X.

Über neue Methoden zur Verbesserung der sphärischen Korrektion, angewandt auf die Konstrukion von Objektiven grosser Apertur.

Journal of the Royal Microscopical Society, (1), II, 812—824; Sitzung vom 11. Juni 1879.

[*Der Titel des englischen Originals lautet*:

On New Methods for Improving Spherical Correction, applied to the Construction of Wide-angled Object-glasses.

By Professor E. ABBE, of Jena, Hon. F. R. M. S.]

Übersetzt von Dr. M. v. ROHR.

Die Hebung der sphärischen Aberration beruht in *dioptrischen* Systemen jeder Art auf dem häufig angewandten Prinzip der Kompensation einer Abweichung durch eine entgegengesetzte Abweichung derselben Art. Die positive Aberration der Sammel- (Konvex-) Linsen eines Systems wird ausgeglichen durch die negative Aberration der Zerstreuungs- (Konkav-) Linsen. Neben dieser Methode gibt es so lange keine andere, als die praktische Optik sich auf die Ausführung sphärischer Flächen beschränkt.

Obwohl dieses Prinzip verschiedenartige Anwendungen finden könnte, ist bisher nur eine einzige angenommen worden, die man die Methode der *Simultan*korrektion nennen könnte. Sphärische Korrektion wird stets herbeigeführt durch Konkavlinsen aus stärker zerstreuendem Material (Flintglas), die angewandt werden, um frei zu werden von der chromatischen Dispersion der sammelnden (Kronglas-) Linsen. Die Kombination einer konkaven Flintlinse

mit einer konvexen Kronlinse (gewöhnlich verkittet) ist das Mittel zur gleichzeitigen Herbeiführung beider Korrektionen, ohne daß man genötigt wäre, jede von ihnen für sich zu behandeln. Es ist aber natürlich durchaus nicht notwendig, diese Doppellinsen auch nur annähernd in sich zu korrigieren. In dem Falle zusammengesetzter Systeme, wie das Mikroskopobjektive in der Regel sind, kann ein Teil des Systems in jeder Beziehung beträchtlich unterkorrigiert sein, wenn dem nur durch eine entgegengesetzte Abweichung im anderen Teile des Systems die Wage gehalten wird.

Der eben erwähnte Umstand — die Möglichkeit, beide Aberrationen durch dieselben Elemente zu heben — *erscheint* als ein großer Vorteil bei der Konstruktion von Objektiven; und von einem Gesichtspunkte aus ist das in der Tat der Fall, insofern als dadurch eine unvermeidliche Komplikation fortfällt; sie würde geschaffen durch die Verwendung besonderer Konkavlinsen für sphärische Korrektion, die zu denen hinzukämen, die die Achromasie erforderte. Andererseits aber ist die Verbindung dieser beiden Korrektionen die Ursache eines sehr bedenklichen Übelstandes, der in Systemen großer Öffnung besonders schädlich wirkt. Der Betrag der sphärischen Aberration, der von einer Linse bestimmter Krümmungen eingeführt wird, hängt von ihrem Brechungsindex ab. Nun ändert sich der Brechungsexponent mit der Farbe der Strahlen in beiden Glassorten, aber im Flint ist das Anwachsen dieses Exponenten beispielsweise von rot zu blau viel größer als im Kron, ein Umstand, der natürlich für die chromatische Korrektion notwendig ist. Infolge davon wächst in einem beliebigen optischen System die negative Aberration von rot zu blau schneller als die positive, und es ist daher unmöglich, sie für verschiedene Farben gleichzeitig richtig auszugleichen. Ist der Ausgleich für die roten Strahlen erreicht, so wird für blau die negative Aberration [813] der Flintlinsen überwiegen; und ist er es für die blauen, so wird diese negative Aberration für rot zu gering sein. Das System wird daher entweder für blau sphärisch über- oder für rot sphärisch unterkorrigiert sein. Besonders Doppellinsen steigern diese Verschiedenheit in hohem Maße, da in diesem Falle die negative Aberration in der konkaven Fläche ihren Sitz hat, in der Flint und Kron zusammenstoßen. Diese negative Aberration hängt daher ab von der kleinen Differenz zwischen den Brechungsexponenten von Flint und Kron, und diese Differenz muß sich natürlich von rot zu blau in viel

höherem Grade ändern als verhältnismäßig die Brechungsexponenten selbst.

Der hier betrachtete Aberrationsrest — „chromatische Differenz der sphärischen Aberration" würde die richtige Bezeichnung sein — ist in dioptrischen Systemen aller Arten, Teleskopen oder Mikroskopen, sehr leicht zu beobachten. Sein sichtbares Resultat muß (wie man leicht nachweisen kann) eine charakteristische Verschiedenheit der *Achromasie* für die verschiedenen Zonen der Apertur eines beliebigen Objektivs sein: wenn der mittlere Teil der Apertur chromatisch gut korrigiert ist, so muß die Randzone überkorrigiert sein, und wenn die Randstrahlen die bestmögliche Achromasie zeigen, so müssen die Zentralstrahlen unterkorrigiert sein. Dieser (so) abgeleitete Mangel der Farbenkorrektion muß mit wachsender Apertur schnell anwachsen, da er seinen Ursprung *sphärischen* Aberrationen verdankt (die mit dem *Quadrate* der Winkel anwachsen), und daher besonders sichtbar wird in so weit geöffneten Systemen, wie sie am Mikroskop gebraucht werden. Jeder aufmerksame Mikroskopiker und Optiker wird mit seinem Auftreten in Mikroskopobjektiven vertraut sein, die immer in ihren Leistungen mit grader und schiefer Beleuchtung eine beträchtliche Verschiedenheit der Achromasie erkennen lassen. Wenn ein Objektiv die bestmögliche Farbenvereinigung im mittleren Teile seiner Apertur aufweist (zentrale Beleuchtung zeigt dann nur sekundäre Farben), so wird schiefe Beleuchtung breite Säume von gelb und blau an den Umrissen der Objekte zeigen — das Zeichen chromatischer Überkorrektion der Randzone; und wenn die primären Farben für die Randstrahlen fortgeschafft sind (so daß sich im schiefen Lichte nur rosa oder violett und grün zeigen), so wird zentrale Beleuchtung tiefrote und tiefblaue Farben an empfindlichen Präparaten erkennen lassen, wie es organische Gewebe und die dicken Rippen der Diatomeen sind [1]).

Diese Wirkungen der Reste der sphärischen Aberration sind von großer praktischer Bedeutung. Da sie mit den bisher gebräuchlichen Mitteln nicht zum Verschwinden gebracht werden können, so bedeuten sie einen allgemeinen Mangel der Mikroskopobjektive. Infolge dieses Mangels ist die Leistung der besten

1) Diese Beschreibung bezieht sich nur auf den mittleren Theil des Gesichtsfeldes; denn seitlich von der Achse kann die fragliche Erscheinung völlig verdeckt werden durch die viel gröberen, auf die Verschiedenheit der *Vergrößerung* für verschiedene Farben zurückzuführenden Farbenerscheinungen, die in Objektiven großer Apertur nie fehlen.

Gläser nicht für alle Arbeiten gleichmäßig zufriedenstellend. Ein chromatisch für zentrale Beleuchtung korrigiertes Objektiv wird manchmal ein scharfes und farbenreines Bild von [814] zarten organischen Strukturen oder ähnlichen Gebilden geben, aber viel zu viel Farben und infolge dessen einen großen Mangel von Definition erkennen lassen, wenn es verwandt wird für Diatomeen oder für andere Präparate, die schiefe Beleuchtung erfordern; und auf der anderen Seite kann eine Linse, die zur ausgezeichneten Wiedergabe von Diatomeen bestimmt ist, für histologische Arbeiten möglicherweise fast unbrauchbar sein.

Diese Verschiedenheit würde nicht soviel bedeuten, wenn es möglich wäre, Objektive von besonderer Güte für die eine oder die andere Aufgabe herzustellen. Es ist aber nicht an dem, da die Wirkung der verschiedenen Zonen der Apertur durch verschiedene Beleuchtung nicht eigentlich gesondert erhalten wird. Obwohl der einfallende Strahl zentral oder am Rande eintreten kann, so werden in der Regel doch abgelenkte und gebeugte Strahlen sehr verschiedene Teile der Apertur wirken lassen, von gewissen besonderen Präparaten abgesehen. Infolgedessen ist der einzig vernünftige Plan für mikroskopische Arbeiten im allgemeinen der, diese Abweichungen so zu verteilen, daß sie sich in keinem Teile der Apertur anhäufen. Dies geschieht dadurch, daß man die sphärische Korrektion herbeiführt für die Strahlen überwiegender Intensität (die gelben Strahlen für subjektive Beobachtung) und den Hauptteil der übrigbleibenden Aberration im Rot und Blau durch einen mäßigen Betrag chromatischer Unterkorrektion ausgleicht — ein Verfahren, das jetzt, wissentlich oder unwissentlich von den besten Optikern angenommen ist. Aber auch bei der bestmöglichen Verteilung dieser Abweichungen können sie nicht *gehoben* werden, sondern sie müssen immer im Bilde zum Vorschein kommen und in gewissem Grade das allgemeine Niveau der Definitionskraft herabdrücken.

Im Jahre 1873 sprach ich die Meinung aus, daß der fragliche Mangel der Definition der hauptsächlichste Hinderungsgrund ist, der dem Gebrauche von mittelstarken Objektiven mit starken Okularen entgegensteht an Stelle der stärkeren Objektive, die jetzt erforderlich sind [1]).

Sechzig Jahre sind vergangen, seit C. F. Gauss, der berühmte Göttinger Mathematiker, die oben erwähnte Aberration untersuchte.

1) Beiträge zur Theorie des Mikroskops. Arch. f. mikr. Anat., IX, 425; [vergl. S. 57].

Er behandelte damals das Problem einer besseren Korrektion der Objektive und gab ein Mittel an, den Aberrationsrest in Doppellinsen für Fernrohrobjektive aus gewöhnlichem Kron und Flint zu heben. Unglücklicherweise läßt sich seine Idee, die schon für Fernrohrobjektive unvorteilhaft ist, durchaus nicht auf Systeme mit so großen Aperturen anwenden, wie sie für Mikroskope nötig sind. Seine Korrektionsmethode würde (ohne andere Schwierigkeiten in Rücksicht zu ziehen) *unverkittete* Konkavlinsen von so tiefer Krümmung erfordern, daß schon bei mäßigen Aperturen die Einfallswinkel den Winkel der Totalreflexion aus Glas in Luft erreichen oder seinen Wert überschreiten würden.

Meine eigenen Untersuchungen des Gegenstandes, die 1870 begannen und besonders das Mikroskop berücksichtigten, hatten lange Zeit hindurch ein negatives Ergebnis — soweit die tatsächlichen Erfordernisse der praktischen Optik in Frage kamen. Auf Grund verschiedener praktischer Schwierigkeiten *schien* jeder Plan [815] für die Korrektion der erwähnten Aberrationsreste unausführbar, solange nicht die Verbindung zwischen sphärischer und chromatischer Korrektion aufgehoben werden konnte.

Unter dieser Annahme, die ich nachträglich als voreilig erkannte, begann ich die Methode der *gesonderten* Korrektion zu untersuchen, an die man früher nie gedacht hatte. Ich behandelte die Bedingungen für die Hebung der sphärischen Aberrationen der Konvexlinsen oder wenigstens eines Teiles dieser Aberrationen mittels anderer Konkavlinsen, als die es sind, die chromatische Korrektion herbeiführen, und suchte zu diesem Zwecke die geeigneten Mittel für Systeme, die nicht auf die niedrigen Aperturen der Teleskopobjektive beschränkt sind. Die allgemeine Methode konnte unschwer angegeben werden, da alles auf die Erfüllung einer wesentlichen Bedingung anzukommen schien, nämlich der Einführung zerstreuender Kittflächen, die negative sphärische Aberration nach Maßgabe der Brechungsexponentendifferenz der angrenzenden Medien wie bei gewöhnlichen Doppellinsen ergeben würden, die aber entweder keine bemerkbare chromatische Aberration oder eine solche von *entgegengesetztem* Charakter einführen würden. Die nebenbei zu stellenden Forderungen würden in den beiden Fällen etwas verschieden sein, doch ohne Schwierigkeit erfüllt werden können. Die oben angegebene Grundbedingung würde indessen von den bisher benutzten gänzlich verschiedene Medien erfordern. Man müßte über zwei Medien verfügen können,

deren Brechungen in gewissem Grade verschieden sind, während ihre Dispersionen entweder etwa gleich sind oder umgekehrt variieren wie die Brechungen. Nun unterscheiden sich die verschiedenen Arten von Kron- und Flintglas zwar sehr merklich hinsichtlich des Brechungsexponenten und der Dispersion, aber immer ändert sich die Dispersion mit dem Exponenten so, daß, von sehr kleinen Abweichungen abgesehen, die größere Dispersion mit dem höheren Exponenten verbunden ist und umgekehrt. Eine gesonderte Korrektion der sphärischen Aberration würde mindestens zwei Glasarten mit neuen, von den üblichen Glasarten abweichenden Eigenschaften erfordern — entweder niedrigen Brechungsexponenten mit hoher, oder hohen Exponenten mit niedriger Dispersion. Es besteht nun kein Grund zu der Annahme, die Herstellung solchen Materials sei eine Unmöglichkeit; aber da augenblicklich die Fabrikanten optischen Glases an dieses Problem noch nicht einmal gedacht haben, so erscheint eine Verbesserung von optischen Systemen auf dem vorgeschlagenen Wege auf unbestimmte Zeit verschoben zu sein.

Ungeachtet dieser Schwierigkeiten ist das soeben auseinandergesetzte Prinzip der gesonderten Korrektion beider Aberrationen einer entscheidenden praktischen Probe unterworfen worden. In der Absicht, ein klares Bild von der Richtung zu erhalten, in der eine weitere Verbesserung der optischen Wirkung von Objektiven erreicht werden sollte, stellte Herr C. Zeiss auf meine Anregung einen sehr interessanten und wichtigen, bisher öffentlich noch nicht beschriebenen Versuch an, indem er mit *Flüssigkeits*linsen einige Systeme ausführte, die nach dem Prinzip der gesonderten Korrektion gebaut waren. Für diesen Zweck benutzten wir die niedrigen Brechungsexponenten gewisser stark zerstreuender Flüssigkeiten, die sich unter ätherischen Oelen [816] und künstlichen chemischen Präparaten finden, und wir wählten die Flüssigkeiten, die hinsichtlich ihrer Brechung mit Kron oder Leichtflint auf einer Stufe stehen und schwerem Flint gleichen bezüglich des Zerstreuungsvermögens. Setzt man eine *Sammel*-(Konvex-) linse aus einer solchen Flüssigkeit an die Stelle einer solchen aus gewöhnlichem Kron (nicht eine Zerstreuungslinse an Stelle des Flint, wie das für einen ganz andern Zweck geschehen ist) und verbindet sie mit einer Zerstreuungslinse aus geeignetem Flint von höherer Brechung und geringerer Zerstreuung, so kann dem Zerstreuungsvermögen des Flints die Wage gehalten werden

durch die Zerstreuung der Flüssigkeit, und es kann infolge der Differenz der Brechungsexponenten ein genügender Betrag negativer sphärischer Aberration erhalten werden, dessen chromatische Variation genau den entgegengesetzten Charakter von der aufweist, die bei gewöhnlichen Doppellinsen vorkommt. Zu gleicher Zeit wird das schnelle Anwachsen der Dispersion von rot zu blau in einigen dieser Flüssigkeiten, wenn eine richtige Auswahl getroffen wird, ein einfaches und wirksames Mittel darbieten, um die sekundären Farbenabweichungen fast völlig aufzuheben, die bei gewöhnlichen Kron- und Flintlinsen auftreten. Die Flüssigkeit in Verbindung mit dem Kronglase wird die zu geringe Größe der relativen Dispersion im blauen Teile des Spektrums ausgleichen, die Kron im Verhältnis zu Flint zeigt. Auf diese eigentümliche Tatsache ist es zurückzuführen, daß die Methode einen Grad der Verfeinerung *beider* Korrektionen erwarten ließ, der, ohne die praktischen Schwierigkeiten in Rechnung zu ziehen, mit gewöhnlichen Mitteln zur Zeit nicht erreicht werden konnte[1]).

Im Jahre 1873 stellte Herr C. Zeiss ein Objektiv nach dem fraglichen Plane her; ein Trockensystem von $^1/_4$ Zoll (6,0 mm Brennweite) mit einer numerischen Apertur zu 0,83 und ein anderes 1876, eine Immersion von $^1/_8$ Zoll (3,0 mm) mit 1,15 Apertur, und zwar wurde im ersteren eine Mischung von Cassia- und Anisöl, im letzteren reines Zimtaldehyd verwandt. Nachdem die Brechungsexponenten und partiellen Dispersionen aller Materialien sehr sorgfältig gemessen waren, wurden die Systeme berechnet unter der Bedingung vollständiger Korrektion[2]) der sphärischen Aberration für die beiden Farben D und F und sehr angenäherter Korrektion der Achsenstrahlen für die Farben B, E und G. Beide Systeme waren als Quadruplets gedacht, und das letzgenannte hatte eine verkittete Frontlinse. Die drei Vorderlinsen unterscheiden sich nicht wesentlich von der gewöhnlichen Konstruktion; die Hinterlinse bestand in jedem Falle aus zwei Glaslinsen von Flint und Kron, die zwischen sich einen Flüssigkeitsmeniskus von sammelndem Charakter einschlossen. Beide Objektive

1) Zu verschiedenen Zeiten sind Objektive in Folge der Verwendung von drei verschiedenen Glasarten als frei von sekundären Farben angezeigt worden. Jeder, der Einsicht in die Bedingungen der Achromasie hat, wird sofort erkennen, dass eine solche Behauptung eine unbewusste oder bewusste Täuschung gewesen sein muß. Denn keine der bisher erzeugten Glasarten würde die Vereinigung dreier verschiedener Farben auch nur an einem kleinen Fernrohrobjektiv möglich machen.

2) [Im englischen Original c*oll*ection offenbar statt c*orr*ection. v. R.]

— sie werden noch in der Werkstätte des Herrn Zeiss aufbewahrt — geben eine sehr gute Wirkung, wenn ihre Flüssigkeitslinsen gut in Ordnung gehalten werden. Sie geben fast völlig farbenfreie Bilder von den verschiedenartigsten Präparaten und mit verschiedenartigster Beleuchtung bei sehr überlegener Schärfe — sie beweisen so den großen Fortschritt in [817] dioptrischer Wirkung, der durch eine wirklich vollendete Aufhebung der sphärischen und chromatischen Aberration erreichbar ist.

Infolge der zahlreichen und erheblichen Nachteile, die Objektiven solcher Konstruktion anhaften, sahen Herr Zeiss und ich das Ergebnis dieses mühevollen und kostspieligen Experiments an als eine Sache von rein theoretischem Interesse — als einen Ausblick auf das Mikroskop der Zukunft. Da aber infolge des Fortfalls der Korrektionsfassung manche der Hauptschwierigkeiten bei Objektiven mit homogener Immersion sich erheblich vermindern würden, so bin ich der Meinung, dass diese Methode der gesonderten Korrektion sich unter den neuen Bedingungen noch vorteilhaft für die Verbesserung von starken Objektiven anwenden ließe.

Mittlerweile hat sich mir indessen ein anderer Weg dargeboten, die chromatische Differenz der sphärischen Aberration zu beseitigen, und der führt zu dem altgewohnten System der *Simultan*korrektion zurück.

Bei einer kürzlich vorgenommenen Untersuchung, zu der die Einführung des Systems der homogenen Immersion den Anlaß bot, und bei den Bemühungen, die Apertur noch weiter zu steigern, stieß ich wieder einmal auf die alte Aufgabe; ich bemerkte dabei, daß eine Möglichkeit, die ich vor acht Jahren theoretisch behandelt hatte, damals nicht ganz bis in ihre letzten Konsequenzen verfolgt worden war, und daß der übrig bleibende Rest von sphärischer Aberration — allerdings nicht gleichzeitig die sekundären chromatischen Abweichungen — mit den gewöhnlichen Mitteln beseitigt werden konnte, wie sie im Bereiche der praktischen Optik liegen.

Die dem in Frage kommenden Verfahren zugrunde liegende allgemeine Idee ist in der Figur erläutert.

MN ist ein Objektiv, O und O^* die beiden konjugierten Orte von Objekt und Bild; M (im Diagramm der Einfachheit wegen als einzelne Linse dargestellt) das sphärisch und chromatisch erheblich *unter*korrigierte Vorderglied des Systems; dann N das Hinterglied, *über*korrigiert in bezug auf beide Abweichungen und

zwar gerade genügend, um beide Aberrationen des Vordergliedes auszugleichen. N befinde sich in einem verhältnismäßig beträchtlichen Abstande von M. Die ausgezogenen Linien der Figur geben den Weg eines schiefen *roten* Strahls an, die gestrichelten den Weg des entsprechenden *blauen* Strahls, die sich beide auf denselben einfallenden Strahl OP zurückführen lassen.

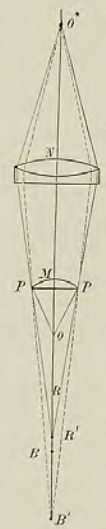


Fig. 9.

Setzt man die chromatische Korrektion des ganzen Systems in der Achse als vollkommen voraus, so werden von O ausgehende rote und blaue Strahlen geringer Schiefe die Achse in demselben Punkte O^* treffen; und nimmt man weiterhin das System als sphärisch für *rot* korrigiert an, so werden die *roten* schiefen Strahlen in demselben Punkte O^* vereinigt werden. Diese beiden Bedingungen können offenbar in jedem System erfüllt werden; aber dann würde im gewöhnlichen [818] Falle der blaue Strahl endlicher Neigung die Achse nicht in O^*, sondern, infolge der sphärischen Überkorrektion der brechbareren Strahlen, in einem entfernteren Punkte schneiden (der in der Figur nicht angegeben ist).

Man beachte nun die Wirkung des unterkorrigierten vorderen Systemteiles und das Ergebnis, das auf den zwischen N und M angenommenen Abstand zurückzuführen ist. Infolge der *chromatischen* Unterkorrektion wird das von O ausgehende axiale Büschel nach seinem Durchgange durch M zwei verschiedene virtuelle Schnittpunkte R und B für rot und blau haben; und infolge der *sphärischen* Unterkorrektion des Vorderglases werden die schiefen Büschel OP nach ihrem Durchgange durch das System zwei *andere* virtuelle Vereinigungspunkte R' und B' ergeben, die von O und von einander weiter abstehen als R und B. Die Strecken RR' und BB' werden den linearen Betrag der sphärischen Aberration für die äußersten Farben angeben, den das Vorderglied M einführt.

Infolge der Lage dieser vier Punkte wird das von M ausgehende blaue Strahlenbüschel eine geringere Divergenz aufweisen als das rote, und der Querschnitt dieses Büschels wird im Verhältnis zu dem des andern von M nach N hin mehr und mehr

abnehmen. Wenn nun die beiden Büschel die konkave Fläche der korrigierenden Flintlinse im Hintergliede N erreichen, so wird jeder blaue Strahl diese Fläche in einem geringeren Achsenabstande treffen als der *entsprechende* rote Strahl, und daher auch unter einem kleineren Inzidenzwinkel; dieser Unterschied wächst mit wachsendem Abstande zwischen M und N. Infolge dieses Unterschiedes wird die negative, auf die Hohlfläche zurückführende sphärische Aberration im blauen Büschel einen geringeren Betrag erhalten als im roten, und ihre Wirkung auf die blauen Strahlen wird der einer Fläche geringerer Krümmung einigermaßen ähnlich sein; auf diese Weise kann also der Zuwachs von negativer sphärischer Aberration für blau, der eben bei dieser Brechung auf die größere Differenz der Brechungsexponenten von Flint und Kron zurückzuführen ist, genau ausgeglichen werden. Das ganze Büschel der blauen Strahlen wird alsdann an demselben Punkte O^* zusammentreffen, an dem die roten Strahlen vereinigt werden.

Selbstverständlich erhebt diese Darlegung nicht den Anspruch, zu beweisen, daß die hier behandelte Methode ihr Ziel *innerhalb praktisch möglicher Grenzen*, sei es für den notwendigen Betrag von Über- und Unterkorrektion, sei es für den notwendigen Abstand beider Systemteile, erreicht. Dies könnte nur nach einer erschöpfenden mathematischen Untersuchung der Aufgabe geschehen. Die vorausgeschickte Ableitung soll nur eine klare Vorstellung von der *Methode* im allgemeinen geben und die *Richtung* in der Hauptsache festlegen, in der die Rechnungen angelegt werden müssen, wenn ein Objektiv nach diesem Plane konstruiert werden soll. Diese Richtung lässt sich leicht durch die folgende Regel ausdrücken: man setze ein stark unterkorrigiertes Vorderglied mit einem überkorrigierten Hintergliede in solcher Entfernung zusammen, dass die chromatische Differenz der sphärischen Aberration vernichtet werden kann, während alle anderen Bedingungen der optischen Wirkung in der gewöhnlichen Weise erfüllt werden.

[819] Wie man sofort bei einem Blicke auf die Figur sieht, bringt diese Anlage eine eigentümliche Verschiedenheit in den bildformierenden Büscheln mit sich. Infolge der Wirkung des Abstandes MN muß das blaue Büschel das Bild mit einer geringeren Konvergenz erreichen als das rote. Nach dem allgemeinen, von LAGRANGE ausgesprochenem Theorem bedeutet diese Differenz eine verschiedene *Vergrößerung* des blauen und des

roten Bildes (das blaue wird *größer* als das rote) ungeachtet ihres gleichen Achsenortes, oder, mit anderen Worten, eine chromatische Differenz der Brennweite, verbunden mit identischer Lage des Bildortes für verschiedene Farben. Das praktische Ergebnis dieser Abweichung muß ein Mangel der Achromasie *außerhalb* der Achse sein. Da die verschiedenfarbigen Bilder in der Achse zusammenfallen, so wird die Mitte des Feldes völlig achromatisch aussehen; da aber das blaue Bild das rote mehr und mehr überragt, so wird sich außerhalb der Achse eine Färbung der Umrisse zeigen, die mit wachsendem Achsenabstande zunimmt.

