, welche deutlich von dem Grunde sich unterscheiden. Der Grund selbst erscheint nicht ganz homogen, sondern undeutlich röthlich gezeichnet. Dies scheint davon herzurühren, dass das enge Capillarnetz zu fein, zu schwach erleuchtet und zu durchscheinend ist, um deutlich von der unterliegenden schwach lichtgrauen Substanz der Retina unterschieden zu werden. Dass der Grund in der Nähe des Sehnerven heller erscheint, rührt wohl davon her, dass die Retina hier wegen der übereinander liegenden Schichten von Nervenfasern dicker ist und nach ihrer Peripherie hin immer dünner wird. Wesentlich unterscheidet sich ausserdem die Stelle des directen Sehens (der gelbe Fleck) in ihrem Ansehen von den zunächst umliegenden Stellen. Um sie vor sich zu haben, lässt man das beobachtete Auge nach dem Spiegelbilde der Flamme direct hinsehen. Die Netzhaut erscheint dort viel dunkler, graugelb ohne Beimischung von Roth; es lassen sich auf ihr keine Spuren von Capillargefässen erkennen. Uebrigens wird man in der Betrachtung dieser Stelle sehr durch das Hornhaut-
36 bildchen gestört, welches gerade in die Mitte des Gesichtsfeldes

rückt, während es bei der Betrachtung seitlicher Stellen der Netzhaut auch mehr zur Seite liegt.

Nach dem zu urtheilen, was man am gesunden Auge von der Beschaffenheit der Retina sehen kann, zweifele ich nicht, dass man auch alle diejenigen Krankheitszustände derselben wird erkennen können, welche sich an anderen durchsichtigen Theilen z. B. der Cornea durch den Gesichtssinn erkennen lassen. Vermehrte Anfüllung der Gefässe, Varicositäten derselben müssen leicht wahrzunehmen sein. Exsudate in der Substanz der Retina oder zwischen ihr und der Pigmenthaut müssen sich ganz ähnlich wie diejenigen der Cornea durch ihre Helligkeit auf dem dunklen Grunde zu erkennen geben. Liegen sie zum Theil vor der Retina, so werden sie auch deren Gefässe in einen Schleier hüllen. Ich erinnere hier daran, dass nach Brücke die Retina frisch fast ebenso durchsichtig ist wie die übrigen Augenmedien, und dass sie abgesehen von ihren Gefässen bei unseren Versuchen nur deshalb sichtbar wird, weil sie durch das scharfe, von den Augenmedien concentrirte Licht auf dem tiefschwarzen Grunde der Pigmenthaut stark beleuchtet wird. Faserstoffexsudate, welche viel weniger durchsichtig zu sein pflegen als die Augenmedien, müssen daher auch, wenn sie im Grunde des Auges liegen, den Reflex beträchtlich verstärken. Auch glaube ich, dass Trübungen des Glaskörpers viel leichter und sicherer theils durch die Beleuchtung mittels einer spiegelnden Glasplatte theils durch den Augenspiegel zu erkennen sein werden. Man wird aus der Undeutlichkeit des Flammenbildchens und der Netzhautgefässe sogar den Grad der Trübung leicht bestimmen können. Haben sich bei einer solchen Trübung gleichzeitig flimmernde Theilchen ausgeschie- 37
den, so wird man auch diese leicht wahrnehmen. Kurz, ich glaube die Erwartung nicht für übertrieben halten zu dürfen, dass sich alle bis jetzt an Leichen gefundenen Veränderungen des Glaskörpers und der Retina auch am lebenden Auge werden erkennen lassen, was für die bisher so unausgebildete Pathologie dieser Gebilde die grössten Fortschritte zu versprechen scheint.

Endlich ist es noch für einige physiologische Zwecke von Interesse die Genauigkeit, mit welcher das Auge Bilder ent-

wirft, zu untersuchen. Am besten ist als Gegenstand dafür ein Faden zu benutzen, den man horizontal vor der Flamme entlang zieht. Dessen Bild bleibt einfach, während senkrechte Fäden durch die mehrfachen Spiegelungen vervielfacht werden.

Zunächst hat man Gelegenheit sich durch den Augenschein davon zu überzeugen, dass die verschiedenen Accommodationen des Auges wirklich auf Veränderungen der brechenden Medien beruhen. Man lasse einen Gegenstand fixiren, der vom beobachteten Auge etwa ebenso weit entfernt ist wie der Faden von der Flamme. Der Beobachter sieht alsdann die Elemente der Netzhaut und das Bild des Fadens gleich deutlich. Rückt man den Faden dem Auge näher oder ferner, so wird er im Netzhautbilde undeutlich oder verschwindet ganz, während die Retinatheile deutlich bleiben. Man ersieht daraus, dass Netzhautbilder von verschieden entfernten Gegenständen in der That nicht gleich deutlich sind. Alsdann stelle man den Faden wieder so, dass man ihn im Netzhautbildchen gleichzeitig mit den Gefässen deutlich erscheinen sieht, und lasse das beobachtete Auge einen Punkt fixiren, der entweder viel weiter oder viel näher ist als der, auf den es vorher gerichtet war. So-
38 gleich sieht man Netzhaut und Flammenbild verschwimmen und undeutlich werden.

Zu bemerken ist hierbei, dass auf der weissen Fläche des Sehnerven kein deutliches Bild entworfen wird, selbst wenn es auf den dicht daneben liegenden Stellen der Netzhaut vollkommen scharf erscheint. Da man bei solchen Personen, über deren Sehnervenquerschnitt einzelne kleine Gefässe hinlaufen, diese ebenso deutlich sieht wie die der danebenliegenden Netzhaut, so kann jene Undeutlichkeit des Flammenbildes nicht davon herrühren, dass die Sehnervenfläche etwas aus dem Niveau der Netzhaut heraustritt. Ich glaube vielmehr die durchscheinende Beschaffenheit der Sehnervenmasse als Grund ansehen zu müssen.

Uebrigens kann man sich, wo es nöthig werden sollte, durch den Augenspiegel leicht objectiv von dem Vorhandensein und dem Grade der Kurz- und Weitsichtigkeit des beobachteten Auges überzeugen. Der Beobachter untersuche vorher ein gesundes Auge, welches er Gegenstände in verschiedenen

Entfernungen fixiren lässt, und bemerke sich, welche Convexgläser er bei den verschiedenen Accommodationsstufen desselben gebraucht habe. Bei der Untersuchung eines jeden anderen Auges erfährt er alsdann aus der Nummer des Concavglases, durch welches er die Netzhaut deutlich sah, die entsprechende Accommodationsweite des beobachteten Auges. Der Beobachter ist hierbei von den Aussagen des Anderen ganz unabhängig, da er selbst gleichsam mit dessen Auge wenigstens mittels der brechenden Theile dieses Auges sieht. So war ich z. B. im Stande, in einem vollständig amaurotischen Auge auf diese Weise mich zu überzeugen, dass dasselbe zugleich in hohem Grade kurzsichtig war. Dadurch entschied sich in diesem Falle eine für die Anamnese wichtige Frage, ob nämlich gewisse frühere 39
Gesichtsbeschwerden, von denen der Kranke erzählte, auf Kurzsichtigkeit oder beginnende Amblyopie zu beziehen waren.

Eine wichtige physiologische Folgerung drängte sich mir noch bei diesen Untersuchungen auf. Der freiliegende Querschnitt des Sehnerven ist offenbar so durchsichtig, dass Licht, welches darauf fällt, ziemlich tief in die Masse der Fasern eindringen muss, wie man denn in der That zuweilen Biegungen der Arteria und Vena centralis durch die Substanz des Nerven hervorschimmern sieht. Fällt das Flammenbildchen auf die Eintrittsstelle des Nerven, so werden alle seine Fasern oder wenigstens ein sehr grosser Theil derselben von mehr oder weniger intensivem Lichte getroffen, und doch empfinden sie offenbar kein Licht. Empfänden sie es, so müsste der ganze ihnen entsprechende Theil des Gesichtsfeldes erleuchtet scheinen. Das ist aber nicht nur nicht der Fall, sondern es wird sogar noch weniger Licht wahrgenommen, als wenn das Bildchen auf eine andere Stelle der Netzhaut fällt. Wir müssen daraus schliessen, dass die Fasern des Sehnerven unfähig sind vom objectiven Lichte (den Aetherschwingungen) afficirt zu werden, während sie doch jeden anderen Reiz als subjectives Licht empfinden. Dies ist eine scheinbare Paradoxie, welche natürlich ihren Grund nur in der Doppelsinnigkeit des Wortes „Licht“ hat, und weit davon entfernt ist ein wirklicher Widerspruch zu sein. Die Aetherschwingungen, welche wir Licht nennen, bringen wie jeder andere mechanische oder elektrische Reiz,

wenn sie die Retina treffen, die Empfindung hervor, welche wir auch Licht nennen. Aber daraus, dass die Retina, vor Druck
40 und elektrischen Strömungen geschützt, dem Zutritt der Aetherschwingungen aber Preis gegeben, viel häufiger von letzteren als von ersteren getroffen und angeregt wird, folgt keineswegs, dass das Licht als ein besonders adäquater Reiz der Retina und der Sehnervenelemente angesehen und den übrigen Arten der Reizung gegenübergestellt werden müsse. Es hat keine Schwierigkeiten anzunehmen, dass alle Reize, welche das Sehnervensystem zu afficiren vermögen, Lichtempfindungen hervorrufen, dass aber Aetherschwingungen nur auf die Retina wirken können. Aehnliches findet ja auch bei den Tastnerven für Wärme und Kälte statt. Auch hier verhalten sich die peripherischen Ausbreitungen anders als die Stämme. Für letztere sind kleine Temperaturänderungen, wie es scheint, gar kein Reiz, und grössere, welche zu reizen vermögen, erregen keine Temperaturempfindung. Man kann übrigens auch weiter schliessen, dass in der Retina nicht die Fasern, welche sich vom Sehnerven aus an ihrer inneren Fläche strahlenförmig ausbreiten, sondern die kugeligen Elemente für das Licht empfindlich sind. Wären es jene, so müsste Licht, welches irgend eine Stelle der Retina trifft, von allen Fasern empfunden werden, welche theils in dieser Stelle endigen, theils über sie hinaus weiter nach der Peripherie hinlaufen. Es müsste sich also im Gesichtsfelde von jedem hellen Punkte ein lichter Schein nach den Grenzen des Feldes hin ausbreiten, was nicht der Fall ist. Wir können demnach weiter schliessen, dass auch die Fortsetzungen der Sehnervenfasern in der Retina unempfindlich gegen das Licht sind. Es bleiben nur die Ganglienkörper und die kernähnlichen Gebilde der Retina, in denen die Aetherschwingungen als Reiz wirken können.[1])

1) (1882.) Stäbchen und Zapfen der Netzhaut wurden zur Zeit der Abfassung dieses Aufsatzes noch nach E. Brücke's Ansicht als katoptrischer Apparat des Auges betrachtet. Die Verbindung derselben mit Nervenfasern war noch nicht bekannt.

Zusatz. 41

Ableitung der Formel auf S. 238 für die Quantität Licht, welche von mehreren Glasplatten reflectirt wird.

Wenn diese Formel für n reflectirende Flächen richtig ist, lässt sich zeigen, dass sie es auch für $(n+1)$ solche sei. Da sie ferner für $n=1$ und $n=2$ zutrifft, muss sie es auch für jeden beliebigen Werth von n thun.

Die Quantität Licht, welche unter dem betreffenden Einfallswinkel von einer reflectirenden Fläche zurückgeworfen wird, wenn die Menge 1 von senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirtem Licht auffällt, sei p, die von n solchen Flächen zurückgeworfene $P_{(n)}$, die von $(n+1)$ zurückgeworfene $P_{(n+1)}$. Es lässt sich zeigen, dass wenn:

$$P_{(n)} = \frac{np}{1+(n-1)p} \tag{1}$$

dann auch die Gleichung richtig sei, welche aus dieser durch Substitution von $n+1$ für n entsteht:

$$P_{(n+1)} = \frac{(n+1)p}{1+np} \tag{2}$$

Der besseren Bezeichnung willen nehmen wir an, das System von n spiegelnden Flächen liege horizontal, und es falle Licht von oben darauf. Die $(n+1)$ te Fläche werde unten daran gefügt. Die Quantität Licht, welche von der untersten n ten Fläche des zusammengesetzten Systems herabgeht zu der $(n+1)$ ten Fläche, nennen wir x; diejenige, welche von der $(n+1)$ ten Fläche reflectirt zu dem System der n Flächen hinaufsteigt, y. Die Quantität x wird zusammengesetzt theils aus 42
dem Theil des einfallenden Lichtes, welcher durch das System der n Flächen hindurchgedrungen ist, theils aus dem Antheil von y, welcher von diesem System reflectirt wird. Also ist:

$$x = 1 - P_{(n)} + y P_{(n)} \tag{3}$$

Die Quantität y rührt von demjenigen Theile des x her, welcher von der $(n+1)$ ten Fläche reflectirt wird. Es ist also:

$$y = xp \tag{4}$$

Die Quantität $P_{(n+1)}$, welche von der obersten Fläche nach oben geht, rührt theils her von dem Theile des einfallenden Lichtes, welcher von dem System der n Flächen reflectirt wird,

theils von dem Theile von y, welcher durch dieses System hindurch geht. Es ist also:

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} + y\,(1 - P_{(n)}) \qquad (5)$$

Wenn man aus den Gleichungen (3), (4) und (5) das x und y eliminirt, erhält man:

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} + \frac{p\,[1 - P_{(n)}]^2}{1 - p\,P_{(n)}} \qquad (6)$$

Setzt man in diese Gleichung (6) den Werth von $P_{(n)}$ aus Gleichung (1), so erhält man in der That nach den nöthigen Reductionen die Gleichung (2), deren Richtigkeit bewiesen werden sollte.

Für eine reflectirende Fläche ist:

$$P_{(1)} = p.$$

Denselben Werth giebt die zu prüfende Gleichung (1).

Für 2 reflectirende Flächen erhalten wir den Werth $P_{(2)}$
43 ohne die Gleichungen 1 oder 2 zu gebrauchen, wenn wir in der Ableitung der Gleichung (6) das $n = 1$ und $P_{(n)} = p$ setzen. Die Gleichung (6) wird dann:

$$P_{(2)} = p + \frac{p\,(1-p)^2}{1 - p^2}$$

$$= \frac{2\,p}{1 + p}.$$

Denselben Werth giebt die Gleichung (1).

Da die letztere demnach für $n = 1$ und für $n = 2$ richtig ist, so folgt aus dem geführten Beweise, dass sie es auch für $n = 3$ sei, und wenn sie es für $n = 3$ ist, dass sie es auch für $n = 4$ sei, u. s. w. in infinitum.

Ganz ebenso verhält es sich mit dem der Einfallsebene parallel polarisirtem Lichte.

Setzen wir die Quantität des einfallenden Lichtes gleich $\frac{1}{2}J$, und $p = 2\,P/J$ und bezeichnen das, was wir hier $P_{(n)}$ genannt haben, mit Π, so erhalten wir die Formel der S. (238).

LIX.

Ueber eine neue einfachste Form des Augenspiegels.

Aus Vierordt's Archiv für Physiologische Heilkunde. Bd. 11. S. 827—852. 1852.

Die günstige Aufnahme, welche der von mir im vorigen 827
Jahre erfundene und beschriebene Augenspiegel erfahren hat, veranlasst mich noch einmal auf diesen Gegenstand zurückzukommen. Ein bedeutender Fortschritt für die Erweiterung des Kreises von Beobachtungen, welche sich durch solche Instrumente ausführen lassen, ist durch Prof. Ruete geschehen in seiner lehrreichen Schrift: „Der Augenspiegel und das Optometer. Göttingen 1852."

Der Zweck der vorliegenden Abhandlung ist, sowohl die Leistungen von Ruete's Instrument im Vergleich mit denen des meinigen zu besprechen, als auch namentlich auf eine ganz ausserordentliche Vereinfachung desselben aufmerksam zu machen, welche diesem intelligenten Beobachter entgangen zu sein scheint, da er sie unter den Formen von Augenspiegeln, welche er vorschlägt, nicht erwähnt. Diese Vereinfachung in der practischen Ausführung desselben Princips, welches Ruete's Augenspiegel zu Grunde liegt, geht in Bezug auf das instrumentale Zubehör so weit, dass es unmöglich ist, sie zu übertreffen. Statt eines jeden Augenspiegels ist nämlich nichts mehr nöthig als eine kleine Convexlinse, wie sie zu den gewöhnlichen Loupen gebraucht wird. Ihr Gebrauch erfordert 828
etwas mehr Geschicklichkeit und Uebung von Seiten des Beobachters, als der des zusammengesetzten Instrumentes von Ruete, aber ich glaube nicht, dass sie in ihren Leistungen

wesentlich hinter diesem zurückbleibt. Ich halte es deshalb nicht für überflüssig Theorie und praktische Anwendung dieser Linse zu erörtern, und werde nachher die Leistungen der vereinfachten und ursprünglichen Methode von Ruete mit denen meines Augenspiegels vergleichen.

Um das Verhältniss beider Instrumente zu einander klar zu machen, muss ich auf die Theorie des Augenleuchtens eingehen, und rufe zunächst folgende Sätze zurück, welche ich in meiner „Beschreibung eines Augenspiegels“ nachgewiesen habe. Wenn das Auge einen leuchtenden Körper deutlich sieht, d. h. wenn es alle Strahlen, welche von einem jeden leuchtenden Punkte desselben ausgehen, auch auf einen einzigen Punkt der Netzhaut concentrirt: so geht alles Licht, welches hier zurückgeworfen wird und aus der Pupille wieder heraustritt, auf denselben Wegen, auf denen es gekommen ist, nach dem leuchtenden Körper zurück. Es sei in Fig. 25 A ein leuchtender Punkt,

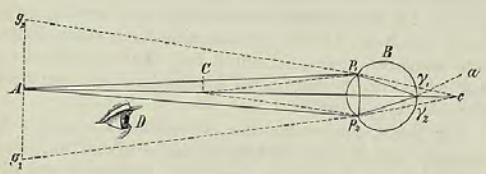


Fig. 25.

B der Durchschnitt eines Auges, welches für die Entfernung AB accommodirt sei und ein genaues Bild von A auf seiner Netzhaut in a entwerfe. Dann vereinigen sich alle Strahlen des einfallenden Strahlenkegels Ap_1p_2 innerhalb des Auges im Punkte a. Die Theile des einfallenden Lichtes, welche hier von der Netzhaut und ihren Gefässen zurückgeworfen werden, gehen zunächst nach der Pupille und indem sie, immer genau den Richtungen der einfallenden Strahlen folgend, auch genau dieselben Brechungen erleiden, zuletzt zu dem leuchtenden Punkte A zurück.

Während daher die Augenmedien von dem leuchtenden

Punkte A ein Bild in a entwerfen, müssen sie auch umgekehrt von dem erhellten Punkte der Retina a ein äusseres Bild in A entwerfen. Unter diesen Umständen kann ein zweites Auge D, welches neben dem leuchtenden Punkte A vorbei nach B hinblickt, von dem rückkehrenden Lichte nichts auffangen und es muss ihm die Pupille von B dunkel erscheinen. Anders verhält es sich, wenn das Auge B für die Entfernung des leuchtenden Punktes nicht richtig accommodirt ist. Seine Sehweite bleibe wie vorher gleich der Entfernung AB, und der leuchtende Punkt rücke von A nach C. Jetzt werden die Augenmedien nicht mehr auf der Retina in a ein Bild von 820
C entwerfen können, sondern der Ort des Bildes wird hinter die Retina, etwa nach c fallen.

Der Gang der Lichtstrahlen für diesen Fall ist in der Fig. 1 durch gestrichelte Linien bezeichnet. Man sieht, dass sie die Retina nicht mehr in einem Punkte, sondern in einem Zerstreuungskreise von dem Durchmesser $\gamma_1\gamma_2$ treffen. Wo wird jetzt das Bild der erleuchteten Theile der Netzhaut liegen? Natürlich, da die Accommodation des Auges unverändert geblieben sein soll, an derselben Stelle, wo es im ersten Falle lag, nämlich an der Stelle von A. Nur wird jetzt hier nicht mehr das Bild eines einzelnen hellen Punktes der Netzhaut, sondern das eines hellen Kreises entworfen, welches also selbst nicht mehr als Punkt, sondern als Kreis von dem Durchmesser g_1g_2 erscheint. In der Figur ist g_1 der Bildpunkt von γ_1 und g_2 der Bildpunkt von γ_2. Das Licht, welches von der Netzhaut zurückgeworfen wird, geht also nicht, wie im vorigen Falle, nach dem leuchtenden Punkte zurück, um sich in diesem wieder zu vereinigen, sondern verbreitet sich jetzt in dem kegelförmigen Raume $g_1g_2p_1p_2$, und es wird ein Theil desselben von dem Auge D aufgefangen werden können.

Die Pupille des Auges B, aus der dieses Licht herkommt, erscheint dem Beobachter alsdann leuchtend, während er die erhellten Theile der Netzhaut selbst nicht unterscheiden kann. Denn das optische Bild g_2g_1, welches die brechenden Medien des Auges B von ihrer Netzhaut entwerfen, liegt in der Regel nicht in den Grenzen des deutlichen Sehens für D. Auf

diesen Umständen beruht die Methode von Brücke, das Augenleuchten zu beobachten.

Um es ungehinderter sehen zu können, schiebt man noch einen Schirm zwischen D und C ein, welcher das direct von C kommende Licht vom Beobachter abhält.

Das Leuchten ist desto stärker, je weniger die Accommodation des beobachteten Auges für die Entfernung des leuchtenden Punktes passt. Auf den von der Sehaxe entfernteren Theilen der Netzhaut scheint niemals ein genaues Bild entworfen zu werden, sodass man das Leuchten auch dann stets beobachtet, wenn das beobachtete Auge nicht direct nach der Flamme hinsieht. Geschieht dies aber und ist das Auge für die Entfernung der Flamme richtig accommodirt, so verschwindet das Leuchten. Unabhängig vom Stande der Accommodation kann man aber auch bei der Entwerfung genauer Bilder das Augenleuchten mittels des Hülfsmittels, welches v. Erlach gefunden
830 hat, sehen, indem man zur Beleuchtung nicht eine wirkliche Flamme, sondern das von einer durchsichtigen Glasplatte entworfene Spiegelbild einer solchen anwendet. Dann kann der Beobachter durch die Glasplatte genau in der Richtung des einfallenden Lichtes in das beobachtete Auge sehen und das aus diesem zurückkehrende Licht in sein Auge auffangen. Meinen Augenspiegel habe ich auf diese Erlach'sche Methode der Beleuchtung gegründet, während dem von Ruete die Brücke'sche zu Grunde liegt, denn Ruete sieht durch die Oeffnung eines in der Mitte durchbohrten Hohlspiegels nach dem beobachteten Auge hin, und wenn auch die ganze Spiegelfläche Licht dahin sendet, so fällt doch gerade von der Stelle, wo das Auge des Beobachters steht und in der Richtung, in der dieses hineinsieht, kein Licht hinein. Es ist also derselbe Fall, als wenn der Beobachter neben dem leuchtenden Körper vorbeisieht.

Das Augenleuchten nach Brücke's Methode ist um so stärker, je weniger die Accommodation des beobachteten Auges für die Entfernung des leuchtenden Körpers passt. Die Veränderungen im brechenden Apparat des Auges, welche den grössten willkürlich auszuführenden Schwankungen der Sehweite entsprechen, sind aber nicht sehr bedeutend, die Zerstreuungs-

kreise, welche bei unpassender Accommodation entstehen, daher von geringer Grösse und das Brücke'sche Leuchten schwach. Aber man kann die Sehweite des beobachteten Auges künstlich in sehr beträchtlichem Grade verändern, wenn man ihm ein scharfes Convex- oder Concavglas vorsetzt. Ebenso wie man ein weitsichtiges Auge durch ein vorgesetztes Convexglas ein kurzsichtiges durch ein Concavglas normalsichtig macht, wird ein normalsichtiges durch ein vorgesetztes Concavglas, einem weitsichtigen ähnlich, durch ein Convexglas einem kurzsichtigen. Wenn man eine Sammellinse von $1^1/_2$ Zoll Brennweite vor das Auge hält, so kann man nur solche Gegenstände noch deutlich sehen, welche nahehin $1^1/_2$ Zoll hinter der Linse liegen, alle entfernteren entwerfen Bilder mit so grossen Zerstreuungskreisen auf der Retina, wie es sonst bei den grössten Veränderungen der Sehweite nie geschehen kann. Das ist aber ausserordentlich vortheilhaft, wenn in diesem Auge das Brücke'che Leuchten beobachtet werden soll, und in der That sieht es der Beobachter in dem mit der Linse versehenen Auge viel stärker erscheinen als ohne Linse. Dasselbe ist der Fall, wenn man eine Concavlinse von kleiner Brennweite vor das beobachtete Auge bringt, auch diese macht die Bilder auf 831
seiner Retina sehr undeutlich und verstärkt das Leuchten.

Durch diese geringe Modification des Brücke'schen Versuches kann eine ganz ausreichende Beleuchtung des Augenhintergrundes für den Beobachter hervorgebracht werden. Jetzt fragt sich noch, wo ist bei dieser Anordnung das Bild zu suchen, welches die Augenmedien von der erleuchteten Stelle der Netzhaut entwerfen. Fig. 26 stelle das Auge des Beobachters D, des Beobachteten B, die Flamme einer Kerze A im horizontalen Durchschnitte dar. S ist ein Schirm, welcher das Licht von A vom Auge des Beobachters abhält; letzteres sieht dicht neben dem Schirm und der Flamme A vorbei und durch die Convexlinse L hindurch nach der Pupille des beobachteten Auges B und erblickt diese stark leuchtend. Das Auge B kann, so lange die Linse vor ihm steht, kein deutliches Bild von dem Lichte A auf seiner Retina entwerfen sondern es bildet sich ein helles Zerstreuungsfeld, dessen Durchmesser $\gamma_1\,\gamma_2$ sei. Der Einfachheit wegen nehmen wir

an, dieses Auge sei für weit entfernte Gegenstände accommodirt, sodass es parallel einfallende Strahlen auf seiner Retina in einem Punkte vereinigt und Strahlen, welche von einem Punkte der Retina ausgehen, parallel wieder austreten lässt. Sollte seine Accommodation auch in Wirklichkeit eine andere sein, so entsteht dadurch keine merkliche Veränderung in der Projection der Bilder.

Die Strahlen, welche von einem Punkte des erhellten Theiles der Retina kommen, treten also unter sich parallel aus dem Auge B aus, fallen auf die Linse L und werden von dieser in deren jenseits gelegenem, dem Auge D zugewendeten Brennpunkte wiederum vereinigt. Das Bild der Netzhaut wird daher in der Fläche $g_1 g_2$ entworfen, wenn bL die Brennweite der Linse L ist und wenn der Beobachter sein Auge D für

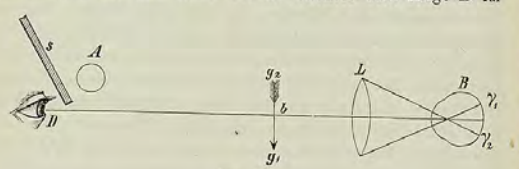


Fig. 26.

die Entfernung Db accommodirt, kann er hier in $g_1 g_2$ ein deutliches und umgekehrtes Bild der Netzhaut erblicken. Diese interessante Anwendung der Linse L, welche gleichzeitig den betreffenden Theil der Netzhaut deutlich sichtbar macht und beleuchtet, ist ganz dieselbe wie in Ruete's Augenspiegel. Diejenigen meiner Leser, welche die Beschreibung dieses Instrumentes kennen, werden gleich übersehen, dass sich die beschriebene Anordnung des Versuches in Fig. 26 von dem optischen Theile jenes Augenspiegels, der in Fig. 27 schematisch dargestellt ist, nur dadurch unterscheidet, dass an Stelle des das Licht der Lampe A reflectirenden Spiegels C C, der bei Ruete
832 vor dem Auge des Beobachters D steht und durch dessen Oeffnung dieser blickt, hier die Lichtflamme selbst getreten ist. In theoretischer Beziehung ist dieser Unterschied unerheblich, in praktischer aber vereinfacht er das Verfahren ungemein.

Statt der Convexlinse L kann man auch eine Concavlinse von kleiner Brennweite vor das Auge B setzen. Die von einem Punkte der hellen Netzhautfläche $\gamma_1 \gamma_2$ kommenden Strahlen, welche parallel aus dem Auge zur Linse treten, werden von dieser dann so gebrochen, als kämen sie aus deren hinterem, nach der Seite von B gelegenem Brennpunkte, und dem Auge D erscheint daher ein Bild der Retina aufrecht und hinter der Concavlinse gelegen, dessen Vergrösserung dem durch die Convexlinse erhaltenen gleich ist, wenn die Brennweiten beider Linsen gleich sind. Aber das Feld, welches man von der Netzhaut erblickt und welches bei diesen Versuchen durch die Iris des beobachteten Auges begrenzt wird, ist bei den Concavlinsen viel kleiner, sodass es sich als vortheilhafter zeigt, Convexlinsen anzuwenden.

Der Augenarzt, welcher den Hintergrund eines kranken Auges beobachten will, braucht also nichts weiter mit sich zu bringen als eine kleine Convexlinse von $1^1/_2$ bis 2 Zoll Brennweite und $^1/_2$ Zoll Durchmesser. Die Art ihrer Anwendung, wie ich sie am bequemsten gefunden habe, ist folgende. Arzt und Patient setzen sich in einem übrigens verdunkelten Zimmer neben einem Tische dicht vor einander hin, sodass ihre Gesichter etwa einen Fuss von einander entfernt sind und so, dass eine Ecke des Tisches zwischen beide hineinragt. Ich setze voraus, dass der Beobachter, wenn er mit einem Auge sehen will, das rechte dazu zu gebrauchen pflegt, wie es gewöhnlich der Fall ist; dann muss der Tisch zu seiner Linken stehen.

Der Arzt setzt eine Kerze, deren Flamme in der Höhe der beiderseitigen Augen steht, dicht vor sich auf die Tischecke, bringt mit der linken Hand zwischen die Flamme und sein Auge einen kleinen dunklen Schirm, wozu er ein Stückchen Pappe, ein kleines Buch, oder was sonst zur Hand ist, gebrauchen kann, und visirt nun mit seinem rechten Auge dicht neben dem Rande des Schirmes und dicht neben dem hellsten Theile der Flamme vorbei nach dem Auge des Kranken hin, dem er einen Gesichtspunkt hinter seinem Rücken in der dunklen Tiefe des Zimmers anweisen kann. Die Stellung der beiden Augen, des Schirmes und der Flamme ist wie in

Fig. 26. Er sieht bei diesem Visiren die Pupille des beobachteten Auges roth leuchten und zwar desto stärker, je näher
833 er am Rande der Flamme vorbeisieht. Wenn man nur diese Bedingung fortdauernd beachtet, wird es nicht schwer, das Leuchten wahrzunehmen. Bei blauen und kurzsichtigen Augen mit weiter Pupille ist es stärker als bei braunen und normalsichtigen, aber es lässt sich auch bei letzteren immer erkennen. Sobald der Arzt die günstigste Stellung seines Auges für die Beobachtung des Leuchtens gefunden hat, bringt er die Linse dicht vor das beobachtete Auge. Er fasst sie wohl am besten zwischen Daumen und Zeigefinger der rechten Hand, während er den kleinen Finger derselben auf das Gesicht des Kranken aufstützt. Indem man die Linse zunächst dicht vor das beobachtete Auge bringt, erleichtert man sich das Auffinden ihrer richtigen Stellung sehr.

Man erblickt nämlich Iris und Pupille dieses Auges in geringer Vergrösserung und übersieht deshalb durch das Glas hinreichend viel von den äusseren Theilen des Auges, um der Linse ohne Schwierigkeit ihre Stellung gerade vor der Pupille zu geben, welche jetzt stärker leuchtend erscheint. Das roth leuchtende, der Netzhaut angehörige Feld, welches man übersieht, ist zunächst klein, weil es durch den Rand der Pupille begrenzt ist und diese wenig vergrössert erscheint, so lange die Linse nahe vor dem Auge steht. Entfernt man letztere aber allmälig von dem Auge in solcher Richtung, dass die roth leuchtende Pupille fortdauernd die Mitte der Linse einnimmt, so erscheint sie und mit ihr das rothe Feld des Hintergrundes immer grösser und grösser, bis es sich zuletzt über die ganze Fläche der Linse ausbreitet.

Jetzt wird man meistens schon von selbst auf das Bild der Netzhautgefässe durch einzelne stärker markirte rothe Stämme aufmerksam.

Wenn man es nicht gleich sieht, so erinnere man sich, dass dieses Bild nicht in der Fläche des Glases, sondern je nach seiner Brennweite 1½ bis 2 Zoll vor ihm nach der Seite des Beobachters hin liegt und dass dieser sein Auge für eine kürzere Sehweite accommodiren muss, als die Entfernung der Linse beträgt, um es deutlich sehen zu können. Wenn stark gezeichnete Gefässstämme gerade vorliegen, gelingt es übrigens oft das Netzhautbildchen schon zu sehen, während man die Glaslinse noch dicht vor das beobachtete Auge hält und die Pupille in geringer Vergrösserung erscheint. Es ändert sich durch die verschiedene Entfernung der Linse vom Auge an dem Netzhautbildchen weiter nichts als der Umfang, den man davon übersieht. Seine Lage zur Glaslinse, Helligkeit, Vergrösserung bleiben dabei unverändert. Wenn die beiden Augen 12 Zoll 834
von einander entfernt sind, so hat der Beobachter das Netzhautbildchen in 8—9 Zoll Entfernung vor sich, also in bequemer Sehweite. Sollte er sehr kurz oder weitsichtig sein, wird er am besten thun, eine solche Brille aufzusetzen, wie er sie zum Lesen braucht.

Die Vergrösserung des Netzhautbildchen lässt sich theoretisch sehr leicht bestimmen; sie ist gleich der Brennweite der Glaslinse dividirt durch die Brennweite des Auges. Unter letzterer verstehe ich den Abstand des Kreuzungspunktes der Richtstrahlen von der Netzhaut, welcher ungefähr einen halben Zoll beträgt. Durch eine Linse von 1½ Zoll Brennweite bekommt man also eine dreimalige, durch eine von 2 Zoll eine viermalige Vergrösserung.[1]) Man sieht, wie es Ruete schon beschrieben hat, in einem gesunden Auge sehr leicht die Eintrittsstelle des Sehnerven als einen kleinen runden weissen Fleck, die Verästelungen der Centralgefässe, welche als feine dunkelrothe Linien auf dem hellrothen Grunde erscheinen. Den gelben Fleck wie Ruete zu sehen, ist mir nicht gelungen, weil das von der Hornhaut reflectirte Lichtbildchen sehr hell und durch die Glaslinse stark vergrössert in den Weg tritt, sobald man in der Richtung der Sehaxe in das beobachtete Auge zu blicken sucht. Das Hornhautbildchen ist bei der beschriebenen und ebenso bei Ruete's Methode sehr viel störender als bei meinem Augenspiegel. Letzterer schwächt es bedeutend durch die polarisirende Wirkung der spiegelnden Glasplatten, es erscheint als ein matter Schein, hinter welchem

1) Diese Angaben sind nicht identisch mit denen von Ruete. Ich habe die wirkliche Vergrösserung des gesehenen Bildes bestimmt, Ruete die scheinbare Vergrösserung, wie sie für die bestimmte Stellung des Auges in seinem Augenspiegel stattfindet.

man die Netzhaut noch sehr gut wahrnehmen kann. Durch die Convexlinse dagegen präsentirt es sich so glänzend und so breit, dass es die Beobachtung der hinterliegenden Partieen der Netzhaut vollständig verhindert.

Indessen verschwindet es aus dem Gesichtsfelde, sobald man schief gegen die Sehaxe in das Auge blickt, und die seitlichen
835 Partieen der Netzhaut erscheinen scharf und hell. Ausser dem Hornhautbildchen stören auch die Reflexe von den beiden Oberflächen der Glaslinse. Um sie möglichst unschädlich zu machen, wende man die Linse etwas schief gegen die Gesichtslinie und kehre ihre am stärksten gekrümmte Seite dem Beobachter zu. Bei dieser Stellung erscheinen die Lichtreflexe kleiner und rücken aus der Mittellinie weg. Die Helligkeit ist bei der eben beschriebenen Methode auf der dem Lichte zugekehrten Hälfte des Gesichtsfeldes etwas grösser als auf der anderen und übertrifft die meines Augenspiegels mit reflectirenden Glasplatten sehr merklich. Nach theoretischen Bestimmungen kann sie an den hellsten Stellen beinahe viermal so gross werden als die letztere. Es erscheint daher der Grund des Auges auch in einem viel helleren Roth. Dagegen erkennt man dessen ungeachtet im gesunden Auge wegen der geringen Vergrösserung eben nicht viele Einzelheiten. Die Hauptäste der Centralgefässe erscheinen so fein, dass man ihre arterielle oder venöse Beschaffenheit weder an der Farbe des Blutes noch an der Dicke ihrer Wandung unterscheiden kann. Auch kann kein begrenztes Bild der Flamme oder eines anderen äusseren Gegenstandes bei diesem Verfahren auf der Netzhaut des beobachteten Auges entworfen werden, und es wird deshalb kein solches dem Beobachter sichtbar.

Wir wollen nun zur Vergleichung des von uns beschriebenen vereinfachten Ruete'schen Verfahrens mit dem ursprünglichen übergehen. Die Anordnung des optischen Theiles von Ruete's Instrument ist in Fig. 27 abgegebildet. Die Flamme einer Lampe *A* steht neben dem beobachteten Auge *B*, ihr Licht fällt auf den Hohlspiegel *CC*, durch dessen durchbohrte Mitte das Auge des Beobachters *D* nach *B* hinsieht. Die Brennweite dieses Spiegels bestimmt Ruete auf 10 Zoll, während *BD* 12 Zoll beträgt. Der Spiegel entwirft alsdann

für das Auge *B* ein stark vergrössertes, nicht deutlich begrenztes Bild der Flamme, welches dieselbe Helligkeit darbietet wie die Flamme selbst und bei günstiger Anordnung den ganzen Spiegel zu bedecken scheint, sodass die ganze Spiegelfläche

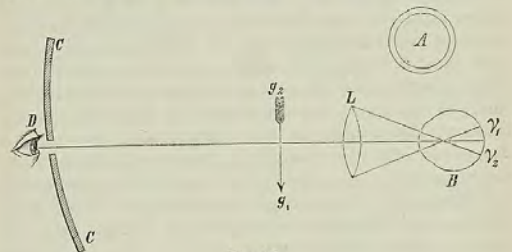


Fig. 27.

für das Auge *B* gleichsam eine neue Lichtquelle von der Intensität der Flamme wird. Die Linse *L* entwirft bei richtiger Stellung ein Bild der hellen Spiegelfläche mit ihrer mittleren dunklen Oeffnung, wie es in Fig. 28 abgebildet ist, auf der Oberfläche des in ihrem Brennpunkte stehenden Auges *B*. Der helle Kreis in der Figur ist das helle Bild der runden Spiegelfläche, der schwarze mit *P* bezeichnete Fleck das Bild der Oeffnung in der Mitte des Spiegels. Wenn der Beobachter den Mittelpunkt der Linse in die gerade Verbindungslinie der beiden Augen gebracht hat, sodass er die Pupille des Auges *B* dadurch sieht, so fällt auch das von der Linse *L* entworfene Bild der Oeffnung des Spiegels auf die Pupille von *B*. Die Erscheinungen des Augenleuchtens und des Netzhautbildes sind dieselben wie in dem einfacheren Verfahren und erklären sich ebenso.

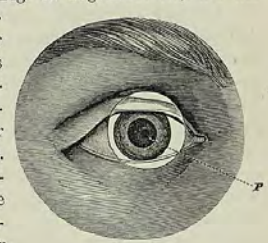


Fig. 28.
836

Ruete hat die betreffenden Theile des Apparates auf einem sehr zweckmässigen Gestelle befestigt und durch diese Nebeneinrichtungen überhaupt wohl die Beobachtung so bequem wie möglich gemacht. Nur will ich für diejenigen Aerzte und Physiologen, welche sich das Instrument zu einzelnen Versuchen provisorisch und möglichst billig zusammenstellen möchten, hier noch bemerken, dass der Hohlspiegel, so viel ich sehe, ohne Schaden durch einen gewöhnlichen ebenen Glasspiegel ersetzt werden kann, in dessen Quecksilberbelegung man ein Loch von der Grösse der Pupille für den Beobachter zum Hindurchsehen angebracht hat. Wenn man eine Lampenflamme von nicht zu kleinem Querdurchmesser anwendet, welche man dem schräg gegen die Verbindungslinie der Augen gestellten Planspiegel von der Seite her ganz nahe bringen kann, wird auch die Helligkeit der Beleuchtung dieselbe. Von dem Lichte, welches der Hohlspiegel sammelt, muss bei Ruete's Instrument das meiste verloren gehen. Die Linse *L* entwirft nämlich durch Concentration des vom Spiegel kommenden Lichtes auf der Oberfläche des Auges *B* ein Bild der hellen Spiegelfläche, welches nach den von Ruete angegebenen Dimensionen seines Instrumentes 5 Linien im Durchmesser haben muss.

Davon kann natürlich nur der kleinste Theil durch die viel engere Pupille hindurchtreten, das meiste wird von der Iris und Sclerotica abgefangen. Das Maximum der Helligkeit muss schon erreicht sein, wenn die Linse *L* von der leuchtenden Fläche (der gespiegelten Lampenflamme) ein Bild von der Breite der Pupille des beobachteten Auges entwirft, und das wird sich bei einer zollbreiten Flamme auch ohne Hohlspiegel erreichen lassen. Ja, es möchte die Zuleitung überflüssigen Lichtes durch den Hohlspiegel nicht einmal ganz unschädlich sein, da die Lichtreflexe an den beiden Oberflächen der Linse
837 und an der Hornhaut desto störender werden, je mehr Licht nach dem Auge hin geworfen wird.

Stellt man übrigens zwischen Flamme und Spiegel eine Sammellinse auf, so kann man die Flamme auch beliebig vergrössern. Linse und Spiegel zusammen vertreten dann die Stelle des Hohlspiegels, und man hat noch den Vortheil, dass auch die unbelegte Stelle des Spiegels genau in der Richtung der

Gesichtslinie des Beobachters Licht in das beobachtete Auge sendet.

Was zunächst das Verhältniss der Helligkeit zwischen Ruete's ursprünglichem und dem vereinfachten Verfahren betrifft, so können wir, ohne uns auf strengere theoretische Untersuchungen einzulassen, durch folgende Ueberlegung einsehen, dass die Helligkeit bei dem einfacheren Verfahren nicht viel geringer zu sein braucht; eine Thatsache, welche sich auch bei der Beobachtung bestätigt. Das beobachtete Auge empfängt das Licht zunächst von der Glaslinse her, diese erscheint ihm als eine stark leuchtende Kreisfläche. Auf seiner Retina wird ein Bild dieser Kreisfläche entworfen, und offenbar muss alles Licht, welches von der Linse in das Auge gelangt, sich in dem Umfange ihres kreisrunden Bildes vertheilen.

Gebrauchen wir nun in Ruete's Augenspiegel und bei dem einfacheren Verfahren eine Linse von derselben Grösse und Brennweite, so wird auch der Umfang ihres Bildes im beobachteten Auge derselbe sein, und da sich somit das einfallende Licht in beiden Fällen auf einen gleich grossen Raum vertheilt, wird die Helligkeit der Erleuchtung nur von der Quantität des einfallenden Lichtes abhängen. Die Linse *L* entwirft nun bei ihrer vortheilhaftesten Stellung auf der Oberfläche des Auges *B* ein Bild des beobachtenden Auges und der leuchtenden Fläche, entweder wie in Fig. 28 des Spiegels oder, beim einfacheren Verfahren, wie in Fig. 29 der Lichtflamme. In beiden Figuren bezeichnet *p* das Bild der Pupille des Beobachters, welches auf die Pupille des beobachteten Auges fallen muss, wenn der Beobachter soll hineinsehen können. Im günstigsten Falle wirkt der Hohlspiegel, als leuchtete seine ganze Fläche mit derselben Intensität, wie der hellste Theil der Lichtflamme, die Linse wird also von ihm wie in Fig. 28 ein viel grösseres, aber kein helleres Bild entwerfen als von

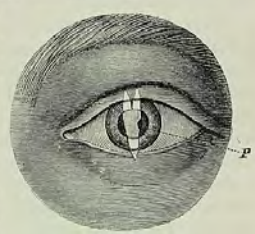


Fig. 29.

der Flamme in Fig. 29. Aus dem Anblick beider Figuren ergiebt sich leicht, dass nur durch diejenigen Theile der Pupille, welche von dem hellen Theile des Bildes bedeckt werden, Licht in das Innere des Auges zur Erleuchtung der Netz-
833 haut fallen wird, und zwar in beiden Fällen wegen der gleichen Helligkeit der beiden Bilder durch gleich grosse Theile der Pupillenfläche gleich viel. Wenn aber das Lichtbild auf dem Auge die Lage hat, welche in Fig. 29 gezeichnet ist, sieht man, dass auch hier fast die ganze Pupille mit Ausnahme eines ganz kleinen Kreisabschnittes Licht empfangen wird, dass also fast ebenso viel Licht bei dem einfacheren Verfahren in das Auge fallen und die helle Netzhautstelle fast ebenso stark beleuchten kann wie in Ruete's Augenspiegel.

Uebrigens vertheilt sich die Lichtmenge bei dem einfachen Verfahren nicht ganz gleichmässig auf der Netzhaut. Die nach der Seite des Lichtes gelegenen hellen Theile derselben sind stärker, ebenso stark wie in Ruete's Augenspiegel beleuchtet, die anderen ein wenig schwächer. Im Ganzen zeigt sich bei vergleichenden Versuchen der Unterschied in der Beleuchtung so gering, dass ich sehr zweifle, ob dadurch irgend ein Nachtheil bei der praktischen Anwendung entstehen wird.

Der zweite wesentliche Punkt der Vergleichung ist die Leichtigkeit, mit welcher man bei den beiden Verfahrungsweisen die richtige Stellung des Instrumentes findet. Ruete's Spiegel möchte in Bezug auf Bequemlichkeit nichts zu wünschen übrig lassen, namentlich, wenn man einen intelligenten Gehülfen hat, welcher den Kopf des Kranken fixirt und in die erforderliche Stellung bringt. Ruete giebt in seiner Schrift Nichts darüber an, wie er den Kopf des Kranken fixirt habe. Ich hatte anfänglich den optischen Theil meines Augenspiegels auf einem feststehenden Gestelle befestigt, gab es aber auf, weil selbst geschickte und einsichtige Personen, welche sich zur Beobachtung hergaben, nicht im Stande waren, den Kopf genügend lange in unveränderter Stellung zu erhalten. Bei Ruete's Augenspiegel bietet sich aber ein bequemes Mittel dar, durch einen Gehülfen den Kopf des Kranken richten zu lassen. Dieser muss nur auf das von der Linse auf dem beobachteten Auge entworfene Bild des Spiegels mit der mitt-

leren dunklen Oeffnung achten und sorgen, dass dieser dunkle Fleck auf die Pupille fällt, dann wird auch der Beobachter ohne Weiteres die Netzhaut vor sich sehen.

Bei dem Gebrauche einer einfachen Convexlinse hat es der Beobachter allerdings nicht ganz so leicht, sondern er muss fortdauernd auf die richtige Stellung der Linse und seines Auges achten, und ich muss gestehen, dass ich bei den ersten Probeversuchen damit, als ich die oben beschriebene Methode, der Linse die richtige Stellung zu geben, noch nicht gefunden 839
hatte, nur nach vielem Herumtappen mit dem Versuche zu Stande kam und ihn ohne die theoretische Ueberzeugung von seiner Ausführbarkeit bald aufgegeben haben würde. Seitdem ich aber die oben beschriebenen Regeln zur Orientirung der Linse benütze, gelingt es mir mit der grössten Sicherheit und Leichtigkeit jedes Mal augenblicklich, und ich bitte diejenigen meiner Leser, welche den Versuch nachmachen wollen, nur alle dort gegebenen Regeln sorgsam zu beachten, dann glaube ich ihnen auch Gelingen versprechen zu können.

Namentlich achte der Beobachter darauf, stets ganz dicht am Rande des Lichtes vorbeizusehen, und wenn er die Linse vom Auge allmählich entfernt, die Pupille stets in ihrer Mitte zu behalten. Auch lasse er das kranke Auge nicht in den hellen Kreis der Linse hinein, sondern ein wenig seitwärts sehen; er würde im ersteren Falle durch das Hornhautbildchen an der Beobachtung gehindert werden.

Eine andere Schwierigkeit, welche aber ganz in demselben Grade bei Ruete's zusammengesetztem Augenspiegel besteht, ist die, dass das sichtbare Netzhautbildchen nicht in der Ebene der Linse, sondern vor derselben liegt und es einem Beobachter, der nicht an willkürliche Aenderung der Sehweite gewöhnt ist, oder es durch einen glücklichen Blick erhascht, vielleicht nicht gelingt die Gefässe der Netzhaut zu sehen, während er doch die rothe Beleuchtung derselben ganz gut erkennt. Erschwert wird die Ausführung der richtigen Accommodation noch dadurch, dass das Netzhautbildchen, wenn nicht gerade die Eintrittsstelle des Sehnerven darin enthalten ist, keine auffallenden Lichtcontraste darbietet, sondern schwach in dunkelrothen Linien auf hellrothem Grunde gezeichnet erscheint,

während die Linse mit den grellen Lichtreflexen ihrer beiden Oberflächen den Blick unwillkürlich auf sich zieht. Einem Beobachter, dem es gar nicht gelingen sollte, die richtige Accommodation zu finden, würde ich rathen, die Beobachtungen mit einem schärferen Convexglase anzufangen, weil diesem das Netzhautbildchen näher liegt und letzteres daher schon bei einer geringeren Veränderung der Sehweite aufgefunden werden kann. Oder der Beobachter übe sich in der Beobachtung ähnlicher Bilder, welche solche Convexlinsen von anderen entfernten Gegenständen des Zimmers entwerfen und welche leicht zu sehen sind, wenn man die Linsen aus 8—12 Zoll Entfernung be-
840 trachtet. Bei einiger Aufmerksamkeit wird er sehen, dass auch diese Bilder nicht in der Ebene der Linse liegen, und wird lernen, mit seinem Blicke von der Linse auf das Bild und zurück zu gehen.

Obgleich daher der Augenspiegel von Ruete für Augenkliniken und für das Consultationszimmer des Augenarztes die bequemste Form sein möchte, um die Arten der Beobachtung anzustellen, welche er zulässt: so glaube ich doch, empfiehlt sich die Anwendung einer einfachen Convexlinse, welche bei einiger Uebung des Beobachters wohl kaum weniger leisten wird als jenes complicirte Instrument, durch ihre grosse Einfachheit, Billigkeit, die Möglichkeit, sie in jedem Augenblicke bei sich zu tragen und zu gebrauchen, hinreichend, um die Augenärzte zu Versuchen damit aufzufordern, und vielleicht sind es gerade diese Umstände, welche eine ausgedehntere Ausführung von Netzhautuntersuchungen durch eine möglichst grosse Zahl von Augenärzten möglich machen.

Ich knüpfe hier endlich noch eine Vergleichung des Instrumentes von Ruete mit meinem Augenspiegel an.

Die wesentlichen Unterschiede beider Methoden sind, dass sowohl die ursprüngliche als die vereinfachte von Ruete ein grösseres Gesichtsfeld bei geringerer Vergrösserung und eine grössere Helligkeit gewähren. Das grössere Gesichtsfeld wird bei Krankheitszuständen die Untersuchung sehr erleichtern, und ebenso hat Ruete gewiss Recht, wenn er die geringere Vergrösserung in einer grossen Zahl von Fällen für ausreichend erklärt.

Ich halte deshalb die Erfindung seines Instrumentes für einen wesentlichen Fortschritt in der Untersuchung des Augenhintergrundes. In welchen Fällen von pathologischen Veränderungen der Retina die stärkere Vergrösserung nothwendig werden wird, in welchen die schwächere ausreicht, darüber kann natürlich nur die Erfahrung der Augenärzte entscheiden. Ich will hier nur noch darauf aufmerksam machen, dass die in physiologischer Beziehung wichtigen Beobachtungen über die Gestalt und Genauigkeit der Netzhautbilder, ihre Veränderung bei der Accommodation und über die durchscheinende Beschaffenheit der Sehnervenmasse nach Ruete's Methode nicht ausgeführt werden können, und dass man dabei auch nicht die arteriellen von den venösen Gefässstämmen unterscheidet, was in einzelnen Fällen von Wichtigkeit sein kann und durch meinen Augenspiegel unterschieden wird.

Die Helligkeit ist in Ruete's Spiegel nahehin 4 Mal grösser als in meinem. Denn bei diesem geht die Hälfte des 841
einfallenden Lichtes bei der Spiegelung an den unbelegten Glasplatten verloren, die Netzhaut wird also nur halb so stark beleuchtet, und von dem zurückkehrenden Lichte geht wiederum die Hälfte verloren, wenn es durch die Glasplatten hindurchtritt. Ich habe mich bei der Construction meines Instrumentes nicht bemüht, eine stärkere Beleuchtung zu erzeugen, weil diese für die Beobachtung der Netzhaut normaler Augen genügt und weil eine stärkere nicht ohne Belästigung ertragen wird. In der That ertragen gesunde Augen fast beliebig lange die Untersuchung mit meinem Augenspiegel, ja selbst gereizte und empfindliche Augen habe ich untersucht, ohne dass die Kranken sich geblendet fühlten oder über üble Folgen zu klagen gehabt hätten. Das ist aber bei Ruete's Methode anders. Der Grad der Blendung hängt nicht nur von der Intensität des einfallenden Lichtes ab, sondern auch von der Ausdehnung des beleuchtenden Netzhautfeldes, oder, was damit gleich ist, von der scheinbaren Grösse der leuchtenden Fläche. Ausserdem ist zu bemerken, dass die Stelle des directen Sehens sehr viel empfindlicher ist als die Seitentheile der Netzhaut. Bei Ruete's Methode wird nun ein sehr viel grösseres Feld der Netzhaut mit doppelt so hellem Lichte erleuchtet als bei meinem Spiegel, und selbst

wenn man den Beobachteten nicht, wie es Ruete vorschreibt, direct in den hellen Lichtkreis hinein, sondern seitwärts vorbei blicken lässt, erträgt ein gesundes Auge die Beobachtung nur wenige Minuten, ohne Thränenfluss und lang anhaltende Nachbilder zu bekommen. Die Untersuchung empfindlicher Augen verwirft deshalb Ruete ganz und gar, während ein geübter Beobachter, der schnell mit der Untersuchung zu Stande kommt, meinen Augenspiegel, natürlich mit der nöthigen Rücksicht auf den Kranken, dazu wohl anwenden kann. Dem beobachteten Auge erscheint dabei in den spiegelnden Gläsern das Bild der Flamme unvergrössert und in halber Lichtstärke; es blickt aber nicht direct nach diesem Flammenbilde hin, sondern seitwärts. Ein Auge, welches z. B. ein neben die Lampenflamme gehaltenes Buch ohne geblendet zu werden betrachten kann, kann auch ohne Bedenken mit dem Augenspiegel untersucht werden. Bei Ruete's Verfahren erscheint dagegen die Glaslinse dem beobachteten Auge als ein grosser feuriger Kreis, dessen Lichtintensität der der Flamme fast gleich ist, dessen Durchmesser etwa die Hälfte von dem Durchmesser des ganzen Gesichtsfeldes beträgt.

842 Bei blinden Augen oder solchen mit stark getrübten Medien ist man natürlich in der Anwendung grösserer Lichtmengen unbeschränkt; bei ersteren würde auch mein Augenspiegel jeden nöthigen Grad der Helligkeit geben können, wenn man mit Hülfe von Sonnenlicht beobachtete.

Zu bemerken ist übrigens noch, dass Ruete's Augenspiegel das Licht am meisten in der Pupille concentrirt und nach der Netzhaut hin sich wieder ausbreiten lässt, während der meinige es an letzterer am meisten concentrirt. Darin ist der eigenthümliche Vortheil für die Diagnose anfangender Trübungen der Linse begründet, welchen Ruete an seinem Instrumente rühmt.

Dies sind die wesentlicheren Punkte der Vergleichung. Von Nebenpunkten wäre noch zu erwähnen die grössere Bequemlichkeit der Beobachtung für den Ungeübten auf Seiten von Ruete's Instrument. Dagegen ist das Bild meines Spiegels freier von störenden Nebenerscheinungen.

Der Hornhautreflex erscheint als ein blasser Lichtnebel,

während er bei Ruete ein sehr helles grosses Bild der leuchtenden Fläche darstellt und ausserdem noch die Lichtreflexe der beiden Glasflächen hinzukommen.

Uebrigens will ich bei dieser Gelegenheit noch auf eine sehr vortheilhafte Verbesserung meines Augenspiegels aufmerksam machen, welche mir von dem hiesigen Mechanikus Herrn E. Rekoss vorgeschlagen wurde und von demselben auch an einer Anzahl von Instrumenten ausgeführt ist. Der Wechsel der verschiedenen Concavgläser, welche zu meinem Instrumente gehören, war bei solchen Augen, wo man sich das passende Glas erst suchen musste, lästig und erschwerte die Beobachtung. Herr Rekoss hat jetzt diese Gläser in zwei drehbare Scheiben eingesetzt, welche an dem Gestelle des Instrumentes so befestigt sind, dass beim Drehen derselben die verschiedenen Gläser, welche sie enthalten, nach einander vor das Auge treten. Jede Scheibe enthält ein freies Loch und vier Concavgläser, die eine No. 6—9, die andere No. 10—13 der Brillengläser, sodass man ein jedes dieser Gläser einzeln oder gleichzeitig eines von den niederen und eines von den höheren Nummern vor das Auge bringen kann. Die Gläser lassen sich während der Beobachtung leicht vertauschen, ohne dass man den Augenspiegel aus seiner Stellung zu bringen braucht. Man dreht die betreffende Scheibe mittels des Zeigefingers der Hand, in welcher man das Instrument hält, indem man diesen Finger an 843
dem Rande der Scheibe anlegt.

Kleine Federchen, welche in Vertiefungen am Rande der Scheiben einspringen, markiren während der Drehung jedes Mal diejenigen Stellungen der Scheibe, wo ein Concavglas gerade vor die Oeffnung des Spiegels getreten ist, und befestigen es ein wenig in dieser Stellung. Der Gebrauch des Augenspiegels hat dadurch ausserordentlich an Bequemlichkeit gewonnen, und ich hoffe, dass namentlich kurzsichtige Beobachter, denen seine Anwendung gewöhnlich schwer wird, die Schwierigkeiten, welche ihnen bisher entgegentraten, durch die neue Form beseitigt finden werden.

LX.

Ueber eine bisher unbekannte Veränderung am menschlichen Auge bei veränderter Accommodation.

Vorläufiger Bericht aus den Monatsberichten der Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 3. Februar 1853. S. 137—139.

137 Ich erlaube mir im Folgenden der Akademie vorläufig die Resultate von Beobachtungen mitzutheilen, welche ich über eine neue, auf die Accommodation bezügliche Veränderung am menschlichen Auge angestellt habe, und welche ich nach der Vollendung geeigneterer Messinstrumente noch zu vervollständigen hoffe.

Die Veränderungen, welche man bisher am Auge bei seiner Einrichtung für kurze Sehweiten wahrgenommen hat, sind die, dass sich die Pupille verengt und dass der mittlere Theil der Iris nach vorn gedrängt wird. Ersteres ist allgemein bekannt, letzteres wurde zuerst von Huschke behauptet, von vielen anderen Beobachtern geleugnet.

Ich bin im Stande gewesen, mich von der Richtigkeit von Huschke's Behauptung auch am menschlichen Auge zu über-
137 zeugen und sogar die Grösse der Verschiebung des Pupillarrandes annähernd zu messen. Man stelle sich für diese Beobachtung so seitlich gegen das zu beobachtende Auge, dass die Pupille theilweise hinter dem Rande der Sclerotica zu verschwinden anfange, und lasse dann bei unveränderter Richtung der Sehaxe für die Nähe accommodiren; man wird die ganze Pupille, welche sich gleichzeitig verengt, hervortreten und sich der concaven Fläche der Hornhaut nähern sehen. Wird dagegen ohne Veränderung der Accommodation eine Contraction der

Pupille durch stärkeres Licht hervorgerufen, so verschiebt sich die Iris nicht nach vorn. Die Grösse der scheinbaren Verschiebung wurde gemessen, und indem ich durch Rechnung den Einfluss, welchen die Brechung in der Hornhaut ausübt in Abzug brachte, fand ich die wirkliche Verschiebung des Pupillarrandes nach vorn etwas kleiner als $^1/_3$ mm. Da nun bei verengter Pupille deren Rand der vorderen Linsenfläche immer unmittelbar anzuliegen pflegt, so giebt die Verschiebung des Pupillarrandes auch das Maass für die Verschiebung des vordersten Punktes der Linse.

Ich habe eine andere gleichzeitig sichtbare Veränderung am Auge entdeckt. Dieses Organ zeigt bekanntlich in einem dunklen Raume, in welchem sich eine Lichtflamme befindet, drei Spiegelbilder derselben.

Das erste, hellste gehört der Hornhaut an, und ist wie das zweite aufrecht. Das zweite ist das grösste, aber auch lichtschwächste, und wird von der vorderen Fläche der Linse entworfen, das dritte kleinste verkehrte von deren hinterer Fläche.

Das erste und dritte Bild verändern weder ihre Grösse noch ihre Stellung merklich bei veränderter Accommodation des Auges, wohl aber das zweite, indem es bei möglichster Verringerung der Sehweite fast halb so klein wird, als es beim Sehen in die Ferne ist. Am leichtesten sichtbar ist die Veränderung, wenn man zwei senkrecht über einander liegende Lichtpunkte spiegeln lässt; dann nähern und entfernen sich ihre beiden von der Vorderfläche der Linse entworfenen Spiegelbilder sehr beträchtlich bei veränderter Accommodation.

Die Annahme, dass die ganze Linse sich beim Sehen in die Nähe nach vorn verschiebe, ist nicht genügend diese Beobachtungen zu erklären. Es würde dabei allerdings ebenfalls eine scheinbare Verkleinerung des erwähnten Spiegelbildes ein- 139
treten müssen wegen veränderter Brechung des Lichtes in der Hornhaut, aber die Rechnung ergiebt, dass sie unverhältnissmässig kleiner als die beobachtete sein würde. Bei einer solchen Verschiebung der Linse, wie sie an ihrer Vorderfläche beobachtet werden konnte, von $^1/_3$ mm, würde das Spiegelbild sich höchstens um $^1/_{27}$ seiner Grösse verkleinern, während es

in der That fast um die Hälfte kleiner wird. Auch würde in diesem Falle ein seitlich stehender Beobachter das Spiegelbild der hinteren Fläche in dem Maasse vorrücken sehen, wie diese Fläche selbst vorrückt. Doch war hiervon durch die von mir zur Messung gebrauchten Apparate, welche eine ausreichende Genauigkeit für eine solche Beobachtung besassen, nichts wahrzunehmen.