Achromatische Abweichungen dieser Art sind von geringerem Gewichte, da sie die Definition in der Mitte des Feldes nicht schädigen. Sie finden sich in allen Objektiven etwas größerer Öffnung und werden von den Mikroskopikern in der Regel übersehen, obwohl bei solchen Objektiven der Unterschied in der Vergrößerung 1 Prozent übersteigt (wenn man nur die roten und blauen Strahlen größerer Helligkeit in Betracht zieht), und bei Systemen mit Duplexfront noch viel höhere Werte erreicht. Indessen können solche Mängel der Vergrößerung, wenn sie zu augenfällig werden, leicht gehoben werden und zwar entweder durch Okulare besonderer Konstruktion oder durch eine besondere, dem gewöhnlichen Okular hinzugefügte Korrektionslinse. Daher bildet der oben hervorgehobene Umstand, obwohl er natürlich nicht vorteilhaft ist, keinen schwerwiegenden Einwand gegen die hier behandelte Konstruktionsidee.

Andererseits erleichtert diese Konstruktionsanlage die Hebung eines noch wichtigeren Vergrößerungsfehlers anderer Art, der sich nicht mit Okularen und ähnlichen Mitteln heben läßt, sondern der stets im Objektiv korrigiert werden muß. Das, was Mikroskopiker in der Regel „Bildfeldkrümmung" nennen, ist tatsächlich im wesentlichen das Resultat verschiedener Vergrößerung durch verschiedene Zonen der Öffnung, die Linearvergrößerung des axialen Büschels ist von der verschieden, die die verschiedenen schiefen Büschel geben; und für die Hebung dieser Anomalien, die bei der Konstruktion von Objektiven großer Apertur eine so große Schwierigkeit bilden, lassen sich die Elemente einer gesondert gestellten Hinterlinse leicht mit Vorteil verwenden.

Was die praktische Anwendung dieser Korrektionsmethode angeht, so läßt sie sich sowohl für Fernrohr- als für Mikroskopobjektive verwenden. Indessen ist bei Teleskopen kleiner und

mittlerer Brennweite die übrigbleibende sphärische Aberration nicht von praktischer Bedeutung; bei großen Objektiven dagegen, wo sie schädlich wirkt, entstehen viel größere Aberrationen infolge des disproportionalen Ganges der Dispersion in Kron und Flint (sekundäre Farben). So lange als diese vorhanden sind, [820] bleiben die Vorteile einer vollkommeneren sphärischen Korrektion unbemerkbar, und der fragliche Weg wird für Teleskope kein praktisches Interesse haben, wenn nicht die Hersteller optischen Glases erhebliche Fortschritte machen und eine bessere Uebereinstimmung im Gange der Dispersion für Kron und Flint erreichen.

Obwohl in Mikroskopobjektiven die sekundären Farben auch bemerkbar sind, und ihre Beseitigung einen erheblichen Fortschritt bedeuten würde, so sind sie doch nicht annähernd so schädlich wie die übrigbleibende sphärische Aberration, da diese so schnell mit der Steigerung der Öffnung wächst. Zweifellos würden daher Objektive selbst mäßiger Öffnung infolge der Beseitigung der chromatischen Differenz der sphärischen Aberration einen viel höheren Grad des Definitionsvermögens zeigen, als bisher erreichbar war; und wenn es Mikroskopiker gibt, die ein Luxusprodukt optischer Kunst würdigen, so wird ihnen, hoffe ich, ein Gefalle geschehen, wenn Optiker diese Korrektionsmethode für die Herstellung von Objektiven verschiedener Stärke anwenden. Aber die praktischen Vorteile einer komplizierteren und kostspieligeren Konstruktion werden bei solchen mittleren Aperturen etwas zweifelhaft bleiben, deren volle Leistungsfähigkeit (ohne den Nachteil einer zu kurzen Brennweite) mit guten Objektiven gewöhnlicher Konstruktion erreicht werden kann. Mittlere Aperturen brauchen eben nur eine mäßige Vergrößerung, um auch die kleinsten Einzelheiten vollständig aufzuweisen, die ihrer Apertur zugänglich sind. Solch eine Vergrößerung läßt sich mit einem Objektiv verhältnismäßig langer Brennweite erreichen, wenn die dioptrische Vollkommenheit eine erhebliche Steigerung der Vergrößerung mittels starker Okulare verträgt, andernfalls muß man sie durch ein Objektiv von kürzerer Brennweite erreichen, das für dieselbe Vergrößerung nur schwache Okulare fordert. Obwohl vom rein optischen Standpunkte aus das ersterwähnte Instrument vollkommener ist, so wird das zuletztgenannte praktisch so lange dasselbe leisten, als eine mäßig kurze Brennweite für die Apertur ausreicht. Nun verlangt auch die höchste, mit Trockensystemen noch erreichbare Apertur zur voll-

ständigen Ausnutzung des mikroskopischen Bildes keine höhere Vergrößerung, als man sie leicht mit einem guten $^1/_8$-Zöller [3 mm] gewöhnlicher Konstruktion in Verbindung mit einem noch ziemlich schwachen Okular erreichen kann; mindestens ist noch nie eine Beobachtung von wissenschaftlichem Werte gemacht worden, die nicht ebensogut mit einem $^1/_8$-Zöller hätte gemacht werden können; und es findet sich keine Unbequemlichkeit beim Arbeiten mit einer solchen Linse, wenn sie nur ordentlich gemacht ist, die nicht in demselben Maße bei einem vollkommeneren $^1/_4$-Zöller [6 mm] auftreten würde, der sie unter Verwendung von stärkeren Okularen ersetzen könnte. Die handgreiflicheren Vorteile infolge der Hebung der übrig bleibenden Aberrationen werden sich daher bei den höheren Aperturen allein zeigen, wie sie durch Immersionssysteme erhalten werden, und namentlich wird das der Fall sein bei homogener Immersion; denn in diesen Fällen ist eine höhere Vergrößerung nötig, als man sie mit Nutzen mittels eines $^1/_8$-Zöllers nach der gewöhnlichen Korrektionsmethode erreichen kann. Erhöht man das Niveau der dioptrischen Leistung bei diesen Objektiven, so macht [821] man die sehr kurzen Brennweiten unnötig, die so unbequem zu benutzen und sicherlich nicht weniger schwierig herzustellen sind.

Dieser Überlegung entsprechend ist die fragliche Methode bei der Herstellung eines Objektivs sehr großer Öffnung nach dem System homogener Immersion zur praktischen Anwendung gekommen. Die Konstruktionsdaten wurden berechnet auf Grund der Forderung gleicher sphärischer Korrektion für zwei verschiedene Farben (D und F) und für eine Brennweite von 3,0 mm ($^1/_8$ Zoll) und für eine numerische Apertur von $1{,}40 = 138^0$ in Balsam — es ist dies wahrscheinlich der größte Öffnungswinkel, der bis jetzt erreicht ist, da er bereits um mehrere Prozent über die äußerste Apertur der Wasser-Immersion hinausgeht und sich bis auf 7 Prozent dem möglichen Maximum nähert, das sich bei Einbettung in Balsam und bei Verwendung von Deckgläsern aus Kronglas erreichen läßt. Das System ist als eine Konstruktion mit Duplex-Front entworfen. Um mäßige Krümmungen zu verwenden (der kürzeste Radius hat 1,30 mm), wird die Frontlinse in ungewöhnlicher Weise in Anspruch genommen: sie ist bis zu 6^0 über den Kugeläquator hinaus benutzt worden, und die Fassung läßt sie mit einer Kalotte frei, deren Höhe die einer Halbkugel

noch um etwa $^1/_{10}$ des Radius übertrifft[1]). Die Inzidenzwinkel der Strahlen erreichen an der Luftseite der Frontlinse 44^0, überschreiten indessen diesen Betrag an der Vorderfläche der zweiten Linse nicht. Der vordere Teil des Systems (der Linse *M* der Figur entsprechend) bildet ein vierfaches System, zwei Doppellinsen über der Duplex-Front; das überkorrigierte Hinterglied *N* von verhältnismäßig großer Brennweite ist ein dreifaches System, das Flint zwischen zwei Kronlinsen eingekittet, und der Abstand zwischen den zugewandten Flächen beider Teile ist etwa das Dreifache der Brennweite des ganzen Systems. Obwohl man in diesem Falle mit drei Einzellinsen im Vorderglied hätte auskommen können, zog ich vor, vier zu nehmen, um schwächere Krümmungen zu erhalten; das gute Ergebnis des vierfachen Systems hat den praktischen Beweis dafür geliefert, daß der durch eine Linse verursachte geringe Lichtverlust und die geringe Zunahme von zerstreutem Lichte durch den Vorteil schwächerer Krümmungen mehr als ausgeglichen wurden. Die Berechnung der Konstruktionsdaten beruhte auf der Annahme einer Immersionsflüssigkeit mit einem Brechungsexponenten für *D* von 1,518—1,520, der mit dem des Deckglases genau übereinstimmte.

[822] Als die Linsen den Daten entsprechend mit aller nur möglichen Sorgfalt geschliffen und gefaßt waren, wurden die beiden in der Werkstätte des Herrn Zeiss angefertigten Objektive durch eine sehr geringe Abstandsänderung (von einigen hundertstel Millimetern) zwischen der zweiten und der dritten Linse des Vorderg liedes vollkommen korrigiert. Die Aperturen beider Objektive ergaben sich zu 1,40 bis 1,41 bei der Beobachtung mit Natriumlicht an dem mit einer Flintglasscheibe versehenen Apertometer und ebenso hoch bei einer davon unabhängigen mikrometrischen

1) Da eine überhalbkugelige Linse nicht in der gewöhnlichen Weise gefaßt werden kann, so mußte man es mittels einer planparallelen angekitteten Platte ermöglichen und den ein wenig vorstehenden Rand dieser Platte fassen — ein Kunstgriff, der, wie ich höre, schon von Herrn R. B. Tolles angewandt worden ist. Hätte man die aus dieser ungewöhnlichen Form der Frontlinse erwachsenden Schwierigkeiten vermeiden wollen, so wäre für die Brennweite von 3 mm eine viel stärkere Krümmung der Frontlinse nötig gewesen. Alsdann wäre aber ihre Brennweite erheblich kürzer geworden als die Brennweite des Gesamtsystems, und das Objektiv hätte sich in jeder praktischen Hinsicht verhalten wie ein viel stärkeres. Da der Vorteil einer geringeren Stärke nur von der grösseren Brennweite der Frontlinse abhängig ist, so muß man danach streben, diese Brennweite so groß als irgend möglich zu halten. Bei der oben besprochenen Konstruktion ergibt sie sich nur wenig kleiner als die Brennweite des ganzen Systems.

Methode. Trotz der verschiedenen schwierigen und ungewohnten Bearbeitungsmethoden, die die exakte Politur und Fassung einer Frontlinse dieser besonderen Art nötig machte, erwies sich die Wirkung der beiden Objektive als vollkommen zufriedenstellend. Das Auflösungsvermögen gab einen Beweis von der Vergrößerung der Apertur. Gewöhnliche Präparate von Amphipleura pellucida sind ziemlich grobe Testobjekte für derart hohe Aperturen, da sie sich mit Büscheln mäßiger Schiefe lösen lassen. Zweifellos würden sich an Präparaten in Balsam Streifungen bis zu 5000 Linien auf das Millimeter (125000 auf den Zoll) mit äußerst schief einfallendem Lichte leicht lösen lassen und noch feinere auf photographischem Wege. Der Unterschied in der chromatischen Korrektion zwischen der zentralen und der Randzone der Öffnung ist tatsächlich unbemerkbar; die Mitte des Feldes zeigt bei zentraler Beleuchtung nahezu farblose Bilder und mit Licht äußerster Schiefe nur sekundäre Farben. Mit stärkeren Okularen erweist sich die Definition der von Objektiven ähnlicher Brennweite entschieden überlegen, die für homogene Immersion auf Grund der gewöhnlichen Korrektionsmethode angefertigt sind; und da die Nebenumstände, die mit dieser Konstruktion verknüpft sind, sich etwas weniger günstig stellen, so ist zweifellos die Verbesserung allein auf die Hebung des Restes von sphärischer Aberration zurückzuführen.

Wie nach dem Konstruktionsschema zu erwarten war, trat die chromatische Vergrößerungsdifferenz viel merklicher auf als bei anderen Objektiven. Ich brachte daher eine Korrektionslinse unterhalb des Okulars an — es ist eine konvexe Flintlinse an eine konkave Kronlinse gekittet, und sie sind so berechnet, daß sie gegenseitig ihre Wirkung für Strahlen aus einem mittleren Spektralbezirke aufheben, daß aber die Flintlinse den Sinn der chromatischen Abweichung bestimmt. Diese Linse wirkt daher wie eine Planparallelplatte für die mittleren Strahlen, als Sammellinse für blaue und als Zerstreuungslinse für rote Strahlen. Bringt man sie mittels eines passenden Ansatzstückes am Tubusende kurz vor dem Kollektivglase des Okulars an, so verursacht sie infolge ihrer Stellung keine chromatischen oder sphärischen Aberrationen von merklichem Betrage; sie korrigiert indessen die Richtung der farbigen Büschel *außerhalb* der Achse durch ständig wachsende prismatische Ablenkungen. Dieses Mittel gibt mit allen Okularen, von ganz schwachen abgesehen, ganz befriedigende Resultate.

Für die Anwendung eines solchen Objektivs zu photographischen Aufnahmen [823] würde keine besondere Korrektionslinse nötig sein, da sie mit dem konkaven „amplifier" verbunden werden könnte, den Dr. WOODWARD eingeführt hat, um die richtige Lage der konjugierten Punkte beizubehalten und doch das Bild auf eine beträchtliche Entfernung zu projizieren. Dieser Amplifier läßt sich leicht zur Hebung jeder Vergrößerungsdifferenz benutzen, man muß ihn nur nicht achromatisch machen, sondern gerade in genügendem Maße chromatisch überkorrigieren.

Gewisse in der Beschaffenheit der Immersionsflüssigkeit liegende Schwierigkeiten, die zu Anfang gelegentlich die befriedigende Wirkung der Objektive in ziemlich störender Weise beeinträchtigten, können jetzt als überwunden angesehen werden. Da mir der Brechungsexponentenunterschied zwischen Zedernholzöl und Deckglas für die erhöhte Apertur zu groß erschien, und da die schwereren Öle und Ölmischungen ein zu hohes Dispersionsvermögen haben, so mußte ich von diesen Flüssigkeiten absehen. Die Lösung von wasserfreiem Zinkchlorid, die unter Benutzung eines Refraktometers oder einer ein Kronglasprisma von 1,518 enthaltenden Testflasche leicht bis zum Brechungsexponenten des Deckglases eingedickt werden kann, erschien zuerst als der beste Ersatz. Es stellte sich indessen heraus, daß bei der hier nötigen, starken Eindickung die Lösung plötzlichen Änderungen ausgesetzt ist, wenn sie nicht vollkommen frei ist von dem gewöhnlichen wasserhaltigem Salze. Dies läßt sich durch eine sehr sorgfältige Herstellung erreichen, und dann wirkt die Flüssigkeit sehr gut — nur muß man sie in einer gut schließenden Flasche aufbewahren und vermeiden, längere Zeit hindurch mit demselben Tropfen zu beobachten; ich ziehe indessen gegenwärtig eine Lösung von Kadmiumchlorid vor oder von sulfokarbölsaurem Zink in starkem Glyzerin, die sich auf die richtige Brechung bringen läßt. Solche Lösungen sind ja etwas klebrig und in dieser Hinsicht beim Gebrauche weniger bequem; aber sie lassen sich mit viel größerer Annehmlichkeit verwenden, da sie längst nicht so hygroskopisch sind wie Zinkchlorid. Läßt man es nicht an Sauberkeit fehlen, so wird keine dieser Flüssigkeiten, nicht einmal das Zinkchlorid, Linsen oder Stative irgend wie schädigen. Die Anwendung von Systemen homogener Immersion *im strengen Sinne* ist also mit keinem ernsthaften Nachteile verbunden, auch dann nicht, wenn

sich eine besser passende Flüssigkeit auch später nicht finden sollte, worauf man vorläufig noch hoffen kann[1]).

Als Ergebnis des hier mitgeteilten praktischen Versuchs halte ich die folgenden drei Tatsachen für genügend gesichert:

1. Die chromatische Differenz der sphärischen Aberration kann selbst in Systemen großer Öffnung mittels der gewöhnlichen bis jetzt in optischen Konstruktionen verwandten Methoden beseitigt werden.

2. Durch die Beseitigung dieses Mangels der sphärischen Aberration in [824] Mikroskopobjektiven wird eine nützliche Erhöhung der optischen Leistung (Definition) auch dann erreicht, wenn der Fehler der sekundären Farben nicht beseitigt werden kann.

3. Das System der homogenen Immersion gestattet eine nützliche Erhöhung der Apertur bis fast an die äußerste Grenze, die durch die optischen Eigenschaften der bis jetzt für mikroskopische Präparate benutzten Materialien gesteckt ist.

1) Mikroskopiker, die auf chemischem Gebiete Erfahrung haben, werden freundlichst ersucht, die Methode der homogenen Immersion dadurch zu fördern, dass sie sich nach solchen weniger bekannten Flüssigkeiten umsehen, die einige Hoffnung geben, für diesen Zweck nützlich zu sein; es wird mir eine Freude sein, jede Probe zu untersuchen, die mir zur Prüfung zugesandt werden mag. Schon ein paar Tropfen reichen vollständig aus, um mit Hilfe des Refraktometers die Brechungs- und Zerstreuungsindizes genau zu messen.

XI.

Ueber die Bedingungen des Aplanatismus der Linsensysteme.

Hierzu Tafel II.

Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft, Jahrgang 1879, 129—142. Sitzung vom 28. November 1879.

Nach dem allgemein angenommenen Sprachgebrauch der Optik bezeichnet das Attribut „aplanatisch“ ein Linsensystem, welches wenigstens von Einem Punkt der Achse aus Strahlenkegel von endlichem d. h. beliebig grossem Oeffnungswinkel in dem conjugirten Punkt der Achse zu homocentrischer Vereinigung bringt; [130] — wie die übliche Wendung „conjugirte aplanatische Punkte“ genügend erkennen lässt. Der bisherigen Definition nach deckt sich also der Begriff „aplanatisch“ vollständig mit „Aufhebung der sphärischen Aberration für ein Paar conjugirter Punkte der Achse“; die thatsächliche Anwendung dagegen legt in den Begriff wesentlich mehr hinein, als jene Definition zum Ausdruck bringt und rechtfertigt. Denn er wird überall gebraucht — und dieses allein verleiht ihm eine praktische Bedeutung — um die Fähigkeit eines Linsensystems zu bezeichnen, von einem Object durch Strahlenkegel von endlichem Divergenzwinkel ein deutliches Bild zu entwerfen. Unter „Object“ wird dabei aber stets nicht ein Punkt der Achse, sondern ein senkrecht zur Achse ausgedehntes Flächenelement verstanden und vorausgesetzt.

Mit der Correction der sphärischen Abweichung in einem Achsenpunkt würde aber die deutliche Abbildung einer, wenn auch noch so kleinen, Fläche augenscheinlich nur dann gegeben sein, wenn durch diese Correction Aberrationen ausser der Achse

von selbst und wenigstens in so weit ausgeschlossen würden, als sie Undeutlichkeitskreise von gleicher Grössenordnung mit den Dimensionen des abzubildenden Flächenelements hervorzubringen vermögen. Diese Voraussetzung — die in der That wohl meist stillschweigend gemacht wird — ist aber nicht nur nicht selbstverständlich, sondern im Gegentheil durchaus unzulässig. Denn wenn die Bedingungen einer Abbildung mit grossen Divergenzwinkeln genau analysirt werden, so zeigt sich, dass bei vollkommenster Aufhebung der sphärischen Aberration auf der Achse die verschiedenen Theile der freien Oeffnung eines Linsensystems Bilder von ungleicher Linearvergrösserung ergeben können und, wenn keine weitere Voraussetzung gemacht wird, im Allgemeinen auch immer ergeben: dasjenige Bild eines axialen Flächenelements, welches durch zur Achse geneigte Strahlenbündel (durch irgend einen excentrischen Theil der Oeffnung) entworfen wird, zeigt eine andere lineare Vergrösserung als dasjenige Bild, welches gleichzeitig durch die Strahlen nahe der Achse (durch das centrale Element der Oeffnung) entsteht; und in den Bildern der ersteren Art kann zugleich die lineare Vergrösserung nach verschiedenen Meridianen in beliebigem Grade verschieden sein. Bei beträchtlichem Oeffnungswinkel der abbildenden Strahlenkegel können aber diese inneren Vergrösserungsdifferenzen beliebig gross werden, z. B. 50 und mehr Procent des Hauptwerthes der Vergrösserung erreichen. Nun erscheint aber jedenfalls das durch [131] Vermittelung weit geöffneter Strahlenkegel erzeugte Bild als Resultat einer Superposition der unendlich vielen partiellen Bilder, welche die verschiedenen Flächenelemente der freien Oeffnung einzeln erzeugen würden, wie diese denn auch thatsächlich — durch Anwendung enger Diaphragmen — isolirt dargestellt werden können. Ist die lineare Vergrösserung dieser partiellen Bilder verschieden, so mögen dieselben, bei vollkommener Correction der sphärischen Abweichung, wohl im Achsenpunkt der Bildfläche coïncidiren; sie müssen aber mit zunehmendem Abstand von der Achse proportional diesem Abstand weiter und weiter aus einander fallen. Das Bild eines dicht neben der Achse liegenden Objectpunktes wird demnach aufgelöst in einen Undeutlichkeitskreis, dessen Durchmesser ein endliches — und unter Umständen beträchtliches — Verhältniss zu seiner Entfernung von der Achse, also zu den Dimensionen des abgebildeten Flächenstückes, wie klein dieses auch sein möge, erhält;

womit denn die Voraussetzung einer Abbildung, in dem Sinne, in welchem das Wort allein eine Bedeutung hat, augenscheinlich aufgehoben ist.

Soll die im bisherigen Sprachgebrauch dem Attribut „aplanatisch“ beigelegte Beziehung auf die Fähigkeit optischer Systeme zur Erzeugung wirklicher Bilder zu Recht bestehen, so muss demnach die Definition des Aplanatismus eine wesentliche Ergänzung erfahren. Ein System darf nur dann als aplanatisch bezeichnet werden, wenn neben der Aufhebung der sphärischen Aberration für ein Paar conjugirter Punkte noch der weiteren Forderung übereinstimmender Vergrösserung durch alle Theile der freien Oeffnung (oder für alle Strahlenrichtungen in den Grenzen des Oeffnungswinkels) genügt ist. Erst durch diese zweite Bedingung werden alle Aberrationen ausgeschlossen, welche nicht von höherer Grössenordnung als die Maasse des abzubildenden Flächenelements sind, und die Abbildung eines solchen durch Strahlenkegel von endlicher Divergenz möglich gemacht.

Durch eine rein geometrische Analyse lässt sich zeigen, dass die geforderte Identität der Vergrösserung durch verschiedene Theile der freien Oeffnung dann und nur dann besteht, wenn innerhalb der beiden conjugirten Strahlenbüschel, welche in den Achsenpunkten von Object und Bild ihr Centra haben, ein ganz bestimmtes Verhältniss der Convergenz statt hat: es müssen die Sinus der Neigungswinkel beiderseits entsprechender Strahlen gegen die Achse im ganzen Umfang beider Büschel ein constantes Verhältniss zeigen. Durch diese Eigenschaft treten aplanatische Punkte [132] in Gegensatz zu einer zweiten Art von charakteristischen Punkten, welche für die Abbildung mit Strahlen von endlichen Neigungswinkeln Bedeutung gewinnen, nämlich zu solchen Punkten der Achse, in denen die Tangenten der Neigungswinkel conjugirter Strahlen in constantem Verhältniss stehen — welche man füglich als orthoskopische Punkte bezeichnen kann, da von ihrem Vorhandensein die Möglichkeit winkelgetreuer oder ähnlicher Abbildung ausgedehnter Objecte abhängt.

Nach dem Gesagten ist jenes bestimmte Convergenzverhältniss der in zwei conjugirten Punkten der Achse zusammentreffenden Strahlenkegel die nothwendige und zureichende Bedingung dafür, dass diese Punkte aplanatische Punkte des Systems sind, wofern zugleich die sphärische Abweichung in ihnen gehoben ist. Auf

ihren kürzesten Ausdruck gebracht lautet demnach die vollständige Definition des Aplanatismus:

Aplanatische Punkte eines Linsensystems sind conjugirte Punkte der Achse, in welchen die sphärische Aberration eines Strahlenkegels von endlichem Oeffnungswinkel gehoben und zugleich Proportionalität der Sinus der Neigungswinkel conjugirter Strahlen herbeigeführt ist.

Für die Theorie der optischen Instrumente und namentlich auch für die praktische Optik ist es eine Sache von erheblicher Tragweite, dass die Einschränkungen, welche dem Begriff in der hier begründeten Fassung anhaften, wesentliche Voraussetzungen desselben ausmachen — nämlich sowohl seine Beziehung auf einzelne Punkte der Achse wie auch die Beziehung auf die Abbildung eines als unendlich klein gedachten Flächen-Elements. Es könnte zwar scheinen, als ob eine nach der einen oder der anderen Richtung hin umfassendere Art von Aplanatismus möglich sein müsste, bei welcher die betreffende Eigenschaft entweder einem optischen System schlechthin zukömmt, nicht nur vereinzelten Paaren conjugirter Punkte, oder bei welcher sie die homocentrische Abbildung von Objecten in endlicher Flächenausdehnung ausspricht; es lässt sich jedoch beweisen — und zwar ganz allgemein, für jede Art von Systemen und für jede Gestalt der spiegelnden oder brechenden Flächen — dass kein Aplanatismus solcher Art verwirklicht werden kann: dass nämlich erstens kein optisches System für eine continuirliche Folge von Punkten aplanatisch sein kann, und zweitens, dass durch optische Mittel keine dem Object ähnliche Abbildung möglich ist, bei welcher eine ebene Fläche von endlicher Ausdehnung correct wiedergegeben würde [134] durch Strahlenkegel, welche in demselben Raume endlichen Divergenzwinkel besitzen, es sei denn, dass die Vergrösserungsziffer gleich der Einheit bliebe.

Einen dem oben aufgestellten im Wesentlichen gleichwerthigen Satz über das Convergenzverhältniss bei aplanatischen Systemen habe ich, unter Hinweis auf seine principielle Bedeutung, in einer 1873 erschienenen Abhandlung „Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung" ausgesprochen [1]). Er hat sich mir in dem oben angedeuteten Zusammenhange ergeben als die Bedingung für Identität der

1) MAX SCHULTZE's Archiv f. mikrosk. Anatomie, Bd. 9, S. 420, [vergl. S. 52].