Ich halte es deshalb für wahrscheinlich, dass die Linse ihre Gestalt ändert und beim Sehen in die Nähe nach vorn convexer wird. Man kann den Krümmungsradius der vorderen Linsenfläche aus der scheinbaren Entfernung der Spiegelbilder ebenso berechnen, wie Senff den der Hornhaut in ähnlicher Weise bestimmt hat; natürlich muss man dabei die Brechung in der Hornhaut in Rechnung ziehen; er findet sich beim Sehen in die Ferne ungefähr ebenso gross, wie er an den Linsen von hinreichend frischen todten Augen von Krause und mir gefunden wurde, d. h. zwischen 10 und 11 mm; beim Sehen in die Nähe ist er fast nur halb so gross.

Reizung mit elektrischen Inductionsströmen brachte keine Gestaltveränderungen an frisch ausgeschnittenen Linsen von Thieren hervor. Dagegen sind frische Linsen elastisch; obgleich sie einer äusseren Kraft leicht nachgeben, nehmen sie doch ihre frühere Form nachher vollständig wieder an. Ein Druck gegen die Peripherie der Linse würde wohl eine solche Veränderung ihrer Gestalt bedingen können, wie sie sich in den obigen Beobachtungen zeigt.

Die Grösse der Brennweite der Hornhaut, welche bei den angegebenen Rechnungen angenommen wurde, beruht auf eigenen Bestimmungen, wobei die Krümmung ihrer vorderen Fläche am unverletzten Auge, und die — übrigens sehr grosse — Brennweite des Hornhautknorpels unter Wasser an ausgeschnittenen Hornhäuten bestimmt wurde. Die Brennweite der Hornhaut im lebenden Auge beträgt danach zwischen 30 und 34 mm.

LXI.

Ueber die Accommodation des Auges.

Aus A. v. Gräfe's Archiv für Ophthalmologie. Bd. II. S. 1—74. 1856.

Ich hatte im Winter 1852 die Beobachtung gemacht, dass 1
das Spiegelbild, welches die vordere Fläche der Krystallinse entwirft, bei den Accommodationsveränderungen des Auges sich verändert, und darüber der Akademie der Wissenschaften zu Berlin eine Nachricht[1]) eingesandt, ehe ich wusste, dass schon vor mir Herr Dr. Cramer dieselbe Beobachtung gemacht und darüber eine Abhandlung der Societät der Wissenschaften zu Haarlem vorgelegt habe. Die Notizen, welche Cramer[2]) selbst und Donders[3]) darüber veröffentlicht hatten, waren mir leider entgangen, weil ich keine Gelegenheit gehabt hatte, die beiden holländischen Zeitschriften, in denen sie enthalten sind, einzusehen. Ebenso wenig kannte ich Max Langenbeck's[4]) schon 1849 gegebene, aber von den Physiologen bis dahin nicht beachtete Notiz über diesen Gegenstand. Dies möge mir zur Entschuldigung dafür gereichen, dass ich meine Beobachtung als neu betrachtete und in der ersten Veröffentlichung darüber Cramer's mir damals gänzlich unbekannte 2
Arbeit nicht erwähnte. Des letzteren Priorität in dieser Sache mir selbst gegenüber steht unzweifelhaft fest, was ich bereitwilligst anerkenne.

1) S. Monatsberichte der Berliner Akademie. 1853. Februar. S. 137.
2) Tydschrift der Maatschappy vor Geneeskunde. 1851. W. 11, bl. 115.
3) Nederlandsch Lancet. 2 Serie. W. 1. bl. 529. 1851—1852.
4) Klinische Beiträge. Göttingen 1849.

Ich hatte gleich, nachdem ich die genannte Beobachtung gemacht, einen Apparat zur genaueren Bestimmung der Formveränderungen des Auges bestellt. Als ich die Arbeit des Herrn Dr. Cramer durch die Güte des Herrn Professor Donders erhielt, überzeugte ich mich, dass das Räthsel der Accommodation, an welchem so viele Forscher ihren Scharfsinn vergebens geübt hatten, darin in der That der Hauptsache nach gelöst war, und von der beabsichtigten Untersuchung mir nicht viel mehr zu thun übrig blieb. Indessen waren doch einige Fragen noch unerledigt, namentlich über die Formveränderung der hinteren Linsenfläche. Der inzwischen fertig gewordene Apparat bot eine gute Gelegenheit dar, am lebenden Auge Grössenverhältnisse zu messen, deren bisher an todten Augen ausgeführte Messungen vielen Zweifeln Raum gaben, und so hielt ich es denn nicht für überflüssig, die Messungsreihen auszuführen, welche ich im Folgenden zu beschreiben, und deren Ergebnisse für die Theorie der Accommodation ich schliesslich zu erörtern gedenke.

Die bisher ausgeführten Messungen an menschlichen Augen ergeben schon, dass die individuellen Abweichungen ausserordentlich gross sind; dasselbe wird sich durch meine Untersuchungen bestätigt finden. Um zuverlässige Resultate zu bekommen, muss man daher, wo es irgend angeht, sämmtliche Elemente, die man für irgend eine Schlussfolgerung braucht, an einem und demselben Auge gemessen haben. Ich habe für drei Augen ein System solcher Messungen durchgeführt, wobei ich es zunächst für räthlich hielt, Personen von nahe gleichem Alter und Geschlecht zu wählen. Es wird übrigens bei ihrer Ausführung von dem Beobachteten ein ziemlicher
3 Grad von Geduld, Aufmerksamkeit und Intelligenz in Anspruch genommen. Die folgenden Messungen beziehen sich auf die rechten Augen dreier weiblicher Individuen im Alter von 25 bis 30 Jahren, welche ich einzeln mit den Buchstaben O. H., B. P. und J. H. bezeichnen werde. Alle drei hatten ein scharfes Gesichtsvermögen, O. H. war etwas kurzsichtig.

Aeussere Fläche der Hornhaut.

Um die Form der äusseren Hornhautfläche am lebenden Auge zu bestimmen, haben Senff[1]) und Kohlrausch[2]) einen Weg eingeschlagen, der sehr wohl geeignet ist, zum Ziele zu führen, und darauf beruht, dass eine convexe spiegelnde Fläche von den umgebenden Gegenständen desto kleinere Bilder liefert, je kleiner ihr Krümmungsradius ist. Somit kann man denn auch wiederum die Grösse der Bilder benutzen, um daraus den Krümmungsradius zu berechnen. Senff hat leider die Art, wie er die Grösse der Hornhautbildchen gemessen hat, nicht näher beschrieben. Es stellt sich der Ausführung dieser Versuche eine grosse Schwierigkeit dadurch entgegen, dass es unmöglich ist, das lebende Auge vollständig festzustellen. Scharf sind die Bilder eines Kugelspiegels, also auch der Hornhaut, nur dann, wenn alle Strahlen nahe senkrecht auf die spiegelnde Fläche fallen. Daraus ergiebt sich, dass man zum Zwecke dieser Messungen nur Bilder gebrauchen kann, welche beträchtlich kleiner sind als der Hornhautradius. Sie dürfen etwa nur $^1/_4$ der Grösse des letzteren haben. Jeder Fehler in der Messung der Bilder wird daher bei der Berechnung des Hornhautradius mit 4 multiplicirt werden. Man muss deshalb die Bilder bis auf den hundertsten Theil eines 4
Millimeters sicher zu bestimmen suchen, wenn man den etwa 8 mm betragenden Hornhautradius bis auf $^1/_{200}$ seiner Grösse richtig berechnen will. Natürlich giebt es keine Befestigungsweise des Kopfes eines lebenden Menschen, bei welcher nicht Verschiebungen von $^1/_{100}$ mm vorkommen könnten. Wollte man also irgend ein Messinstrument anwenden, wobei erst der Theilstrich einer Scale zu bestimmen ist, dem die eine Grenze des Hornhautbildchens entspricht, und dann der für die andere Grenze, so würden inzwischen Verschiebungen des Kopfes nicht zu verhindern sein, die die Genauigkeit der Messung erheblich beschränken würden.

Es kommt also darauf an das bewegliche Hornhautbildchen genau zu messen, während es sich bewegt. Ich habe zu dem Ende ein ähnliches Instrument construiren lassen, wie die Astronomen im

1) R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie. Bd. III. S. 290.
2) Isis 1840. S. 886.

Heliometer besitzen, mit dem sie kleine Distanzen der in steter Bewegung begriffenen Sterne sehr genau zu messen im Stande sind.

Die Wirkung des Instrumentes, welches wir im Folgenden Ophthalmometer nennen wollen, beruht darauf, dass wir Gegenstände, welche wir durch eine schräg gegen die Gesichtslinie gehaltene Glasplatte mit vollkommen ebenen und parallelen Flächen betrachten, etwas seitlich verschoben erblicken, und dass diese Verschiebung desto grösser ist, je grösser der Einfallswinkel der Lichtstrahlen gegen die Platte. In Fig. 6 sei A ein Fernrohr, vor dessen Objectivglase und schräg gegen seine Axe die beiden planparallelen Glasplatten $a_1 b_1$ und $a_2 b_2$ so stehen, dass die dem Beschauer abgewendete Hälfte des Objectivglases ihr Licht durch die Platte $a_2 b_2$, die zugewendete durch die Platte $a_1 b_1$ empfängt. Das Fernrohr sei auf das Object cd eingestellt, dann erscheint ihm durch die Platte

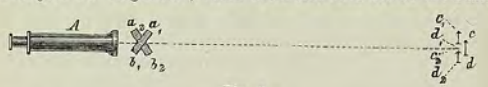


Fig. 6.

$a_1 b_1$ das Bild nicht in cd, sondern in $c_1 d_1$, und durch die Platte $a_2 b_2$ in $c_2 d_2$. Beide Bilder erscheinen gleichzeitig in dem Gesichtsfelde des Fernrohrs neben einander.

Wenn man nun die Glasplatten so weit dreht, dass das Ende d_1 des ersten mit dem Ende c_2 des zweiten Bildes zusammenfällt, und man die Winkel kennt, um welche die Glasplatten gedreht sind, so lässt sich, wie später gezeigt werden wird, daraus die Länge cd berechnen, ohne dass man dazu die Entfernung von A und cd zu kennen braucht. Die Einstellung der betreffenden Ränder der Doppelbilder kann sehr scharf geschehen, selbst wenn sich das Gesichtsobject ein wenig bewegt, da die beiden Bilder $c_1 d_1$ und $c_2 d_2$ sich immer genau in derselben Weise mitbewegen und ihre Berührung dabei nicht gestört wird. Hat man weit abstehende Gegenstände zu beobachten, so braucht man die Winkel zwischen den beiden Glasplatten und der Gesichtslinie nicht gleich zu machen, man kann sogar eine von den Platten ganz weglassen. Wenn man aber verhältnissmässig nahe Gegenstände beobachten

will, wie es meist der Fall sein wird, müssen beide Platten gleich dick sein und nach entgegengesetzten Seiten hin denselben Winkel mit der Gesichtslinie bilden. Die Platten verschieben nämlich das Bild des gesehenen Gegenstandes nicht nur nach der Seite, sondern nähern es auch etwas. Wenn nun die Annäherung für die beiden Bilder desselben Gegenstandes verschieden gross ist, kann man das Fernrohr nicht gleichzeitig auf beide einstellen und deshalb die Lage der Bilder nicht genau vergleichen.

Dadurch ist nun folgende Einrichtung des Instrumentes be- 6
dingt. Die beiden Glasplatten sind in einem am vorderen Ende des Fernrohrs befestigten Kasten eingeschlossen, von welchem Fig. 1 auf Tafel III. einen verticalen Durchschnitt zeigt. Nur die obere Platte und die Theile, mit denen sie gedreht wird, sind vollständig in geometrischem Aufrisse gezeichnet. A ist das vordere Ende des Fernrohrs, $B_1 B_2 B_3 B_4$ ein sehr starker viereckiger Messingrahmen, dessen beide verticale Seiten in ihrer Mitte ringförmig gebildet sind, um die Fassung der Objective und die kurze Röhre C aufzunehmen, auf welche der das Instrument nach vorn schliessende Deckel aufgesetzt wird. Der genannte Rahmen dient als feste Grundlage für alle übrigen Theile. Die Wände des Kastens sind übrigens aus dünnen Messingplatten zusammengesetzt. In der Figur ist die Hinterwand des Kastens der Deutlichkeit wegen weggelassen. Den Durchschnitt der Platten, welche die durchschnittenen Wände des Kastens bilden, findet man dagegen rings am äusseren Rande des viereckigen Rahmens angedeutet. In die horizontalen Theile des Rahmens sind auf der Drehbank genau correspondirende conische Oeffnungen eingebohrt für die Drehungsaxen aa der Gläser. Diese sind in schräger Stellung gegen die Ebene der Zeichnung dargestellt, das obere b undurchschnitten, das untere ist bei c durchschnitten gedacht. Jedes Glas wird durch einen Messingrahmen gehalten, dessen vierte, dem anderen Glase zugekehrte Seite jedoch fehlt. Ausser dem Glase trägt jede Axe noch ein Zahnrad d_1 und d_2 innerhalb des Kastens und eine auf der Cylinderfläche in Winkelgrade getheilte Scheibe e, über deren Rande an einer Stelle ein entsprechender Nonius f steht. Um die beiden Gläser gleichzeitig

um nahehin gleiche Winkel nach entgegengesetzten Richtungen drehen zu können, dienen die beiden Axen gg und hh, von denen jede zwei Triebe trägt. Mittels der beiden Triebe ii
7 bewirkt eine Drehung der einen Axe nach rechts, eine ebenso grosse der andern nach links. Der Trieb k der Stange gg greift in das obere Zahnrad d_1, die Stange hh hat eben solchen Trieb l, der in das Zahnrad d_2 eingreift. Da beide Stangen entgegengesetzte Drehung haben, theilen sie auch den Zahnrädern und den daran befestigten Glasplatten gleich grosse Drehungen in entgegengesetztem Sinne mit, deren Grösse mittels der getheilten Scheiben e und ihrer Nonien gemessen werden kann.

Bei der Anfertigung des Instrumentes bildeten zuerst beide Platten eine einzige. Da es bei den Messungen wesentlich darauf ankommt, dass die beiden Flächen jeder Platte vollkommen plan und vollkommen parallel seien, so muss in dieser Beziehung dieselbe Sorgfalt angewendet werden, wie bei den Parallelplatten astronomischer Instrumente. Krümmung der Flächen erkennt man an dem fertigen Instrumente dadurch, dass bei sehr schiefer Stellung der Platten die Bilder ihre Schärfe verlieren, Mangel an Parallelismus daran, dass man für denselben Gegenstand, wenn man ihn aus verschiedenen Entfernungen misst, verschiedene Maasse erhält. Das Planparallelglas meines Instrumentes ist von Oertling in Berlin verfertigt und besteht diese Prüfungen vollkommen. Es wurde für das Glas ein vollständiger viereckiger Messingrahmen angefertigt, und dieser zwischen den Flächen der beiden Zahnräder befestigt, dann erst in der Mitte durchgeschnitten. Ebenso wurde das Glas durchgeschnitten und die Hälften nun wieder in den entsprechenden Hälften des Rahmens befestigt. So wurde eine genau übereinstimmende Stellung der Platten auf den beiden Axen erreicht. Bei der Einsetzung der Triebe muss noch berücksichtigt werden, dass die Platten, wenn sie einander parallel stehen, auch senkrecht gegen die Axe des Fernrohrs stehen müssen. In die Fassung der Objectivgläser
8 wird entweder nur ein solches, nämlich n, eingesetzt für grössere Entfernungen. Dieses hat, wie bei Fernröhren gewöhnlich ist, die convexe Crownglaslinse nach vorn gegen den Kasten gekehrt, die Flintglaslinse nach dem Rohre. Die

Fernrohrobjective sind stets dazu bestimmt, von sehr entfernten Gegenständen gute Bilder zu entwerfen, thun es aber nicht in demselben Maasse für nahe. Um in der Nähe zu beobachten, ist es daher am besten, wie bei Brücke's Arbeitsloupen, noch ein zweites Objectiv m einzusetzen, aber mit der Crownglaslinse nach hinten gegen die andere Crownglaslinse gekehrt, wenn man nicht eine besondere Linse zu diesem Zwecke berechnen und verfertigen lassen will. Steht der Gegenstand im vorderen Brennpunkte dieser zweiten Linse, so macht sie die Strahlen jedes leuchtenden Punktes parallel, und sie werden von der zweiten Linse wieder in deren Brennpunkte vereinigt. Auf diese Weise ist daher der Gang der Lichtstrahlen in beiden Objectiven derselbe, als entwürfen sie ein Bild eines unendlich entfernten Gegenstandes. Das erste Objectiv n hat in meinem Instrumente 6 Zoll Brennweite, das zweite m 16 Zoll. Das Fernrohr ist auf einer senkrechten Axe befestigt, die sich in einer entsprechenden Hülse drehen, sowie auch auf- und abschieben lässt. Am oberen Ende der Axe befindet sich ein Charniergelenk p, um das Fernrohr gegen die Horizontale neigen zu können.

Die Art der Berechnung ist nun folgende. Es sei in Fig. 31 $A_1A_1A_2A_2$ die Glasplatte, a_1c_1 der einfallende, c_1c_2 der gebrochene, c_2a_2 der ausgetretene Strahl; $b_1c_1d_2$ das erste, $b_2c_2d_1$ das zweite Einfallsloth. Der Einfallswinkel $b_1c_1a_1$, welcher dem Winkel $b_2c_2a_2$ offenbar gleich ist, werde mit α, der Brechungswinkel $d_2c_1c_2$, welcher gleich ist $c_1c_2d_1$, mit β bezeichnet, und die Dicke der Platte mit h. Wird der Strahl a_2c_2 rückwärts verlängert, so scheint der leuchtende Punkt a_1 in dieser Linie zu liegen. Fällt man von a_1 ein Loth a_1f auf die Ver- 9
längerung von a_2c_2, dessen Länge wir x nennen können, so ist

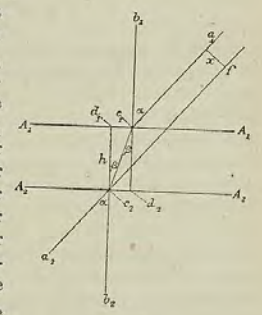


Fig. 31.

dies x die scheinbare seitliche Verschiebung des leuchtenden Punktes. Es ist:

$$x = c_1 c_2 . \sin \angle c_1 c_2 f,$$
$$c_1 c_2 = \frac{h}{\cos \beta},$$
$$\angle c_1 c_2 f = \angle d_1 c_2 f - \angle d_1 c_2 c_1,$$
$$= \alpha - \beta;$$

also

$$x = h . \frac{\sin (\alpha - \beta)}{\cos \beta}.$$

Wenn der Winkel α gegeben ist, und n das Brechungsverhältniss der Platte gegen Luft ist, findet man β durch die Gleichung:

$$\sin \alpha = n \sin \beta.$$

Mit Hülfe von β kann man dann x berechnen. Benutzt man zwei drehbare Platten, wie in dem Instrumente, welches ich beschrieben habe, geschieht, so ist die Entfernung E zweier beobachteten Punkte, deren Bilder man auf einander gestellt hat, doppelt so gross als x, also:

$$E = 2h \frac{\sin (\alpha - \beta)}{\cos \beta}. \qquad (1)$$

10 Für die Rechnung braucht man die Werthe von n und h für die Platte. Hat man keine Gelegenheit, dieselben in anderer Weise zu bestimmen, so kann man sie auch mittels des Instruments selbst finden, indem man einen genauen Maasstab als Object aufstellt und die Winkel beobachtet, um welche die Glasplatten gedreht werden müssen, um jeden Theilstrich des Maasstabes auf den nachfolgenden, oder den zweiten, oder den dritten u. s. w. einzustellen. Man erhält dadurch eine Reihe zusammengehöriger Werthe von d und E. Aus je zweien derselben kann man mit Hülfe der Gleichung (1) sowohl h als n finden. Für letzteres giebt die Elimination von h allerdings eine Gleichung 4. Grades. Man braucht diese aber nicht zu entwickeln, sondern kommt durch planmässiges Probiren leicht zu einem hinlänglich genauen Werthe von n. Für mein Instrument war $h = 3{,}3356$ mm und $n = 1{,}5065$.

Wenn man viel mit einem solchen Instrumente beobachten

will, ist es rathsam, sich eine Tafel für die zusammengehörigen Werthe von α und E anzulegen. Berechnung der Werthe von E für ganze Grade von 0 bis 60° genügt dazu.

Aus der Formel geht hervor, dass bei gleichem α, E immer dieselbe Grösse hat, unabhängig von der Entfernung des leuchtenden Punktes von der Platte. Dadurch unterscheidet sich das Ophthalmometer wesentlich von anderen Doppelbilder gebenden Instrumenten, z. B. dem Heliometer, dessen Objectivglas längs eines seiner Durchmesser durchschnitten ist. Das Heliometer giebt Doppelbilder, bei denen der Gesichtswinkel der Verschiebung für verschiedene Entfernungen derselbe bleibt, die lineare Grösse der Verschiebung mit der Entfernung also wächst. Will man durch ein Heliometer die absolute Grösse eines beobachteten Gegenstandes ermitteln, so muss man seine Entfernung kennen. Das würde für Messungen am Auge sehr 11
unbequem gewesen sein. Das Ophthalmometer zeigt in jeder Entfernung dieselbe lineare Verschiebung, während der Gesichtswinkel für diese Verschiebung mit der Entfernung abnimmt und endlich ganz verschwindet.

Das Instrument erlaubt nur kleine Distanzen zu messen, bis zur Grösse von etwa 4 mm oder 2 Linien. Mittels des Nonius werden $\frac{1}{10}$ Grade abgelesen, welche im Durchschnitt etwa $\frac{1}{300}$ mm entsprechen. Mittels einer leichten Veränderung kann man es aber auch geschickt machen, grössere Entfernungen zu messen. Zu dem Ende setzt man an Stelle des Deckels C am vorderen Ende des Instruments eine Concavlinse ein, deren Brennpunkt so weit vor dem Instrumente liegt als der vordere Brennpunkt der ersten achromatischen Objectivlinse m. Bei dieser Veränderung misst das Instrument die lineare Grösse der im Brennpunkte der Concavlinse entworfenen Bilder ferner Gegenstände. Da diese Bilder stark verkleinert sind, so entsprechen ihre Dimensionen viel grösseren des Gegenstandes. Entfernt man dann den gemessenen Gegenstand, bringt an seine Stelle einen Maassstab, und misst dessen Theilstriche bei derselben Einrichtung des Instruments, so erhält man die absolute Grösse des Gegenstandes. Für sehr entfernte Gegenstände wirkt das Instrument dann dem Heliometer gleich: es misst die Gesichtswinkel.

Die Grösse der Drehung der zwei Platten eines Instruments differirt gewöhnlich um einige Zehntel eines Grades; zur Rechnung ist das Mittel beider Zahlen zu nehmen. Dieselbe Stellung der Doppelbilder, welche bei einer Drehung um α Grade stattfindet, muss auch bei einer um $-\alpha$, um $180-\alpha$ und um $\alpha-180$ Grade eintreten. Um Fehler der Theilung möglichst zu beseitigen, habe ich daher in der Regel für jede Messung vier Beobachtungen bei den vier bezeichneten Stel-
12 lungen gemacht, und aus den vier Werthen von α das Mittel genommen.

Um eine grössere Genauigkeit zu erreichen, kommt viel darauf an, dass man die Orte, deren Entfernung zu messen ist, passend durch die Erleuchtung markirt. Sehr genau ist namentlich die Breite eines geraden hellen Streifens mit parallelen Rändern auf dunklem, oder eines eben solchen dunklen auf hellem Grunde zu messen. Wenn man die beiden Doppelbilder eines solchen Streifens zur Berührung bringt, zeichnet sich die kleinste Entfernung oder das kleinste Uebereinandergreifen der Bilder durch eine feine schwarze oder helle Linie ab, für deren Wahrnehmung das Auge sehr empfindlich ist; bei genauer Berührung verschwindet die Grenze beider Bilder fast ganz. Oder man kann auch den einen Ort durch einen feinen hellen Punkt, den andern durch zwei solche einander sehr nahe stehende markiren, und nun das eine Bild des ersten genau in die Mitte zwischen die zwei anderen einstellen. Auf die grosse Genauigkeit, welche diese Art der Einstellung zulässt, hat schon Bessel bei der Messung der Sternparallaxen durch das Heliometer aufmerksam gemacht.

Wenn wir das Ophthalmometer zur Messung der Hornhautkrümmung anwenden wollen, so müssen wir auf der Hornhaut das Spiegelbild eines äusseren Objects von bekannter Grösse und Entfernung erzeugen. Die Grösse dieses Spiegelbildes ist zunächst durch das Ophthalmometer zu messen. Die Entfernung des gespiegelten Objects vom beobachteten Auge muss so gross sein, dass die kleinen Schwankungen in der Stellung dieses Organs dagegen vernachlässigt werden können.

Die Anordnung des hierher gehörigen Apparates ist in 13
Fig. 32 im Grundrisse dargestellt. Der Beobachtete sitzt an einem Tische GG; die Lage seines Auges ist so weit als nöthig dadurch gesichert, dass er durch eine Oeffnung von etwa 1 Zoll Durchmesser des vor ihm stehenden Pappschirms SS zu blicken angewiesen ist. Das beobachtete Auge ist in der Figur mit O bezeichnet. Sechs bis acht Fuss davon entfernt, und etwa 1 Zoll niedriger als das Auge, ist ein in Centimeter getheilter Maasstab AB horizontal angebracht.

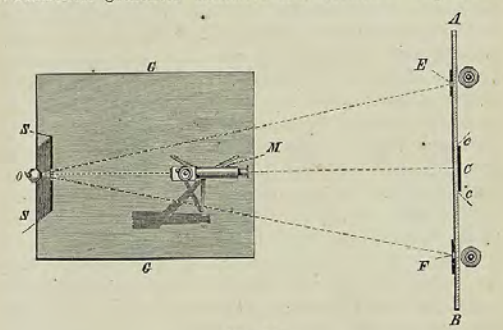


Fig. 32.

Den Fusspunkt C des von O auf AB gefällten Lothes ermittelt man leicht dadurch hinreichend genau, dass man an die hintere Seite des Maasstabes einen Glasspiegel cc anlegt, dessen Ebene dabei also der Linie AB parallel wird, und bemerkt, über welchem Theilstriche C des Maasstabes das Auge O sich selbst gespiegelt sieht. Nun misst man von C aus nach beiden Seiten hin zwei gleiche Entfernungen CE und CF ab, jede ungefähr gleich $\frac{1}{4}\,OC$, und bringt an der Vorderseite des Maasstabes Pappschirme an, von denen der eine eine runde Oeffnung, der andere zwei solche übereinander enthält. 14
Die beiden durch die Mittelpunkte dieser Oeffnungen gehenden Verticallinien müssen den Theilstrichen E und F entsprechen. Hinter den Schirmen werden Lampen angebracht, deren Licht

durch die Oeffnungen auf das Auge O fällt. Die Linie EF, deren eines Ende somit durch einen lichten Punkt, das andere durch zwei bezeichnet wird, ist das Object, dessen Spiegelbild in der Hornhaut gemessen werden soll. Um nun noch die Stellung des Ophthalmometers M zu bestimmen, bringt man an den Theilstrich C einen durch ein Gewicht gespannten Faden, visirt an diesem vorbei nach der Mitte der Oeffnung des Schirmes S, durch welche das Auge O sieht, und lässt, sodass sie vom Faden gedeckt wird, auf der Tischplatte eine Linie ziehen, auf welcher der Mittelpunkt des Fusses des Ophthalmometers sich befinden muss. Hat man das Ophthalmometer fest aufgestellt, auf das Auge O gerichtet und für dasselbe eingestellt, so bemerkt man jede Verschiebung des Auges senkrecht gegen die Axe des Fernrohres daran, dass es im Gesichtsfelde die Mitte des Fadenkreuzes verlässt, und kann seine Stellung verbessern lassen. Ausserdem kann sich das Auge auch nicht viel in Richtung der Gesichtslinie des Beobachters nähern oder entfernen, ohne dass sein Bild undeutlich wird. So ist die Stellung des Auges bis auf wenige Linien gesichert, und zugleich lässt sich die Stellung, welche es hatte, nach beendeter Beobachtung leicht ermitteln, indem man irgend einen Körper aufstellt, der in der Mitte des Gesichtsfeldes des Fernrohres deutlich erscheint. Ein solcher muss alsdann auch an dem früheren Orte des Auges stehen, und von ihm aus können die Entfernungen des Auges von der Scale und anderen Punkten mit Bequemlichkeit abgemessen werden.

Die Richtung des Auges kann sehr gut gesichert werden,
15 wenn man ihm einen bestimmten Gesichtspunkt anweist, und indem man die Lage dieses Punktes ändert, kann man auch Drehungen des Auges um genau messbare Winkel hervorbringen.

Will man nur den Krümmungsradius der Hornhaut für ihre Mitte kennen lernen, so lässt man das Auge O nach der Mittellinie des Ophthalmometers sehen, zu welchem Ende man in der vorderen Oeffnung des Instrumentes ein Kreuz von zwei feinen weissen Fäden anbringen kann. Bezeichnet man die Länge EF mit b, die Grösse ihres Spiegelbildchens in der

Hornhaut mit β, und die Länge CO mit a, so ist der Krümmungsradius r jetzt nahehin:

$$r = \frac{2a\beta}{b} \qquad (2)$$

wenn man nämlich sowohl r gegen a, als auch den Unterschied der Tangente und des Sinus des Winkels $\frac{1}{2}\,EOC$ vernachlässigt. Erlaubt man sich das letztere nicht, so ist die genauere Formel:

$$r = \frac{\beta}{2 \sin\left[\frac{1}{2}\,\text{arc. tang.}\left(\frac{b}{2a}\right)\right]} \qquad (2a)$$

welcher letztere Werth von r bei den oben angegebenen Dimensionen des Apparates etwa um $\frac{1}{2}$ Proc. von dem der ersten Formel abweicht.

Die Richtigkeit jener ersten abgekürzten Formel leuchtet leicht ein aus den bekannten katoptrischen Gesetzen. Die Brennweite eines convexen Spiegels ist gleich dem halben Radius, also $\frac{1}{2}r$. Das Bild eines weit entfernten Gegenstandes liegt nicht merklich vom Hauptbrennpunkte des Spiegels entfernt, und die Grösse des Objects und seines Bildes verhalten sich zu einander wie ihre Entfernungen von der Kugelfläche. Also:

$$b : \beta = a : \tfrac{1}{2}r,$$

woraus sich unmittelbar der angegebene Werth von r ergiebt.

Kann man die Theile des Apparates ein für alle Mal fest 16
aufstellen, so ist die Messung der Hornhautkrümmungen verschiedener Augen ausserordentlich leicht und schnell zu vollziehen. Man braucht nur eine Beobachtung durch das Ophthalmometer, für den abgelesenen Winkel aus der Tabelle den Werth von β zu entnehmen, und ihn mit dem constanten Factor:

$$\frac{2a}{b} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{2 \sin\left[\frac{1}{2}\,\text{arc. tang.}\left(\frac{b}{2a}\right)\right]}$$

zu multipliciren. Noch bequemer wird es natürlich, wenn man sich gleich eine Tabelle berechnet für die den abgelesenen Winkelgraden entsprechenden Hornhautkrümmungen.

Ich halte es für wahrscheinlich, dass solche Messungen, an erkrankten Augen angestellt, interessante Resultate liefern könnten. Ich habe nämlich gefunden, dass die Hornhautkrümmung, abgesehen von individuellen Verschiedenheiten, von dem Drucke der Flüssigkeiten im Auge abhängt, sodass der Krümmungsradius der Hornhaut desto grösser wird, je grösser der Druck ist.

An den Augen von Leichen findet man in der Regel die Hornhaut gewölbter, ihren Radius also kleiner als bei Lebenden. Fügt man in den hinteren Theil der Sclerotica mittels des von Spengler[1]) zur Einfügung des Hämadynamometers in Arterien erfundenen Hahnes eine rechtwinklig gebogene Glasröhre ein, deren einer längerer Schenkel vertical steht und mit Wasser gefüllt wird, so findet man, dass die Hornhaut desto flacher wird, je grösser der Druck. Die Erklärung davon ist leicht. Je stärker der Druck, desto mehr strebt
17 sich der Augapfel einer Kugel zu nähern, derjenigen Körperform, welche von allen mit gleicher Oberfläche den grössten Inhalt hat. Dadurch wird namentlich der einspringende Winkel, welchen Cornea und Sclerotica an ihrer Grenze bilden, hervorgedrängt werden müssen, und die Cornea, welche einen kleineren Radius als die Kugel hat, der sich der Augapfel zu nähern strebt, flacher werden. Es lässt sich daher erwarten, dass in allen Krankheiten des Auges, welche mit einer Veränderung des Druckes der Augenflüssigkeiten verbunden sind, sich diese Veränderungen an der Hornhaut verrathen werden, auch selbst dann, wenn der zufühlende Finger sie noch nicht erkennen kann.

Umständlicher ist die Bestimmung der Ellipticität der Hornhaut. Wenn ich, wie Senff gethan hat, die äussere Hornhautfläche im Folgenden als ein Stück eines Ellipsoids betrachte, so möchte ich dies nur in dem Sinne thun, dass jedes kürzere Stück einer Curve im allgemeinen viel näher durch einen elliptischen als durch einen Kreisbogen ausgedrückt

1) J. Müller's Archiv für Anat. u. Physiol. 1844. S. 49.

werden kann, und bei der Hornhaut der Ausdruck ihrer Form durch ein Ellipsoid vorläufig eine hinreichend grosse Annäherung giebt. Auf einer Kugelfläche ist der Krümmungsradius überall constant, auf einem Ellipsoid veränderlich. So ist er denn auch am Rande der Hornhaut grösser als in ihrer Mitte. Kennt man die Werthe des Krümmungsradius an verschiedenen Stellen eines Ellipsoids, so kann man daraus dessen Axen und Excentricität berechnen. Die Messung des Krümmungsradius an verschiedenen Stellen der Hornhaut kann ganz so ausgeführt werden, wie ich eben beschrieben habe. Streng richtig ist die Methode allerdings nur für den Fall, dass das gemessene Spiegelbildchen verschwindend klein gegen den Krümmungsradius ist, was bei den gegebenen Dimensionen des Apparats eigentlich nicht der Fall ist. Indessen da die 18
Abweichung des kleinen Scheitelabschnitts eines Ellipsoids, den die Hornhaut bildet, von einer Kugel überhaupt gering ist, so ist die begangene Ungenauigkeit, wie ich mich überzeugt habe, von keinem in Betracht kommenden Einflusse.

Die Form der Hornhaut entspricht nahehin einem Ellipsoid, welches durch Umdrehung einer Ellipse um ihre grössere Axe erzeugt ist. Der Scheitel des Ellipsoids entspricht, wie sich im Folgenden zeigen wird, ungefähr der Mitte der Hornhaut, weicht aber merklich von der Gesichtslinie ab, welche bei allen von mir untersuchten Individuen vom Scheitel aus nach der Nasenseite hin liegt.

Die Beobachtungen werden nun ganz so angestellt, wie ich es für die Bestimmung des Krümmungsradius der Hornhaut in der Gesichtslinie beschrieben habe; nur weist man dem beobachteten Auge nach einander verschiedene Fixationspunkte an, und wiederholt für alle diese die Messung. Der erste Fixationspunkt möge wieder in der Axe des Fernrohrs liegen; der zugehörige berechnete Werth des Krümmungsradius der Hornhaut sei ϱ_0. Die beiden andern wähle man auf der Scale gleich weit nach rechts und nach links von dem Punkte C, in gleicher Höhe mit dem Lichtzeichen, etwa bei A und B. Für die Richtung der Gesichtslinie nach A sei gefunden der Werth des Krümmungsradius ϱ_1, für B der Werth ϱ_2. Nun folgt aus den geometrischen Eigenschaften der Ellipse, dass der Krüm-

mungsradius ϱ eines beliebigen Punktes durch folgende Gleichung gegeben ist, worin ω den Winkel zwischen dem Krümmungsradius und der grossen Axe, a die halbe grosse Axe, ε die Excentricität (d. h. Abstand der Brennpunkte, dividirt durch die grosse Axe) bezeichnet.

$$\varrho = \frac{a(1-\varepsilon^2)}{\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\omega}^3} \qquad (3)$$

Bei unseren Versuchen muss der Krümmungsradius der spiegelnden Stelle der Hornhaut immer der Axe des Fernrohrs parallel sein, weil die Mitte C des gespiegelten Objects EF in der Fernrohraxe liegt, und daher die spiegelnde Stelle senkrecht gegen die Fernrohraxe stehen muss. Der Winkel ω zwischen dem Krümmungsradius und der Axe des Ellipsoids ist also derselbe wie der zwischen der Axe des Fernrohrs und der Axe des Ellipsoids. Bei der ersten Beobachtung, wo die Gesichtslinie des beobachteten Auges in die Axe des Fernrohrs fällt, ist der Winkel ω gleich dem noch unbekannten Winkel zwischen der Gesichtslinie und der Axe des Ellipsoids, den wir α nennen und positiv rechnen wollen, wenn die Axe des Ellipsoids auf derselben Seite der Linie CO liegt wie der Punkt A, negativ, wenn sie auf der Seite von B liegt. Bei der zweiten Beobachtung ist die Gesichtslinie nach A gerichtet, und setzen wir:

$$\angle EOC = \angle FOC = \varphi,$$

so wird ω jetzt gleich $(\alpha+\varphi)$. Wenn bei der dritten Beobachtung die Gesichtslinie nach B gekehrt ist, wird ω gleich $(\alpha-\varphi)$. Setzen wir also die drei Paare zusammengehöriger Werthe von ϱ und ω in die Gleichung (3), so erhalten wir folgende drei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}\varrho_0 &= \frac{a(1-\varepsilon^2)}{\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2\alpha}^3}\\ \varrho_1 &= \frac{a(1-\varepsilon^2)}{\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2(\alpha+\varphi)}^3}\\ \varrho_2 &= \frac{a(1-\varepsilon^2)}{\sqrt{1-\varepsilon^2\sin^2(\alpha-\varphi)}^3}\end{aligned}\right\} \qquad (3a)$$

Aus diesen drei Gleichungen lässt sich zunächst a eliminiren. Wenn man sie gleichzeitig auf die zweite Potenz erhebt, und die dritte Wurzel auszieht, bekommt man folgende zwei andere Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}\varrho_0^{\frac{2}{3}} - \varrho_1^{\frac{2}{3}} &= \varepsilon^2\left[\varrho_0^{\frac{2}{3}}\sin^2\alpha - \varrho_1^{\frac{2}{3}}\sin^2(\alpha+\varphi)\right]\\ \varrho_0^{\frac{2}{3}} - \varrho_2^{\frac{2}{3}} &= \varepsilon^2\left[\varrho_0^{\frac{2}{3}}\sin^2\alpha - \varrho_1^{\frac{2}{3}}\sin^2(\alpha-\varphi)\right]\end{aligned}\right\} \qquad (3b)$$

Aus diesen endlich bekommt man nach Elimination von ε^2 die Gleichung:

$$\left.\text{tang}.(2\alpha) = \text{tang}.\varphi.\frac{(\varrho_0\varrho_2)^{\frac{2}{3}} - (\varrho_0\varrho_1)^{\frac{2}{3}}}{(\varrho_0\varrho_1)^{\frac{2}{3}} + (\varrho_0\varrho_2)^{\frac{2}{3}} - 2(\varrho_1\varrho_2)^{\frac{2}{3}}}\right\} \qquad (3c)$$

Aus dieser letzten ist α zu finden, wenn man α hat, aus einer der Gleichungen (3b) auch ε, und dann schliesslich aus einer der Gleichungen (3a) die halbe Axe a. Die halbe kleine Axe der Ellipse b ist gegeben durch die Gleichung:

$$b = a\sqrt{1-\varepsilon^2}$$

und der Krümmungsradius im Scheitel der Ellipse:

$$\varrho = a(1-\varepsilon^2) = \frac{b^2}{a}.$$

Es ist bei dieser Berechnungsmethode wieder die Grösse der gespiegelten Bildchen gegen die Axen der Ellipsen vernachlässigt worden, denn nur wenn man das thut, kann man unmittelbar aus der Grösse der Bildchen den Krümmungsradius der spiegelnden Stelle berechnen. Will man die Grösse der Bildchen nicht vernachlässigen, so wird die Rechnung ausserordentlich weitläuftig, während ihre Ergebnisse sich nur ganz unerheblich von denen der hier angegebenen Formeln unterscheiden. Die Resultate meiner Messungen, welche ich weiter unten zusammengestellt habe, sind auf diesem genaueren Wege gewonnen. Uebrigens ist es immer nothwendig die Rechnung zuerst nach den einfachen Formeln zu führen, die ich oben aufgestellt habe, um zuerst genäherte Werthe der gesuchten Grössen zu erhalten, da sich die genaueren Formeln nicht arithmetisch nach den Unbekannten auflösen lassen, und daher deren Werthe nur durch approximative Rechnungen zu finden sind.

In dieser Weise habe ich nun für den horizontalen Durchschnitt der Hornhaut folgende Werthe für die drei untersuchten Augen gefunden. Es ist a die halbe grosse, b die halbe kleine Axe der Ellipse, ϱ der Krümmungshalbmesser im Scheitel, ε die Excentricität, α der Winkel, den die Gesichtslinie nach der Nasenseite zu mit der grossen Axe der Ellipse bildet. Die Längenmaasse sind Millimeter.

	ϱ	ε^2	a	b	α
O. H.	7,338	0,4367	13,027	9,777	4° 19′
B. P.	7,646	0,2430	10,100	8,788	6° 43′
J. H.	8,154	0,3037	11,711	9,772	7° 35′

Die Messungen von Senff[1]) haben ähnliche Resultate gegeben. Er giebt für das rechte und linke Auge einer Person in horizontalem und verticalem Durchschnitt folgende Maasse, nach Millimetern berechnet.

	ϱ	ε^2	a	b	α
Rechtes A. Vert.	7,796	0,1753	9,452	8,583	3° 6′
Rechtes A. Horiz.	7,794	0,2531	10,435	9,019	2° 9′
Linkes A. Vert.	7,746	0,4492	11,243	8,344	1° 6′

Den Winkel α nennt Senff den Winkel zwischen dem Scheitel der Ellipse und dem Endpunkte der Augenaxe. Jener
22 liegt von diesem in den verticalen Durchschnitten nach unten, in den horizontalen nach aussen. Wahrscheinlich versteht er unter der optischen Axe die Gesichtslinie, vielleicht aber auch eine durch die Mitte der Hornhaut und Iris gelegte Linie. Ersteres scheint wahrscheinlicher, dann würde der Winkel mit dem Winkel α meiner Messungen identisch sein. Der von Senff gemessene Horizontaldurchschnitt stimmt, wie man sieht, mit dem von mir gemessenen des Auges B. P. ziemlich überein.

Es bleibt noch übrig die Lage des Randes der Hornhaut gegen den Scheitel der Ellipse und die Gesichtslinie zu be-

1) R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie. Art.: Sehen von Volkmann. Bd. III. S. 290.

stimmen. Ich brauchte dazu das Ophthalmometer mit dem Concavglase an seinem vorderen Ende, brachte dicht unter diesem Glase ein kleines Licht reflectirendes Spiegelchen an, dessen Spiegelbild als ein helles Pünktchen auf der Hornhaut erschien. Da das Licht hier in derselben Richtung in das Auge fiel, als das Fernrohr hineinsah, musste das Spiegelbild auf derjenigen Stelle der Hornhaut erscheinen, welche senkrecht gegen die Fernrohraxe war. Nun wurden die ebenen Glasplatten des Ophthalmometers gedreht, sodass sich die Bilder der Hornhaut und des hellen Pünktchens darauf verdoppeln. Zugleich verschob ich den Körper, auf dem das beobachtete Auge seinen Gesichtspunkt hatte, so, dass es möglich wurde, jedes der beiden Bilder des hellen Pünktchens mit einem Bilde eines der entgegengesetzten Ränder der Hornhaut zusammenfallen zu lassen. Die Einstellung war gut auszuführen, da das Spiegelbildchen nahehin in der Ebene der Hornhautbasis liegt, und deshalb mit dieser zugleich deutlich im Fernrohre erscheint. Es wurde endlich durch passende Abmessungen der Winkel β bestimmt, den die optische Axe des Fernrohrs mit der Gesichtslinie des beobachteten Auges bei der gedachten Einstellung gemacht hatte, und dieser fand sich nahe gleich dem Winkel α zwischen der Gesichtslinie und der grossen Axe der Ellipse. Zur Vergleichung setze ich beide Winkel für die drei 23
gemessenen Augen neben einander.

	β	α	Differenz
O. H.	4° 51′	4° 19′	+ 32′
B. P.	6° 21′	6° 43′	− 22′
J. H.	7° 9′	7° 35′	− 24′

Die spiegelnde Stelle der Hornhaut war also der Scheitel der Ellipse, das Spiegelbild lag in der grossen Axe, und da sich durch dieselbe Drehung der Glasplatten gleichzeitig beide Hornhauträndern mit dem Spiegelbildchen zum Decken bringen liessen, so müssen beide gleich entfernt von der Axe sein, folglich muss die Basis der Hornhaut eine auf der grossen Axe der Ellipse senkrechte Ebene sein, und der Mittelpunkt der Hornhaut mit dem Scheitel

der Ellipse zusammenfallen. Die kleinen Differenzen zwischen den Winkeln α und β können dabei vernachlässigt werden, da auch die grösste Winkelabweichung 32′, längs der Fläche der Hornhaut gemessen, nur 0,07 mm beträgt.

Aus dem Winkel, um den wir bei dem angegebenen Versuche die Glasplatten abgelenkt haben, können wir auch sogleich noch den horizontalen Durchmesser der Hornhautbasis berechnen, und aus diesem und den Axen der Ellipsen den Abstand ihres Scheitels von der Basis. Diese Grössen finden sich, wie folgt, in Millimetern.

Auge	Durchmesser der Basis	Abstand des Scheitels von der Basis.
O. H.	11,640	2,560
B. P.	11,640	2,531
J. H.	12,092	2,511

24 Die Grösse und Lage der optischen Bilder, welche die Hornhaut entwirft, hängt nur von dem Krümmungsradius ihres Scheitels ab, dessen Grösse auch unter den Bestimmungsstücken des Ellipsoids bei verschiedenen Individuen am wenigsten zu schwanken scheint. Die Excentricität dagegen variirt so beträchtlich, dass man ihr wohl kaum einen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit des Sehens wird zuschreiben können. Allerdings ist ein Ellipsoid vom Brechungsvermögen n aplanatisch für Lichtstrahlen, die seiner grossen Axe parallel einfallen, wenn:

$$\varepsilon = \frac{1}{n}.$$

Es werden dann alle einfallenden Strahlen genau in dem hinteren Brennpunkte des Ellipsoids vereinigt. Der von Brewster bestimmte Brechungscoefficient der Hornhaut würde geben:

$$\varepsilon^2 = 0{,}5206,$$

ein Werth, der grösser ist als alle bei den untersuchten Augen gefundenen Werthe von ε^2.

Dem Auge näher liegende leuchtende Punkte würden noch höhere Werthe der Excentricität verlangen, wenn man den für die Vereinigung der Strahlen vortheilhaftesten Kegelschnitt suchen wollte. Wird die Excentricität gleich 1, wie es für eine gewisse Entfernung des leuchtenden Punktes vom Auge geschehen müsste, so verwandelt sich die Curve in eine Parabel; wird sie grösser als 1, in eine Hyperbel.

Die beschriebene Methode würde natürlich auch fähig sein jede geringste Krümmungsänderung der Hornhaut bei der Accommodation des Auges zu verrathen, indessen habe ich, ebenso wenig wie Senff und Cramer, eine solche Aenderung finden können.

Innere Fläche der Hornhaut. 25

Um die Brechung der Lichtstrahlen für ihren Uebergang aus Luft in wässrige Feuchtigkeit und zurück berechnen zu können, wozu wir im Folgenden oft genöthigt sein werden, müsste man streng genommen auch die Form der hinteren Fläche der Hornhaut bestimmen können, was mir aber bisher noch nicht gelungen ist. Indessen können meine Versuche doch dazu dienen die Richtigkeit der Annahme zu bestätigen, welche bisher von den meisten Optikern, die die Brennweite der Hornhaut zu berechnen suchten, gemacht worden ist, der Annahme nämlich, dass die Strahlen in der Hornhaut nicht merklich anders gebrochen werden, als wenn die wässrige Feuchtigkeit bis an die vordere Fläche der Hornhaut reichte.

Ueber die Form der inneren Fläche der Hornhaut hat Krause[1]) einige Angaben gemacht. Er hat an einer durchschnittenen Hornhaut ein System rechtwinkeliger Coordinaten gemessen. Während er die vordere Fläche für einen Kreis erklärt, hält er die hintere für eine Parabel. Brücke hat schon darauf aufmerksam gemacht, dass diese Messungen wenig Vertrauen verdienen, weil sie an durchschnittenen, also nicht mehr von innen gespannten Augen angestellt sind, und dass Krause's eigene Zahlen nicht besonders zu seinen An-

1) Meckel's Archiv für Anat. und Phys. 1832. p. 113. — Poggendorff's Annalen. Bd. 31, S. 93 und Bd. 39, S. 529.

gaben passen. Das einzige Mittel an lebenden Augen die Form dieser Fläche zu bestimmen, erschien die Messung der Grösse ihrer Spiegelbildchen zu sein. Ich habe mir deshalb viel Mühe gegeben, die Spiegelung dieser Fläche zu sehen, welche offenbar ebenso gut Licht reflectiren muss wie die vordere und hintere Fläche der Linse, indessen ist es mir
26 nicht gelungen. Da die Stärke des Reflexes von dem Unterschiede in dem Brechungsvermögen der beiden Mittel abhängt, deren Grenzfläche reflectirt, so ist der Reflex an der vorderen Fläche der Hornhaut so viel stärker als der der hinteren Fläche, dass es nicht überraschen darf, wenn man den letzteren nicht sehen kann, so oft beide Reflexe sehr nahe neben einander erscheinen. Indessen scheint aus der Unsichtbarkeit dieses Reflexes doch zu folgen, dass die beiden Flächen der Hornhaut überall nahehin parallel sein müssen; denn wäre dies nicht der Fall, so würde der schwache Reflex der hinteren Fläche sich hinreichend weit von dem stärkeren der vorderen Fläche entfernen können, um gesehen zu werden. Es gelang mir auch nicht mit Hülfe polarisirender Apparate. Wenn nämlich gewöhnliches Licht unter einem gewissen Winkel, dem Polarisationswinkel, auf die vordere Hornhautfläche fällt, wird vollständig polarisirtes Licht zurückgeworfen, welches, wenn man durch ein Nicol'sches Prisma blickt, bei einer gewissen Stellung desselben vollständig verlöscht werden kann. Da aber der Polarisationswinkel von den Brechungsverhältnissen der beiden Mittel abhängt, so ist er an der hinteren Hornhautfläche ein anderer als an der vorderen, und es kann also nicht gleichzeitig von beiden Flächen vollständig polarisirtes Licht zurückgeworfen werden. Wenn also das Nicolsche Prisma den vorderen Reflex vollständig verlöscht, müsste ein Theil des hinteren stehen bleiben. Indessen gelang es mir auch auf diese Weise nicht beide Reflexe zu trennen, da der hintere dabei doch auch wohl zu sehr geschwächt wurde, um sichtbar zu bleiben. Uebrigens verschwindet der vordere Hornhautreflex durch Polarisation niemals vollständig; wahrscheinlich deshalb, weil sich über der vorderen Fläche der Knorpelsubstanz stets noch eine Thränenschicht befindet, welche eine andere Brechbarkeit hat.

Da die Versuche an Lebenden ganz fehlschlugen, habe ich einige Versuche an Hornhäuten frischer Leichen ange- 27
stellt. Wenn man auch am todten Auge die Form der Curven der vorderen und hinteren Fläche nicht mehr mit Sicherheit ermitteln kann, so kann man doch die Dicke der Hornhaut an verschiedenen Stellen messen, und da man die vordere Curve kennt, daraus Schlüsse auf die hintere machen. Ich durchschnitt also die Hornhäute menschlicher Augen meist 24 Stunden nach dem Tode nach einem ihrer Durchmesser und möglichst senkrecht gegen ihre Oberfläche, legte dann eine Hälfte davon auf das kugelige untere Ende eines Reagensgläschen, welches ich mir dazu ausgesucht hatte, und welches nahehin dieselbe Krümmung wie eine menschliche Hornhaut hatte. So war also die Hornhaut nahehin in die Form gebracht, welche sie im lebenden Auge hat, und es liess sich annehmen, dass die Dicke ihrer verschiedenen Theile dadurch nicht wesentlich verändert sein würde. Nun konnte mittels des Ophthalmometers die Dicke der Haut an verschiedenen Theilen gemessen werden. Es ergab sich, dass in ihren beiden mittleren Vierteln ihre Dicke sich fast gar nicht veränderte, erst gegen den Rand hin nahm sie ziemlich schnell zu. Die Werthe waren in Millimetern bei einem solchen Versuche:

in der Mitte	1,37
gleichweit von Mitte und Rande	1,39
am Rande	1,55

Wäre die äussere Hornhautfläche ein Kugelstück, so würde die innere einer concentrischen Kugel angehören müssen, wenn die Membran überall die gleiche Dicke haben sollte. Für den mittelsten Theil der Hornhaut können wir das annehmen und daraus schliessen, dass in ihrem Scheitel die Krümmungsmittelpunkte der äusseren und inneren Fläche nahehin zusammenfallen. Nehmen wir den Radius der vorderen Fläche zu 8 mm, die Dicke der Hornhaut zu 1,3 mm, 28
ihr Brechungsvermögen nach Brewster's Bestimmung gleich 1,386, ihre innere Fläche der äusseren concentrisch, so würde ihre Brennweite in Wasser oder wässriger Feuchtigkeit positiv und etwa 1,1 m gross sein.

Ausserdem habe ich die Lichtbrechung in ausgeschnittenen Hornhäuten untersucht, um zu bestimmen, ob sie sich wie Concav- oder Convexlinsen, oder wie Uhrgläser verhielten. Es wurde ein Messingschirm mit einem schmalen rechtwinkligen Ausschnitte aufgestellt, durch welchen Licht fiel, davor ein Wassergefäss mit parallelen Glaswänden. Mit dem Ophthalmometer sah ich durch das Wassergefäss nach dem hellen Ausschnitte hin und brachte zwei gegenüberliegende Ränder desselben zum Decken. Dann brachte ich die Hornhaut in das Wasser, sodass ich den Spalt durch sie hindurch erblickte. Aber die Einschaltung der Hornhaut brachte keine Veränderung in der scheinbaren Breite des Spaltes hervor, wie sie gemusst hätte, wenn die Membran als Concav- oder Convexlinse wirkte. Indessen ist allerdings zu erwähnen, dass ausgeschnittene Hornhäute todter Augen keine guten optischen Bilder geben, in der Luft sogar so schlechte, dass man überhaupt wenig erkennen kann. Legt man sie dagegen in Wasser, wodurch die Unregelmässigkeiten ihrer Oberfläche unschädlich gemacht werden, so kann man ziemlich gut hindurchsehen, sogar mit dem vergrössernden Fernrohre des Ophthalmometers, und die Grenzen des optischen Bildes deutlich erkennen, wenn auch wegen beginnender Trübung der Membran rings um dasselbe ein weisslicher Schein entsteht.

Man kann ohne Aenderung der Brechung an jeder Stelle eines brechenden Systems eine unendlich dünne von parallelen Flächen begrenzte Schicht eines beliebigen brechenden Mittels
29 eingeschoben denken, z. B. eine unendlich dünne Schicht wässriger Feuchtigkeit an der vorderen Hornhautfläche. Eine ähnliche Schicht existirt in der That an dieser Stelle in Gestalt der die Hornhaut befeuchtenden Thränenflüssigkeit. Beim Uebergange der Lichtstrahlen von der wässrigen Feuchtigkeit dieser hypothetischen Schicht durch die Hornhaut zu der Feuchtigkeit der vorderen Kammer können wir nach dem Ergebniss der beschriebenen Versuche die Hornhaut ganz unberücksichtigt lassen. Daraus geht hervor, dass für die Berechnung der Brechung im Auge ohne Schaden die Annahme gemacht werden kann, dass die wässrige Feuchtigkeit bis zur vorderen Fläche der Hornhaut reiche, wie es auch Listing gethan hat.

Das Brechungsvermögen der wässrigen Feuchtigkeit ist von Brewster gefunden worden 1,3366, von mir mittels des Ophthalmometers nach einer Methode, deren Beschreibung ich bei einer anderen Gelegenheit geben werde, gleich 1,3365. Somit haben wir alle Data, um die Brennweite der Hornhaut zu berechnen. Für parallele Strahlen, welche aus der Luft in das Auge eintreten, ist die Entfernung des Brennpunktes von der brechenden Fläche:

$$F_2 = \frac{n \cdot R}{n-1},$$

wo R der Krümmungsradius des Scheitels der Hornhaut, und n das Brechungsverhältniss zwischen wässriger Feuchtigkeit und Luft ist. Für Strahlen, die parallel aus der wässrigen Feuchtigkeit kommen und in der Luft sich vereinigen, ist die Brennweite:

$$F_1 = \frac{R}{n-1}.$$

Für die drei Augen, deren Hornhäute wir gemessen haben, ergeben sich danach folgende Brennweiten:

	In Luft F_1	In wässriger Feuchtigkeit F_2
O. H.	21,800	29,139
B. P.	22,715	30,361
J. H.	24,225	32,379

Entfernung der Linse von der Hornhaut. Die Entfernung der vorderen Fläche der Linse von der Hornhaut können wir mit Hülfe der Iris bestimmen. Davon, dass der Pupillarrand dieses Organs dicht an der Linse liegt, kann man sich jeden Augenblick am lebenden Auge überzeugen. Wenn man nämlich das Licht einer Lampe, durch ein grosses Brennglas concentrirt, von der Seite her auf die Pupille eines Anderen fallen lässt, sodass die Substanz der Linse in den Brennpunkt kommt, so sieht man diese Substanz selbst schwach nebelgrau erleuchtet. Die Linse ist aus Fasern zusammengesetzt, an deren Grenzen immer ein kleiner Theil des durch-

gehenden Lichtes reflectirt werden muss; nur ist unter gewöhnlichen Umständen das reflectirte Licht zu schwach, um bemerkt zu werden. Wenn aber die Linse vor dem dunklen Hintergrunde des Auges scharf beleuchtet wird, so bemerkt man das in ihrer Substanz unregelmässig zurückgeworfene Licht und sieht also ihre Substanz selbst. Dabei erkennt man leicht, dass sie bis dicht an die Iris reicht. Letztere wirft keinen Schlagschatten auf die Linse. Will man die starke Verengerung, welche die Pupille bei dieser Beleuchtung erleidet, vermeiden und bei weiterer Pupille untersuchen, so kann man das Sanson'sche Bildchen der vorderen Linsenfläche benutzen; auch dieses lässt sich bis dicht an den Rand der Pupille verfolgen.

Unsere Aufgabe reducirt sich also darauf, die Entfernung
31 des Pupillarrandes der Iris von der Hornhaut zu messen. Sie kann am lebenden Auge gelöst werden, wenn wir uns dabei der Bildchen bedienen, welche die Hornhaut von äusseren Gegenständen entwirft. Die Spiegelbilder entfernter, in der Hornhautaxe liegender Gegenstände liegen scheinbar hinter der Hornhaut in einem Abstande, der dem halben Krümmungshalbmesser des Scheitels gleich ist. Es genügt also, wenn wir die Entfernung des scheinbaren Ortes dieser Bildchen von der Iris kennen lernen. Die Iris selbst erscheint nun dem Beobachter wegen der Brechung der Lichtstrahlen in der Hornhaut etwas vergrössert und nach der Hornhaut hin verschoben. Dies Bild der Iris in seiner scheinbaren Grösse und Lage wollen wir die scheinbare Iris nennen. Da wir die Brennweite der Hornhaut kennen, werden wir aus der Lage und Grösse der scheinbaren Iris auch die der wahren Iris berechnen können. Um unsere Aufgabe zu lösen, werden wir also die Entfernung des Hornhautbildchens eines äusseren leuchtenden Punktes von der Ebene der scheinbaren Pupille zu bestimmen haben. Diese Entfernung ist in allen von mir untersuchten Augen sehr klein, und zwar liegt das Hornhautbildchen etwas hinter der scheinbaren Pupille.

Die Beobachtungsweise ist nun folgende: A (Fig. 33. S. 309) ist das Auge, an welchem die Messung vorgenommen werden soll; es sieht durch eine Oeffnung eines Schirmes, um seine

Lage annähernd festzustellen. In einiger Entfernung von ihm befindet sich eine horizontale Scale CD. Denkt man sich vom Auge A ein Loth auf die Scale gefällt, so befindet sich an dessen Fusspunkte B ein Schirm mit einer kleinen Oeffnung, hinter der eine Lampenflamme steht, deren Licht durch die Oeffnung auf das Auge fällt und von der Hornhaut gespiegelt wird. Bei F befindet sich ein verschiebbares Zeichen, welches als Gesichtspunkt dient. Bei G_1 und G_2 sind die Stellungen angedeutet, die man dem Ophthalmometer nach einander giebt, 32

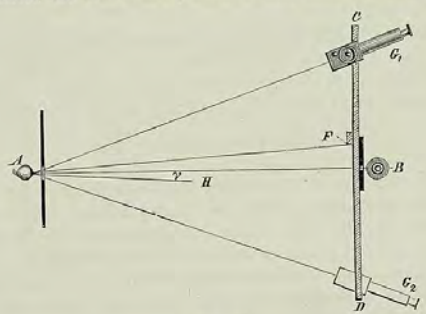


Fig. 33.

beide gleichweit von B entfernt. Um diese Stellungen der einzelnen Theile des Apparates sicher herzustellen, construirt man sich erst auf der Tischplatte die Linien AB, darauf senkrecht CD, dann AG_1 und AG_2, sodass $\angle BAG_1$ gleich dem $\angle BAG_2$ wird. Dann stellt man die Scale und das Fernrohr auf, indem man mit Lothfäden prüft, ob sie genau über den gezeichneten Linien stehen. Für die drei Füsse des Fernrohrs macht man Marken auf den Tisch, da die Stellung des Fernrohrs während des Versuches gewechselt wird. Das Auge A wird nun angewiesen, fortdauernd nach dem Zeichen F hinzusehen und allen Bewegungen desselben zu folgen. Der Beobachter, welcher zuerst von G_1 aus beobachten möge, dreht die Glasplatten des Ophthalmometers so weit, bis von den

Doppelbildern des hellen Pünktchens auf der Hornhaut das eine mit dem einen Pupillarrande zusammentrifft. Trifft dann das andere nicht gleichzeitig auf den andern Rand, so verschiebt er das Zeichen F so lange an der Scale, bis dies der
33 Fall ist, und merkt den Theilstrich der Scale, wo F steht. Bei dieser Stellung des beobachteten Auges steht also dann, vom Orte des Beobachters aus gesehen, das Hornhautbildchen perspectivisch hinter dem Mittelpunkte der Pupille. Dasselbe Verfahren wird wiederholt bei der zweiten Stellung des Ophthalmometer in G_2.