Vergrösserung durch verschiedene Theile der Oeffnung eines Linsensystems. Fast gleichzeitig hat Hr. HELMHOLTZ — „Ueber die Grenzen der Leistungsfähigkeit der Mikroskope" [1]) — das in Rede stehende Theorem aufgestellt und hat dasselbe von einem Gesichtspunkte aus bewiesen, der geeignet ist, ihm eine über das dioptrische Interesse hinausgehende allgemeinere Bedeutung zu verleihen. Der Beweis von HELMHOLTZ ergiebt die Proportionalität der Sinus als die Bedingung dafür, dass die vom Object ausgehende Lichtmenge durch das abbildende System ohne Gewinn oder Verlust dem Bilde zugeführt werde. Da im Sinne der Undulationstheorie Lichtmenge das Ergal einer oscillatorischen Bewegung bedeutet, so setzt diese Ableitung des obigen Theorems die Wirkungsweise optischer Apparate in unmittelbaren Zusammenhang mit dem allgemeinen Princip der neueren Physik. — Bemerkenswerth ist dabei, dass auch diese von ganz anderen Gesichtspunkten geleitete Deduction den entscheidenden Punkt meiner dioptrischen Betrachtungsweise gleichfalls als wesentliche Voraussetzung zur Geltung bringt: dass nämlich ein optisches Bild nur in so weit existirt, als ein Flächenelement abgebildet wird unter Ausschluss von Aberrationen von gleicher Grössenordnung mit den Dimensionen desselben.

Die oben ausgesprochene allgemeine Eigenschaft aplanatischer Systeme ist hiernach dem Wesen nach nichts Neues mehr. Immerhin dürfte es nicht als überflüssig erscheinen, ihre Bedeutung für die richtige Bestimmung eines fundamentalen Begriffs der Dioptrik einmal ausdrücklich ans Licht gesetzt zu haben. Im Anschluss hieran mag denn auch noch kurz bemerkt sein, in welcher Art die hier betrachtete zweite Bedingung des Aplanatismus in der Wirkungsweise optischer Apparate praktisch zur Geltung kommt.

[134] Ein Rest sphärischer Aberration in dem axialen Strahlenkegel hat zur Folge, dass in der dem Object conjugirten Ebene an Stelle scharfer Bildpunkte Zerstreuungskreise von bestimmtem Durchmesser auftreten. So lange Anomalien der Vergrösserung ausgeschlossen sind, muss Gestalt und Grösse der Zerstreuungsfigur auf und neben der Achse übereinstimmend sein, abgesehen von Unterschieden, welche dem Quadrate und höheren Potenzen des Abstandes proportional gehen, wie solche aus der allmählichen Veränderung des für die Achse geltenden Aberrationscoëfficienten, aus

1) POGG. Annalen, Jubelband [1874], S. 566. [Vergl. S. 134.]

dem allmählich eintretenden Astigmatismus der Strahlenbüschel und aus der Wölbung der Bildfläche sich ergeben. Für sich würde also die sphärische Aberration auf der Achse bei der Abbildung eines kleinen Flächenelements eine ganz gleichmässige Undeutlichkeit des Bildes zur Folge haben. Dem gegenüber äussert sich ein Convergenzfehler, gemäss der aus ihm entspringenden Vergrösserungsanomalien, durch eigenthümliche Aberrationen ausserhalb der Achse, welche einen wesentlich anderen Charakter zeigen als die sphärischen Abweichungen im engeren Sinne. Jeder bestimmten Deviation des Quotienten der Sinus conjugirter Winkel in dem axialen Strahlenbüschel-Paar von der Constanten (nämlich von dem Product aus der normalen Vergrösserungsziffer des Bildes mit dem relativen Brechungsexponenten vom Bildraum zum Objectraum) entspricht eine bestimmte Abweichung der linearen Vergrösserung durch irgend ein excentrisches Element der Oeffnung von der normalen Vergrösserung durch das centrale Element derselben; und zwar wechselt diese Abweichung nach einem allgemeingiltigen, von der Construction des Systems unabhängigen Gesetz von Meridian zu Meridian. Diese Anomalien lassen das Bild auf der Achse selbstverständlich ganz unberührt, mag dasselbe ein scharfer Punkt oder ein Zerstreuungskreis sein. Der von einem neben der Achse liegenden Objectpunkt ausgehende Strahlenkegel dagegen wird durch sie in einen anacentrischen Büschel verwandelt, dessen Durchschnitt in der Bildebene eine elliptische Fläche darstellt. Die Dimensionen dieser Ellipse wachsen aber von der Achse aus mit der ersten Potenz des Abstandes. Wenn nun das vom Quadrat und höheren Potenzen der Oeffnung abhängige veränderliche Glied in dem betrachteten Convergenz-Quotienten einen merklichen Werth erlangt, so muss — mag die sphärische Aberration vollkommen gehoben sein oder nicht — eine rasch zunehmende Undeutlichkeit des Bildes ausserhalb der Achse eintreten.

[135] Der Natur der Sache nach kann ein Anwachsen des Convergenzfehlers und der ihm folgenden Vergrösserungsanomalien zu bedeutendem Betrage nicht leicht eintreten, so lange nur geringe Convergenzwinkel in Betracht kommen. Denn welches auch das specifische Convergenzverhältniss sein möchte, in den Grenzen kleiner Winkel wird es sich niemals von der Constanz des Sinus-Quotienten bedeutend entfernen können. Bei solchen optischen Systemen, die — wie z. B. das Fernrohrobjectiv — nur mit geringen Oeffnungswinkeln in Anspruch genommen werden, bleibt deshalb

die zweite Bedingung des Aplanatismus praktisch von untergeordneter Bedeutung gegenüber der Correction der sphärischen Abweichung der Achsenstrahlen, wenigstens so lange, als das Bild nur in geringer Ausdehnung um die Achse herum benutzt zu werden braucht[1]). Ganz anders stellt sich das Verhältniss im Falle von Systemen, welche mit sehr weit geöffneten Strahlenkegeln wirksam sein sollen, wie solche vor allem am Mikroskop im Gebrauche sind. Hier handelt es sich um Divergenzwinkel der abbildenden Strahlenbüschel, welche schon bei sog. Trockenobjectiven zum Theil der Halbkugel nahe kommen und bei [136] manchen der in neuerer Zeit construirten Immersionsobjective nicht einmal mehr im Luftraum, sondern nur in einem Medium von höherem Brechungsindex verwirklicht werden können. Bei solchen Linsensystemen gehört die Herstellung des richtigen Convergenzverhältnisses in möglichster Annäherung zu den wesentlichsten Bedingungen der Brauchbarkeit, und die genügende Erfüllung dieser Anforderung ist thatsächlich der schwierigste Punkt in der Construction guter Objective mit den erwähnten grossen Oeffnungswinkeln. Denn schon eine geringe Veränderlichkeit des Sinus-Quotienten eröffnet den Vergrösserungs-Anomalien so weiten Spielraum, dass dicht neben der Achse die deutliche Abbildung völlig aufhört, selbst wenn in der Mitte des Feldes die beste Strahlenvereinigung erreicht ist.

---

1) Das achromatische Doppelobjectiv, wie es seit DOLLOND die Basis aller optischen Constructionen bildet, bietet übrigens in den vier verfügbaren Krümmungen gerade so viel disponible Elemente dar, als erforderlich und zureichend sind, um neben der Farbendifferenz des Brennpunktes und der sphärischen Aberration auf der Achse auch noch den Convergenzfehler in seinem ersten Gliede zu heben und also in den Grenzen mässiger Oeffnung vollständigen Aplanatismus zu verwirklichen. — Es ist von Interesse, zu constatiren, dass das FRAUNHOFER'sche Objectiv, so wie es durch die Elemente des Königsberger Heliometers gekennzeichnet ist, dieses Ideal eines zweigliedrigen Systems in aller Vollkommenheit darstellt. Sein Convergenzfehler ist fast gleich Null, nämlich von gleicher Ordnung mit dem Rest der sphärischen Aberration im Brennpunkt. Es erklärt sich dieses sehr einfach, weil verständigerweise doch nicht bezweifelt werden kann, dass FRAUNHOFER — zumal bei einem Objectiv, dessen Bild in ungewöhnlich grosser Ausdehnung zu Messungen benutzt werden sollte — jedenfalls die möglichste Einschränkung der Undeutlichkeitskreise ausser der Achse als dritte Bedingung eingeführt haben wird, woraus eine grosse Annäherung an das richtige Convergenzverhältniss von selbst folgen musste. Uebrigens ist natürlich die möglichste Verminderung der Undeutlichkeit in einem bestimmten endlichen Abstand von der Achse wegen der hinzutretenden Aberrationen höherer Ordnung nicht immer an das völlige Verschwinden des Convergenzfehlers, sondern unter Umständen an das Bestehen eines gewissen kleinen Restes desselben geknüpft.

Wenn ein derartiges Objectiv mit einem durch die ganze Oeffnung fortschreitenden Convergenzfehler mit merklichen Coëfficienten behaftet ist, verschwinden diesem gegenüber alle sonstigen aus den gewöhnlichen Aberrationen, der Wölbung des Feldes und anderen Ursachen herrührenden Defecte; das Bild eines ebenen Objectes erscheint alsdann nicht wie das einer stark gewölbten Fläche, sondern vielmehr wie das Bild einer von der Achse aus gesehenen Kegelspitze.

Weder die Theorie noch die empirische Praxis vermag bei sehr grossen Oeffnungswinkeln die zweite Bedingung des Aplanatismus so genau zu erfüllen, dass nicht auch bei den besten Constructionen dieser Art noch sehr deutliche Spuren des Divergenzfehlers im Bilde übrig blieben. Die Mikroskopiker haben die Unvollkommenheit dieser Art mit dem sehr unzutreffenden Namen „Wölbung" oder „Unebenheit des Sehfeldes" belegt, unter welcher Benennung sie allgemein bekannt sind. Es lässt sich aber experimentell sehr leicht nachweisen, dass die hierunter verstandenen Abbildungsfehler ihrem dominirenden Betrage nach nicht mit der zweiten, sondern mit der ersten Potenz des Abstandes von der Achse anwachsen, demnach in der Hauptsache mit einer wirklichen Wölbung der Bildfläche nichts zu thun haben können.

Im Folgenden soll nun noch ein einfaches Experiment beschrieben werden, durch welches das charakteristische Convergenzverhältniss der Strahlen in aplanatischen Punkten beobachtet und die Allgemeinheit seines Bestandes in eclatanter Weise constatirt werden kann. Dieses Experiment gründet sich auf den Gegensatz zwischen den aplanatischen Punkten und den zuvor erwähnten orthoskopischen Punkten der Linsensysteme und ergiebt sich aus folgender Betrachtung:

[137] Wenn durch irgend ein optisches System von einem ausgedehnten ebenen Object ein richtig gezeichnetes d. h. ähnliches Bild entworfen werden soll, so müssen die von den Objectpunkten ausgehenden, in einem Punkte der Achse sich kreuzenden Hauptstrahlen und die entsprechenden im conjugirten Punkte der Achse sich kreuzenden, nach den Bildpunkten hinzielenden Hauptstrahlen der abbildenden Strahlenbüschel in den Tangenten ihrer Neigungswinkel ein constantes Verhältniss zeigen. Nur dann, wenn ein Linsensystem für ein Paar conjugirter Punkte der Achse dieser Bedingung genügt (wie z. B. ein richtig construirtes Ocular für den Ort der Objectivöffnung und den ihm conjugirten Augenpunkt

thun soll), ist es orthoskopisch, d. h. vermag es winkelgetreue, verzerrungsfreie Bilder auch dann zu entwerfen, wenn das Object, oder das Bild, oder beide unter endlicher Winkelausdehnung sich darstellen. Da nun aplanatische Punkte, kraft der Bedingung des Aplanatismus, diesem Merkmal orthoskopischer Punkte widersprechen, so muss ein aplanatisches System eine dem ihm eigenthümlichen Convergenzverhältniss gemäss vorauszubestimmende Verzerrung des Bildes ergeben, sobald es eine von dem aplanatischen Punkt entfernte Ebene durch Strahlenkegel abbildet, deren Hauptstrahlen in diesem aplanatischen Punkt sich kreuzen. Die specifische Art der zu erwartenden Unähnlichkeit oder Verzerrung lässt sich aber genügend kennzeichnen, indem man die Umgestaltung bestimmt, die ein System paralleler gerader Linien bei der Abbildung erleidet, oder indem man umgekehrt die Gestalt derjenigen Curven aufsucht, welche im Bilde als parallele Gerade sich darstellen müssen.

Auf die hier vorliegenden Voraussetzungen angewandt ergiebt eine leicht auszuführende Rechnung das Resultat: irgend eine Schaar paralleler Geraden in einer zur optischen Achse senkrechten Ebene bildet sich durch ein aplanatisches System als eine Schaar von Ellipsen über derselben Hauptachse, aber mit verschiedenen Nebenachsen ab (die unendlich entfernte Gerade als einschliessender Halbkreis), und eine bestimmte — unten näher zu bezeichnende — Schaar von Hyperbeln mit gleichem Mittelpunkte und gleicher Nebenachse, aber verschieden grossen Hauptachsen wird im Bilde als ein System von parallelen Geraden wiedergegeben. Dabei ist vorausgesetzt, dass die abbildenden Strahlenkegel beim Eintritt in das optische System sich in dem aplanatischen Punkt auf der Objectseite kreuzen, und ausserdem ist, zur Vereinfachung, noch angenommen, dass der Convergenzwinkel der [138] Strahlen im conjugirten aplanatischen Punkt auf der Bildseite als verschwindend klein angesehen, auf dieser Seite also der Sinus der Tangente gleich gesetzt werden könne.

Zur experimentellen Erprobung dieser Folgerungen sind begreiflicher Weise nur solche Linsensysteme geeignet, welche mit weit geöffneten Strahlenkegeln abbilden. Wo der Divergenzwinkel der Strahlen auf wenige Gerade beschränkt ist, wie z. B. beim Fernrohrobjectiv, entzieht sich das Convergenzverhältniss der Prüfung auf diesem Wege, weil, welches auch sein specifischer Charakter sein möchte, bei kleinen Winkeln eine bemerkbare Abweichung

von der Proportionalität der Tangenten keinesfalls vorkommen kann. Spielraum für mögliche grosse Verschiedenheiten in der Art der Strahlen-Convergenz bieten dagegen die an den Mikroskopen gebrauchten Linsensysteme, zumal die Objective mit den ausnehmend grossen Oeffnungswinkeln, von denen oben die Rede war. Bei Linsensystemen dieser Art müssen daher die erwähnten Erscheinungen anorthoskopischer Abbildung augenfällig sichtbar werden, sobald geeignete Figuren in einer vom aplanatischen Focus beliebig entfernten Objectebene beobachtet werden und dabei Kreuzung der abbildenden Strahlenkegel in diesem Focus herbeigeführt wird. Letztere Forderung ist ohne alle Umstände dadurch zu erfüllen, dass bei der Beobachtung die Pupille des beobachtenden Auges — oder die sonst den Strahlenzutritt zum Auge vermittelnde Oeffnung — in die Achse des Systems und zwar an den Ort des conjugirten aplanatischen Focus auf der Bildseite gebracht wird; weil in diesem Falle kein Strahl zum Auge gelangen kann, der nicht beim Eintritt in das System das der Pupille — oder der sonst wirksamen Oeffnung — conjugirte Flächenelement auf der Achse passirt hat. Die oben bemerkte besondere Voraussetzung über die Convergenzwinkel im aplanatischen Punkte auf der Bildseite ist aber bei Mikroskopobjectiven augenscheinlich immer in genügender Annäherung erfüllt.

Die für das Gesetz des Aplanatismus am meisten charakteristische Erscheinung erhält man, wenn als Objectfigur zwei Schaaren von Hyperbeln mit gemeinsamen Mittelpunkten und senkrecht sich schneidenden Hauptachsen genommen werden, beide entworfen nach der Gleichung

$$y = \frac{\triangle}{a}\sqrt{x^2 - a^2},$$

wo $\triangle$ — die gemeinsame Nebenachse in beiden Schaaren — den Abstand der Objectebene von dem betreffenden aplanatischen [139] Focus darstellt; und wenn zugleich die Werthe von a in beiden Schaaren nach der Formel

$$a = \frac{\triangle \cdot u}{\sqrt{1 - u^2}}$$

gleichen Zunahmen des u entsprechend — z. B. für die Beträge $u = 0 \ldots 0{,}2 \ldots 0{,}4 \ldots 0{,}6 \ldots 0{,}8$ gewählt werden[1]). Diese Figur ergiebt, nachdem der gemeinsame Mittelpunkt aller Curven in die Achse, die Ebene senkrecht zur Achse und in den richtigen Abstand $\triangle$ vom aplanatischen Focus gebracht ist, als Bild zwei Schaaren von äquidistanten Parallelen, die sich rechtwinklig schneiden. Die krummlinig begrenzten, nach aussen hin immer weiter sich ausdehnenden und immer stärker deformirenden Felder der Objectfigur stellen sich demnach im Bilde sämmtlich als congruente quadratische Felder dar; die Kreuzung der Hyperbeln, die nach aussen hin unter immer spitzer und stumpfer werdenden Winkeln erfolgt, wird allenthalben als eine rechtwinklige Kreuzung wiedergegeben; und auch die entfernteren Curven beider Hyperbelsysteme, deren Aeste in der Figur überhaupt keinen Durchschnitt ergeben, vielmehr sichtlich divergent verlaufen (z. B. die beiden für $u = 0{,}8$), erscheinen im Bild unter rechtwinkliger Kreuzung, ihr Durchschnittspunkt aber freilich — entsprechend dem mathematisch Imaginären — in einem Abstand von der Mitte des Bildes, zu welchem kein vom Luftraum ausgehender Lichtstrahl mehr gelangen kann (ausserhalb desjenigen Kreises in der Bildfläche, welcher der Grenze eines Strahlenkegels von 180 Graden im Luftraum entspricht).

[140] Mit Objectiven von nicht allzukurzer Brennweite — bis zu etwa 3 mm herab — lässt sich die beschriebene Erscheinung hinreichend deutlich mit blossem Auge beobachten, indem man nach Entfernung des Oculars aus dem Tubus des Mikroskops vom offenen Ende aus — das Auge möglichst central gehalten und annähernd an die Stelle gebracht, wo beim gewöhnlichen Gebrauch des Objectivs das reelle Bild entstehen würde — auf das über dem Objectiv schwebende Luftbildchen herabsieht. Bei Objectiven mit sehr kurzer Brennweite, welche dieses Bildchen zu klein werden

1) Die Figur wird zweckmässig in zwei an einander stossenden Quadranten construirt, welche zusammen ein genügendes Stück der Halbebene repräsentiren, in einer Ausdehnung von wenigstens 4 $\triangle$ in der Breite und 8 $\triangle$ in der Länge. $\triangle = 25$ bis 50 mm giebt angemessene Dimensionen. Damit die geraden Linien im Bilde eine gewisse und überall gleiche Stärke erhalten, stellt man die Curven am besten dar als schwarze Streifen zwischen je zwei Hyperbeln, welche man mit Werthen von a construirt, denen immer derselbe Unterschied in u (also etwa $u = 0{,}19$ und $0{,}21$; $0{,}39$ und $0{,}41$ u. s. f. entspricht. Die Zeichnung der Tafel II ist in dieser Art entworfen für eine Distanz $\triangle = 25$ mm.

Wird eine Zeichnung dieser Art gut geebnet auf ein Stück Pappe oder Furnierbrett gezogen und mit diesen auf den Tisch eines Mikroskopes befestigt, so braucht man nur den Mittelpunkt der Curven in die Achse zu rücken und den Tubus mit dem zu erprobenden Objectiv so weit zu heben, dass der Einstellungspunkt des letzteren den richtigen Abstand $\triangle$ erhält, um alles zur Beobachtung bereit zu haben.

lassen, muss man zur Beobachtung ein schwach vergrösserndes Hilfsmikroskop benutzen, welches in den Haupttubus eingeschoben und auf das Bild eingestellt wird — eine Einrichtung, welche für vielerlei mikrographische Zwecke, z. B. bei Messung der Oeffnungswinkel und Brennweiten von Objectiven, nützliche Dienste leistet. Es muss dabei allerdings darauf Bedacht genommen werden, dass eine den Strahlengang begrenzende Blendung in diesem Hilfsmikroskop wenigstens annähernd an einer solchen Stelle sich befindet, an welcher ihr Ort dem aplanatischen Focus des zu beobachtenden Objectivs conjugirt ist. — Bei dieser Beobachtungsweise stellt das ganze optische System vor dem Auge des Beobachters augenscheinlich ein Fernrohr mit terrestrischem Ocular dar, durch welches die als Object dienende Zeichnung mit allen sie umgebenden Gegenständen betrachtet wird. Das zu prüfende Mikroskop-Objectiv fungirt dabei als Fernrohrobjektiv; sein Oeffnungswinkel ergiebt das angulare Sehfeld des Fernrohrs, und das beim gewöhnlichen mikroskopischen Gebrauch des Objectivs als Objectfeld dienende Flächenelement in seinem aplanatischen Focus spielt die Rolle der Eintrittsöffnung bei diesem teleskopischen Gebrauch.

Eine auf diesem Wege ausgeführte Prüfung der verschiedenartigsten in den Händen der Mikroskopiker befindlichen Mikroskop-Objective ergiebt — wie ich durch zahlreiche Proben constatirt habe — das bemerkenswerthe Resultat, dass alle solche Linsensysteme, welchen Ursprungs sie auch sein und wie verschieden ihre sonstigen Eigenschaften sich zeigen mögen, ganz übereinstimmend die der Theorie entsprechende anorthoskopische Abbildungserscheinung darbieten, demnach ganz übereinstimmend das oben angeführte specifische Convergenz-Verhältnis aplanatischer Punkte an den Tag legen, obschon die Grösse der bei diesen Systemen vorkommenden Oeffnungswinkel den allermannigfaltigsten Abweichungen reichlichen Spielraum offen liesse. Die zu beobachtenden [141] Abweichungen beschränken sich überall auf ganz unbedeutende, kaum bemerkbare Irregularitäten, welche die Bilder der entfernten und stark gekrümmten Hyperbeln der oben beschriebenen Probefigur gelegentlich zeigen. Nun existirt aber bis jetzt schwerlich ein Mikroskop-Objectiv ausser den hier in Jena in der Zeiss'schen Werksatt angefertigten, bei dessen Construction der Verfertiger in bewusster Weise die in Rede stehende zweite Bedingung des Aplanatismus zur Richtschnur genommen hat. Wenn trotzdem die Objective aller Optiker auf dem Continent, in England

und in Amerika dieser Bedingung genügen, so beweist dieses Factum überzeugender als alle Theorie vermöchte, dass die fragliche Art der Strahlenconvergenz einen unbedingt wesentlichen Bestandtheil der Aplanatismus eines Linsensystems ausmacht, einen so unentbehrlichen, dass sobald erhebliche Oeffnungswinkel in Verwendung kommen, der praktische Gebrauch alle Constructionen von selbst als unbrauchbar verwerfen muss, welche die von der Theorie geforderte Eigenschaft nicht wenigstens in annähernder Vollkommenheit erlangt haben. — Was oben über die praktischen Folgen eines fehlerhaften Convergenzverhältnisses gesagt ist, bezeichnet den Weg, auf welchem die Praxis bei dieser Art von Constructionen zur unbewussten Realisirung eines richtigen Aplanatismus geführt worden ist, längst bevor die Theorie dessen Bedingungen erschöpfend gekannt hat. Ein Objectiv mit merklichem Convergenzfehler musste, in der Ausdruckweise der Mikroskopiker zu reden, stets mit einer so groben „Wölbung des Sehfeldes" behaftet erscheinen, nämlich ausserhalb der Achse so schlechte Bilder ergeben, dass Niemand es hätte gebrauchen mögen. Indem also die Optiker sich bemühen mussten, trotz immer fortschreitender Vergrösserung der zur Anwendung kommenden Oeffnungswinkel möglichst „flaches Feld" zu erhalten, ergab sich eine weitgehende Anpassung der Constructionen an die theoretischen Erfordernisse des vollkommenen Aplanatismus als ungesuchte Folge.

Das im Vorstehenden beschriebene Experiment ist übrigens in mehreren Beziehungen lehrreich, indem es noch andere theoretische Schlussfolgerungen in Bezug auf die Abbildung durch Strahlenkegel mit grossem Divergenzwinkel, namentlich auch in Bezug auf die Functionen des Oeffnungswinkels beim mikroskopischen Sehen, praktisch illustrirt. Hier sei nur noch auf den einen Punkt kurz hingewiesen: dass die Beobachtung der hyperbolischen Figuren deutliche Winke für eine sachgemässe Schätzung der Oeffnungswinkel bei Linsensystemen für mikroskopischen Gebrauch ergiebt. [142] — Die äusserst ungleichen Felder zwischen den hyperbolischen Curven, deren Areal nach aussen hin auf ein ansehnliches Vielfaches vom Areal der innersten Felder steigt, werden sämmtlich als gleich grosse Quadrate abgebildet, und diese lassen, wenn die Probefigur gleichmässig beleuchtet ist, keinerlei Unterschiede der Helligkeit erkennen, obschon in den Quadraten am Rand die Strahlenmenge zusammengedrängt ist, welche von einer vielfach grösseren leuchtenden Fläche, als den mittleren Quadraten

entspricht, ausgesandt wird. Dieses Factum macht augenfällig die grosse Ungleichwerthigkeit unter den verschiedenen Theilen des den Oeffnungswinkel eines Systems bildenden Kegelraumes, in Bezug auf ihren Antheil an der Lichtmenge, die dem System zugeführt wird. Es wird dadurch handgreiflich, dass die peripherischen Theile des Oeffnungskegels im Verhältniss zu den centralen Theilen sehr viel weniger Lichtstrahlen in das Objectiv führen, als ihrem angularen Maasse entspricht, und dass demnach der Oeffnungswinkel kein richtiger Ausdruck für die wirkliche Oeffnung — nämlich für die Fähigkeit des optischen Systems zur Lichtaufnahme — sein kann. Diese Erwägung, in naheliegender Weise weiter verfolgt, führt auf empirischem Wege zu demselben Schluss, den auch die Theorie aufstellt: das rationelle Maass für die Oeffnung eines optischen Systems, das einzige, aus welchem sich irgend etwas über die Wirkungsweise entnehmen lässt, ist die „numerische Apertur", nämlich der Sinus des halben Oeffnungswinkels, so weit es sich nur um Abbildungen vom Luftraum aus handelt, — und das Produkt aus diesem Sinus mit dem Brechungsindex des Mediums, auf welches der Winkel Bezug hat, wenn der allgemeinere Fall mitbegriffen sein soll.