Die Rechnung wird folgendermaassen ausgeführt. Zuerst wird die Lage des Spiegelbildchens für die Stellung des Ophthalmometers in G_1 berechnet. Um den Winkel FAB zu bestimmen, misst man die Längen FB und BA. Es ist:

$$\angle FAB = \text{ang. tang}\left(\frac{FB}{AB}\right).$$

Es sei AH die Axe des Hornhautellipsoids für diese Stellung des Auges, oder, was wahrscheinlich damit meist identisch ist, die Linie, welche im Mittelpunkte der Hornhaut auf ihr senkrecht steht, und die wir Axe der Hornhaut nennen können, wenn wir die Ellipticität der Hornhaut vernachlässigen und sie als einen Kugelabschnitt betrachten, was für die vorliegende Untersuchung vollkommen ausreicht. Den Winkel HAF, zwischen der Gesichtslinie und Axe der Hornhaut, kennen wir aus den vorhergehenden Messungen. Der Winkel zwischen dem einfallenden Lichte und der Hornhautaxe ist dadurch also gegeben, wir wollen ihn mit γ bezeichnen:

$$\gamma = \angle BAH = \angle FAH - \angle BAF,$$

wenn B und H auf derselben Seite der Gesichtslinie liegen, oder:

$$\gamma = \angle BAH = \angle FAH + \angle BAF,$$

wenn sie auf verschiedenen Seiten liegen.

Es sei in Fig. 34 HAC die Axe der Hornhaut, BA die Richtung des einfallenden Lichtes, b_1 der Ort des gespiegelten Bildchens, $b_1 d$ ein Loth auf der Axe, R der schon vorher ge-
34 messene Krümmungsradius des Scheitels der Hornhaut, so ist

nach den Gesetzen der Katoptrik mit ausreichender Genauigkeit:

$$Ad = \frac{R}{2} \quad \text{und} \quad b_1 d = \tfrac{1}{2} R \,.\, \text{tang}\,\gamma.$$

Wird nun die Linie $G_1 b_1$ gezogen, welche mit AC denselben Winkel macht, wie $G_1 A$ in Fig. 33 mit HA, und die Richtung bezeichnet, in der der Beobachter durch das Ophthalmometer in das Auge hineingeblickt hat, so muss der Mittelpunkt der Pupille in dieser Linie liegen.

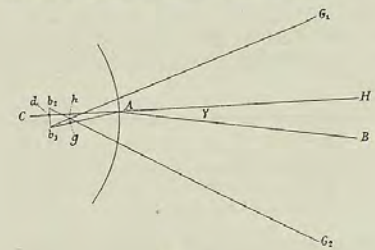


Fig. 34.

Man construire ebenso das zweite Bild b_2, und die zweite dazu gehörige Gesichtslinie des Beobachters $G_2 b_2$, so muss der Mittelpunkt der scheinbaren Pupille auch in dieser Linie liegen. Er liegt also, wo sich $G_1 b_1$ und $G_2 b_2$ schneiden, in g.

Will man den Ort von g nicht durch Construction, sondern durch Rechnung finden, so denke man das Loth gh auf AC gefällt. Wir bezeichnen Ah mit x, hg mit y und rechnen letzteres negativ, wenn es, wie in der Figur, auf derselben Seite der Axe wie G_2 liegt. Wir bezeichnen ferner die Winkel, welche die Linien $G_1 b_1$ und $G_2 b_2$ mit AC bilden, beziehlich mit α_1 und α_2, die Entfernungen $b_1 d$ und $b_2 d$ mit β_1 und β_2, so ist:
35

$$y = \frac{\beta_2 \,\text{tang}\,\alpha_1 - \beta_1 \,\text{tang}\,\alpha_2}{\text{tang}\,\alpha_1 + \text{tang}\,\alpha_2}$$

$$x = \tfrac{1}{2} R - \frac{\beta_1 + \beta_2}{\text{tang}\,\alpha_1 + \text{tang}\,\alpha_2}.$$

Hier sind x und y nur die Coordinaten des Mittelpunktes der scheinbaren Pupille, nennen wir die der wahren ξ und v, und die Brennweite der Hornhaut in Luft f_1, in wässriger Feuchtigkeit f_2, so ist:

$$\xi = \frac{xf_2}{x+f_1}$$

$$v = \frac{yf_1}{x+f_1}.$$

Die unmittelbaren Resultate meiner Versuche an den drei Augen waren folgende: die Entfernung $AB = 728$ mm, der Winkel G_1AB, gleich $G_2AB = 19°2'46''$. Die Entfernungen BF waren, vom Mittelpunkte der Oeffnung B an gemessen, in Millimetern:

Ophthalmometer	O. H.	B. P.	J. H.
in G_1	60	67	89
in G_2	36	17	0

Daraus ergab die Berechnung folgende Grössen in Millimetern:

	O. H.	B. P.	J. H.
Abstand der Pupillarebene vom Scheitel der Hornhaut scheinbarer:	3,485	3,042	3,151
wahrer:	4,024	3,597	3,739
Abstand des Mittelpunktes der Pupille von der Cornealaxe nach der Nasenseite scheinbarer:	0,037	0,389	0,355
wahrer:	0,032	0,333	0,304

36 Um nachher berechnen zu können, wie weit die Mitte der vorderen Linsenfläche sich vor dem Kreise hervorwölbt, wo der Pupillarrand ihr anliegt, muss bei diesen Versuchen auch der horizontale Durchmesser der Pupille gemessen werden. Es war seine

	O. H.	B. P.	J. H.
scheinbare Grösse:	5,82	3,88	4,03
wahre Grösse:	5,01	3,41	3,56

Veränderungen der Iris bei der Accommodation.

Dass die Pupille sich beim Nahesehen verengt, beim Fernsehen erweitert, ist bekannt.

Dass der Pupillarrand der Iris sich beim Nahesehen etwas nach vorn verschiebt, ist ebenfalls von mehreren Seiten festgestellt, aber wir müssen noch suchen, die Grösse der Verschiebung wenigstens annähernd zu bestimmen.

Endlich werde ich noch Versuche beschreiben, durch die man sich an jedem lebenden Auge überzeugen kann, dass der peripherische Theil der Iris beim Nahesehen sich nach hinten bewegt.

Um die Verschiebung des Pupillarrandes sehen und der Grösse nach schätzen zu können, weist man der beobachteten Person zwei hinter einander liegende Gesichtspunkte an, einen fernen und einen nahen, und betrachtet ihr Auge von der Seite und etwas von hinten, sodass beim Fernsehen die dunkle Pupille, wie in Fig. 2 Taf. III, fast ganz hinter dem Rande der Sclerotica verschwindet, man sieht sie dann beim Nahesehen jedes Mal hervortreten, wie in Fig. 3 Taf. III.

Um sich bei der Schätzung der Grösse der Verschiebung von kleinen Schwankungen des Kopfes des Beobachteten und des Beobachters unabhängig zu machen, lässt man den Beobachteten an einem Tische sitzen, sein Kinn auf eine feste Unter- 37
lage stützen, stellt als näheren Gesichtspunkt ein Kreuz von schwarzen Fäden, als ferneren einen schwarzen Punkt auf weissem Felde auf, und schreibt ihm vor, das Auge stets so zu stellen, dass das Fadenkreuz den Punkt deckt, was sich, wenn auch das Bild des einen von beiden undeutlich ist, gut ausführen lässt. Der Beobachter betrachtet das Auge durch ein Fernrohr aus 8 bis 10 Fuss Entfernung. Wenn das beobachtete Auge sich nun auch in Richtung seiner eigenen Gesichtslinie verschiebt, so hat das auf die perspectivische Stellung der Pupille zum Rande der Sclerotica keinen Einfluss.

Sowie es aber seine Accommodation ändert, tritt die Pupille sehr auffallend hervor.

Uebrigens findet man auch ohne alle weitere Vorbereitungen am beobachteten Auge selbst ein Zeichen, wodurch man sich vergewissern kann, dass das Hervortreten der Pupille nicht von einer Wendung der Augenaxe gegen den Beobachter hin herrühre. Man bemerkt nämlich, wie es in Fig. 2 und 3 auch dargestellt ist, unmittelbar vor der Pupille einen helleren Streifen, es ist dies der jenseits gelegene Theil der vorderen Irisfläche, der in einem verzogenen Bilde erscheint. Vor diesem bis zu der perspectivischen Grenze der Hornhaut hin liegt ein dunkler Streifen der dem jenseitigen, über die Cornea übergreifenden Rande der Sclerotica entspricht. Man sieht nun sehr deutlich bei eintretender Accommodation für die Nähe, dass die Grenzlinie der Pupille der Grenzlinie des äusseren dunklen Streifen näher rückt, sodass der dem Bilde der Iris entsprechende mittlere hellere Streifen schmäler wird. Rührte die scheinbare Verschiebung der Pupille davon her, dass das beobachtete Auge bei eintretender Accommodation für die Nähe unwillkürlich eine Schwenkung nach dem Beobachter hin machte, so würde im Gegentheile
38 die Iris in einer breiteren perspectivischen Ansicht erscheinen, und der jenseitige Scleroticalrand würde schmaler werden oder ganz verschwinden.

Für ein Auge, an welchem man die beschriebenen Messungen ausgeführt hat, kann man diese Beobachtungsart benutzen, um die Grösse der Verschiebung der Pupillarebene auch wenigstens annähernd zu schätzen. Man construire sich einen Durchschnitt der Hornhaut, wie es in Taf. III Fig. 5 für das Auge B. P. geschehen ist, und die entsprechende Lage der Pupillarebene für das ferne Sehen auf Seite *F* der Fig. 5. Die Grösse der Pupille zur Zeit der Anstellung der Versuche sei ebenfalls, sowohl für die grösste, wie kleinste Sehweite gemessen worden, natürlich genau bei derselben Beleuchtung des Auges, sodass man in der Zeichnung auch die Lage des Randes der Pupille bei *m* angeben kann. Stellte sich der Beobachter nun bei dem hier abgebildeten Auge so, dass der jenseitige Rand der Pupille *m* sich beim Fernsehen gerade

mit dem Rande der Sclerotica bei *g* deckte, so war eine gerade *m* und *g* verbindende Linie die Richtung seiner Gesichtslinie in der wässrigen Feuchtigkeit. Beim Nahesehen wurde die ganze Pupille sichtbar. Es musste also auch der andere Rand der Pupille bei *n* bis zur Gesichtslinie *mg* vorgerückt sein. Kennt man noch den Radius der Pupille beim Nahesehen, so ist dadurch die Lage des Punktes *n* gegeben, und wie viel *n* mehr nach vorn als *m* liegt, durch Construction oder Rechnung leicht zu finden.

Beim Auge O. H., wo die Pupille weiter nach hinten lag und weiter war, trat beim Nahesehen dem Beobachter nur die halbe Pupille hervor, sodass die perspectivische Verschiebung der Pupille geringer erschien. Die wirkliche Grösse der Verschiebung des Pupillarrandes ergab sich

im Auge B. P. 0,44 mm
im Auge O. H. 0,36 mm.

Mit dem Auge J. H. war ich leider verhindert, diesen Ver- 39
such anzustellen.

Ein kleiner Theil dieser Verschiebung rührt davon her, dass die Pupille sich gleichzeitig verengert, und ihre Ränder sich der am meisten hervorragenden Mitte der Linsenfläche nähern, der bei weitem grössere Theil aber davon, dass die Mitte der vorderen Linsenfläche selbst sich nach vorn bewegt. Wenn man die Pupille blos durch Lichtreiz, der das andere Auge trifft, verengern lässt, ohne dass die Accommodation geändert wird, so sieht man in Augen mit weiter Pupille, wie es die kurzsichtigen (auch das Auge O. H.) gewöhnlich sind, die Pupillarebene ein wenig vortreten, bei den gewöhnlichen engeren Pupillen normalsichtiger Augen ist dagegen nichts davon zu sehen, weil die Grösse der Verschiebung nach vorn natürlich sehr schnell abnimmt, wenn der Bogen der Wölbung, auf der sich die Pupille verschiebt, kleiner wird, und durch die Verengerung der Pupille der perspectivische Effect der Verschiebung auf der einen Seite der Pupille aufgehoben, auf der anderen von zweifelhafter Bedeutung wird.

Da der Pupillarrand der Iris der Linse immer dicht anliegt, die Form der Hornhaut aber und das

Volumen der wässrigen Feuchtigkeit bei Accommodationsveränderungen unveränderlich sind, kann die Verschiebung des mittleren Theiles der Iris und Linse nicht geschehen, ohne dass an der Peripherie die Iris zurückweicht und dadurch die vordere Kammer hier ebenso viel an Volumen gewinnt, als sie in der Mitte verliert. Cramer[1]) giebt an, sich davon bei Kindern mehrmals überzeugt zu haben, man kann es aber auch
40 am eigenen Auge und dem anderer Erwachsenen sehen. Zugleich ist die dabei von mir befolgte Versuchsmethode sehr nützlich, um sich eine Anschauung vom Relief der vorderen Irisfläche zu verschaffen.

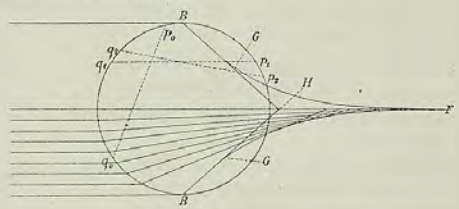


Fig. 35.

Bei meiner Untersuchungsmethode kommt wesentlich in Betracht, dass die Lichtstrahlen, welche auf eine brechende Kugelfläche (als solche wollen wir hier die Hornhaut betrachten) fallen, nicht genau in einem Punkte vereinigt werden, sondern vielmehr in einer kaustischen Fläche von kegelförmiger Gestalt, deren Spitze der Brennpunkt ist. In Fig. 35 ist der Gang parallel einfallender Lichtstrahlen und der Durchschnitt der kaustischen Fläche für eine Kugel vom Brechungsvermögen der wässrigen Feuchtigkeit dargestellt. *F* sei der Brennpunkt der centralen Strahlen, *GF* die kaustische Linie.

Der äusserste Strahl, welcher die brechende Fläche trifft, ist der, welcher sie in *B* tangirt, er werde nach *BH* gebrochen. Im Fusspunkte des vom Mittelpunkte des Kreises

1) l. c. S. 97.

auf *BH* gefällten Lothes, in *G*, befindet sich der zugehörige Endpunkt der kaustischen Linie *GF*, und die Strahlen, welche zwischen dem centralen Strahle und dem tangirenden *CB* auf die Fläche fallen, bleiben alle in dem vor der halben Sehne *BG* und der kaustischen Linie *GF* liegenden Raume, sodass das hinter diesen liegende Stück des Kugelraumes un- 41
beleuchtet bleibt. Bringen wir nun im Innern der Kugel eine sie schneidende Ebene $p_0 q_0$ an, welche der Jrisfläche entsprechen soll, so wird diese in der Lage $p_0 q_0$, wo sie weder die halbe Sehne *BG* noch die kaustische Linie schneidet, in allen Theilen ihrer Vorderfläche beleuchtet sein. Verrücken wir diese Ebene nach $p_1 q_1$, sodass sie die halbe Sehne *BG* schneidet, so wird das jenseits des Schnittpunktes liegende Stück der Ebene dunkel sein. Verschieben wir die Ebene in derselben Richtung immer weiter, so wird ihr dunkler Theil immer breiter werden, bis sie durch den Punkt *G* geht. Bei noch weiterer Verschiebung wird aber der dunklere Theil wieder schmaler, und da sie nun die kaustische Fläche schneidet, wird die Grenze zwischen dem beleuchteten und unbeleuchteten Theile durch eine helle Linie markirt werden. Liegt die Ebene in der Richtung $p_2 q_2$, und bewegen sich die Theile derselben, wo sie die kaustische Fläche schneidet, ein wenig in der Richtung nach dem Mittelpunkte der Kugel hin, so ergiebt die Betrachtung der Figur, dass dann die helle Linie, wo die beleuchtete Fläche von der kaustischen Fläche durchschnitten wird, sich in der Richtung nach *F* hin verschieben muss.

Diese Erscheinung lässt sich nun an der Iris beobachten. Man setze in einem dunklen Zimmer ein Licht in gleicher Höhe mit dem Auge vor sich hin und betrachte sein eigenes Auge in einem kleinen ebenen Spiegel. Anfangs stelle man sich so, dass die Iris ganz beleuchtet ist; dann wende man den Kopf so, dass das Licht immer schiefer von der Seite auf die Iris falle. Man wird dann an dem von dem Lichte abgewendeten Rande der Iris einen halbmondförmigen Schatten bemerken, der bei weiterer Drehung des Kopfes breiter wird, wenn er am breitesten geworden ist, sich mit einer hellen Linie 42
(der kaustischen Linie) säumt. Dreht man den Kopf noch

weiter vom Lichte ab, so sieht man die helle Linie schnell nach dem Rande der Iris hinrücken, wenn sie diesen erreicht hat, sieht man den vorderen Rand der Sclerotica an der entsprechenden Stelle von durchscheinendem Lichte lebhaft erleuchtet, und schliesslich kommt der ganze vordere Theil des Auges in Schatten.

Man suche nun die Stellung des Auges wieder auf, wo die kaustische Lichtlinie dem Rande der Iris sehr nahe ist. In Taf. III Fig. 4 ist diese Beleuchtung des Auges abgebildet. Der Pfeil unter der Figur bezeichnet die Richtung der Lichtstrahlen. An der Hornhaut sieht man an der Seite, woher das Licht kommt, zuerst den Hornhautreflex des Lichtes. Die beiden Seitenränder der Pupille sind noch theilweis beleuchtet. Auf der anderen Seite der Hornhaut, wohin die Spitze des Pfeiles weist, sieht man die kaustische Linie und daneben einen Lichtschein, der durch die Sclerotica schimmert. Man entferne den Spiegel, in welchem man das Auge betrachtet, so weit, als es die Erkennung der Lichtlinie erlaubt, und merke sich den Ort des Hintergrundes, vor welchem der Spiegel erscheint. Um das thun zu können, muss man eben einen kleinen Spiegel nehmen. Nun nähere man den Spiegel, während man den Kopf unverrückt erhält, so weit, als es die Accommodationsfähigkeit des Auges erlaubt, und achte darauf, dass er vor denselben Gegenständen des Hintergrundes stehen bleibt. Man wird die Lichtlinie näher nach dem Rande der Hornhaut rücken sehen. Durch öftere Wiederholung des Versuches überzeugt man sich, dass nicht zufällige Schwankungen des Kopfes daran Schuld sind.

Besser sieht man es an den Augen eines Anderen. Der Beobachtete sitzt dazu an einem Tische, das Kinn auf eine
43 feste Unterlage gestützt, vor sich zwei Fixationspunkte in gerader Linie mit seinem Auge, einen nahen und einen fernen. Der Beobachter stellt eine Lampe seitlich von dem beobachteten Auge und so fern davon, als es die Rücksicht auf die Helligkeit erlaubt, so auf, dass die Iris des beobachteten Auges wie in Fig. 4 erleuchtet wird. Man sieht dann die kaustische Linie auf der Iris beim Nahesehen sich dem Rande nähern, beim Fernsehen sich davon entfernen.

Uebrigens darf die Beleuchtung der Umgebung auch nicht so schwach sein, dass die Pupille des beobachteten Auges sich sehr erweitert, sonst wird die Erscheinung undeutlich.

Wenn die vordere Wölbung der kaustischen Linie den Rand der Iris da trifft, wo dieser hinter dem übergreifenden Rande der Sclerotica verborgen ist, scheint das von der Vorderfläche der Iris diffus zurückgeworfene Licht durch die Substanz der Sclerotica, und man sieht den Lichtschein schmaler und breiter werden, sowie sich das beobachtete Auge für Ferne oder Nähe accommodirt. Ich glaubte anfangs, das Licht träfe hier direct die Sclerotica, und die Erscheinung erkläre sich durch das von Donders angenommene Zurückweichen des Ansatzpunktes der Iris beim Naheschen, wobei diese einen Theil der Sclerotica vor dem Lichte bald schützte, bald nicht. Ich halte es aber gegenwärtig für wahrscheinlicher, dass es Licht ist, welches von dem hell erleuchteten Theile der Iris ausgeht, und dass auch die erwähnte Erscheinung nur von dem Vorrücken der kaustischen Linie auf der Iris selbst herrührt. Jedenfalls muss aber die Verschiebung der Iris in der nächsten Nähe ihres Ansatzpunktes noch sehr beträchtlich sein.

Schiebt man die Lampenflamme noch mehr zurück, so trifft endlich die kaustische Linie auf den Scleroticalrand selbst, 44
wobei ein sehr heller, scharf begrenzter Fleck erscheint. An diesem habe ich dann keine Veränderungen mehr wahrgenommen, die mit der Accommodation des Auges zusammenhingen.

Das Relief der Iris zeichnet sich bei der Beleuchtung von der Seite durch die Schlagschatten sehr deutlich ab. Indessen gehen die Strahlen, welche so schief durch eine krumme Fläche gebrochen sind, nicht von einem Centrum aus, und es könnten dadurch Täuschungen in der Beurtheilung der Form der Iris aus diesen Schatten entstehen. Besser ist es daher, durch eine Glaslinse von etwa 1 Zoll Brennweite und grosser Apertur das von der Seite auf das Auge fallende Licht in der Hornhaut in einen Focus zu vereinigen. Dieser Focus ist

dann der leuchtende Punkt, von dem alle Strahlen, die die vordere Augenkammer beleuchten, geradlinig ausgehen.

In normalsichtigen Augen pflegt ein erhabener Wulst die Pupille zu umgeben, entsprechend dem Circulus arter. minor. Dieser Wulst wirft bei seitlicher Beleuchtung einen Schlagschatten auf die Iris. In dem Durchschnitt des Auges B. P. Taf. III Fig. 5 habe ich bei f die Stelle bezeichnet, wo der leuchtende Focus beim Fernsehen liegen muss, um den Schlagschatten bis an den Rand der Pupille zu werfen, mit h die Stelle, die er zum gleichen Zwecke beim Nahesehen einnahm. Es ist dadurch die in der Zeichnung angegebene Form der vorderen Irisfläche bedingt. Bei dem Auge O. H. und anderen kurzsichtigen Augen dagegen war nur ein sehr geringer oder gar kein Schlagschatten des mittleren Theiles der Iris zu erzeugen. Die Iris war offenbar viel flacher, was mit der grösseren Entfernung der Pupillarebene des Auges O. H. von der Hornhaut übereinstimmt, während doch der Ansatzkreis der Iris nicht in demselben Maasse nach hinten gerückt sein kann.

Krümmung der vorderen Linsenfläche.

Da die vordere Fläche der Linse eine, wenn auch kleine, Quantität des einfallenden Lichtes reflectirt — das grössere der bekannten Sanson'schen Bildchen — so kann diese Spiegelung, wie bei der Hornhaut, zur Bestimmung des Krümmungshalbmessers der vorderen Linsenfläche gebraucht werden. Indessen muss eine andere Methode eingeschlagen werden, und lässt sich auch nicht eine gleiche Genauigkeit erreichen, wie bei den Messungen der Hornhaut, weil der Reflex kein recht scharfes Bild formt und, wenigstens wenn er von Lampenlicht herrührt, zu schwach ist, um im Ophthalmometer in deutlich sichtbare Doppelbilder zerlegt werden zu können. Jedes der Doppelbilder hat natürlich nur die halbe Lichtstärke des einfachen Bildes.

Es schien mir daher am besten, die Grösse des Bildchens der vorderen Linsenfläche mit einem dicht daneben stehenden

Hornhautbildchen zu vergleichen, dessen Grösse leicht berechnet oder gemessen werden kann. Ich musste deshalb zwei gespiegelte Objecte haben, das eine von veränderlicher Grösse, um das Hornhautbild des einen gleich dem ersten Sanson'schen Bilde des anderen machen zu können.

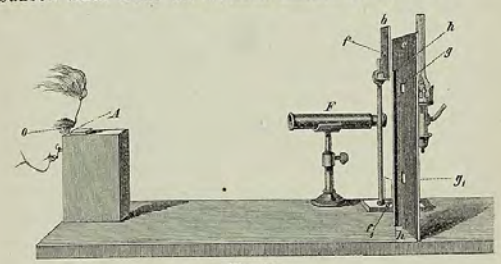


Fig. 36.

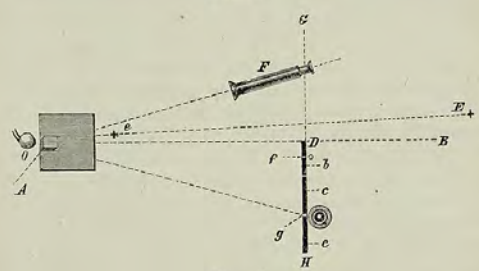


Fig. 37.

Die Anordnung des Apparates ist perspectivisch dargestellt Fig. 36 und im Grundriss in Fig. 37. O ist das beobachtete Auge, dicht vor ihm liegt ein kleines ebenes Metallspiegelchen A (ich benutzte ein Oertling'sches Stahlspiegelchen) horizontal auf einer festen Unterlage. In einiger Entfernung ($1^1/_2$ Fuss) davor befinden sich zwei stellbare Schirme b und cc mit den Oeffnungen f und g. Die Oeffnung f ist eng

(2 Linien im Quadrat), hinter ihr steht ein kleines Wachslichtchen. Die Oeffnung g ist grösser (9 Linien im Quadrat), hinter ihr befindet sich eine recht helle und grosse Lampenflamme. Das Auge O stellt sich nun so, dass es gleichzeitig über den Spiegel A hinweg die beiden erleuchteten Oeffnungen sieht, als auch im Spiegel ihre Spiegelbilder, welche scheinbar bei f_1 und g_1 liegen. Die Oeffnung f und ihr Spiegelbild f_1 bilden nun das Object für die Hornhautspiegelung, die Oeffnung g und ihr Spiegelbild g_1 das Object für die Linsenspiegelung. Um die Schirme richtig zu stellen, werden auf dem Tische erst, wie der Grundriss zeigt, die Linien OB und senkrecht dazu GH gezogen. Letztere fällt mit der Ebene beider Schirme zusammen. Dem beobachteten Auge O wird ein Fixationspunkt E neben dem Ständer des Schirmes b vorbei in der Ferne angewiesen. Der Beobachter hat sein Auge, entweder unbewaffnet oder mit einem schwach vergrössernden, aber lichtstarken Fernrohre F versehen über der Linie OF, welche mit OB einen Winkel bildet, der gleich dem Winkel gOB ist. Das Gesichtszeichen E wird nun so gestellt, dass der Linsenreflex in der Mitte der Pupille erscheint, und das Hornhautbildchen der kleineren Lichtpunkte dicht daneben. Dann wird der Schirm b so lange gehoben oder gesenkt, bis der Abstand der kleinen gespiegelten Lichtpunkte genau ebenso gross ist wie der der Mittelpunkte der grösseren.

Die Spiegelung auf der Hornhaut wird durch eine einfache spiegelnde Fläche bewirkt, deren negative Brennweite nach den bekannten Gesetzen der Katoptrik gleich dem halben Krümmungsradius ist. Die vordere Linsenfläche ist aber in diesem Falle ein aus einer brechenden und einer spiegelnden Fläche zusammengesetztes spiegelndes System, ähnlich einer convex-concaven gläsernen Sammellinse, deren concave Seite mit Spiegelfolie belegt ist. Die Brennweite q dieses spiegelnden Systems ist sowohl von der Krümmung der brechenden als von der der spiegelnden Fläche und ihrem gegenseitigen Abstande abhängig. Diese Brennweite q lässt sich aus dem beschriebenen Versuche bestimmen. Die Bilder, welche spiegelnde Systeme von weit entfernten Gegenständen entwerfen, verhalten sich nämlich direct wie die Brennweiten der Systeme,

wenn also zwei verschiedene Systeme von ungleichen gleich weit entfernten Gegenständen gleiche Bilder entwerfen, muss sich ihre Brennweite umgekehrt wie die Gegenstände verhalten. Es verhält sich also:

$$q : \tfrac{1}{2}R = ff_1 : gg_1.$$

Um den scheinbaren Abstand der Oeffnung g von ihrem Spiegelbilde g_1 zu finden, stellt man neben sie einen senkrechten Maasstab hh (Fig. 12). Das Spiegelbild g_1 liegt eben so tief unter der verlängerten Ebene des Spiegels A als g selbst darüber. Um nun den Ort zu finden, wo die Spiegelebene den Maasstab schneidet, braucht man nur sehr flach über das Spiegelchen hinweg nach dem Maasstabe hin zu visiren. Man sieht dann an der Grenzlinie direct gesehene und gespiegelte Theilstriche sich decken. Die Mitte zwischen zwei solchen sich deckenden Theilstrichen ist der Punkt des Maasstabes, der in die Verlängerung der Spiegelebene fällt. Dessen Abstand von der Mitte der Oeffnung g doppelt genommen ist gleich dem Abstande gg_1. Ebenso findet man ff_1.

Es ergaben sich in drei verschiedenen Reihen von Versuchen folgende Werthe für das Verhältniss $R/(2q)$:

$$\frac{R}{2q} =$$

O. H.	B. P.	J. H.
0,308	0,635	0,544
0,313	0,618	0,544
0,346	0,571	0,478
Mittel 0,322	0,608	0,522
$q = 11{,}39$ *mm*	6,288 *mm*	7,810 *mm*.

Endlich ist aus q noch der Radius r der vorderen Linsenfläche zu berechnen. Die Herleitung der Formel, welche die Brennweite eines zusammengesetzten brechenden und spiegelnden Systems giebt, ist weitläuftig, aber ohne Schwierigkeiten. Ich gebe daher hier nur ihr Resultat, und zwar gleich für einen etwas allgemeineren Fall. Vor der spiegelnden Fläche vom Radius r (Radien concaver Flächen als positiv, convexer als negativ betrachtet) stehe ein System brechender Kugelflächen, deren erste Brennweite (in Luft) f_1, die zweite Brenn-

weite (im letzten brechenden Medium) f_2 ist. Der Abstand der spiegelnden Fläche vom zweiten Hauptpunkte des brechenden Systems sei d, so ist:

$$q = \frac{f_1 f_2 r}{2(f_2 - d)(f_2 - d + r)} \quad (4)$$

Die Haupt- und Knotenpunkte des Systems fallen in einen Punkt zusammen, und dieser ist das von dem Systeme entworfene Bild des Scheitels der brechenden Fläche. Aus dem Werthe von q findet sich:

$$r = \frac{q(f_2 - d)^2}{\frac{1}{2} f_1 f_2 - q(f_2 - d)} \quad (5)$$

Die beiden Grössen f_1 und f_2 sind oben für die Hornhäute der untersuchten Augen berechnet worden. Für die Grösse d können wir hier ohne Nachtheil den Abstand zwischen der Pupillarfläche und der Mitte der Hornhaut setzen. Es ergiebt sich der Krümmungshalbmesser der vorderen Linsenfläche:

für das Auge O. H. gleich 11,9 mm
„ „ „ B. P. „ 8,8 „
„ „ „ J. H. „ 10,4 „

Bei zwei todten Linsen fand ich mit dem Ophthalmometer den Krümmungsradius der vorderen Fläche gleich 10,2 und 8,9 mm, was mit den Messungen an den lebenden Augen gut stimmt.

Bei der Accommodation für die Nähe wölbt sich die vordere Fläche der Linse stärker, ihr Krümmungshalbmesser wird kleiner. Um diese Thatsache zu demonstriren, benutze ich eine ähnliche Anordnung, wie die zur Messung des Krümmungshalbmessers der vorderen Linsenfläche gebrauchte ist. Nur lasse ich den Schirm b mit der kleineren Flamme weg und stelle auf der Linie OE ein zweites näheres Gesichtszeichen e auf, am besten ein Fadenkreuz, welches genau das hintere Gesichtszeichen E deckt. Nachdem der Beobachter die beiden grösseren Sanson'schen Bilder in der Pupille des beobachteten Auges aufgefunden hat, accommodirt sich dieses für das nähere Gesichtszeichen. Sogleich nähern sich die beiden Sanson'schen Bildchen bis auf etwa die Hälfte ihres früheren Abstandes.

Wenn das gespiegelte Bild aus zwei Lichtpunkten besteht, ist seine Verkleinerung beim Nahesehen auffallender, als wenn man blos eine dem Auge nahe gerückte Lampenflamme spiegeln lässt. Man erkennt aber auch im letzteren Falle deutlich, dass beim Nahesehen ihr Bild auf der vorderen Linsenfläche kleiner und zugleich schärfer wird.

Ich ziehe diese Methode zur Demonstration der von Cramer, welcher nur die Verschiebungen der Bildchen berücksichtigt, vor, weil bei der Verkleinerung des Bildchens nicht an kleine Schwankungen des Auges oder der Linse gedacht werden kann, ein Einwurf, der allerdings leicht zu beseitigen ist, wenn man darauf aufmerksam macht, dass die Verschiebung des Bildchens nicht immer nach einer Richtung erfolgt, sondern dass, wo auch das Bildchen in der Pupille scheinbar stehen mag, es sich stets beim Nahesehen der Mitte der Pupille nähert. Ausserdem aber scheint mir auch, dass die Schlussfolgerung aus der Grösse des Bildes auf die Grösse des Krümmungsradius kürzer und leichter zu verfolgen ist, als die aus den Verschiebungen des Bildes hergeleitete.

Mittels des Apparates, Fig. 36 und 37, kann nun auch leicht die Grössenveränderung des Bildes der vorderen Linsenfläche gemessen werden, indem man die Beobachtung ganz ebenso ausführt, wie dort beschrieben ist, und nur die Augen für das nähere Gesichtszeichen accommodiren lässt. Ich fand unter diesen Umständen die Brennweite q des aus der Hornhaut und vorderen Linsenfläche zusammengesetzten spiegelnden Systems und den Krümmungsradius r der vorderen Linsenfläche wie folgt:

	q	r
Auge O. H.	6,33	8,6
Auge B. P.	3,49	5,9.

Bei der Berechnung von r sind die Verschiebungen der vorderen Linsenfläche mit der Iris nach vorn, welche oben annähernd gemessen sind, berücksichtigt worden.

Ort und Krümmung der hinteren Linsenfläche.

Um den Ort der hinteren Linsenfläche zu bestimmen, kann man ein dem Princip nach ähnliches Verfahren gebrauchen wie bei der vorderen. Eine Veränderung in der Ausführung ist aber deshalb nöthig, weil man bei der vorderen Fläche die Iris hatte, welche dieser Fläche dicht anliegt und ihren Ort sichtbar macht. Die hintere Linsenfläche ist an und für sich nicht sichtbar und mit keinem sichtbaren Theile in Berührung, nur ihr Lichtreflex lässt den Beobachter ihre Anwesenheit und Lage erkennen. Es kommt nun nur darauf an, zu bewirken, dass für einen Beobachter, der nach einander von zwei verschiedenen Richtungen in das Auge sieht, beide Male genau derselbe Punkt der hinteren Linsenfläche durch einen Lichtreflex bezeichnet ist. Dann kann er dessen Lage von zwei verschiedenen Richtungen her gegen einen Hornhautreflex von bekannter Lage bestimmen und dadurch den scheinbaren Ort der hinteren Linsenfläche finden. Das kann nun mittels folgenden Kunstgriffes geschehen. Nachdem man den Reflex eines Lichtes an der hinteren Linsenfläche aufgesucht hat, bringe man das eigene Auge genau an den früheren Ort des Lichtes, das Licht genau an den früheren Ort des Auges. Nun geht das Licht, welches von der hinteren Linsenfläche gespiegelt, in das Auge des Beobachters dringt, genau auf demselben Wege zurück, auf dem es bei der ersten Stellung des Lichtes und Auges gekommen war, und muss auch nothwendig
52 genau an derselben Stelle gespiegelt werden. Bringt man bei beiden Stellungen den Linsenreflex mit einem Hornhautbildchen zum Decken, dessen scheinbaren Ort man bestimmen kann, so findet sich nachher der scheinbare Ort des reflectirenden Punktes der hinteren Linsenfläche in dem Durchschnittspunkte der beiden durch die betreffenden Hornhautbildchen gehenden Gesichtslinien des Beobachters.

Die nöthigen Data zu diesen Bestimmungen bekommt man nun auf folgende Weise.

Es wird, wie in Fig. 33, S. 309, in einiger Entfernung vor dem beobachteten Auge A eine Scale aufgestellt. Symmetrisch

zur Linie AB werden die beiden Stellungen des Ophthalmometers (von dem man aber nur das Fernrohr benutzt) in G_1 und G_2 construirt und bezeichnet, sodass man das Instrument leicht aus der einen in die andere bringen kann. Wenn das Fernrohr in G_1 steht, wird in G_2 ein Schirm mit einer Oeffnung aufgestellt, durch welche eine grosse und helle Lampenflamme ihr Licht auf das Auge A wirft. Das Gesichtszeichen F wird so gestellt, dass die Axe der Hornhaut nach dem Punkte B gerichtet ist. Ausserdem wird an der Scale verschiebbar noch ein kleiner Schirm mit einer engeren, durch ein blaues Glas verschlossenen Oeffnung angebracht, hinter der ein Wachslichtchen steht. Die ganze Anordnung, wie sie dem beobachteten Auge erscheint, ist in Fig. 38 dargestellt.

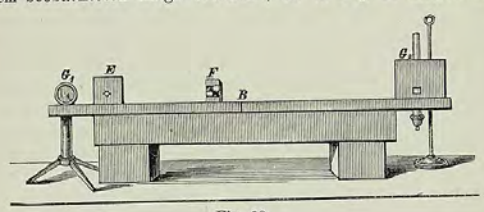


Fig. 38.

F ist das Gesichtszeichen, E der Schirm mit dem blauen 53
Lichtchen. Man verschiebt E so lange, bis sich der Hornhautreflex des blauen Lichtes mit dem Linsenreflex der grossen Flamme deckt, und merkt den Theilstrich der Scale, wo E steht. Dann vertauscht man die Stellungen des Fernrohrs und der Lampe und wiederholt dasselbe Verfahren.

Die Orte der Hornhautbildchen und den Durchschnittspunkt der Gesichtslinien des Beobachters im beobachteten Auge kann man ganz ebenso, wie ich es für die Iris beschrieben habe, bestimmen. Ich habe es für die folgenden Beobachtungen mit Berücksichtigung der Ellipticität der Hornhaut gethan.

Falls die Linse ein Rotationskörper wäre, dessen Axe genau mit der der Hornhaut zusammenfiele,

müsste bei diesem Verfahren der spiegelnde Punkt der hinteren Linsenfläche, also auch sein scheinbarer Ort, der Durchschnittspunkt der Gesichtslinien des Beobachters, in der Axe der Hornhaut liegen. Meine Versuche zeigen, dass das nicht der Fall sei. In dem Auge O. H. ist die Abweichung allerdings so gering, dass sie kleinen Beobachtungsfehlern in der Bestimmung der Hornhautaxe zugeschrieben werden könnte; aber in den beiden andern Augen ist sie dafür zu gross. Ich gebe im Folgenden die Ordinaten der scheinbaren Lage des reflectirenden Punktes c für die drei untersuchten Augen an. Als Abstand von der Axe der Hornhaut habe ich angegeben die Länge des Lothes, welches von c auf die Hornhautaxe gefällt ist, und als Abstand von der Hornhaut die Länge zwischen dem Fusspunkte des Lothes und dem Scheitelpunkte der Hornhaut. Die so gefundene Lage des Punktes c ist immer nur eine scheinbare, wie sie dem Beobachter durch die Linse und Hornhaut hin erscheint; indessen ist die Abweichung von der
64 wirklichen Lage jedenfalls nicht sehr bedeutend, da die hintere Linsenfläche dem zweiten Knotenpunkte des Auges sehr nahe liegt. Die Brechung in der Hornhaut kann berechnet, und dadurch die Lage des Punktes c gefunden werden, wie sie einem in der wässerigen Feuchtigkeit stehenden Beobachter erscheinen würde. Die Bezeichnung scheinbare Lage in Luft und in wässeriger Feuchtigkeit erklärt sich hiernach. Es sind die Resultate zweier Versuchsreihen angegeben.

Scheinbare Lage des Punktes c der hinteren Linsenfläche.

		O. H.	B. P.	J. H.
Abstand von der Hornhaut	in Luft	6,763 6,788	7,013 6,993	6,655 6,662
	in Hum. aq.	6,899 6,932	7,162 7,189	6,979 6,989
Abstand von der Hornhautaxe nach der Nase zu	in Luft	0,034 0,173	0,190 0,236	0,194 0,284
	in Hum. aq.	0,026 0,133	0,143 0,177	0,146 0,213

Die scheinbare Lage des Punktes c, von der wässerigen Feuchtigkeit aus gesehen, ist nun immer noch nicht seine wahre Lage, da die von ihm kommenden Lichtstrahlen noch in der Linse gebrochen werden. Leider lassen sich die optischen Constanten der Linse an den lebenden Augen noch nicht ermitteln. Glücklicher Weise hat aber die Brechung in der Linse einen höchst geringen Einfluss auf die scheinbare Lage des Punktes c, weil dieser ihrem hinteren Knotenpunkte sehr nahe liegt, und wir brauchen deshalb an dem Abstande des Punktes c von der Hornhaut nur eine kleine Correction anzubringen, die wir nach den optischen Constanten todter Linsen bestimmen können. Die wahre Entfernung des Punktes c von der Hornhautaxe lässt sich dagegen nicht bestimmen, weil die Linsenflächen offenbar schief von der Hornhautaxe 65
geschnitten werden, und wir die Grösse dieser Abweichung, welche von grossem Einfluss auf die scheinbare seitliche Verschiebung des Punktes c ist, nicht kennen.

Ein durch eine Convexlinse gesehener Punkt, der nahe hinter ihrem zweiten Knotenpunkte liegt, wird scheinbar vorgerückt um die Entfernung ihrer Knotenpunkte von einander, ein Theil dieser Verschiebung wird aber wieder dadurch aufgehoben, dass die Distanz des Bildes vom ersten Knotenpunkte nach hinten gerechnet etwas grösser ausfällt, als die wahre Entfernung des Objects vom zweiten Knotenpunkte ist. Ist für eine in wässeriger Feuchtigkeit liegende Linse die Entfernung der Knotenpunkte von einander d, die Entfernung des Punktes c vom hinteren Knotenpunkte a, und p die Brennweite der Linse, so ist die scheinbare Verschiebung x des Punktes c nach vorn, wenn man die höheren Potenzen von a/p vernachlässigt, gleich:

$$x = d - \frac{a^2}{p} \qquad (6)$$

In Listing's schematischem Auge ist für die in wässeriger Feuchtigkeit liegende Linse:

$$d = 0{,}203 \text{ mm}$$
$$a = 1{,}424 \text{ „}$$
$$p = 44{,}301 \text{ „}$$
$$x = 0{,}157 \text{ „}$$

Ich habe an todten Linsen, an denen ich mit dem Ophthalmometer ein System von Messungen ausgeführt habe, gefunden:

$a =$	1,546	1,499
$p =$	45,14	47,43,

was mit Listing's Annahmen hinreichend übereinstimmt, d konnte ich leider nicht genau genug bestimmen, weil sich in
56 dieser sehr kleinen Grösse die Fehler in der Bestimmung der Dicke der Linse und der Abstände der beiden Knotenpunkte von den betreffenden Linsenflächen addirten.

Wenden wir den gefundenen Werth der Correction x auf unsere Messungen an, so ergiebt sich:

		O. H.	B. P.	J. H.
Abstand vom Scheitel der Hornhaut	der hinteren Linsenfläche	7,172	7,232	7,141
	der Pupille	4,024	3,597	3,739
	Dicke der Linse:	3,148	3,635	3,402

Diese Werthe der Linsendicke sind kleiner, als man sie an todten Linsen gefunden hat.

Krause giebt an, an solchen $1\frac{3}{4}$ bis $2\frac{2}{3}$ par. Lin. (4,05 bis 5,4 mm) gefunden zu haben; ich selbst fand 4,2 und 4,3 mm. Nun wölbt sich die vordere Linsenfläche in der Pupille ein wenig, und ihre Mitte tritt deshalb etwas vor die Ebene des Kreises hervor, in der die Pupille ihr anliegt, und diese Wölbung könnte der Dicke der Linse noch zugerechnet werden. Die Höhe der Wölbung beträgt nach den oben S. 313 und 324 gegebenen Werthen des Durchmessers der Pupille und des Krümmungshalbmessers der vorderen Linsenfläche:

O. H.	B. P.	J. H.
0,266	0,166	0,153

dann würde die Dicke der Linse:

3,414	3,801	3,555.

Aber auch diese Werthe reichen noch nicht an die der todten Linsen, und doch ist es auch fraglich, ob

man die ganze Höhe der Wölbung hinzurechnen darf, da dem Rande der Pupille, da wo er der Linse anliegt, auch noch eine Dicke von einigen Hunderttheilchen gegeben werden muss, 57
um welche der von vorn sichtbare Rand der Pupille von der Linsenfläche entfernt bleiben möchte. Um so viel würde die Correction wegen der Wölbung der Linse noch wieder verringert werden müssen.

Andererseits aber lassen die Messungsmethoden, durch welche die vorliegenden Resultate gefunden sind, nicht zu, einen Fehler von $\frac{1}{2}$ mm in der Bestimmung der Dicke der Linse zu begehen. Es scheint mir daher daraus hervorzugehen, dass sich die Dicke der Linse nach dem Tode vergrössert.

Bei der Accommodation des Auges für die Nähe verändert sich der Ort des spiegelnden Punktes auf der hinteren Linsenfläche nicht merklich. Wenn ich bei den Beobachtungen, die ich zur Ermittelung des Ortes der hinteren Linsenfläche angestellt habe, das beobachtete Auge einen nahen Gegenstand fixiren liess, ohne seine Richtung zu ändern, so blieb der scheinbare Ort des Reflexes von der hinteren Linsenfläche ganz unverändert, man mochte von rechts oder links in das Auge hineinsehen. Da der scheinbare Ort der hinteren Linsenfläche fast gar nicht verändert wird, und die Aenderungen, welche die optischen Constanten der Linse bei der Accommodation erleiden, einen entgegengesetzten und sich theilweise aufhebenden Einfluss auf den scheinbaren Ort der genannten Fläche haben müssen, so können wir schliessen, dass der wahre Ort des mittleren Theiles der hinteren Linsenfläche sich nicht merklich ändert.

Ich bemerke noch, dass die Abweichung des Auges von einer richtigen Centrirung, wie wir sie von unseren künstlichen optischen Instrumenten verlangen, nicht etwa auf einer falschen Bestimmung der Hornhautaxe beruht. Man kann sich vielmehr von der mangelhaften Centrirung auch auf folgende Weise überzeugen.

Wäre das Auge symmetrisch um irgend eine Axe gebaut, 58
und fiele Licht unter demselben Winkel zu dieser Axe in das Auge, unter dem der Beobachter hineinsieht, so würden ihm

die in der Axe liegenden Punkte der Hornhaut, der vorderen und hinteren Linsenfläche Licht reflectiren, und es würde ihm der reflectirende Punkt der vorderen Linsenfläche etwa in der Mitte zwischen dem reflectirenden Punkte der Hornhaut und dem der hinteren Linsenfläche erscheinen.

Ordnet man nun den Apparat wie in Fig. 38, wobei man aber das blaue Lichtchen fortlassen kann, und stellt man für beide Stellungen des Fernrohrs und der Lampe das Gesichtszeichen so, dass der Reflex der vorderen Linsenfläche in der Mitte zwischen dem der Hornhaut und der hinteren Linsenfläche erscheint, so findet man zwei sehr merklich differirende Stellungen, je nachdem das Licht von der inneren oder äusseren Seite in das Auge fällt. Gleichzeitig muss das Gesichtszeichen auch etwas höher als die Scale stehen.

Es war der Winkel zwischen der Gesichtslinie und der Normale der reflectirenden Hornhautstelle:

Auge	Licht kommt	
	von der Nasenseite	von aussen
O. H.	3° 47′	4° 57′
B. P.	5° 6′	8° 12′
J. H.	5° 43′	7° 44′

Es folgt daraus, dass der Krümmungsmittelpunkt des Scheitels der Hornhaut auf der Nasenseite der Linsenaxe liegt, oder genauer gesprochen, auf der Nasenseite eines beide Linsenflächen senkrecht schneidenden Lichtstrahles.

Die Krümmung der hinteren Linsenfläche lässt sich am
59 lebenden Auge nicht genau, aber doch annähernd bestimmen. Wie wir es bei der vorderen Linsenfläche gemacht haben, kann man auch die hintere als einen Kugelspiegel betrachten, dem ein System brechender Flächen vorgesetzt ist. Die Brennweite dieses zusammengesetzten spiegelnden und brechenden Systems lässt sich alsdann mittels einer Messung der Grösse der von ihm entworfenen Bilder berechnen. Die Messung kann mit dem Ophthalmometer gemacht werden, ganz ähnlich wie die Messung der Hornhautkrümmung, doch ist wegen der

Lichtschwäche allerdings nur eine geringere Genauigkeit zu erreichen. Man muss die lichtgebenden Oeffnungen im Verhältnisse zu ihrem Abstande von einander ziemlich gross machen, wenn ihre Spiegelbilder gesehen werden sollen. Die Brennweiten des zusammengesetzten spiegelnden Systems waren:

für das Auge O. H. 2,808
B. P. 2,557
J. H. 2,642.

Um daraus den Krümmungsradius finden zu können, müssen wir die Knotenpunkte und die Brennweiten des davor liegenden brechenden Systems kennen.

Genau sind diese an den lebenden Augen nicht zu ermitteln. Annähernd lassen sich dazu die Werthe aus Listing's schematischem Auge brauchen. Man kann sich die spiegelnde Fläche durch eine unendliche dünne Schicht Glasfeuchtigkeit von der hinteren Linsenfläche getrennt denken, sodass die Brennweiten und Knotenpunkte des vor ihr liegenden optischen Systems die Brennweiten und Knotenpunkte des ganzen Auges sind. Die Rechnung nach der Formel (5) giebt:

Krümmungshalbmesser der hinteren Linsenfläche.

O. H.	B. P.	J. H.
5,83	5,13	5,37.

An todten Linsen habe ich gefunden 5,86 und 5,89, was 60
damit hinreichend übereinstimmt.

Das von der hinteren Linsenfläche entworfene Bildchen verändert seine Grösse ebenfalls, aber in sehr geringem Grade, sodass ich zur Zeit, wo ich meine frühere Notiz aufsetzte, mit einem unvollkommeneren Instrumente seine Veränderung noch nicht gefunden hatte. Ich beobachtete diese Veränderung durch das Ophthalmometer, indem ich zwei senkrecht über einander stehende Flammen spiegeln liess. Bei der Drehung der Glasplatten des Ophthalmometers liess ich das untere Doppelbild des oberen Lichtpunktes sich nicht geradezu mit dem oberen des unteren

decken, sondern brachte sie seitlich neben einander, wie in Fig. 39, weil man bei dieser Stellung kleine Verschiebung leichter erkennt. Bei der Accommodation für die Nähe verschoben sich die neben einander gestellten Bilder a_2 und b_1 ein wenig, sodass sich a_2 dem a_1 näherte und b_1 dem b_2. Das Spiegelbild, welches die hintere Linsenfläche von den Lichtflammen entwarf, wurde also kleiner, und ich konnte die Verkleinerung auf etwa $^1/_{12}$ schätzen. Der Durchmesser der erleuchteten Oeffnungen war nämlich $^1/_6$ des Abstandes ihrer Mittelpunkte. Bei der Accommodation für die Nähe verschoben sich die neben einander gestellten hellen Flecke nahehin um ihre halbe Breite gegen einander, was $^1/_{12}$ ihres Abstandes ausmacht.



Fig. 39.

Es fragt sich nun, ist aus dieser Verkleinerung des Bildes auf eine Krümmungsänderung der hinteren Linsenfläche zu schliessen, oder rührt sie von der Aenderung der Brennweite des Auges her? Es lässt sich in diesem Falle zeigen, dass in der That die hintere Fläche der Linse ihren Krümmungsradius verringern muss, obgleich sich nicht
61 berechnen lässt, um wieviel. Es hat nämlich die Veränderung der Knotenpunkte der Linse, deren Grösse wir noch nicht bestimmen können, einen verhältnissmässig beträchtlichen Einfluss auf das Resultat.

Der hintere Knotenpunkt des Auges liegt, nach Listing's Bestimmungen, sehr nahe vor der hinteren Linsenfläche. Nennen wir seinen Abstand von ihr ε und p den Abstand des hinteren Brennpunktes des Auges von der hinteren Linsenfläche, so wird in der Formel (4) S. 324:

$$f_1 = p + \varepsilon$$
$$f_2 = n(p + \varepsilon)$$
$$f_2 - d = p$$

also:

$$q = \frac{nr}{2} \cdot \frac{(p+\varepsilon)^2}{p(p+r)}.$$

Bei der Accommodation für die Nähe wird p kleiner und ε nothwendig grösser. Der erstere Umstand würde den Werth von q kleiner machen, der zweite grösser. Wahrscheinlich

heben sich in Wirklichkeit diese beiden entgegengesetzten Veränderungen ziemlich genau auf, wenigstens zeigt dies die Rechnung, wenn man die wahrscheinlichsten Annahmen für die Veränderung der Brennweite und Knotenpunkte zu Grunde legt. Jedenfalls lässt sich zeigen, dass, wenn man die Veränderung von ε vernachlässigt, auch die grösste Verringerung von p, welche sich mit einiger Wahrscheinlichkeit annehmen lässt, nicht hinreicht, q um $^1/_{12}$ seines Werthes zu verringern, wie das in der That stattfindet.

Um nämlich ein Auge, das für unendliche Entfernung accommodirt war, auf 100 mm zu accommodiren, müsste der hintere Brennpunkt des Auges um 2,5 mm vor die Netzhaut rücken, wenn man der Rechnung die Grössen von Listing's schematischem Auge unterlegt. Dadurch würde sich
62 der Werth von q aber erst um $^1/_{20}$ seiner Grösse ändern. Andererseits scheint es wahrscheinlich, dass der hintere Knotenpunkt des Auges um etwa $^1/_3$ Millimeter vorrückt, weil sowohl die Knotenpunkte der Linse vorrücken müssen, als auch ihre Brennweite kleiner wird.

Bei Linsen von homogener Substanz sind nämlich die Knotenpunkte von den beiden Flächen im Verhältniss der Krümmungsradien entfernt, sie liegen der Fläche mit stärkerer Krümmung näher als der anderen. So müssen auch die Knotenpunkte der Krystalllinse beim Nahesehen vorrücken, da die Vorderfläche sowohl vorrückt, als auch stärker gekrümmt wird. Die Knotenpunkte des Auges liegen zwischen den Knotenpunkten der Linse und denen der Hornhaut, und müssen den ersteren wiederum um so näher rücken, je kleiner die Brennweite der Linse wird. Wenn es aber auch sicher ist, dass die Knotenpunkte des Auges vorrücken, so kann doch die Grösse der Verschiebung nur durch annähernde Schätzungen bestimmt werden. Nehmen wir sie zu $^1/_3$ mm, so würde der Werth von q dadurch um etwa $^1/_{20}$ seiner Grösse wachsen, also um ebenso viel, als er durch die Verringerung der Brennweite des Auges abnehmen konnte.

Aus dieser Berechnung ist klar, dass jedenfalls nicht die ganze Veränderung des Spiegelbildchens von den Veränderungen der davor liegenden brechen-

den Medien herrühren kann, sondern dass die hintere Fläche der Linse sich ebenfalls stärker krümmt, wenn auch in einem geringeren Verhältnisse als die vordere.

63 Die Veränderungen, welche ich im Auge bei der Accommodation für die Nähe beobachten konnte, sind also folgende:

1) Die Pupille verengert sich.
2) Der Pupillarrand der Iris bewegt sich nach vorn.
3) Die peripherischen Theile der Iris treten zurück.
4) Die vordere Linsenfläche wölbt sich stärker, und ihr Scheitel bewegt sich nach vorn.
5) Die hintere Linsenfläche wird ebenfalls ein wenig gewölbter und verändert ihren Platz nicht merklich. Die Linse wird also in ihrer Mitte dicker.

Da das Volumen der Linse constant bleiben muss, können wir noch schliessen, dass die queren Durchmesser der Linse sich verkürzen müssen.

Die Rechnung ergiebt ferner, dass bei unveränderter Lage der Netzhaut Listing's schematisches Auge sich auf 150 mm oder $5^1/_2$ Zoll Sehweite einrichten würde, wenn der Krümmungshalbmesser der hinteren Fläche der Linse sich um $^1/_{12}$ verkleinerte, der Scheitel der vorderen Fläche um 0,4 mm vorrückte und der Krümmungshalbmesser der letzteren von 10 mm auf 6,3 vermindert würde, was den Veränderungen des Auges B. P., wo dieser Halbmesser von 8,8 mm auf 5,9 sank, ungefähr entspricht.

Es scheint also die von uns beobachtete Veränderung der Krystalllinse auch ausreichend zur Erklärung der Accommodationsveränderungen des Auges zu sein.

64 Schliesslich füge ich noch einige Bemerkungen an über die Art und Weise, wie die beschriebene Formänderung der Linse wohl zu Stande kommt. In Figur 5 Taf. III habe ich mit 5-maliger Linearvergrösserung die Form der Hornhaut, Ort und Krümmung der Scheitel der beiden Linsenflächen nach den Messungen des Auges B. P. dargestellt, und zwar stellt die mit

F bezeichnete Seite der Zeichnung die Verhältnisse beim Fernsehen, die mit *N* bezeichnete Seite dagegen beim Nahesehen dar. Die Linse hat auf der nahesehenden Seite die Dicke von 4,3 mm, wie sie bei todten Linsen gewöhnlich ist; ich habe ihr auf dieser Seite also auch den Aequatorialhalbmesser todter Linsen, nämlich 4,8 mm, gegeben. Der fernsehenden Seite der Linse musste ich aber einen grösseren Aequatorialhalbmesser geben, weil die Linse bei den Accommodationsveränderungen ihr Volumen nicht ändern kann. Wenn man die Dimensionen der Linse parallel der Axe ihren $m$fachen und denen senkrecht gegen die Axe ihren $n$fachen Werth giebt, so wird das neue Volumen der Linse das n^2mfache des früheren; macht man daher $n_2 = 1/m$, so bleibt das Volumen ungeändert. Für die Mitte unserer Linse ist nun m etwa gleich $^{10}/_9$, also wird n etwa gleich $^{19}/_{20}$. Den Aequatorialhalbmesser der fernsehenden Seite habe ich deshalb auf 5,0 mm gesetzt. Natürlich ist eine genaue Bestimmung auf diese Weise nicht möglich, weil das Gesetz der Formänderung der Linse demjenigen, welches wir der Rechnung zu Grunde gelegt haben, schwerlich genau entspricht.

Die Iris habe ich, wie es die Beobachtungen am lebenden Auge ergeben, dicht an die Linse anliegend gezeichnet, und ihre Wölbung ebenfalls mit den früher beschriebenen Versuchen auf Seite 315 übereinstimmend gemacht. In Betreff der Ciliarfortsätze bin ich von den älteren Darstellungen des Auges abgewichen, indem ich sie sich bis auf die hintere Seite 65
der Iris verlängern lasse, und schliesse mich in dieser Beziehung Cramer's Zeichnungen, wenn auch nicht vollständig, an. Durchschneidet man ein möglichst frisches menschliches Auge in der Aequatorialebene und betrachtet die Linse und Ciliarfortsätze von hinten durch den Glaskörper, so sieht man die Gipfel der Fortsätze bis ganz nahe an den Rand der Linse reichen und Verlängerungen derselben noch eine kleine Strecke vor ihre Vorderfläche sich erstrecken. Bei feinen Schnitten aus den getrockneten Augenhäuten nach der Methode von Brücke findet man ebenfalls zuweilen, dass die Ciliarfortsätze eine weite Strecke auf die Iris hinauflaufen, in anderen Fällen, dass sie

sich nicht einmal bis zum Ansatzpunkt des Ciliarmuskels (Tensor Chorioideae) erstrecken. Das erstere kann nur dann eintreten, wenn man den Schnitt gerade durch den Gipfel eines Fortsatzes geführt hat, das letztere dann, wenn man vorn zwischen zwei Fortsätzen geschnitten und nur hinten das niedrigere Ende eines Fortsatzes getroffen hat. Man muss übrigens oft ziemlich viele Präparate machen, ehe man eines findet, an dem der Fortsatz weit auf die Iris hinausläuft; daher erkläre ich mir, dass Brücke kein solches gefunden und bei seiner Darstellung des Auges benutzt hat.

In der Figur ist angenommen, dass auf beiden Seiten die Ebene des Bildes zwischen zwei Ciliarfortsätzen hindurchgeht und nur den Spannmuskel der Aderhaut durchschneidet. Die Gipfel der Fortsätze liegen hinter der Falte der Zonula, welche in dem entsprechenden Zwischenraume hinläuft. In Betreff des Verlaufes der Zonula, die sich in der Figur wie ein Schleier über die schwarzen Ciliarfortsätze hinlegt, und der Form und Dicke des Ciliarmuskels habe ich mich nach den Angaben und der Zeichnung von Brücke gerichtet.

66 Was den Ansatz der Iris betrifft, so bemerke ich darüber folgendes, was mit den Angaben von Donders und Koelliker im wesentlichen übereinstimmt: Die innere Wand des Schlemm'schen Canals besteht in ihren vorderen zwei Dritteln aus elastischem Gewebe, dessen Fasern (in der Zeichnung gelb) von der Membr. Descemetii entspringen, das hintere Drittel ist dagegen eine Lamelle von Sehnensubstanz, welche sich von der Sclerotica ablöst und mit deren Gewebe identisch ist, dabei an Dicke den vorderen elastischen Theil der Wand bedeutend übertrifft. Nur dicht an der inneren Oberfläche des Canals reichen elastische Fasern bis zu seinem hinteren Rande. Da wo sich das elastische und Sehnengewebe vereinigen, entspringen zusammen der Ciliarmuskel und die Iris. Ausserdem gehen nun aber von dem vorderen elastischen Theile der Wand des Schlemm'schen Canals eine Menge elastischer Fäden frei durch die wässrige Feuchtigkeit zum Rande der Iris hinüber, das Ligamentum pectinatum Iridis (Fig. 5 *p*.).

Aus der angegebenen Structur der Theile scheint mir hervorzugehen, dass für einen kräftigen Zug der Radialfasern der

Iris deren fester Insertionspunkt an dem hinteren Rande des Schlemm'schen Canals sich befindet. Man betrachte die Fig. 5 auf der Seite *N*, wo *s* der genannte Canal ist, und der elastische Theil seiner inneren Wand hell, der sehnige grau dargestellt ist. Dieser sehnige Theil der Canalwand ist gleichsam die Ansatzsehne der Iris. Wenn nun aber die Radialfasern der Iris erschlaffen, wird sie dem Zuge der elastischen Gebilde nachgeben, und da die vordersten Fasern des Ligamentum pectinatum von dem vorderen Ende des Schlemm'schen Canals entspringen, so ist anzunehmen, dass sie sich in der ganzen Breite dieses Canals an dessen innere Wand anlegt. Nehmen wir nun mit Cramer an, dass beim Nahesehen gleichzeitig eine Innervation der Circular- und Radialfasern 67
der Iris eintrete, so wird durch die beschriebene Befestigungsweise der Iris auch gleichzeitig das Zurückweichen ihrer peripherischen Theile erklärt. Wieviel Raum dadurch an der Peripherie der vorderen Kammer gewonnen wird, habe ich durch die punktirte Linie *qr* bezeichnet, welche der Stelle entspricht, wo sich beim Fernsehen die Vorderfläche der Iris befindet. Der Querschnitt dieses durch die Spannung der Iris gewonnenen Raumes erscheint in der Zeichnung allerdings viel kleiner als der Querschnitt des Raumes, der in der Mitte der vorderen Augenkammer verloren geht. Aber man bedenke, dass jener einem Ringe von viel grösserem Durchmesser entspricht als der letztere, und dass durch die Länge der Peripherie des Ringes für das Volumen gewonnen wird, was dem Querschnitte an Ausdehnung abgeht.

Uebrigens kann auch, wie Donders[1]) bemerkt hat, der Ciliarmuskel, wenn er sich spannt, den Ansatz der Iris nach hinten rücken, wenigstens um so viel, als der hintere sehnige Theil der Innenwand des Schlemm'schen Canals durch Umbeugung dem Zuge des Muskels nachgeben kann. Ich möchte nicht geradezu die Chorioidea als den festen Punkt bezeichnen, von dem aus der Muskel wirkt, da eine so dünne und lange Membran einen ausserordentlich hohen Grad von Undehnsam-

1) Onderzoekingen ged. in het Physiologisch Laborat. der Utrechtsche Hoogeschool. Jaar VI 1853—1854. p. 61.

keit haben müsste, um dem Zuge des vorn befestigten Muskels gar nicht nachzugeben. Ausserdem erklärt Koelliker das Stroma der Chorioidea für eine unentwickeltere Form des elastischen Gewebes. Die Dehnsamkeit der Chorioidea sei übrigens, welche sie wolle, so würde die von Donders dem Ciliarmuskel zugeschriebene Wirkung doch immer stattfinden
68 müssen, insofern ein zwischen zwei dehnsamen Membranen ausgespannter Muskel durch seine Zusammenziehung beide dehnen wird. Nur würde bei grösserer Dehnsamkeit der Chorioidea eine stärkere Zusammenziehung des Muskels nothwendig sein, um eine bestimmte Verlängerung der elastischen Wand des Schlemm'schen Canals hervorzubringen. Es ist also im Folgenden nicht unvereinbar mit Donders' Ansicht, wenn ich den Muskel die hinteren Enden der Ciliarfortsätze nach vorn ziehen lasse.

Dass die Iris eine wesentliche Function bei der Accommodation habe, lehren die Versuche von Cramer, wonach durch intermittirende elektrische Ströme, welche auf die Ciliargegend ausgeschnittener Augen von Seehunden und Vögeln wirkten, noch Accommodationsänderungen zu erzielen waren, so lange die Iris unverletzt vorhanden war, dagegen ausblieben, wenn die Iris entfernt oder radial durchschnitten war. Den Ciliarmuskel nimmt Cramer nur zu Hülfe, insofern er meint, dass seine Zusammenziehung im Stande sei, die Netzhaut gegen Druck zu schützen. Auch lässt sich in der That diejenige Aenderung der Gestalt der Linse, welche Cramer beobachtet hatte, nämlich die grössere oder geringere Wölbung der Vorderfläche der Linse, durch die Wirkung der Iris allein vollständig erklären. Dass die Iris bei normalsichtigen Augen nach vorn gewölbt sei, lässt sich durch die oben S. 319 beschriebenen Beleuchtungsversuche auch an lebenden Augen ermitteln. Daraus folgt ganz richtig, wie Stellwag von Carion und nach ihm Cramer geschlossen haben, dass eine gleichzeitige Spannung der circularen und radialen Muskelfasern der Iris den Druck in der vorderen Kammer vermindern, im Glaskörper vermehren müsse.

Es erscheint vielleicht paradox, dass durch eine Spannung
69 der Iris, welche die Wölbung dieses Organs flacher zu machen

strebt, bewirkt werden solle, dass im Gegentheil der Pupillarrand hervortrete. Es ist hierbei zu bedenken, dass sowohl die vordere Augenkammer, wie der Glaskörper ihr Volumen behalten müssen, da sie mit incompressibler Flüssigkeit gefüllt sind. Jede Bewegung der Iris kann also nur so geschehen, dass diese Bedingung erfüllt bleibt. Dabei wird die Iris durch ihre Spannung jede Bewegung der inneren Theile des Auges unterstützen oder hervorbringen können, bei welcher sich ihre Radialfasern verkürzen, wenn wir der Einfachheit wegen voraussetzen, dass während dieser Bewegung der Durchmesser der Pupille unverändert bleibt. Sehen wir die Seite *F* unserer Fig. 5 an, so ergiebt sich leicht, dass eine Verkürzung der Radialfasern der Iris eintreten kann, wenn sich ihr Rand zwischen dem hinteren Ende des Schlemm'schen Canals und dem Rande der Linse streckt. Da durch diese Bewegung aber der Raum des Humor aqueus vergrössert wird, muss nothwendig die Mitte der Linse mit dem Pupillarrande der Iris vortreten. Dadurch tritt allerdings wiederum eine kleine Verlängerung der Radialfasern ein. So lange aber diese Verlängerung geringer ist als die Verkürzung der Fasern durch die Streckung am Rande, so lange wird die beschriebene Bewegung durch stärkere Spannung der Irismuskeln hervorgebracht werden können. Man sieht aber, dass Cramer's Theorie von der Iriswirkung auch nothwendig die Existenz einer Wölbung oder Knickung der Iris an ihrem Rande voraussetzen muss, wie eine solche nach der vorher gegebenen Beschreibung des Ansatzes der Iris bedingt ist. Ich muss hier bemerken, dass in meiner Zeichnung die Knickung der Iris nicht gross genug erscheint, um ein so starkes Vorrücken der Pupillarebene zu erlauben, wie es den Beobachtungen entsprechend dargestellt ist. Bei den in der Zeichnung dargestellten Verhältnissen des Auges würde also die Wirkung der Iris allein die dargestellte 70
Veränderung des Auges nicht bewirken können. Kommt aber die Wirkung des Ciliarmuskels hinzu, und erweitert dieser die vordere Augenkammer an ihrem Rande, so muss auch die Mitte der hinteren Wand dieser Kammer wieder mehr vorgeschoben werden. Unsere Zeichnung bestätigt also Donders' Worte: „Ich halte diesen Muskel (M. Brückianus) für die

Formveränderung der Linse für ebenso wichtig als die Muskelfasern der Iris. Ohne ihn ist die Iris nicht im Stande, einen Druck von Bedeutung auf die Linse auszuüben."

Von dieser Seite also liesse sich Cramer's Ansicht vertheidigen und ergänzen, dagegen scheint sie mir nicht auszureichen, um diejenige Gestaltveränderung der Linse zu erklären, welche wir durch unsere Beobachtungen gefunden haben. Wenn die Linse nämlich nur durch den stärkeren Druck des Glaskörpers gegen die Iris gedrängt würde, so würde ihre Vorderfläche allerdings vortreten und convexer werden, aber es müsste auch die Mitte ihrer hinteren Fläche vorgedrängt und weniger convex werden, so wie es L. Fick[1]) ausdrücklich bei seiner Theorie angenommen hat, die ebenfalls die Veränderungen in der Form der Linse von verschiedenem Druck im Glaskörper und in der vorderen Augenkammer herleitet, wenn auch diese Verschiedenheit des Druckes nicht von der Wirkung der Iris, sondern von veränderter Blutvertheilung abgeleitet wird. Diesen beiden Theorien steht nun entgegen, dass die hintere Fläche der Linse in Wirklichkeit ihren Platz nicht merklich verändert, und nicht flacher, sondern ein wenig gewölbter wird. Da die Linse ihr Volumen nicht verändern kann, so folgt daraus gleichzeitig, dass die Aequatorialdurch-
71 messer der Linse kleiner werden müssen, wie ich schon früher angeführt habe. Cramer scheint anzunehmen, dass nur an der unbedeckten Mitte der vorderen Fläche die weiche Substanz ihrer äusseren Theile hervorquelle, die stärkere Krümmung also nur auf den unbedeckten Theil der vorderen Fläche sich ausdehne. Dass die Formänderung der Linse einen viel weiteren Umfang habe, ergiebt sich leicht aus meinen Messungen und der darnach construirten Zeichnung Fig. 5. Da ferner die Mitte der Linse ausser Zusammenhang mit anderen festen Theilen ist, und auf sie keine anderen Kräfte wirken können, als der hydrostatische Druck der umgebenden Flüssigkeiten, so müssen wir die Kräfte, welche die Aequatorialdurchmesser verkleinern, an den Rändern der Linse suchen. Beim Nahesehen, schliessen wir daraus, muss ein verminderter Zug oder

1) J. Müller's Archiv für Anat. und Phys. 1853. p. 449.

ein vermehrter Druck auf die Ränder der Linse einwirken. Ein verminderter Zug könnte nur der der Zonula sein. Wir müssten annehmen, dass im ruhenden Zustande des Auges beim Fernsehen die Zonula gespannt sei und dadurch der Linse eine abgeplattetere Form gebe. Erschlaffen kann die Zonula durch die Thätigkeit des Tensor chorioideae, indem dieser Muskel das hintere Ende des Ciliarkörpers, mit welchem die Zonula eng zusammenhängt, nach vorn zieht und der Linse nähert, wie dies schon Brücke aus der Ansatzweise des Muskels geschlossen hat. Ich glaube nicht, dass man der Chorioidea eine dazu hinreichende Dehnbarkeit wird absprechen können. Uebrigens kann man auch in einem frischen todten Auge, wenn man an zwei entgegengesetzten Seiten der Linse die Zonula mit Pincetten fasst und daran zieht, die Form der Linse merklich verändern, sodass der Zusammenhang der Zonula mit der Linse und das Gewebe der Zonula selbst jedenfalls fest genug sind, um die angeführte Annahme zu erlauben. 72
Damit möchte ferner die Thatsache in Verbindung stehen, dass ich an allen drei lebenden Augen, welche ich untersucht habe, die Dicke der Linse beim Fernsehen dünner gefunden habe, als sie bei todten Augen zu sein pflegt. Ich hoffte diese Annahme noch an den Augen eben gestorbener Personen oder Thiere prüfen zu können, bei denen durch die Entleerung des Auges von Blut und durch die beginnende Diffusion der Augenflüssigkeiten der Druck im Auge vermindert war. Der Augenspiegel schien darüber Aufschluss geben zu können, ob das Auge nach dem Tode für die Nähe oder Ferne accommodirt sei. Indessen fand sich selbst bei Kaninchen, die durch Verblutung getödtet waren, unmittelbar nach den letzten Zuckungen des Thieres das Auge in einem Zustande, welcher eine genaue Einsicht mit dem Augenspiegel unmöglich machte. Während die Hornhaut noch ganz klar und unverändert aussah, durch Auftröpfeln von Wasser auch immer wieder eine vollkommen polirte Oberfläche erhalten konnte, erschien die Linse streifig, wie schlechtes Fensterglas. Dasselbe war bei eben gestorbenen menschlichen Leichen der Fall.

Ausserdem könnte man noch an einen Druck denken, den die Ciliarfortsätze, wenn sie sich erigiren, beim Nahesehen auf den Rand der Linse ausüben können.

Jedenfalls aber wird der Ciliarapparat schon deshalb nicht ganz unverändert bei der Accommodation für die Nähe bleiben können, weil der Rand der Linse beim Nahesehen sich von ihm entfernt und sich der Augenaxe nähert. Bei der straffen Verbindung des Linsenrandes mit der Zonula und dem Ciliarkörper muss der letztere nothwendig dieser Bewegung folgen, oder es würde eine beträchtlich vermehrte Spannung der Zonula entstehen, welche der herbeizuführenden Formänderung der Linse geradezu entgegenwirken würde. Somit würde der
73 Ciliarmuskel, wenn er sich nicht activ verkürzte, jedenfalls passiv verkürzt werden müssen.

Aus den angeführten Gründen werden wir kaum anstehen können, den Ciliargebilden in einer oder der anderen Weise eine Mitwirkung bei der Accommodation zuzuerkennen.[1])

Andererseits genügt aber auch eine auf den Rand der Linse ausgeübte Kraft allein nicht, um die Formveränderung der Linse zu erklären. Denn eine solche würde die Wölbung der vorderen und hinteren Fläche ziemlich gleichmässig vermehren müssen, während sich doch die vordere Fläche in viel stärkerem Verhältnisse als die hintere wölbt. Wir werden vielmehr stets mit der Kraft, welche die Aequatorialdurchmesser zu verkürzen strebt, eine solche verbinden müssen, welche die Aequatorialebene nach vorn zu wölben strebt, wie dies der Druck der Iris, oder die von L. Fick angenommene veränderte Blutvertheilung thun. Die Mitwirkung der Jris scheint mir durch Cramer's Versuche an Thieraugen ausser Zweifel gesetzt zu sein. Eine Mitwirkung der contractilen Ciliarfortsätze auf die Vertheilung des Blutes liegt nicht ausserhalb der Grenzen der Möglichkeit. Bis das Vorhandensein einer solchen aber bewiesen ist, würde wohl, übereinstimmend

1) Dass in der That auch bei Mangel der Iris Accommodation stattfinden kann, ist später durch pathologische Fälle durch A. v. Graefe erwiesen.

mit der Ansicht von Donders, die Iris in Verbindung mit dem Brücke'schen Muskel als das Hauptorgan der Accommodation betrachtet werden müssen; auch scheint mir diese Annahme allen Erscheinungen genügend zu entsprechen, wenn der Ciliarmuskel nicht blos den Ansatz der Iris nach hinten, sondern auch die hinteren Enden der Ciliarfortsätze nach vorn bewegt, also in der That nach Brücke's ursprünglicher Bezeichnung als Spannmuskel der Aderhaut wirkt.

Dadurch würden sich auch die Beobachtungen pathologischer Fälle erklären, wo bei stärkster Mydriasis oder 74
Irideremie das Accommodationsvermögen nicht ganz fehlte, und es wäre sehr zu wünschen, dass die Augenärzte, denen solche Fälle vorkommen, im Interesse der physiologischen Theorie der Accommodation das Accommodationsvermögen solcher Augen genau bestimmen möchten. Die im Archiv für Ophthalm. I. Bd. Abth. I S. 315 von A. v. Gräfe besprochenen Fälle von Mydriasis möchten darin ihre Erklärung finden, dass zunächst nach der eingetretenen Erweiterung der Pupille der Kranke, die Hülfe der Iris bei der Accommodation vermissend, die Aenderung des brechenden Apparates nicht hervorzurufen versteht, später aber lernt mit dem Ciliarmuskel die Accommodation wenigstens innerhalb gewisser Grenzen zu Stande zu bringen. Eine genaue Untersuchung der beiden Sanson'schen Bildchen und ihrer Aenderungen bei der Accommodation in solchen Fällen würde sehr wichtig sein, und wenn die von mir aufgestellte Hypothese richtig ist, wäre zu erwarten, dass an solchen mydriatischen Augen das Bildchen der hinteren Linsenfläche sich stärker verkleinern wird als an gesunden Augen.

LXII.

Ueber Farbenblindheit.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. II. S. 1—3. 11. November 1859.

Die Lehre von den drei Grundfarben, aus denen sich alle anderen Farben durch Mischung zusammensetzen liessen, kann nicht in dem Sinne festgehalten werden, dass es irgend welche drei objectiv existirende Farben oder farbige Lichter gäbe, aus denen alle anderen objectiv existirenden Farben zusammengesetzt werden könnten. Solche Farben müssten nothwendig unter den gesättigtesten Farben gewählt werden, weil weissliche Farben wohl aus gesättigten, aber nicht letztere aus ersteren zusammengesetzt werden können. Die gesättigtesten Farben, welche wir kennen, sind die Spectralfarben; aber wie man auch drei unter diesen wählen mag, so gelingt es doch nicht alle anderen Spectralfarben aus ihnen zusammenzusetzen, weil die Mischungen immer sehr merklich weisslicher sind als die entsprechenden homogenen Farben. Dagegen kann die Lehre von Th. Young, dass es drei Hauptfarbenempfindungen gebe, welche Young an drei hypothetisch angenommene Fasersysteme vertheilt, sehr wohl benutzt werden, um das Gebiet der Farbenerscheinungen auf einfache Principien zurückzuführen. Danach existiren im Sehnervenapparate drei verschiedene Fasersysteme, welche alle von allem objectiven Lichte erregt werden können, aber in verschiedener Stärke, und wenn sie erregt sind, qualitativ verschiedene Empfindungen hervorbringen. Als Grundfarben nahm Young an Roth, Grün, Violett, und dem entsprechend rothempfindende, grünempfindende

violettempfindende Nerven; doch bleibt die Wahl der Grundfarben noch bis zu einem gewissen Grade willkürlich. Die rothen Strahlen des Spectrum erregen die rothempfindenden Nerven am stärksten, schwach die beiden anderen Systeme. Ebenso erregen die grünen und violetten Strahlen die gleichnamigen Systeme von Nerven stark, die ungleichnamigen schwach. Weiss entspricht gleich starker Erregung aller Systeme. Die Spectralfarben erregen die einzelnen Grundempfindungen noch nicht rein und von den beiden anderen getrennt, es ist deshalb möglich, wie der Vortragende in der letzten Naturforscherversammlung auseinandergesetzt hat, noch gesättigtere Farbenempfindungen, die den Grundempfindungen näher kommen, zu erregen, indem man Spectralfarben betrachtet, nachdem man das Auge für ihre Complementärfarbe ermüdet hat.

Um genaue Messungen über die Mischungsverhältnisse der 2 Farben anzustellen, hat Maxwell eine eigenthümliche Construction des Farbenkreisels eingeführt, welche erlaubt den Sectoren, die die einzelnen Farben enthalten, eine veränderliche Breite zu geben. Mit Hülfe eines solchen Kreisels kann man sehr genau Farbenmischungen herstellen, die einer anderen gegebenen Farbe ganz gleich aussehen, oder wie Maxwell es nennt, eine Farbengleichung herstellen. Für gesunde Augen lassen sich nun zwischen jeder beliebig gegebenen Farbe und drei passend gewählten Grundfarben mit eventueller Hinzunahme von Weiss Farbengleichungen herstellen, und Maxwell hat mit Hülfe solcher Versuche das von Newton aufgestellte Gesetz der Farbenmischung streng erwiesen, wonach sich alle Farben in einer Ebene so ordnen lassen, dass man, wenn man die Menge der gemischten Farben durch proportionale Gewichte ausdrückt, im Schwerpunkte dieser Gewichte die Mischfarbe findet.

Derselbe Forscher hat für Farbenblinde gefunden, dass für deren Augen zu solchen Versuchen nur zwei Grundfarben nöthig seien. Der Vortragende hat Gelegenheit gehabt, solche Untersuchungen an einem Farbenblinden, Herrn M. in Carlsruhe, zu wiederholen, und diese Thatsache bestätigt gefunden. Es konnten für dessen Augen alle Farben durch Mischungen

von Gelb und Blau wiedergegeben werden. Daraus folgt, dass solchen Augen eine der Grundempfindungen fehlt. Da Maxwell ferner gezeigt hat, dass die Farben, welche von farbenblinden Augen verwechselt werden, in einer nach dem Princip der Schwerpunktconstructionen geordneten Farbentafel alle in einer geraden Linie liegen, so geben Untersuchungen an Farbenblinden die Gelegenheit, den Farbenton der fehlenden Grundfarbe genau zu bestimmen und dadurch mindestens eine der Grundfarben sicher kennen zu lernen. Man braucht zu dem Ende nur solche Farben zu suchen, welche der Farbenblinde mit neutralem Grau verwechselt; deren Farbenton muss entweder dem der fehlenden Grundfarbe entsprechen oder ihm complementär sein. In dem Falle von Herrn M. waren diese Farben Roth und Grünblau. Das Roth war die ihm fehlende Grundfarbe, denn sein Auge erwies sich als sehr wenig empfindlich gegen Roth. Dies erschien ihm einem sehr dunklen Grau gleich, während das complementäre Grünblau einem sehr hellen Grau gleich erschien. Der Farbenton dieser rothen Grundfarbe entspricht nahehin dem des rothen Endes des Spectrum, schien jedoch ein wenig nach dem Purpur hin abzuweichen. Dadurch ist denn eine der Grundfarben gegeben.

Man kann die Classe von Farbenblinden (Seebeck's zweite Classe), zu der Dalton und Herr M. gehören, die Rothblinden nennen. Aus Seebecks's Angaben scheint es wahrscheinlich, dass die andere von ihm aufgestellte Classe, welche andere Farbenverwechslungen macht als die Rothblinden, die von letzteren verwechselten Farben aber unterscheidet, Grünblinde sind. Die Untersuchung eines solchen mittels der
3 Methode von Maxwell wäre sehr wünschenswerth, um die zweite Grundfarbe kennen zu lernen.

Die Methode der Untersuchung von Maxwell macht vollständige Untersuchung des Zustandes der Farbenblinden erst möglich. Der Vortragende besprach die Unvollkommenheiten der früheren Untersuchungen, wobei man immer nur eine Reihe von Farben kennen lernte, die den Farbenblinden nahehin gleich schienen, sich aber nicht darüber verständigen konnte, ob der noch vorhandene Unterschied den Farbenton

oder den Grad der Sättigung beträfe. Auf dem Farbenkreisel kann man die Mischungen für ihr Auge genau gleich machen, und dabei gab Herr M. durchaus keine unsicheren Angaben; sein Auge unterschied die Farben, welche es überhaupt unterscheiden konnte, sicher und fein.

Nach der Young'schen Theorie wäre anzunehmen, dass bei den Rothblinden die rothempfindenden Nerven gelähmt seien. Daraus ergäbe sich, dass die Empfindungen der Farbenblinden für die Spectralfarben folgenden der normalen Augen entsprechen:

Roth	erscheint	gleich	lichtschwachem gesättigtem Grün.
Gelb	„	„	lichtstarkem gesättigtem Grün.
Grün	„	„	lichtstarkem weisslichem Grün.
Grüngelb	„	„	Weiss oder Grau.
Blau	„	„	weisslichem Violett.
Violett	„	„	gesättigtem Violett.

Das Grün nennen sie aber Gelb, weil in der Farbe, die die normalen Augen Gelb nennen, sie die lichtstärkste und gesättigste Art dieser ihrer einen Farbe erblicken, und daher also den Namen wählen.

Weitere Ausführung dieses Themas findet sich in § 20 meines Handbuches der Physiologischen Optik.

LXIII.

Ueber die Contrasterscheinungen im Auge.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. II. S. 32—33. 1860. 27. April.

32 Der Redner sprach zuerst darüber, was man unter Contrasterscheinungen verstehe und wie dieselben vielfach mit den Nachbildern verwechselt werden, welche Chevreul unter dem Namen des successiven Contrastes bezeichnet.

Zu wirklichen simultanen Contrasterscheinungen muss man durch besondere Untersuchungsmethoden die Nachbilder vermeiden. Dann ergiebt sich jedoch, dass dieselben in der That bestehen. Ueber dieselben ergaben mannigfach modificirte, der Versammlung vorgeführte Versuche Folgendes:

Die Veränderung der Farbe durch den Contrast ist um so stärker, je grösser das Feld ist, welches den Contrast hervorbringt, je schwächer zweitens der Unterschied der Farben ist, je gleichmässiger endlich ohne eingeschobene fremdartige Abgrenzung die beiden Felder in einander übergehen.

Am besten sind diese Bedingungen im Phänomen der farbigen Schatten vereinigt. Bei Beobachtung eines farbigen Schattens durch eine geschwärzte Röhre erhält sich die Vorstellung der Farbe, wie sie sich zuvor gebildet hatte, auch wenn ihre Bedingung wegfällt, so lange man nicht andere Stellen des Gesichtsfeldes vergleichen kann. Unsere Begriffe von Weiss, welche dabei vielfach in Betracht kommen, nähern sich überhaupt der Farbe des herrschenden Lichtes und üben ihren Einfluss auf die Beurtheilung anders gefärbter Stellen.

In homogen rother Beleuchtung, wie wir sie am besten durch mit Kupferoxyd gefärbte Gläser erhalten, zeigen sich

die lichtarmen Partien complementär grün gefärbt. Es geschieht dies in Folge der Ermüdung der Netzhaut, und wir erhalten dadurch eine Correctur unserer Vorstellung über das herrschende Licht.

Wenn das gefärbte Feld nur einen kleinen Theil des Sehfeldes einnimmt, so hängt die Möglichkeit der Contrasterscheinungen von einer Menge von kleinen Umständen ab, deren Einwirkungen sich aus den oben angegebenen Bedingungen erklären, und welche durch die Versuche erläutert wurden.

Auch das Zustandekommen der wirklichen Contrasterscheinungen scheint auf einer Täuschung des Urtheils zu beruhen. Wir können richtig vergleichen, wenn die zu vergleichenden Stellen im Gesichtsfelde unmittelbar an einander liegen. Räumliche Trennung und noch mehr Aufeinanderfolge in der Zeit schwächen die Sicherheit der Empfindung. Sicher empfundene Unterschiede werden im allgemeinen zu hoch veranschlagt.

Auf solche Weise, nicht durch die ältere Annahme einer wirklich veränderten Nervenerregung lassen sich die Contrast- 33
erscheinungen im Auge erklären. Dabei bleibt es aber oft sehr schwer, die im einzelnen Falle mitwirkenden Nebenumstände ausreichend aufzufinden.

Weitere Ausführung dieses Themas ist in meinem „Handbuch der Physiologischen Optik“ § 24 gegeben.

LXIV.

Ueber die Bewegungen des menschlichen Auges.

Vorläufige Mittheilung aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medic. Vereins zu Heidelberg. Bd. III. S. 62—67. 8. Mai 1863.

(Das Manuscript wurde sogleich eingereicht.)

62 Bei den Bewegungen unseres Auges beabsichtigen wir zunächst nur einen bestimmten Punkt des Gesichtsfeldes zu fixiren, zu welchem Ende das Auge so gestellt werden muss, dass das Bild des zu fixirenden Punktes auf die Netzhautgrube, die Stelle des deutlichsten Sehens, fällt. Dazu ist es genügend, dass wir das Auge um einen gewissen Winkel nach aufwärts oder abwärts, nach rechts oder nach links drehen. Wenn nun aber das Auge die verlangte Stellung erhalten hat, so würde es immer noch möglich sein dasselbe um die Gesichtslinie zu drehen, ohne dass dadurch das Bild des zu fixirenden Punktes sich von dem Centrum der Netzhautgrube entfernte. Alle Stellungen vielmehr, in welche das Auge durch eine solche Drehung der Gesichtslinie übergeht, würden der obengestellten Forderung gleich gut entsprechen.

Das Problem der Augenbewegungen bezieht sich nun darauf zu bestimmen, welche von diesen durch Drehung um die Gesichtslinie zu erreichenden Stellungen das Auge wirklich einnimmt, und warum es gerade diese einnimmt.

Das erste Gesetz, welches in dieser Beziehung durch Donders und Meissner früheren entgegenstehenden Ansichten gegenüber ermittelt wurde, ist, dass der Grad der
63 Drehung um die Gesichtslinie nur abhängt von der Richtung dieser Linie, relativ zur Lage des Kopfes genommen, und nicht

von dem Wege, auf welchem die Gesichtslinie in die betreffende Lage gebracht ist.

Es ist dieses Gesetz von grosser Wichtigkeit für die Orientirung über die Lage der Gegenstände im Gesichtsfelde. Denn wenn wir bei gegebener und constant bleibender Haltung des Kopfes irgend einen Punkt des Feldes fixiren, so werden die vertical über oder unter dem fixirten Punkte liegenden anderen Punkte des Gesichtsfeldes stets auf demselben Netzhautmeridiane abgebildet, wie auch das Auge in die betreffende Stellung gekommen sein mag. Wenn das betreffende Gesetz nicht existirte, und das Auge verschiedene Grade der Raddrehung (Drehung um die Gesichtslinie) annehmen könnte, so würden zu verschiedenen Zeiten bei gleicher Stellung der Gesichtslinie verschiedene Netzhautmeridiane in die Lage kommen können, das Bild der vertical über und unter dem fixirten Punkte gelegenen anderen Punkte aufzunehmen, und demgemäss würde das Bild einer Verticallinie bei gegebener Stellung des Kopfes und des Auges nicht immer demselben Netzhautmeridiane entsprechen. Es würde dadurch zwar nicht unmöglich gemacht werden die Richtung der Verticallinien im Gesichtsfelde zu bestimmen, aber es müssten viel mehr durch Empfindung gegebene Elemente dabei berücksichtigt werden, nicht blos diejenigen Muskelempfindungen, welche über die Erhebung oder Senkung des Auges und über seine Rechts- und Linkswendung Aufschluss geben, sondern auch solche, welche den Grad seiner Raddrehung zu erkennen geben. Die Aufgabe der Orientirung im Gesichtsfelde würde also beträchtlich complicirter sein, als sie bei dem wirklich vorhandenen Gesetze der Bewegungen ist.

Wenn das Gesetz dieser Bewegungen den Interessen des binocularen Sehens angepasst sein sollte, so würden wir erwarten müssen, dass diejenigen Netzhautmeridiane, welche einmal in der Visirebene (d. h. in der durch die Gesichtslinien beider Augen gelegten Ebene) enthalten sind, immer darin bleiben müssten. Dann würde es nämlich möglich sein, dass eine Reihe von Punkten dieser Ebene (die des Müller'schen Horopterkreises) auf identischen Stellen beider Netzhäute abgebildet wären, und in den symmetrischen Augenstellungen

würde der Fixationspunkt zusammenfallen mit dem Kreuzungspunkt der geraden Linie und der Kreislinie, welche nach einem früheren Vortrage von mir den Horopter bilden, was vortheilhafter für das Einfachsehen wäre, als wenn diese Punkte nicht coincidiren.

Aber schon die Versuche von Donders zeigten, dass die Interessen des binocularen Einfachsehens bei den Augenbewegungen gar nicht berücksichtigt sind. Dasselbe wurde durch alle späteren Versuche von Meissner, Fick, Recklinghausen, Wundt bestätigt. Man hat deshalb in neuerer Zeit die Ansicht aufgegeben, dass das Gesetz der Augen-
64 bewegungen von den Interessen des Sehens abhänge, und es haben Fick und Wundt nachzuweisen gesucht, dass es nur von der Bequemlichkeit der Augenmuskeln abhänge, indem das Auge stets denjenigen Grad der Raddrehung annehme, der bei der vorhandenen Richtung der Gesichtslinie den Muskeln den geringsten Grad der Anstrengung zumuthe.

Es wäre nun auffallend bei einem übrigens seinem Gebrauche so zweckmässig angepassten Organe, wie das Auge, wenn bestimmte Interessen des binocularen Sehens vernachlässigt sein sollten in dem Gesetz der Bewegungen, ohne dass ein anderer optischer Zweck durch die vorhandene Einrichtung erfüllt würde. Da das Wachsthum der Muskeln eines gesunden Körpers überall von den Forderungen, die an ihre Anstrengungen gemacht werden, abhängt, und die Muskelgruppen sich also schliesslich immer dem Principe zu accommodiren pflegen, dass die zweckmässigste Art der Bewegung auch die am leichtesten ausführbare ist, so wäre die Uebereinstimmung der Thatsachen mit der von Fick und Wundt vertheidigten Ansicht kein Grund, nicht noch nach einem optischen Principe für die Augenbewegungen zu suchen, und ich glaube in der That ein solches nachweisen zu können.

Das erste an die Spitze gestellte Princip der Bewegungen sichert die Wiederkehr derselben Orientirung des Bildes gegen die Netzhautmeridiane, wenn dieselbe Stellung der Gesichtslinie wiederkehrt. Wir können ein zweites Princip derselben Art aufstellen für die Bewahrung der Orientirung bei Bewegungen des Auges. Indem wir die Gesichtslinie über das

Gesichtsfeld gleiten lassen, werden sich die Lichteindrücke auf allen Punkten der Netzhaut verändern. Wir müssen nun Mittel haben zu beurtheilen, dass alle diese Veränderungen des Bildes auf sämmtlichen Theilen der Netzhaut nur von der geänderten Stellung des Auges, nicht von einer Veränderung der Objecte im Gesichtsfelde herrühren.

Bezeichnen wir verschiedene Punkte des Bildes mit A, B, C, D. Es falle A auf die Netzhautgrube die wir mit a bezeichnen wollen, B auf einen Netzhautpunkt b, C auf c u. s. w. Wir verschieben jetzt den Fixationspunkt ein wenig, sodass das Bild A auf einen anderen unendlich wenig entfernten Netzhautpunkt α fällt, B von b nach β rückt, C von c nach γ. Nun wird es am leichtesten constatirt werden können, dass wir es nur mit Verschiebungen des Auges zu thun haben, wenn jedes Mal, so oft das Bild, welches eben den Netzhautpunkt a empfand, nach α rückt, auch gleichzeitig der Lichteindruck aus b nach β, der von c nach γ u. s. w. übergeht.

Die mathematische Bedingung für diese Forderung ist, dass der Uebergang des Bildes vom Punkte a nach dem unendlich wenig entfernten α, stets nur durch Drehung um eine bestimmte, relativ zum Auge unveränderlich gelegene Axe erfolgt.

Nimmt man die Forderung des ersten Princips hinzu, dass die Stellung des Auges für jede Richtung der Gesichtslinie unabhängig von dem Wege sein soll, auf dem sie dahin gelangt, 65
so folgt weiter, dass die Bewegung des Fixationspunktes nach irgend einem zweiten unendlich wenig entfernten Punkte des Gesichtsfeldes geschehen muss durch Drehung um eine Axe, welche in einer bestimmten, zum Auge unveränderlich gelegenen Ebene gelegen ist.

Der Beweis für die letztere Behauptung ergiebt sich aus dem Satze, dass man die Axenrichtungen unendlich kleiner Drehungen nach der Regel des Parallelogramms der Kräfte zusammensetzen kann; wenn also für zwei Verschiebungsrichtungen die Drehungsaxen gegeben sind, so sind sie darnach für alle anderen Richtungen zu finden, und müssen alle in der durch die ersten beiden Axen gelegten Ebene liegen.

Wenn die Drehungsaxen für alle vorkommenden Be-

wegungen in einer Ebene liegen sollen, so kann keine Drehung eintreten, die als Componente eine Drehung um eine zur Ebene der Axen senkrecht gestellte Linie lieferte, welche Linie wir nennen wollen: die atrope Linie des Auges.

Die Forderung des zweiten Princips würde also sein, dass bei keiner unendlich kleinen Drehung des Auges eine Drehung desselben um die atrope Linie vorkäme.

Diese Forderung kann, wie wir gesehen haben, für unendlich kleine Verschiebungen des Auges allerdings erfüllt werden, aber nicht immer und nicht vollständig für Verschiebungen von endlicher Grösse, da sich Drehungen um endliche Winkel nicht mehr nach der Regel des Parallelogramms der Kräfte zusammensetzen lassen.

Die ideale Forderung, welche wir für die Bewahrung der Orientirung im Gesichtsfelde bei den Bewegungen des Auges aufgestellt haben, lässt sich also nicht vollständig erfüllen, ohne gegen das erste und oberste Princip der Orientirung in ruhenden Stellungen des Auges zu verstossen. Es kann unsere zweite Forderung nur insofern berücksichtigt werden, als ein Gesetz der Augenbewegungen gesucht werden kann, bei dem die Summe aller Abweichungen von diesem Principe ein Minimum ist.

Es ist dies eine Aufgabe, die sich mittels der Variationsrechnung lösen lässt. Bei Ausführung der Rechnung ist aus ähnlichen Gründen, wie sie in der Wahrscheinlichkeitsrechnung bei dem Principe der kleinsten Quadrate entscheiden, nicht die Summe der Drehungen um die atrope Linie, sondern die Summe ihrer Quadrate zu einem Minimum gemacht worden. Das Resultat der Rechnung ergiebt folgendes Gesetz:

Es muss eine Stellung des Auges geben, von welcher aus alle unendlich kleinen Bewegungen desselben ohne Drehung um die Gesichtslinie geschehen. Wir nennen diese die Primärstellung, alle anderen Secundärstellungen.

Man führe die Gesichtslinie aus ihrer Primärstellung über in eine Secundärstellung dadurch, dass man das Auge um eine feste zur Gesichtslinie senk-
66 rechte Axe dreht, so wird dadurch diejenige Stellung erhalten, welche das Auge in der betreffenden Secundärstellung stets anzunehmen hat.

Diese Regel für die Bewegungen des Auges stimmt genau überein mit derjenigen, welche nach einer Mittheilung von Ruete schon von Listing aufgestellt worden ist, ohne dass derselbe jedoch einen Beweis dafür gegeben hat. Ueber die Lage der Primärstellung des Auges ist nichts zu bestimmen, auch fällt die Gesichtslinie nicht nothwendig mit derjenigen Linie zusammen, die wir oben die atrope genannt haben, doch lässt sich als wahrscheinlich vermuthen, wenn man den im Ganzen symmetrischen Bau des Auges berücksichtigt, dass die atrope Linie sich nicht weit von der Gesichtslinie entfernen wird. Auch habe ich mich überzeugt, dass in meinem eigenen Auge diese beiden Linien nicht merklich auseinanderfallen; in diesem Falle liegt die Primärstellung in der Mitte des Gesichtsfeldes.

Listing's Gesetz wurde ursprünglich von Meissner acceptirt, später von ihm und anderen Beobachtern wieder fallen gelassen, weil es mit den Beobachtungen nicht überein zu stimmen schien. Ich selbst fand das ursprünglich Listing'sche Gesetz für meine eigenen beiden Augen, wie bemerkt, vollständig bestätigt und glaube, dass theils nur die in einigen Augen bestehende Abweichung der Primärstellung von der Mitte des Gesichtsfeldes, theils ungeeignete Beobachtungsmethoden theils auch vielleicht die mit der Kurzsichtigkeit verbundene Verschiebung des Drehpunktes des Auges, es verhindert haben, dass die übrigen Beobachter dasselbe Resultat gewannen.

Man hat hauptsächlich drei Methoden zur Bestimmung der Augenstellungen angewendet: 1) Nachbilder, 2) Doppelbilder, 3) den blinden Fleck.

Die Beobachtung der Nachbilder ist allein geeignet die nöthige Genauigkeit der Messungen zu gewähren, und ich glaube, dass sie bei geeignetem Verfahren, worüber Wundt schon gute Regeln gegeben hat, auch den meisten Augen gelingen wird. Der von Meissner angewendeten Methode der Doppelbilder liegt die Voraussetzung zum Grunde, dass beim Fernsehen und paralleler Richtung der Augen die beiden verticalen Netzhautmeridiane identische Netzhautstellen enthalten müssen. So natürlich diese Voraussetzung erscheinen mag, so

ist sie doch nicht richtig, indem auch unendlich entfernte senkrechte Linien bei jeder Haltung des Kopfes in nicht parallelen Doppelbildern erscheinen. Die Beobachtung der Stellungen des blinden Fleckes scheint zu geringe Genauigkeit zuzulassen.

Ein sehr wesentliches Erforderniss bei diesen Beobachtungen, dessen Erfüllung, wie mir scheint, bei den bisherigen Versuchen nicht immer genügend gesichert war, ist es, dass der Kopf stets genau in dieselbe Stellung zu dem beobachte-
67 ten Objecte gebracht werde. Um das zu erreichen, habe ich ein Brettchen, welches mit einem Ausschnitt für die Zähne versehen war und diesen umschliessend Abdrücke der Zahnreihen in Siegellack enthielt, ausserdem noch passende Visirzeichen trug, zwischen die Zähne genommen. Die Stellung dieses Brettchens und der Visirzeichen, die es trägt, gegen den Kopf ist unverrückbar, und indem man die Visirzeichen auf das betrachtete Object einstellt, sichert man die Beibehaltung und das Wiederauffinden einer identischen Kopfhaltung.

Auf einer grauen Tafel wird ein System horizontaler und verticaler Linien gezogen, in deren Mitte ein farbiger Streifen befestigt, parallel den Verticallinien. Dieser wird fixirt, dann der Blick nach einer anderen Stelle der Tafel gewendet, wo nun das Nachbild erscheint, und seine Lage mit der Richtung der Coordinatenlinien verglichen werden kann.

Man sucht zuerst die Primärstellung des Auges, welche man daran erkennt, dass von ihr aus das Nachbild der verticalen Linie genau vertical oder horizontal verschoben sich selbst parallel bleibt.

Nachdem ich die Primärstellung des Auges gefunden hatte und meine Visirzeichen so fixirt hatte, dass ich sie stets wiederfinden konnte, stellte ich die Tafel mit den Linien schief, aber so, dass sie senkrecht gegen die Primärstellung der Gesichtslinie blieb. Wenn ich nun das Bild der farbigen Linie wieder entweder parallel ihrer jetzigen Richtung, oder senkrecht gegen diese Richtung verschob, blieb es wiederum der ursprünglichen Richtung jener Linie parallel. Dadurch war für mein Auge die Richtigkeit des Listing'schen Gesetzes erwiesen.

Eine Reihe Messungen über Stellung der Nachbilder hat Wundt gegeben, welche beim ersten Anblick stark vom Listing'schen Gesetze abweichen. Indessen passen sie mit Ausnahme einiger extremen Stellungen ziemlich gut unter dieses Gesetz, wenn man die Primärstellung richtig wählt, welche etwa 13° tiefer und 8° nach aussen, von dem Punkte des Gesichtsfeldes liegt, den Wundt als Nullpunkt der Drehungen angenommen hat.

Dass übrigens die Abweichungen von den Forderungen des von mir aufgestellten zweiten Princips, welche nicht ganz vermieden werden können, wirklich die Sicherheit der Orientirung im Gesichtsfelde beeinträchtigen, zeigt sich, wenn man mit dem Blicke an einer geraden Linie entlang geht, die entweder weit nach rechts oder weit nach links, oder weit nach oben oder weit nach unten von der Primärstellung sich befindet. Solche Linien erscheinen dann immer concav gegen die Mitte des Gesichtsfeldes zu sein, was sich daraus erklärt, dass das Auge bei einer solchen Bewegung Raddrehungen ausführt, welche als Drehungen der verschiedenen Theile des Objectes gegen einander in das Gesichtsfeld projicirt werden.

LXV.

Ueber die normalen Bewegungen des menschlichen Auges.

Aus A. von Gräfe's Archiv für Ophthalmologie. Bd. IX. Abth. 2. S. 153—214. — 1863.

153 Die Lehre von den normalen Augenbewegungen des Menschen ist durch die neueren Arbeiten, in denen sie behandelt worden ist, in einen ziemlich verwickelten Zustand gerathen, und es schien fast, als würde man es ganz aufgeben müssen, ein übersichtliches und leicht verständliches Princip für diese Bewegungen aufzustellen. Indem ich diesen Gegenstand für das Schlussheft meines Lehrbuches der physiologischen Optik durcharbeitete, glaube ich denn doch ein solches einfaches Princip gefunden zu haben, welches übrigens in seinen praktischen Consequenzen mit dem schon früher von Listing aufgestellten Gesetze der Augenbewegungen ziemlich nahe zusammenfällt. Da in dem genannten Lehrbuche die hierher gehörigen Untersuchungen und Sätze sich in verschiedene Kapitel zerstreuen werden, so hielt ich es für besser, an diesem Orte eine zusammenhängende Darstellung der darauf bezüglichen Ergebnisse meiner Untersuchungen zu geben.

154 Der nächstliegende Zweck für die Bewegungen unserer Augen ist der, dass wir nach einander verschiedene Punkte des vor uns liegenden Gesichtsfeldes zu fixiren streben, d. h. das optische Bild derselben mit dem Centrum der Netzhautgrube, als der Stelle des deutlichsten Sehens, zusammenfallen machen. Zu diesem Zwecke genügte es, die Gesichtslinie um

bestimmte Winkel nach oben oder nach unten, nach rechts oder nach links zu wenden. Wenn wir nun aber dem Auge auch eine Stellung gegeben haben, bei welcher derjenige Punkt des Gesichtsfeldes, dem unsere Aufmerksamkeit zur Zeit zugewendet ist, sich auf der Netzhautgrube abbildet und genau gesehen wird, so ist doch dadurch die Stellung des Augapfels noch nicht vollständig bestimmt. Denn der Augapfel würde sich in jeder Stellung, die er einnimmt, noch um die Gesichtslinie als Axe drehen können, ohne dass sich dabei sein Fixationspunkt ändert, wie gross auch der Winkel wäre, um den er sich drehte. Für diese Art der Drehung des Augapfels, nämlich die Drehung um die Gesichtslinie, wollen wir den bezeichnenden Namen der Raddrehung beibehalten, da sich die Iris dabei wie ein Rad um ihren Mittelpunkt drehen würde. Das Problem der Augenbewegungen besteht nun bekanntlich darin, zu bestimmen, welchen Grad der Raddrehung der Augapfel erleidet, wenn der Gesichtslinie eine bestimmte Stellung im Gesichtsfelde angewiesen wird.

In Bezug auf die Lösung dieses Problems haben Donders und alle ihm nachfolgenden neueren Beobachter, welche hinreichend zuverlässige Untersuchungsmethoden angewendet haben, übereinstimmend festgestellt, dass zu jeder gegebenen Stellung der Gesichtslinie im Kopfe ein bestimmter Grad der Raddrehung gehört, der ganz unabänderlich eintritt, auf welchem Wege auch die Gesichtslinie in jene Stellung geführt worden sein mag, und der auch nicht durch eine willkürliche Anstrengung verändert werden kann.

Um die Richtungen des Auges genauer zu fixiren, denken 155
wir uns mit Meissner durch die Gesichtslinien beider Augen eine Ebene gelegt, die Visirebene. Diese Ebene kann gehoben und gesenkt werden, indem der Blick sich hebt und senkt. Wir wählen irgend eine bestimmte Lage der Visirebene als Anfangslage; vorläufig ist es willkürlich, welche. Später werden wir Gründe finden, eine gewisse Lage vor allen andern zu bevorzugen. Die Lage der Visirebene bestimmt sich dann durch den Winkel, den Erhebungswinkel, welchen sie in ihrer augenblicklichen Lage mit der gewählten Anfangslage bildet. Bei erhobenem Blicke ist der Erhebungswinkel positiv,

bei gesenktem negativ zu nehmen. Die Anfangslage der Visirebene ist gegen den Kopf als fest zu denken, mit dem Kopfe beweglich, wie denn überhaupt alle unsere Bezeichnungen der Richtungen oben und unten, rechts und links u. s. w. sich auf die Lage des Auges zum Kopfe beziehen sollen. Der Blick, die Visirebene, das Auge werden gehoben, wenn sich die Cornea dem Augenbrauenrande der Augenhöhle nähert, sie werden gesenkt, wenn sich die Cornea gegen die Wange hin bewegt u. s. w.

Es kann ferner die Gesichtslinie noch innerhalb der Visirebene nach rechts und nach links sich bewegen. Da der Kopf symmetrisch gebaut, und die Augen symmetrisch in ihm gestellt sind, so ist durch die Mittelebene des Kopfes, welche die Visirebene schneidet, eine feste Richtung in der Visirebene gegeben, nach Henle's Terminologie die sagittale Richtung. Diese können wir als Anfangsstellung für die Bewegungen der Gesichtslinie in der Visirebene von aussen nach innen benutzen, und von ihr aus die Winkel zählen. Wir wollen die Innenwendung, welche zur Convergenz führt, als die wichtigere und häufigere dieser Bewegungen mit dem positiven Vorzeichen versehen und die Wendungen des Auges nach aussen als negative Innenwendungen betrachten.

156 Wenn die Gesichtslinie in die gewählte Anfangsstellung geführt ist, sodass die Erhebung und die Innenwendung beide gleich Null sind, so schneidet die Visirebene die beiden Netzhäute in einem Kreise, dessen Ebene wir mit dem Namen des Netzhauthorizontes belegen wollen. In dem Netzhauthorizonte ist eine bestimmte Reihe von Netzhautelementen gelegen. Nach Bewegungen des Auges ist der Netzhauthorizont durch dieselbe Reihe von Netzhautelementen zu legen, er ist also eine im Auge festgedachte Ebene und wird nicht nothwendig immer mit der Visirebene zusammen fallen. Die Raddrehung des Auges wollen wir nun messen durch den Winkel, den der Netzhauthorizont mit der Visirebene bildet, und wir nehmen den genannten Winkel als positiv, wenn die obere Seite des Auges dabei nach aussen verschoben ist, die äussere nach unten.

Das oben erwähnte erste allgemeine Gesetz der Augenbewegungen lässt sich also dahin aussprechen, dass der Werth des Raddrehungswinkels nur abhängig sei von den beiden Werthen des Erhebungswinkels und der Innenwendung, nicht abhängig von der Stellung des Kopfes, nicht von der Willkür des Sehenden.

Es ist leicht ersichtlich, welch eine wichtige Bedeutung dieses Gesetz für den Zweck hat, uns die Orientirung über die Richtungen von Oben und Unten, von Rechts und Links im Gesichtsfelde zu erleichtern, und ist dies auch schon von Meissner[1]) hervorgehoben worden. Wenn die Richtung unserer Gesichtslinie gegeben ist, und das Auge den bestimmten Grad von Raddrehung angenommen hat, der jener Stellung angehört, so wird eine verticale Linie, welche durch den Fixationspunkt geht, bei derselben Stellung der Gesichtslinie unveränderlich 157
sich immer auf demselben Netzhautmeridiane abbilden; ebenso eine sagittal (d. h. parallel der Richtung von vorn nach hinten) und eine lateral (d. h. von rechts nach links) gezogene Linie. Wäre es möglich, dass das Auge seine Raddrehung veränderte, so würde es bald dieser, bald jener Netzhautmeridian sein, welcher bei unveränderter Stellung der Gesichtslinie das Bild der verticalen Linien, oder der sagittalen, oder der lateralen aufnähme. Dadurch würde offenbar die richtige Beurtheilung der Lage der Objecte im Gesichtsfelde eine viel verwickeltere und schwierigere Aufgabe werden, als sie es jetzt ist. Jedes richtige Urtheil über die Lage der Objecte im Raume vor uns setzt ein richtiges Urtheil über die Stellung des Auges im Kopfe voraus. Sowie die Stellung des Auges durch einen äusseren Druck, eine Schwäche oder Lähmung der Muskeln so verändert wird, dass wir über diese Stellung kein genaues Urtheil mehr bilden können, so erscheinen uns, wie bekannt, auch die Objecte an falschen Stellen im Gesichtsfelde. Bei der bestehenden Einrichtung der Augenbewegungen genügt es, die Erhebung und Innenwendung des Auges richtig zu beurtheilen, dann wissen wir auch schon, in welchen Theilen unseres Sehnervenapparates wir die Bilder z. B. der durch den fixirten Punkt gehenden verticalen Linien zu suchen haben.

1) Archiv für Ophthalmologie. Bd. II. S. 18—20.

Wäre die Raddrehung veränderlich, und müssten wir deshalb auch deren Grösse noch genau beurtheilen, so würde die Aufgabe viel schwieriger werden. Je verwickelter die Umstände sind, für die wir unser sinnliches Urtheil ausbilden müssen, desto längere Uebung wird im allgemeinen nothwendig sein und desto geringer wird der Grad der Genauigkeit sein, die wir bei der Schätzung der Grössenverhältnisse erreichen. Bei der Beurtheilung der Richtung mittels des Auges genügt es jetzt, zwei Winkel durch das Muskelgefühl zu bestimmen; der Raddrehungswinkel braucht nicht besonders bestimmt zu werden, da er mit jenen beiden unabänderlich verbunden ist.

159 Dieses erste allgemeine Gesetz der Augenbewegungen, wonach die Raddrehung in fester Weise abhängig von dem gerade bestehenden Grade der Erhebung und Innenwendung ist, hat also seinen leicht verständlichen Sinn für die optischen Zwecke des Auges.

Dagegen sind die bisherigen Untersuchungen an der Aufgabe gescheitert, einen verständlichen optischen Zweck für die besondere Art der Abhängigkeit zu finden, welche zwischen dem Raddrehungswinkel und der Stellung der Gesichtslinie besteht. Statt die weiteren Consequenzen des eben erörterten Princips der leichtesten Orientirung aufzusuchen, die, wie die Folge lehren wird, in der That zu dem gewünschten Ziele führen, wendete man sich zu den Interessen des binocularen Sehens hinüber, wobei sich namentlich durch die Untersuchungen von Meissner ergab, dass diese Interessen bei dem bestehenden Gesetze der Augenbewegungen vielfältig verletzt sind, und dass nur bei sehr wenigen Stellungen die Bedingungen, welche für das Einfachsehen möglichst vieler in der Nähe des fixirten Punktes gelegener Punkte am günstigsten sind, sich erfüllt finden.

Wenn die Netzhauthorizonte beider Augen eine Reihe identischer Punkte enthalten, und die Augen stets so bewegt würden, dass die Netzhauthorizonte stets in der Visirebene blieben, also gar keine Raddrehung des Auges einträte nach unserer Definition dieses Ausdruckes, dann würden stets alle diejenigen Punkte der Visirebene einfach gesehen werden, welche in dem Müller'schen Horopterkreise liegen, d. h. in

einem Kreise, der durch den fixirten Punkt und die vorderen Knotenpunkte beider Augen gelegt ist. Ausserdem würde noch stets eine zur Visirebene senkrechte Linie existiren, welche durch einen Punkt des Horopterkreises geht (Prévost's Horopter), deren Punkte einfach gesehen würden. Bei den symmetrischen Augenstellungen würde diese gerade Horopterlinie durch den Fixationspunkt gehen, und es würden sich 159
dann also im Fixationspunkte zwei Linien schneiden, die Gerade und der Kreis, deren Punkte einfach gesehen werden. Es würde dies der vortheilhafteste Fall sein.

Nun haben meine theoretischen Untersuchungen über die Form des Horopters[1]) ergeben, dass, wenn man wirklich alle einfach gesehenen Punkte aufsucht, der Fall trotz der Drehungen nicht ganz so ungünstig ist, wie er in Meissner's Untersuchungen erscheint, indem in jedem Falle mindestens eine Curve durch den Fixationspunkt gezogen werden kann, welche einfach gesehene Punkte enthält, während Meissner für eine grosse Zahl von Augenstellungen (alle assymetrischen Tertiärstellungen) behauptet, dass nur der fixirte Punkt einfach gesehen werde. Indessen ist nicht zu leugnen, dass die bestehenden Raddrehungen des Bulbus die Zahl der günstigsten Fälle, wo zwei einfach gesehene Linien durch den Fixationspunkt zu ziehen sind, ausserordentlich beschränken. Für das binoculare Einfachsehen ist das bestehende Gesetz der Augenstellungen daher entschieden unvortheilhaft, und wir werden weiter unten noch auseinander setzen, dass sogar in denjenigen Fällen, wo Meissner die Interessen desselben am besten gewahrt glaubte, nämlich beim Fernsehen, Abweichungen vorkommen, welche das genaue Einfachsehen fast ganz auf den Fixationspunkt beschränken.

Bei dieser Lage der Dinge haben in neuester Zeit A. Fick[2]) und Wundt[3]) eine andere Hypothese ausgebildet, wonach

1) Vorläufig veröffentlicht in den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg 1863. (S. unten LXVI u. LXVII.) Seit dem hat auch E. Hering die richtige Behauptung aufgestellt, dass der Horopter immer linienförmig sei, ohne aber die Gestalt der Curve zu bestimmen.

2) Zeitschrift für rationelle Medicin. N. Folge. Bd. IV. S. 101.

3) Archiv für Ophthalmologie VIII. 2. S. 46.

die Grösse der Raddrehungen gar nicht von einem optischen Principe, sondern von dem Mechanismus der Muskeln abhängen soll. Es wird danach stets derjenige Grad der Raddrehung des Augapfels gewählt, bei welchem die verlangte Richtung der Gesichtslinie mit dem geringsten Aufwande von Anstrengung erreicht oder erhalten werden kann. Ich bin nicht abgeneigt, die thatsächliche Gültigkeit dieses Princips der kleinsten Muskelanstrengung für höchst wahrscheinlich zu halten, obgleich bei dem noch sehr fragmentarischen Zustande unserer Kenntniss der Umstände, von denen das Gefühl der Anstrengung und der Grad der Ermüdung bei den Muskeln des lebenden Körpers abhängt, bisher der Beweis der Uebereinstimmung jenes Princips mit den Ergebnissen der Versuche noch vielfach durch plausible Hypothesen hat ergänzt werden müssen. Aber selbst wenn sich das Princip der kleinsten Anstrengung für die Augenbewegungen als vollständig anwendbar erweisen sollte, würde daraus noch nicht folgen, dass nicht ein optisches Princip das eigentlich entscheidende sei. Es ist bekannt, dass die Ernährung der Muskeln mit der Häufigkeit ihrer Anstrengungen zu wachsen pflegt, sodass im allgemeinen die Muskeln einer Gruppe, welche häufig zu einem und demselben Zwecke in Bewegung gesetzt werden, sich schliesslich immer mehr oder weniger der Forderung anpassen müssen, dass die zweckmässigste Art der Bewegung auch die leichteste und am wenigsten anstrengende sei. Das würde, zum grossen Theile wenigstens, schon während der Lebensdauer eines Individuums erreicht werden können, selbst ohne dass wir dabei den von Darwin nachgewiesenen Einfluss der Erblichkeit individueller Eigenthümlichkeiten auf die zweckmässigere Ausbildung der Organismen zu berücksichtigen brauchen. Unter allen Systemen des Organismus sind die Muskeln vielleicht die-
161 jenigen, welche sich am schnellsten und am deutlichsten in ihrer Ernährung den von ihnen geforderten Leistungen anpassen.

Eben deshalb erschien es mir höchst unwahrscheinlich, dass die Bequemlichkeit des so bildsamen Muskelsystems bei den Augenbewegungen die Entscheidung geben sollte, während wichtige Interessen des binocularen Einfachsehens zurückstehen

müssen. Es war zu vermuthen, dass diesen vernachlässigten optischen Interesen andere wichtigere Interessen des Sehens entgegenstehen, welche den Ausschlag geben.

Ich glaube nun das eigentlich optische Princip der normalen Augenbewegungen nachweisen zu können; dasselbe ist nur eine weitere Entwickelung des schon oben ausgesprochenen Princips der leichtesten Orientirung. Oben haben wir gesehen, dass die Orientirung über die verticalen, sagittalen, lateralen Richtungen der fixirten Objecte in den verschiedenen Stellungen der Gesichtslinie am leichtesten erhalten bleibt, wenn jede bestimmte Stellung der Gesichtslinie mit einem bestimmten Grade der Raddrehung des Auges verbunden ist. Die Gesichtslinie war dabei als ruhend in ihrer jedesmaligen Stellung betrachtet. Jetzt fragen wir, wie wird es sich während der Bewegung verhalten? Wie ist es möglich, dass das Auge in seiner Orientirung möglichst sicher bleibe, während der Fixationspunkt im Gesichtsfelde sich verschiebt?

Nun würde man das Auge zum Beispiel so bewegen können, dass in allen Stellungen desselben die durch den Fixationspunkt geführten Verticallinien sich immer auf demselben Netzhautmeridiane abbildeten. Wenn dies aber für die verticalen Linien der Fall wäre, würde es in der Regel nicht auch gleichzeitig für die horizontalen, entweder sagittalen oder lateralen Linien zutreffen können. Stellen wir uns zum Beispiel der Wand eines Zimmers gegenüber auf, an welcher 162
die Tapete mit horizontalen und verticalen Linien versehen ist, so wird auf der Netzhaut unseres Auges ein perspectives Bild der Tapete und der auf ihr befindlichen Linien entworfen. Die Netzhaut, und vorzugsweise ihr mittlerer Theil, der die Netzhautgrube umgiebt, bildet hierbei die Projectionsebene des perspectivischen Bildes. Nun schneiden sich in dem perspectivischen Bilde eines Gitters von horizontalen und verticalen Linien die einzelnen Linien nur dann unter rechten Winkeln, wenn die Ebene, auf die das perspectivische Bild projicirt ist, dem Gitter parallel ist. Also werden sich die Bilder aller verticalen und horizontalen Linien auf der Netzhaut auch nur dann in rechten Winkeln schneiden, wenn die Gesichtslinie senkrecht gegen

die Tapete gerichtet ist. Wenn wir aber schräg, zum Beispiel nach oben und rechts gegen die Tapete hinsehen, so würden in dem perspectivischen Bilde sich die horizontalen und verticalen Linien nicht mehr unter vier rechten Winkeln schneiden; vielmehr wird von diesen vier Winkeln derjenige, zwischen dessen Schenkeln das vom Auge gefällte Loth die Wand trifft, stumpf erscheinen, ebenso sein Scheitelwinkel, während die beiden anderen Winkel spitz sind. Wenn also auch die Bewegung des Auges in diesem Falle so geschehen wäre, dass die Verticale des neuen Fixationspunktes auf demselben Netzhautmeridian sich abbildete, wie die des ersten Fixationspunktes, so würden doch sicher die horizontalen Linien beider Netzhautbilder auf verschiedene Retinalmeridiane fallen, und es ist also nicht möglich, die Congruenz aller Augenmeridiane mit bestimmten Richtungen des Raumes festzuhalten. Wir würden sie immer nur für eine einzige Richtung vollständig festhalten können, und es ist kein Grund vorhanden, eine Richtung vor allen anderen in dieser Weise zu bevorzugen. Die verticale Richtung können wir an den äusseren Objecten immer am leichtesten sicher feststellen mittels eines
163 Fadens, der ein Gewicht trägt; deshalb spielt diese Richtung eine bevorzugte Rolle bei allen Messungen an Objecten der Aussenwelt. Dem Auge gegenüber kommt ihr aber in keinerlei Weise ein besonderer Vorzug zu.