[Ein Abdruck der Abhandlung über die Bedingungen des Aplanatismus findet sich in CARLS Repertorium der Experimental-Physik, XVI, 303—316, 1880.]

XII.

Einige Bemerkungen über das Apertometer.

Journal of the Royal Microscopical Society (1), III, 10—31, 1880.
Sitzung vom 14. Januar 1880.

[*Der Titel des englischen Originals lautet:*
Some Remarks on the Apertometer.
By Professor E. ABBE, Hon. F.R.S.M.]

Übersetzt von S. CZAPSKI.

Neuerdings sind von Prof. Hamilton L. SMITH, Dr. WOODWARD, Mr. WENHAM und Mr. R. HITCHCOCK[1]) mehrere auf die Messung von Aperturen bezügliche Aufsätze erschienen, in welchen von verschiedenen Gesichtspunkten der Gebrauch und die Wirkung des Apertometers berührt wird. Um gewisse Schwierigkeiten zu beseitigen, welche sich bei der Anwendung meiner Methode eingestellt haben und einige Einwände zu entkräften, die gegen sie erhoben worden sind, möchte ich hier einige weitere Erklärungen über die Einrichtung des Apparates und die Prinzipien, auf welche er gegründet ist, geben. Aus den Erörterungen entnehme ich, daß mehrere wesentliche Punkte in meiner Messungsmethode nicht die gebührende Aufmerksamkeit empfangen haben, vielleicht infolge der wenn auch erschöpfenden, so doch sehr kurzen Erklärung in der von Herrn Zeiss[2]) gegebenen Beschreibung des Instrumentes.

1) Am. Quart. Micr. Journ., I (1879), p. 194, 272, 280, 284.

2) Journ. Roy. Microsc. Soc. (1) I, p. 19, 1878. [Vergl. Abhandlung V dieser Sammlung, S. 113—118].

[Diese Beschreibung rührte von ABBE selbst her, wie schon S. 113 hervorgehoben. Cz.]

Bei der Messung der Apertur eines Objektivs durch Beobachtung der Grenzen seines teleskopischen Sehfeldes „muß diejenige Objektfläche, welche beim Gebrauche des Systems als Mikroskop dessen Sehfeld ausmacht, oder doch der zentrale Teil dieser Fläche, für das teleskopische Sehen als Aperturfläche wirksam gemacht werden". Oder, dieselbe Bedingung anders ausgedrückt: Das Diaphragma, durch welches bei dieser teleskopischen Beobachtung die bildformierenden Strahlenbüschel Zugang zu dem Auge des Beobachters haben, muß sich in einer solchen Lage befinden, dass es derselben Ebene vor dem Objektiv konjugiert ist, von welcher bei der mikroskopischen Beobachtung die Strahlenbüschel ausgehen.

Um die Bedeutung dieser Bedingung wie auch ihre Notwendigkeit klar zu machen, erinnere ich an eine allgemeine Beziehung, welche — wiewohl aus dem ABC der Optik folgend — bei manchen wichtigen Fragen in der Theorie der optischen Instrumente Anwendung findet.

Sei L irgend ein Linsensystem, welches Strahlen von verschiedenen Objekten aufnimmt und hindurchläßt und O und O' zwei begrenzte Flächen in zur Achse senkrechten Ebenen, welche nach Lage und Gestalt im Verhältnis von Objekt zu Bild stehen in Beziehung auf L, d. h. welche an konjugierten Punkten der Achse liegen und in ihren linearen Ausmaßen einander ebenfalls konjugiert sind. Dann verlassen alle Strahlen, welche in das System L durch die Fläche O eintreten, dasselbe durch die Fläche O'; und es kann kein einziger Strahl aus L durch die Fläche O' austreten, welcher nicht durch die Fläche O in L eingetreten ist, von welchen Objekten auch diese Strahlen ausgehen oder nach welchen Punkten immer sie hinzielen mögen. (Es ist ganz gleich, ob O als Objekt betrachtet wird und O' als Bild oder umgekehrt.)

[21] Dieser Satz ist eine direkte Folge des elementaren Begriffs der konjugierten Punkte in der Optik: daß alle Strahlen, die in verschiedenen Richtungen von dem einen Punkte ausgehen, nach dem Durchgang durch das System in dem anderen gesammelt werden oder ihn passieren, wenn man von der sphärischen Aberration absieht.

Sei nun O' die freie Öffnung eines Diaphragmas in irgend einer Lage auf der *Hinterseite* eines Objektivs L und O das reelle oder virtuelle Bild dieser Öffnung, wie es durch das System

nach der anderen Seite entworfen wird. Kraft des obigen Satzes wird dieses Diaphragma alle Strahlen von dem Durchgang durch das System ausschließen, welche nicht vor dem System durch die Fläche seines konjugierten Bildes in dasselbe getreten sind und wird alle Strahlen zulassen, welche durch diese Fläche getreten sind. Folglich wirkt irgend ein Diaphragma auf der Hinterseite eines Objektivs in jeder Beziehung genau ebenso wie ein ähnliches Diaphragma in der konjugierten Ebene[1]) auf der Vorderseite, dessen freie Öffnung zur freien Öffnung des anderen ihrem Durchmesser nach im Verhältnis der linearen Vergrößerung an dem fraglichen Paar konjugierter Ebenen[1]) steht.

Bei der Anwendung meiner apertometrischen Methode ist in jedem Falle ein solches Diaphragma hinter dem Objektiv vorhanden, welches die von äußeren Objekten (z. B. den Indexmarken auf der Glasscheibe) kommenden Büschel auf ihrem Wege zum Auge des Beobachters begrenzt. Dies mag ein Schauloch [Diaphragma] am Ende des Tubus sein oder die Pupille des Auges selbst; und wenn ein Hilfsmikroskop benützt wird, mag dieses begrenzende Diaphragma eine Blende sein, die zu dessen Objektiv gehört oder die Metallfassung der Linse selbst, wenn eine solche Blende nicht vorhanden ist. Deshalb müssen alle Lichtbüschel, durch welche das teleskopische Bild dem Auge des Beobachters sichtbar wird, bei ihrem *Eintritt* in das Objektiv die Fläche des Bildes passiert haben, das diesem Diaphragma konjugiert ist mit Bezug auf das Objektiv oder das Objektiv und die Hilfslinse zusammen. Infolgedessen wird der konjugierte Punkt, wo das Bild des besagten Diaphragmas entstehen würde, in jedem Falle den Scheitel des Winkels vorstellen, welcher als Öffnungswinkel gemessen wird. Dieser Punkt also *und kein anderer* muß mit dem Fokus des Objektivs bei dessen gewöhnlichem mikroskopischen Gebrauch zum Zusammenfallen gebracht werden *und derselbe auch* mit dem Mittelpunkt des geteilten Kreises des Meßapparates.

Wenn ein Objektiv auf den Mittelpunkt des Teilkreises mit Hilfe eines Okulars bei langem Tubus eingestellt wird, oder, wie Prof. H. L. Smith[2]) empfiehlt, ohne Okular, so wird ein dem vorderen Hauptbrennpunkt des Objektivs sehr naher Punkt — im

1) [Im Original steht nicht „Ebenen" (planes), sondern „foci", d. i. Brennpunkte oder Strahlenzentren. Cz.]

2) Journ. Roy. Microsc. Soc. (1) II, p. 776, 1879.

letzteren Falle sogar ein von diesem Brennpunkt aus nach einwärts gelegener — zur Koinzidenz mit dem Mittelpunkt gebracht. Wenn nun, wie Prof. SMITH tut, das teleskopische Bild mit dem blossen Auge beobachtet wird durch ein Schauloch am Ende eines Tubus von vielleicht 4 Zoll [100 mm] Länge, so muß das konjugierte Bild dieses Schaulochs, d. h. der Scheitel der die Öffnung bestimmenden Büschel, offenbar in einer größeren oder geringeren [22] Entfernung von dem Mittelpunkt zu liegen kommen, je nach der Brennweite des in Frage stehenden Objektivs; und diese Entfernung kann sehr beträchtlich werden bei einem schwachen Objektiv. Die Exzentrizität des Scheitels erlaubt nicht mehr in jedem Falle eine genaue Ermittelung des Winkels. Wenn aber, wie in dem Apparat von Prof. SMITH, die Strahlen von diesem exzentrischen Punkte durch eine sphärische Fläche in Luft übergehen haben, so muß ihre Divergenz durch die Brechung an dieser Fläche noch erheblich vermehrt werden. Mit diesem Apparat will Prof. SMITH den wahren Öffnungswinkel eines schwachen Objektivs erhalten, wenn er entweder das Objektiv mit einem Okular an seinem Tubus von 4 Zoll [100 mm] Länge oder das teleskopische Bild durch ein in erheblicher Entfernung vom Objektiv befindliches Schauloch beobachtet!

Bringt man bei der Methode der teleskopischen Beobachtung ein Hilfsmikroskop zur Anwendung (welches als terrestrisches Okular wirkt), um bei Objektiven von kurzer Brennweite eine genauere Beobachtung zu ermöglichen, so kann irgend eine Linse von 2—4 Zoll [50—100 mm] benützt werden. Wenn aber das Objektiv vorher auf die Mitte des Teilkreises mittels eines Okulars an einem zehnzölligen [250 mm] Tubus eingestellt ist und nachher eine gewöhnliche Linse von 2 oder 4 Zoll [50 oder 100 mm] Brennweite am Tubusauszug angebracht wird ohne irgendwelche weiteren Vorsichtsmaßregeln, so wird das Resultat ungenau sein. Denn da nun die freie Öffnung der Hilfslinse das oben besprochene kritische Diaphragma vorstellt, und da dieses Diaphragma sich nur in einer Entfernung von wenigen Zoll vom Objektiv befindet, so steht der ihm konjugierte Punkt, d. h. der Scheitel des Öffnungswinkels in einer erheblichen Entfernung von dem gewöhnlichen Fokus des Objektivs und auch vom Mittelpunkt des Meßapparates, wenigstens bei einem schwachen oder mäßig starken Objektive. Da ferner eine Linse von 2 oder 4 Zoll [50 oder 100 mm] gewöhnlich eine freie Öffnung von 0,5 Zoll [10—

15 mm] oder mehr besitzt, so macht die Fläche, durch welche die bildformierenden Strahlenbüschel in das Objektiv eintreten (in diesem Falle also das nach der Vorderseite des Objektivs entworfene Bild der Hilfslinse), einen erheblichen Teil der Brennweite des Objektivs aus, einen viel zu großen, um eine gute Definition von Objekten zuzulassen, die so weit von dessen aplanatischem Punkt entfernt sind. Aus diesen Gründen erfordert die korrekte Anwendung der Methode eine geeignete Blende *hinter* der Hilfslinse, wie in der Originalbeschreibung des Apertometers ausdrücklich bemerkt ist. Die Lage und der Durchmesser dieser Blende muß so reguliert werden, dass ihre freie Öffnung in bezug auf die Hilfslinse entspricht oder optisch konjugiert ist zu einem *kleinen* zentralen Teil des Sehfeldes des Okulares, welches bei der vorherigen Einstellung des Objektivs angewendet ist. Dieser Bedingung gemäß kann die richtige Stelle für die Blende leicht aus der Brennweite der Hilfslinse und der Tubuslänge, für welche die Aperturen gemessen werden sollen, berechnet werden. Diese Stelle wird immer ein wenig innerhalb des hinteren Hauptbrennpunktes der Hilfslinse liegen.

Durch Reduktion der freien Öffnung des Diaphragmas in dem Falle einer [23] Hilfslinse auf einen kleinen Teil ihrer Brennweite oder durch Anwendung eines kleinen Schauloches im Falle der Beobachtung mit unbewaffnetem Auge kann die Eintrittsöffnung der bildformierenden Büschel auf einen äußerst kleinen Durchmesser reduziert werden zufolge des Umstandes, daß die Vergrößerung des Objektivs im umgekehrten Sinne in Wirksamkeit tritt. Z. B. tritt bei einem $^1/_{12}$″ [2 mm] kein Verlust an Licht noch sonst eine Unzuträglichkeit ein, wenn diese Eintrittsfläche auf den Durchmesser von $^1/_{1000}$″ [0,025 mm] reduziert wird. Man bringt es auf diese Weise dahin, daß die Büschel, welche sich in dem Scheitel des konjugierten Brennpunktes des Objektivs kreuzen, den Winkel der Apertur praktisch wie einzelne Strahlen bestimmen.

Die voranstehenden Bemerkungen sollten alle die Abweichungen erklären, welche manchen Beobachtern beim Gebrauche des Apertometers aufgefallen sind, und sie sind mehr oder weniger auf jede Methode der Aperturmessung anwendbar.

Die von Prof. H. L. SMITH bei schwachen Objektiven beobachteten Unregelmäßigkeiten werden sofort verschwinden, wenn er das Objektiv nicht mit dem bloßen Auge, sondern mit einem

Okular einstellt und Sorge trägt, daß die Stellung des Diaphragmas in diesem Okular virtuell (d. h. die Wirkung der Kollektivlinse mit berücksichtigt) der Stellung entspricht, in welche hinterher das Schauloch am Ende dieses Tubus gebracht wird. Wenn er in dieser Art mit dem auf S. 775 seines Aufsatzes abgebildeten Apparat seine Messungen wiederholt, so wird er den genauen Winkel der schwächsten wie der stärksten Objektive finden, aber natürlich den Winkel, welcher einer Tubuslänge von 4 Zoll [100 mm] entspricht, gemäß der Beschreibung seines Apparates. Im Falle eines schwachen Objektivs kann dieser Winkel manchmal erheblich geringer, manchmal auch erheblich größer sein, als die Apertur desselben Objektivs an einem Tubus von 10 Zoll [250 mm] Länge, da beide Fälle gleich möglich, wenn auch nicht gleich häufig sind. Prof. SMITHS eigene Beobachtungsmethode ist genau den gleichen Bedingungen für die Erlangung richtiger Resultate unterworfen, da die Lage und der *Durchmesser* der lichtgebenden Fläche (Seidenpapier oder mattes Glas) am Ende seines Tubus besondere Vorsichtsmaßregeln erfordert. Beide Methoden geben gleiche Resultate mit schwachen und starken Systemen, wenn beide mit denselben Vorsichtsmaßregeln zur Anwendung gebracht werden. Aber für beide Methoden wird Prof. SMITH gut tun, eine andere Quelle von Irrtümern in seinem Apparat auszuschließen, indem er das Vergrößerungsglas am Ende seines schwingenden Armes *zwischen* dem Zentrum *g* und dem Schauloch *f* entfernt und diese Linse *außerhalb* des Schauloches anwendet, wenn er sie schon nicht entbehren kann.

Eine Blende mit einem engen kreisförmigen Loch im Mittelpunkt des Apparates von Prof. SMITH, wie eine solche von Dr. WOODWARD in seiner Abhandlung empfohlen ist, wird nicht von selbst eine falsche Adjustierung des Objektivs oder des Diaphragmas korrigieren, und sie ist gänzlich unnötig, wenn die Adjustierung korrekt ausgeführt ist. In dem Falle aber einer stark unkorrekten Adjustierung würde die Beobachtung praktisch unmöglich sein; die Grenzen der Apertur würden unsichtbar sein, so lange die zu dem kritischen Diaphragma konjugierte Fläche nicht annähernd mit dem kreisförmigen Loch zusammenfällt.

[24] Mit Beziehung auf die Art, in welcher Aperturen durch das Apertometer angezeigt werden — was Dr. WOODWARD die „willkürliche Skala meiner eigenen Erfindung" nennt

— und die Einwände, welche gegen sie von verschiedenen Seiten gemacht worden sind, möchten die folgenden Erklärungen nützlich sein.

Die Anwendung einer solchen Skala, anstatt einer einfachen Winkelteilung der Glasscheibe, würde unklug sein, wenn diese Skala dazu bestimmt wäre, den Winkel eines Objektivs in Kronglas oder selbst Balsamwinkel oder Luftwinkel anzugeben. Aber die Idee, aus welcher dieser Teil der Einrichtung entsprungen ist, geht nicht dahin, wie Mr. J. W. STEPHENSOHN[1]) und Mr. R. HITCHCOCK[2]) klar auseinander gesetzt haben. Meine Absicht ist gewesen, als einen Gegenstand einfacher und direkter Beobachtung, ganz unabhängig von den Winkeln, einen neuen Ausdruck für die Apertur praktisch einzuführen, welcher angemessener Weise von den Mikroskopikern in allen auf die Aperturen bezüglichen wissenschaftlichen Diskussionen angewandt würde.

Nach meiner Meinung sind Aperturen in irgend einem strengen Sinne des Wortes bis jüngsthin noch nicht gemessen worden. Aperturen können nicht nach Graden gemessen werden. Da Winkel durch Grade gemessen werden, so kann es die angulare Apertur, d. h. der *Winkel* der Apertur selbstverständlich in gleicher Weise. Aber der Winkel ist an sich kein Maß für die Apertur — wenigstens hat noch niemand versucht, eine solche Hypothese zu beweisen. Ein Winkel ist eine bloße Anzeige oder ein Anhaltepunkt für eine Apertur, gerade wie die Zahl der Grade an einem Thermometer unter gegebenen Umständen eine Wärmemenge genau anzeigt, aber sie nicht mißt. Geradeso zeigt der Divergenzwinkel der Goldblättchen in einem Elektroskop eine elektrische Ladung an oder bestimmt sie, aber mißt sie nicht. Es gibt keinen Gesichtspunkt, von welchem Aperturen *quantitativ* verglichen werden können mittels der Winkel, weil es keine Funktion gibt in der Wirkung des Mikroskops, in bezug auf welche der doppelte Winkel den doppelten Effekt repräsentiert und ein dreimal so großer Winkel den dreifachen Effekt, ausgenommen, wenn die Winkel den Betrag von wenigen Graden nicht überschreiten. Weder die Lichtmenge, noch das Auflösungsvermögen, noch irgend eine andere mit der Apertur verknüpfte Wirkung, wird im Verhältnis von 1 : 2 erhöht, wenn der Winkel (Luft-, Balsam- oder innerer Winkel) von, sagen wir,

1) Journ. Roy. Micr. Soc. (1) I, 51, 1878.
2) Am. Quart. Journ. I, 286, 1879.

60° auf 120° erhöht wird. Und noch mehr: Aperturen können durch die Winkel miteinander nicht einmal direkt in bezug auf größer oder kleiner verglichen werden, so lange sich diese nicht auf genau dasselbe Medium beziehen. Z. B. kann mittels der Grade kein Vergleich gemacht werden zwischen einer Trockenlinse und einer Immersion, außer, indem man die Winkel auf ein ganz beliebiges Zwischenmedium reduziert, welches keine wirkliche Existenz hat entweder für beide Objektive oder wenigstens für eins von ihnen.

Keiner dieser Mängel des angularen Ausdruckes für die Apertur kann beseitigt werden dadurch, daß man, wie Dr. Woodward vorschlägt, den „ersten inneren Winkel" des Objektivs einführt. Die Annahme dieses Planes würde mir im Gegenteil als eine merkliche Änderung nach der schlechteren Seite hin erscheinen. [25] Er nimmt die Basis einer wenigstens unbestreitbaren *Anzeige* der Apertur weg, indem er den Winkel abhängig macht von zwei praktisch unzugänglichen Elementen von sehr unbestimmtem Charakter: dem Brechungsexponenten und der äußeren Krümmung der Frontlinse. Kronglas ist eine variable Sache. Z. B. bei den Kronglasfrontlinsen der verschiedenen Objektive von Zeiss variiert der Brechungsexponent für den Strahl *D* von 1,501—1,544, d. h. in einem Spielraum von 3 Prozent seines mittleren Wertes, und niemand außer dem Verfertiger kann wissen, was der betreffende Index in irgend einem gegebenen Objektive ist, ohne es auseinander zu nehmen.

Aber es gibt manche schwache Objektive, deren Frontlinse aus Flint verfertigt ist. Sollte ein innerer Winkel von z. B. 37° in einer solchen Flintfrontlinse vom Brechungsexponent 1,62 so angesehen werden, als bezeichnete er eine geringere Apertur und ein geringeres Auflösungsvermögen als 40° „innerer Winkel" in einer Kronfrontlinse von 1,50? Und weiter: was wird aus der Bedeutung des „ersten inneren Winkels", wenn die Frontlinse nicht eine plane Außenfläche hat, sondern eine gekrümmte? Ich habe hier vor mir ein $^1/_8$" [3 mm] Trockensystem, welches für einen speziellen Zweck gemacht ist, und dessen num. Ap. 0,91 beträgt (Luftwinkel = 132°); aber der erste innere Winkel innerhalb der Kronfrontlinse vom Brechungsexponent 1,513 ist 87° infolge einer konkaven Vorderfläche der Frontlinse. Wenn dieses Objektiv mit anderen Gläsern gewöhnlicher Konstruktion nach seinem inneren Winkel verglichen werden sollte, und wenn dieser

Winkel in Wirklichkeit die hervorragende Bedeutung hätte, welche Dr. Woodward in Vorschlag bringt, so würde das betreffende System unter den Immersionslinsen rangieren, was natürlich weder Dr. Woodward noch sonst irgend jemand zugeben wird.

Ich will kurz die Hauptschlüsse kennzeichnen, durch welche nach meiner Meinung das Produkt $n \cdot \sin w = a$ (a = numerische Apertur, w = halber Öffnungswinkel, n = Brechungsexponent des *äußeren* Mediums, auf welches sich der Winkel bezieht), als das wahre und allgemeine Maß der Apertur nachgewiesen werden kann.

1. Der Ausdruck der Apertur als einer *Größe* muß basiert werden auf die Ermittelung der Zahl oder Menge der Strahlen, welche durch das Objektiv von einem Punkte des Objekts gesammelt und zu einem Punkt des Bildes gesandt werden.

Kein Strahl kann in dem weit geöffneten vom Objekte ausgehenden Lichtkegel enthalten sein, der nicht in dem zusammengezogenen Lichtkegel enthalten ist, der vom Objektiv nach dem mikroskopischen Bild hingeht und umgekehrt. Sobald dieser letztere Lichtkegel sich auf ein sehr enges Lichtbüschel reduziert infolge der Entfernung seiner Spitze, so ist nach wohlbegründeten optischen Prinzipien unzweifelhaft, daß der doppelte oder dreifache Winkel die doppelte oder dreifache Zahl von Strahlen in einem ebenen Schnitt durch die Achse repräsentiert. Folglich ist die Fähigkeit eines Objektivs Strahlen zu sammeln, d. h. seine Apertur, unter sonst gleichen Umständen proportional dem Winkel des engen Büschels auf der Bildseite.

Nach einem Theorem, welches vor längerer Zeit von Prof. Helmholtz und [26] mir aufgestellt worden ist, variiert der Winkel des austretenden Büschels (nur enge Büschel betrachtet) nicht [proportional] mit dem Winkel des weitgeöffneten eintretenden Büschels oder dem Öffnungswinkel, sondern er variiert mit dem *Sinus* des halben Winkels, und wenn verschiedene wirksame Medien zu gleicher Zeit betrachtet werden, mit dem Produkt $a = n \cdot \sin w$ — aplanatische Brennpunkte vorausgesetzt. Bei irgend zwei Objektiven, welche in ihrer Brennweite und in ihren Arbeitsmedien[1]) differieren, z. B. bei einem $^1/_4$" [6 mm] Trockensystem und einer $^1/_{12}$" [2 mm] Immersion, und welche gleiche

1) [Arbeitsmedium (working medium) ist hier das zwischen Deckglas und Frontlinse des Systems befindliche Medium genannt. Cz.]

Werte dieser Zahl a ergeben, haben die das mikroskopische Bild formierenden Büschel gleiche Winkel, sobald, auf welchem Wege nur immer, die Bilder auf gleiche Vergrößerung gebracht sind (sei es durch Projektion der Bilder auf verschiedene Entfernung oder durch Einfügen anderer Linsen); und wenn der Wert von a für ein Objektiv in irgend einem Verhältnis größer ist, so ist der Winkel des bildformierenden Büschels in demselben Verhältnis größer[1]). Aus diesem Grunde muß obiges Produkt als der wahre quantitative Ausdruck der Apertur angesehen werden.

2. In Ergänzung und zum Teil in Konsequenz dieser Feststellungen kann streng bewiesen werden, daß alle wesentlichen Funktionen des mikroskopischen Sehens von dem Ausdruck der numerischen Apertur abhängen und nicht in irgend einer allgemeinen und erschöpfenden Weise unabhängig von ihm angegeben werden können.

Die Lichtstärke eines Objektivs, d. h. die Helligkeit des Bildes, welche bei irgend einer gegebenen Vergrößerung erreichbar ist, ist *proportional* dem Quadrat von a, mag sich nun a beziehen auf die ganze Apertur oder den Teil derselben, welcher durch das beleuchtende Büschel wirksam gemacht ist.

Die Fokustiefe ist bei einer gegebenen Vergrößerung umgekehrt proportional zu a.

Das Auflösungsvermögen, definiert durch die kleinste Distanz δ trennbarer Elemente bei regelmäßigen Strukturen, wird ausgedrückt durch die Gleichungen

$$\delta = \frac{\lambda}{a} \text{ und } \delta = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{a},$$

(worin λ die Wellenlänge der bildformierenden Büschel bezeichnet); die erstere Gleichung bezieht sich auf den Fall eines genau axialen Büschels, die letztere auf den Fall schiefster Inzidenz des beleuchtenden Büschels.

3. Die praktische Brauchbarkeit dieses Ausdruckes der Apertur wird durch folgende Erwägungen gezeigt:

Der numerische Wert ist ein *absolutes* Maß im strengen Sinne der metrologischen Wissenschaft, indem er die Aperturen ohne Rücksicht auf veränderliche oder nebensächliche Elemente

1) Aus dem hier angeführten Satz kann eine neue Methode der Messung von Aperturen abgeleitet werden, welche im Prinzip und Verfahren ganz verschieden ist von den bisher angewandten Methoden und nachher beschrieben werden soll. [Die Beschreibung der hier angedeuteten Methode wurde erst später gegeben. Vergl. Abhandlung XVI dieser Sammlung: Über die Bemessung der Apertur.]

definiert (wie z. B. den Brechungsexponenten des Arbeitsmediums) und indem er sie mit einer natürlichen Grundeinheit vergleicht. Diese Einheit der Apertur ist die Fähigkeit eines Objektivs[1]), die von einem leuchtenden Punkte in einem Medium vom Brechungsexponent 1,00 innerhalb der ganzen Halbkugel ausgehenden Strahlen zu sammeln und sie wird [27] ohne weiteres repräsentiert von irgend einem Objektiv, bei dem $n \cdot \sin w = 1$ ist. Dieses kann eine Immersionslinse sein, deren Wasser- oder Balsamwinkel das doppelte des kritischen Winkels innerhalb Wasser oder Balsam ist. Aber irgend ein bestimmter Teil der Einheit kann durch ein Trockensystem repräsentiert werden, z. B. die Hälfte der Einheit durch ein Objektiv von 60° Luftwinkel.