Die Forderung also, dass bestimmte Netzhautmeridiane bestimmten Richtungen der Aussenwelt entsprechen sollen, würde sich günstigsten Falles nur theilweise erfüllen lassen, und die wirklichen Augenbewegungen lehren uns auch, dass weder die verticalen, noch die sagittalen noch die lateralen Linien immer auf demselben Netzhautmeridiane abgebildet werden, und dass es auch keine andere Richtung giebt, für die dies zuträfe. Im Verlaufe dieser Untersuchung werden noch Versuche beschrieben werden, die dies ganz direct erweisen.

Fragen wir nun: wie kann während der Bewegung des Auges, wo in jedem Punkte der Netzhaut die Lichteindrücke fortdauernd wechseln, die Anerkenntniss erhalten bleiben, dass trotz dieses Wechsels aller Lichteindrücke nicht eine Verschiebung und Veränderung der Objecte, sondern nur eine

Bewegung des Auges stattgefunden habe. Diese Anerkenntniss muss während des Ueberganges von einem Zeittheilchen zum andern erhalten bleiben, also zunächst für unendlich kleine Verschiebungen des Auges. Wenn sie für jede unendlich kleine Verschiebung während einer continuirlichen Bewegung erhalten bleibt, wird sie auch für die endlich eingenommene neue Stellung da sein.

Wir wollen eine Reihe von verschiedenen Punkten des optischen Bildes auf der Netzhaut mit A, B, C, D u. s. w. bezeichnen, und die Netzhautpunkte, auf welche die genannten Bildpunkte fallen, mit a, b, c, d. Dabei möge der Punkt A des Bildes fixirt sein, a also das Centrum der Netzhautgrube bedeuten. Der Augapfel werde um einen unendlich kleinen Winkel weiter gedreht, wobei die Punkte des Bildes A, B, C, D beziehlich auf die Netzhautpunkte $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ hinrücken, welche alle ebenfalls unendlich wenig von a, b, c, d u. s. w. entfernt 164
sein werden. Wenn nun jedes Mal, wo der Lichteindruck, der den Punkt a betroffen hatte, auf α hinüberrückt, auch gleichzeitig die Beleuchtung der Punkte b, c, d beziehlich auf β, γ, δ übertragen wird, so wird diese Verbindung zusammengehöriger Veränderungen durch Erfahrung leichter als ein zusammengehöriges Ganze, verursacht nur durch eine Bewegung des Augapfels, bekannt werden können, als wenn zu derselben Verschiebung $a\alpha$ auch einmal andere Verschiebungen des Punktes b, als die zuerst gefundene $b\beta$, gehören könnten, und für c eine andere als $c\gamma$ und so fort. Ein solcher fester Zusammenhang der Verschiebungen der verschiedenen Bildpunkte A, B, C, D von den Netzhautpunkten a, b, c, d auf die Punkte $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ erfordert aber, dass die Verschiebung des Bildpunktes A von a nach α immer nur dadurch zu Stande kommt, dass das Auge um eine ganz bestimmte Axe gedreht wird, die zu den Punkten des Augapfels immer dieselbe Lage hat, wie auch übrigens der Augapfel gerichtet sein mag. Dies ist die Bedingung, damit die Orientation in diesem einen Falle möglichst sicher geschehe, wo das Bild, welches auf dem Centrum der Netzhautgrube a lag, nach α rückt. Dieselbe Forderung wird nun aber aufzustellen sein für alle anderen Richtungen unendlich kleiner Verschiebungen des Bildes A von a aus.

Nun können wir auf diesen Fall einen bekannten Satz der Bewegungslehre anwenden, wonach sich unendlich kleine Rotationsbewegungen zusammensetzen lassen nach der Regel des Parallelogramms der Kräfte. Zu dem Ende betrachtet man als die positive Strecke einer Rotationsaxe diejenige Hälfte derselben, um welche vom Drehpunkte aus gesehen, die Rotation nach rechts herum, wie die des Zeigers einer Uhr, geschieht. Sollen nun mehrere unendlich kleine Rotationen gleichzeitig oder nacheinander geschehen, so schneidet
165 man vom Drehpunkte aus auf der positiven Hälfte aller zugehörigen Rotationsaxen Längen ab, welche dem Winkel der betreffenden Drehung proportional sind. Man setzt dann alle diese Linien nach der Regel des Parallelogramms der Kräfte zusammen, als stellten sie Kräfte dar, und als wäre deren Resultante zu suchen. Die Lage der Resultante giebt dann die Lage der Drehungsaxe der resultirenden Drehung, die Länge der Resultante deren Drehungswinkel an. Durch diese eine resultirende Drehung kann man dem gedrehten Körper dieselbe Lage geben wie durch die ganze Zahl der componirten einzelnen unendlich kleinen Drehungen. Umgekehrt kann man nach derselben Regel auch eine einzige unendlich kleine Drehung zerlegen in eine beliebige Anzahl von Componenten, die im allgemeinen nach beliebig gewählten Axen gerichtet sein können.

Wenn wir nun im Auge für die Bewegung des Bildpunktes A vom Netzhautpunkte a nach α die Drehungsaxe $\mathfrak{A}$ gefunden haben, und für irgend eine zweite Bewegung von a nach α' die Drehungsaxe $\mathfrak{A}'$, so können wir den Bildpunkt A von a aus nach jedem anderen unendlich nahen Punkte hinbringen, indem wir ihn erst um eine gewisse Länge in Richtung des Weges $a\alpha$, und dann ein zweites Stück von α aus parallel der Richtung $a\alpha'$ fortführen, d. h. erst eine Drehung um die Axe $\mathfrak{A}$, dann eine solche um die Axe $\mathfrak{A}'$ ausführen. Beide Drehungen können wir nach dem eben angeführten Satze in eine einzige verbinden, indem wir auf den Axen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{A}'$ von ihrem Schnittpunkte (dem Drehpunkte) aus Stücke abschneiden, $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{a}'$, und diese als Seiten eines Parallelogramms betrachten, deren Diagonale $\mathfrak{A}''$ zu suchen ist.

Nun liegt die Diagonale eines Parallelogramms jedenfalls mit seinen Seiten in derselben Ebene. Folglich liegt die resultirende Drehungsaxe $\mathfrak{A}''$ in der Ebene, welche durch die Drehungsaxen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{A}'$ gelegt worden ist, welches auch übrigens die Richtung sein mag, in der der Bildpunkt A von 166
a aus auf der Netzhaut verschoben worden ist.

Da nun nach dem ersten oben vorangestellten Gesetze der Augenbewegungen die Stellung des Auges unabhängig ist von dem Wege, auf welchem die Gesichtslinie in ihre zeitweilige Stellung geführt worden ist, so folgt, dass bei allen unendlich kleinen Drehungen des Auges, wodurch die Gesichtslinie von dem Punkte A auf einen benachbarten Punkt übergeht, die Drehungsaxe immer in einer und derselben Ebene liegen muss.

Verbinden wir diesen Satz, welcher nur eine Folge des oben aufgestellten Princips der leichtesten Orientirung in den Ruhestellungen des Auges ist, mit der schon gefundenen Folgerung aus dem Princip der leichtesten Orientirung während der Bewegung, welche feststellt, dass die Drehungsaxen für eine bestimmte Verschiebung des Bildes A von a nach α unabhängig von der Stellung des Augapfels immer dieselbe Lage im Auge haben sollen, so folgt, dass das zweite Princip nur dann vollständig erfüllt sein würde, wenn die Ebene der Drehungsaxen bei jeder Stellung des Auges immer dieselbe Lage beziehlich zum Augapfel hätte, also immer dieselben Theile des Augapfels schnitte.

Denken wir uns im Drehpunkte des Auges eine Normale auf der Ebene der Drehungsaxen errichtet, welche wir die atrope (ungedrehte) Linie des Auges nennen wollen, so würde weiter folgen, dass bei jeder Bewegung des Auges diejenige Componente der Drehung, welche die atrope Linie als Axe hat, Null sein müsste, und dass jede Drehung um die atrope Linie ein Fehler gegen das Princip der leichtesten Orientirung sein würde. Ich werde weiter unten zeigen, dass in der That eine jede solche Bewegung einen Irrthum über die Richtung der Linien im Gesichtsfelde veranlasst.

Jetzt haben wir die Frage zu stellen: Kann die aufge- 167
stellte Regel für die Bewegungen des Auges durchgeführt

werden, ohne das erste und oberste Princip für die ruhenden Augenstellungen zu verletzen? Die Antwort darauf ist folgende: Sie kann durchgeführt werden, so lange sich die Augenbewegungen auf ein so kleines Stück des Gesichtsfeldes beschränken, dass innerhalb desselben die Sinus den Bögen und Tangenten der Gesichtswinkel gleich gesetzt werden können. Sie kann nicht durchgeführt werden für Bewegungen des Auges über grössere Winkel.

Dass sie für ein sehr kleines Feld durchgeführt werden kann, ist durch den bisher geführten Beweis schon bewiesen. Denn so weit die Sinus mit den Bögen identificirt werden können, so weit gilt auch die Regel von der Zusammensetzung der Drehungen nach der Diagonale des Parallelogramms.

Dass sie für Bewegungen in grossen Bögen nicht durchgeführt werden kann, lässt sich ohne Rechnung am leichtesten erkennen, wenn wir Drehungen um rechte Winkel annehmen.

Nehmen wir einmal als Beispiel an, die Augenaxe sei die atrope Linie, was, wie wir später sehen werden, nicht weit von der Wahrheit entfernt ist, und alle Drehungen des Auges müssten um Axen geschehen, welche in der Aequatorialebene des Bulbus liegen. Nehmen wir weiter an, wir könnten die Bewegungen des Auges bis auf rechte Winkel ausdehnen, wie es das Chamäleon thut. Wenden wir das Auge nach aussen durch Drehung um eine verticale Axe, so würde die innere Seite des Bulbus nach vorn treten; wenden wir es nach innen, die äussere. Ebenso würde bei der Drehung um eine horizontale Axe die obere Seite des Bulbus nach vorn treten, wenn wir nach unten sehen; die untere, wenn wir nach oben sehen.

Nehmen wir jetzt weiter an, wir hätten den Blick erst
168 unter einem rechten Winkel nach aussen gedreht; die innere Seite des Bulbus wäre vorn zwischen den Augenlidern erschienen. Wir wollen jetzt die Augenaxe direct nach oben führen, dann im Kreise herum nach innen, nach unten und wieder nach aussen, sodass sie immer unter einem rechten Winkel von ihrer Anfangsstellung entfernt bliebe. Die Drehungsaxe für diese Bewegung sollte nach der Forderung unseres Princips in der Aequatorialebene des Auges liegen;

die Aequatorialebene steht nach der vorausgesetzten Drehung des Auges nach aussen, jetzt der Medianebene des Körpers parallel, und für die verlangte Bewegung des Auges würde keine andere in ihr liegende Axe zu brauchen sein als die gegenwärtig von vorn nach hinten laufende Verbindungslinie der ursprünglich äusseren und inneren Seite des Bulbus. Drehen wir das Auge um diese Linie als Axe, so bleibt die innere Seite des Bulbus, welche vorn zwischen den Lidern liegt und von der Drehungsaxe geschnitten wird, unverändert vorn an ihrer Stelle, weil die Punkte der Drehungsaxe selbst ihren Platz nicht verändern, und wir bekommen somit die Richtung des Blickes nach oben, nach innen, nach unten, wobei fortdauernd die innere Seite des Bulbus vorliegt, und nicht wie wir vorher fanden, beziehlich die untere, die äussere und obere.

Nun sind allerdings Drehungen des Auges um so grosse Winkel, wie hier vorausgesetzt wurde, nicht möglich. Was aber für rechte Winkel gilt, muss natürlich in geringerem Maasse auch für halbe oder viertel Rechte gelten.

Es ist hieraus klar, dass sich die beiden Princpien der leichtesten Orientirung, die wir einmal für die Ruhestellungen, dann für die unendlich kleinen Bewegungen des Auges aufgestellt haben, für grössere Excursionen nicht mit einander vereinigen lassen. Da wir schon gesehen haben, dass das erste auf die Ruhestellungen bezügliche in Wirklichkeit erfüllt ist, 169
so kann das zweite für die Bewegungen nicht unbedingt, sondern nur annähernd erfüllt sein; es kann nur so weit erfüllt sein, dass die Summe der Abweichungen von diesem Princip möglichst klein ist.

Betrachten wir also eine jede Drehung des Auges um die atrope Linie als Fehler, so werden wir das Princip der leichtesten Orientirung bei den Bewegungen beschränken müssen auf die Forderung: Es soll das Gesetz der Augenbewegungen so bestimmt werden, dass die Summe der Fehlerquadrate für die sämmtlich möglichen unendlich kleinen Bewegungen des Auges zusammengenommen ein Minimum werde.

Die Quadrate der Fehler müssen hier aus denselben

Gründen genommen werden wie bei dem bekannten Princip der kleinsten Fehlerquadrate in der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Da vielleicht nicht alle Leser dieses Aufsatzes geneigt sein werden, die mathematische Entwickelung dieses Postulats mit durchzurechnen, gebe ich diese in einem Anhange und stelle hier gleich das Resultat hin.

Die aufgestellte Forderung führt nämlich unter der Voraussetzung, dass das Feld, über welches sich die atrope Linie bewegen kann, kreisförmig sei, was beim menschlichen Auge nahehin zutrifft, geraden Weges zu dem schon oben erwähnten Principe von Listing, welches dieser scharfsinnige Optiker an Ruete mitgetheilt hat, aber ohne einen Beweis zu geben und ohne zu erklären, wie er auf dieses Gesetz gekommen sei. Um dieses Princip auszusprechen, haben wir eine ausgezeichnete Stellung der Gesichtslinie zu unterscheiden, die Primärstellung, die sich übrigens in jedem Theile des Gesichtsfeldes befinden könnte, in Wirklichkeit jedoch, wie es scheint, seiner
170 Mitte meist ziemlich nahe liegt. Alle anderen Stellungen des Auges nenne ich mit Listing Secundärstellungen, worunter also die von Meissner mit dem Namen der secundären und tertiären belegten Stellungen zusammen begriffen sind. Listing's Gesetz ist:

Die Stellung des Auges in einer Secundärstellung wird gefunden, wenn dasselbe aus der Primärstellung in die Secundärstellung übergeführt wird durch Drehung um eine Axe, welche auf der primären und secundären Richtung der Gesichtslinie senkrecht steht.

Meissner hat Listing's Princip in seiner ersten Arbeit[1]) über Augenbewegungen nur für die Stellungen, welche er secundäre nennt, angenommen; in seiner zweiten[2]) für alle, in seiner dritten[3]) betrachtet er es nur als eine erste Annäherung

1) Beiträge zur Physiologie des Sehorgans. Leipzig 1854. S. 95.
2) Archiv für Ophthalmologie. II. 1. S. 64.
3) Ueber die Bewegungen des Auges. Zeitschrift für rationelle Medicin. 3. Reihe. Bd. VIII. S. 34.

an die Wahrheit, weil es mit den Versuchen ziemlich schlecht zu stimmen schien. Fick und Wundt haben darauf gar keine Rücksicht genommen; ihre Versuche waren in einer Weise angestellt, dass die Vergleichung mit Listing's Gesetz erst ziemlich mühsame Berechnungen erforderte; und man muss zugeben, dass es bisher nicht genügende theoretische Wahrscheinlichkeit für sich hatte, um eine so weitläuftige Arbeit zu diesem Zwecke zu unternehmen.

Auch ist es in der That nur dann streng richtig, wenn das Feld für die Bewegung der atropen Linie des Auges genau kreisförmig ist, was nun allerdings bei manchen menschlichen Augen, z. B. meinen eigenen, so nahehin zutrifft, dass die Augenbewegungen gar keine Abweichung von Listing's Gesetz erkennen lassen. Wenn dagegen das Bewegungsfeld 171
nicht kreisförmig ist, so folgt aus unserem Princip, dass sich namentlich gegen den Rand hin Abweichungen von Listing's Gesetz einstellen müssen, und zwar so, dass, wenn man im Sinne der Raddrehung dem Umfange des Bewegungsfeldes folgt, positive Zuwachse der Drehung eintreten werden, wo sich die Umfangslinie vom Mittelpunkt des Feldes entfernt, negative, wo sie sich nähert.

Die Raddrehung, gemessen an der Abweichung des Netzhauthorizontes von der Visirebene in dem oben angeführten Sinne, ist nach dem Listing'schen Gesetze negativ oder links gerichtet im rechten oberen und linken unteren Quadranten; positiv im linken oberen und rechten unteren. Wäre das Feld elliptisch mit längerer Horizontalaxe, und durchliefe man seinen Umfang im Sinne der Rechtsdrehung, also so wie ein Uhrzeiger um das Zifferblatt läuft, so würde man sich im rechten oberen und linken unteren Quadranten vom Mittelpunkte der Ellipse entfernen, man würde hier einen positiven Drehungszuwachs haben, in den beiden anderen Quadranten einen negativen. Also würde die Raddrehung nach dem Rande des Feldes zu überall kleiner werden müssen, als sie nach dem Listing'schen Gesetze ist.

Umgekehrt wenn das Bewegungsfeld elliptisch mit längerer verticaler Axe wäre, so würden alle Raddrehungen etwas grösser ausfallen müssen, als sie sind.

Alle dergleichen kleinere Abweichungen des Randes würden auf die Drehungen in der Mitte des Feldes einen verhältnissmässig sehr kleinen Einfluss ausüben, sodass also in dem mittleren wichtigsten Theile des Feldes das Gesetz von Listing sich doch immer als gültig bewähren müsste, wenn die Abweichungen des Umfanges von der Kreisgestalt nicht gar zu gross wären.

Ich schreite jetzt zur Prüfung dieses theoretisch gefunde-
172 nen Gesetzes durch Versuche. Ich werde zunächst meine eigenen Versuche beschreiben, bei denen sich die vollkommenste Uebereinstimmung mit Listing's Gesetz herausstellte, und werde dann auseinandersetzen, durch welche Umstände bei den Versuchen meiner Vorgänger, wie mir scheint, die Uebereinstimmung ihrer Messungen mit dem genannten Gesetze verdeckt oder gestört wurde.

Eigene Versuche über Augenstellungen.

Meine Versuche sind ebenso wie die früheren von Ruete, Donders und Wundt mit Benutzung der Nachbilder angestellt worden, mit solchen Veränderungen des Verfahrens, dass dadurch eine directe Prüfung des Gesetzes von Listing möglich wurde.

Gleich bei den ersten Versuchen überzeugte ich mich von der Nothwendigkeit einer fortdauernden genauen Controle für die Haltung des Kopfes. Wenn die Haltung desselben nur dem subjectiven Gefühle überlassen ist, kann man gar nicht dafür stehen, dass sie nicht nach fünf Minuten um mehrere Grade geändert ist, namentlich, wenn man dabei Augenstellungen wählt, in denen die Fixation nur mit einiger Anstrengung vollzogen wird. Im letzteren Falle wendet sich der Kopf fast unwillkürlich so, dass die Anstrengung der Augen verringert wird. Wenn man einige Stellen des Gesichts, Kinn und Stirn, oder Wangenbein und Nasenrücken gegen feste Stützen legt, ist zwar im Ganzen eine stetigere Haltung des Kopfes gesichert, indessen lässt die weiche Haut doch sehr verschiedene Grade der Zusammendrückung und Verschiebung zu. Ich zweifle nicht, dass der Beobachter durch grosse Aufmerksamkeit und

Vorsicht den Nachtheilen entgehen kann, die daher fliessen; indessen eine zuverlässige Sicherung gegen Verschiebungen des Kopfes ist dadurch nicht erreicht, und namentlich, wenn man nach einer Unterbrechung der Beobachtungsreihe wieder zu ihr zurückkehrt, ist es kaum möglich sich zu vergewissern, dass 173
der Kopf wieder in dieselbe Lage zum Object gebracht ist, wie früher.

Um mich zu schützen gegen Irrthümer, die aus dieser Quelle fliessen, habe ich ein Visirzeichen (abgebildet in Fig. 40 in geometrischer Projection), welches mir zur Orientirung für die Stellung des Kopfes dient, fest mit den Zähnen, und somit fest mit dem knöchernen Skelette verbunden. Zu dem Ende benutze ich ein Brettchen AB (13 cm lang, 4 breit), welches bei A einen den Zahnreihen entsprechenden bogenförmigen Ausschnitt hat, bei B eine hölzerne vierkantige Säule trägt, an der ein horizontaler Streifen CC aus steifem Papier mit Klebwachs, und daher leicht verschieblich, befestigt ist. Die Ränder des Ausschnittes A werden auf beiden Seiten mit einem Wulst von heissem Siegellack bedeckt, und wenn dieses zu erhärten beginnt, drückt man die beiden Zahnreihen in den Siegellack ab, indem man das Brettchen fest zwischen die Zähne nimmt. Ist der Siegellack erkaltet, so ist nachher die Lage des Brettchens zwischen den Zahnreihen unverrückbar festgestellt, und nach jeder Unterbrechung der Versuche immer wieder in genau unveränderter Weise herzustellen.

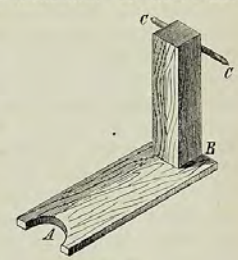


Fig. 40.

Der Papierstreifen CC wird so lang gemacht, als die Distanz der Knotenpunkte der Augen beim Fernsehen. Man erkennt das leicht, wenn man nach einem fernen Objecte hinblickt. Dann erscheint der Papierstreifen in einem binocularen Doppelbilde, und man macht ihn so lang, und dreht ihn so, dass die einander zugekehrten Enden seiner Doppelbilder

174 gerade auf einander stossen. Wenn man auf diese Weise dem Papierstreifen eine bestimmte Stellung gegeben hat, ist man sicher, dass, wenn man mit dem rechten Auge am rechten, mit dem linken am linken Ende des Streifens vorbei visirt, die beiden Gesichtslinien immer wieder genau dieselbe Richtung zum Kopfe haben.

Um die Nachbilder zu beobachten, habe ich an der Wand eines Zimmers, dessen hellgraue Tapete verticale Streifen und horizontale Abtheilungen zeigte, in der Höhe meiner Augen ein rosenrothes Band horizontal ausgespannt und mich an der entgegengesetzten Wand des Zimmers so aufgestellt, dass, wenn ich die Mitte des Bandes fixirte, meine Gesichtslinie senkrecht zu der Wand, an der es haftete, gerichtet war. Wenn ich dann einen Punkt des Bandes einige Secunden fixirte, und nachher das Auge nach einem anderen Theile der Wand seitwärts wandte, sah ich für kurze Zeit ein grünes Nachbild des rothen Bandes. Sobald dies zu schwinden beginnt, kehrt man zur Fixation des Bandes zurück, wendet den Blick dann seitwärts zu derselben oder einer anderen Stelle der Wand, und kann so in kurzer Zeit eine grosse Anzahl von Augenstellungen durchmachen, ohne lange in einer zu verweilen, und indem man durch immer wiederholtes Betrachten desselben Punktes des rothen Bandes das Nachbild fortdauernd frisch erhält. Hält man dabei das eben beschriebene Brettchen mit dem Visirzeichen zwischen den Zähnen und richtet die gegen einander gekehrten Spitzen der Doppelbilder des Papierstreifens so, dass sie in der Nähe des Fixationspunktes einen genau bestimmten Punkt der Tapete decken, so erkennt man bei jeder Rückkehr des Blickes nach dem rothen Bande, was nach Unterbrechungen von 10 bis 20 Secunden immer wieder geschieht, ob der Kopf seine Stellung verändert hat oder nicht.

175 Ich lege Gewicht darauf, dass bei dieser Beobachtungsmethode die Gesichtslinie niemals lange in einer seitlichen Stellung verweilt, sondern immer wieder schnell zu ihrer Mittellage zurückkehrt. Ich habe nämlich gefunden, dass, wenn man nur kurze Zeit stark nach rechts unten, links unten, rechts oben oder links oben blickt, nachher während der ersten Minuten die Drehungen des Auges etwas abweichend von

denen des unermüdeten Auges ausfallen, und dadurch mögen einzelne Abweichungen in den früheren Beobachtungen entstanden sein.

Wenn man die Beobachtungsreihe beginnt, ist es nöthig, zuerst die Primärstellung der Augen empirisch zu suchen. Dies geschieht, indem man bei der gewählten Stellung des Visirzeichens den Blick von der fixirten Stelle des Bandes aus gerade nach oben und gerade nach unten, dann horizontal nach rechts und nach links wandern lässt. In allen diesen Stellungen des Auges muss das Nachbild horizontal bleiben, wenn man von der Primärstellung ausgeht; bleibt es nicht horizontal, so muss man dem Visirzeichen (dem Papierstreifen *CC*) eine andere Lage geben, bis man die richtige Lage desselben gefunden hat. Und zwar muss man den Papierstreifen weiter nach links rücken, wenn man nach oben blickend das linke Ende des Nachbildes höher, nach unten blickend dasselbe tiefer stehend findet. Findet man nach oben blickend das rechte Ende des Nachbildes höher, so verschiebt man den Streifen nach rechts. Man verschiebe den Streifen dagegen nach oben, wenn man nach links blickend das linke, nach rechts blickend das rechte Ende des Nachbildes tiefer stehend findet. Man verschiebe ihn nach unten, wenn man umgekehrt nach links blickend das rechte Ende des Nachbildes tiefer findet, nach rechts blickend dagegen das linke.

Man findet übrigens bei den Beobachtungen selbst diese Regeln immer leicht wieder, wenn man absichtlich das Gesicht zu weit nach rechts, oder links, oder oben, oder unten dreht, 176 und die Verschiebungen des Nachbildes beobachtet.

Hat man endlich diejenige Stellung des Visirzeichens gefunden, wobei die Augen die Primärstellung annehmen, sobald sie an seinen Enden vorbei visiren, so kann man zur weiteren Prüfung des Listing'schen Gesetzes übergehen.

Ich bemerke noch, dass bei meinen eigenen Augen die Primärstellung in der Mitte des Umkreises liegt, welchen die Gesichtslinie überhaupt durchlaufen kann, und dass sie auch diejenige Richtung ist, die ich als die bequemste zu wählen geneigt bin, wenn ich stehend Gegenstände, die mit meinen Augen gleich hoch sind, betrachten will. Für höhere Gegen-

stände wähle ich dagegen auch eine etwas höhere Lage der Gesichtslinie, für tiefere eine etwas tiefere.

Durch die bisher beschriebene Art und Weise, die Primärstellung zu finden, ist zugleich festgestellt worden, dass bei den Bewegungen nach rechts und nach links das Auge um eine genau verticale Axe gedreht ist, bei den Bewegungen nach oben und unten um eine horizontale Axe, welche Drehungsaxen in beiden Fällen senkrecht waren auf dem ersten und letzten Stande der Gesichtslinie. Bei der angegebenen Stellung des Beobachters nämlich liegt die Visirebene horizontal, so lange die Mitte des rothen Bandes den Fixationspunkt bildet. Das rothe Band und sein Netzhautbild liegen selbst in der Visirebene, sein Nachbild also in demjenigen Meridiane der Netzhaut, den wir den Netzhauthorizont genannt haben. Die Visirebene schneidet die gegenüberliegende Wand in einer horizontalen geraden Linie. Bei der horizontalen Bewegung des Blickes bleibt die Lage der Visirebene unverändert, indem der Fixationspunkt nur in einen anderen Punkt ihrer Schnittlinie mit der Wand verlegt wird. Wenn wir nun finden, dass das Nachbild,
177 welches die Projection des Netzhauthorizontes auf der Wand ist, mit der durch den neuen Fixationspunkt gezogenen Horizontallinie, also mit der Visirebene, zusammenfällt, so schliessen wir daraus, dass das Auge um eine zur Visirebene senkrechte Axe gedreht ist, und da die Gesichtslinien, die hierbei in Betracht kommen, alle selbst in der Visirebene liegen, so folgt auch weiter, dass die Drehungsaxe senkrecht zur ersten und zweiten Lage der Gesichtslinie ist.

Wenn der Fixationspunkt gerade nach oben bewegt wird, dreht sich die Visirebene um eine durch die Drehpunkte beider Augen gelegte laterale Axe, während die Gesichtslinien in einer sagittal gerichteten verticalen Ebene auf- und absteigen — vorausgesetzt nämlich, was bei diesen Versuchen mit zwei Augen immer angenommen werden muss, dass die fixirten Punkte weit genug vom Auge entfernt sind, um keine merkliche Convergenz der Gesichtslinien nöthig zu machen. Nur unter dieser Bedingung können die Drehungen beider Augen übereinstimmend sein. Wenn also auch nach dieser Bewegung die Nachbilder mit den horizontalen Linien

der Wand übereinstimmen, so folgt, dass die Augen um dieselbe horizontal laterale Axe gedreht sind wie die Gesichtslinien, welche in der sagittal verticalen Ebene enthalten sind. Wiederum also steht die Drehungsaxe senkrecht auf den sämmtlichen Richtungen der Gesichtslinien.

Das gleiche Resultat wie für horizontale Linien erhalten wir bei den gleichen Bewegungen des Auges für die Nachbilder verticaler Linien, welche dabei durchaus den verticalen Linien der Tapete parallel bleiben.

Wenden wir dagegen die Gesichtslinie aus ihrer Primärstellung nicht entweder horizontal nach rechts und links, oder vertical nach oben und unten, sondern schief nach rechts und oben, oder rechts und unten u. s. w., so treten sogleich sehr 178
merkliche Winkel zwischen dem Nachbilde des horizontalen Bandes und den horizontalen Linien der Wand ein, und zwar so, dass

1) bei der Richtung des Blickes nach rechts oben oder links unten
   das Nachbild einer Horizontallinie links gedreht,
   das einer Verticallinie rechts gedreht erscheint;
2) bei der Richtung des Blickes nach links oben oder rechts unten
   das Nachbild einer Horizontallinie rechts gedreht,
   das einer Verticallinie links gedreht erscheint.

Daraus ergiebt sich schon, dass für alle diese schiefen Richtungen der Gesichtslinie es auch Richtungen der primären Linie geben muss, mitten inne zwischen horizontal und vertical, deren Bild gar nicht gedreht erscheint.

Es ist leicht ersichtlich, dass der Vorzug, der bei diesen Versuchen sich für die Nachbilder horizontaler und verticaler Linien bei horizontaler und verticaler Verschiebung des Fixationspunktes herausgestellt hat, wonach ihre Nachbilder der ursprünglichen Richtung immer parallel erscheinen, darauf beruht, dass die Drehungsaxe des Auges entweder senkrecht oder parallel zur Richtung des rothen Bandes war, welches abgebildet wurde. Denn in der Fassung des Listing'schen Gesetzes sind horizontale oder verticale Linien durchaus nicht vor den anderen bevorzugt, und alle die Betrachtungen, welche

wir eben angewendet haben für horizontale und verticale Nachbilder bei horizontaler oder verticaler Bewegung des Fixationspunktes, passen natürlich ebenso gut auf schief gelegene Nachbilder, wenn der Fixationspunkt gleichfalls derartig in schiefer
179 Richtung bewegt wird, dass die Richtung seiner Bewegung entweder in Verlängerung der Richtung der Objectlinie liegt oder senkrecht darauf.

Denken wir uns statt des Auges einen gewöhnlichen Erdglobus gesetzt, der um seine Polaraxe drehbar ist. Derjenige Durchmesser der Aequatorialebene, der in der Ebene des ersten Meridians liegt, stelle die Gesichtslinie vor, der Mittelpunkt den Knotenpunkt des Auges. Der Globus werde so gestellt, dass diese Gesichtslinie senkrecht gegen eine Wand des Zimmers gerichtet sei; übrigens mag die Polaraxe, welche dieser Wand demnach parallel gelegen sein muss, senkrecht, horizontal oder schief stehen. Wir nennen diese erste Stellung des Globus seine Primärstellung. Die der Wand abgewendete Seite des Globus repräsentire die Fläche der Netzhaut. Zwei Ebenen an dem Globus haben wir zu beachten, die des Aequators und die des ersten Meridians, welche beide auf einander senkrecht stehen und auch die Wand des Zimmers schneiden in zwei Linien, die senkrecht zu einander stehen, indem die drei genannten Ebenen, wo sie sich schneiden, eine rechtwinkelige Ecke bilden. Die beiden in der Wand liegenden Kanten dieser Ecke denke man durch farbige Objectlinien bezeichnet. Werden diese beiden Linien auf dem Globus nach dem Principe abgebildet, wie das Auge abbildet, so liegt das Bild der einen Linie im Aequator des Globus, das andere im ersten Meridian, und wenn sich diese Bilder zu Nachbildern entwickeln, so werden die Ebene des Aequators und die Ebene des ersten Meridians immer die Projectionsebenen dieser Nachbilder bleiben.

Jetzt drehe man den Globus um seine Polaraxe. Die Aequatorialebene ändert dadurch nicht ihre Lage im Raum; die Linie, in der sie die Wand schneidet, in der das Nachbild erscheinen muss, bleibt unverändert. Es schiebt sich bei der angegebenen Drehung des Globus in dieser Schnittlinie nur
180 hin und her, behält also seine ursprüngliche Richtung unverändert

bei. Die Ebene des ersten Meridians geht durch die Drehungsaxe, welche selbst der Wand parallel ist. Folglich ist auch die Schnittlinie des ersten Meridians mit der Wand stets der Drehungsaxe parallel. Denn wenn zwei Ebenen sich schneiden, und eine (erster Meridian) durch eine der anderen Ebene (Wand) parallele Linie (Drehungsaxe) geht, ist die Schnittlinie beider Ebenen der genannten Linie selbst parallel. In dieser Schnittlinie müssen die Nachbilder erscheinen, die im ersten Meridian entwickelt sind. Folglich sind diese Nachbilder immer der Drehungsaxe, folglich auch sich unter einander parallel. Dadurch ist die aufgestellte Behauptung allgemein erwiesen.

Diese Betrachtungen geben nun ein sehr einfaches Verfahren an die Hand, um die Richtigkeit des Listing'schen Gesetzes für alle Augenstellungen zu prüfen, ohne dass man Winkelmessungen auszuführen und zu berechnen hat. Man hat nur gerade dasselbe Verfahren anzuwenden bei schiefen Objectlinien, welches wir anwendeten, um bei horizontalen, beziehlich verticalen Linien die Primärstellung zu finden.

Schief sind die betreffenden Linien und Richtungen hier genannt, insofern sie spitze Winkel mit der verticalen und lateralen Coordinataxe des Kopfes bilden. Man kann also die Schiefheit der Objectlinie in zweierlei Weise herstellen, entweder indem man bei gerade aufgerichtetem Kopfe die Objectlinie selbst einen spitzen Winkel mit der horizontalen Richtung machen lässt, oder indem man bei horizontaler, beziehlich verticaler Objectlinie den Kopf neigt.

Die letztere Methode ist die einfachere, wenn man in der bisher beschriebenen Weise mit beiden Augen gleichzeitig die Linien einer Tapete beobachtet. Indem man das oben beschriebene Visirzeichen zwischen die Zähne nimmt und sich danach orientirt, ist man sicher, bei jeder schiefen Neigung des 181
Kopfes die Richtung der Primärstellung immer leicht wieder zu finden. Der Kopf ist also in irgend einer seitlich geneigten Lage festzuhalten, bei welcher der fixirte mittlere Punkt des Bandes wieder dieselbe Lage gegen das Visirzeichen hat wie früher. Die Doppelbilder seines Papierstreifens projiciren sich dabei auf die Wand und bezeichnen die Neigung der lateralen Linie des Kopfes gegen die horizontale. Man macht nun bei

geneigter Kopfhaltung wieder dieselbe Reihe von Versuchen durch, wie früher bei gerade aufrechter Haltung des Kopfes; man verschiebt das Nachbild des rothen Bandes längs der durch den Fixationspunkt gehenden absoluten Verticallinie und Horizontallinie, und kehrt immer wieder zum ersten Fixationspunkte zurück, um das Nachbild wieder aufzufrischen und sich von der unveränderten Haltung des Kopfes zu versichern.

Ich finde nun für meine beiden eigenen Augen, dass hierbei die Nachbilder genau parallel den horizontalen Linien der Tapete bleiben, wodurch das Listing'sche Gesetz für meine eigenen Augen vollständig bestätigt ist. Ich habe mich ausserdem überzeugt, indem ich bald das eine, bald das andere Auge mit der Hand verdeckte, dass die Nachbilder beider Augen einzeln genommen genau die gleiche Lage gegen die Tapete haben.

Ich habe indessen auch noch eine zweite Reihe von Versuchen mit je einem Auge an näheren Objecten angestellt, da meine Augen zwar noch weitsichtig genug sind, um die Richtung der Linien auf der entfernten Tapete deutlich genug zu erkennen, eine vollständig genaue Accommodation für dieselbe aber doch über die Grenzen meiner Sehweite hinausging. Ich überzog daher ein gewöhnliches Zeichenbrett mit hellgrauem Zeichenpapier, zog darauf mit Bleistift ein Gitter von verticalen und horizontalen Linien, je ein Centimeter von einander
182 entfernt. Längs der Mitte der mittleren Verticallinie ist ein schmaler grüner Streifen auf der Mitte eines etwas breiteren rothen Streifens angebracht, beide aus farbigem Papier geschnitten. In der Mitte des grünen Streifens, dem Schnittpunkte der verticalen und horizontalen Linie entsprechend, ist ein schwarzes Tüpfelchen angebracht, um den Fixationspunkt zu bezeichnen. An dieser mittelsten Stelle ist ein kleines Glasspiegelchen unter den rothen Streifen geschoben, und blickt durch einen Ausschnitt desselben dicht neben dem Fixationspunkte hervor. In Fig. 41 sieht man bei *aa* den grünen Streifen, bei *cccc* den rothen, durch dessen Ausschnitt *bb* der Spiegel hervorsieht; links und rechts neben dem breiteren Streifen die Anfänge der Gitterlinien in halber natürlicher Grösse. Wenn sich das beobachtende Auge

gerade senkrecht zur Tafel vor dem Fixationspunkte *b* befindet, sieht es in den unbedeckten Stellen des Spiegels das Bild seiner Iris und Sclera gespiegelt, und der Beobachter kann sich danach leicht so stellen, dass seine Pupille sich in dem im Punkte *f* auf der Ebene der Tafel errichteten Lothe befindet. Ausserdem nimmt er das oben beschriebene Visirzeichen zwischen die Zähne, um sich danach so zu orientiren, dass sein Auge, während es *f* fixirt, sich in der Primärstellung 183
befindet. Ist die Primärstellung richtig getroffen, so muss das Nachbild den Verticallinien parallel bleiben, so oft der Fixationspunkt entweder längs der mittleren Verticallinie *aa* oder längs der mittleren Horizontallinie *gg* verschoben wird. Hat man auf diese Weise die Richtigkeit der Primärstellung festgestellt, so ist es in diesem Falle leichter, die Tafel schief zu stellen, während die Lage des Kopfes unverändert bleibt. Wie auch die Tafel gedreht werden möge, wenn nur die Gesichtslinie anfangs in der Primärstellung mit dem in *f* auf der Tafel errichteten Lothe zusammenfällt, so fand ich nachher bei Fixation eines Punktes der Linie *aa* oder der Linie *gg* stets, dass das Nachbild mit den parallel *aa* gezogenen Linien auf der Tafel zusammenfällt. Somit findet sich auch bei dieser Methode die vollständige Uebereinstimmung der Bewegungen jedes meiner Augen mit dem Gesetze von Listing bestätigt.

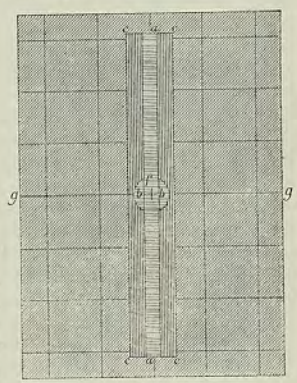


Fig. 41.

Nach beiden Methoden hat auf meine Bitte auch Herr Dr. Knapp zu experimentiren die Gefälligkeit gehabt und für sein linkes Auge ganz dieselben Resultate gefunden.

Sein rechtes Auge zeigte nur bei den stärkeren Drehungen nach innen und unten Abweichungen im Sinne einer positiven Raddrehung.

Von den Versuchsreihen anderer Beobachter ist es namentlich die Reihe von Wundt (Arch. f. Ophthalmol. Bd. VIII. 2 S. 16 und 17), welche zur Vergleichung herbeigezogen werden muss. Es sind darin die Winkel gemessen worden, welche die Nachbilder einer verticalen Linie, bei verschiedenen Stellungen der Gesichtslinie auf eine zur Gesichtslinie senkrechte Ebene entworfen, mit der Verticalebene gemacht haben. Die Ergebnisse dieser Messungen scheinen auf den ersten Blick mit dem Listing'schen Gesetze gar nicht zu stimmen, aber nur deshalb, weil die als Nullpunkt für die Winkelmessungen gewählte Stellung der Gesichtslinie nicht die Primärstellung gewesen ist.
184 Die Formel, nach welcher zu rechnen ist, ist ziemlich verwickelt; sie ist im Anhange in Gleichung (i) entwickelt. Der Winkel, den Wundt mit b bezeichnet, heisst dort λ, der Höhenwinkel h heisst dort β, und der Raddrehungswinkel γ. In dieser Formel kommen zwei Constanten p und q vor, welche von der Lage der Primärstellung zum Nullpunkt der Winkelmessungen abhängen, und deren Bedeutung unten näher erklärt werden wird. Für die Berechnung einer Versuchreihe, wie die von Wundt ist, müssen sie durch Probiren gesucht werden, was äusserst weitläufige Rechnungen giebt. Ich habe sie annähernd bestimmt, und zwar:

$$\log. q = 9{,}12702$$
$$\log. (-p) = 8{,}78811$$

und damit die Raddrehungswinkel der folgenden Tabelle berechnet. Die Primärstellung der Gesichtslinie würde danach liegen an dem Punkte, der nach Wundt's Bezeichnung die Höhe $h = -15^0\ 12'$ und eine seitliche Ablenkung $b = 7^0\ 9'$ nach aussen hat. Die Höhe -15^0 entspricht gerade der mittleren Höhe des ganzen Feldes. Wenn man $h = -15^0$ und $b = 0$ als Mittelpunkt des Bewegungsfeldes nimmt, würde folgen, dass die atrope Linie in Wundt's Auge $3^0\ 34'\ 30''$ nach aussen von der Gesichtslinie liegt, also wahrscheinlich sehr nahe mit der Augenaxe zusammenfällt. Die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung würden zweifelsohne noch

Winkel b.

Höhe nw. h.	nasenwärts + 40°	+ 30°	+ 20°	+ 10°	0°	− 10°	− 20°	− 30°	− 40°
+ 20°	+ 3°,151	+ 2°,599	+ 2°,171	+ 1°,677	+ 1°,270	+ 0°,880	+ 0°,389	− 0°,061	− 0°,525
	+ + 4	+ + 1,5	+ + 1	0	+ + 2	0	− 2*	− − 2,5*	−
+ 10°	− 1°,267	− 0°,819	− 0°,295	+ 0°,046	+ 0°,623	+ 1°,067	+ 1°,522	+ 2°,003	+ 2°,526
	− − 3,5*	+ 0,5	0	+ − 1	−	+ 0,5	0	+ + 0,5	+ 1
0°	− 5°,710	− 4°,150	− 2°,699	− 1°,451	0°,000	+ 1°,313	+ 2°,642	+ 4°,015	+ 5°,462
	− − 4	− − 2,5	− − 2	− − 1	0	+ + 1	+ + 2,5	+ + 3,5	+ + 5
− 10°	− 9°,933	− 7°,422	− 5°,062	− 2°,871	− 0°,609	+ 1°,565	+ 3°,753	+ 5°,993	+ 8°,923
	− − 10,5	− − 6	− − 4,5	− − 3	− −	+ + 2,5	+ + 4	+ + 5,5	+ + 9,5
− 20°	− 14°,092	− 10,663	− 7°,405	− 4°,270	− 1°,212	+ 1°,817	+ 4°,859	+ 7°,956	+ 11°,152
	− − 16	− − 12	− − 7	− − 5	− − 1,5	+ + 3,5	+ + 5	+ + 9	+ + 11,5
− 30°	− 18°,242	− 13°,901	− 9°,749	− 5°,703	− 1°,820	+ 2°,066	+ 5°,963	+ 9°,921	+ 13°,989
	− − 23**	− − 16*	− − 12*	− − 6	− − 2	+ + 4,5*	+ + 8*	+ + 10,5	+ + 16,5**
− 40°	− 220,438	− 17°,165	− 12°,115	− 7°,227	− 2°,441	+ 2°,306	+ 7°,069	+ 11°,907	+ 16,877
	− −	− − 18	− − 13,5	− − 8	− − 2,5	+ + 4,5*	+ + 7°,5	+ + 14*	+ + 18
− 50°	− 26°,986	− 20°,487	− 14°,524	− 8°,745	− 3°,085	+ 2°,533	+ 8°,180	+ 13°,930	+ 19,852
	− −	− − 21,5	− − 16	− − 11*	− − 3,5	+ + 6**	+ + 10	+ + 16,5**	+ + 21

185

kleiner geworden sein, wenn ich eine noch genauere Bestimmung von p und q versucht hätte. Da aber zu ersehen war, dass eine vollständige Uebereinstimmung doch nicht zu erreichen sein würde, so hielt ich es für überflüssig, die oft genug wiederholte lange Rechnung noch öfter zu wiederholen. Die Zahlen, welche Wundt beobachtet hat, stehen unter den berechneten. Diejenigen Zahlen, welche um mehr als 2° oder 2°,5 von der Rechnung abweichen, sind mit einem, beziehlich zwei Sternchen versehen.

186 Es sind die Vorzeichen der Tabelle von Wundt beibehalten worden, bei denen die links gerichteten Drehungen positiv genommen sind.

Bei den geringeren Graden der Drehung des Auges ist die Uebereinstimmung der berechneten und beobachteten Werthe recht gut; die Abweichungen grösser als $2^1/_2$ Grad kommen alle in den äussersten, nur mit Anstrengung zu erreichenden Stellungen des Auges vor, die beim gewöhnlichen Sehen gar nicht gebraucht werden.

Auch lassen die Unregelmässigkeiten in den Differenzen der auf einander folgenden Zahlen in Wundt's Beobachtungen erkennen, dass Beobachtungsfehler etwa bis zur Grösse von 1° oder $1^1/_2$° bei den Beobachtungen vorgekommen sind, welche vielleicht von kleinen Veränderungen in der Haltung des Kopfes oder von Ermüdung der Augenmuskeln durch angestrengte Seitwärtsdrehungen herrühren mögen. So findet man folgende Reihen auf einander folgender Differenzen:

Reihe h = + 20 : − 2,5; − 0,5; − 1; + 2; − 2 ; − 2 ; − 0,5.
„ h = − 30 : + 7 ; + 4 ; + 6; + 4; + 6.5; + 3,5; + 2,5; + 6.

Aber trotz dieser mehr zufälligen Unregelmässigkeiten lassen die Abweichungen zwischen Rechnung und Beobachtung auch eine gewisse Regelmässigkeit in der Vertheilung der Fehler erkennen, welche auf ein Gesetz hindeutet. Nämlich im äusseren oberen und inneren unteren Quadranten sind die Abweichungen gegen den Rand des Feldes hin überwiegend negativ, entsprechen also einer Rechtsdrehung; im inneren oberen und unteren äusseren Quadranten überwiegend positiv, im Sinne einer Linksdrehung. Dabei bemerkt man, dass die grösste Breite des ganzen Feldes von innen nach aussen 80°

beträgt, die Höhe dagegen nur 70°. Nun müssen wir aber nach der von uns aufgestellten Theorie in einem querovalen Felde, wie das von Wundt ist, gegen den Rand hin gerade 187
diejenige Art von Abweichungen finden, wie sie hier vorliegt. Es muss nämlich wegen der Gestalt des Feldes im oberen rechten und unteren linken Quadranten gegen den Rand hin eine stärkere Rechtsdrehung, in den beiden anderen eine stärkere Linksdrehung eintreten, als in einem kreisförmigen Felde.

Um die Grösse dieser Abweichungen genauer zu berechnen, welche längs der Grenzen etwa 1 bis $1^1/_2$ Winkelgrade betragen würden, und sie mit den Beobachtungen zu vergleichen, dazu sind diese selbst nicht genau genug. Es würde die Bestimmung der Constanten für die Berechnung jener Correction zu unsicher bleiben.

Die Versuche von Fick und Meissner mittels des blinden Flecks die Augenstellungen zu bestimmen, lassen wohl kaum die gleiche Genauigkeit der Messung erwarten, welche bei der Benutzung der Nachbilder zu erreichen ist. Die Zahlen von Fick[1]), welcher die Ergebnisse aller einzelnen Versuche neben einander gestellt hat, lassen direct die grossen Abweichungen erkennen. Da der blinde Fleck ziemlich unregelmässig begrenzt ist, ist die zu wählende Lage des Objects, welches in ihm verschwinden soll, eben nicht sehr genau bestimmt. Ausserdem glaube ich, dass die Nöthigung, das Auge bei diesen Versuchen lange Zeit in ermüdenden Stellungen festzuhalten, nachtheilig ist.

In der von Meissner[2]) gegebenen Tabelle seiner Messungen, die nach dem von Fick angegebenen Principe ausgeführt sind, stimmt der Gang der Werthe des Winkels m ziemlich überein mit der von uns gegebenen Berechnung von Wundt's Beobachtungen, indessen zeigen sich, der geringeren Genauigkeit der Methode entsprechend, auch grössere Diffe- 188
renzen. Auch scheint Meissner einzelne Werthe, z. B. die

1) Moleschott's Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen. Bd. V. S. 201 und 202.
2) Zeitschrift für rat. Medicin. 3. Reihe. Bd. VIII. S. 19.

mittlere Verticalreihe, welche mit Nullen ausgefüllt ist, aus seinen früheren, nach anderen Methoden angestellten Beobachtungen ergänzt zu haben.

Bestimmung der Augenstellungen mittels binocularer Doppelbilder.

Es bleibt mir noch übrig die Resultate der zuerst von Meissner angewendeten Methode zu besprechen, die Augenstellungen mittels der Doppelbilder zu beobachten. Diese Methode scheint einer grossen Genauigkeit und Feinheit in der Ausführung fähig zu sein. Aber die eigenthümlichen Incongruenzen beider Gesichtsfelder, auf welche zuerst Recklinghausen[1]) aufmerksam gemacht hat, lassen erkennen, dass die nach dieser Methode für die Augenstellungen gewonnenen Resultate noch mit einem gemeinschaftlichen Fehler behaftet sind, der erst eliminirt werden muss, und durch welchen die scheinbaren Differenzen zwischen diesen Beobachtungen und denen der Nachbilder bedingt zu sein scheinen.

Dieser Fehler liegt, wie mir scheint, darin, dass Meissner bei der Discussion der Versuche der bis dahin allgemein angenommenen Voraussetzung gefolgt ist, bei parallelen Gesichtslinien würden alle Punkte unendlich ferner Objecte auf identischen Netzhautstellen abgebildet. Man hat von jeher die Definition identischer Netzhautstellen auf diese Voraussetzung gegründet, indem man von ihnen behauptete, dass sie um gleiche Winkel vom Fixationspunkt nach oben (oder unten)
189 und nach rechts (oder links) abstehen müssten. Das ist nun zwar annähernd richtig; aber, wie die neueren sorgfältigeren Untersuchungen schon manche andere Assymmetrien und Unregelmässigkeiten am Auge kennen gelehrt haben, so zeigt sich auch in der Anordnung der identischen Stellen bei fernsehenden Augen eine solche.

Meissner hat gezeigt, dass wenn man eine zur Visirebene verticale Linie mit Augen betrachtet, die auf einen etwas ferneren oder etwas näheren Punkt convergiren, man die

1) Archiv für Ophthalmologie. Bd. V. S. 127.

Linie in Doppelbildern sieht, die nicht parallel, sondern zu einander geneigt sind. Er hat die Veränderungen in der Neigung dieser Doppelbilder mit Recht aus der veränderlichen Drehung der Augen gegen die Visirebene erklärt. Wir verdanken ihm eine Reihe von Messungen der Divergenzen, welche die Doppelbilder bei verschiedenen Entfernungen des Objectes vom Auge zeigen, aber Kurzsichtigkeit scheint ihn verhindert zu haben, hierbei grössere Entfernungen als 58 Centimeter zu benutzen. Er konnte also nicht durch Versuche entscheiden über das Verhalten der Doppelbilder von sehr weit entfernten Linien, war vielmehr genöthigt sich bei der allgemein angenommenen Definition der identischen Netzhautstellen zu beruhigen, der zu Folge die Doppelbilder weit entfernter Objecte bei parallelen Gesichtslinien entschieden parallel sein mussten.

Dies ist nun aber keineswegs der Fall, denn, wie ich finde, auch die Doppelbilder weit entfernter Objecte divergiren bei parallelen Gesichtslinien, und zwar bei jeder Höhe der Visirebene nahehin um denselben Winkel. Dasselbe habe ich auch für die Augen einiger anderer Beobachter bestätigt gefunden. Wenn ich dagegen in der Entfernung meiner Augen von einander (68 Millimeter) zwei nahehin verticale und parallele Linien ziehe, die aber nach oben hin ein wenig divergiren unter einem Winkel von etwa 2 Graden, und sie in genäherten Doppelbildern betrachte, die Gesichtslinien senkrecht zur 190
Ebene des Papiers, so erscheinen solche Linien einander parallel, wie auch übrigens die Visirebene gegen den Kopf gerichtet sein mag. Daraus folgt, dass die verticalen Trennungslinien identischer Netzhautpunkte bei parallelen Gesichtslinien nicht vertical und nicht parallel stehen, und dass daher die von Meissner beobachteten Divergenzen der Doppelbilder nicht blos von Drehungen des Auges herrühren. Dagegen scheinen aber allerdings bei parallelen Sehaxen in der Visirebene identische Netzhautstellen zu liegen, sodass jene Divergenz der verticalen identischen Meridiane gar nicht blos von einer Drehung der Augen hergeleitet werden kann, sondern auf einer Assymmetrie in der Anordnung der identischen Stellen selbst beruht

Es ist hiernach klar, dass die Ergebnisse der Doppelbilder-Versuche nicht unmittelbar mit denen verglichen werden können, welche mit Hülfe der Nachbilder gewonnen worden sind.

Störungen der Orientirung durch Drehungen des Auges.

Es ist jetzt noch durch Versuche nachzuweisen, dass die Orientirung im Gesichtsfelde wirklich mangelhaft wird, wenn Bewegungen des Auges eintreten, welche der oben ausgesprochenen Forderung widersprechen, wonach das Auge keine Bewegung ausführen solle, deren Drehungsaxe nicht immer in ein und derselben, im Auge festen Ebene läge. Diese Bedingung ist nach dem Gesetze von Listing, wie in den mathematischen Nachweisen, welche unten folgen, gezeigt werden wird, erfüllt für alle Bewegungen des Auges, welche von der Mitte des Gesichtsfeldes fort nach seiner Peripherie
191 zu gerichtet sind, aber nicht für solche Bewegungen, welche durch eine Reihe von peripherischen Stellungen des Auges hindurchgehen. Wir finden dem entsprechend denn auch falsche Raumprojectionen im Gesichtsfelde.

1) Man stelle sich der verticalen, geraden Kante einer Mauer oder einer Thür gegenüber so auf, dass das Gesicht nicht gerade nach der Kante hin, sondern etwas seitwärts gerichtet ist und die Kante also sich entweder nach rechts oder nach links vor dem Beobachter befindet. Man bewege den Blick an der Kante auf und nieder, ohne den Kopf zu bewegen, so wird dieselbe gekrümmt erscheinen, und zwar so, dass ihre Concavität gegen die Medianebene des Beobachters hinsieht. Eine rechts befindliche gerade Kante wird also nach rechts convex, nach links concav erscheinen; umgekehrt eine links befindliche.

2) Man laufe mit dem Blicke ebenso hin und her an geraden Horizontallinien entweder mit gehobenen oder mit gesenkten Augen und unbewegtem Kopfe; auch solche erscheinen gekrümmt, und zwar hochgelegene Linien, die mit gehobenem Blicke betrachtet werden, concav nach unten, niedrige Linien bei gesenktem Blicke concav nach oben.

In allen diesen Fällen erscheinen die Enden der Linien gerade entgegengesetzt geneigt als die Nachbilder von horizontalen und verticalen Linien. Wenn man mit dem Nachbilde einer horizontalen Linie im Auge und mit erhobenem Blicke längs der oberen Kante einer Wand entlang geht, so erscheint auf der rechten Seite das rechte Ende des Nachbildes gehoben, auf der linken Seite das linke Ende. Das Nachbild bezeichnet uns hierbei aber die Stellung des Netzhauthorizonts, und da also das rechte wie das linke Ende der objectiven Horizontallinie nach unten gerichtet ist, im Vergleich mit dem entsprechenden Ende des Netzhauthorizonts in dem jenem Ende 192
zugekehrten Auge, so erscheint die objective Linie mit beiden Enden etwas nach unten gerichtet, also nach unten concav. Aehnlich in den anderen Fällen.

Es ist noch zu bemerken, dass der ganze Kopf bei seinen gewöhnlichen uns bequemen Bewegungen in den Gelenken der Halswirbelsäule ebenso bewegt wird wie das Auge. Wird das Gesicht nach rechts und oben gekehrt, so dreht sich der Kopf um eine schräg von oben und links nach unten und rechts gehende Axe, sodass sich das rechte Auge mehr hebt als das linke. Umgekehrt stellt sich das rechte Auge tiefer als das linke, wenn wir nach rechts und unten sehen. Fände im unteren Atlasgelenk eine reine Drehung um eine verticale Axe, im oberen eine reine Drehung um eine horizontale, vom rechten zum linken Gelenkknopf des Hinterhauptbeins verlaufende Axe statt, so würden beide Augen bei allen Wendungen des Kopfes immer gleich hoch bleiben müssen. Man überzeugt sich aber durch Betastung des Nackens auch leicht davon, dass die Gelenke der unteren Halswirbel zu diesen Bewegungen mit beitragen.

Wenn nun auch die bequemen und gewöhnlichen Wendungen des Kopfes der Richtung nach mit den normalen Augenbewegungen übereinstimmen, so erlaubt doch die Halswirbelsäule eine ganz freie Beweglichkeit des Kopfes innerhalb des gegebenen Umfanges dieser Bewegungen, und ist der Wille unbeschränkter Herrscher in der Wahl der Kopfstellungen, während er in der Ausführung der Augenstellungen durch das von uns entwickelte Gesetz beschränkt ist. In jeder Stellung

des Gesichts können wir dasselbe immer noch, ohne die Lage seiner Fläche zu verändern, durch einen mässig grossen Winkel um eine vom Hinterhaupt zum Nasenrücken gehende Axe drehen, doch sind alle anderen Stellungen unbequemer und angestrengter, als die den Augenstellungen analogen. Sobald wir
193 aber eine solche Drehung des Kopfes um eine von vorn nach hinten gehende Axe ausführen und dabei auf die gesehenen Gegenstände achten, bemerken wir auch, wie diese eine scheinbare entgegengesetzte Drehung ausführen.

Durch diese Versuche kann also nachgewiesen werden, dass die Erfüllung der oben aufgestellten Bedingungen zur Wahrung einer sicheren Orientirung im Gesichtsfelde nothwendig ist, und dass die in den Bewegungen des Auges übrig gebliebenen verhältnissmässig kleinen Abweichungen von der strengen Erfüllung jener Bedingungen sich verrathen durch entsprechende Fehler in der Beurtheilung der Richtung von Linien.

Es ist jedenfalls eine merkwürdige und auffallende Erscheinung, dass wir in der Ausführung der Augenbewegungen so beschränkt sind, während der vorhandene Mechanismus die vollste Freiheit der Bewegungen zulassen würde. Ich glaube aber nicht, dass die Anordnung der Nervenbahnen etwa, oder irgend eine andere anatomisch vorgebildete Einrichtung hierbei die Freiheit der Bewegungen beschränkt. Alle unsere Willensacte beziehen sich, so weit sie bewusst sind, nicht auf die Contraction bestimmter Muskeln, von deren Existenz die meisten Menschen kaum etwas wissen, auch nicht einmal immer auf die Erreichung einer bestimmten Stellung eines Körpertheils, sondern vielmehr auf Erreichung eines wahrnehmbaren Erfolges. Am Kehlkopf, am Auge können wir durchaus nicht eine bestimmte Stellung des Organs durch einen direct darauf bezüglichen, bewussten Willensact hervorbringen, sondern wir haben mit dem Kehlkopfe nur gewisse Laute und Athmungsbewegungen hervorzubringen gelernt, und mit den Augen gelernt äussere Objecte in beliebig gegebenen Stellen des Gesichtsfeldes deutlich und einfach zu erblicken. Wenn wir die Augen nach rechts wenden wollen, so müssen wir einen rechts
194 gelegenen Gegenstand vorstellen und nach diesem hinblicken.

Wenn wir sie beide nach innen wenden wollen, müssen wir nach einem eingebildeten Gegenstande in der Nähe des Nasenrückens hinblicken. Mit passend gewählten Prismen, Brillengläsern oder stereoskopischen Bildern können wir die Augen divergiren machen, die Accommodation von der Convergenz trennen, ja selbst kleine Divergenzen nach der Höhe hervorbringen, indem wir das Auge unter Bedingungen versetzen, wo es nur durch solche ungewöhnliche Combinationen der Bewegungen dazu gelangen kann, deutlich und einfach zu sehen. Natürlich sind solche ungewöhnliche Combinationen viel schwerer auszuführen als die eingeübten, mit der Zeit werden sie aber zu gewöhnlichen, wie z. B. die Verbindung zwischen Accommodation und Convergenz bei Leuten, welche eine Brille zu tragen pflegen, eine andere wird als vorher, und sie im Gegentheil, wenn sie die Brille abnehmen, sich genirt fühlen.

Ich habe auch beobachtet, dass wenn ich des Abends beim Lesen schläfrig werde und sich Doppelbilder der Zeilen zu bilden anfangen, diese Doppelbilder oft über einander stehen, zuweilen eine Raddrehung gegen einander zeigen. In diesem Zustande also, wo der Wille seine Energie verliert und man die ungehindertste Wirksamkeit aller durch den anatomischen Mechanismus vorgeschriebenen Bewegungsantriebe erwarten sollte, da hört gerade die gewöhnliche Anordnung der Augenbewegungen auf.