Durch den Wert von a werden irgend zwei mit verschiedenen Medien wirkende Objektive direkt [miteinander] verglichen, ohne daß man die Einführung eines rein hypothetischen Winkels nötig hätte (wie z. B. des Balsamwinkels eines Trockensystems) der keine reelle Existenz beim Gebrauch des Objektivs hat.

Der *numerische Wert* liefert sofort einen klaren und erschöpfenden Ausdruck des Verhältnisses zwischen irgend zwei Objektiven mit Bezug auf alle maßgebenden Funktionen ihrer optischen Wirksamkeit, soweit diese von der Apertur abhängen, während das Urteil erheblich irre geführt wird, wenn man sich auf die *Winkel* stützt. Vergleicht man zwei Trockensysteme von 110° und 140° angularer Apertur in Luft, so scheint der Zuwachs der Apertur beim letzteren gemäß den Winkeln 27 Prozent zu sein. Vergleicht man die wahren Maße (num. Ap) 0,82 und 0,94, so wird die tatsächliche Differenz auf nicht ganz 15 Prozent reduziert. Nimmt man wiederum ein nach dem System der homogenen Immersion konstruiertes System von 1,40 numerischer Apertur, so scheint sein Balsamwinkel (138°) von der äußersten Aperturgrenze von 180° recht entfernt, und es scheint noch ein großer Spielraum vorhanden zu sein für die weitere Steigerung der Apertur und des Auflösungsvermögens. Aber tatsächlich ist die Apertur bis auf 7—8 Prozent an die äußerste Grenze herangebracht, welche bei jedem Objektiv der Brechungsexponent des schwächstbrechenden Mediums zwischen Objekt und der ersten konvexen Fläche des Systems ist. So lange keine Substanz von

1) [Es hieße wohl besser: „diese Einheit der Apertur besitzt ein Objektiv von der Fähigkeit“ u. s. w. Cz.]

viel höherem Brechungsvermögen, als Kronglas [besitzt], als Einbettungsmedium, Arbeitsmedium und zur Frontlinse benützt wird, kann die äußerste Steigerung des Winkels des eintretenden Strahlenkegels den Winkel des bildformierenden Büschels auf der anderen Seite nur sehr wenig vergrößern, und nach der Regel „aus Nichts wird Nichts" würde auch der Fortschritt in der Wirkung praktisch unmerkbar bleiben.

Nach diesen Erklärungen wird man, wie ich hoffe, verstehen, daß die Anwendung der numerischen Skala in dem Apertometer nicht eine bloße Laune ist, sondern ein wohlüberlegter Versuch, die ernsten Mängel, welche den anderen jetzt gebräuchlichen Methoden anhaften, zu beseitigen.

Ich füge einige wenige Bemerkungen bezüglich des Grades der mit dem Apertometer erreichbaren Genauigkeit hinzu, da ich mit Dr. WOODWARD in den Einwendungen, welche er gegen die Konstruktion des Apparates in bezug auf diesen Punkt erhebt, nicht übereinzustimmen vermag.

Dr. WOODWARD befindet sich im Irrtum, wenn er annimmt, daß durch die reflektierende Oberfläche der Glasscheibe Fehlerquellen eingeführt werden. Dieser Gegenstand wurde sorgfältig geprüft, bevor ich das fragliche Arrangement adoptierte. Der von irgend zwei symmetrischen Linien der Teilung eingeschlossene Winkel [28] hat einen *Maximal*wert, wenn sein Scheitel durch Reflexion mit dem genauen Zentrum des Kreises übereinstimmt. Hieraus ist ersichtlich, daß Abweichungen des Scheitels innerhalb der Oberfläche der Scheibe den Winkel nur um Größen von der „zweiten Ordnung" ändern, und solche Abweichungen könnten bis zu 2 mm gesteigert werden, ohne daß irgend ein erkennbarer Fehler in dem *Mittelwert* zweier Ablesungen übrig bliebe. Die einzelnen Ablesungen können voneinander um einige Grade abweichen, aber ihr Mittel ergibt den richtigen Wert; und da der Beobachter immer beide Ablesungen machen und das Mittel nehmen *muß*, so ist die Differenz absolut unerheblich. Für meinen eigenen Gebrauch wende ich oft eine Scheibe ohne jede zentrale Marke an; das versilberte Deckglas mit kreisförmigem Loch auf den von Herrn Zeiss angefertigten Scheiben ist hauptsächlich nicht für die Zentrierung bestimmt, sondern um zu verhindern, daß die Messung mit unrichtiger Adjustierung des Objektivs geschieht[1]).

1) [Jedenfalls ist Adjustierung in bezug auf Deckglaskorrektion gemeint. Cz.]

Für die richtige Wirkung der Scheibe liegt keine andere mechanische Bedingung vor, als daß die Schnittlinie zwischen der geneigten Fläche und der oberen Fläche der Scheibe durch das genaue Zentrum der Kreisscheibe gehe; der Winkel braucht nicht gerade genau 45° zu sein. Gerade dieselbe Bedingung muß mit Dr. WOODWARDS Apparat erfüllt sein, und da es nicht schwieriger ist, eine geneigte Oberfläche zu schleifen als eine plane Fläche zu schleifen, so folgt, daß die Bequemlichkeit des Manipulierens, welche durch die reflektierende Oberfläche bei meinem Arrangement herbeigeführt wird, nicht durch ein Opfer an Genauigkeit erreicht ist.

In dem Gravieren einer Kreisteilung mit ungleichen Intervallen mittels einer Teilmaschine und gemäß einer berechneten Tabelle liegt ebenfalls keine größere Fehlerquelle, vorausgesetzt, daß der Arbeiter kein Dummkopf ist; und wenn der Brechungsexponent der Glasplatte genau gemessen ist, so steht die Zuverlässigkeit einer solchen Skala nicht zurück hinter einer Teilung in Grade. Ob nun die Skala auf Grund des richtigen Brechungsexponenten angefertigt ist, davon kann sich der Beobachter durch genau dieselbe Methode vergewissern, welche Dr. WOODWARD für die Beobachtung des Brechungsindex einer in Grade geteilten Scheibe vorschlägt. Er kann sich vergewissern, daß irgend ein Immersionssystem mit einer die Einheit übersteigenden Apertur genau die Einheit ergibt im Mittel beider Ablesungen, wenn es am Apertometer als Trockensystem benützt wird; und dies ist in der Tat die Methode, welche bei Zeiss benützt wird, um jede Scheibe vor ihrer Versendung zu prüfen, um die zufällige Verwendung eines falschen Kronglases zu verhindern. Damit die Frontlinse hierbei von der Scheibe nur durch eine äußerst dünne Luftschicht getrennt bleibe, und nicht etwa die vorstehende Fassung des Objektivs die äußersten Strahlen abblende, wird ein Tropfen weichen Balsams auf die Scheibe gebracht, und nachdem er oberflächlich getrocknet ist, wird das Objektiv sanft auf ihn niedergedrückt[1]).

Die Teile der Skala auf der Apertometerscheibe gehen von 0,05 zu 0,05 der numerischen Einheit. Da diese Intervalle im

1) [Empfehlenswerter, weil erheblich einfacher, ist das später von ABBE angewandte Verfahren, ein Stückchen *Deckglas* mittels Öl an der Frontlinse zu befestigen, und dann das System bis zur Berührung dieses Deckglases mit dem der Apertometerscheibe herabzusenken. Cz.]

Mittel etwa = 2 mm sind, wird kein Beobachter irgend welche Schwierigkeit darin finden [29], mit einem Blick die Fünftel eines Intervalls zu schätzen. Der mögliche Irrtum dieser Schätzung wird kaum die halbe Einheit der zweiten Dezimale übersteigen, da Niemand bei mäßiger Sorgfalt ·03 lesen wird, wenn der fragliche Punkt entschieden näher an ·02 als an ·03 ist. Infolgedessen wird der Messungsfehler auf etwa $^1/_2$ Prozent der Einheit beschränkt sein, entsprechend $^1/_2{}^0$ oder 30′ in Winkelwert, soweit es die Ablesung selbst angeht.

Eine Genauigkeit der *Ablesung* bis zu diesem Betrage ist offenbar mehr als genügend. Ein unvermeidlicher Betrag von Ungewißheit, welcher aus der Natur der Sache entspringt und manche andere Quelle leichten Irrtums werden allmählich die tatsächliche Genauigkeit der *Beobachtung* auf weniger als 1 Prozent der Einheit herabsetzen, wenn man verschiedene Beobachter und verschiedene Methoden von gleicher Zuverlässigkeit voraussetzt. Bei schwachen Systemen werden kleine Abweichungen in der Tubuslänge, bei starken kleine Verschiedenheiten in der Deckglaskorrektion einen viel größeren Unterschied hervorbringen, als der Fehler der Ablesung einführt. Es muß beachtet werden, daß bei Objektiven großer Öffnung die Apertur nicht denselben Wert hat für die verschiedenen Farben infolge der Verschiedenheit der Brennweite (oder Vergrößerung) selbst in denjenigen Objektiven, welche im gewöhnlichen Wortsinn vollständig achromatisch sind. Bei solch großen Winkeln ist die Apertur, die angulare ebenso wie die numerische, größer für blaue Strahlen als für rote und zwar im allgemeinen um mehr als 1 Prozent. Und schließlich ist auch kein Interesse denkbar, weder ein praktisches noch ein wissenschaftliches, welches sich an einzelne Grade oder halbe Grade der Öffnungswinkel knüpft; denn kein Mikroskopiker der Welt wird im stande sein, irgend einen Unterschied in der Wirkung von Objektiven erkennbar zu machen, solange die numerischen Aperturen nicht um *mehrere* Prozente differieren, wenn alle übrigen Umstände dieselben sind.

Aus diesen Gründen betrachte ich alle auf sehr genaue Messungen hinzielenden Versuche dieser Art für nutzlos.

Ein anderer Einwand von einem gänzlich verschiedenen Gesichtspunkte ist von Mr. WENHAM erhoben worden[1]), welcher

1) Am. Quart. Micr. Journ. I, 280, 1879.

behauptet, daß das Apertometer das Gesichtsfeld messe an Stelle von oder in Ergänzung zu dem Öffnungswinkel. Ich hoffe, daß Mr. WENHAM diesen Einwand aufgeben wird, nachdem er das an der Spitze dieser Abhandlung besprochene dioptrische Theorem in Betracht gezogen hat und seine Anwendung auf den Gegenstand. Durch Reduktion des kritischen Diaphragmas bei apertometrischer Beobachtung auf ein Nadelloch ist er imstande, die eintretenden Büschel auf $^1/_{100}$ des gewöhnlichen Sehfeldes des Objektivs zu beschränken. Aber dann wird er sogleich wahrnehmen, daß ein größerer oder kleinerer Durchmesser der Eintrittsfläche ganz und gar keinen Einfluß auf das Ergebnis der Beobachtung hat, selbst dann nicht, wenn diese Fläche viel größer sein sollte als das Sehfeld beim gewöhnlichen mikroskopischen Gebrauch des Objektivs, vorausgesetzt, daß das Diaphragma in seiner richtigen Stellung ist. Durch eine zu große Fläche der Eintrittsöffnung beim teleskopischen Sehen wird die Definition verschlechtert, und aus diesem Grunde [30] die wahre Stellung der Indexmarken ungewiß; sie tut aber nichts wesentliches für die Ablesung der Apertur.

Die Größe der Fläche hat bei der fraglichen Methode praktisch keinen Einfluß.

Was die an einer $^1/_8$″ [3 mm] Ölimmersion gemachte Beobachtung betrifft, auf welche Mr. WENHAM zur Bekräftigung seiner Behauptung anspielt, so wird ihre Irrtümlichkeit bei kürzester Ueberlegung ersichtlich. Wenn ein Mikroskopiker ein Objekt von — sagen wir — 7 mm Durchmesser beobachtet, so wird er gewiß Sorge tragen, daß die Blende in seinem Okular das Feld nicht auf 6 oder 4 oder 3 mm begrenzt. Nun muß das teleskopische Bild entfernter Objekte, wie es auf der Hinterseite einer $^1/_8$″ Ölimmersion sich darstellt, eine Ausdehnung von mehr als 7 mm besitzen, wie für Jedermann klar ist aus dem Durchmesser der Hinterlinse; und um die *Grenzen* dieses teleskopischen Bildes zu beobachten, muß natürlich das Ganze innerhalb des Sehfeldes des Hilfsmikroskops sich befinden. Wie konnte Mr WENHAM erwarten, die Grenzen der Apertur zu sehen, wenn er Okulare gebrauchte, deren Blenden das Sehfeld des Hilfsmikroskops auf vielleicht 3 oder 4 oder 6 mm begrenzten?

Ein paar Worte noch über den Ursprung des Apertometers. Dr. WOODWARD spricht in seinem Aufsatz „Beschreibung eines neuen Apertometers“[1]) von meinem Arrangement und jedem Teil

1) Am. Quart. Micr. Journ. I. 284, 1879.

meiner Methode als einer „Modifikation" eines von Mr. R. W. Tolles im Jahre 1873 beschriebenen Apparates. Ich kenne die Priorität von Mr. Tolles in der Beschreibung einer halbkreisförmigen Glasscheibe sehr wohl und schätze seine Verdienste um die Verbreitung richtiger Ideen über die Apertur hoch genug; aber Dr. Woodward wird mir erlauben, zu bemerken, daß zwei Hauptpunkte meines Arrangements: die Beobachtung des teleskopischen Sehfeldes eines Objektivs und die numerische Angabe der Apertur offenbar gar keinen Zusammenhang mit einer Glasscheibe haben. In der Tat habe ich diese Methode der Beobachtung, mit bloßem Auge und mit einem Hilfsmikroskop, seit 1870 angewandt bei der Messung von Luftwinkeln mit Hilfe eines geteilten Lineals, welches unterhalb des Tisches eines vertikalen Mikroskopes in bestimmter Entfernung (100 mm) von dem Brennpunkt des Objektivs befestigt war, indem ich dabei schwarze Scheibchen, die entlang diesem Lineal bewegt wurden, als Indikatoren für die Markierung der Grenzen des teleskopischen Feldes auf der Skala benützte — eine Anordnung, die ich noch jetzt bei Objektiven von geringem Luftwinkel anwende — und zwar ist das Lineal nach der numerischen Skala geteilt. Kurz danach, als ich die Notwendigkeit fühlte, die Messung auszudehnen auf Aperturen, die dem maximalen Luftwinkel sehr nahe kamen oder ihn überschritten, fügte ich eine halbkreisförmige Linse von bekanntem Brechungsexponenten, welche in dem Tischloch des Stativs zentriert war, zwischen Objektiv und Skala, um die angulare Ausdehnung des Lichtkegels bei seinem Übergang zu Luft und die Totalreflexion der schiefen Strahlen zu vermindern — eine Anordnung, die im wesentlichen identisch ist mit [31] der von Prof. H. L. Smith in der oben zitierten Veröffentlichung beschriebenen und abgebildeten. Aber ich gab diese Methode als unzweckmäßig bald auf, weil eine kleine Abweichung des Brennpunktes oder Scheitels von dem Zentrum der Linse infolge der Brechung an der sphärischen Fläche einen merklichen Fehler einführen muß, außer wenn die Linse sehr groß ist. Seit 1871 habe ich zur Messung großer Aperturen eine *rechteckige* Platte von Kronglas, 100 mm lang und 60 mm breit, benützt, von welcher drei Kanten geschliffen waren und eine auf der langen Seite des Rechtecks unter einem Winkel von 45° anpoliert war, um die Anwendung der Platte auf dem Tisch eines gewöhnlichen Mikroskops zu erlauben. Die Skala der numerischen Apertur war entlang den drei vertikalen Kanten gemäß vorgängiger Berechnung

eingraviert und die Indexmarken wurden benützt wie gegenwärtig. In dieser Form (welche kurz beschrieben und abgebildet ist in Naegeli und Schwendener „Das Mikroskop", 2. Aufl., 174, Leipzig 1877) ist der Apparat lange Zeit von Herrn Zeiss und mir benützt worden; viele Mikroskopiker haben ihn gesehen und manche davon ihn angewandt. Ich erklärte und demonstrierte seinen Gebrauch in der Sitzung der Jenaer Gesellschaft für Medizin und Naturwissenschaft vom 1. November 1872. Auf Grund der mit dieser rechteckigen Platte gemachten Messungen konstatierte Herr Zeiss in seinem Katalog vom August 1872, daß seine Immersionsobjektive eine Apertur von 108° Wasserwinkel erreichten und auf diese Weise den maximalen Luftwinkel um mehrere Grade überschritten.

Der einzige Teil des Apparates — außer dem Namen, welcher neueren Ursprungs — ist die Kreisform der Glasscheibe, welche von Herrn Zeiss adoptiert wurde, als er begann, das Apertometer für den Verkauf herzustellen.

Die Beschreibung meines Arrangements hat sich so lange verzögert, weil ich vor hatte, die Methode der Aperturmessung und verwandte Methoden der Messung von Brennweiten, Vergrößerungen u. s. w. im Zusammenhang mit einer erschöpfenden Diskussion der Apertur selbst auseinanderzusetzen. Nun, da Priorität allein nach litterarischer Publizität bemessen wird, gebührt die [Priorität der] Anwendung der Glasscheibe für die Messung von Aperturen natürlich Mr. Tolles. Was aber die Teile meines Arrangements betrifft, welche nicht von anderen beschrieben sind, so werden die vorangehenden Bemerkungen wohl gezeigt haben, daß dieselben unabhängig von dem Apparat des Mr. Tolles und jedem andern sind.

XIII.

Beschreibung eines neuen stereoskopischen Oculars

nebst allgemeinen Bemerkungen über die Bedingungen mikro-stereoskopischer Beobachtung.

Zeitschrift für Mikroskopie, Organ der Gesellschaft für Mikroskopie in Berlin, redigirt von E. KAISER, II, 207—234, 1880.

CARLS Repertorium für Experimental-Physik, XVII, 197—224, 1881[1]).

I.

Während unter den Mikroskopikern englischer Zunge das Binocularmikroskop seit lange allgemeine Verbreitung gefunden hat und die Normalform aller grösseren, einigermaassen vollständig ausgerüsteten Instrumente darstellt, sind entsprechende Einrichtungen in Deutschland nur ganz vereinzelt im Gebrauch und den Meisten bloss dem Namen nach bekannt. Zum Theil mag diese ungleiche Werthschätzung der binocularen Beobachtung wohl zusammenhängen mit der traditionellen Verschiedenheit in der Ausbreitung und Richtung des wissenschaftlichen Interesses an der Mikroskopie diesseits und jenseits des Canals; zum grösseren Theil aber ist die Vernachlässigung des Binoculars auf dem Continent jedenfalls dem Umstand zuzuschreiben, dass die von den continentalen Mikroskopikern aus guten Gründen bevorzugte Form und Grösse des Mikroskopstativs für die bisher bekannten Binocularеinrichtungen entschieden ungünstig sich zeigt. Das durch Einfachheit und gute Wirkung vor allen ausgezeichnete WENHAM'sche Binocular ist durchaus auf den langen Tubus der englischen Mikroskope angewiesen. Alle Constructionen des stereoskopischen Apparates aber, welche sich an Stativen nach dem gewöhnlichen continentalen Modell anbringen lassen, sind viel verwickelter und schwieriger in der Ausführung und weniger vortheilhaft im Gebrauch.

1) [Auf den Abdruck in CARLS Repertorium beziehen sich die im Text angegebenen Seitenzahlen.]

Die Unbequemlichkeit eines ungewohnten und zu dem sonst benutzten optischen Apparat nicht passenden Stativs dem Binocular zu Liebe in den Kauf zu nehmen, wird den Mikroskopikern um so [198] weniger indicirt erscheinen, als bei den meistverbreiteten Binocularеinrichtungen ein befriedigender Gebrauch auf ziemlich geringe Vergrösserungen beschränkt bleibt und deshalb auf vielen Gebieten des mikroskopischen Studiums gar keinen oder nur gelegentlichen Nutzen verspricht. Von dieser Einschränkung des Gebrauches sind unter den mir bekannten stereoskopisch wirkenden Einrichtungen das STEPHENSON'sche Binocular und das stereoskopische Ocular von TOLLES allerdings frei. Das erste, welches bei geschickter Ausführung vorzügliche Wirkung ergiebt, ist jedoch auf einen Tubus von ganz abweichender Construction angewiesen, der nicht nebenbei als einfacher Tubus verwandt werden kann, und erfordert, wenn jener Vorzug zur Geltung kommen soll, obendrein eine besondere für den gewöhnlichen Gebrauch nicht sehr willkommene Form der Objectivfassungen. Das TOLLES'sche Ocular und seine Nachbildungen hinwiederum leiden an dem Uebelstand, dass es entweder eine sehr erhebliche Verlängerung des Tubus herbeiführt oder, wenn diese Unbequemlichkeit vermieden werden soll, die optische Wirkung der meisten Objective stark derangirt, weil dieselben in diesem Fall auf einen bedeutend kürzeren Bildabstand als beim regelmässigen Gebrauch, also mit wesentlich verändertem Strahlengang, in Anspruch genommen werden müssen.

Das Folgende betrifft nun einen Versuch, die binoculare, bezüglich stereoskopische Beobachtung, — deren Nutzen, wenigstens für manche Aufgaben des mikroskopischen Studiums, nicht wohl in Abrede gestellt werden kann — von den zuvor erwähnten beengenden Schranken zu befreien und zu einer überall und mit jedem Mikroskop verwendbaren Beobachtungsmethode zu erweitern. Er verfolgt demnach das doppelte Ziel, eine Einrichtung des Binoculars zu gewinnen, welche einerseits nicht an eine bestimmte Grösse des Stativs gebunden, namentlich auch mit dem niedrigen continentalen Modell vortheilhaft zu gebrauchen ist, und welche andererseits noch mit beträchtlichen Vergrösserungen ohne erschwerende Bedingungen vollkommen functionirt.

Der letzte Anspruch hat mir in so fern die Richtschnur vorgezeichnet, als er auf die Nothwendigkeit hinweisen musste, die Verdoppelung des Bildes und die für specifisch stereoskopische Effecte erforderliche Differenzirung desselben durch Halbirung der abbildenden Strahlenkegel — welches beides in allen bisher angewandten Apparaten Hand in Hand geht — durch getrennte, von einander unabhängig wirkende Mittel herbeizuführen. Sollen nämlich Prismen, [199] welche die Strahlenkegel in divergirende Sehrichtungen leiten, gleichzeitig auch eine übereinstimmende Halbirung jener für das ganze Sehfeld bewirken, so müssen diese Prismen an einer Stelle eingreifen, wo alle Strahlenkegel einen gemeinsamen Querschnitt besitzen. Sie müssen also entweder ganz dicht an die Oeffnung des Objectivs heran — eigentlich in diese Oeffnung hinein — gerückt oder im genauen Niveau eines reellen Bildes der Objectivöffnung angebracht werden. Das erstere bezweckt die STEPHENSON'sche Construction; das letztere wird bei der Einrichtung von TOLLES durch ein Zwischenobjectiv möglich gemacht, welches einen Strahlengang wie beim terrestrischen Fernrohrocular herbeiführt. Bei den Binocularen nach WENHAM's und NACHET's System dagegen müssen die Prismen aus mechanischen Gründen einen gewissen Abstand von der Oeffnung des Objectivs behalten und dieser Abstand lässt sich nicht so weit vermindern, dass er nicht bei stärkeren Linsen ein Vielfaches von deren Brennweite erreichte. Im Niveau des Prismas, oder der Prismen, sind daher die Querschnitte der Strahlenkegel, die nach verschiedenen Punkten des Sehfeldes zielen, schon bedeutend getrennt und bei einigermaassen starken Objectiven ist deshalb keine gleichmässige Halbirung, d. h. keine gleichmässige Beleuchtung der beiden Sehfelder mehr möglich. Bei abnehmender Brennweite des Objectivs geht das ganze Licht für die eine Hälfte des Sehfeldes mehr und mehr in das eine, und für die andere Hälfte in das andere Ocular.

Um alle diese Erschwerungen zu vermeiden, habe ich den Weg eingeschlagen: die Verdoppelung des mikroskopischen Bildes zum Zweck binocularer Beobachtung ohne Halbirung der Strahlenbüschel herbeizuführen, nämlich durch eine gleichmässige Spaltung aller aus dem Objectiv austretenden Strahlen mittels partieller Reflexion, wobei die Spaltung in einem ganz beliebigen Niveau erfolgen kann; die dem stereoskopischen Effect dienende Halbirung aber nach der Spaltung zu bewirken, und zwar in den reellen

Bildern der Objectivöffnung, welche die einzelnen Oculare oberhalb der Augenlinsen projiciren.

Dieses Princip lässt sich in gleicher Weise für die Construction sowohl eines Binocular tubus wie auch eines stereoskopischen Oculars verwerthen. Ich habe es für den letzteren Zweck in Ausführung gebracht und glaube in dem im Folgenden zu beschreibenden Doppelocular ein Instrument gewonnen zu haben, das nicht nur die binoculare und stereoskopische Beobachtung ohne jede Nebenbedingung [200] auf beliebig hohe Vergrösserungen auszudehnen gestattet, sondern zugleich als ein handlicher Nebenapparat mit jedem beliebigen Mikroskop benutzt werden kann.

Ich gebe hier zunächst die Beschreibung dieses Doppeloculars im Anschluss an die nachstehende Zeichnung. Diese stellt in [zweidrittel] natürlicher Grösse[1]) einen genauen Durchschnitt durch den Apparat dar, so wie selbiger in der Werkstatt von C. Zeiss in Jena construirt worden ist und von dieser von jetzt ab geliefert wird.