So glaube ich auch, dass das in der vorliegenden Untersuchung gefundene Gesetz der Augenbewegungen erworben ist durch den Gebrauch des Auges, bei dem sich fortdauernd das Bedürfniss möglichst sicherer Orientirung geltend machte, und dass deshalb die von mir gegebene Ableitung aus diesem Bedürfniss wirklich den letzten Grund des Gesetzes darlegt. Wir dürfen aber wohl erwarten, wie ich oben schon angedeutet habe, dass schliesslich das Wachsthum der Muskeln bewirken 195
wird, dass die durch das Bedürfniss der Orientirung verlangten Augenstellungen auch mit der geringsten Anstrengung hergestellt werden. Wir sehen ähnliche Bedürfnisse auch bei Bewegungen anderer Theile des Körpers die Einübung der Bewegungen beherrschen. Das Kind, welches gehen lernt, der Knabe, der schwimmen lernt, sind anfangs ungeschickt, un-

sicher und wenden grosse Anstrengung an. Uebung lehrt sie schliesslich diese Bewegungen so ausführen, dass eine gegebene Strecke Weges mit geringster Anstrengung zurückgelegt wird. Der Matrose, welcher auf dem schwankenden Schiffe gehen muss, lernt eine andere Art des Ganges, bei welcher die Sicherheit in höherem Grade berücksichtigt ist als die schnelle Förderung, da er auf dem Schiffe niemals grosse Strecken zurückzulegen hat. Seinen Gang übrigens behält er auch auf dem Lande bei und kann den Gang eines Landbewohners nicht nachmachen. Eine ähnliche Art zwingender Gewohnheit, hergeleitet aus dem Bedürfnisse der Orientirung, meine ich, beherrscht auch die Augenbewegungen, und ich halte es deshalb nicht für nöthig nach anatomischen Einrichtungen zu suchen, die das Gesetz dieser Bewegungen bestimmen.

Mathematischer Anhang.

Folgerungen aus dem Princip der leichtesten Orientirung.[1]

497 Wir haben zunächst die Unterschiede der Raddrehung zu berechnen, welche dadurch entstehen, dass die Drehungen um andere Drehungsaxen ausgeführt werden als um solche, die zur atropen Linie senkrecht sind. Es sei in Fig. 42 ab die Gesichtslinie, ad die Drehungsaxe, um welche das Auge gedreht wird, wobei die Gesichtslinie ab den unendlich kleinen Bogen ds senkrecht zur Ebene der Zeichnung zurücklegen möge, so kann die Drehung um ad, deren Winkelgrösse wir

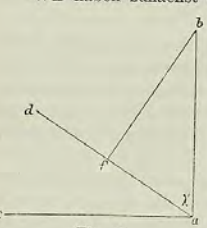


Fig. 42.

1) Hier ist die etwas allgemeiner ausgearbeitete und von einem Rechnungsfehler befreite Fassung dieser Untersuchung aus dem Handbuch der Physiologischen Optik § 27 gegeben.

mit Δ bezeichnen wollen, angesehen werden als resultirend aus einer Drehung um die zu ab senkrechte Axe ac, und einer 498
Drehung um ab selbst. Die Grösse der letzteren wird sein müssen gleich $\Delta \cos \lambda_1$, wenn wir den Winkel dab, wie in der Figur geschehen ist, mit λ_1 bezeichnen. Nun ist aber die Grösse von Δ dadurch bestimmt, dass ab sich um den Bogen ds fortbewegen soll. Für die Bewegung des Punktes b ist hierbei das von b auf die Drehungsaxe gefällte Loth bf der Radius Vector, also:

$$ab \cdot ds = fb \cdot \Delta$$

oder

$$ds = \Delta \sin \lambda_1.$$

Die Raddrehung um die Linie ab wird also bei dieser Bewegung gleich:

$$ds \operatorname{cotang} \lambda'.$$

Denken wir uns nun durch ab Ebenen gelegt nach verschiedenen Richtungen hin, so kann das Element ds in jede dieser Ebenen verlegt werden, und die zugehörigen Drehungsaxen müssen, wenn die Bewegungen des Auges von ab aus continuirlich ineinander übergehen sollen, in einer Ebene liegen. Eine der durch ab gelegten Ebenen muss senkrecht stehen auf der Ebene der Drehungsaxen, in welcher ad liegt. Für diese Ebene nehme der Winkel λ' den Werth λ an, und es sei ε der Winkel, welchen die durch das Bogenelement ds und die Gesichtslinie ab gelegte Ebene mit jener Ebene des Winkels λ macht. Eine bekannte Formel der sphärischen Trigonometrie ergiebt in der rechtwinkeligen dreikantigen Ecke, welche von der Ebene der Drehungsaxen und von den Ebenen der Winkel λ und λ' gebildet wird:

$$\operatorname{cotg} \lambda' = \operatorname{cotg} \lambda \cdot \cos \varepsilon$$

und die Drehung um die Linie ab wird also:

$$ds \operatorname{cotg} \lambda' = ds \cdot \operatorname{cotg} \lambda \cdot \cos \varepsilon.$$

Wenn nun die Blicklinie ab in der gleichen Stellung den Winkel μ mit der Ebene bildet, die zur atropen Linie normal ist, und $\varkappa$ der Winkel zwischen den beiden durch ab gelegten Ebenen der Winkel μ und λ ist, so würde eine Rechnung ähn-

licher Art, wie die eben gemachte, ergeben, dass die Drehung um die Gesichtslinie gleich sein müsste:

$$ds \operatorname{cotg} \mu \cos(\varepsilon - \varkappa),$$

wenn die Drehungen den Forderungen des Gesetzes der leichtesten Orientirung überall folgen könnten, wonach die Drehungsaxen stets senkrecht zur atropen Linie bleiben würden.

Das Quadrat des Unterschiedes ϱ zwischen der geforderten und der wirklichen Drehung ist:

$$\varrho^2 = ds^2 \{ \operatorname{cotg} \lambda \cos \varepsilon - \operatorname{cotg} \mu \cos(\varepsilon - \varkappa) \}^2.$$

Die Forderung des Princips der leichtesten Orientirung geht also dahin, dass die Summe aller Werthe von ϱ^2 für alle unendlich kleinen Bewegungen der Blicklinie von der Ausdehnung ds, welche im Blickfelde möglich sind, ein Minimum sei.

Nehmen wir zuerst die Summe aller Werthe von ϱ^2 für Verschiebungen ds, welche von ein und derselben Stellung der Blicklinie nach verschiedenen Richtungen hin, also mit verschiedenen Werthen des Winkels ε ausgehen. Wir haben:

$$\int_0^{2\pi} \varrho^2 d\varepsilon = \pi ds^2 \{ \operatorname{cotg}^2 \lambda + \operatorname{cotg}^2 \mu - 2 \operatorname{cotg} \lambda \cdot \operatorname{cotg} \mu \cdot \cos \varkappa \} \quad (5)$$

499 Dieser Ausdruck ist nun weiter zu summiren für alle verschiedenen Stellungen der Blicklinie im Blickfelde, welche gegeben sind durch die Winkel α und ϑ. Also es ist zu bilden das Integral:

$$\int_0^{2} d\vartheta \int_0^{\alpha_0} d\alpha \int_0^{2\pi} d\varepsilon \cdot \varrho^2 \sin \alpha = R \quad (5a)$$

worin α_0 die Werthe bezeichnet, welche der Grenze des Blickfeldes entsprechen.

Um diese Integration auszuführen, müssen die Werthe von λ und $\varkappa$ gefunden werden, welche den einzelnen Werthen von α und ϑ entsprechen. Zu diesem Ende gehen wir auf rechtwinkelige Coordinaten über, von denen wir das System ξ, v, ζ als fest im Auge und x, y, z als fest im Raume betrachten. Dann ist für jeden materiellen Punkt des Auges

$$\left.\begin{aligned} x &= a\xi + a_{,} v + a_{,,} \zeta \\ y &= b\xi + b_{,} v + b_{,,} \zeta \\ z &= c\xi + c_{,} v + c_{,,} \zeta \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

wo die Grössen a, b, c folgende Werthe bezeichnen:

$$\begin{aligned} a &= \cos \alpha \\ a_{,} &= \sin \alpha \cos \vartheta \\ a_{,,} &= -\sin \alpha \sin \vartheta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= -\cos \omega \sin \alpha \\ b_{,} &= \cos \alpha \cos \vartheta \cos \omega - \sin \vartheta \sin \omega \\ b_{,,} &= -\cos \alpha \sin \vartheta \cos \omega - \cos \vartheta \sin \omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= -\sin \omega \sin \alpha \\ c_{,} &= \cos \alpha \cos \vartheta \sin \omega + \sin \vartheta \cos \omega \\ c_{,,} &= -\cos \alpha \sin \vartheta \sin \omega + \cos \vartheta \cos \omega. \end{aligned}$$

Zwischen diesen Grössen finden bekanntlich Systeme von Gleichungen folgender Art statt:

$$\left.\begin{aligned} 1 &= a^2 + a_{,}^2 + a_{,,}^2 \quad ab + a_{,} b_{,} + a_{,,} b_{,,} = 0 \\ 1 &= b^2 + b_{,}^2 + b_{,,}^2 \quad ac + a_{,} c_{,} + a_{,,} c_{,,} = 0 \\ 1 &= c^2 + c_{,}^2 + c_{,,}^2 \quad bc + b_{,} c_{,} + b_{,,} c_{,,} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (A)$$

$$\left.\begin{aligned} 0 &= ada + a_{,} da_{,} + a_{,,} da_{,,} \\ adb + a_{,} db_{,} + a_{,,} db_{,,} &= -(bda + b_{,} da_{,} + b_{,,} da_{,,}) \\ 0 &= bdb + b_{,} db_{,} + b_{,,} db_{,,} \\ adc + a_{,} dc_{,} + a_{,,} dc_{,,} &= -(cda + c_{,} da_{,} + c_{,,} da_{,,}) \\ 0 &= cdc + c_{,} dc_{,} + c_{,,} dc_{,,} \\ bdc + b_{,} dc_{,} + b_{,,} dc_{,,} &= -(cdb + c_{,} db_{,} + c_{,,} db_{,,}) \end{aligned}\right\} \quad (B)$$

Aendern sich die Werthe von α, ϑ und dem Rad- 500
drehungswinkel ω, und damit die Lage des Auges, so ist für die Punkte der Drehungsaxe

$$dx = dy = dz = 0.$$

Also nach Gleichungen (6)

$$\begin{aligned} 0 = dx &= \xi da + v db + \zeta dc \\ 0 = dy &= \xi da_{,} + v db_{,} + \zeta dc_{,} \\ 0 = dz &= \xi da_{,,} + v db_{,,} + \zeta dc_{,,} \end{aligned}$$

So erhält man:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= v(a\,db + a_{'}\,db_{'} + a_{''}\,db_{''}) + \zeta(a\,dc + a_{'}\,dc_{'} + a_{''}\,dc_{''}) \\ 0 &= \xi(b\,da + b_{'}\,da_{'} + b_{''}\,da_{''}) + \zeta(b\,dc + b_{'}\,dc_{'} + b_{''}\,dc_{''}) \\ 0 &= \xi(c\,da + c_{'}\,da_{'} + c_{''}\,da_{''}) + v(c\,db + c_{'}\,db_{'} + c_{''}\,db_{''}) \end{aligned}\right\} \quad (6a)$$

Diese letzteren drei Gleichungen[1]) geben jede der Coordinaten der Drehungsaxe durch jede andere ausgedrückt.

Für eine zur Ebene der Drehungsaxen normale Linie sei $(\pi/2 - \lambda)$ der Winkel, den sie mit der ξ Axe (Blicklinie) bildet, und $\varkappa$ der Winkel, den die Ebene des Winkels λ mit der Ebene der $v\xi$ macht, entsprechend der Bezeichnung in Gleichung (5) und unter der Annahme, dass die Ebene der $v\xi$ durch die atrope Linie gelegt sei, dann ist für die Ebene der Drehungsaxen:

$$\xi \sin\lambda + v\cos\lambda\cos\varkappa + \zeta\sin\lambda\sin\varkappa = 0$$

oder wenn man die Werthe von v und ζ aus den beiden letzten Gleichungen (6a) nimmt und mit:

$$(b\,dc + b_{'}\,dc_{'} + b_{''}\,dc_{''}) = -(c\,db + c_{'}\,db_{'} + c_{''}\,db_{''})$$

multiplicirt, so erhält man:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \sin\lambda\,(b\,dc + b_{'}\,dc_{'} + b_{''}\,dc_{''}) \\ &\quad - \cos\lambda\cos\varkappa\,(c\,da + c_{'}\,da_{'} + c_{''}\,da_{''}) \\ &\quad + \cos\lambda\sin\lambda\,(b\,da + b_{'}\,da_{'} + b_{''}\,da_{''}) \end{aligned}\right\} \quad (6b)$$

1) Es ist leicht zu sehen bei Berücksichtigung der Gleichungen (6a), dass die dritte dieser Gleichungen identisch aus den beiden ersten folgt. Wenn nun die Raddrehung ω eine continuirliche Function von α und ϑ ist, also:

$$d\omega = \frac{d\omega}{d\alpha}d\alpha + \frac{d\omega}{d\vartheta}d\vartheta,$$

so werden die Differentiale da, db, dc etc. alle von der Form:

$$da = \frac{da}{d\alpha}d\alpha + \frac{da}{d\vartheta}d\vartheta.$$

Eliminirt man nun aus zweien der Gleichungen (6a) das Verhältniss $d\alpha/d\vartheta$, so behält man eine durch ζ theilbare, und nach der Division in Bezug auf ξ, v, ζ lineare Gleichung zurück, die Gleichung einer Ebene, in der alle Drehungsaxen für unendlich kleine Drehungen aus der gegebenen Stellung des Auges liegen müssen. Darin liegt der Beweis des früher angeführten Hilfsatzes, dass bei continuirlich in einander übergehenden Stellungen des Auges jeder einzelnen derselben eine bestimmte Ebene der Drehungsaxen zukommt.

Diese Gleichung zerfällt nun in zwei, wenn $d\alpha$ und $d\vartheta$ unabhängig von einander sind, da jedes der Differentiale die Form hat:

$$da = \frac{da}{d\alpha}d\alpha + \frac{da}{d\vartheta}d\vartheta.$$

Werden also die Differentiale in (6b) ausgeführt, und erst nach α genommen und dann nach ϑ, so erhält man folgende zwei Gleichungen:

$$0 = \sin\lambda\frac{d\omega}{d\alpha} - \cos\lambda\cos\varkappa\sin\omega + \cos\lambda\sin\varkappa\cos\omega \qquad 501$$

$$0 = \sin\lambda\left(\frac{d\omega}{d\vartheta} + \cos\alpha\right) + \cos\lambda\cos\varkappa\sin\alpha\cos\omega + \cos\lambda\sin\varkappa\sin\alpha\sin\omega.$$

Durch Elimination von $\cos\varkappa$ oder $\sin\varkappa$ erhält man aus den beiden letzten Gleichungen:

$$\sin\lambda\left(\sin\alpha\sin\omega\frac{d\omega}{d\alpha} - \cos\omega\frac{d\omega}{d\vartheta} - \cos\omega\cos\alpha\right) = \cos\lambda\cos\varkappa\sin\alpha$$

$$\sin\lambda\left(\sin\alpha\cos\omega\frac{d\omega}{d\alpha} + \sin\omega\frac{d\omega}{d\vartheta} + \sin\omega\cos\alpha\right) = -\cos\lambda\sin\varkappa\sin\alpha.$$

Dividiren wir beide Gleichungen durch $\sin\lambda\sin\alpha$, so giebt die erstere den Werth von $\operatorname{cotg}\lambda\cos\varkappa$, den wir zur Substitution in (5) brauchen. Beide dagegen quadrirt und addirt, geben:

$$\operatorname{cotg}^2\lambda = \left(\frac{d\omega}{d\alpha}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2\alpha}\left(\frac{d\omega}{d\vartheta} + \cos\alpha\right)^2$$

und wir erhalten endlich den Werth von dem Integral R, welches ein Minimum werden soll:

$$\left.\begin{aligned} R = \pi ds^2 \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^{\alpha_0} d\alpha \Bigg\{ &\sin\alpha\left(\frac{d\omega}{d\alpha}\right)^2 \\ &+ \frac{1}{\sin\alpha}\left(\frac{d\omega}{d\vartheta} + \cos\alpha\right)^2 - 2\operatorname{cotg}\mu\left[\sin\alpha\sin\omega\frac{d\omega}{d\alpha}\right. \\ &\left. - \cos\omega\left(\frac{d\omega}{d\vartheta} + \cos\alpha\right)\right] + \operatorname{cotg}^2\mu\sin\alpha \end{aligned}\right\} \quad (6c)$$

Veränderlich sind in diesem Ausdrucke μ und ω, letzteres als Function von α und ϑ. Damit R ein Minimum werde, sind die Variationen nach beiden Grössen gleich Null zu setzen. Also:

$$0 = \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^{\alpha_0} d\alpha \left\{ \sin\alpha \frac{d\omega}{d\alpha} \cdot \frac{d\delta\omega}{d\alpha} + \frac{1}{\sin\alpha}\left(\frac{d\omega}{d\vartheta} + \cos\alpha\right)\frac{d\delta\omega}{d\vartheta} \right.$$
$$\left. - \operatorname{cotg}\mu \left[\left[\sin\alpha\cos\omega \frac{d\omega}{d\alpha} + \sin\omega\left(\frac{d\omega}{d\alpha} + \cos\alpha\right)\right] d\omega \right.\right.$$
$$\left.\left. + \sin\alpha\sin\omega\frac{d\delta\omega}{d\alpha} - \cos\alpha\frac{d\delta\omega}{d\vartheta}\right]\right\} \quad (6\,\mathrm{d})$$

und:

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{cotg}\mu \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^{\alpha_0} \sin\alpha\, d\alpha \\ &= \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^{\alpha_0} d\alpha \left[\sin\alpha\sin\omega\frac{d\omega}{d\alpha} - \cos\omega\left(\frac{d\omega}{d\vartheta} + \cos\alpha\right)\right]. \end{aligned}\right\} \quad (6\,\mathrm{e})$$

Aus der Gleichung (6 d) kann man durch partielle Integration die Grössen $d\delta\omega/d\alpha$ und $d\delta\omega/d\vartheta$ entfernen, und erhält dann
502 zwei Integrale, eines nach dem Umfange des Blickfeldes, eines über seine Fläche ausgedehnt, die nur noch $\delta\omega$ als Factor unter dem Integrationszeichen enthalten. Ehe man dies aber ausführt, ist danach zu sehen, dass die zu integrirende Function nicht mehrdeutig oder discontinuirlich werde im Innern des Blickfeldes. Nun erfordert die Continuität, dass für sehr kleine Werthe von α rings um die Anfangsstellung des Auges die Grösse $\omega + \vartheta$ gleich Null sein muss. Es wächst aber ϑ von 0 bis 2π, wenn man die Blicklinie einmal um die Anfangsstellung einen unendlich kleinen Kreis beschreiben lässt, also muss dabei ω von 0 bis -2π sich verändern und in der Nähe der Anfangsstellung discontinuirlich sein. Es ist deshalb besser eine andere Variable:

$$\eta = \omega + \vartheta$$

einzuführen, welche überall im Blickfelde continuirlich sein kann. Dann ist:

$$\frac{d\omega}{d\alpha} = \frac{d\eta}{d\alpha} \quad \text{und} \quad \frac{d\omega}{d\vartheta} = \frac{d\eta}{d\vartheta} - 1,$$

$$\delta\omega = \delta\eta.$$

Wenn wir nach dieser Substitution die partielle Integration

der Gleichung (6 d) ausführen, um $d\delta\eta/d\alpha$ und $d\delta\eta/d\vartheta$ wegzuschaffen: so haben wir nachher den Principien der Variationsrechnung gemäss in beiden Integralen, dem nach dem Umfange sowohl, wie in dem nach der Fläche, die Factoren gleich Null zu setzen, welche mit $\delta\eta$ multiplicirt sind, und erhalten:

1) für den Umfang, indem wir ihn in Richtung der wachsenden ϑ durchlaufen denken:

$$\left.\begin{aligned} 0 = \sin\alpha\frac{d\eta}{d\alpha}\,d\vartheta - \left(\frac{d\eta}{d\vartheta} - 1 + \cos\alpha\right)\frac{d\alpha}{\sin\alpha} \\ - \operatorname{cotg}\mu\left[\sin\alpha\,.\sin(\eta-\vartheta)\,d\vartheta + \cos(\eta-\vartheta)\,d\alpha\right] \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

2) für die Fläche des Blickfeldes:

$$0 = \frac{d}{d\alpha}\left(\sin\alpha\frac{d\eta}{d\alpha}\right) + \frac{1}{\sin\alpha}\frac{d^2\eta}{d\vartheta^2}\Big\}, \quad (7\,\mathrm{a})$$

wozu endlich noch kommt die Gleichung (6 e), welche ebenfalls eine einmalige Integration zulässt:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{cotg}\mu\int_0^{2\pi}(1-\cos\alpha)\,d\vartheta = \int[-\sin\alpha\cos(\eta-\vartheta)\,d\vartheta \\ + \sin(\eta-\vartheta)\,d\alpha]\Big\}, \end{aligned}\right\} \quad (7\,\mathrm{b})$$

welche beide Integrale über den ganzen Umfang zu nehmen sind. Das Integral links, welches mit $\operatorname{cotg}\mu$ multiplicirt ist, ist bekanntlich der Flächeninhalt des Blickfeldes. Um diese Gleichungen zu vereinfachen, führen wir statt α eine andere Variable ein, nämlich:

$$\beta = \text{log. nat. tang}\,\frac{\alpha}{2},$$

sodass wird:

$$e^{\beta} = \text{tang}\,\frac{\alpha}{2} \qquad \frac{2e^{\beta}}{1+e^{2\beta}} = \sin\alpha \quad 503$$

$$d\beta = \frac{d\alpha}{\sin\alpha} \qquad \frac{1-e^{2\beta}}{1+e^{2\beta}} = \cos\alpha.$$

Wenn ψ eine beliebige Function von α ist, so ist:

$$\frac{d\psi}{d\beta} = \frac{d\psi}{d\alpha}\sin\alpha.$$

Substituirt man diese Werthe in (7a), so erhält man folgende Gleichung für das Innere des Feldes:

$$\left.\frac{d^2\eta}{d\beta^2}+\frac{d^2\eta}{d\vartheta^2}=0\right\}. \tag{7c}$$

Dann aus (7) für den Umfang:

$$\left.\begin{aligned}0=\frac{d\eta}{d\beta}d\vartheta-\left(\frac{d\eta}{d\vartheta}-\frac{2e^{2\beta}}{1+e^{2\beta}}\right)d\beta\\ -\operatorname{cotg}\mu\,.\,\frac{2e^{\beta}}{1+e^{2\beta}}\Big[\sin(\eta-\vartheta)\,d\vartheta\\ +\cos(\eta-\vartheta)\,d\beta\Big]\end{aligned}\right\} \tag{7d}$$

und endlich aus (7b):

$$\operatorname{cotg}\mu\int\frac{2e^{2\beta}}{1+e^{2\beta}}\,d\vartheta=\int\frac{2e^{\beta}}{1+e^{2\beta}}\Big[\sin(\eta-\vartheta)d\beta-\cos(\eta-\vartheta)d\vartheta\Big]\} \tag{7e}$$

Es ist bekannt, dass alle reellen Integrale der Gleichung (7c) dargestellt werden können als der reelle Theil irgend einer beliebigen Function ψ von der complexen Grösse $\beta+\vartheta i$. Wenn gesetzt wird:

$$\psi=\varphi+\chi i\,\} \tag{8}$$

wo φ und χ reell sind, so kann sowohl φ als χ Integral der Gleichung (7c) sein.

Soll φ ein für unsere Zwecke passendes Integral sein, so muss es erstens innerhalb des Blickfeldes überall endlich und eindeutig sein, auch für $\alpha=0$ oder $\beta=-\infty$. Zweitens muss es auch noch längs des Randes des Blickfeldes den Gleichungen (7d) und (7e) genügen.

Aus der Gleichung (8) folgt, wenn wir das Differential von ψ nach der complexen Variablen $\beta+\vartheta i$ mit ψ' bezeichnen:

$$\frac{d\psi}{d\beta}=\psi'=\frac{d\varphi}{d\beta}+i\,\frac{d\chi}{d\beta}$$

$$\frac{d\psi}{d\vartheta}=i\psi'=\frac{d\varphi}{d\vartheta}+i\,\frac{d\chi}{d\vartheta},$$

also wenn man ψ' eliminirt:

$$0=i\,\frac{d\varphi}{d\beta}-\frac{d\chi}{d\beta}-\frac{d\varphi}{d\vartheta}-i\,\frac{d\chi}{d\vartheta}$$

oder

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\chi}{d\beta}+\frac{d\varphi}{d\vartheta}=0\\ \frac{d\chi}{d\vartheta}-\frac{d\varphi}{d\beta}=0\end{aligned}\right\} \tag{8a}$$

504

Setzt man ferner:

$$Y=Y_0+iY_1=e^{\alpha-\varphi i+\beta+\vartheta i},$$

so ist auch diese Grösse eine Function von $\beta+\vartheta i$, und folglich:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dY_0}{d\vartheta}+\frac{dY_1}{d\beta}=0\\ \frac{dY_0}{d\beta}-\frac{dY_1}{d\vartheta}=0\end{aligned}\right\} \tag{8b}$$

und

$$\left.\begin{aligned}Y_0=e^{\alpha}e^{\beta}\cos(\varphi-\vartheta)\\ Y_1=-e^{\alpha}e^{\beta}\sin(\varphi-\vartheta)\end{aligned}\right\} \tag{8c}$$

Wenn wir nun in Gleichung (7d) die Grösse φ für η substituiren und die Gleichung multipliciren mit dem Factor:

$$e^{\sigma}=e^{\alpha}(1+e^{2\beta}),$$

wobei wir setzen:

$$\sigma=\chi+\text{log. nat. }(1+e^{2\beta}),$$

so erhalten wir mit Berücksichtigung der Gleichungen (8a) und (8c):

$$0=e^{\sigma}\frac{d\sigma}{d\vartheta}d\vartheta+e^{\sigma}\frac{d\sigma}{d\beta}d\beta+2\operatorname{cotg}\mu\Big[Y_1d\vartheta-Y_0d\beta\Big]\Big\} \tag{8d}$$

Diese Gleichung ist ein vollständiges Differential, da nach (8b):

$$\frac{dY_1}{d\beta}=\frac{d}{d\vartheta}\Big(-Y_0\Big).$$

In der That, wenn wir die Function Y nach der complexen Variablen $\beta+\vartheta i$ integriren, und das Integral ist:

$$\Phi=\Phi_0+i\Phi_1,$$

so haben wir:

$$\Phi'=Y$$

oder

$$\frac{d\Phi_0}{d\beta} + i\frac{d\Phi_1}{d\beta} = Y_0 + iY_1$$
$$\frac{d\Phi_0}{d\vartheta} + i\frac{d\Phi_1}{d\vartheta} = iY_0 - Y_1,$$

also

$$Y_0 = \frac{d\Phi_0}{d\beta} = \frac{d\Phi_1}{d\vartheta}$$
$$Y_1 = \frac{d\Phi_1}{d\beta} = -\frac{d\Phi_0}{d\vartheta}.$$

505 Die Gleichung (8d) integrirt, giebt also für den Umfang des Feldes:

$$C = e^{\sigma} - 2\operatorname{cotg}\mu \,.\, \Phi_0 \quad \} \tag{8e}$$

oder

$$\sigma = \chi + \log.\,\text{nat.}(1+e^{2\beta}) = \log.\,\text{nat.}\,[C + 2\operatorname{cotg}\mu \,.\, \Phi_0] \quad \} \tag{8f}$$

Die Constanten C und μ müssen aber auch schliesslich der Gleichung (7e) genügen, wenn μ derjenige Winkel sein soll, welcher den Forderungen des Princips der leichtesten Orientirung am besten entspricht.

Nun lässt sich zeigen, dass der Werth $\operatorname{cotg}\mu = 0$ der Gleichung (8f) und (7e) zugleich entspricht. Denn es ist das über den ganzen Umfang des Feldes genommene Integral:

$$\int Y_0 d\vartheta + Y_1 d\beta = \int \frac{d\Phi_1}{d\vartheta} d\vartheta + \frac{d\Phi_1}{d\beta} d\beta = 0,$$

wenn, wie aus der über φ gemachten Annahme folgt, auch Φ_1 überall endlich und eindeutig ist, weil dies Integral gleich der Differenz der Werthe von Φ_1 ist, die diese Grösse in demselben Punkte der Peripherie vor und nach einem Umlauf um deren ganze Länge annimmt. Setzen wir statt der Grössen Y_0 und Y_1 ihre Werthe aus (8c), so haben wir:

$$0 = \int \frac{e^{\sigma} \,.\, e^{\beta}}{1+e^{2\beta}} \Big[\cos(\varphi - \vartheta) d\vartheta - \sin(\varphi - \vartheta) d\beta\Big].$$

Wenn nun $\operatorname{cotg}\mu = 0$ gesetzt wird, so folgt aus (8f), dass die Grösse σ längs des ganzen Umfanges constant wird, und daher der Factor e^{σ} vor das Integrationszeichen gesetzt werden kann, und dass wir unter der Voraussetzung $\operatorname{cotg}\mu = 0$ haben:

$$0 = \int \frac{e^{\beta}}{1+e^{2\beta}} \Big[\cos(\varphi - \vartheta) d\vartheta - \sin(\varphi - \vartheta) d\beta\Big],$$

woraus folgt, dass die Gleichung (7e) unter der gemachten Annahme erfüllt ist.

Die Frage, ob noch andere Werthe als der $\operatorname{cotg}\mu = 0$ den Bedingungen der Aufgabe genügen würden, lässt sich, so viel ich sehe, noch nicht für eine jede beliebig gegebene Form des Blickfeldes lösen. Da aber das wirkliche Blickfeld der Kreisform ziemlich nahe kommt, so wird es hier genügen, wenn ich noch den Beweis führe, dass für die Kreisform kein anderer reeller Werth existirt als $\mu = 0$.

Das Drehungsgesetz für ein kreisförmiges Blickfeld. Da die zu suchende Function η der reelle Theil einer beliebigen Function von $\beta + \vartheta i$ sein soll, welche für keinen Punkt des Blickfeldes unendlich oder mehrdeutig wird, auch nicht für $\beta = -\infty$, so wird sie im Allgemeinen von der Form sein müssen:

$$\left.\begin{aligned}\eta = A_0 + A_1 e^{\beta}\cos(\vartheta + c_1) + A_2 e^{2\beta}\cos(2\vartheta + c_2) \\ + A_3 e^{3\beta}\cos(3\vartheta + c_3) + \text{etc.}\end{aligned}\right\}, \tag{9}$$

wo die Grössen A und c beliebige willkürliche Constanten bezeichnen. Das zugehörige χ wird dann sein:

$$\left.\begin{aligned}\chi = A_1 e^{\beta}\sin(\vartheta + c_1) + A_2 e^{2\beta}\sin(2\vartheta + c_2) \\ + A_3 e^{3\beta}\sin(3\vartheta + c_3) + \text{etc.}\end{aligned}\right\} \tag{9a}$$

und wenn $\operatorname{cotg}\mu = 0$ ist, so wird die Gleichung der Um- 506
fangslinie:

$$\chi = \log.\,\text{nat.}\,\frac{C}{1+e^{2\beta}}, \tag{9b}$$

Die in allen diesen Gleichungen vorkommende Grösse e^{β} ist gleich $\operatorname{tang}(\alpha/2)$. Kann man also die Gleichung zwischen α und ϑ, welche die Linie des Umfanges bestimmt, in die Form (9b) bringen, so ist dadurch die Aufgabe gelöst, indem man von χ aus immer leicht den Winkel η finden kann, der die Abweichung vom Listing'schen Gesetze misst.

Wir wollen jetzt untersuchen, welche Gestalt das Feld annimmt unter der Annahme, dass η constant sei, oder da die

absolute Grösse des ihm beigelegten Werthes ganz gleichgültig ist, wenn:

$$\eta = 0\,; \tag{10}$$

Dagegen wollen wir den Werth von $\operatorname{cotg}\mu$ unbestimmt lassen.

Aus der Annahme (10) folgt, dass auch $\chi = 0$ sei, und die Grössen Y der Gleichungen (8c) werden:

$$Y_0 = e^{\beta}\cos\vartheta$$
$$Y_1 = e^{\beta}\sin\vartheta$$
$$Y_0 + Y_1 i = e^{\beta+\vartheta i} = \Phi_0 + \Phi_1 i.$$

Die Gleichung des Umfanges (8f) wird also:

$$1 + e^{2\beta} = C + 2e^{\beta}\cos\vartheta\,.\operatorname{cotg}\mu.$$

Setzen wir statt e^{β} seinen Werth $\operatorname{tang} a/2$, so lässt sich diese Gleichung schreiben:

$$\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2} + (1-C)\operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2} = 2\cos\vartheta\,.\operatorname{cotg}\mu \Big\} \tag{10a}$$

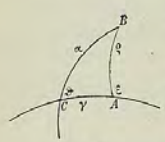


Fig. 43.

Dies ist die Gleichung eines Kreises. Denn in nebenstehendem sphärischen Dreiecke der Fig. 43 ist nach einer bekannten Formel:

$$\cos\varrho = \cos\alpha\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma\,.\cos\vartheta,$$

oder wenn wir darin $\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ durch $\operatorname{tang}\alpha/2$ ausdrücken:

$$\cos\varrho\left(1+\operatorname{tang}^2\frac{\alpha}{2}\right) = \cos\gamma\left(1-\operatorname{tang}^2\frac{\alpha}{2}\right) + 2\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}\,.\sin\gamma\cos\vartheta$$

oder

$$(\cos\varrho+\cos\gamma)\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2} + (\cos\varrho-\cos\gamma)\operatorname{cotg}\frac{\alpha}{2} = 2\sin\gamma\cos\vartheta \Big\} \tag{10b}$$

Setzen wir also:

$$\frac{\cos\varrho-\cos\gamma}{\cos\varrho+\cos\gamma} = 1 - C$$

und

$$\frac{\sin\gamma}{\cos\varrho+\cos\gamma} = \operatorname{cotg}\mu \Big\} \tag{10c}$$

so ist die Gleichung (10b) mit (10a) identisch, und aus den
507 beiden letzten Gleichungen ergiebt sich ein constanter Werth

für ϱ, welches den Bogenabstand längs der Kugelfläche für den Punkt B am Umfange des Blickfeldes von dem Punkte A bezeichnet. Der Umfang des Blickfeldes ist also, wenn $\eta = 0$, ein Kreis, dessen Bogenradius ϱ und dessen Mittelpunkt A ist.

Die zweite Gleichung des Umfangs können wir in der Form (7b) benutzen. Das eben dort links stehende Integral ist, wie schon oben bemerkt wurde, und wie seine Form in (6e) am leichtesten erkennen lässt, der Flächeninhalt des Blickfeldes, der jetzt durch ϱ auszudrücken ist, sodass wir haben:

$$2\pi\operatorname{cotg}\mu\,.(1-\cos\varrho) = -\int\sin\alpha\cos\vartheta\,d\vartheta + \sin\vartheta\,d\alpha \Big\} \tag{10d}$$

Wenn wir nun für das sphärische Dreieck der Fig. 43 die bekannten Formeln der sphärischen Trigonometrie:

$$\cos\alpha = \cos\gamma\cos\varrho - \sin\gamma\sin\varrho\cos\varepsilon$$
$$\sin\vartheta\sin\alpha = \sin\varrho\sin\varepsilon$$

anwenden und beide nach α und ϑ differentiiren, wobei ϱ als constant für den Umfang des Blickfeldes anzusehen ist, so haben wir längs dieses Umfanges:

$$\cos\vartheta\sin\alpha\,d\vartheta + \sin\vartheta\cos\alpha\,d\alpha = \sin\varrho\cos\varepsilon\,d\varepsilon$$
$$\sin\alpha\,d\alpha = -\sin\gamma\sin\varrho\sin\varepsilon\,d\varepsilon$$

oder

$$\sin\vartheta\,d\alpha = -\frac{\sin\gamma\sin^2\varrho\sin^2\varepsilon\,d\varepsilon}{\sin^2\alpha}.$$

Diese Werthe, in das Integral der Gleichung (10d) gesetzt, ergeben:

$$2\pi\operatorname{cotg}\mu\,(1-\cos\varrho)$$
$$= -\int_0^{2\pi}\frac{\sin\varrho\cos\varepsilon + \cos\gamma\cos\varrho\sin\varrho\cos\varepsilon - \sin\gamma\sin^2\varrho}{1+\cos\varrho\cos\gamma-\sin\gamma\sin\varrho\cos\varepsilon}\,d\varepsilon.$$

Setzen wir hierin zur Abkürzung:

$$1+\cos\gamma\cos\varrho = a$$
$$\sin\gamma\sin\varrho = b$$
$$\operatorname{tang}\frac{\varepsilon}{2} = x,$$

so können wir das Integral auf die Form bringen:

$$2\pi \operatorname{cotg}\mu\,(1-\cos\varrho) =$$

$$-\sin\varrho\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\frac{a+b}{b}\,dx}{1+\frac{a+b}{a-b}x^2}+\frac{a\sin\varrho}{b}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{1+x^2}$$

$$=\frac{\pi\sin\varrho}{b}\,(a-\sqrt{a^2-b^2}).$$

508 Drücken wir $\operatorname{cotg}\mu$, a und b wieder durch γ und ϱ aus, so erhalten wir:

$$\frac{2\sin\gamma\,(1-\cos\varrho)}{\cos\varrho+\cos\gamma}=\frac{1}{\sin\gamma}\,(1+\cos\gamma\cos\varrho-\cos\gamma-\cos\varrho)$$

oder

$$\left.\begin{aligned}&2\sin^2\gamma\,(1-\cos\varrho)=\\&(\cos\varrho+\cos\gamma)\,[1+\cos\gamma\cos\varrho-\cos\gamma-\cos\varrho]\end{aligned}\right\}\qquad(10\mathrm{e})$$

wofür auch geschrieben werden kann:

$$(1-\cos\gamma)\,(1-\cos\varrho)\,\{2+\cos\gamma-\cos\varrho\}=0\qquad(10\mathrm{f})$$

woraus folgt, dass der einzige reelle Werth von $\cos\gamma$, der diese Gleichung zu Null macht, ist:

$$\cos\gamma=1,$$

woraus folgt:

$$\sin\gamma=0\qquad\text{und}\qquad\operatorname{cotg}\mu=0.$$

Der zweite Werth von $\cos\gamma$, den die Gleichung (10f) giebt, würde kleiner als -1 sein, nämlich:

$$\cos\gamma=\cos\varrho-2$$

und also einem imaginären Bogen entsprechen.

Die vorliegende Rechnung[1]) ist durchgeführt worden unter

1) Sie ist hier weiter durchgeführt worden, als dies bei der ersten Veröffentlichung dieser Untersuchungen im Archiv für Ophthalmologie IX, 2, geschehen war. Dort war der Winkel μ zwischen der Blicklinie und der atropen Linie noch als fest gegeben betrachtet worden und ausserdem als klein. Es ist mir erst später gelungen, den Beweis zu finden, dass die Consequenzen des zu Grunde gelegten Princips fordern, dass er gleich Null sei.

der Voraussetzung, dass Bewegungen des Auges in allen Theilen des Blickfeldes und nach allen Richtungen gleich häufig vorkommen, was der Wirklichkeit wohl nicht ganz entspricht, indem wir in der Regel die Blicklinie in den mittleren Theilen ihres Bewegungsfeldes zu halten pflegen. Die peripherischen Theile des Feldes werden deshalb im allgemeinen weniger durchlaufen als die centralen, und werden deshalb auch einen geringeren Einfluss auf das Bewegungsgesetz haben müssen als die centralen. Diesen Umstand in der Rechnung zu berücksichtigen schien mir nutzlos, da wir seine Grösse doch nicht genau kennen, und da sich leicht übersehen lässt, welchen Einfluss er auf das Resultat haben wird. Aus der Gleichung (9), welche wir schreiben können:

$$\eta=A_0+A_1\tan\frac{\alpha}{2}\cos(\vartheta+c_1)+A_2\tan 2\,\frac{\alpha}{2}\cdot\cos(2\vartheta+c_2)$$
$$+A_3\tan 3\,\frac{\alpha}{2}\cos(3\vartheta+c_3)\,\text{etc.}$$

und in der wir den Anfangspunkt der Coordinaten noch so verändern können, dass das mit der ersten Potenz von $\tan\alpha/2$ behaftete Glied gleich Null wird, geht hervor, dass für kleine Werthe von α, η nahehin constant ist, und dass nur nach der Peripherie des Feldes hin, wo die Werthe von $\tan\alpha/2$ grösser werden, die Abweichungen vom Listing'schen Gesetze merklich werden können. Wenn nun die peripherischen Theile des Blickfeldes überhaupt weniger Einfluss erhalten, so wird eben die Abweichung vom Listing'schen Gesetze, welche durch eine nicht kreisförmige Form des Feldes bedingt werden 509
könnte, noch geringer werden müssen, als wenn die peripherischen Theile oft durchlaufen werden.

Ausserdem möchte es vielleicht nicht ganz richtig sein, dass in allen Theilen des Gesichtsfeldes Bewegungen des Blickes nach allen Richtungen hin gleich häufig sind. Wenigstens finde ich an mir selbst, dass ich Bewegungen, die der Peripherie des Blickfeldes parallel gehen, zu vermeiden suche, namentlich, wenn ich die Form und Ausdehnung der betreffenden Objecte deutlich zu erkennen wünsche. Ich habe dann den unwillkürlich wirkenden Trieb, den Kopf so zu drehen, dass die betreffenden Bewegungen des Blickes in Meridiane des

Blickfeldes fallen, die durch die Primärlage gehen. So kann ich an einer gerade vor mir liegenden Verticallinie mit dem Blicke hoch hinauflaufen ohne die Neigung den Kopf zu drehen; wenn ich aber an einer hoch gelegenen Horizontallinie entlang laufen will, so ist es mir natürlicher, den Kopf zu heben, bis ich sie in der Primärlage habe, als es mit gehobenen Augen zu thun.

Es scheinen mir also die Bewegungen des Auges bevorzugt zu sein, welche in Meridianen des Blickfeldes entlang laufen, die durch die Primärlage gehen. Dies sind auch die Bewegungen, bei denen keine Scheindrehung der Objecte stattfindet, und daher rührt auch wohl ihre Bevorzugung. Auch dieser Umstand muss dahin wirken, dass wenn einmal das Listing'sche Gesetz für die Bewegung eines individuellen Auges zur Geltung gekommen ist, die Neigung von dem Gesetze abzuweichen, wegen irgend welcher Unregelmässigkeiten des Blickfeldes geringer werden muss.

206 **Berechnung der Versuche, unter Voraussetzung der Richtigkeit von Listing's Gesetz.**

Bei den Apparaten von Fick, Meissner und Wundt, mit denen sie die Messungen über Drehungen des Auges ausgeführt haben, war der ganze Apparat drehbar um eine verticale Axe; den Winkel der Drehung um diese Axe wollen wir mit Fick die Longitudo oder λ nennen. Der drehbare Theil selbst enthielt dann eine horizontale Axe, um welche ein zweiter beweglicher Theil des Apparates gedreht werden konnte. Den Drehungswinkel um diese horizontale Axe nennen wir die Latitudo oder β. Endlich war mit diesem letzteren beweglichen Theile verbunden eine Scheibe, die das Visirzeichen trug und um eine Axe gedreht werden konnte, welche durch den Schnittpunkt der ersten beiden Drehungsaxen hindurchging. Der Drehungswinkel dieser letzten Scheibe wurde als Raddrehung ϱ betrachtet.

Wir denken uns den Apparat in seine Anfangslage gebracht, wo die Axe der Drehung ϱ oder die Gesichtslinie senkrecht steht auf der verticalen Axe der Drehung λ, wo

$\lambda = \beta = \varrho = o$. Wir nehmen den Schnittpunkt der drei Axen als Mittelpunkt eines rechtwinkeligen Coordinatensystems, dessen zAxe zusammenfällt mit der verticalen Axe der Drehung λ, während die Gesichtslinie die Axe der x bildet. Die positiven z seien nach oben gerichtet, die positiven x nach vorn zu dem Gesichtszeichen hin, die positiven y nach rechts.

Wir nehmen drei andere rechtwinkelige Coordinatensysteme an, welche bei der angegebenen Stellung des Apparates mit dem 207
ersten dieselbe Lage haben. Das System der x', y', z' sei fest verbunden mit dem Theile des Apparates, der um die erste verticale Axe gedreht wird, das der x'', y'', z'' fest mit demjenigen Theile des Apparates, der um die zweite horizontale Axe gedreht wird, und endlich das System ξ, v, ζ sei fest mit der Scheibe verbunden, welche das Gesichtszeichen trägt.

Drehen wir das Gesichtszeichen um die Gesichtslinie, so wird das System ξ, v, ζ um seine ξAxe gedreht. Wir betrachten die Drehungen als positiv, wenn sie für einen Beobachter, der im Mittelpunkte steht und nach dem positiven Theile der Drehungsaxe hinschaut, rechtsläufig sind, wie die eines Uhrzeigers.

Demnach werden nach der Drehung um den Winkel ϱ die Werthe von x'', y'', z'' für irgend einen der bewegten Punkte nicht mehr übereinstimmen mit denen von ξ, v, ζ, sondern es wird sein:

$$\left.\begin{aligned} x'' &= \xi \\ y'' &= v\cos\varrho + \zeta\sin\varrho \\ z'' &= -v\sin\varrho + \zeta\cos\varrho \end{aligned}\right\} \qquad (a)$$

Denken wir ebenso das x'', y'', z'' System um seine yAxe, und das x', y', z' System um seine zAxe gedreht, jenes um den Winkel β, letzteres um den Winkel λ, so erhalten wird:

$$\left.\begin{aligned} x' &= x''\cos\beta - z''\sin\beta \\ y' &= y'' \\ z' &= z''\sin\beta + z''\cos\beta \end{aligned}\right\} \qquad (b)$$

$$\left.\begin{aligned} x &= x' \cos\lambda + y' \sin\lambda \\ y &= -x' \sin\lambda + y' \cos\lambda \\ z &= z' \end{aligned}\right\} \quad (c)$$

Der Winkel β ist nach der oben gegebenen Regel positiv genommen, wenn die Gesichtslinie gehoben ist, λ, wenn sie nach links abgelenkt ist.

208 Indem man die Werthe von x'', y'', z'' aus den Gleichungen (a) in die (b) setzt, und dann die Werthe von x', y', z' aus den Gleichungen (b) in die (c) setzt, erhält man die Werthe von x, y, z ausgedrückt durch ξ, v, ζ:

$$\left.\begin{aligned} x &= \xi\cos\beta\cos\lambda + v(\cos\varrho\sin\lambda + \sin\varrho\sin\beta\cos\lambda) \\ &\quad + \zeta(\sin\varrho\sin\lambda - \cos\varrho\sin\beta\cos\lambda) \\ y &= -\xi\cos\beta\sin\lambda + v(\cos\varrho\cos\lambda - \sin\varrho\sin\beta\sin\lambda) \\ &\quad + \zeta(\sin\varrho\cos\lambda + \cos\varrho\sin\beta\sin\lambda) \\ z &= \xi\sin\beta - v\sin\varrho\cos\beta + \zeta\cos\varrho\cos\beta. \end{aligned}\right\} \quad (d)$$

Wir wollen nun die Beziehungen aufsuchen, welche zwischen diesen Winkeln stattfinden müssen, wenn die aus den drei Drehungen resultirende Stellung gleich sein soll der Stellung, welche durch eine Drehung um eine Axe, die in einer gegebenen festen Ebene der Drehungsaxen liegt, hervorgebracht werden kann.

Die Punkte der Drehungsaxe ändern bei der Drehung ihre Lage nicht; sie werden also gefunden durch die Bedingung, dass für sie:

$$x = \xi, \quad y = v, \quad z = \zeta.$$

Setzen wir diese Werthe in die Gleichungen (d), so werden diese:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= x(\cos\beta\,.\cos\lambda - 1) + y(\cos\varrho\,.\sin\lambda + \sin\varrho\,.\sin\beta\,.\cos\lambda) \\ &\quad + z(\sin\varrho\sin\lambda - \cos\varrho\,.\sin\beta\,.\cos\lambda) \\ 0 &= -x\cos\beta\sin\lambda + y(\cos\varrho\cos\lambda - \sin\varrho\sin\beta\sin\lambda - 1) \\ &\quad + z(\sin\varrho\cos\lambda + \cos\varrho\sin\beta\sin\lambda) \\ 0 &= x\sin\beta - y\sin\varrho\cos\beta + z(\cos\varrho\cos\beta - 1) \end{aligned}\right\} \quad (e)$$

Von diesen drei Gleichungen ist eine die Folge der beiden anderen. Denn wenn man mit x dividirt[1]), so bleiben nur noch

1) Sollte $x = 0$ sein, so dividire man mit y oder z.

zwei unbekannte Grössen stehen, nämlich y/x und z/x. Zwei Unbekannte können aber durch drei Gleichungen nur gegeben sein, wenn eine der Gleichungen die Folge der beiden anderen 209 ist. Der Punkt x, y, z gehört also der Drehungsaxe an, wenn nur zwei der Gleichungen (e) erfüllt sind.

Nun wird die Bedingung hinzugefügt, dass die Drehungsaxe in einer bestimmten Ebene liegen solle. Deren Gleichung sei:

$$x = py + qz \quad (f)$$

worin p die Tangente des Winkels ist, den die Axe der y bildet mit der Linie, in der die Ebene der Axen die xy Ebene schneidet, und q die Tangente des Winkels zwischen der Axe der z und der entsprechenden Schnittlinie in der Ebene xz.

Die Elimination von x, y und z aus den Gleichungen (e) und (f) liefert uns endlich die Bestimmung des Raddrehungswinkels.

Um diese Elimination zu vollziehen, bemerke man, dass die Gleichungen (d) auch in die Form gebracht werden können:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= x\cos\beta\cos\lambda - y\cos\beta\sin\lambda + z\sin\beta \\ v &= x(\cos\varrho\sin\lambda + \sin\varrho\sin\beta\cos\lambda) + y(\cos\varrho\cos\lambda \\ &\quad - \sin\varrho\sin\beta\sin\lambda) - z\sin\varrho\cos\beta \\ \zeta &= x(\sin\varrho\sin\lambda - \cos\varrho\sin\beta\cos\lambda) + y(\sin\varrho\cos\lambda \\ &\quad + \cos\varrho\sin\beta\sin\lambda) + z\cos\varrho\cos\beta. \end{aligned}\right\} \quad (g)$$

Nachdem man $\xi = x$, $v = y$, $\zeta = z$ gesetzt hat, multiplicire man die zweite dieser Gleichungen mit z, die dritte mit $-y$ und addire sie, so erhält man:

$$\left.\tan\varrho = \frac{\begin{bmatrix} -xz\sin\lambda - yz(\cos\lambda - \cos\beta) \\ -xy\sin\beta\cos\lambda + y^2\sin\beta\sin\lambda \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} xz\sin\beta\cos\lambda - yz\sin\beta\sin\lambda \\ -z^2\cos\beta - xy\sin\lambda - y^2\cos\lambda \end{bmatrix}}\right\} \quad (h)$$

Aus den ersten der Gleichungen (g) und der Gleichung (f) 210 dagegen erhält man folgende Werthe für x, y, z, wo r einen gemeinschaftlichen Factor bezeichnet:

$$\begin{aligned} x &= r[p\sin\beta + q\cos\beta\sin\lambda] \\ y &= r[\sin\beta + q(\cos\lambda\cos\beta - 1)] \\ z &= r[\cos\beta\sin\lambda - p(\cos\lambda\cos\beta - 1)]. \end{aligned}$$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichung (h), wobei sich der Factor $r^2(\cos\beta\cos\lambda - 1)$ weghebt, so erhält man:

$$-\operatorname{tang}\varrho = \frac{\left.\begin{array}{l}\sin\beta\sin\lambda - 2q\sin\lambda - 2p\sin\beta\cos\lambda\\ +(q^2-p^2)\sin\beta\sin\lambda + 2pq(\cos\lambda-\cos\beta)\end{array}\right]}{\left.\begin{array}{l}\cos\beta + \cos\lambda + 2p\sin\lambda - 2q\cos\lambda\sin\beta\\ +(q^2-p^2)(\cos\lambda-\cos\beta) - 2pq\sin\beta\sin\lambda\end{array}\right]} \Bigg\} \quad \text{(i)}$$

wonach der Winkel ϱ zu berechnen ist.

Wenn $p = q = 0$ ist, also die Ebene der Drehungsaxen normal zur xAxe steht, wird dieser Werth:

$$-\operatorname{tang}\varrho = \frac{\sin\beta\sin\lambda}{\cos\beta + \cos\lambda} \Bigg\} \quad \text{(k)}$$

Setzen wir nun nur $q = 0$, nicht aber p, so ist p in diesem Falle die Tangente des Winkels, den die Ebene der Axen mit der yzEbene bildet. Es sei:

$$p = \operatorname{tang}\varepsilon,$$

dann ist:

$$-\operatorname{tang}\varrho = \frac{\sin\beta\sin\lambda(1-p^2) - 2p\sin\beta\cos\lambda}{\cos\beta(1+p^2) + \cos\lambda(1-p^2) + 2p\sin\lambda} \Bigg\} \quad \text{(l)}$$

oder wenn wir bemerken, dass:

$$\frac{2p}{1+p^2} = \sin 2\varepsilon$$

und

$$\frac{1-p^2}{1+p^2} = \cos 2\varepsilon,$$

so erhalten wir:

$$-\operatorname{tang}\varrho = \frac{\sin\beta\sin(\lambda - 2\varepsilon)}{\cos\beta + \cos(\lambda - 2\varepsilon)}.$$

211 Dieser Ausdruck ist ganz von derselben Form wie die Gleichung (k), wenn wir den Winkel λ nicht von 0 an, sondern von 2ε an zu zählen anfangen, und wir erhalten also dieselben Stellungen des Auges, wenn wir:

1) entweder von der Mittelstellung der Gesichtslinie $\lambda = 0$ ausgehen und die Ebene der Axen unter dem Winkel ε gegen die yzEbene geneigt nehmen, sodass:

$$x = y\operatorname{tang}\varepsilon.$$

2) oder von der Anfangsstellung $\lambda = 2\varepsilon$ ausgehen, und die Ebene der Axen senkrecht zur Gesichtslinie nehmen. Diese neue Ebene der Axen bildet mit der yzEbene einen doppelt so grossen Winkel als die früher angenommene Ebene der Axen.

Daraus folgt also, dass bei einem kreisförmigen Bewegungsfelde des Auges anstatt von der Stellung der Gesichtslinie in der Mitte dieses Feldes auszugehen, und die Ebene der Axen als geneigt gegen die Gesichtslinie anzunehmen, wir dafür stets eine andere Stellung der Gesichtslinie angeben können, welche wir vorzugsweise ihre Primärstellung nennen wollen, und welche sich dadurch auszeichnet, dass sie senkrecht auf der zugehörigen Ebene der Axen ist.

Wie diese Primärstellung experimentell zu finden ist, ist oben gezeigt worden. Wenn man die Messungen der Drehungen so ausführt, dass für diese Primärstellung $\lambda = \beta = \varrho = 0$ gemacht wird, so lassen sich die Stellungen des Auges, die nach dem Gesetze von Listing eintreten müssen, berechnen nach der einfachen Formel (k). Hat man eine beliebige Primärstellung gewählt, so wird man im allgemeinen genöthigt sein, die verwickeltere Formel (i) zur Rechnung zu gebrauchen, nachdem man passende Werthe von p und q gesucht hat.

Zugleich geht aus dieser Rechnung hervor, dass wo das 212
Gesetz von Listing gilt, man nicht nur aus der Primärstellung, sondern auch aus jeder Secundärstellung durch Drehung um festliegende Axen in jede andere Secundärstellung übergehen kann, sodass auch alle zwischen dem Anfang und Ende der Bewegung liegenden Stellungen des Auges normale Stellungen desselben sind. Es ergiebt sich zugleich, wie wir für solche Bewegungen des Auges, welche von irgend einer Secundärstellung der Gesichtslinie ausgehen, die Ebene der Axen finden können. Diese Ebene ist nämlich senkrecht auf derjenigen Linie, welche den Winkel zwischen der betreffenden Secundärstellung und der Primärstellung des Auges halbirt.

Wenn also ac in Fig. 44 die Primärstellung der Gesichtslinie bezeichnet, und cb irgend eine Secundärstellung, sodass ac und cb beide in der Ebene des Papiers liegen, so halbire

man den Winkel *acb*; die Halbirungslinie sei *ec*. Die auf *ec* senkrechte Ebene, deren Durchschnitt mit der Ebene der Zeichnung *hi* ist, ist die gesuchte Ebene der Axen für diejenigen Drehungen, mittels deren man von *cb* aus in irgend eine andere Stellung der Gesichtslinie übergeht; während *fg*, welches senkrecht auf der Primärstellung *ac* ist, den Durchschnitt der Ebene der Axen bezeichnet für die Bewegungen aus der Primärstellung.

Wenn das Auge aus einer Secundärstellung *b* in eine zweite *c* übergeht, so muss es offenbar durch Drehung um
213 dieselbe Axe wie von *b* nach *c*, auch von *c* nach *b* zurückgehen. Wenn wir von *b* nach *c* gehen, finden wir die Ebene der Axen nach der eben aufgestellten Regel, indem wir den Winkel zwischen *b* und der Primärstellung *a* halbiren, die Halbirungslinie sei β. Die Axe für die Bewegung von *b* nach *c* liegt in der auf β normalen Ebene.

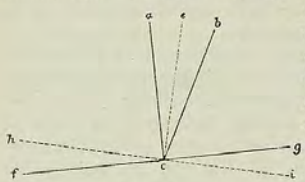


Fig. 44.

Wenn wir den Winkel zwischen *c* und *a* halbiren und die Halbirungslinie mit γ bezeichnen, so liegt dieselbe Axe auch in der auf γ senkrechten Ebene. Folglich muss diese Axe in der Schnittlinie der beiden auf β und γ errichteten normalen Ebenen liegen, folglich muss diese Axe normal auf β und auf γ sein, wodurch ihre Lage gegeben ist.

Ein Irrthum in der Orientirung des Auges wird immer eintreten müssen, wenn die Drehungsaxe für den Uebergang aus *b* in *c* nicht in derjenigen Ebene liegt, welche die Axen für die aus der Mittelstellung *m* des Auges beginnenden Bewegungen enthält. Nun ist die betreffende Drehungsaxe die Schnittlinie der beiden Axenebenen, welche zu den Stellungen *b* und *c* gehören. Wenn also diese Schnittlinie auch noch in der zu *m* gehörigen Axenebene liegt, so schneiden sich diese drei Axenebenen in einer einzigen geraden Linie, woraus weiter folgt, dass die Halbirungslinien der Winkel zwischen *a* einerseits

und *b*, *c*, *m* andererseits in einer Ebene liegen, da sie alle drei senkrecht auf der Drehungsaxe sind. Unter diesen Umständen wird durch Drehung um dieselbe Axe, welche die Gesichtslinie von *b* nach *c* und umgekehrt führt, die Gesichtslinie auch nach *m* geführt werden können. Daraus folgt, dass nur dann keine Drehung um die atrope Linie eintreten wird, wenn das Auge durch fortgesetzte oder rückgängige Drehung um dieselbe Axe in seine Mittelstellung übergeführt werden kann. Bei allen anderen Bewegungen des Auges, welche nicht entweder auf den Mittel- 214
punkt des Bewegungsfeldes hin oder von ihm weg geschehen, kann daher auch ein Irrthum in der Orientirung eintreten, wie das oben bei den betreffenden Versuchen bemerkt wurde.[1])

1) Während des Druckes dieser Abhandlung wurden die Versuche nach der zweiten oben beschriebenen Methode auch von Hrn. Hirschmann aus Charkow in meinem Laboratorium durchgemacht. Derselbe hat normalsichtige Augen und fand bei seinen Beobachtungen die vollständigste Uebereinstimmung mit Listing's Gesetz.

LXVI.

Ueber die Form des Horopters, mathematisch bestimmt.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. III. S. 51—55. Vom 24. October 1862.

(Das Manuscript wurde eingereicht am 8. November 1862.)

51 Der Horopter ist der Inbegriff derjenigen Punkte des äusseren Raumes, deren Bilder bei einer gegebenen Stellung der Augen in beiden Augen auf identische Netzhautpunkte fallen.

Identische Netzhautpunkte sind solche Punkte beider Netzhäute, auf welche die Bilder desselben unendlich weit entfernten Punktes fallen, wenn die Augen ihre normale Stellung für das Fernsehen haben.

Man nennt die durch die Knotenpunkte beider Augen und den fixirten Punkt gelegte Ebene die Visirebene; die geraden Linien, welche den fixirten Punkt mit dem Centrum der Netzhautgrube verbinden, und welche durch den Knotenpunkt des betreffenden Auges gehen, heissen die Gesichtslinien. Eine durch die Gesichtslinie eines Auges gelegte Ebene heisse Meridianebene des betreffenden Auges. Die Visirebene ist die einzige Ebene, welche gleichzeitig Meridianebene beider Augen ist.

Wir unterscheiden einen Meridian in jedem Auge als ersten; es möge derjenige sein, welcher nach rechts hin in der Visirebene liegt, wenn die Augen ihre normale Stellung für das Fernsehen haben, d. h. einen in der Mittelebene des

Kopfes gelegenen unendlich entfernten Punkt fixiren. Dieser erste Meridian liegt aber nicht immer in der Visirebene, sondern wenn die Augen nicht geradeaus blicken, bildet seine Ebene der Regel nach einen Winkel mit der Visirebene, welchen man den Drehungswinkel des Auges um die Gesichtslinie nennt.

Der Winkel, welcher zwischen der Meridianebene, die durch irgend einen Punkt des Raumes geht, und der Ebene des ersten Meridians des betreffenden Auges eingeschlossen ist, heisse die Länge des betreffenden Punktes im Gesichtsfelde.

Der Winkel, welcher zwischen der Richtungslinie, die zu dem genannten Punkte geht (Verbindungslinie mit dem Knotenpunkte), und der Gesichtslinie des betreffenden Auges liegt, 52 heisse die Polardistanz des betreffenden Punktes im Gesichtsfelde.

Identische Punkte beider Netzhäute müssen nach den gegebenen Definitionen gleiche Länge und gleiche Polardistanz haben.

Punkte des äusseren Raumes, die in beiden Augen auf identischen Stellen abgebildet werden sollen, müssen also zwei Bedingungen erfüllen. Sie müssen nämlich:

1) für beide Augen gleiche Länge,

2) für beide Augen gleiche Polardistanz haben. Solche Punkte müssen also zweien Gleichungen genügen und können im allgemeinen nur den Punkten einer Linie entsprechen.

Um diese Linie zu finden, zertheilt man die Aufgabe, wie schon Wundt gethan hat, am besten in zwei Aufgaben.

Erstens sucht man den Inbegriff derjenigen Punkte, welche für beide Augen gleiche Länge haben. Der Inbegriff dieser Punkte, welche nur eine Gleichung zu erfüllen haben, bildet eine Fläche, welche wir den Horopter gleicher Länge oder den Radialhoropter nennen, weil radienförmig durch den Fixationspunkt gezogene gerade Linien, die in dieser Fläche liegen, einfach erscheinen.