Den Körper des Instrumentes bildet ein allseitig geschlossenes Messinggehäuse A A', welches im Innern eine Combination aus drei Crownglasprismen, a, b, b' enthält. Die Deckplatte des Gehäuses trägt die beiden Oculare B, B', das erstere in fester Stellung, das zweite auf einem verschiebbaren Schlitten; die Bodenplatte trägt eine leere Hülse C, mit welcher sich das ganze in den Tubus eines beliebigen Mikroskops ganz wie ein gewöhnliches Ocular einstecken lässt. — Die beiden Prismen a und b sind in solcher Art zu einem festen Stück verbunden, dass sie zusammen eine dicke Planplatte repräsentiren, deren Continuität jedoch durch eine Luftschicht von ganz minimaler Dicke, unter einem Winkel von 38,5° gegen die Achse geneigt, unterbrochen ist. Die Dicke dieser lufterfüllten Schicht ist durch geeignete dünne Zwischenlagen auf weniger als 0,01 mm gebracht. Die vom Objectiv kommenden Strahlenkegel unterliegen an ihr einer Zerlegung in einen transmittirten und einen reflectirten Theil. Die transmittirten Strahlen durchsetzen das Doppelprisma a b ohne alle Ablenkung und formiren das Bild des Objectes im axialen Ocular B; die reflectirten Strahlen treten — den in der Zeichnung angegebenen Winkeln entsprechend — in normalem Durchtritt durch die zweite Seitenfläche des Prisma b, um einen Winkel von 13° gegen die

1) [In dem Abdrucke in CARLs Repertorium ist Fig. 10 in halber natürlicher Größe wiedergegeben.]

Horizontale geneigt, aus [201] und werden durch totale Reflexion an der Hypotenusenfläche des gleichschenklig - rechtwinkligen Prisma b′ mit einer Ablenkung um 90° in das Ocular B′ geworfen, dessen Achse gleichfalls um 13° von der Achse des Mikroskopes abweicht.

Die Anpassung des Ocularabstandes an die Augendistanz des Beobachters geschieht mittels der Schraube D, welche das Ocular B′ mit sammt dem an seiner Fassung sitzenden Prisma b′ parallel fortführt. Der Spielraum dieser Bewegung umfasst die kleinsten bei Erwachsenen vorkommenden und auch noch ziemlich grosse Augendistanzen. Da aber die Oculare in ihren Hülsen verschiebbar sind, so kann durch gleichmässiges Ausziehen beider — wobei je 10 mm den Abstand um 2,3 mm vergrössern — selbst eine abnorm grosse Augenweite eingestellt werden. Ungleichmässiges Ausziehen der Oculare gestattet ausserdem die häufig vorhandene Verschiedenheit der Sehweite beider Augen zu compensiren.

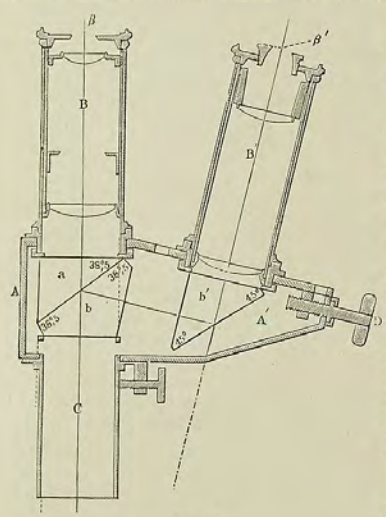


Fig. 10.

Die Oculare sind gewöhnliche zweigliederige Systeme, jedoch von ganz verschiedener Zusammensetzung, um die ungleiche Weglänge der geradlinigen und der doppeltgebrochenen Achse auszugleichen und trotz dieser Ungleichheit scharfe Bilder von gleicher Vergrösserung mit derselben Einstellung des Mikroskopes zu gewinnen.

Die Halbirung der abbildenden Strahlenkegel, zum Zweck des stereoskopischen Sehens, wird bewirkt durch halbseitige Abblendung der über

den Ocularen — in den sog. Augenpunkten β, β' — auftretenden reellen Bilder der Objectivöffnung, welche die gemeinsame Durchgangsfläche aller aus je einem Ocular austretenden Strahlenbüschel darstellen. Für diesen Zweck dienen besondere Ocular-deckel, wie ein solcher in der Zeichnung über dem Ocular B′ im Durchschnitt abgebildet ist. Der Deckel trägt ein Diaphragma mit halbkreisförmigem Ausschnitt, dessen geradlinige Kante genau in der optischen Achse des Oculars liegt; dieses Diaphragma kann mittels des in der Zeichnung angedeuteten Gewindes höher oder tiefer eingestellt werden, um die Abblendung genau im Niveau des Oeffnungsbildes auszuführen und damit eine ganz gleichmässige Halbirung der Strahlenkegel von allen Punkten des Sehfeldes zu erhalten. — Die Regulirung des Niveaus der Blenden erfolgt für eine bestimmte Höhe des Mikroskoptubus ein für alle Male, indem man diejenige Stellung aufsucht, bei der das Oeffnungsbild (welches beim Entfernen des Auges vom Ocular als ein heller Kreis über demselben sichtbar ist) keine Parallaxe gegen die [202] Kante des Diaphragmas zeigt, d. h. beim seitlichen Bewegen des Auges fest an dieser Kante zu haften scheint.

Jedem der beiden Oculare ist ein derartiger Deckel mit justirbarer Halbblende, ausserdem aber auch ein gewöhnlicher Ocular-deckel mit kreisförmiger Oeffnung (wie der auf Ocular B abgebildete) beigegeben. Die Deckel werden auf die Fassungen der Oculare mit einem kurzen Conus bloss aufgesteckt, so dass sie mit einem einzigen Handgriff vertauscht werden können. — Das einfache Umdrehen der mit Halbdiaphragma versehenen Deckel gestattet (wie im Folgenden näher erklärt werden wird), beim stereoskopischen Sehen nach Belieben orthoskopischen oder pseudoskopischen Effekt herbeizuführen.

II.

Der im Vorstehenden gegebenen Beschreibung des Doppel-Oculars lasse ich nun eine kurze Analyse seiner Wirkungsweise folgen, welche zugleich die Richtschnur für seinen zweckmässigen Gebrauch enthalten wird.

Spaltung der aus dem Objectiv austretenden Strahlenkegel durch partielle Reflexion an einer planparallelen Glasplatte ist (wie auch Doppelbrechung durch Kalkspathprismen) schon von Anderen zum Zweck binocularer Beobachtung in Anwendung ge-

bracht worden, jedoch stets unter Verzichtleistung auf den specifisch stereoskopischen Effect der geometrischen Halbirung der Strahlenkegel. — Das hier benutzte, meines Wissens neue Mittel zur Erzielung partieller Transmission und Reflexion, eine in ein stärker brechendes Medium eingefügte verschwindend dünne Luftschicht, wirkt in der Hauptsache ganz wie eine planparallele Glasplatte; es hat jedoch vor einer solchen zwei wesentliche Vorzüge voraus. Erstens kann die Dicke der reflectirenden Schicht hier beliebig vermindert und dadurch die Entstehung von Doppelbildern auch bei convergirenden oder divergirenden Strahlenbüscheln ganz verhütet werden — während solche unvermeidlich sind, sobald der Abstand der beiden reflectirenden Flächen, wie im Falle einer Glasplatte, eine für die Vergrösserungskraft des Oculars sichtbare Grösse bleiben muss. Zweitens erlangt bei meiner Einrichtung der reflectirte Strahl eine beträchtlich grössere Intensität als er bei Reflexion von Luft zu Glas unter ähnlichem Incidenzwinkel erhalten würde, weil hier der Uebergang von Glas zu Luft bis auf wenige Grade an den Grenzwinkel der totalen Reflexion (ca. 41° für Crownglas) herangeführt werden kann.

[203] Unter den angegebenen Verhältnissen beträgt die Intensität der reflectirten Strahlen knapp $^1/_3$, die der transmittirten reichlich $^2/_3$ des unzertheilten Lichtes. Dem entsprechend erscheint denn in der That das Sehfeld des axialen Oculars sichtlich heller als dasjenige des excentrischen Oculars mit dem nämlichen Auge gesehen. Dieses ist indess nicht nur kein Mangel der in Rede stehenden Binocularеinrichtung, sondern im Gegentheil ein entschiedener Vortheil. Denn die Erfahrung hat längst ergeben, dass die Erzielung eines guten stereoskopischen Effectes ein möglichst vollkommenes und klares Bild erfordert, neben welchem das andere ohne sichtbaren Nachtheil von merklich geringerer Vollkommenheit sein darf; und es ist von vorne herein zu erwarten, dass diese Erfahrung auch auf Unterschiede der Helligkeit in gleicher Weise Anwendung finden werde. Ausserdem aber kommt noch der besondere Umstand in Betracht, dass die beiden Augen eines Individuums, in Folge des — zumal beim Mikroskopiker — ausnahmslos bestehenden ungleichmässigen Gebrauchs, immer ungleiche Lichtempfindlichkeit zeigen. Das weniger gebrauchte Auge, dessen Sehschärfe stets geringer ist als die des geübten, bekundet diesem gegenüber eine erhöhte Lichtempfindlichkeit (Reizbarkeit); und der Unterschied ist — wie ich an mir selbst und an mehreren

anderen Personen constatirt habe — so beträchtlich, dass das objectiv lichtschwächere Bild des seitlichen Oculars mit dem ungeübten (gewöhnlich linken) Auge betrachtet, dem subjectiven Eindruck nach öfters sogar heller erscheint als das andere, mit dem geübten Auge gesehene. Die ungleichmässige Spaltung des Lichts bei der partiellen Reflexion ist demnach ein höchst willkommenes Moment für die Ausgleichung jener physiologischen Differenz; der Beobachter hat nur darauf Bedacht zu nehmen, dass er das seitliche Ocular stets mit dem weniger geübten Auge benutzt.

Bei der beschriebenen Prismencombination werden alle Grenzflächen, abgesehen von denen der dünnen Luftschicht, unter senkrechter Incidenz der axialen Strahlen durchsetzt. Die Prismen wirken demnach in beiden Strahlengruppen durchaus wie senkrecht zur Achse eingeschaltete Planplatten und geben keinerlei seitliche Verschiebungen oder astigmatische Wirkungen. Der absolute Lichtverlust beim Durchgang durch gut gearbeitete Prismen aus wasserhellem Crownglas ist bekanntlich sehr gering — praktisch kaum bemerkbar; und wenn alle Flächen — zumal die sehr empfindlichen [204] Grenzflächen der reflectirenden Schicht — ganz exact ausgeführt sind (was allerdings die Grundbedingung einer guten Leistung des Apparates ausmacht), so bewahren beide Bilder ganz unverminderte Bildschärfe. Das axiale Bild ist sogar in der Helligkeit kaum von demjenigen eines einfachen Oculars zu unterscheiden.

Eine nähere Erklärung verlangt noch die Einrichtung der Oculare. — Vollständige und sichere Verschmelzung der beiden Bilder beim binocularen Sehen erfordert unter den hier in Frage stehenden Verhältnissen die Erfüllung von drei Bedingungen. Es müssen nämlich erstens beide Bilder mit derselben Einstellung des Objectivs scharf erscheinen; zweitens müssen sie unter gleichem Sehwinkel, also unter gleicher Vergrösserung gesehen werden; drittens endlich müssen die Augenpunkte beider Oculare — die Kreuzungsstellen der austretenden Strahlenkegel — wenigstens sehr annähernd gleichen Abstand vom Convergenzpunkt der Ocularachsen besitzen, oder die Verbindungslinie $\beta\,\beta'$ der beiden Augenpunkte muss mit den Ocularachsen ein gleichschenkliges Dreieck bilden, damit im Niveau des Convergenzpunktes gleich vergrösserte Bilder auftreten und die Sehachsen beider Augen zur Verbindungslinie symmetrisch bleiben.

Der erstgenannte Anspruch deckt sich augenscheinlich mit der Forderung eines beiderseits gleichen Abstandes zwischen dem reellen Objectivbild und dem Objectiv, wenn auf der einen Achse der geradlinige Weg, auf der andern der rectificirte Weg des zweimal reflectirten Strahles in Anschlag gebracht wird. Die Oculare müssen demnach, damit die beiderseits sichtbaren Bilder demselben Niveau im Object conjugirt seien, auf Punkte der betreffenden Achsen eingestellt werden, deren geradliniger Abstand vom Convergenzpunkt dieser Achsen um ein Beträchtliches verschieden ist; und zwar beträgt im vorliegenden Fall dieser Unterschied ca. 33 mm Luftweg, um welche Strecke der Einstellungspunkt (Focus) des seitlichen Oculars dem Convergenzpunkt näher liegen muss. Die zweite Bedingung erfordert nun, da die reellen Objectivbilder, der ersten zufolge, offenbar gleiche Vergrösserung erhalten werden, für beide Oculare gleiche Aequivalentbrennweite, um gleiche Gesammtvergrösserungen zu erhalten. Die dritte Anforderung besagt darauf hin, dass trotz des ungleichen Abstandes der Einstellungsebenen und trotz gleicher Brennweite die Augenpunkte der Oculare, d. h. die Stellen der Achsen, an welchen [205] die Oeffnung des Objectivs sich abbildet, wieder gleichen Abstand von jenem Convergenzpunkt erhalten müssen.

Diese auf den ersten Blick schwer vereinbaren Ansprüche an die Wirkungsweise der Oculare lassen sich in der That erfüllen, selbstverständlich jedoch nur mit Ocularen ganz verschiedener Construction. Das dioptrische Problem, auf welches die Aufgabe sich reducirt — ein Linsensystem von gegebener Brennweite zu bestimmen, dessen beide Brennpunkte einen gegebenen Abstand haben — gestattet sogar eine strenge Lösung noch unter der Voraussetzung eines Systems aus zwei einfachen Linsen, ohne mit der Forderung gleicher Brennweiten für verschiedene Farben (der Bedingung der Achromasie der Oculare) in Widerspruch zu kommen. Diesen Umstand benutzend, ist als Hauptocular ein gewöhnliches Huyghens'sches von 45 mm Brennweite angenommen worden, worauf hin das zugehörige, seitliche Ocular eine dem Ramsden'schen ähnliche Linsencombination wird, deren Focus nahezu mit dem Niveau des Collectivglases zusammenfällt.

Die Erfüllung der oben genannten drei Bedingungen würde ohne Weiteres durch congruente Oculare zu erreichen sein, wenn man als solche teleskopische Linsencombinationen benutzen wollte — wie von H. Goltzsch für einen Binoculartubus vorgeschlagen worden ist[1]). Um jedoch in irgend einem Falle derartige Oculare verwenden zu dürfen, müssten die Objective, entweder speciell zu solchem Gebrauch, oder allgemein, für ihren unteren Hauptbrennpunkt sphärisch und chromatisch corrigirt sein. Obwohl nun ein derartiger Plan für die Construction der Objective, allgemein angenommen, durchaus nicht irrationell wäre, so hat ihn doch bis jetzt noch kein Optiker adoptirt und es wird dieses auch wohl so bald noch nicht geschehen. Wollte man aber die Objective, welche etwa für eine Bildweite von 180 mm adjustirt sind, wie H. Goltzsch vorschlägt, ohne Weiteres mit einem so ganz abweichenden Strahlengang benutzen, so würden bei einigermaassen erheblichen Oeffnungswinkeln die Bilder unerträglich schlecht ausfallen. Man müsste dann solchen Objectiven erst noch eine dispansive Correctionslinse hinzufügen, um parallel austretende Strahlen bei der Einstellung auf den gewöhnlichen aplanatischen Focus zu erhalten.

Endlich ist die zur Theilung der Strahlenbüschel angewandte Methode einer Erörterung zu unterziehen. — Ohne eine Vorkehrung [206] dieser Art, also mit gewöhnlichen Oculardeckeln beiderseits verwandt, vermittelt das Doppelocular zwar unter allen Umständen ein binoculares Sehen, mit vollständiger Verschmelzung beider Netzhautbilder; da diese aber, bis auf den Unterschied der Helligkeit, völlig identisch sind, so fehlen alsdann noch die wesentlichen Voraussetzungen für eine eigentlich stereoskopische Wirkung des Doppelsehens.

Nichtsdestoweniger zeigt der Versuch, dass schon die indifferente binoculare Beobachtung eine sichtliche Annäherung an stereoskopische Effecte herbeiführt. Präparate, welche überhaupt solche in charakteristischer Weise zulassen, treten, in der erwähnten Weise besehen, auffällig plastischer hervor als im einfachen Bild, und namentlich kleine Objecte, unter Vergrösserungen über 200—300 betrachtet, lassen öfters kaum den Unterschied von einem im eigentlichen Sinne stereoskopischen Bild erkennen. — Diese Wahrnehmung kann auch kaum befremden, wenn man erwägt, dass die Auffassung der Tiefendimension in keinem Falle dem Sinneseindruck als solchem zugehört, vielmehr durchaus Sache des Vorstellens und unbewussten Urtheilens ist, zu welchem das Auge nur die Antriebe, und Stützpunkte zu liefern hat. Es scheint nun die blose That-

1) Carls Repertorium der Physik, XV, 653, 1879 [vergl. auch ebenda XVIII, 27—32, 1872]; Zeitschrift für Mikroskopie, redigirt von E. Kaiser, II, 166, 1880.

sache, dass derselbe Gegenstand mit beiden Augen zugleich gesehen wird, schon einen kräftigen Antrieb zu enthalten, die zu verschmelzenden Netzhautbilder räumlich zu construiren.

Kömmt sonach auch schon die Benutzung des Doppeloculars ohne weitere Vorkehrungen der Auffassung körperlicher Formen vielfach zu Statten, so steht doch andererseits die Prägnanz, Sicherheit und Beständigkeit der Eindrücke bei dieser Art des Gebrauches hinter einem eigentlich stereoskopischen Effect im Allgemeinen bedeutend zurück, wie namentlich an gröberen, mit schwachen Vergrösserungen zu beobachtenden Objecten sogleich erkannt wird. Zu einer Wahrnehmung des Körperlichen mit dem Eindruck voller sinnlicher Unmittelbarkeit gehört eine wirkliche Differenzirung der beiden Netzhautbilder in der Beleuchtung und — vor Allem — in der Perspective der Projection, die sich in ungleicher parallaktischer Verschiebung des hintereinander Liegenden kenntlich macht. Dieses beides allein gewährt kräftige und sichere Indicationen für die räumliche Construction des Gesehenen. Beim mikroskopischen Sehen können die Bedingungen für eine solche Differenzirung aber nur durch Halbirung der vom Object ausgehenden Strahlenkegel, — [207] oder, allgemeiner ausgedrückt, durch gleichzeitiges Abbilden des Objectes mittels Strahlen, die gegen seine Ebene ungleich geneigt sind — erfüllt werden.

Es ist nun sogleich einleuchtend, dass die Halbirung der Strahlenkegel mit gleichem Erfolg an jeder Stelle ausgeführt werden kann, wo alle von den verschiedenen Punkten des Objectfeldes ausgehenden Strahlenkegel einen gemeinsamen Querschnitt besitzen. Eine solche Stelle ist aber das vom Ocular entworfene reelle Bild der Objectivöffnung — welches man wegen seiner eigenthümlichen Functionen beim mikroskopischen Sehen füglich die Pupille des Mikroskops nennen kann — ganz ebenso wie die Oeffnung des Objectivs selbst. Da jeder Punkt dieses Oeffnungsbildes je einem Punkt der wirklichen Oeffnung, und jede Hälfte des ersteren einer Hälfte der letzteren entspricht (oder im Sinne der geometrischen Optik conjugirt ist) so ist die Halbirung des Oeffnungsbildes gleichwerthig mit der Halbirung der Oeffnung selbst; und wenn nun, wie beim vorliegenden Apparat, jedes Ocular für sich das volle Bild der Oeffnung entwirft, so muss eine symmetrische Halbirung beider Bilder durch hälftiges Verdecken derselben in allen Stücken ganz dieselbe Wirkung auf die zum Auge gelangenden Strahlenbüschel ergeben wie eine Theilung dieser

Büschel bei ihrem Austritt aus dem Objectiv. Sofern dabei — wie durch die oben beschriebene Einrichtung vorgesehen — die Abblendung genau im Niveau der Oeffnungsbilder bewirkt wird, erfolgt die Halbirung in einer idealen Gleichmässigkeit, wie sie nur durch Prismen innerhalb der Objectivöffnung (statt über derselben) erreicht werden könnte.

Im vorliegenden Falle lässt sich nun eine symmetrische Halbirung der abbildenden Strahlenkegel auf zweifache Art ausführen, indem entweder die beiden inneren, oder die beiden äusseren Hälften der kreisförmigen Oeffnungsbilder verdeckt werden können. Im ersteren Fall zeigen die wirksam bleibenden Halböffnungen die Constellation a, im zweiten Falle die Constellation b [Fig. 11]. Beide Male ist die Pupille des Mikroskops in zwei Halbpupillen auseinandergezogen, nur dass diese im ersten Falle in ihrer natürlichen, im zweiten Falle in invertirter Stellung wirksam sind. Es ist nun ganz allgemein zu erweisen, dass die Verschiedenheit beider Bilder in Bezug auf Beleuchtung und in Bezug auf parallaktische Verschiebung hinter[208]einander liegender Schichten bei der ersteren Anordnung stets den natürlichen Raumverhältnissen der Objecte, bei der zweiten Anordnung aber stets einer Inversion der Tiefendimension entsprechen muss, durch was immer für optische Mittel die Abbildung selbst und die Theilung der Strahlenkegel erzielt sein mag. Diese Regel ergiebt ein allgemeingiltiges Kriterium für die Beurtheilung des stereoskopischen Effectes — orthoskopisch oder pseudoskopisch — bei jeder Art von Binocularеinrichtung; sie macht Alles allein davon abhängig, ob die beiden Pupillen des Beobachters mit ihren äusseren oder mit ihren inneren Hälften in Anspruch genommen werden[1]). Auf das in Rede stehende Doppelocular angewandt lässt obiger Satz erkennen, dass beide Arten der Wirkung, — wie der Versuch ganz eclatant bestätigt — nach Belieben erhalten werden können, ohne irgend eine andere Veränderung als einfaches Umdrehen der die Halbblenden tragenden Oculardeckel.

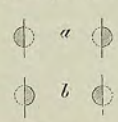


Fig. 11.

Die hier benutzte Methode zur Halbirung der abbildenden Strahlenkegel hat nun vor der Anwendung von Prismen über dem Objectiv den wesentlichen Vorzug, dass sie bei schwachen und bei starken Objectiven und bei jeder Form der Linsenfassung gleich

1) [Vergl. Abhandlung XV dieser Sammlung.]

vollkommen wirkt. Wenn die Diaphragmen im Niveau der Oeffnungsbilder über den Ocularen angebracht sind, so werden die von den Randpunkten des Sehfeldes ausgehenden Strahlenkegel genau in derselben Weise getheilt, resp. halbirt, wie die in der Achse verlaufenden; und da die Oeffnungsbilder vollkommen zugänglich sind, so lässt sich jene Bedingung immer in genügender Genauigkeit erfüllen, wenn nur Vorsorge getroffen ist, dass der Oculardeckel nach Bedürfniss etwas höher oder etwas tiefer eingestellt werden kann. Dieses ist nötig, um der Niveauveränderung des Oeffnungsbildes, die bei beträchtlich veränderten Abständen der Oculare vom Objectiv merklich wird, jederzeit folgen zu können.

Als ein Nachtheil meiner Einrichtung gegenüber allen sonst angewandten binocularen Mikroskopen wird es zunächst erscheinen, dass hier die Halbirung der Strahlenbüschel die Hälfte der vom Objectiv dem Bilde zugeführten Lichtmenge durch Abblendung völlig verloren gehen lässt. Soweit nun aber die geringen Vergrösserungen in Betracht gezogen werden, auf welche bisher die binoculare Beobachtung grösstentheils beschränkt war, würde selbst eine so beträchtliche Verminderung der nutzbaren Lichtmenge kaum als ein Mangel empfunden [209] werden, weil unter jenen Umständen auch trübe Tagesbeleuchtung immer noch reichlich genügende Helligkeit ergiebt. Die Sache stellt sich in Wirklichkeit aber wesentlich günstiger in Folge eines besonderen Umstandes, der mir bei den ersten Versuchen mit dem Doppelocular entgegengetreten ist. Es zeigt sich nämlich, dass zur Erzielung eines vollkommenen stereoskopischen Effectes keineswegs die Halbirung beider Oeffnungsbilder erforderlich ist, dass vielmehr die hälftige Abblendung eines einzigen, und zwar schon die des seitlichen lichtschwächeren Oculars, völlig genügt. Unter sehr verschiedenartigen Präparaten, welche ich dem Versuch unterworfen habe, ist mir nur selten der Fall vorgekommen, dass nicht schon diese einseitige Halbirung der Strahlenkegel die stereoskopische Wahrnehmung ebenso leicht und ebenso prägnant ergeben hätte wie die doppeltseitige oder wie die Beobachtung durch ein Binocularmikroskop nach dem gewöhnlichen Princip, — und zwar die richtige Tiefenperspective bei der dem Schema a entsprechenden, und die pseudoskopische bei der dem Schema b entsprechenden Stellung der Blende über dem excentrischen Ocular. Es ist also augenscheinlich die Unsymmetrie in der Beleuchtung und parallaktischen Gruppirung der Schichten in dem einen, verhältnissmässig

lichtschwachen Bild schon ein genügend sicherer Leitfaden für die räumliche Projection der zu verschmelzenden Netzhauteindrücke.

Auf Grund dieser Thatsache betrachte ich als die normale Anordnung des Doppeloculars die in der Zeichnung dargestellte, bei welcher nur das excentrische Ocular einen Deckel mit Halbblende trägt, während das Hauptocular mit einem gewöhnlichen offenen Oculardeckel versehen ist, der nur dazu dient, die Stellung des Auges einigermaassen zu fixiren. — Bei dieser Art des Gebrauches ist nun der durch die Methode der Strahlenhalbirung bedingte Lichtverlust auf den geringen Bruchtheil von beiläufig $^1/_6$ der gesammten Lichtmenge reducirt, kommt also praktisch selbst da nicht in Betracht, wo eine erhebliche Einbusse an Helligkeit einen ernstlichen Nachtheil ausmachen würde.