Zweitens suchen wir die Fläche, welche diejenigen Punkte enthält, deren Polardistanz in beiden Augen die gleiche ist, den Horopter gleicher Polardistanz oder Circular-

horopter, weil in ihm gewisse Linien einfach erscheinen, die sich als Kreisbögen in das Gesichtsfeld jedes Auges projiciren.

Wo der Radialhoropter und der Circularhoropter sich schneiden, liegen die Punkte, welche zugleich gleiche Länge und gleiche Polardistanz in den Gesichtsfeldern beider Augen haben. Diese bilden den Totalhoropter, der also im allgemeinen nur eine Linie sein kann.

Die mathematische Untersuchung ergiebt nun, dass der Radialhoropter eine Kegelfläche zweiten Grades ist. Um ihre Gleichung in rechtwinkeligen Coordinaten zu geben, verlegen wir den Anfangspunkt dieser Coordinaten in den fixirten Punkt, nehmen die Visirebene als die xy Ebene und die Halbirungslinie des Gesichtswinkels als die x Axe. Die positiven z sind nach oben gekehrt, die positiven y nach rechts, die positiven x nach dem Gesichte des Sehenden hin.

Es sei γ die algebraische Differenz der Drehungswinkel beider Augen, und 2α der Convergenzwinkel der Gesichtslinien, so ist die Gleichung des Radialhoropters:

$$y^2\cos^2\alpha - x^2\sin^2\alpha + 2zx\,.\sin\alpha\,.\operatorname{cotang}\gamma + z^2 = o \;\ldots\ldots\; (1)$$

Es ist dies die Gleichung eines Kegels, dessen Spitze im Anfangspunkte der Coordinaten liegt, und welcher durch die beiden Gesichtslinien geht; denn wenn man setzt: $z = 0$ und
53 $y/x = \pm\operatorname{tang}\alpha$, so ist die Gleichung (1) erfüllt. Die beiden Gesichtslinien theilen die Kegelfläche in zwei vollständig von einander getrennte Theile. Nur die Punkte des einen Theiles haben in beiden Gesichtsfeldern gleiche Länge. Für die Punkte des anderen Theiles ergänzen sich die Längenwinkel zu zwei Rechten, sie geben nicht identische, sondern symmetrische Bilder. Die Durchschnittslinie mit der zx Ebene ergiebt sich, wenn man $y = 0$ setzt. Es ist dann entweder:

$$z = -\,x\sin\alpha\operatorname{cotang}\,.\frac{\gamma}{2}$$

oder:

$$z = +\,x\sin\alpha\operatorname{tang}\,.\frac{\gamma}{2}.$$

Die erstere Linie ist die von Meissner bei symmetrisch convergirenden Augen gefundene Horopterlinie. Der Drehungswinkel $\gamma/2$ des rechten Auges ist dabei positiv zu setzen, der des linken negativ. Die zweite Linie giebt symmetrische Bilder.

Die Durchschnittslinie des Kegels mit einer Ebene, für welche $x = \text{Const}$, ist eine Ellipse, deren Axen vertical und horizontal liegen. Die beiden Endpunkte der verticalen Axe sind durch die letzten beiden Gleichungen gegeben. Die Länge der verticalen Halbaxe ist: $x\sin\alpha/\sin\gamma$. Die Länge der horizontalen Halbaxe ist: $x\operatorname{tang}\alpha/\sin\gamma$; die letztere ist also die grössere.

Der beschriebene Kegel hat die Eigenthümlichkeit, dass seine Kreisschnitte senkrecht stehen auf einer der beiden Kanten, die in der xz Ebene liegen.

Ist γ, die Differenz der Drehungswinkel, gleich Null, so verwandelt sich die Gleichung (1) in $zx = 0$. Es muss also entweder $z = 0$ sein, welches die Gleichung der Visirebene ist, oder $x = 0$, welches die Gleichung der auf der Halbirungslinie des Gesichtswinkels senkrechten Ebene ist. Der Kegel reducirt sich in diesem Falle auf die beiden Ebenen.

Die Gleichung des Circularhoropters ist im allgemeinen vom vierten Grade, nämlich in den vorher gebrauchten Coordinaten ausgedrückt folgende:

$$z^2\left\{x - \frac{r_1 + r_2}{2\cos\alpha}\right\}\left\{y - \frac{r_1 - r_2}{2\sin\alpha}\right\} = \left\{x^2 + y^2 - \frac{r_1 + r_2}{2\cos\alpha}x - \frac{r_1 + r_2}{2\sin\alpha}y\right\}\left\{-xy + \left(\frac{r_1 - r_2}{2}\right)x\sin\alpha + \left(\frac{r_1 + r_2}{2}\right)y\cos\alpha\right\} \quad (2)$$

Darin bedeuten r_1 und r_2 die Entfernungen beider Augen vom Fixationspunkte.

Die Form dieser Fläche kann man in folgender Weise übersehen: Man bestimme zuerst ihre Durchschnittslinien mit
54 der Visirebene, d. h. man setze $z = 0$. Dann ergiebt sich aus 2 unmittelbar, dass entweder:

$$x^2 + y^2 - \frac{r_1 + r_2}{2\cos\alpha}x - \frac{r_1 - r_2}{2\sin\alpha}y = 0 \;\ldots\ldots\; (2a)$$

sein muss, welches die Gleichung eines Kreises ist, des von J. Müller gefundenen Horopterkreises, der durch den Fixationspunkt und die Knotenpunkte beider Augen geht. Denn die Gleichung (2a) wird erfüllt durch folgende drei Systeme von Werthen:

$$\begin{array}{ll} x = 0 & y = 0 \\ x = r_1 \cos\alpha & y = r_1 \sin\alpha \\ x = r_2 \cos\alpha & y = -r_2 \sin\alpha. \end{array}$$

Oder aber es muss sein:

$$xy - \left(\frac{r_1 - r_2}{2}\right) x \sin\alpha - \left(\frac{r_1 + r_2}{2}\right) y \cos\alpha = 0 \Big\}, \qquad (2b)$$

welches die Gleichung einer gleichseitigen Hyperbel ist, deren Mittelpunkt im Halbirungspunkte der Verbindungslinie der Knotenpunkte beider Augen liegt, deren Asymptoten den Axen der x und y parallel sind.

Diese Hyperbel geht ebenfalls durch den Fixationspunkt und die Knotenpunkte beider Augen, woselbst sie also den Kreis schneidet. Ein vierter Schnittpunkt ist gegeben durch die Werthe:

$$x = \frac{r_1 + r_2}{2\cos\alpha}, \qquad y = \frac{r_1 - r_2}{2\sin\alpha} \qquad (2c)$$

die sowohl der Gleichung (2a) wie (2b) genügen. Dieser letztgenannte Punkt und der Fixationspunkt bilden die Enden eines und desselben Durchmessers des Müller'schen Horopterkreises.

Denkt man nun in dem letztgenannten Punkte ein Loth auf der Visirebene errichtet und durch dieses Loth Ebenen gelegt, so schneiden alle diese Ebenen die Fläche des Circularhoropters in verticalen Kreisen, deren Mittelpunkte in der Visirebene liegen, und deren horizontale Durchmesser abgegrenzt sind durch den Kreis und die Hyperbel in der Visirebene. Jede durch den Punkt, der in Gleichung (2c) bestimmt ist, in der Visirebene gezogene Linie schneidet nämlich sowohl den Kreis wie die Hyperbel erstens im Punkte (2c), zweitens in noch einem anderen Punkte. Die beiden letzteren Punkte

begrenzen den horizontalen Durchmesser eines solchen Kreisschnittes des Circularhoropters.

Wenn $r_1 = r_2$ ist, so reducirt sich die Gleichung (2) auf $y = 0$, welches die Gleichung der xz Ebene ist, oder:

$$z^2\left(x - \frac{r}{\cos\alpha}\right) = \left(x^2 + y^2 - \frac{rx}{\cos\alpha}\right) \quad \left(r\cos\alpha - x\right),$$

welches die Gleichung einer Fläche dritten Grades ist, die die Visirebene in einer geraden Linie, der Verbindungslinie der Knotenpunkte beider Augen, und im Müller'schen Horopterkreise schneidet und dieselben Kreisschnitte hat wie die all- 55
gemeinere Fläche. Wenn man dem x einen constanten Werth giebt, so erhält man eine Gleichung zweiten Grades zwischen z und y, daher die Durchschnitte eines solchen symmetrischen Circularhoropters mit Ebenen, die auf der Visirebene und der Mittelebene des Kopfes senkrecht stehen, Ellipsen oder Hyperbeln sind.

Endlich ist noch zu bemerken, dass dieser symmetrische Circularhoropter von Ebenen, welche durch die Verbindungslinie der Knotenpunkte beider Augen gelegt sind, deren Gleichung also ist:

$$z = \beta(r\cos\alpha - x),$$

ebenfalls in Kreisen geschnitten wird. Von diesen Kreisschnitten des Circularhoropters fallen zwei gleichzeitig noch zusammen mit zwei Kreisschnitten des Kegels, der den Radialhoropter bildet.

Der Totalhoropter ist diejenige Curve, in welcher sich der Radialhoropter und der Circularhoropter schneiden. Seine Gestalt ist leicht zu beschreiben, wenn entweder der Fixationspunkt gleichweit von beiden Augen entfernt ist oder keine Drehung der Augen um die Gesichtslinie stattgefunden hat. In beiden Fällen besteht der Horopter aus einer Kreislinie, welche durch die Knotenpunkte beider Augen geht, und einer geraden Linie, welche in demjenigen Punkte des Kreisumfanges, der gleichweit von beiden Augen entfernt ist, senkrecht auf der Ebene des Kreises steht. Der Fixationspunkt liegt im Kreisumfange, wenn die Augen keine Drehung erlitten haben,

und er liegt in der geraden Linie, wenn sie symmetrisch gestellt sind; er liegt im Schnittpunkte des Kreises und der geraden Linie, wenn sie gleichzeitig symmetrisch gestellt und nicht gedreht sind.

Sind sie aber assymmetrisch gestellt und gleichzeitig gedreht, so ist die Form des Totalhoropters nicht so einfach. Die Curve besteht dann aus zwei Zweigen, die in der Nähe des Fixationpunktes sich einander nähern, wie die beiden Zweige einer Hyperbel in der Nähe ihres Scheitels.

Zusatz (1882). Zur Zeit der Abfassung dieses Aufsatzes war noch nicht bekannt, dass die verticalen Meridiane der beiden Netzhäute nicht identisch sind. Dieser Umstand ist erst in dem folgenden Aufsatze berücksichtigt.

LXVII.

Ueber den Horopter.

Aus Gräfe's Archiv für Ophthalmologie. Bd. X. Abth. 1. S. 1—60. — 1864.

1. Die Vertheilung der correspondirenden Punkte in beiden Sehfeldern. 1

Die Form des Horopters ist bisher immer bestimmt worden unter einer Voraussetzung, welche allerdings natürlich genug schien, dass nämlich je zwei Punkte beider Netzhäute identisch seien, auf denen bei der Fixation eines unendlich entfernten Objectes derselbe Objectpunkt sich abbildete. Denn darauf kommt die gewöhnliche Bestimmung heraus, dass identische Punkte um gleiche Winkel vom Centrum der Netzhautgrube entfernt seien, und dass die Schenkel dieser Winkel ausserdem bei parallelen Gesichtslinien parallel liegen sollten. Diese Annahme über die Lage der identischen Punkte hat sich nun aber als falsch erwiesen, und es besteht in Bezug auf die Anordnung derselben eine eigenthümliche Assymmetrie der Netzhäute, wie neuere Beobachtungen gezeigt haben. Zunächst nämlich bemerkte Recklinghausen[1]), dass ein Kreuz, aus zwei sich senkrecht schneidenden Linien bestehend, von denen die eine horizontal, die andere vertical ist, und welches mit einem Auge so betrachtet wird, dass die Gesichtslinie durch den Mittelpunkt des Kreuzes geht und senkrecht ist zur Ebene der Zeichnung, nicht rechtwinkelig erscheint. Und zwar erscheinen dem rechten Auge der nach oben und rechts ge-

1) Archiv für Ophthalmologie Bd. V. Abth. 2. S. 128.

kehrte Winkel und sein nach unten links gekehrter Scheitelwinkel als stumpfe Winkel; die beiden anderen erscheinen als spitze. Umgekehrt erscheinen dem linken Auge die ersteren Winkel spitz, die letzteren stumpf. Dem rechten Auge erscheint also eine senkrechte Linie von oben links nach unten rechts zu laufen, dem linken Auge von oben rechts nach unten links. Ich selbst habe darauf in meinem Aufsatze über die Augenbewegungen[1]) hervorgehoben, dass auch im gemeinsamen Gesichtsfelde beider Augen die beiden Bilder einer unendlich entfernten Linie, die zur Visirebene senkrecht ist, nicht zusammenfallen, sondern dass eine solche in divergenten Doppelbildern erscheint, wenn man die Convergenz der Augen ein wenig verändert. Seitdem hat auch Volkmann[2]), ohne meine Beobachtung zu kennen, dieselbe wiederholt und genauere Messungen über den Grad der Divergenz verschieden geneigter Linien gemacht. Er giebt an, dass der Kreuzungswinkel im senkrechten Meridiane 2° 15′ betrage, von hier aus 30° seitlich, gleichviel ob nach rechts oder nach links gerechnet, 1° 74′; um 60° seitlich 1° 2°, und wenn die fixirten Linien horizontal sind 0° 43′. Diese Divergenz horizontaler Linien sehe ich auch, aber nur, wenn ich unmittelbar vorher längere Zeit eine nach unten convergirende Stellung der Augen eingehalten habe. Ich sehe dagegen horizontale Linien beider Gesichtsfelder sich vollständig deckend, wenn ich vorher längere Zeit in die Ferne gesehen habe, oder wenn ich die Versuche selbst, bei denen die Gesichtslinien einander parallel erhalten werden, längere Zeit fortsetze. Für mein eigenes Auge ist also der Zustand, bei welchem horizontale Linien beider Gesichtsfelder sich kreuzen, einer jener Fälle von Ermüdung der Augenmuskeln, die ich schon in dem Aufsatze über die Augenbewegungen erwähnt habe, wodurch die Raddrehung der Augen verändert wird. Bei der Convergenz nach innen und unten erleidet das äussere Ende des horizontalen Meridians beider Augen eine

1) Archiv für Ophthalmologie. Bd. IX. Abth. 2. S. 188. Die Thatsache ist auch in den Verhandlungen des Heidelberger medic.-naturhistor. Vereins vom 8. Mai 1863 erwähnt. Bd. III. S. 66 (oben S. 357 u. 390).

2) Sitzungsbericht der Berliner Akademie 13. August 1863.

Drehung nach unten gegen die Virsirebene. In Folge der Ermüdung scheint nun bei der Rückführung in die Primärlage eine entgegengesetzte Drehung des Auges einzutreten, wodurch das äussere Ende jedes horizontalen Meridians gehoben wird. Dadurch wird die scheinbare Divergenz verticaler Linien vergrössert und horizontale erscheinen so, dass in jedem Auge das äussere Ende derselben höher erscheint als das innere.

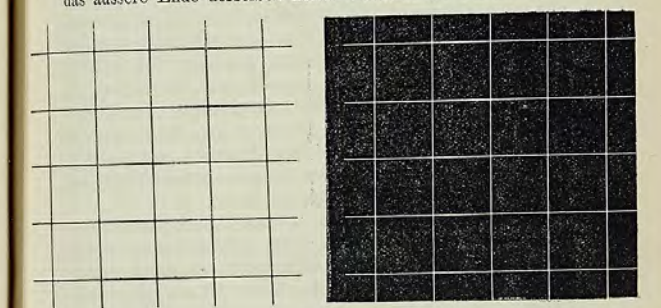


Fig. 45.

Die Versuche über die Incongruenz verticaler Linien in beiden Sehfeldern kann man zunächst so anstellen, wie Meissner es gethan hat bei seinen Untersuchungen über die Augenstellungen, indem man von weit entfernten senkrechten oder geneigten Linien Doppelbilder von geringem Abstande erzeugt und deren Neigung mit einander vergleicht. Für die Messung der Winkel ist es noch vortheilhafter, wenn man in der Distanz der Augen von einander parallele oder schwach convergente Linien auf Papier zeichnet, und diese im doppeläugigen Sehen einander bis nahehin zur Vereinigung nähert. Am allerzweckmässigsten indessen habe ich es schliesslich gefunden, durch doppeläugiges Sehen zwei Zeichnungen zu vereinigen, von denen die eine mit schwarzen Linien auf weissem Grunde, die andere mit weissen Linien auf schwarzem Grunde aufgeführt ist, wie die obenstehende Figur 45. Bei der stereoskopischen Vereinigung solcher Linien von verschiedener Farbe oder Be-

leuchtung bleiben nämlich trotz der stereoskopischen Deckung beide Linien sichtbar, und man kann, wie schon Dove für diese Art Zeichnungen bemerkt hat, leicht erkennen, ob die weisse oder schwarze Linie rechts oder links, oben oder unten neben der anderen liegt. Die beiden Liniensysteme der Fig. 45 bestehen aus horizontalen und nahehin verticalen Linien. Die horizontalen Linien beider Hälften liegen genau in ihrer gegenseitigen Verlängerung; die verticalen der rechten schwarzen Hälfte sind mit ihrem oberen Ende um 1° 13′ nach rechts, die der linken um ebenso viel nach links gewendet. Die Abstände der verticalen Linien unter einander und der horizontalen unter einander sind vollkommen gleich gemacht. Der horizon-
5 tale Abstand entsprechender Punkte beider Zeichnungen ist gleich 64 mm, was im Mittel dem Abstande der Drehungspunkte erwachsener menschlicher Augen zu entsprechen scheint. Bei mir selbst ist dieser Abstand 68 mm.

Man betrachte die Fig. 45, so, dass man mit parallelen Gesichtslinien senkrecht auf sie hinsieht, und dass das rechte Auge den Mittelpunkt des rechten Gitters auf schwarzem Grunde, das linke den Mittelpunkt des linken Gitters auf weissem Grunde fixirt. Dadurch kommen die beiden Liniensysteme zur zweiäugigen Deckung, und man wird leicht erkennen, dass wenn die Mittelpunkte sich decken, auch die entsprechenden Linien beider Zeichnungen sich vollständig decken. Verändert man die Convergenz etwas, sodass die Linien nicht vollkommen auf einander fallen, so erscheinen sie in parallelen Doppelbildern. Um die horizontalen Linien in Doppelbildern zu sehen, braucht man die Zeichnung nur so zu drehen, dass ihre Horizontallinien ein wenig geneigt sind gegen die als horizontal angenommene Visirebene.

Betrachtet man das rechte Gitter auf schwarzem Grunde mit dem rechten Auge, so erscheint es rechtwinkelig, dagegen dem linken Auge erscheint es schiefwinkeliger als es wirklich ist. Das linke Gitter auf weissem Grunde dagegen erscheint dem linken Auge rechtwinkelig, dem rechten schiefwinkelig. Daraus folgt, dass nicht diejenigen Linien in beiden Sehfeldern mit einander correspondiren, welche wirklich vertikal sind, sondern diejenigen, welche vertical erscheinen. Kleine Diffe-

renzen in der Grösse des Winkels, um den die scheinbar verticalen Linien von den wirklich verticalen abweichen, mögen bei verschiedenen Individuen vorkommen, doch ist die Messung und Beurtheilung dieses Winkels bei der beschriebenen Beobachtungsweise nicht mit solcher Genauigkeit auszuführen (wenn
6 man nicht etwa, wie Volkmann, Mittelzahlen vieler Beobachtungen dazu anwendet), dass solche Unterschiede bei den Personen, denen ich die Versuche bisher gezeigt habe, merklich geworden wären. Worauf die Wahl des in der Figur angewendeten Winkels zwischen etwas grösseren und etwas kleineren, die der erreichbaren Genauigkeit dieser Beobachtungen auch wohl genügen würden, beruht, wird unten erhellen.

Sollten einzelnen Beobachtern die horizontalen Linien sich kreuzen, so müssen sie zunächst längere Zeit in die Ferne sehen, bis die horizontalen Linien parallel geworden sind.

Wenn man die Figuren umkehrt, oben zu unten macht, und sie dann stereoskopisch vereinigt, so erscheinen die senkrechten Linien in übertriebener Divergenz. Zeichnet man ähnliche Figuren mit genau rechtwinkeligen Gittern, so scheinen die verticalen Linien ebenfalls sich zu kreuzen.

Ich will hier nicht weiter eingehen auf die Frage nach dem muthmaasslichen Grunde der Identität je zweier Netzhautstellen, auch nicht auf die nach dem Grunde der beschriebenen Assymmetrie des Auges. Es ist das für die uns vorliegende Aufgabe nicht nöthig, wir können uns einfach an die Thatsachen halten. Damit ich aber nicht nöthig habe die Thatsachen mit mehr oder weniger unsicheren Vorstellungen über die Gestalt der Netzhäute und die Lage der Bildpunkte auf ihnen zu vermischen, sei es mir erlaubt folgende Begriffe in die Darstellung einzuführen.

Unter Gesichtsfeld verstehe ich das gemeinsame Feld, was beide Augen übersehen können, sei es mit oder ohne Bewegung. Da Gesicht den Sinn des Sehens in seiner Vollständigkeit bezeichnet, so scheint mir diese Anwendung des Wortes die passendste, und sie entspricht auch am besten dem bisherigen Gebrauche.

Unter Sehfeld verstehe ich eine um den Kreuzungspunkt 7

der Visirlinien[1]) eines Auges als Mittelpunkt geschlagene Kugelfläche, und ich denke mir die Fläche des Sehfeldes, welches also nur die von einem Auge gesehenen Bilder enthält, als fest in Beziehung zum Auge selbst, und mit diesem sich bewegend. Der Ort eines Objectpunktes *A* im Sehfelde wird bestimmt durch die Visirlinie, die durch *A* und den Kreuzungspunkt der Visirlinien gezogen ist; wo diese die Fläche des Sehfeldes schneidet, liegt der Punkt, auf welchem das Object *A* im Sehfelde projicirt erscheint. Diesen Punkt will ich den geometrischen Ort von *A* im Sehfelde nennen, im Gegensatz gegen den nach dem Augenmaasse bestimmten scheinbaren Ort. Die Visirlinie, als Strahl betrachtet, wird gebrochen und trifft die Netzhaut; so wird für jeden Punkt des Sehfeldes ein bestimmter Punkt der Netzhaut zu finden sein, der ihm unabänderlich entspricht. Denjenigen Punkt des Sehfeldes, welcher dem Centrum der Netzhautgrube entspricht, nennen wir den Blickpunkt. Die entsprechende Visirlinie können wir als mit der Gesichtslinie (das heisst der Verbindungslinie des fixirten Punktes mit dem ersten Knotenpunkte) identisch betrachten. Ein bestimmter Meridian des Sehfeldes kann dadurch festgestellt werden, dass man die Gesichtslinien beider Augen einander und der Mittelebene des Kopfes parallel auf ein unendlich entferntes Object richtet und durch die beiden Gesichtslinien eine Ebene (Visirebene) legt; dadurch dass diese die Sehfelder schneidet, ist in jedem Sehfeld ein horizontaler Meridian bestimmt, den ich früher
8 auch als Netzhauthorizont bezeichnet habe. Von diesem festen Meridian und von dem in ihm liegenden Blickpunkte aus sind alle anderen Abmessungen des Sehfeldes zu machen.

Die vorher beschriebenen Versuche zeigen nun, dass der wirklich verticale Meridian des Sehfeldes uns nicht vertical erscheint, sondern so, als wäre seine obere Hälfte nach der Nasenseite geneigt. Als vertical erscheint uns vielmehr ein Meridian, der in Wirklichkeit mit seiner oberen Hälfte nach

1) Das ist der Ort, wo der Mittelpunkt der Pupille, durch die Hornhaut gesehen, zu liegen scheint. Siehe mein Handbuch der Physiolog. Optik. S. 93. und 99.

aussen geneigt ist. Wir müssen danach also unterscheiden den wirklich und den scheinbar verticalen Meridian des Sehfeldes, wie wir überhaupt für jeden Objectpunkt auch unterscheiden müssen seinen geometrischen und seinen scheinbaren Ort im Sehfelde. Der erste wird gefunden, wenn man die Visirlinien zieht in der vorher beschriebenen Weise, der zweite ist nach dem Urtheil unseres Augenmaasses zu bestimmen.

Ausser dieser Abweichung zwischen dem geometrisch verticalen und dem scheinbar verticalen Meridian des Sehfeldes bestehen noch manche andere Abweichungen zwischen den geometrischen und den scheinbaren Oertern. Ich will hier nur erwähnen, dass nach der, soviel ich weiss, zuerst von A. Fick gemachten Beobachtung ein Quadrat mit gleichen horizontalen und verticalen Seiten wie ein Rechteck mit längerer Verticalseite aussieht, das heisst, dass verticale Bögen, verglichen mit horizontalen, zu gross erscheinen; ferner dass Bögen der Meridiane, welche weithin gegen die Peripherie liegen, zu klein erscheinen. Auch finde ich, wie Recklinghausen, dass grösste Kreise des Sehfeldes, welche entfernt vom Blickpunkte nahe den Grenzen des Feldes verlaufen, gegen den Blickpunkt hin concav erscheinen. Alle diese anderen Abweichungen interessiren uns für den vorliegenden Zweck weniger, weil sie beide Sehfelder in gleichem Sinne betreffen. Nur die Abweichung der verticalen Meridiane ist für die Vertheilung der correspon- 9
direnden Punkte wichtig, weil sie in beiden Gesichtsfeldern nach entgegengesetzter Richtung statt hat.

Ich ziehe es vor, die Darstellung dieser örtlichen Verhältnisse an die Sehfelder zu knüpfen als, wie es gewöhnlich geschehen ist und geschieht, an die Fläche der Netzhaut, auf der die Bilder der Gegenstände entworfen sind, weil wir von den Verzerrungen der Bilder auf der Netzhaut, die gewiss nicht fehlen, so gut wie nichts wissen. In den theoretischen Betrachtungen über Brechung des Lichtes im Auge erscheint die Netzhaut als ein ebener zur optischen Axe des centrirten Auges senkrechter Schirm. Aber weder ist das Auge genau centrirt, noch entspricht die Gesichtslinie der optischen Axe, noch wissen wir, ob das Centrum der Netzhaut senk-

recht zu der einen oder anderen dieser Linien ist; auch ist die Netzhaut keine Ebene. Endlich gelten alle unsere Theorien für die optischen Bilder des Auges nur für ein unendlich kleines Stück der Netzhaut in unmittelbarer Nachbarschaft der optischen Axe. Wir wissen also auch nicht, ob, wenn wir durch die Gesichtslinie ebene Meridianschnitte legen, die Schnittlinien auf der Netzhaut den Bildern gerader Linien der Aussenwelt oder den Meridianen des Sehfeldes entsprechen. Wenn wir also unsere physiologisch optischen Constructionen auf Abmessungen der Netzhaut gründen, so sind wir in Gefahr arg irre zu gehen, oder wenigstens können diese Constructionen zunächst nur für eine Art idealer Netzhaut gelten, die wir uns concentrisch zum Knotenpunkte des Auges denken mögen, und die jedenfalls erheblich von der wirklichen Netzhaut abweicht.

Dieser Gefahr entgehen wir, wenn wir unsere Constructionen im Sehfelde ausführen, in Bezug dessen wir keiner solchen Unsicherheit ausgesetzt sind. Ausserdem entspricht das auch mehr dem natürlichen Verfahren unseres Bewusstseins. Denn local begrenzte Empfindungen sind für unser ursprüngliches Bewusstsein durchaus nicht localisirt als Erregungen besonderer Theile der Netzhaut, sondern als zugehörig bestimmten Stellen des Sehfeldes. Die ursprüngliche Erfahrung des Menschen weiss nichts von Netzhaut und Netzhautbildern. Dasjenige Moment in unseren Gesichtsempfindungen, wodurch die Empfindung des Roth in der einen Sehnervenfaser unterschieden ist von derselben Empfindung des Roth in einer anderen Faser — wir wollen es mit Lotze das Localzeichen der Empfindung nennen — können wir gar niemals beziehen lernen auf bestimmte Netzhautstellen. Unsere Erfahrung lehrt es uns von Anfang an immer nur verbinden mit einer bestimmten Stelle des Sehfeldes, die wir durch eine so und so beschaffene Bewegung des Armes erreichen oder verdecken können. Wir können also die Eigenthümlichkeit eines solchen Localzeichens weder für unser Gedächtniss, noch in der Mittheilung für andere, anders begrifflich bezeichnen und festhalten, als indem wir sie charakterisiren durch Bezeichnung der Stelle des Sehfeldes, zu der sie gehört. Wenn wir also

später auch wissen, dass eine bestimmte Gesichtsempfindung durch Druck auf das Auge hervorgebracht sei, so können wir ihre locale Begrenzung doch für unsere eigene Vorstellung nicht anders auffassen, als dass es diejenige Empfindung ist, die zu der gegenüber liegenden Stelle des Sehfeldes gehört. Eben deshalb kann auch durch die wissenschaftliche Einsicht in das Wesen der Erscheinung deren Beziehung auf eine bestimmte Stelle des Sehfeldes, welche wir als Sinnestäuschung bezeichnen müssen, nicht aufgehoben werden.

Aus demselben Grunde glaube ich nun auch, dass es ziemlich gleichgültig für die Gesichtswahrnehmungen ist, welche Verzerrungen die Bilder auf der Netzhaut erleiden, wenn diese Verzerrungen nur das ganze Leben hindurch constant dieselben bleiben.

Aus allen diesen Gründen scheint es mir zweckmässiger, das Sehfeld als Constructionsfläche einzuführen, statt der Netzhaut. Wer die ältere Darstellungsweise vorzieht, mag sich eine dem Sehfelde concentrische ideale Netzhaut denken und auf dieser die Lagebestimmungen machen.

Wenn wir nun mit beiden Augen zugleich sehen, und beide Sehfelder mit Objecten ausgefüllt sind, die wir hier als ganz verschieden voraussetzen wollen, so decken sich beide Sehfelder scheinbar und fallen in das gemeinsame Gesichtsfeld zusammen. Dabei decken sich namentlich für normale, nicht schielende Augen immer die beiden Blickpunkte, welche beim normalen Sehen ja auch immer mit dem einen fixirten Punkte des Gesichtsfeldes zusammenfallen, und es decken sich ferner alle diejenigen Punkte beider Sehfelder, welche gleiche scheinbare Lage in Bezug auf den Blickpunkt und den durch ihn gehenden horizontalen Meridian haben. Wenn wir unähnliche Bilder in beiden Sehfeldern haben, so tritt keine Verschmelzung je zweier Bildpunkte in stereoskopische Raumvorstellungen ein, jedes Bild bleibt in seiner Flächenausdehnung ungestört durch das andere, wenn auch hier und da zeitweilig das eine durch das andere ausgelöscht werden sollte; wir haben in einem solchen Falle das reine Phänomen der Deckung zweier flächenhafter Bilder.

Correspondirende (oder identische) Punkte beider

Sehfelder sind also solche, welche scheinbar gleiche Lage in beiden haben.

Die oben durch die Beobachtung von Fig. 45 ausgeführten Versuche zeigen, dass wenn die Mittelpunkte beider Gitter gleichzeitig fixirt werden und sich decken, auch bei normalen
12 Augenstellungen die mittleren Horizontallinien sich decken, die den Netzhauthorizonten des Sehfeldes entsprechen. Ferner decken sich die mittleren Verticallinien, die den scheinbar verticalen Meridianen des Sehfeldes entsprechen. Ausserdem zeigt die gleichzeitige Deckung der übrigen horizontalen und verticalen Linien, dass auch alle solche Punkte beider Sehfelder correspondiren, welche gleich weit und nach denselben Seiten hin abstehen von dem horizontalen und von dem scheinbar verticalen Meridiane.

Um nun die Lage der seitlich gelegenen Punkte durch bestimmte geometrische Abmessungen festzustellen, denke man sich durch den Kreuzungspunkt der Visirlinien jedes Auges eine Aequatorialebene gelegt, deren Pol der Blickpunkt ist. Diese Aequatorialebene wird geschnitten durch den scheinbar horizontalen und scheinbar verticalen Meridian. Die Schnittlinien nenne ich die Aequatorialaxen dieser Meridiane.

Soll die scheinbare Lage eines Punktes im Sehfelde gegeben werden, so lege man durch denselben und durch die Aequatorialaxe des horizontalen Meridians eine Ebene, welche mit dem horizontalen Meridian einen Winkel einschliesst, den ich den Höhenwinkel nennen will. Er sei positiv für Punkte, die oberhalb des horizontalen Meridians liegen. Durch ihn wird der senkrechte Abstand der Punkte im Sehfelde vom horizontalen Meridian bestimmt. In Fig. 45 ist jede der oberen und unteren horizontalen Linien die Schnittlinie einer solchen Ebene, die einen Höhenwinkel begrenzt, mit der Ebene der Zeichnung, und die Punkte der Zeichnung, welche derselben Horizontallinie angehören, haben also gleichen Höhenwinkel im Sehfelde.

Ferner lege man eine zweite Ebene durch den Punkt, dessen Lage bestimmt werden soll, und durch die Aequatorialaxe des scheinbar verticalen Meridians. Diese Ebene schliesst
13 mit dem letzteren Meridian einen Flächenwinkel ein, den ich

den Breitenwinkel nennen will. Er sei in beiden Augen nach rechts hin positiv gerechnet, nach links hin negativ. Die Ebene, welche den Breitenwinkel begrenzt, schneidet die zur Gesichtsaxe senkrechte Ebene der Zeichnung Fig. 45 in einer geraden Linie, die der Schnittlinie des scheinbar verticalen Meridians parallel ist. Die rechts und links gelegenen verticalen Linien der Fig. 45 sind solche Schnittlinien. Der Breitenwinkel bestimmt also die Abstände des betreffenden Punktes vom scheinbar verticalen Meridian nach rechts und nach links.

Nach Festsetzung dieser Abmessungen können wir correspondirende Punkte beider Sehfelder definiren wie folgt:

Correspondirende Punkte beider Sehfelder sind solche, welche gleiche Höhenwinkel und gleiche Breitenwinkel haben.

Diese Definition ist direct hergeleitet aus den an Fig. 45 angestellten Beobachtungen, welche erwiesen, dass alle entsprechenden Linien beider Theile der Figur sich decken, wenn die Mittelpunkte sich decken. Nun stehen aber sowohl die horizontalen Linien beider Figuren gleich weit von der mittleren horizontalen Linie ab, als auch die seitlichen verticalen beider Gitter von der mittleren verticalen. Zu den oberen, beziehlich unteren, horizontalen Linien gehören also gleiche Höhenwinkel in beiden Augen, und für die rechten, beziehlich linken, verticalen Linien beider Gitter gleiche Breitenwinkel. Die Schnittpunkte entsprechender horizontaler und verticaler Linien haben also jeder für das entsprechende Auge gleiche Höhenwinkel und Breitenwinkel und erweisen sich bei der Beobachtung als correspondirende Punkte.

Diese aus der Beobachtung hergeleitete Definition gilt natürlich mit voller Sicherheit nur so weit, als die Beobachtung reicht, nämlich für die mittlere Gegend des Gesichts- 14
feldes, soweit man eben die Lage der Linien im indirecten Sehen scharf vergleichen kann. Wo aber eine genaue Vergleichung nicht mehr möglich ist, da hört eben auch die genaue Bestimmung correspondirender Stellen auf.

2. Form des Horopters.

Nachdem wir in dieser Weise die Definition der correspondirenden Stellen der Sehfelder den oben beschriebenen Beobachtungen über die Abweichungen der geometrischen und scheinbaren Oerter angepasst haben, können wir zur Bestimmung der Form des Horopters übergehen.

Unter Horopter verstehen wir den Inbegriff aller derjenigen Punkte des Raumes, welche in correspondirende Stellen beider Sehfelder projicirt werden.

Die Lage solcher Punkte ist also durch zwei Bedingungen bestimmt:

1) Die Punkte des Horopters müssen in beiden Augen unter gleichem Höhenwinkel erscheinen;

2) sie müssen in beiden Augen auch unter gleichem Breitenwinkel erscheinen.

Wir können uns die Untersuchung erleichtern, indem wir zunächst jede dieser Bedingungen einzeln zu erfüllen suchen. Wir suchen also zunächst alle Punkte auf, welche in beiden Augen unter gleichem Höhenwinkel erscheinen. Der Inbegriff dieser Punkte, welche also durch eine analytisch auszusprechende Bedingung, das heisst durch eine Gleichung, bestimmt sind, ist im allgemeinen eine Fläche, da überhaupt durch eine Gleichung die Punkte einer Fläche im Raume gegeben werden.

15 Da die Punkte, die demselben Höhenwinkel entsprechen, auf eine zur Gesichtslinie senkrechte Ebene als Sehfeld projicirt, wie in Fig. 45, in einer horizontalen geraden Linie neben einander liegen, so nennen wir die erwähnte Fläche den Horizontalhoropter. In dieser Horopterfläche lassen sich nämlich gerade Linien ziehen, die als correspondirende horizontale Linien in beide Sehfelder projicirt werden, und die also als Linien einfach erscheinen, obgleich ihre einzelnen Punkte im allgemeinen nicht in correspondirenden Orten abgebildet werden und daher in Doppelbildern erscheinen. So lange aber das Doppelbild jedes Punktes einer Linie mit einem anderen Punkte derselben Linie sich deckt, erscheint die Linie selbst einfach.

Zweitens suchen wir den Inbegriff aller derjenigen Punkte, welche beiden Augen unter gleichen Breitenwinkeln erscheinen. Diese Punkte bilden ebenfalls eine Fläche, welche wir den Verticalhoropter nennen wollen, weil in ihm sich gerade Linien ziehen lassen, welche in beiden Sehfeldern als correspondirende verticale Linien projicirt und einfach gesehen werden, obgleich im allgemeinen jeder einzelne Punkt derselben in zwei vertical unter einander stehenden Doppelbildern erscheint.

Der Horopter im engeren Sinne (Punkthoropter), welcher nur die Punkte umfasst, welche gleichzeitig unter gleichem Höhenwinkel und gleichem Breitenwinkel erscheinen, muss beiden Flächen angehören, und ist also die Schnittlinie des Horizontalhoropters und des Verticalhoropters.

Um die Darstellung der Resultate für solche Leser nicht zu unterbrechen, welche die mathematische Analyse der vorliegenden Aufgabe nicht selbst durchmachen wollen, lasse ich die Rechnungen am Ende dieses Aufsatzes nachfolgen und wende mich hier gleich zur Beschreibung der Formen der ver- 16
schiedenen Arten des Horopters für verschiedene Stellungen der Augen.

Ich bemerke noch, dass ich unter Visirebene hier wieder die Ebene verstehe, welche durch die beiden Visirlinien gelegt ist, die nach dem Blickpunkte laufen (Gesichtslinien), und Primärlage der Visirebene diejenige nenne, in der sie sich befindet, wenn die Augen ihre Primärstellung einnehmen, wie sie in meinem Aufsatze über die Augenbewegungen definirt ist.

Im allgemeinen ist die Form des Horizontalhoropters und die des Verticalhoropters eine Fläche zweiten Grades, und zwar ein Hyperboloid mit einer Mantelfläche. Man kann die Gestalt einer solchen Fläche beschreiben als bestehend aus zwei trichterförmigen Abtheilungen, die mit ihren Spitzen gegen einander gekehrt sind und hier durch einen engeren Canal in Verbindung stehen, der nach beiden Seiten hin in allmäliger Erweiterung in die beiden Trichter übergeht.

Bei gewissen Lagen des Fixationspunktes jedoch geht ein solches Hyperboloid über in einen Kegel oder in zwei sich schneidende Ebenen, welche Fälle wir besonders aufzählen wollen.

Der Punkthoropter ist also im allgemeinen die Schnittlinie zweier Hyperboloide, also eine Curve doppelter Krümmung. In den erwähnten Ausnahmsfällen aber kann er auf gerade Linien oder auf ebene Curven zweiten Grades, das heisst Kegelschnitte und Kreise, zurückgeführt werden.

A. Der Fixationspunkt liegt in endlicher Entfernung in der Medianebene des Kopfes.

Bei dieser Lage des Fixationspunktes stehen die Augen symmetrisch gegen die Medianebene. Die Medianebene wird in einem Punkte von den beiden Aequatorialaxen der horizontalen Meridiane des Sehfeldes geschnitten; wir wollen die-
17 sen Punkt im Folgenden als den Schnittpunkt der Horizontalaxen bezeichnen. Da die Augen convergiren, so liegt dieser Punkt etwas weiter zurück als die gerade Verbindungslinie ihrer beiden Drehpunkte, und nach dem Listing'schen Gesetze der Augenbewegungen liegen die Aequatorialaxen und ihr Schnittpunkt nur dann in der Visirebene, wenn diese so liegt, dass sie durch die Primärstellungen der Gesichtslinien geht. Ist die Visirebene gesenkt, so liegt jener Schnittpunkt der Horizontalaxen unterhalb derselben; ist sie gehoben, so liegt er höher als die Visirebene.

Ein anderer Punkt der Medianebene wird gleichzeitig von den beiden Aequatorialaxen der scheinbar verticalen Meridiane geschnitten; wir nennen ihn den Schnittpunkt der Verticalaxen. Bei mittlerer horizontaler Richtung der Visirebene liegt er etwa 5 Fuss unter der Visirebene; wenn die Visirebene gehoben wird, nähert er sich derselben, wenn sie gesenkt wird, entfernt er sich von ihr. Ja, bei starken Graden nach unten gerichteter Convergenz kann er in unendliche Entfernung hinausrücken und endlich oberhalb der Visirebene wieder erscheinen, was also geschieht, wenn die scheinbar verticalen Meridiane durch Raddrehungen des Auges nach oben convergent werden.

Die beiden genannten Schnittpunkte, da sie Linien angehören, welche in den Aequatorialebenen beider Sehfelder liegen, liegen eben deshalb auch immer in der gemeinsamen Schnittlinie der Aequatorialebenen und der Medianebene des Kopfes. Diese Schnittlinie ist senkrecht zur Visirebene, und läuft desto weiter hinter der Verbindungslinie der Drehpunkte hindurch, je stärker die Augen convergiren.

Nachdem man die Lage der genannten beiden Schnittpunkte bestimmt hat, ist die Form der Horopter leicht zu finden wie folgt:

Der Horizontalhoropter besteht in diesem Falle aus 18
zwei sich schneidenden Ebenen, deren eine die Medianebene ist, während die zweite durch den Schnittpunkt der Horizontalaxen und die Centra der Visirlinien zu legen ist. Wenn das Gesetz von Listing für die Augenbewegungen des betreffenden Individuum gültig ist, so kann man die Lage dieser Ebene finden, wenn man die Winkel, welche jede Gesichtslinie mit ihrer Primärlage macht, halbirt und durch die beiden Halbirungslinien eine Ebene legt. Diese ist die Ebene des Horizontalhoropters. Sie verläuft also bei gehobenem Blicke unter, bei gesenktem Blicke über dem Fixationspunkte, und halbirt bei nicht zu starken Convergenzen auch nahehin den Winkel zwischen der Visirebene und ihrer Primärlage.

Einfach gesehen werden alle geraden Linien, welche in der letztgenannten Horopterebene liegen, und alle, welche in der Medianebene durch den Schnittpunkt der Horizontalaxen gezogen sind.

Der Verticalhoropter ist bei der genannten Stellung der Augen eine Kegelfläche, deren Spitze der Schnittpunkt der Verticalaxen ist, und welche durch den sogenannten Müller'schen Horopterkreis geht, das heisst durch einen Kreis, der durch den Fixationspunkt und durch die beiden Centra der Visirlinien gelegt ist. Doch ist von dieser Kegelfläche dasjenige Stück auszuschliessen, welches nach innen zwischen denjenigen beiden geraden Linien liegt, die von der Spitze des Kegels durch die beiden Centra der Visirpunkte gezogen sind. Die Punkte dieses Stückes, welche zum Theil zwischen beiden Augen liegen, würden sich nämlich in beiden Sehfeldern zwar in gleichen Abständen von den scheinbar

verticalen Meridianen, aber nicht auf correspondirenden Seiten derselben abbilden.

19 Einfach erscheinen alle geraden Linien, die durch die Spitze des Kegels in der Kegeloberfläche gezogen werden können.

Der Punkthoropter besteht aus einer geraden Linie, die durch den Fixationspunkt und durch den Schnittpunkt der Verticalaxen gezogen ist. Es ist dies die Schnittlinie des Kegels mit der Medianebene. Zweitens gehört zum Punkthoropter ein ebener Kegelschnitt, entstanden dadurch, dass die zweite Ebene des Horizontalhoropters den Kegel des Verticalhoropters schneidet. Dieser Kegelschnitt geht stets durch die Centra der Visirlinien beider Augen. Er ist ein Kreis, J. Müller's Horopterkreis, wenn die Visirebene sich in ihrer Primärlage befindet; dann geht derselbe auch durch den Fixationspunkt. Der Kegelschnitt ist eine Ellipse, deren mediane Axe kleiner ist als die quere Axe, wenn der Blick nach oben gewendet ist; er schneidet dann die gerade Horopterlinie unterhalb des Fixationspunktes. Der Kegelschnitt ist gewöhnlich eine Ellipse mit längerer medianer Axe, wenn der Blick mässig nach unten convergirt. Diese Ellipse schneidet die gerade Horopterlinie oberhalb des Fixationspunktes. Der Schnittpunkt beider Linien kann aber auch bei gewissen tiefen Lagen des Fixationspunktes hinausrücken in das Unendliche oder hinter den Rücken des Beobachters fallen; dann wird die Ellipse beziehlich eine Parabel oder eine Hyperbel, deren sichtbarer Zweig die gerade Horopterlinie gar nicht schneidet. Damit das geschehe, muss der Fixationspunkt mehr als doppelt so tief unter der Primärlage der Visirebene liegen wie der Schnittpunkt der Verticalaxen in der Primärstellung der Augen, also bei Erwachsenen mehr als zehn Fuss.

Für Augen, welche keine Abweichung zwischen dem geometrischen und scheinbar verticalen Meridian des Sehfeldes zeigten, würde der Kegelschnitt immer ein Kreis sein, dessen
20 Ebene senkrecht zur geraden Horopterlinie wäre, wie dies schon früher von Prévost gefunden ist.

B. Der Fixationspunkt liegt in der Medianebene unendlich entfernt.

Wenn der Fixationspunkt in der Medianebene bleibt, aber in unendliche Entfernung hinausrückt, sodass die Gesichtslinien einander parallel werden, so fallen die horizontalen Meridiane des Sehfeldes mit der Visirebene zusammen und ihre Aequatorialaxen mit der Verbindungslinie der Centra der Visirlinien. Dann liegen auch diese beiden Centra mit dem Schnittpunkte der Aequatorialaxen in einer geraden Linie, und können die Lage einer Ebene nicht mehr bestimmen; vielmehr gehört dann jede durch die Centra der Visirlinien gelegte Ebene, folglich auch der ganze unendliche Raum, dem Horizontalhoropter an. Es ist leicht einzusehen, dass bei dieser Stellung der Augen, wo die Aequatorialaxen der horizontalen Meridiane in eine gerade Linie zusammenfallen, auch die durch sie gelegten Ebenen, welche die Höhenwinkel bestimmen, für jeden Punkt des Raumes zusammenfallen, und also jeder Punkt des Raumes beiden Augen unter gleichen Höhenwinkeln erscheint.

Der Kegel des Verticalhoropters reducirt sich in diesem Falle, da Müller's Horopterkreis, der einen Querschnitt des Kegels bildet, unendlich gross wird, auf zwei sich schneidende Ebenen, von denen die eine senkrecht zur Visirebene durch die beiden Centra der Visirlinien zu legen ist und weiter keine Bedeutung für das Sehen hat, da ihre Punkte nicht beiden Augen gleichzeitig sichtbar sein können. Die zweite Ebene geht der Visirebene parallel durch den Schnittpunkt der Verticalaxen. Da nun bei horizontaler Visirebene der genannte Schnittpunkt etwa in der Gegend der Füsse des Beobachters liegt, so folgt daraus die wichtige und interessante Thatsache, dass die horizontale Bodenfläche, auf der der Be- 21
obachter steht, Horopterfläche ist, wenn dieser in horizontaler Richtung und parallel mit der Medianebene seines Kopfes in unendliche Ferne hinausschaut.

Und zwar ist in diesem Falle die Bodenfläche nicht nur Verticalhoropter, sondern auch Punkthoropter, weil in diesem Falle jeder Punkt des Raumes dem Horizontalhoropter angehört.

Früher galt für das Sehen in unendliche Ferne eine

unendlich entfernte Fläche als Horopter. In dieser Beziehung bringt also die kleine Abweichung der scheinbar und wirklich verticalen Meridiane des Gesichtsfeldes eine wichtige und bedeutende Aenderung hervor, deren praktische Bedeutung wir weiter unten hervorheben werden.

Wenn die Visirebene nicht horizontal ist, der Fixationspunkt aber unendlich entfernt in der Medianebene liegt, so liegt die Horopterebene doch immer in derselben Entfernung unter ihr und ihr parallel, wie in dem zuerst betrachteten Falle.

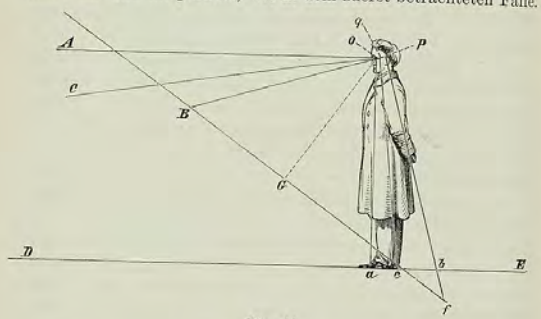


Fig. 46.

Um die geometrischen Verhältnisse des Horopters anschaulicher zu machen, lasse ich hier Fig. 46 folgen, welche zeigt, wie man die Lage der Horopterlinien bei Voraussetzung des Listing'schen Gesetzes für die Augenbewegungen und bei medianer Lage des Fixationspunktes durch Construction finden kann.

Die Zeichnung stelle vor die Medianebene des Kopfes des stehenden Beobachters; und die Haltung des Kopfes sei so, dass die Primärlage der Gesichtslinie horizontal und parallel Ao in die Ferne gerichtet sei. Der Punkt o sei der zwischen den Mittelpunkten der Visirlinien beider Augen mitten inne gelegene Punkt. Man errichte in o das Loth oa auf der Linie oA und mache es so lang, dass sich in seinem tiefsten Punkt a die scheinbar verticalen Aequatorialaxen der Augen,

wie sie in der Primärlage der Gesichtslinie gestellt sind, schneiden. Eine horizontal durch a gelegte Ebene, deren 22
Schnittlinie mit der Medianebene DE ist, bildet dann den Horopter für die Sehrichtung Ao.

Nun wollen wir B als Fixationspunkt annehmen; Bo ist also die Schnittlinie der Visirebene mit der Medianebene. Denken wir in der Visirebene den Müller'schen Kreis construirt, der durch B und die Centra beider Augen geht, und dessen medianer Durchmesser Bp sein mag, so errichte man auf Bp in p das Loth pb, in dessen Verlängerung die Spitze des Horopterkegels liegen muss.

Zur Vollendung der Construction nehmen wir noch einen dritten Fixationspunkt C zu Hülfe, der so gewählt ist, dass, wenn wir unter O das Centrum der Visirlinien eines Auges verstehen, welcher Punkt also etwas vor oder hinter der Ebene der Zeichnung in einem in o errichteten Lothe liegen müsste, dann die Linie CO den Winkel AOB halbirt. Unter A ist hierbei der unendlich entfernte Fixationspunkt verstanden.

Die Visirebene für den Fixationspunkt C ist dann die Ebene des Horizontalhoropters für den Fixationspunkt B, in 23
welcher der kegelschnittförmige Punkthoropter liegt. Construirt man für C den Müller'schen Horopterkreis, dessen Durchmesser Cq sein möge, und errichtet in q ein Loth auf Cq, welches die Fussbodenlinie DE in c schneidet, so ist die gerade Linie Bc die gerade Horopterlinie, und der Punkt f, in welchem sie die Linie pb schneidet, ist die Spitze des Kegels, der durch den Kreis vom Durchmesser Bp geht und Verticalhoropter ist. Die Schnittlinie dieses Kegels mit der Ebene Cq und die unendliche gerade Linie Bc bilden den Punkthoropter.

Der Schnitt Bp des Kegels ist kreisförmig und steht rechtwinkelig auf der Kante pf des Kegels; ein zweiter Kreisschnitt wird deshalb erhalten, wenn man durch o eine Ebene senkrecht zur Linie Bf legt, deren Durchschnittslinie mit der Medianebene Go sein mag.

Die durch o gelegten Schnitte des Kegels, welche zwischen Bo und Go hineinfallen, sind Ellipsen mit längerer Queraxe,

die ausserhalb des Winkels GoB fallenden sind Ellipsen mit längerer medianer Axe, oder Parabeln, wenn sie parallel der Kante Bf des Kegels gelegt sind, oder Hyperbeln, wenn sie Bf erst jenseits f schneiden. Je nachdem also die Linie Co die eine oder andere dieser Lagen hat, bestimmt sich die Form des Kegelschnittes.

C. Der Fixationspunkt liegt in der Primärlage der Visirebene, aber ausserhalb der Medianebene.

In diesem Falle liegen die horizontalen Meridiane der Sehfelder in der Visirebene, und ihre Aequatorialaxen schneiden sich in einem Punkte, welcher auf derjenigen Seite der Medianebene liegt, von der der Blick abgewendet ist.

Der Horizontalhoropter besteht in diesem Falle aus
23 zwei sich schneidenden Ebenen, nämlich aus der Visirebene und einer zweiten Ebene, die senkrecht zur Visirebene durch den Schnittpunkt der Aequatorialaxen so gelegt ist, dass sie der Linie, die den Winkel der Gesichtslinie halbirt, parallel läuft.

Einfach gesehen werden alle geraden Linien, die in der letztgenannten Ebene durch den Schnittpunkt der Aequatorialaxen gezogen sind, und alle Linien in der Visirebene.

Der Verticalhoropter ist in diesem Falle ein Hyperboloid, dessen der Visirebene parallele Schnitte kreisförmig sind.

Der Punkthoropter besteht in diesem Falle aus dem Horopterkreis von J. Müller und einer geraden Linie. Es seien a und b in Fig. 47 die Centra der Visirlinien für beide Augen, c der fixirte Punkt, der durch abc gelegte Kreis der Müller'sche Horopterkreis, und fg der Durchschnitt der Medianebene mit der Visirebene, so schneidet die gerade Horopterlinie den Kreis im Punkte f, also seitlich vom Fixationspunkte. Man ziehe den Durchmesser cd und die
24 Linie fd, errichte in dieser eine Ebene, senkrecht zur Visirebene oder Fläche der Zeichnung, so liegt die gerade Horopterlinie ganz in dieser Ebene. Ihr Schnittpunkt mit der Fussbodenfläche wird gefunden, wenn man auf fd die Länge $fh = fa$ abträgt, und in h ein Loth zur Visirebene errichtet.

Dieses schneidet die Fussbodenfläche in demselben Punkte wie die Horopterlinie. Dadurch ist die Lage der letzteren vollständig gegeben. Unter Fussbodenfläche ist hier genauer gesprochen die unendliche Horopterebene bei horizontalen, der Medianebene parallelen Gesichtslinien zu verstehen, indem immer eine gerade, aufrechte Haltung des Kopfes des stehenden Beobachters mit horizontaler Primärlage der Visirebene vorausgesetzt ist.

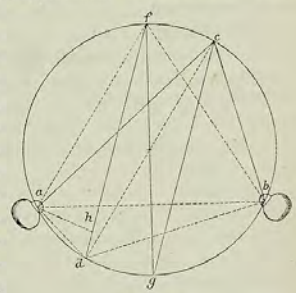


Fig. 47.

Den Punkt d, welchen man bei dieser Construction braucht, kann man auch dadurch bestimmen, dass ad normal zu ac, und db normal zu bc ist; es sind ad und db die Schnittlinien der Aequatorialebenen bei der betreffenden Stellung des Auges mit der Visirebene.

Wenn die Differenz der scheinbar verticalen Meridiane von den geometrisch verticalen gleich Null wäre, so würde die gerade Horopterlinie senkrecht zum Kreise sein. Sobald jene Abweichung existirt, ist dies nicht der Fall.

Diesen Theoremen über die mathematische Form des Horopters will ich nur noch hinzufügen, dass die Wahl eines Horizontal- und Verticalhoropters, die wir bei der Ableitung der vorstehenden Sätze zu Grunde gelegt haben, von uns willkürlich und nur deshalb so getroffen ist, um uns der oben gegebenen Definition der correspondirenden Punkte anzuschliessen. Wenn wir uns nicht beschränken wollen auf Linien, die im Sehfeld horizontal oder vertical erscheinen, sondern Linien jeder Richtung nehmen, so lässt sich zeigen, dass bei 26
jeder Stellung der Augen durch jeden Punkt des

Raumes sich mindestens eine unendliche gerade Linie legen lässt, welche in beiden Sehfeldern in correspondirenden Linienbildern erscheint.

Wenn der Raumpunkt A gegeben ist, so bestimme man seine Projectionen a_0 im rechten, a_1 im linken Sehfelde. Dann bestimme man im rechten Sehfelde den Punkt α_1, welcher dem Punkte a_1 correspondirt, und im linken Sehfelde den entsprechenden Punkt α_0. Man lege durch a_0, α_1 und das Centrum des rechten Sehfeldes eine Ebene, ebenso durch a_1, α_0 und das Centrum des linken Sehfeldes. Wo beide Ebenen sich schneiden, ist die gesuchte, einfach gesehene Linie, welche durch A geht.

Bei dieser Construction kann es vorkommen, dass die Punkte a_0 und a_1 selbst schon correspondirende sind, woraus folgt, dass A dem Punkthoropter angehört. Dann wird jede gerade Linie, welche durch A und einen zweiten Punkt des Punkthoropters geht, einfach gesehen. Ein solches Liniensystem bildet dann im allgemeinen einen Kegel, dessen Spitze in A liegt. Wenn der Fixationspunkt in der Medianebene oder in der Primärlage der Visirebene liegt, sind diese Kegel Kegel zweiter Ordnung oder zwei unendliche sich schneidende Ebenen.

Jeder Punkt des Punkthoropters kann die Spitze eines solchen Kegels einfach gesehener Linien werden; wenn wir nach einander für jeden Punkt des Punkthoropters die betreffende Kegelfläche construiren, so erhalten wir ein System von Kegelflächen, die den ganzen Raum ausfüllen und wiederum alle die geraden einfach gesehenen Linien darstellen.

Die besprochenen geraden Linien zeigen auch immer die Richtung an, in der die Doppelbilder eines in ihnen gelegenen Punktes scheinbar auseinander weichen.

27

3. Bedeutung des Horopters beim Sehen.

Die erste Bedeutung, in der der Begriff des Horopters von Aguilonius aufgestellt wurde, ist der, dass die Gesichtsbilder namentlich die binocularen Doppelbilder, auf ihm entworfen erscheinen sollten. Damit hing zusammen, dass der

Horopter durch die einfach gesehenen Punkte gehen musste, denn diese konnten eine einfache Projection im Horopter nur haben, wenn sie in seiner Fläche selbst liegen. Andererseits konnten alle doppelt erscheinenden Raumpunkte nicht im Horopter liegen. Diese Bedeutung des Horopters scheitert nun schon daran, dass, wie die neueren sorgfältigeren Untersuchungen ergeben haben, der Horopter als Inbegriff der einfach gesehenen Raumpunkte im allgemeinen gar keine Fläche, sondern nur eine Linie ist, auf die keine Bilder projicirt werden können.

Andererseits beruht auch die ältere Erklärung der Doppelbilder, wonach sie dadurch zu Stande kommen sollen, dass jedes Auge seine Gesichtsbilder auf irgend eine durch den Fixationspunkt laufende Fläche projicirt, auf einer ungenauen Beobachtung der Thatsachen. Denn es ist gar nicht wahr, dass wir Gegenstände, welche in deutlich getrennten Doppelbildern erscheinen, in der Entfernung des Fixationspunktes zu sehen glauben. Wir haben vielmehr eine ziemlich richtige Vorstellung von ihrer wirklichen Lage, die nur in dem Maasse ungenauer wird, als die Doppelbilder weiter auseinander rücken. Man kann dies durch leicht auszuführende Versuche erweisen. Man fixire fest und ohne die Augen zu verwenden einen Punkt der Wand in der Entfernung von einigen Fussen, und halte dabei ein Blatt steifen Papiers so vor den unteren Theil des Gesichts, dass sein oberer Rand einige Zoll vor den 28
Augen und ungefähr in derselben Höhe liegt. Der Papierschirm verdeckt in dieser Stellung alle Gegenstände, die vor dem Beobachter unterhalb seiner Visirebene liegen. Nun lasse man von einem seitlich stehenden Gehilfen einen geraden Draht, etwa eine Stricknadel, von unten her in einer beliebig gewählten Entfernung so in die Höhe schieben, dass er dem Beobachter anfängt sichtbar zu werden, und zwar unter diesen Umständen nur in Doppelbildern sichtbar. Sogleich wird der Beobachter eine Vorstellung von der Entfernung des Drahtes erhalten, auch wenn er nicht ein einziges Mal seinen Fixationspunkt verlassen und den Draht einfach gesehen hat. Zur Probe versuche er nach dem verdeckten Theile des Drahtes zu greifen, sodass er seine Hand bei dieser Bewegung nicht

zu sehen bekommt. Er wird den Draht sogleich beim ersten Versuche treffen, oder wenigstens ganz dicht in seine Nähe gelangen. Damit sich der Beobachter hierbei kein Urtheil über die Entfernung aus der scheinbaren Dicke des Drahtes bilde, lasse man diesen von dem Gehilfen aus einer grösseren Anzahl verschieden dicker ähnlicher Drähte beliebig wählen.

Diese Versuche zeigen, dass wir auch bei deutlich erkennbaren Doppelbildern doch noch im Stande sind, die stereoskopische Raumanschauung zu bilden, wenn dieselbe auch desto ungenauer ausfällt, je weiter die Doppelbilder von einander stehen.

Aus dem letzteren Grunde ist nun die Beurtheilung der Entfernung und wirklichen Grösse weit entfernter Gegenstände, welche jenseits des Fixationspunktes liegen und in Doppelbildern erscheinen, in der That sehr unvollkommen, und solche zeigen deshalb auch scheinbare Grössenveränderungen, wenn man den Fixationspunkt ferner oder näher legt. Diese Grössenveränderungen sind angeführt worden als Beweise dafür, dass in der
29 That eine Verlegung der Doppelbilder in dieselbe Entfernung wie die des Fixationspunktes stattfinde. Ich bemerke aber, wie gesagt, diese Grössenveränderungen nur, wenn die Doppelbilder so weit auseinander rücken, dass sie sich nicht mehr unmittelbar dem Urtheil als zwei Bilder desselben Gegenstandes aufdrängen. Dann erscheint jedes derselben in derselben Grösse, als wenn man das andere mit der Hand vollständig abgeblendet hätte. Es hört dann die stereoskopische Combination ganz auf; man kann die wahre Entfernung des ferneren Gegenstandes gar nicht mehr erkennen und daher nur seine scheinbare Grösse mit der scheinbaren des fixirten Gegenstandes vergleichen, und als Maasstab für beide die durch zweiäugiges Sehen bestimmte wahre Grösse des letzteren benutzen, wobei dann natürlich die damit verglichene Grösse des entfernten viel zu klein ausfallen muss.

Es genügt hier hervorgehoben zu haben, dass es Fälle giebt, wo deutlich getrennte Doppelbilder gesehen werden und doch aus der Distanz derselben ein richtiges Urtheil über die Grösse und Entfernung des Gegenstandes gebildet wird. Es zeigt diese Thatsache, dass die Wahrnehmung der Doppelbilder

durchaus nicht auf dem Umstande beruht, dass man sie in eine falsche Entfernung projicirt, wenn auch allerdings ihre wirkliche Entfernung desto mangelhafter beurtheilt wird, je weiter sie auseinander treten.

Wer übrigens die Eindrücke beim stereoskopischen Sehen aufmerksam verfolgt hat, wird die beschriebene Erscheinung kennen. Es handelte sich hier nur darum dem Versuche eine solche Form zu geben, dass keine vorausgängige Kenntniss der wahren Entfernung des Objectes durch Einfachsehen gewonnen werden konnte.

Die Deutung des Horopters als einer Fläche, auf welche 30
sich die Doppelbilder projiciren, müssen wir also ganz abweisen.

Wenn wir nun den Horopter andererseits auffassen als das Aggregat der einfach gesehenen Raumpunkte, so tritt die Schwierigkeit ein, dass wir reelle Objecte auch einfach sehen, wenn sie ziemlich weit vom Horopter abliegen, weil die einfache Raumvorstellung, zu der die nahehin gleichen Netzhautbilder Veranlassung geben, uns unfähig macht, unsere Aufmerksamkeit den kleinen Differenzen der beiden Netzhautbilder zuzuwenden. Es ist deshalb auch unmöglich, die wirkliche Form des Horopters durch Versuche mit reellen Objecten, die man im Gesichtsfelde hin- und herschiebt, anders als in ganz grober Annäherung zu ermitteln. Die Abweichungen, welche die Angaben unserer besten Beobachter, die solche Versuche angestellt haben, zeigen, lassen darüber wohl keinen Zweifel. Ich selbst habe mich überzeugt, dass wenn ich einen scharf gezeichneten Punkt mit beiden Augen zu fixiren glaubte, ich bald vor, bald hinter demselben convergirte und ihn doch immer vollkommen einfach sah. Man erkennt das leicht an stereoskopischen Zeichnungen, in denen die zu fixirenden Punkte oder Linien schwarz auf weiss, daneben aber andere sich stereoskopisch entsprechende Linien einerseits schwarz auf weiss, andererseits weiss auf schwarz dargestellt sind. Die letzteren lassen dann die Schwankungen der Fixation erkennen, indem bald die weisse, bald die schwarze Linie rechts liegt. Im Allgemeinen finde ich, dass wenn man von einem entfernteren zu einem näheren Fixationspunkte übergeht, man

leicht auf einem etwas zu entfernten Fixationspunkte stehen bleibt; umgekehrt, wenn man den Blick aus der Nähe in die Ferne wandern lässt, bleibt man leicht auf einem zu nahen Fixationspunkte stehen. Solche unbewusste Aenderungen in der Convergenz der Augenaxen müssen nun auch von grossem
31 Einfluss sein auf die Lage seitlich liegender einfach gesehener Punkte und mögen zum Theil die Differenzen der Beobachter veranlasst haben.

Ich habe es deshalb vorgezogen, bei den oben gemachten Bestimmungen der correspondirenden Stellen Zeichnungen zu benutzen, deren Linien zu unähnlich waren, um verschmolzen zu werden.

Wenn nun alle Aufmerksamkeit der Beobachtung nicht ausreicht, um die kleinen Differenzen zweier zu einer stereoskopischen Raumanschauung verschmolzenen Gesichtsbilder zu erkennen und Objecte doppelt zu sehen, die ziemlich merklich von dem mathematischen Horopter entfernt sind, so kann allerdings die Frage entstehen, ob es nicht eine theoretische Spielerei sei, nach der genauen Form des Horopters zu suchen, wie dies auch Recklinghausen[1]) ausgesprochen hat. Ich muss gestehen, dass ich lange Zeit derselben Meinung gewesen bin. Neuerdings habe ich mich aber überzeugt, dass doch die Gesichtswahrnehmungen derjenigen Objectpunkte, die im Horopter liegen, gewisse Vortheile haben, die der Lage des Horopters eine praktische Bedeutung geben.

Ich finde nämlich, dass die Raumanschauung durch das binoculare Sehen ihre grösste Genauigkeit erreicht für diejenigen Objecte, die im Horopter liegen, und desto ungenauer wird, je weiter sich die Objecte vom Horopter entfernen.

Man nehme eine dünne gerade Stricknadel und biege sie in der Mitte ein wenig, sodass ihre beiden Hälften etwa einen Winkel von 175° mit einander machen; man halte sie dann vor sich in die Medianebene des Kopfes, sodass beide Schenkel des Winkels in dieser Ebene liegen und der Scheitel des Winkels dem Beobachter gerade zugekehrt oder abgekehrt ist. Der Beobachter wird die Biegung der Nadel dann beim Sehen

1) Archiv für Ophthalmologie. Bd. V. Th. II. S. 146.

mit jedem einzelnen Auge nicht erkennen können, wohl aber 32
mit beiden, wenn die Richtung der Nadel im Ganzen der geraden Horopterlinie entspricht. Dass sie diese Richtung hat, erkennt man am leichtesten, wenn man einen etwas jenseits oder diesseits der Nadel gelegenen Punkt fixirt, sodass die Nadel in wenig von einander abstehenden Doppelbildern erscheint. Wenn sie die Richtung der geraden Horopterlinie hat, sind ihre Doppelbilder einander parallel.

Wenn man der Nadel dagegen eine andere Richtung in der Medianebene giebt, sodass sie einen grösseren Winkel mit der Richtung des Horopters bildet, so erscheint sie gerade, und man kann ihre Biegung nicht mehr erkennen.

Man stecke nebeneinander drei gleiche feine Nadeln in ein Holz fest, sodass sie alle senkrecht und einander parallel stehen, aber nicht ganz genau in einer Ebene, vielmehr in einer ganz schwach gekrümmten Cylinderfläche, und man betrachte sie aus einiger Entfernung, sodass die mittelste Nadel sich in der Medianebene befindet. Man wird leicht erkennen, ob die Reihe der Nadeln dem Beobachter ihre concave oder convexe Seite zuwendet, wenn die Reihe der Nadeln senkrecht zur Medianebene gestellt ist, und also der Richtung des Horopterkreises an dieser Stelle folgt.

Hält man das Hölzchen mit den Nadeln dagegen weit seitwärts, so erkennt man die Wölbung ihres Bogens am besten, wenn man sie in der Weise schräg gegen die Richtung der Gesichtslinien hält, dass sie wiederum der Richtung des Horopterkreises folgen.

Es ist bei diesen Versuchen rathsam, die äusseren Nadeln nicht zu weit von der mittleren zu entfernen, sonst tritt eine eigenthümliche Gesichtstäuschung, ein, welche zu Irrthümern verleiten kann; man hält nämlich dann einen Bogen, dessen 33
Krümmung etwa der des Horopterkreises entspricht, für eine gerade Linie; eine gerade Linie dagegen für convex gegen den Beobachter, einen objectiv convexen Bogen für convexer als er ist. Doch wird durch diese Gesichtstäuschung die Unterscheidbarkeit der concaven und convexen Seite des Bogens der drei Nadeln, worauf es in dem beschriebenen Versuche ankommt, nicht beeinträchtigt.

Diesen Erfahrungen gegenüber scheint es mir von besonderer Wichtigkeit zu sein, dass für das horizontal in die Ferne sehende Auge die Fussbodenfläche Horopterfläche ist. Ich will dabei noch bemerken, dass auch, wenn wir einen gerade vor uns liegenden, nicht unendlich entfernten Punkt der Fussbodenfläche fixiren, zwar nicht die ganze Fläche Horopter ist, aber doch wenigstens die gerade mediane Horopterlinie immer noch ganz in der Bodenfläche liegt. Nach den voraus beschriebenen Versuchen müssen wir schliessen, dass wir das Relief der Bodenfläche und die Abstände ihrer einzelnen Theile von einander verhältnissmässig besser werden unterscheiden können als entsprechende Unterschiede anderer gleichweit entfernter Objecte. Das einfachste Mittel, sich von der Richtigkeit dieses Schlusses zu überzeugen, ist, dass man im Freien, wo man entfernte Theile einer ziemlich ebenen Bodenfläche überblicken kann, die Bodenfläche bei solcher Haltung des Kopfes betrachtet, wo sie nicht mehr im Horopter liegt, so also, dass man bei seitwärts geneigtem Kopfe unter dem Arme, oder mit abwärts gekehrtem Kopfe zwischen den Beinen durchsieht. Im letzteren Falle muss man aber durch Wahl eines etwas erhöhten Standortes die Senkung corrigiren, welche der Kopf in der genannten Stellung erleidet. Wenn man die scheinbaren Tiefendimensionen ferner Theile des Bodens mit einander vergleicht, wird man leicht erkennen, wie viel ausgedehnter und weiter hingestreckt die Bodenfläche bei aufrechter Haltung des Kopfes erscheint als bei seitlicher oder verkehrter Haltung. Ich habe manche solche Beobachtungen auf der von Heidelberg nach Mannheim führenden Strasse angestellt. Vor mir lag hinter einer Reihe von Feldern der Neckar, der einen Einschnitt in das ebene Terrain machte, jenseits wieder ebenes Land, welches sich etwa eine Meile weit bis an den Oelberg bei Schriesheim ausdehnte. Bei aufrechter Haltung des Kopfes erkannte ich vollkommen gut die weitgedehnte Ebene jenseits des Flusses; bei schräger oder verkehrter Haltung schien das Terrain vom Flusse aus unmittelbar zu dem fernen Oelberge in die Höhe zu steigen. Eine Hecke, die durch ein Stück Feld von einem dahinter liegenden Hause getrennt war, was ebenfalls bei aufrechtem Kopfe deutlich zu sehen war, schien

bei schräger Haltung ganz nahe vor dem Hause zu liegen, und so fort. Auch die kleinen Unebenheiten der Strasse vor mir waren in der natürlichen Haltung des Kopfes viel plastischer.

Alle diese Erscheinungen treten eben so ein, wenn man, statt den Kopf umzudrehen, das Bild umdreht. Am vortheilhaftesten sind dazu rechtwinkelige Prismen zu gebrauchen. Ich habe zwei derselben mit ihrer Hypotenusenfläche, wie Fig. 48 zeigt, auf eine ebene Holzfläche gekittet, in solcher Entfernung von einander, dass ich mit jedem Auge durch eines hindurchsehen konnte. Man sieht in solchen Prismen, wenn man parallel der horizontal gerichteten Hypotenusenfläche hindurchblickt

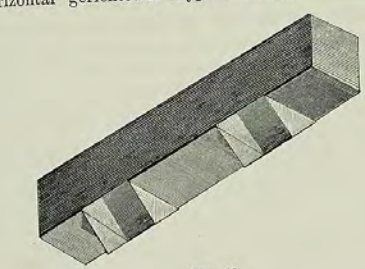


Fig. 48.

bekanntlich die in Richtung der Gesichtslinien liegenden Objecte durch die innere Spiegelung an der genannten Fläche des Prisma auf den Kopf gestellt, das Obere nach unten gekehrt. Wenn man durch solche Prismen nach der Landschaft blickt, tritt dieselbe Unvollkommenheit in der Wahrnehmung der Form der Bodenfläche und der Entfernungen ihrer einzelnen Punkte vom Auge und von einander ein, als wenn man mit umgekehrtem Kopfe hinsieht. Andererseits habe ich zuweilen, durch die Prismen blickend, an der unteren Fläche niedriger und scharf gezeichneter Wolkenschichten deutlicher die Formen erkannt, als wenn ich sie im gewöhnlichen aufrechten Bilde betrachtete. Dies erklärt sich dadurch, dass in dem umgekehrten Bilde die Wolken an Stelle des Fussbodens zu liegen

kommen, wenn auch viel tiefer als dieser. Wenn der Beobachter einen Theil des Wolkenhimmels fixirt, so liegt ihre Fläche dann dem Horopter näher, als dies sonst der Fall ist.

Endlich kann man auch beide Arten der Umkehrung combiniren, das heisst mit dem Kopf zwischen den Beinen durch und gleichzeitig durch die Prismen sehen, sodass Kopf und Bild zusammen umgekehrt werden. Dann kommt die Bodenfläche der Landschaft wieder in die Horopterfläche, und man erhält wieder die genaue Anschauung ihrer Gestalt. Es geht aus diesem letzten Versuche hervor, dass weder die ungewöhnliche Stellung des Kopfes, noch die ungewohnte Stellung des Bildes Schuld sind an der mangelhaften Genauigkeit des
36 körperlichen Bildes, sondern nur die relative Lage des Bildes der Fussbodenfläche zum Auge.

Es ist diese eigenthümliche Lage der Horopterfläche offenbar von grosser Bedeutung für den Gebrauch unserer Augen beim Gehen. Wenn wir uns im Freien bewegen, blicken wir meist nach etwas entfernteren Gegenständen in nahehin horizontaler Richtung. Der Fussboden ist dann unsere Horopterfläche; wir erkennen seine Gestalt verhältnissmässig genau auch im indirecten Sehen, und wissen unsere Schritte danach einzurichten. Es ist dies offenbar eine wesentliche Bedingung, wenn wir beim Gehen unsere Augen frei gebrauchen sollen. Nur bei ganz unregelmässigem, z. B. aus grobem Steingeröll bestehendem Boden sind wir gezwungen, den Boden bei jedem Schritte zu betrachten. Ferner ist die Bodenfläche auch gewöhnlich die einzige Fläche, welche in weite Entfernungen hinausläuft und an der wir diese Entfernungen abmessen können. Bei den vorher beschriebenen Versuchen überzeugt man sich, wie ich schon erwähnt habe, leicht, dass man die Entfernungen von entfernten Objecten viel besser erkennt, wenn die Fussbodenfläche im Horopter liegt, als sonst. Es hängt also die Ausmessung der Landschaft, so weit dies durch das stereoskopische Sehen geschehen kann, wesentlich davon ab.

Hiermit scheint mir nun auch das veränderte Aussehen

der Landschaft erklärt zu werden, welches eintritt, wenn man unter dem Arm oder zwischen den Beinen durchsieht. Bekanntlich treten dabei die Farben der Ferne so sehr viel lebendiger hervor, und die ganze Landschaft sieht mehr einem Gemälde gleich; dieser letztere Umstand lässt schon erkennen, dass wir ihre Tiefendimensionen schlechter als beim gewöhnlichen Sehen erkennen. Die Farben, welche die Luftperspective fernen Gegenständen giebt, sind für unser durch die tägliche Erfahrung geübtes Auge einmal Zubehör der Ferne und fallen uns deshalb an Gegenständen, die wir als fern erkennen, nicht als Körperfarben auf. Wenn wir aber durch Umkehrung 37
des Bildes oder des Kopfes die fernen Gegenstände scheinbar näher rücken, so sind die Farben uns ungewöhnlich, und fallen als solche auf.

Es ist auffallend bei diesen Versuchen, wie weit der Bereich der binocularen Raumprojection in die Ferne hinausrückt. Denn bei richtiger Lage der Fussbodenebene im Horopter bemerkt man noch die räumliche Trennung von Baumgruppen, die tausend und mehr Schritt von uns entfernt sind, vom Horizonte dadurch, dass ein hinter ihnen sich ausbreitendes Feld noch eben hingestreckt erscheint. Bei der Umkehr des Bildes tritt auch in solchen Fällen ein deutlicher Unterschied ein, indem dann die genannten Baumgruppen und das dahinter liegende Feld mit den Objecten des Horizonts in ein ebenes, scheinbar senkrechtes Bild verschmelzen. Dove hat schon eine Reihe interessanter Beweise für die erstaunliche Genauigkeit des stereoskopischen Sehens gegeben. Ich erinnere an die Vergleichung von echten und unechten Geldpapieren, an die Unterscheidung von Abdrücken desselben Buchstabensatzes von denen einer zweiten Auflage, an die stereoskopische Combination von Medaillen, die aus verschiedenen Metallen mit demselben Stempel geprägt sind u. s. w., in welchen Fällen man stereoskopische Reliefbilder statt ebener Bilder erhält, weil es unmöglich ist mit der menschlichen Hand die Copien absolut gleich in der Grösse und den Abständen der einzelnen Theile mit den Originalen zu machen, und weil selbst so minutiöse Unterschiede der Grösse, wie sie zwei Medaillen aus verschiedenem Metall und von ungleicher Elasticität unter dem

Drucke des Stempels annehmen, hinreichen, bei der binocularen Vergleichung der Bilder bemerkt zu werden.

Es ist schwer, theoretisch zu bestimmen, welches die Grenze für die stereoskopische Trennung ferner Gegenstände
38 von ihrem unendlich entfernten Hintergrunde ist. Darauf muss nämlich die Art der Beleuchtung und Zeichnung dieses Hintergrundes einen hervorragenden Einfluss haben. Denken wir einen feststehenden Fixstern, z. B. den Polarstern hinter dem Rande eines festen Objectes, einer Bergspitze zum Beispiel, befindlich, so wird ein solches Object so weit entfernt sein können, als irdische Verhältnisse es nur immer zulassen, und doch wird der Beobachter eine Stellung einnehmen können, dass er mit dem einen Auge den Stern sieht, mit dem anderen nicht, wobei also ein solcher Unterschied der beiden Bilder vorhanden wäre, wie er zur stereoskopischen Projection gehört.

Volkmann und Appel[1]) haben Versuche gemacht mit drei feinen Mikrometerfäden, von denen der eine verstellbar war und vom Beobachter nach dem Augenmaass so gestellt wurde, dass der mittlere gleich weit von den beiden seitlichen abstand. Der mittlere Fehler der Einstellung betrug bei Versuchen, wo die seitlichen Fäden vom mittleren 0,2 mm entfernt waren, nur 0,012 mm bei einer Sehweite von 300 mm. Diese Grösse des mittleren Fehlers entspricht einem Gesichtswinkel von $8^1/_4$ Secunde. Wenn ein Baumstamm in der Entfernung von einer Viertelmeile steht, und hinter ihm in grosser Entfernung zwei andere in dem scheinbaren Abstande von zwei Winkelminuten jederseits, so würde ein ähnliches Bild vorhanden sein, wie die drei Mikrometerfäden darboten, und die Grösse des Unterschiedes in der Stellung des mittleren Baumes würde für die beiden Netzhautbilder so viel betragen, als der mittlere Fehler in den Versuchen von Appel bei der Vergleichung der beiden Distanzen betrug. Unter diesen Umständen würde also ein stereoskopischer Effect noch möglich sein; es würde noch erkannt werden können, dass jener mittlere
39 sich vor der Ebene der beiden anderen Bäume befindet. Ueberhaupt wird ein fein vertical gestreifter Hintergrund, wie ihn

1) Fechner's Psychophysik. Bd. 1. S. 222.

der Wuchs der meisten Pflanzen gewährt, im allgemeinen am vortheilhaftesten für die Wahrnehmung der Tiefendimensionen sein.

Auch für nähere Theile der Bodenfläche ist eine punktförmige Zeichnung oder eine solche mit Linien, die vom Beobachter aus in die Ferne laufen, nothwendig, wenn die Ferne durch das binoculare Sehen sicher wahrgenommen werden soll. Horizontale Linien, die quer vor dem Beobachter von rechts nach links laufen, können nichts helfen, denn die Bodenfläche ist Punkthoropter oder Verticalhoropter, aber nicht Horizontalhoropter. Man erkennt dies deutlich an Treppenstufen. Wenn sie blos dem Rande der Stufe parallel gestreift oder beschattet sind, so fühlt man sich unsicher, wenn man bei schwacher Beleuchtung hinabsteigt, wo man die kleinen Fleckchen und Ungleichheiten des Materials nicht erkennen kann. Wenn aber ein Teppich mit Längsstreifen die Treppe hinabgelegt ist, oder dunkle Streifen gemalt sind, parallel der Länge der Treppe, dann hat derjenige, der hinabsteigt, eine deutliche stereoskopische Wahrnehmung der Stufen, und tritt sicher.

Bei veränderter Richtung der Visirebene können nun auch Flächen von nicht horizontaler Richtung in den Horopter kommen und so deutlich modellirt erscheinen, wie es im Horopter geschieht. Wenn ich an den Bergabhängen hier bei Heidelberg, die nach der Rheinebene abfallen, eine Stelle suche, welche in ziemlich gleich bleibender Neigung sich gegen die Ebene senkt, und aus einer Höhe von 200 bis 300 Fuss längs des Abhanges herabsehe, so erscheint der Bergabhang deutlich und bestimmt modellirt, so weit er der Visirebene parallel läuft; der Anfang der Ebene unten aber, den die Gesichtslinien unter einem Winkel von 30—40 Grad treffen, sieht ziemlich wie ein ebenes Bild aus. Andererseits wenn ich den Blick nach den 40
entfernteren Theilen der Ebene richte, welche dann zwar nicht ganz im Horopter liegen, aber doch den Horopter unter einem sehr kleinen Winkel schneiden, so erscheinen diese wieder deutlicher in ihrer wahren Form. Die Ebene, so gesehen, macht ungefähr den Eindruck, als wenn sie vom Fuss des Berges aus eine Strecke lang anstiege, um sich dann weiter gegen den Horizont zu in horizontaler Richtung fortzusetzen. Es entsteht dadurch scheinbar eine Art flachen Thales längs

des Fusses der Berge, und die entfernteren ebenen Strecken scheinen höher zu liegen als der Fuss der Berge.

Wegen dieser Verhältnisse habe ich in der Zeichnung Fig. 45 für den Winkel zwischen dem scheinbar und wirklich verticalen Meridian den Werth von 1° 13′ genommen, dessen Tangente gleich der halben Entfernung meiner Augen von einander (34 Millimeter), dividirt durch die Höhe meiner Augen über dem Boden (1660 Millimeter) ist. Volkmann hat für die Divergenz der scheinbar verticalen Meridiane beider Augen angegeben 2° 15′, dessen Hälfte 1° 4′ 3″ jenem Winkel nahe genug entsprechen würde. Kleine individuelle Verschiedenheiten werden hierbei natürlich vorkommen. Bei meinen Kindern von 13 und 11 Jahren sind die Augendistanzen nahezu in demselben Verhältnisse kleiner als die Höhe der Augen über dem Boden, sodass der fragliche Winkel derselbe bleibt und sie die verticalen Linien der Fig. 45 ebenfalls zusammenfallen sehen. Dadurch, dass ich den aus der Theorie folgenden Winkel für die Fig. 45 gewählt habe, konnte ich die Theorie an dieser Figur prüfen, während sonst nur schwer eine feste Bestimmung des Winkels sich hätte erlangen lassen.

41

4. Mathematische Berechnung der Form des Horopters.

Um die Gleichungen für den Horopter zu bilden, benutze ich folgende Sätze aus der analytischen Geometrie:

1) Wenn

$$\left.\begin{aligned} ax + by + cz + d &= 0 \\ a_1x + b_1y + c_1z + d_1 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (A)$$

die Gleichungen zweier Ebenen in der Normalform sind, das heisst, wenn zwischen den Coefficienten derselben folgende Beziehungen bestehen:

$$\left.\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 &= 1 \\ a_1{}^2 + b_1{}^2 + c_1{}^2 &= 1 \end{aligned}\right\} \quad (B)$$

so sind a, b, c und a_1, b_1, c_1 die Cosinus derjenigen Winkel, welche die positiven Normalen der Ebenen mit den positiven rechtwinkeligen Coordinataxen der x, y und z bilden. Für diejenigen Punkte des Raumes, welche auf Seite der positiv

gerechneten Normalen liegen, sind die in den Gleichungen (A) gleich Null gesetzten Ausdrücke positiv.

Die Entfernungen der beiden Ebenen vom Mittelpunkte der Coordinaten sind d und d_1.

2) Es bezeichnet ferner der Ausdruck:

$$aa_1 + bb_1 + cc_1$$

den Cosinus des Winkels, den die beiden Ebenen oder ihre positiven Normalen mit einander machen. Sind die beiden Ebenen rechtwinkelig zu einander, so ist:

$$aa_1 + bb_1 + cc_1 = 0.$$

3) Die Gleichung:

$$\left.\lambda(ax + by + cz + d) + \mu(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) = 0\right\} \quad (C)$$

worin λ und μ zwei beliebig gewählte Constanten sind, ist die Gleichung einer Ebene, welche durch die Schnittlinie der bei- 42
den durch die Gleichungen (A) gegebenen Ebenen geht. Denn diejenigen Werthe von x, y, z, welche die beiden Gleichungen (A) erfüllen, erfüllen nothwendig auch die Gleichung (C). Sie entsprechen also Punkten, die allen drei Ebenen gemeinsam sind. Nun müssen aber sämmtliche Punkte der Schnittlinie der Ebene A beiden Ebenen angehören, folglich den beiden Gleichungen (A) genügen. Alle Punkte der Schnittlinie liegen also auch in der Ebene C.

4) Wenn die Coefficienten λ und μ so gewählt sind, dass die Gleichung (C) die Gleichung einer Ebene in der Normalform ist, das heisst, wenn:

$$\left.\lambda^2 + 2\lambda\mu(aa_1 + bb_1 + cc_1) + \mu^2 = 1\right\} \quad (D)$$

ist, so sind die Cosinus der Winkel, welche die positive Normale der Ebene C mit der positiven Normale der ersten und zweiten Ebene der Gleichungen (A) macht, beziehlich:

$$\begin{aligned} &\lambda + \mu[aa_1 + bb_1 + cc_1] \\ &\mu + \lambda[aa_1 + bb_1 + cc_1] \end{aligned}$$

wie man leicht nach der unter 2) angegebenen Regel findet. Wenn also die Ebenen A rechtwinkelig auf einander stehen, und deshalb:

$$aa_1 + bb_1 + cc_1 = 0,$$

so sind λ und μ die Cosinus der Winkel, welche die Ebene C mit ihnen macht.

Die Gleichung (D) reducirt sich in diesem Falle auf:

$$\lambda_2 + \mu_2 = 1,$$

welche erfüllt wird, wenn man setzt:

$$\lambda = \cos\vartheta$$
$$\mu = \sin\vartheta.$$

Dann ist ϑ der Winkel, den die Ebene C mit der Ebene:

$$ax + by + cz + d = 0$$

macht.

---

43 Nach diesen Vorbemerkungen wenden wir uns zur Bestimmung des Horopters.

Wir nehmen die Visirebene an als die Ebene der xy, den Fixationspunkt als Anfangspunkt der Coordinaten, die Halbirungslinie des Convergenzwinkels der Gesichtslinien als Axe der x, sodass die eine Gesichtslinie mit der Axe der x den Winkel $+\gamma$, die andere den Winkel $-\gamma$ bildet. Die Gleichungen der ersten Gesichtslinie sind alsdann:

$$\left.\begin{aligned} x\sin\gamma - y\cos\gamma &= 0 \\ z &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Diese beiden Gleichungen sind als die Gleichungen zweier Ebenen in der Normalform zu betrachten, welche auf einander rechtwinkelig sind. Die positive Normale der ersten fällt nach der Seite des zweiten Auges hin, die der zweiten in Richtung der positiven z, welches die Richtung nach oben sein mag.

Durch die Gesichtslinie als Schnittlinie beider Ebenen legen wir die Ebene eines beliebigen Meridians des betreffenden Auges, welche mit der Visirebene den Winkel ϑ bilden möge. Ihre Gleichung ergiebt sich, wie oben unter (C):

$$(x\sin\gamma - y\cos\gamma)\sin\vartheta + z\cos\vartheta = 0\Big\} \quad (2)$$

Bei positiven Werthen von ϑ zwischen 0 und π, neigt sich die positive Normale dieses Meridians nach innen gegen das andere Auge hin.

Die Aequatorialaxe der betreffenden Meridianebene bestimmen wir, indem wir durch den Mittelpunkt der Visirlinie eine zur Gesichtslinie senkrechte Ebene (Aequatorialebene) legen, deren Gleichung in der Normalform ist:

$$-x\cos\gamma - y\sin\gamma + a = 0\Big\} \quad (3)$$

wenn a die Entfernung des Centrums der Visirlinien vom Fixationspunkte bedeutet. Diese Gleichung ergiebt sich leicht aus der Bedingung, dass sie mit den beiden Gleichungen (1) rechte Winkel zu bilden hat und um a vom Mittelpunkte der 44 Coordinaten abstehen soll. Ihre positive Normale sieht nach der Seite des Fixationspunktes.

Durch die Gleichungen (2) und (3) ist also die Aequatorialaxe der betreffenden Meridianebene gegeben. Die beiden Gleichungen bezeichnen zwei sich rechtwinkelig schneidende Ebenen.

Die Lage der Punkte im Sehfelde ist zu bestimmen durch eine Ebene, die durch die Aequatorialaxe der Meridianebene gelegt ist und mit dieser selbst den Winkel η bildet. Die Gleichung einer solchen Ebene ist wiederum gebildet, wie oben unter (C):

$$\left.\begin{aligned} [(x\sin\gamma - y\cos\gamma)\sin\vartheta + z\cos\vartheta]\cos\eta - \\ [x\cos\gamma + y\sin\gamma - a]\sin\eta = 0 \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Für das andere Auge ersetzen wir die Grössen

$\gamma\ \vartheta\ \eta\ a$ beziehlich durch:

$-\gamma\ \vartheta_1\ \eta_1\ a_1$,

was uns entsprechend der Gleichung (4) die Gleichung giebt:

$$\left.\begin{aligned} [-x\sin\gamma\sin\vartheta_1 - y\cos\gamma\sin\vartheta_1 + z\cos\vartheta_1]\cos\eta_1 - \\ [x\cos\gamma - y\sin\gamma - a_1]\sin\eta_1 = 0 \end{aligned}\right\} \quad (4a)$$

Für correspondirende Punkte beider Sehfelder müssen die Winkel ϑ und ϑ_1 so gewählt werden, dass sie correspondirenden Meridianen entsprechen, und ferner muss sein:

$$\eta = \eta_1.$$

Unter diesen Bedingungen geben die beiden Gleichungen (4) und (4a) diejenigen Punkte des Raumes, welche in beiden Sehfeldern unter dem gleichen Distanzwinkel η von dem betreffen-

den Meridian entfernt erscheinen. Die Gleichungen (4) und (4a) sind aber Gleichungen einer unendlichen geraden Linie. Wenn wir in (4a) η_1 durch η ersetzen und dann η aus (4) und (4a) eliminiren, erhalten wir folgende Gleichung:

$$\left.\begin{aligned} 0 = {} & (x^2+y^2)\sin\gamma\cos\gamma(\sin\vartheta_1+\sin\vartheta) - xy(\sin\vartheta-\sin\vartheta_1) \\ & - xz\cos\gamma(\cos\vartheta_1-\cos\vartheta) - yz\sin\gamma(\cos\vartheta_1+\cos\vartheta) \\ & - x\sin\gamma(a\sin\vartheta_1+a_1\sin\vartheta) - y\cos\gamma(a\sin\vartheta_1-a_1\sin\vartheta) \\ & + z(a\cos\vartheta_1-a_1\cos\vartheta) \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

45 Diese Gleichung umfasst alle diejenigen Punkte des Raumes, welche in beiden Augen unter gleichen Distanzwinkeln von den betreffenden Meridianen erscheinen. Sie ist eine Fläche des zweiten Grades, und da für jeden einzelnen Werth des Distanzwinkels η die betreffenden Punkte eine unendliche gerade Linie bilden, die ganz in der Fläche 5 liegen muss, so kann die Fläche der Gleichung (5) nur ein Hyperboloid mit einer Mantelfläche sein, weil dies die einzigen Flächen zweiten Grades sind, in denen unendliche gerade Linien gezogen werden können. Als specielle Formen eines solchen Hyperboloids können auch auftreten hyperbolische Paraboloide, Ebenenpaare, Kegel und Cylinder.

Wir haben nun in der obigen Darstellung zweierlei bestimmte Meridianebenen für die Abmessungen des Sehfeldes gewählt, nämlich die horizontale und scheinbar verticale. Aus der Gleichung (5) lassen sich also je zwei neue Gleichungen bilden, indem man den Winkeln ϑ und ϑ_1 erstens diejenigen Werthe giebt, welche den horizontalen Meridianebenen zukommen, und zweitens diejenigen, die den scheinbar verticalen Meridianen zukommen. Das erstere giebt die Gleichung des Horizontalhoropters, das letztere die Gleichung des Verticalhoropters. Der Punkthoropter ist die Schnittlinie beider, welche im allgemeinen eine Curve doppelter Krümmung sein wird, wie sie durch die Durchschneidung zweier Hyperboloide entsteht.

Ich wende mich nun zu den einzelnen Fällen, in denen die Horopterlinie eine einfachere Form annimmt.

A. Der Fixationspunkt liegt in der Medianlinie in endlicher Entfernung.

a) Horizontalhoropter. Die Augen liegen in diesem Falle gleich weit entfernt vom Fixationspunkte; es ist also:

$$a = a_1.$$

Die horizontalen Meridiane bilden Winkel von gleicher 46
Grösse, aber entgegengesetzter Richtung mit der Visirebene; es ist also:

$$\vartheta_1 = -\vartheta.$$

Dadurch verwandelt sich Gleichung (5) in:

$$0 = 2xy\sin\vartheta + 2yz\sin\gamma\cos\vartheta - 2ya\cos\gamma\sin\vartheta \} \quad (6)$$

welche Gleichung in zwei Factoren zerfällt, sodass sein muss entweder:

$$\left.\begin{aligned} y &= 0 \\ z\sin\gamma &= (a\cos\gamma - x)\operatorname{tang}\vartheta \end{aligned}\right\} \quad (6a)$$

oder

Die erstere Gleichung ist die der Medianebene des Körpers, die zweite die Gleichung einer Ebene, in der die Mittelpunkte der beiden Augen liegen, deren Coordinaten sind:

$$z = o \qquad x = a\cos\gamma$$

und in der ausserdem auch der Punkt liegt, in welchem sich die beiden Aequatorialaxen der horizontalen Netzhautmeridiane schneiden.

Diese Aequatorialaxen sind nämlich für das eine Auge durch die obigen Gleichungen (2) und (3) gegeben.

$$\begin{aligned} x\sin\gamma\sin\vartheta - y\cos\gamma\sin\vartheta + z\cos\vartheta &= 0 \\ -x\cos\gamma - y\sin\gamma + a &= 0. \end{aligned}$$

Eliminiren wir y, so erhalten wir:

$$x\sin\vartheta + z\sin\gamma\cos\vartheta - a\cos\gamma\sin\vartheta = 0$$

für das eine Auge, und für das andere, wo $\sin\vartheta$ und $\sin\gamma$ negativ zu nehmen sind, dieselbe Gleichung. Beide stimmen aber mit der zweiten der Gleichungen (6a) überein. Also liegen beide genannte Horizontalaxen des Auges in der zweiten Horopterebene.

Wenn wir für die Bewegungen des Auges das Gesetz von Listing zu Grunde legen, wonach[1]):

$$\text{tang}\,\vartheta = \frac{\sin\gamma\sin\beta}{\cos\gamma + \cos\beta},$$

47 worin unter β der Winkel verstanden ist, um den die Visirebene unter ihre Primärlage gesenkt ist, so lässt sich die Lage der genannten Horopterlinie noch anders bestimmen.

Die Gleichungen für die Primärrichtung der Gesichtslinien sind unter diesen Umständen:

$$y = a\sin\gamma \quad \text{und} \quad z = (a\cos\gamma - x)\,\text{tang}\,\beta\ \}, \tag{6b}$$

und die Gleichung einer zu ihnen senkrechten Ebene, welche durch die Centra der Augen geht, findet sich leicht nach der oben unter 2) gemachten Bemerkung:

$$x\cos\beta - z\sin\beta = a\cos\gamma\cos\beta\ \}. \tag{6c}$$

Die Gesichtslinien sind gegeben durch die Gleichungen:

$$z = 0 \qquad y = x\,\text{tang}\,\gamma\}. \tag{6d}$$

Die zu ihnen normal gerichtete Aequatorialebene des ersten Auges hat die Gleichung wie oben:

$$x\cos\gamma + y\sin\gamma = a\}. \tag{6e}$$

Durch die Primärrichtung der einen Gesichtslinie und ihre gegenwärtige Lage denke man sich eine Ebene gelegt, deren Gleichung ist:

$$x\,\text{tang}\,\beta\,\text{tang}\,\gamma - y\,\text{tang}\,\beta + z\,\text{tang}\,\gamma = 0\}. \tag{6f}$$

Man verificirt diese Gleichung leicht dadurch, dass man den Werth von y aus je einer der Gleichungen der Linien (6b) oder (6d) hineinsetzt, dann folgt aus (6f) die entsprechende zweiten Gleichung der betreffenden Linie. Folglich liegen die beiden Linien ganz in der Ebene 6f.

Die Gleichung (6f), verbunden mit der Gleichung der zweiten Horopterebene 6a, welche nach Substitution des obigen Werthes für tang ϑ wird:

$$z(\cos\gamma + \cos\beta) = (a\cos\gamma - x)\sin\beta\}. \tag{6g}$$

1) Siehe meine Abhandlung über Augenbewegungen im Archiv für Ophthalmologie. Bd. IX. Abth. II. S. 210 Gleichung (k) (oben S. 416).

giebt die Lage der Schnittlinien beider Ebenen. Suchen wir die Gleichung derjenigen Ebene, welche senkrecht zu dieser Schnittlinie ist und durch das Centrum des betreffenden Auges geht, so ist diese:

$$x(\cos\gamma + \cos\beta) + y\sin\gamma - z\sin\beta = a(1 + \cos\gamma\cos\beta)\}. \tag{6h}$$

Wenn man nun nach der oben unter 2) gegebenen Vor- 48 schrift die Cosinus der Winkel bestimmt, welche die letzte Ebene 6h mit den Ebenen 6c und 6e bildet, so findet man sie gleich gross, nämlich gleich:

$$\sqrt{\frac{1 + \cos\gamma\cos\beta}{2}}.$$

Daraus folgt, dass auch die Normalen der drei Ebenen, nämlich die Primärlage der Gesichtslinie und die zeitweilige Lage der Gesichtslinie, mit der durch die Gleichungen (6f) und (6g) in der Horopterebene gegebenen Linien gleiche Winkel bilden. Da letztere nun überdies mit den beiden erstgenannten Linien in derselben Ebene liegt, laut (6f), so halbirt sie den Winkel zwischen der Gesichtslinie und ihrer Primärlage. Daraus ergiebt sich die Richtigkeit der oben in Fig. 2 vorgeschriebenen Construction für die Horopterebene.

b. Verticalhoropter.

Die scheinbar verticalen Meridiane bilden zwei Winkel mit der Visirebene, welche einander zu zwei Rechten ergänzen. Nennen wir ε den Winkel, um den die scheinbar verticalen Meridiane von den wirklich verticalen abweichen, und wie bisher ϑ den Winkel, um den die horizontalen Meridiane von der Visirebene abweichen, so ist in der Gleichung (5) zu setzen

statt	a_1	ϑ	ϑ_1
überall	$a\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon + \vartheta\right)$		$\left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon - \vartheta\right)$

Dadurch erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} o = {} & 2(x^2 + y^2)\sin\gamma\cos\gamma\cos(\vartheta - \varepsilon) - \\ & 2xz\cos\gamma\sin(\vartheta - \varepsilon) - 2ax\sin\gamma\cos(\vartheta - \varepsilon) \\ & + 2az\sin(\vartheta - \varepsilon) \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Wir können diese Gleichung umschreiben in folgende Form:

$$\left.\begin{aligned}\left[x - {}^1/_2 z\,\frac{\operatorname{tang}(\vartheta-\varepsilon)}{\sin\gamma} - {}^1/_2\,\frac{a}{\cos\gamma}\right]^2 \\ + y^2 = \left[{}^1/_2 z\,\frac{\operatorname{tang}(\vartheta-\varepsilon)}{\sin\gamma} - {}^1/_2\,\frac{a}{\cos\gamma}\right]^2\end{aligned}\right\} \quad (7a)$$

Dies ist für constante Werthe von z die Gleichung eines Kreises, dessen Radius gleich Null wird, wenn:

$$z = + \frac{a \operatorname{tang}\gamma}{\operatorname{tang}(\vartheta-\varepsilon)} \quad (7b)$$

Da die durch Gleichung (7) gegebene Fläche einem Hyperboloide mit einer Mantelfläche entsprechen muss, und ein solches unendlich kleine kreisförmige Querschnitte nur bekommen kann, wenn es in einen Kegel übergeht, so ist die durch Gleichung 7 gegebene Fläche ein Kegel zweiten Grades, dessen Spitze um die in Gleichung (7b) gegebene Entfernung z von der Visirebene entfernt liegt, und zwar über ihr, wenn $\vartheta > \varepsilon$, und unter ihr, wenn $\vartheta < \varepsilon$.

Letzteres ist jedesmal der Fall, wenn der Blick gehoben ist, weil dann ϑ negativ wird. Grösser als ε kann ϑ nur bei stärkeren Graden der Convergenz nach unten werden.

Der Kegel ist symmetrisch gegen die Medianebene, da die Werthe von x und z für $+y$ und $-y$ dieselben bleiben.

Wenn man $y = 0$ setzt, findet man die beiden Linien, in denen er die Medianebene schneidet, gegeben durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} y &= 0 \\ x &= z\,\frac{\operatorname{tang}(\vartheta-\varepsilon)}{\sin\gamma}\end{aligned}\right\}$$

und

$$\left.\begin{aligned} y &= 0 \\ x &= \frac{a}{\cos\gamma}\end{aligned}\right\} \quad (7c)$$

In der zweiten dieser Linien hat x einen constanten Werth. Es ist das die Schnittlinie, in der sich die beiden Aequatorialebenen der beiden Augen schneiden, deren Gleichung nach (3) für das erste Auge ist:

$$-x\cos\gamma - y\sin\gamma + a = 0$$

und für das zweite

$$-x\cos\gamma + y\sin\gamma + a = 0.$$

Daraus folgen für ihre gemeinsame Schnittlinie die zweiten der Gleichungen (7c). Diese Schnittlinie steht senkrecht zur Visirebene; in ihr liegt also die Spitze des Kegels.

Die Spitze des Kegels selbst ist der Punkt, in dem sich die scheinbar verticalen Aequatorialaxen schneiden, was mittels einer ähnlichen Anwendung der Gleichung (2) und (3), wie vorher für die Horizontalaxen, zu erweisen ist.

Die zweite Schnittlinie des Kegels mit der Medianebene, gegeben in dem ersten Paar von Gleichungen unter (7c), geht durch den Fixationspunkt, da für $z = 0$ auch $x = 0$ wird; da sie ausserdem auch durch die Spitze des Kegels geht, ist sie vollständig bestimmt.

In der Ebene $z = 0$ wird die Schnittlinie des Kegels:

$$\left.\begin{aligned}\left(x - \frac{a}{2\cos\gamma}\right)^2 + y^2 = \left[\frac{a}{2\cos\gamma}\right]^2\end{aligned}\right\} \quad (7d)$$

Es ist dies die Gleichung des sogenannten Müller'schen Horopterkreises, der aber nur in der Primärlage der Visirebene wirklich dem Horopter angehört. Denn es ist die Gleichung eines Kreises, welcher geht

1) durch den Fixationspunkt, da die Gleichung (7d) erfüllt wird, durch die Werthe von dessen Coordinaten:

$$x = 0 \quad \text{und} \quad y = 0.$$

2) und 3) durch die Mittelpunkte beider Augen, deren Coordinaten beziehlich sind:

$$\begin{aligned} x &= a\cos\gamma \\ y &= a\sin\gamma\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} x &= a\cos\gamma \\ y &= -a\sin\gamma.\end{aligned}$$

Dadurch ist die Lage und Form des Kegels vollständig bestimmt.

Der Kegel ist ein schiefer Kegel; da das eine System seiner Kreisschnitte senkrecht steht auf der zweiten durch die Gleichungen (7c) gegebenen medianen Schnittlinie, so muss das andere System seiner Kreisschnitte senkrecht stehen auf der ersten der Linien (7c).

c. Punkthoropter.

Die eine Ebene des Horizontalhoropters, nämlich die Medianebene, schneidet den Kegel in den beiden durch die Gleichungen (7c) gegebenen Linien. Diese sind also Horopterlinien. Von ihnen liegt aber nur die durch den Fixationspunkt gehende vor den Augen im Gesichtsfelde.

Die zweite Ebene des Horizontalhoropters, welche durch die Mittelpunkte der Augen und durch den Schnittpunkt der Horizontalaxen geht, gegeben durch die Gleichung:

$$z \sin\gamma = (a\cos\gamma - x)\operatorname{tang}\vartheta\} \qquad (6a)$$

schneidet den Kegel in einem Kegelschnitt, der entweder eine Ellipse (beziehlich Kreis), eine Parabel oder Hyperbel sein muss, je nachdem die Ebene 6a die beiden Kanten des Kegels, die durch die Gleichungen (7c) bestimmt sind, auf derselben Seite der Spitze schneidet, oder einer parallel ist, oder sie auf verschiedenen Seiten der Spitze schneidet.

Um die Form der Schnitte zu erhalten, muss man die Gleichung des Kegels (7) auf andere rechtwinkelige Coordinaten bringen, u, v, y, deren vy Ebene parallel der Ebene des Horizontalhoropters (6a) ist. Ich bezeichne den in (7b) gegebenen Werth von z für die Spitze des Kegels mit z_0 und setze dann:

$$x = u\cos\zeta - v\sin\zeta + \frac{a}{\cos\gamma}$$
$$z = u\sin\zeta + v\cos\zeta + z_0$$
$$\operatorname{tang}\zeta = -\frac{\operatorname{tang}\vartheta}{\sin\gamma},$$

so erhält man die Gleichung des Kegels in folgender Form:

52
$$u^2(z_0\cos\gamma - a\operatorname{tang}\zeta) - uv\,[2z_0\cos\gamma\operatorname{tang}\zeta - a(1-\operatorname{tang}^2\zeta)]$$
$$+ y^2\frac{z_0\cos\gamma}{\cos^2\zeta} + v^2(z_0\cos\gamma\operatorname{tang}^2\zeta + a\operatorname{tang}\zeta) = 0.$$

Nennen wir die den u parallele Axe des Kegelschnittes A, die den y parallele dagegen B, so folgt hieraus, dass:

$$\frac{A^2}{B^2} = \frac{z_0\cos\gamma}{\cos^2\zeta\,(z_0\cos\gamma - a\operatorname{tang}\zeta)}$$
$$= \frac{z_0\cos\gamma\,(\sin\gamma^2 + \operatorname{tang}^2\vartheta)}{\sin\gamma\,(z_0\cos\gamma\sin\gamma + a\operatorname{tang}\vartheta)}.$$

Wenn dies Verhältniss negativ ist, so ist der Schnitt eine Hyperbel; wenn es unendlich ist, eine Parabel, wenn positiv, eine Ellipse.

Ist der Blick gehoben, so ist tang ϑ und z_0 negativ; dann ist das Axenverhältniss stets positiv, also der Schnitt eine Ellipse: und zwar ist B in diesem Falle stets die grössere Axe, wie man sieht, wenn man für z_0 seinen Werth aus (7b) setzt.

$$\frac{A^2}{B^2} = \frac{\sin^2\gamma + \operatorname{tang}^2\vartheta}{\sin^2\gamma + \operatorname{tang}\vartheta\operatorname{tang}(\vartheta - \varepsilon)}.$$

Wenn dagegen ϑ positiv ist, wie es bei gesenktem Blicke der Fall ist, und $\vartheta > \varepsilon$, so ist das Verhältniss nothwendig positiv und $A > B$, die Ellipse also in Richtung der Gesichtslinien verlängert. Dagegen kann bei sehr kleinen Werthen von γ der Nenner auch Null oder negativ werden.

Die Bedingung für die Form einer Parabel ist, dass der Nenner gleich Null werde.

$$0 = \sin^2\gamma\,(1 + \operatorname{tang}\vartheta\operatorname{tang}\varepsilon) + \operatorname{tang}^2\vartheta - \operatorname{tang}\vartheta\operatorname{tang}\varepsilon.$$

Da $\sin\gamma$ jedenfalls sehr klein ist, können wir setzen, wie oben schon bemerkt ist:

$$\operatorname{tang}\vartheta = \sin\gamma\,.\,\sin(\tfrac{1}{2}\beta),$$

wodurch sich für $\sin\gamma$ die annähernd richtige Gleichung ergiebt: 53

$$\sin\gamma = \frac{\sin(\frac{1}{2}\beta)\operatorname{tang}\varepsilon}{1 + \sin^2(\frac{1}{2}\beta)}.$$

Wenn γ noch kleiner ist, als durch diese Gleichung gefordert wird, so ist die Curve eine Hyperbel.

Die Punkte, welche eine parabolische Horopterlinie geben, wenn sie fixirt werden, liegen, wenn sie sehr fern sind, doppelt so tief unter der Primärstellung der Visirebene als der Schnittpunkt der scheinbaren Verticalaxen des Auges beim Sehen in die Ferne. Wenn sie dem Beobachter näher sind, liegen sie noch tiefer als die weit entfernten.

Man erkennt dies, wenn man die letzte Gleichung umschreibt:

$$2z_0 = 2\frac{a\sin\gamma}{\operatorname{tang}\varepsilon} = a\cos\gamma\sin\beta\frac{1}{\cos\gamma\cos(\beta/_2)(1+\sin^2(\beta/_2))},$$

worin z_0 den Werth dieser Grösse für den Blick in weite Ferne bezeichnet; die Entfernung des Fixationspunktes von der Primärlage der Visirebene ist $a\cos\gamma\sin\beta$; der Bruch, mit dem es multiplicirt ist, ist kleiner als Eins; in grosser Entfernung aber gleich Eins.

Die Fixationspunkte für den hyperbolischen Horopter liegen in der Medianebene unterhalb derjenigen, welche parabolischen Horopter geben.

B. Der Fixationspunkt in der Medianebene in unendlicher Entfernung.

In diesem Falle werden die Grössen a und x unendlich, $\gamma = \vartheta = 0$ aber $x - a\cos\gamma$, welches wir mit ξ bezeichnen wollen, ist endlich, und ebenso $a\sin\gamma = d$, die halbe Distanz der beiden Augen. Unter diesen Umständen wird die Gleichung (6) für jeden beliebigen Werth von ξ, y und z, also für den ganzen Raum, erfüllt und die Gleichung des Verticalhoropters reducirt sich auf:

54
$$0 = \xi d\cos\varepsilon + \xi z\sin\varepsilon,$$

welche in zwei Factoren zerfällt, entweder:

$$\xi = 0$$

oder

$$z = -\frac{d}{\operatorname{tang}\varepsilon}.$$

Die erstere ist die Gleichung einer Ebene, welche durch die Mittelpunkte beider Augen senkrecht zur Visirebene geht; die zweite bezeichnet eine Ebene, welche durch den Schnittpunkt der scheinbaren Verticalaxen parallel zur Visirebene gelegt ist. Nur die letztere erscheint im Gesichtsfelde und hat Bedeutung als Horopter. Sie ist nicht blos Verticalhoropter, sondern auch Punkthoropter. Bei horizontaler Richtung der Visirebene ist es die horizontale Bodenfläche.

Für die Construction dieser Linien und Ebenen, welche in Fig. 46 S. 444 ausgeführt ist, ist zu bemerken, dass die Lage der horizontalen Horopterfläche, welche zur horizontalen Primärlage der Gesichtslinien gehört, in den von uns gebrauchten

Coordinaten, deren xy Ebene die unter dem Winkel β gegen ihre Primärlage geneigte Visirebene ist, durch folgende Gleichung gegeben ist:

$$(x - a\cos\gamma)\sin\beta + z\cos\beta = -\frac{a\sin\gamma}{\operatorname{tang}\varepsilon} \quad (7e)$$

Man kann sich nun überzeugen, dass erstens diese Ebene, zweitens und drittens die beiden Ebenen, deren Schnittlinie die gerade Horopterlinie ist, nämlich:

$$\left.\begin{aligned} y &= 0 \\ \text{und} \quad x\sin\gamma - z\operatorname{tang}(\vartheta - \varepsilon) &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (7f)$$

endlich die Ebene, welche normal zu der bei der Construction benutzten Hülfslinie ist:

$$x(\cos\gamma + \cos\beta) + y\sin\gamma - z\sin\beta = a(1 + \cos\gamma\cos\beta\{ \quad (6h)$$

dass diese vier Ebenen (7e), (7f) und (6h) sich alle in einem 55
Punkte schneiden, wenn für ϑ nach dem Gesetze von Listing gesetzt wird:

$$\operatorname{tang}\vartheta = \frac{\sin\gamma\sin\beta}{\cos\gamma + \cos\beta}.$$

Wenn man nämlich die Werthe von x, y, z aus den drei ersten Gleichungen in die vierte setzt, wird diese erfüllt.

Daraus folgt, dass wenn man die Schnittlinien der Ebenen (7e) und (6h) mit der Medianebene construirt, wie in Fig. 46 geschehen ist, dann deren Schnittpunkt auch der Horopterlinie (7c) angehört.

C. Der Fixationspunkt in der Primärlage der Visirebene seitlich.

In diesem Falle ist in der Gleichung (5) a und a_1 verschieden. Für den horizontalen Meridian des Sehfeldes ist:

$$\vartheta = \vartheta_1 = 0$$

für den scheinbar verticalen:

$$\vartheta = \frac{\pi}{2} - \varepsilon \qquad \vartheta_1 = \frac{\pi}{2} + \varepsilon.$$

Daraus ergiebt sich folgende Gleichung für den Horizontalhoropter:

$$0 = -2yz\sin\gamma + z(a - a_1)\} \quad (8)$$

und folgende für den Verticalhoropter:

$$\left.\begin{aligned} 0 = 2(x^2+y^2)\sin\gamma\cos\gamma\cos\varepsilon + 2xz\cos\gamma\sin\varepsilon - \\ x(a+a_1)\sin\gamma\cos\varepsilon + y(a_1-a)\cos\varepsilon\cos\gamma - z(a+a_1)\sin\varepsilon \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Die Gleichung (8) zerfällt in zwei Factoren:

$$z = 0 \;\}, \quad (8a)$$

welches die Gleichung der Visirebene ist, und:

$$y = \frac{a-a_1}{2\sin\gamma}\;\Big\}, \quad (8b)$$

56 welches die Gleichung einer zur Visirebene senkrechten und der xAxe, das heisst der Halbirungslinie des Convergenzwinkels parallelen Ebene ist.

Die Gleichungen der Aequatorialebenen beider Augen sind:

$$\left.\begin{aligned} -x\cos\gamma - y\sin\gamma + a &= 0 \\ -x\cos\gamma + y\sin\gamma + a_1 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (8c)$$

was nach Elimination von x giebt:

$$2y\sin\gamma = a - a_1,$$

identisch mit der Gleichung (8b). Die Horopterebene (8b) lässt sich also dadurch bestimmen, dass sie durch die Schnittlinien der Aequatorialebenen geht und parallel zur Halbirungslinie des Convergenzwinkels ist.

Die Gleichung (9) ist die eines Hyperboloids. Schreiben wir sie um in folgende Form:

$$\left.\begin{aligned} \left[x + {}^1/_2 z\,\frac{\operatorname{tang}\varepsilon}{\sin\gamma} - \frac{a+a_1}{4\cos\gamma}\right]^2 + \left[y - \frac{a-a_1}{4\sin\gamma}\right]^2 \\ = \left[\frac{z\operatorname{tang}\varepsilon}{2\sin\gamma} + \frac{a+a_1}{4\cos\gamma}\right]^2 + \left[\frac{a-a_1}{4\sin\gamma}\right]^2 \end{aligned}\right\} \quad (9a)$$

so ergiebt sich, dass die Schnittlinie desselben mit allen der Visirebene parallelen Ebenen, für welche z constant ist, ein Kreis ist, dessen Radius am kleinsten ist, wenn:

oder

$$\left.\begin{aligned} \frac{z\operatorname{tang}\varepsilon}{2\sin\gamma} + \frac{a+a_1}{4\cos\gamma} &= 0 \\ z = -\frac{a+a_1}{2}\,\frac{\operatorname{tang}\gamma}{\operatorname{tang}\varepsilon} \end{aligned}\right\} \quad (9b)$$

Es ist dies unterhalb der Visirebene, in solcher Entfernung, wo bei symmetrischer Augenstellung und gleichen Convergenzwinkeln die Spitze des Kegels liegt, der den Verticalhoropter 57 bildet, wie man bei Vergleichung von (9b) mit (7b) sieht.

Der Punkthoropter findet sich, wenn man die Gleichungen (8a) und (8b) mit (9) oder (9a) combinirt. Setzt man (8b) in (9a), so reducirt sich diese Gleichung auf:

$$\left[x + {}^1/_2 z\,\frac{\operatorname{tang}\varepsilon}{\sin\gamma} - \frac{a+a_1}{4\cos\gamma}\right] = \pm\left[\frac{z\operatorname{tang}\varepsilon}{2\sin\gamma} + \frac{a+a_1}{4\cos\gamma}\right].$$

Also entweder:

$$x + z\,\frac{\operatorname{tang}\varepsilon}{\sin\gamma} = 0$$

oder

$$x - \frac{a+a_1}{2\cos\gamma} = 0 \quad (9c)$$

welche beiden Gleichungen in Verbindung mit der Gleichung (8b):

$$y = \frac{a-a_1}{2\sin\gamma}\;\Big\} \quad (8b)$$

die Gleichung zweier gerader Horopterlinien sind.

Die Gleichungen (8b) und die zweite der Gleichungen (9c) zusammengenommen, repräsentiren die Schnittlinie der Aequatorialebenen des Auges, wie man aus ihrer Vergleichung mit den Gleichungen dieser Ebene in (8c) erkennt. Die betreffende Horopterlinie fällt aber in Wirklichkeit nicht in das gemeinschaftliche Gesichtsfeld beider Augen.

Vergleicht man mit den Gleichungen der anderen Horopterlinie [die erstere der Gleichungen (9c) und (8b)] die Gleichung der Schnittlinie der beiden scheinbar verticalen Meridianebenen, deren Gleichungen nach 2) sind

$$(x\sin\gamma - y\cos\gamma)\cos\varepsilon + z\sin\varepsilon = 0,$$
$$(-x\sin\gamma - y\cos\gamma)\cos\varepsilon - z\sin\varepsilon = 0,$$

aus denen folgt:

$$x\sin\gamma + z\operatorname{tang}\varepsilon = 0, \quad 58$$
$$y = 0,$$

so ergiebt sich, dass die zweite Horopterlinie der Schnittlinie

der scheinbar verticalen Meridianebenen parallel ist, aber seitlich davon liegt in der Entfernung $(a-a_1)/(2\sin\gamma)$.

Wenn man durch die Schnittlinie der beiden scheinbar verticalen Meridianebenen eine Ebene senkrecht zur Visirebene legt, so halbirt deren Schnittlinie mit der Visirebene den Convergenzwinkel der Gesichtslinien und bildet in unserem Coordinatensystem die xz Ebene. Nun lege man senkrecht zu dieser xz Ebene eine Ebene durch die Schnittlinie der scheinbar verticalen Meridiane, und parallel zur xz Ebene eine Ebene durch die Schnittlinie der Aequatorialebenen beider Augen; wo die beiden zuletzt construirten Ebenen sich schneiden, liegt die gerade Horopterlinie.

Die Gleichung (8a) verbunden mit (9a) giebt die zweite Linie des Punkthoropters.

Diese ist:

$$\left[x-\frac{a+a_1}{4\cos\gamma}\right]^2+\left[y-\frac{a-a_1}{4\sin\gamma}\right]^2=\left[\frac{a+a_1}{4\cos\gamma}\right]^2+\left[\frac{a-a_1}{4\sin\gamma}\right]^2\Big\}, \quad (10)$$

$$z=0,$$

die Gleichung eines Kreises, welcher mit dem Müller'schen Horopterkreise zusammenfällt. Denn die Gleichung (10) wird erfüllt:

1) Für den Fixationspunkt, dessen Coordinaten sind:

$$x=0, \quad y=0.$$

2) Für den Mittelpunkt des ersten Auges:

$$x=a\cos\gamma, \quad y=a\sin\gamma.$$

3) Für den Mittelpunkt des zweiten Auges:

$$x=a_1\cos\gamma, \quad y=-a_1\sin\gamma.$$

Ausserdem liegen in diesem Kreise auch natürlich die beiden Punkte, wo die beiden geraden Horopterlinien die Visirebene schneiden, nämlich:

4) Für den der sichtbaren Horopterlinie:

$$x=0, \quad y=\frac{a-a_1}{2\sin\gamma}.$$

5) Für die nicht sichtbare Horopterlinie:

$$x=\frac{a+a_1}{2\cos\gamma}, \quad y=\frac{a-a_1}{2\sin\gamma}.$$

6) Endlich noch der Punkt, wo die Halbirungslinie des Convergenzwinkels den Kreis schneidet:

$$x=\frac{a+a_1}{2\cos\gamma}, \quad y=0.$$

Man erkennt leicht, dass der Punkt 4 gleichweit von 2 und 3 absteht, ebenso der Punkt 6. Beide liegen also in der Medianebene des Kopfes. Die Verbindungslinie der Punkte 4 und 6 (die Linie fg der Fig. 47) muss also senkrecht stehen auf der von 2 und 3 (ab Fig. 47) und letztere halbiren, ausserdem durch den Mittelpunkt des Kreises gehen. Nennen wir d die halbe Distanz der Augen und e die Linie, welche die Punkte 2 und 4 verbindet, so ist

$$d^2=\left(\frac{a-a_1}{2}\right)^2\cos^2\gamma+\left(\frac{a+a_1}{2}\right)^2\sin^2\gamma,$$

$$e^2=a^2\cos^2\gamma+\left(a\sin\gamma-\frac{a-a_1}{2\sin\gamma}\right)^2,$$

oder nach einigen leichten Reductionen:

$$e^2=\left(\frac{a-a_1}{2}\right)^2\frac{\cos^2\gamma}{\sin^2\gamma}+\left(\frac{a+a_1}{2}\right)^2;$$

also

$$e=\frac{d}{\sin\gamma}. \quad 60$$

Macht man also in der ersten Gleichung (9c) für die gerade Horopterlinie:

$$z=-\frac{d}{\operatorname{tang}\varepsilon},$$

das heisst gleich dem Abstande der Bodenfläche, so wird:

$$x=\frac{d}{\sin\gamma}=e,$$

worauf die in Fig. 47 angegebene Construction beruht.