Andererseits giebt es aber Umstände, namentlich bei Anwendung höherer Vergrösserungen zu binocularer Beobachtung, unter welchen die gleichzeitige Abblendung beider Oculare nützliche Dienste leisten kann, während zugleich der hiermit verbundene Lichtverlust durch die Art der Beleuchtung wieder völlig ausgeglichen wird. — Alles [210] stereoskopische Sehen mit dem Mikroskop, soweit es mehr ist als blosses Sehen mit zwei Augen, beruht ausschliesslich auf der ungleichen Neigung der die beiden Bilder erzeugenden Strahlenkegel gegen die Ebene des Präparates oder gegen die Achse des Mikroskopes. Bei gleichmässiger Halbirung der Strahlenkegel, sei es durch Prismen über dem Objectiv, sei es durch Diaphragmen über den Ocularen, erreicht die Differenz der Beleuchtungsrichtungen am Präparat annähernd den halben Oeffnungswinkel des Objectivs, vorausgesetzt, dass dessen ganze Oeffnung von Strahlen erfüllt ist. Bei der zuvor betrachteten einseitigen Halbirung wird das directe Bild durch einen Strahlenkegel erzeugt, dessen Achse zur Ebene des Präparates senkrecht steht, und das abgelenkte Bild durch einen Kegel, dessen Achse um ungefähr den vierten Theil des Oeffnungswinkels geneigt verläuft. Bei schwachen Vergrösserungen, welche eine relativ beträchtliche Tiefenperspective gestatten, ist auch die geringere Neigungsdifferenz, die im letzteren Fall übrig bleibt, völlig ausreichend, um einen sehr markirten Unterschied der Perspective hintereinander liegender Schichten in dem einen Bild zu erzeugen. Bei starken Vergrösserungen hält aber auch bei doppelseitiger Halbirung die Differenzirung der beiden Bilder durchaus nicht Schritt mit dem zunehmenden Oeffnungswinkel, so lange die gewöhnliche centrale

Beleuchtung in Anwendung bleibt. Denn in diesem Falle erfüllt der einfallende Strahlenkegel nicht die volle Oeffnung des Objectivs, sondern nur einen relativ kleinen centralen Theil derselben, welcher in der Regel nicht mehr als ca. 40° Winkelraum umfasst, und meist auch nicht mehr umfassen darf, wenn die Deutlichkeit des mikroskopischen Bildes nicht benachtheiligt und die Focustiefe nicht obendrein unnöthig vermindert werden soll. Da aber solche Theile der Präparate, welche eine körperliche Auffassung überhaupt gestatten, bei Beobachtung mit durchfallendem Licht im Wesentlichen stets durch direct transmittirte Strahlen abgebildet werden, so ist unter jenen Umständen die Verschiedenheit der beiden Bilder nicht auf den ganzen Oeffnungswinkel des Objectivs, sondern auf den viel kleineren Oeffnungswinkel des einfallenden und direct transmittirten Strahlenkegels gegründet, der nur relativ geringe Neigungsdifferenzen der abbildenden Strahlen gegen das Präparat zulässt. Es ist nun einleuchtend, dass beim Gebrauch von Objectiven mit kurzer Brennweite und entsprechend grossen Oeffnungswinkeln eine bedeutend stärkere Differenzirung der beiden Bilder in Bezug auf [211] Parallaxe erzielt werden kann, wenn an Stelle eines axialen Strahlenkegels zwei gegen die Achse entgegen gesetzt geneigte Kegel zur Beleuchtung verwandt werden, in solcher Art, dass das eine Bild von dem einen, das andere von dem anderen erzeugt wird. Eine derartige Doppelbeleuchtung lässt sich allerdings mit dem einfachen Beleuchtungsspiegel nicht herbeiführen; sie ist jedoch in aller Leichtigkeit und Sicherheit mit dem Beleuchtungsapparat zu erhalten, den ich vor Jahren beschrieben habe[1]) und der gegenwärtig auch unter den Mikroskopikern in Deutschland vielfach verbreitet ist. Bei Benutzung dieses Apparates genügt das Einlegen einer Blendungsscheibe mit zwei Oeffnungen [Fig. 12] in den Diaphragmenträger unter dem Condensor; und man hat es in der Gewalt, nach Belieben enger oder weiter geöffnete Strahlenkegel, und von grösserer oder geringerer Neigung gegen die Achse zu verwenden, indem man den Löchern andere Weite und anderen Abstand giebt.

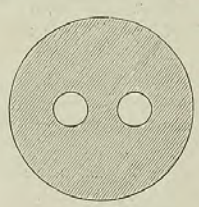


Fig. 12.

1) Archiv f. mikr. Anatomie, IX, 1873. [Vergl. Abhandlung IV dieser Sammlung, S. 101—112.]

Mit Diaphragmen dieser Form (die sich leicht nach dem jeweiligen Bedürfniss in Carton ausschneiden lassen) lässt sich der grössere Oeffnungswinkel stärkerer Objective zu Gunsten eines gesteigerten stereoskopischen Effectes ausnutzen, ohne dass man unvortheilhaft breite Strahlenkegel, welche die Deutlichkeit des Bildes und die Focustiefe beeinträchtigen, zu verwenden braucht. Natürlich müssen bei dieser Beleuchtungsweise die Oeffnungsbilder über beiden Ocularen zur Hälfte abgeblendet werden, damit das eine Bild nur von dem einen, das andere nur von dem andern der beiden Beleuchtungskegel Licht empfängt. Die Lichtvertheilung in beiden Oeffnungsbildern entspricht alsdann dem beistehend gezeichneten Schema [Fig. 13]; und es ist einleuchtend, dass in diesem Falle die Helligkeit des Bildes für beide Augen zusammen genau diejenige ist, welche einer der beiden Strahlenkegel für sich ohne Abblendung ergeben würde.

Die hier betrachtete Beleuchtungsweise — welche auch schon Mr. Stephenson für sein Binocularmikroskop empfohlen hat — erweist sich in der That als die weitaus vortheilhafteste, [212] wenn es sich um Beobachtung unter höherer als etwa 300facher Vergrösserung handelt. Sie setzt allerdings sehr gut corrigirte und richtig adjustirte Objective voraus, wenn die Schärfe des Bildes nicht Abbruch leiden soll. Sofern diese Bedingung aber erfüllt ist, gestattet sie äusserst frappante stereoskopische Effecte noch mit Objectiven (z. B. Immersionslinsen) von 2 mm und weniger Brennweite, wenn die beobachteten Präparate in einem geringen Tiefenraum eine charakteristische Gliederung darbieten.



Fig. 13.

In Rücksicht auf den im Vorstehenden besprochenen verschiedenartigen Gebrauch des Doppeloculars ist die oben erwähnte Einrichtung getroffen, dass jedem der beiden Oculare zwei Deckel beigegeben werden, ein gewöhnlicher mit kreisförmiger Oeffnung und ein zweiter mit halbkreisförmigem Ausschnitt, und dass diese auf möglichst einfache Weise gegen einander ausgewechselt werden können. Der Beobachter hat sonach alle Combinationen, und zwar sowohl für orthoskopischen wie für pseudoskopischen Effect zu freier Verfügung.

Beim erstmaligen Gebrauch dieses Doppeloculars wird es als eine Unbequemlichkeit empfunden, — namentlich wenn die Halbblenden auf beiden Ocularen benutzt werden sollen — dass der Beobachter mit den Augen sich diesen Blenden sehr nähern und

eine sehr stetige Kopfhaltung bewahren muss, um nicht ein Bild, oder beide, zu verlieren. Nach meiner Erfahrung überwindet indess eine geringe Uebung (die auf alle Fälle erfordert wird, um sich binoculares Sehen, nämlich rasche Verschmelzung beider Bilder, geläufig zu machen) diese Schwierigkeit vollständig, wenn man nur immer für eine recht genaue Anpassung des Apparates an die Augendistanz Sorge trägt. Das oben besprochene binoculare Sehen ohne Halbirung der Strahlenbüschel ist aber von aller Unbequemlichkeit frei. Da nun, wenn man das Doppelocular mit möglichst verkürztem Tubus benutzt, nöthigenfalls auch einen ganz kurzen Extratubus für diesen Zweck verwendet, weder die Höhe des ganzen Mikroskops noch die für den Correctionszustand der Objective maassgebende Bildweite (Abstand des reellen Objectivbildes vom Objectiv) über das gewöhnliche Maass vergrössert wird, so dürfte es kaum ein Hinderniss finden, den in Rede stehenden Apparat, ebenso wie in England mit dem WENHAM'schen Binocular geschieht, zum regelmässigen Mikroskopiren auch dann zu benutzen, wenn es sich in der Hauptsache um monoculare Beobachtung handelt und stereoskopische Wahrnehmung nur gelegentlich in Betracht kommt [213]. Der Beobachter hat alsdann nicht nur den Vortheil, nach Belieben mit beiden Augen beobachten zu können, um die einseitige Inanspruchnahme eines Auges zu vermeiden, sondern ist auch bei jeder sich darbietenden Veranlassung zur stereoskopischen Inspection des gerade untersuchten Objectes ohne weitere Vorbereitung befähigt. Dass bei guter Ausführung des optischen Apparates weder eine merkbare Einbusse an Helligkeit noch eine Verminderung der Bildschärfe eintritt, ist zuvor schon betont worden.

Das hier beschriebene Doppelocular gestattet die binoculare und stereoskopische Beobachtung weit über diejenigen Vergrösserungen hinaus, mit welchen die Binocularmikroskope nach WENHAM'schen und NACHET'schen System noch vortheilhaft benutzt werden können; und soweit nur binoculares Sehen in Frage steht, ist selbstverständlich dem Apparat eine Grenze der Anwendung überhaupt nicht gesteckt, da die zwei Ocularbilder unter 1000facher Vergrösserung unter genau gleichen Bedingungen wie unter 10facher entstehen. Um aber in Bezug auf diesen Vortheil nicht übertriebene Erwartungen aufkommen zu lassen, muss darauf hingewiesen werden, dass der stereoskopische Effect der binocularen Beobachtung mit mikroskopischer Vergrösserung an Einschränkungen geknüpft ist, die durchaus nicht in der Wirkungsweise des stereoskopischen Apparates, sondern in den allgemeinsten Gesetzen des mikroskopischen Sehens begründet sind. — Die directe Anschauung körperlicher Formen im binocularen Sehen kann selbstverständlich nicht weiter reichen, als die nackte Abbildung derselben reicht. Nur wenn ein Gebilde in allen seinen Theilen in einem Sehraum des Mikroskops, d. h. bei einer Einstellung, in genügender Deutlichkeit übersehen wird, kann ein unmittelbares plastisches Bild desselben möglicherweise zu Stande kommen. So lange bloss ein kleiner Theil des Objectes gleichzeitig in einiger Deutlichkeit sichtbar ist, kann kein noch so vollkommener stereoskopischer Apparat die Form des Ganzen zur Anschauung bringen. Nun zeigt sich, dass der Sehraum des Mikroskopes unter wachsender Vergrösserung immer mehr an Tiefe verliert; und zwar erfolgt die Abnahme der Sehtiefe, von den geringsten Vergrösserungen ausgehend, keineswegs nur proportional der Vergrösserung, sondern — wie im Folgenden näher dargelegt werden soll — in sehr viel stärkerem Maasse. Die Tiefenperspective des Mikroskopes erreicht bei 300facher Vergrösserung nicht etwa den 10., sondern höchstens den 50. Theil [214] des Betrags, der bei einer 30fachen Vergrösserung möglich ist und erst von mittleren Vergrösserungen ab geschieht die weitere Verminderung annähernd proportional der Vergrösserung. Aber schon bei der Ziffer 300 beträgt die absolute Tiefe des Bildes selbst unter den günstigsten Umständen kaum ein paar Hundertel des Millimeters, und wenn die Vergrösserungsziffer sich der Tausend nähert, bleiben höchstens noch wenige Mikra übrig. Die Dicke der Objecte, welche in einem Sehraum des Mikroskops überblickt werden können, nimmt also mit wachsender Vergrösserung mehr und mehr ab, und zwar von den geringsten Vergrösserungen anfangend zuerst sehr rapide, in langsamerem Grade aber erst dann, wenn die Sehtiefe schon sehr gering geworden ist. In demselben Maasse muss dann auch der Bereich stereoskopischer Wahrnehmung immer mehr beengt werden. Nur mit relativ geringen Vergrösserungen ist eine directe körperliche Anschauung solcher Gebilde möglich, deren Tiefe einen merklichen Bruchtheil vom Durchmesser des Sehfeldes ausmacht; schon bei mittleren Ziffern (2—300) können nur noch sehr dünne Objecte plastisch gesehen werden; und bei hohen Vergrösserungen muss ein solcher Effect, selbst mit dem vollkommensten Apparat, auf Gebilde be-

schränkt bleiben, deren Tiefendimension nicht über ein paar Mikra hinausgeht.

Dem Gesagten zufolge wird eine einigermaassen ausgiebige stereoskopische Beobachtung in keinem Falle über solche Objecte des mikroskopischen Studiums hinausreichen können, die sich schon mit mässigen Vergrösserungen erforschen lassen, selbst dann nicht, wenn der optische Apparat, wie bei dem in Rede stehenden Doppelocular, noch unter hohen Vergrösserungen gleichmässig fort functionirt. Sobald solche nöthig werden, beschränkt sich die stereoskopische Wahrnehmung auf Gebilde von so geringer Tiefe, dass deren plastische Anschauung kaum mehr einen wissenschaftlichen Gewinn abwerfen kann, obwohl sehr effectvolle Bilder an geeigneten Objecten auch noch unter diesen Umständen möglich sind. Eine wesentliche Unterstützung des mikroskopischen Studiums in seinen schwierigsten Aufgaben, durch binoculare Beobachtung, ist principiell ausgeschlossen.

Wie hoch man bei dieser Sachlage den Vortheil stereoskopischer Beobachtung beim wissenschaftlichen Gebrauch des Mikroskopes anzuschlagen hat, wird immer eine Sache des subjectiven Ermessens bleiben. Es ist Thatsache, dass der geübte Mikroskopiker, der sich durch jahrelange Praxis an die körperliche Deutung der flächenhaften [215] Bilder gewöhnt hat, selbst an sehr complicirten Gebilden mit einem Blick, höchstens mit ein paar Drehungen der Einstellungsschraube, die räumliche Gliederung in voller Sicherheit erfasst. Ein solcher wird nur ausnahmsweise, wenn es sich etwa um Objecte von ganz ungewohnter Zusammensetzung handelt, von stereoskopischer Beobachtung einen directen Vortheil haben. Das oben Gesagte zeigt aber, dass kein stereoskopischer Apparat die Erlernung jener Kunst des mittelbaren Erkennens räumlicher Formen jemals überflüssig machen kann.

Dagegen dürfte unter einem anderen Gesichtspunkt das binoculare Sehen als solches einen Vortheil darbieten, der von der Wirksamkeit des Stereoskops völlig unabhängig ist und grade für solche Beobachter von Belang werden kann, welche von letzterer am wenigsten Gewinn zu erwarten haben. — Von mehreren competenten Mikroskopikern in England ist mir gesagt worden, dass sie ihr Binocular verwenden, wo es nur immer thunlich ist, aber durchaus nicht wegen des stereoskopischen Effectes, sondern vielmehr um beide Augen zu benutzen und die Nachtheile zu vermeiden, welche die anhaltende Inanspruchnahme eines Auges mit der Zeit nach sich zieht. In der That erscheint mir diese Rücksicht, nach eigener Erfahrung durchaus beachtenswerth. Es ist kaum zweifelhaft, dass das fortgesetzte einseitige Sehen bei denen, die anhaltend mikroskopiren, die Gebrauchsfähigkeit der Augen im freien Sehen, z. B. beim Präpariren und anderen Verrichtungen, allmählich vermindern muss. Unter diesem Gesichtspunkt kann nun vielleicht eine einfache und bequem zu gebrauchende Binocularvorrichtung auch solchen von Nutzen werden, für welche die stereoskopische Beobachtung nur eine untergeordnete Bedeutung hat. — Für derartige Verwendung ist das oben beschriebene Doppelocular bei allen Vergrösserungen gleichmässig geeignet, und da in diesem Falle Diaphragmen nicht gebraucht werden, so fällt jede Erschwerung des Sehens fort. In Hinsicht auf die Helligkeit des Bildes besteht dabei die Wirkung des Apparates im Wesentlichen nur darin, dass diejenige Lichtmenge, die beim einfachen Ocular einem Auge zugeführt wird, hier sich auf beide Augen vertheilt.

Ich darf diese Beschreibung des Doppeloculars nicht schliessen ohne den Antheil hervorzuheben, welcher Herrn Prof. E. Selenka in Erlangen an dessen Herstellung zukommt. — Mein ursprünglicher Plan ging darauf aus, die oben besprochenen optischen Mittel zur [216] Verdoppelung des Bildes und zur Theilung der Strahlenbüschel für die Construction eines Binoculartubus in Anwendung zu bringen; die praktisch viel vortheilhaftere Form eines Oculars schien mir bei einer flüchtigen Erwägung der Bedingungen all zu grosse Complication der optischen Einrichtung mit sich bringen zu wollen. Ich wurde jedoch, gerade als der projectirte Binoculartubus in Ausführung kommen sollte, auf die Modifikation des anfänglichen Planes geführt in Folge einer Correspondenz mit Herrn Selenka, der bei Darlegung eines auf ganz andere optische Mittel basirten Projectes gleicher Tendenz den hervorragenden Werth eines Ocularstereoskops ausdrücklich betonte. Hierdurch veranlasst, auch meinerseits dieses Ziel ins Auge zu fassen, wurde ich denn gewahr, dass die vermeintliche Schwierigkeit durch Verwendung zweier Oculare von verschiedener Construction sich beseitigen liesse. — Ohne jene werthvolle Anregung würde mein Versuch bei einem Apparat von viel beschränkterer Anwendbarkeit stehen geblieben sein.

III.

Die auf die Tiefenperspective oder den Sehraum beim mikroskopischen Sehen bezüglichen Fragen, sind meines Wissens noch niemals erörtert worden. — Da ihre Beantwortung die Voraussetzung für eine zutreffende Beurtheilung der Bedingungen des mikrostereoskopischen Sehens ausmacht, so möge eine kurze Erörterung dieses Gegenstandes im Anschluss an das Vorhergehende hier Platz finden. Ohne auf eine Entwickelung der dabei in Anwendung kommenden optischen Sätze eingehen zu wollen — was ich demnächst an einer anderen Stelle zu thun gedenke — will ich doch das Thatsächliche so weit hier anführen und erläutern, als für jenen Zweck erforderlich erscheint.

Die Abbildung körperlicher Objecte durch Linsensysteme ist, kraft der allgemeinsten Gesetze optischer Abbildung, einer eigenthümlichen Disproportionalität der Vergrösserung unterworfen: die lineare Vergrösserung der Tiefendimension (parallel der Achse des optischen Systems) ist, wenn Object und Bild in demselben Medium auftreten, stets gleich dem Quadrat der linearen Vergrösserung der Dimensionen senkrecht zur Achse; und falls das Object in einem stärker brechenden Medium als Luft liegt, gleich diesem Quadrat dividirt durch den Brechungsindex des betreffenden Mediums. In jedem Falle besteht daher eine der lateralen Vergrösserung proportional fortschreitende, [217] also bei hohen Ziffern stark anwachsende Uebervergrösserung der Tiefe im dreidimensionalen Bild. Wenn z. B. beim Mikroskop ein bestimmter Querschnitt des beobachteten Objectes 100fach nach Breite und Höhe vergrössert ist, so wird die Niveaudifferenz hinter einander liegender Querschnitte an dem betreffenden Punkt der Achse 10000 mal vergrössert, falls das Object in Luft liegt, 7500 mal, wenn es sich in Wasser und noch 6600 mal, wenn es sich in Canadabalsam befinden sollte.

Die hierin ausgesprochene exorbitante Verzerrung der räumlichen Verhältnisse unter hoher Vergrösserung würde gleichwohl an sich der richtigen Auffassung körperlicher Formen im mikroskopischen Bild nicht so sehr im Wege stehen, als es auf den ersten Blick erscheinen möchte. Denn kraft des geometrischen Charakters optischer Abbildung bewahrt das körperliche Bild, trotz der Uebervergrösserung der einen Dimension, eine correcte Perspective, obwohl diese Perspective bei hoher Vergrösserung allerdings eine höchst abnorme wird — einigermaassen derjenigen

vergleichbar, welche im directen Sehen ein grosser Gegenstand ganz dicht vor dem Auge ergeben würde. Da nun aber die Auffassung räumlicher Formen in keinem Falle Sache eines blossen Sinneseindrucks ist, vielmehr immer aus Vorstellungsacten entspringt, so würde die erwähnte Eigenthümlichkeit des optischen Bildes das richtige Sehen körperlicher Objecte bei keiner Vergrösserung hindern — höchstens durch eine barocke Perspective dasselbe etwas erschweren können — so lange die Gesichtseindrücke noch genügende Antriebe und Stützpunkte für die räumliche Construction des Netzhautbildes liefern. Damit dieses aber möglich sei, ist offenbar wesentlich und unerlässlich, dass das körperliche Object wirklich innerhalb einer gewissen, nicht verschwindend kleinen Tiefe gleichzeitig gesehen werde; denn wo sollten irgend welche Merkzeichen der räumlichen Gliederung, oder Anhaltepunkte für die räumliche Construction des Gesehenen herkommen, wenn etwa das Mikroskop bei je einer Einstellung immer nur je eine Schicht von unmerklicher Tiefe deutlich erkennen liesse? Alle optischen Vorkehrungen, um beim binocularen Sehen solche Merkzeichen zu gewinnen — durch Differenzirung der beiden Netzhautbilder in Bezug auf Lichtvertheilung und parallaktische Effecte — müssen selbstverständlich wirkungslos bleiben, wenn die Bilder selbst Nichts mehr deutlich zum Ausdruck bringen, was auf die dritte Dimension Bezug hat.

[218] Hier kommt denn nun allerdings, mittelbar, die von der Wirkungsweise optischer Instrumente untrennbare Uebervergrösserung der Tiefendimension als ein entscheidendes Moment — und zwar als ein unüberwindliches Hinderniss für ein ausgiebiges stereoskopisches Sehen unter hohen Vergrösserungen — zur Geltung, weil in Folge jener Inproportionalität des räumlichen Bildes — und nur aus diesem Grunde — der Sehraum des Mikroskopes bei wachsender Vergrösserung mehr und mehr an Tiefe verliert und sich mehr und mehr einem blossem Querschnitt durch das Object nähert.

Dieser Sehraum, d. h. derjenige körperliche Raum des beobachteten Objectes, welcher bei je einer Einstellung des Mikroskopes dem Auge deutlich sichtbar wird, setzt sich nämlich aus zwei Theilen zusammen, deren Grenzen in Bezug auf die Tiefe in sehr verschiedener Art sich bestimmen. Erstens umfasst die Accomodation des Auges eine gewisse Tiefe, indem verschiedene Niveaus successive in vollkommener Bildschärfe auf der

Netzhaut abgebildet werden, während das Auge — bewusst, oder im unbewussten Spiel der Accomodation — nach und nach auf virtuelle Bilder in grösserer und kleinerer Sehweite sich einstellt Diese Tiefe der Accomodation — welche selbstverständlich in der Auffassung der Raumverhältnisse beim mikroskopischen Sehen genau dieselbe Rolle spielt wie beim Sehen mit freiem Auge — ist vollständig bestimmt durch die sogenannte Accomodationsbreite des betreffenden Auges, deren Grenzen die grösste und die kürzeste Distanz des deutlichen Sehens sind, und findet ein genaues numerisches Maass in der Differenz der reciproken Werthe dieser beiden extremen Distanzen. Ist die Accomodationsfähigkeit eines bestimmten Auges in solcher Art numerisch ausgedrückt, so lässt sich die Accomodationstiefe desselben beim mikroskopischen Sehen für jede bestimmte lineare Vergrösserung ganz unabhängig von der Zusammensetzung und der Beschaffenheit des Mikroskopes genau berechnen, sobald noch der Brechungsindex des Mediums gegeben ist, welchem das beobachtete Object angehört. Die Tiefe des vollkommen deutlichen Sehens ist nämlich direct proportional dem oben erwähnten numerischen Aequivalent der Accomodationsbreite des Auges, direct proportional dem Brechungsindex des Objectmediums und umgekehrt proportional dem Quadrat der Vergrösserung des Mikroskopes, wenn deren Ziffer immer auf dieselbe Bildweite (etwa 250 mm) bezogen wird. — Wird z. B., einem mässig kurzsichtigen Auge entsprechend, [219] der Nahepunkt des deutlichen Sehens auf 150 mm, der Fernpunkt auf 300 mm angenommen — in welchem Falle das numerische Aequivalent der Accomodationsbreite $= \frac{1}{300}$ mm sein würde — so ergiebt die Rechnung für ein in Luft liegendes Object eine Sehtiefe durch Accomodation im Betrage von

2,08	mm	bei	10	facher	Vergrösserung
0,23	„	„	30	„	„
0,02	„	„	100	„	„
0,0023	„	„	300	„	„
0,00021	„	„	1000	„	„
0,00002	„	„	3000	„	„

alle Vergrösserungen auf die conventionelle Bildweite 250 mm bezogen; und diese Ziffern würden sich gleichmässig im Verhältniss von 3 : 4, resp. von 2 : 3 erhöhen, falls Objecte in Wasser, resp. in Balsam vorausgesetzt würden. — Für ein stärker kurzsichtiges aber sehr accomodationsfähiges Auge, dessen Sehgrenzen etwa 200 und 100 mm, wären obige Tiefenwerthe im Verhältniss von 2 : 3 zu vergrössern, hingegen für ein weitsichtiges, bei welchem das deutliche Sehen nur bis zu einem Nahepunkt von 500 mm reichte, im Verhältniss von 5 : 3 zu verkleinern. — Die Einrichtung des Mikroskopes (abgesehen von der Gesammtvergrösserung) bleibt bei dieser Wirkung gänzlich ausser Spiel.

Zweitens trägt zur Tiefenwahrnehmung bei die Unempfindlichkeit des Auges gegen kleine Fehler der Strahlenvereinigung im optischen Bild, also kleine Undeutlichkeitskreise im schliesslichen Netzhautbild. In Folge dessen werden bei einer bestimmten Einstellung des Mikroskopes mit einem bestimmten Accomodationszustand des beobachtenden Auges Querschnitte des Objectes, die um einen gewissen Betrag von der Ebene der genauen Einstellung nach oben und nach unten abweichen, ohne noch merkliche oder schädliche Undeutlichkeit gesehen. Der Gesammtbetrag des so gewonnenen Spielraumes ist die sogenannte Focustiefe des Mikroskops. Um dieselbe ziffermässig zu bestimmen muss die zulässige Grösse der Undeutlichkeitskreise im mikroskopischen Bild durch den Sehwinkel definirt werden, unter welchem sie dem Auge erscheinen dürfen; wobei etwa nach bekannten Erfahrungen eine Bogenminute die Grenze für ein sehr scharfes, 2—3 Minuten für ein noch ziemlich deutliches und 5—6 Minuten die Grenze für ein noch eben erträgliches Sehen bezeichnen [220] möchte. Ist der Spielraum der zulässigen Undeutlichkeit in dieser Art bestimmt, so hängt die Focustiefe nur noch ab von dem Brechungsindex des Objectmediums, der Vergrösserungsziffer und dem Oeffnungswinkel des Mikroskopes (resp. des von den Objectpunkten ausgehenden Strahlenkegels, wenn dieser nicht die ganze Oeffnung erfüllen sollte) ist aber völlig unabhängig von allen sonstigen Umständen. Ihr Werth lässt sich für jeden einzelnen Fall nach einer einfachen Formel berechnen, welcher zufolge er direct proportional ist dem Brechungsindex des Objectmediums, und umgekehrt proportional der numerischen Apertur des Objectivs sowie der ersten Potenz der Vergrösserungsziffer. Wird, um ein bestimmtes Beispiel zu haben, der Sehwinkel der zulässigen Undeutlichkeit auf 5′ fixirt, und als Oeffnungswinkel der abbildenden Strahlenkegel 60° angenommen (einer numer. Apertur = 0,50 entsprechend), so findet sich bei in Luft liegenden Objecten die Focustiefe gleich

0,073	mm	für	10	fache	Vergrösserung
0,024	„	„	30	„	„
0,0073	„	„	100	„	„
0,0024	„	„	300	„	„
0,00073	„	„	1000	„	„
0,00024	„	„	3000	„	„

wobei wiederum die Vergrösserungsziffern auf die conventionelle Bildweite 250 mm bezogen sind.

Bei engerer Begrenzung des Spielraumes zulässiger Undeutlichkeit würden sich alle diese Ziffern entsprechend reduciren, bei weiterer, entsprechend vergrössern. Dagegen erhöhen sie sich im Verhältniss des Brechungsindex, wenn Objecte in Wasser, Balsam etc. in Frage sind. Ebenso werden sie sich erhöhen, wenn Oeffnungswinkel von geringerem numerischen Aequivalent wirksam sind — wie bei den schwächeren Vergrösserungen jedenfalls und bei stärkeren im Falle der Beleuchtung durch enge Strahlenkegel vorauszusetzen sein würde.

Es ist einleuchtend, dass die im praktischen Gebrauch des Mikroskopes zur Geltung kommende Sehtiefe immer die genaue Summe aus Accomodationstiefe und Focustiefe sein muss. Erstere bezeichnet denjenigen Objectraum, welchen das Auge im Spiel der Accomodation mit vollkommener Bildschärfe zu durchmessen vermag; letztere giebt den Betrag, um welchen sich dieser Objectraum an seinen Grenzen — oben und unten zusammen gerechnet — erweitert, weil [221] auch noch ohne die volle Bildschärfe ein genügend deutliches Sehen möglich bleibt.

Der sehr ungleichartige Gang der beiden Bestandtheile der Sehtiefe tritt schon aus den beiden paradigmatisch aufgeführten Zahlenreihen auffällig hervor, wird aber noch besser kenntlich gemacht, wenn man die für die einzelnen Vergrösserungen berechneten Tiefenwerthe beider Reihen mit dem lateralen Durchmesser des Sehraumes bei den nämlichen Vergrösserungen vergleicht. Dieser — das lineare Sehfeld des Mikroskops — hängt ausschliesslich von der Vergrösserungsziffer und von dem Bildwinkel des benutzten Oculars ab, und ist, wenn letzterer als constant angenommen wird, der Vergrösserung umgekehrt proportional, wie auch sonst die Einrichtung des Mikroskopes sein mag. Erschiene z. B. das Diaphragma des Oculars unter einem Sehwinkel von 53° (der trigonom. Tangente 0,50 für den halben

Winkel entsprechend), so würde der Durchmesser des sichtbaren Objectraumes sein

25	mm	bei	10	facher	Vergrösserung
8,3	„	„	30	„	„
2,5	„	„	100	„	„
0,83	„	„	300	„	„
0,25	„	„	1000	„	„
0,083	„	„	3000	„	„

Die Accomodationstiefe, unter den dem obigen Beispiel zu Grunde liegenden speciellen Annahmen, beträgt demnach

bei	10	facher	Vergrösserung	$\frac{1}{12}$	des	Sehfeldes
„	30	„	„	$\frac{1}{36}$	„	„
„	100	„	„	$\frac{1}{120}$	„	„
„	300	„	„	$\frac{1}{360}$	„	„
„	1000	„	„	$\frac{1}{1200}$	„	„
„	3000	„	„	$\frac{1}{3600}$	„	„

Die der optischen Abbildung inhärente Uebervergrösserung der Tiefendimension bringt also ein mit wachsender Vergrösserung immer ungünstiger werdendes Verhältniss zwischen Tiefe und Breite des der Accomodation zugänglichen Objectraumes hervor; während dieser bei 10facher Vergrösserung ungefähr die Verhältnisse eines ziemlich dicken Buches zeigt, gleicht er bei 3000facher Vergrösserung nur noch dem einzelnen Blatt aus diesem Buch.

Der andere Bestandtheil der Sehtiefe, die Focustiefe, zeigt [222] hingegen ein wesentlich abweichendes Verhalten, weil in Bezug auf ihn der Effect der Uebervergrösserung gerade compensirt wird durch die der Vergrösserung des Mikroskopes proportional gehende Verengerung der Strahlenkegel, welche aus dem Ocular zum Auge gelangen. Für die Grenzen des vollkommen scharfen Sehens, durch wechselnde Accomodation, ist es offenbar gleichgiltig, ob die Pupille enge oder breite Strahlenbüschel empfängt; das Anwachsen der Zerstreuungskreise beim Ueberschreiten des Nahpunktes oder Fernpunktes erfolgt aber proportional dem

Durchmesser der abbildenden Strahlenbüschel. In Folge dieses Umstandes bewahrt, trotz der Uebervergrösserung der Tiefendimension, der kraft Focustiefe erkennbare Körperraum ein ganz constantes Verhältniss zwischen Breite und Dicke, so lange derselbe Oeffnungswinkel und dasselbe Objectmedium in Betracht ist und so lange eine bestimmte Grenze der zulässigen Undeutlichkeitskreise festgehalten wird. Für eine wirksame Apertur von 0,50, Luft als Objectmedium und 5′ als zulässiger Sehwinkel der Undeutlichkeitskreise, ist beispielsweise dieses constante Verhältniss von Tiefe zu Durchmesser des der Focustiefe entsprechenden Sehraumes 1 : 343 — also ein recht kleiner Bruch, trotzdem hierbei schon ein ziemlich weitgehender Spielraum der Undeutlichkeit zugelassen ist. Allerdings erhöht sich die Tiefe auf ca. $^1/_{200}$, wenn unter sonst gleichen Annahmen ein in Balsam liegendes Object vorausgesetzt wird; und sie kann sich ferner in beträchtlichem Verhältniss steigern, wenn die viel geringeren Oeffnungswinkel, die bei niedrigen Vergrösserungen oder bei Beleuchtung durch enge Strahlenkegel zur Geltung kommen, in Rechnung gezogen werden. Soviel indess ist aus diesen Beispielen sogleich ersichtlich, dass gerade bei den geringsten Vergrösserungen die Focustiefe auf alle Fälle sehr zurücktritt gegenüber der Accomodationstiefe, welche hier selbst für wenig accomodationsfähige Augen noch eine ansehnliche Grösse behalten muss; während umgekehrt unter sehr hohen Vergrösserungen die Wirksamkeit der Accomodation mehr und mehr zurückbleibt hinter dem zwar kleinen, aber sich constant erhaltenden Effect der Focustiefe.

Das Ergebniss dieser Erörterung geht demnach dahin: Das directe Sehen körperlicher Gebilde im Mikroskop ist unter geringen Vergrösserungen ganz vorwiegend auf die Accomodationsfähigkeit des Auges gestellt. Die Wirksamkeit dieses Factors unter geringer Vergrösserung macht hier eine einigermaassen ansehnliche Tiefenwahrnehmung [223] möglich, welche die wesentliche Voraussetzung ausgiebiger stereoskopischer Effecte im binocularen Sehen ist. Der Beitrag der Focustiefe ist unter diesen Umständen unerheblich. Bei mittleren Vergrösserungen, über 100 bis 200 hinaus, wird die Wirkung der Accomodation ungefähr gleichwerthig mit derjenigen der Focustiefe und die gesammte aus beiden Factoren resultirende Tiefenperspective reducirt sich schon auf einen ziemlich kleinen Bruchtheil vom Durchmesser des Sehfeldes. Ihr

absoluter Betrag reicht aber bei solchen Vergrösserungen doch noch an die Hundertel des Millimeters heran, namentlich bei Objecten in stark brechenden Medien und bei Anwendung geringer Oeffnungswinkel. — Unter hohen Vergrösserungen hört die Wirksamkeit der Accomodation fast völlig auf und die ganze Sehtiefe wird mehr und mehr blosse Focustiefe. Nähert sich die Vergrösserung der Ziffer 1000 oder überschreitet dieselbe, so reducirt sich die absolute Tiefe des Sehraumes auf wenige Mikra und zuletzt auf Bruchtheile des Mikron. Die mikroskopischen Bilder von körperlichen Objecten gehen dabei mehr und mehr in reine Querschnitte durch diese Objecte über.

Die Beschränkung des Sehraumes, und dem entsprechend der Tiefe aller im binocularen Sehen plastisch auffassbaren Objecte, schreitet von den geringsten Vergrösserungen an zuerst annähernd mit dem Quadrat der Vergrösserung fort, geht also anfänglich sehr rapide, weil bei niedrigen Ziffern beinahe ausschliesslich die Wirkung der Accomodation in Frage steht. Bei hohen Vergrösserungen hingegen, bei welchen fast nur noch Focustiefe, aber keine merkliche Accomodationstiefe besteht, verlangsamt sich die Verflachung des Sehraumes und schreitet zuletzt nur mit der ersten Potenz der Vergrösserung fort.

Die im zweiten Abschnitt dieses Aufsatzes angeführten Gründe für die beschränkte Wirksamkeit stereoskopischer Apparate unter anderen als ganz mässigen Vergrösserungen, finden in vorstehender Darlegung ihre Rechtfertigung. Zugleich enthält dieselbe einige Winke, in Betreff der Umstände, welche die Tiefenperspective beim mikroskopischen Sehen fördern oder beengen können — über den Einfluss des Mediums, in welchem das Object sich befindet, über den Einfluss des Oeffnungswinkels des Objectivs, resp. des einfallenden Strahlenkegels und über den Einfluss, den die sehr ungleiche Accomodationsbreite der Augen verschiedener Individuen auf die Befähigung zum [224] stereoskopischen Sehen besonders unter schwacher Vergrösserung haben muss: namentlich aber stellt sie eine allgemeingiltige Richtschnur auf, die überall zu befolgen ist, wo es sich um stereoskopische Wahrnehmung handelt, welche lautet: benutze stets die geringste Vergrösserung, die zur deutlichen Erkennung der Objecte noch ausreicht; und verwende bei Beobachtung im durchfallenden Licht einen so engen Strahlenkegel, als sich mit genügender Helligkeit des Bildes verträgt.

Schliesslich sei noch auf die allgemeine Bedeutung hingewiesen, welche der zuvor erwähnten Disproportionalität der Vergrösserung im Sehraum aller optischen Instrumente für die mikroskopische Forschung zukommt. — Unter dem Gesichtspunkt der vorangehenden Betrachtung erscheint die Uebervergrösserung der Tiefendimension als das Hinderniss für eine ausgedehntere Anwendung stereoskopischer Beobachtung. Es verdient jedoch hervorgehoben zu werden, dass diese im Wesen der optischen Abbildung begründete Eigenthümlichkeit in demselben Grade, in welchem sie die unmittelbare Auffassung körperlicher Formen erschwert und einschränkt, die mittelbare Erkenntniss räumlicher Verhältnisse unterstützt und erweitert. Wenn mit wachsender Vergrösserung die Tiefenperspective des Mikroskops mehr und mehr sich verflacht, so heben sich andererseits die Bilder verschiedener Niveaus genau in demselben Maasse vollständiger von einander ab, und werden in gleichem Maasse reiner und deutlicher. Unter zunehmender Bildvergrösserung gewinnt nun das Mikroskop mehr und mehr die Bedeutung eines optischen Mikrotoms, welches dem Auge des Beobachters Querschnitte durch die Objecte vorführt von einer Feinheit und Schärfe, wie sie kein Instrument auf mechanischem Wege zu erzeugen vermöchte. Die Uebervergrösserung der Tiefe ist aber die eigentliche Wurzel dieser Leistung des Mikroskops, die den Beobachter befähigt, durch successives Einstellen auf eine Folge übereinanderliegender Niveaus die räumliche Gliederung der kleinsten Naturgebilde mit derselben Sicherheit zu construiren, mit welcher das Sehen mit freiem Auge die körperlichen Formen makroskopischer Gegenstände anschaulich zu erfassen gewöhnt ist. — Es kann nicht einen Augenblick zweifelhaft sein, dass dieser positive Gewinn aus der eigenthümlichen Wirkungsart optischer Systeme dem allgemeinen wissenschaftlichen Gebrauch des Mikroskopes in viel höherem Grade zu statten kommt, als von einer erweiterten Anwendung der stereoskopischen Beobachtung je erwartet werden dürfte.

[Die theoretischen Entwickelungen, die den auf S. 266, 268, 269 gegebenen Tabellen zu Grunde liegen, wurden von Professor ABBE in einer Zuschrift an die Royal Microscopical Society mitgetheilt. Die Veröffentlichung dieser Zuschrift findet sich in Journ. Roy. Micr. Soc. (2), I, 687—689, 1881. Eine Übersetzung dieser kurzen Mitteilung wird in der dritten Abteilung dieser Sammlung abgedruckt werden.]

XIV.

Ueber die Grenzen der geometrischen Optik.

Mit Vorbemerkungen über die Abhandlung „Zur Theorie der Bilderzeugung“ von Dr. R. ALTMANN.

Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft, Jahrgang 1880, 71—109, Sitzung vom 23. Juli [1]).

I.

In einer kürzlich erschienenen Abhandlung „Zur Theorie der Bilderzeugung“ [2]) hat Herr Dr. ALTMANN in Leipzig eine theoretische und experimentelle Studie veröffentlicht, welche zu einem grossen Theil auf die nämlichen Aufgaben gerichtet ist, die ich [72] vor mehreren Jahren in einem Aufsatz „Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung“ [3]) behandelt habe. Indem der Verfasser die von Herrn HELMHOLTZ entwickelte Theorie über die Wirkung der Diffraction in optischen Systemen [4]) zum Ausgangspunkt nimmt und diese — wie er meint — in ihre

1) [In dem hier gegebenen Abdrucke wurden einige polemische Stellen, die für die sachlichen Darlegungen ohne Bedeutung sind, weggelassen. Die Zurückweisung der ALTMANNschen Angriffe ist in der Originalabhandlung z. T. in ziemlich scharfer und sarkastischer Weise erfolgt; es entspricht jedoch dem Wunsche des Verfassers, wenn diese Stellen jetzt fortgelassen werden. Durch Striche ist angedeutet, wo die betreffenden Sätze ausgefallen sind.]

2) Archiv für Anatomie und Physiologie (Anatom. Abtheilung). Jahrgang 1880 p. 111—184.

3) M. SCHULTZE's Archiv für mikroskopische Anatomie, Bd. 9, p. 413 (1873). [Vergl. Abhandlung III dieser Sammlung, S. 45—100].

4) Die theoretische Grenze für die Leistungsfähigkeit der Mikroskope. POGGENDORFF's Annalen, Jubelband p. 557 (1874). [Vergl. S. 134].

Consequenzen verfolgt, gelangt er in Betreff der Gesetze der mikroskopischen Abbildung zu Ergebnissen, welche fast in allen Punkten Dem entgegentreten, was ich seinerzeit aus Beobachtungen und theoretischen Betrachtungen ableiten zu müssen glaubte.

— — — —

Rechtfertigung zu bedürfen, sondern allein die Folgerung, dass nach dieser Hypothese grosse Ablenkungen immer stattfinden müssen, wo ein grosser Oeffnungswinkel thatsächlich ausgenutzt wird. Unter diesem Gesichtspunkt war denn für mich das Wichtige nicht sowohl dieses, dass kugelförmige oder cylindrische Gebilde leicht Divergenzen bis zu 100 und mehr Graden herbeiführen können, als vielmehr, dass sie solches nicht immer thun müssen, dass es im Gegentheil Umstände giebt, unter welchen die Ablenkung der Lichtstrahlen, dem Brechungsgesetz zufolge, auf beliebig enge Grenzen beschränkt werden kann. Denn an solchen Fällen allein konnte die Richtigkeit der Hypothese erprobt werden, indem man untersuchte, ob — wie sie fordert — die Ausnutzung des dunkeln Raumes auch wirklich da aufhört, wo die Ablenkung durch Brechung aufhört.

Meine ersten Versuche habe ich mit kugelförmigen Elementen, wie sie durch die Tropfenbildung in verschiedenartigen Emulsionen erhalten werden können, angestellt. Wegen mancherlei Schwierigkeiten, die sich einem sicheren Experimentiren hier entgegenstellen, bin ich jedoch bald zu cylindrischen Objecten übergegangen und habe namentlich — ähnlich wie Herr ALTMANN — feine Glasfäden benutzt, die aus Glas von bekanntem Brechungsindex gezogen waren, [76] jedoch nicht in Wasser, Glycerin u. dergl. sondern in Oel-Mischungen von genau bestimmtem Index beobachtet wurden.

Um aber auch die letzten Zweifel beseitigen zu können, habe ich schliesslich noch regelmässig prismatische Gebilde untersucht, die ich gewann, indem ich (mit grossem Aufwand von Mühe und Geduld) mittelst des Diamanten auf ebenen Glasflächen annähernd dachförmige Furchen herstellte, deren Form und Neigungswinkel auf der Bruchfläche der Glasplatte unter starker Vergrösserung bestimmt wurde.

Nachdem ich zunächst untersucht hatte, wie klein der Unterschied im Brechungsvermögen der Objecte und der Einbettungsflüssigkeit gemacht werden dürfte, wenn jene noch deutlich sichtbar bleiben sollen, und dabei constatirt hatte, dass mindestens bei kugelförmigen und bei cylindrischen Elementen ein Unterschied von wenigen Tausendtheilen der Einheit völlig ausreichend ist[1]),

1) Wenn man z. B. den Index der Flüssigkeit so abgeglichen hat, dass Glasfäden darin fast völlig unsichtbar geworden sind, so reicht eine mässige Erwärmung des Präparates (also die blosse Temperatur-Variation des Brechungsindex) schon aus, um jene sehr markirt hervortreten zu machen.

wofern man nur recht schmale Beleuchtungskegel (einzelne Grade, selbst Bruchtheile eines Grades, als Divergenzwinkel) zur Beobachtung benutzt, konnte ich nun die Consequenzen der Hypothese am Experiment prüfen. Wird z. B. ein Glasfaden vom Index 1.515 in einer Flüssigkeit vom Index 1.510 vorausgesetzt, so ergiebt eine kleine Rechnung, dass die Ablenkung im Glascylinder für 95 % der einfallenden Strahlen in den Grenzen von 1° 45′, für 98,5 % in den Grenzen von 3°, für 99,5 % in den Grenzen von 5° bleibt, und dass nur ein geringer Theil des letzten halben Procents bis zu einem maximalen Winkel von etwa 14° aus der Einfallsrichtung sich entfernen kann. Bei prismatischen Gebilden (den dachförmigen Furchen), welche viel weniger tief sind als gleich breite Cylinder, erfordert die Sichtbarkeit allerdings erheblich grössere Abweichungen im Brechungsvermögen; dafür beträgt aber die Ablenkung durch eine z. B. unter 45° geneigte Flanke auch bei einer Differenz von 0.05 doch nur ca. 3°, und selbst bei einer Differenz von 0.10 erst 5—6°. — Wenn die in Rede stehende Hypothese richtig war, so musste in allen solchen Fällen der Oeffnungswinkel des Objectivs immer bis auf das Doppelte der berechneten Ablenkung, vermehrt um den kleinen Divergenzwinkel des einfallenden Strahlenkegels, reducirt werden können, ohne dass die geringste Veränderung in der Sichtbarkeit der betreffenden Elemente eintreten durfte.

An den prismatischen Diamantfurchen war nun das Gegentheil hiervon sofort und ganz unzweideutig zu constatiren. Eine Gruppe solcher Furchen, in gleichen Abständen von einander gezogen, fliesst in ein gleichförmig blasses Band zusammen, längst bevor die Abblendung des Objectivs die bezeichnete Grenze der Ablenkung erreicht, wofern nur die Furchen einander genügend nahe sind. Bei einem mittleren Abstand von z. B. 6 μ, einer Differenz des Brechungsexponenten von 0,05 (45° Neigungswinkel der Flanken [77] vorausgesetzt) und einem central einfallenden Strahlenkegel von 1° ist sicher alles Detail verschwunden, sobald der Oeffnungswinkel auf ca. 12° reducirt wird, — während dasselbe Objectiv mit grösserer Oeffnung die Striche ganz scharf unterscheiden lässt. Alle gebrochenen Strahlen sind aber in dem einen wie in dem andern Fall innerhalb eines Divergenzwinkels von ca. 7° enthalten.

Bei den Glasfäden ergab sich die Entscheidung nicht ganz so direct. Da die feinsten Fäden, welche ich damals herstellen

konnte, noch 4—5 μ im Durchmesser hielten, so zeigte die Abblendung des Objectivs bis zum Betrag des maximalen Divergenzwinkels der gebrochenen Strahlen (28° unter Voraussetzung des oben angeführten Beispiels) keine merkbare Veränderung. Erst bei Verkleinerung der Oeffnung auf 7—8° war ein Zusammenfliessen nahe aneinander liegender Fäden zu beobachten; und dieses konnte möglicher Weise — wiewohl sehr unwahrscheinlicher Weise — auch durch den Verlust des letzten Procents des einfallenden Lichtes bedingt sein. Hier führte aber der Gegenversuch mittelbar zur Entscheidung. Wenn ich, statt der Peripherie, das Centrum des Objectivs im Durchmesser von 7—8° abblendete, so konnte das übrig bleibende Bild der Fäden im dunkeln Feld nur herrühren von dem einen letzten Procent des einfallenden Lichts, welches nach der Richtung um den Rand der Centralblende herum in das Objectiv gelangt. Das Experiment zeigte aber, dass in solchem Falle zwar grobe Fäden von einigen Hundertel-Millimeter Durchmesser fast völlig verschwinden, wenn man diffuses Licht sorgfältig abhält, die feineren aber sehr hell sichtbar und auch sehr scharf unterscheidbar bleiben; und weitere Versuche liessen constatiren, dass wenn solche feine Glasfäden mit einem gut corrigirten Objectiv von relativ grossem Oeffnungswinkel, etwa 60°, beobachtet werden, die Sichtbarkeit und Unterscheidbarkeit auch fortbesteht, wenn der centrale Theil der Oeffnung über den Betrag von 30°, also über den maximalen Divergenzwinkel der gebrochenen Strahlen hinaus, abgeblendet wird.

Es ist recht merkwürdig, wie genau mein Gedankengang vor 10 Jahren mit dem jetzigen des Herrn Altmann übereinstimmt. Denn auch dieser beruft sich auf einen Versuch ganz derselben Art: „ . . . Oder wir blenden, während wir einen Glasfaden in Luft, Wasser oder Glycerin liegend mit einem Objectiv von grosser Oeffnung betrachten, das Centrum des Objectivs ab, welches dem vom Spiegel kommenden directen Licht zum Zutritt dient; der Glasfaden bleibt doch sichtbar trotz des dunkeln Gesichtsfeldes." („Bilderzeugung", p. 169). — Und es ist in der That so, wie Herr A. hier beschreibt; nur ist es auch so, wo es nach seiner Voraussetzung ganz anders sein müsste. Der Glasfaden bleibt sichtbar, weil gebrochene Strahlen in das Objectiv eintreten können; aber er bleibt es auch, obgleich keine eintreten können. Und nebenbei besteht der befremdliche Unterschied, dass ein Faden von 5 μ, [78] alle übrigen Umstände übereinstimmend gehalten, ganz anders sich benimmt, als ein solcher von 50 μ; während doch das Brechungsgesetz für dünne Cylinder Dasselbe ergiebt wie für dicke.

Ich habe die erwähnten Versuche seinerzeit für ausreichend gehalten zu dem Schluss: mögen die geformten Elemente einer Structur bei genügenden Differenzen im Brechungsvermögen auch noch so grosse Ausbreitung der Lichtstrahlen durch Brechung herbeiführen und mag diese Wirkung auf noch so mannigfaltige Art die Beschaffenheit der Bilder modificiren — die Ausnutzung des dunkeln Raumes der Objective kann überall (selbst an völlig durchsichtigen, also rein brechenden Objecten) auch ohne diese Wirkung bestehen; und desshalb kann die Ablenkung der Lichtstrahlen durch Brechung weder ein allgemein giltiges noch irgendwo ein wesentliches Moment in der Function des Oeffnungswinkels sein.

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —
— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

Die experimentelle Prüfung hatte also meinen Antheil an der in Rede stehenden Hypothese, trotz ihrer bestehenden Wahrscheinlichkeit, als eine verfehlte Conjectur erwiesen. Dieses Resultat hat mich anfänglich sehr entmuthigt. Bald nachher fand sich aber der Schlüssel zu dem Mysterium, als ich nämlich anfing, die auf pag. 444[1]) der „Beiträge" erwähnte Beobachtungsweise — die Inspection des Oeffnungsbildes — methodisch in Anwendung zu bringen. Wenn man ein kleines, nur annähernd regelmässig geordnetes Bündel jener in Flüssigkeit liegenden Glasfäden mitten in das Sehfeld bringt, durch eine etwas entfernt stehende offene Lichtflamme beleuchtet und nun, das Ocular entfernend, mit freiem Auge auf das Objectiv herabsieht, so erblickt man — wofern die wirksame Differenz der Brechungsexponenten nicht allzu gering ist — das nur wenig verzerrte Bild der Flamme innerhalb einer Reihe ziemlich lichtstarker Beugungsspectra, welche sich weit in den dunkeln Raum des Objectivs hinein erstrecken. Bei zufällig recht parallel geordneten Fäden lassen diese Spectra die eigenthümlichen Farben-Nuancen wahrnehmen, welche man durch Interferenzgitter in vollkommen durchsichtigen Schichten [79] beobachtet, wie solche aus den Untersuchungen Quincke's[2]) be-

1) [Abhandlung III, S. 75.]

2) G. Quincke, Optische Experimentaluntersuchungen. Poggendorff's Annal. Bd. 132 [321—371] (1867) u. Bd. 146 [1—65] (1872).

kannt sind. Bei ganz minimalen Differenzen des Brechungsvermögens, und an einzeln liegenden Fäden, ist solche Lichtausbreitung durch Beugung allerdings nicht sichtbar. Man kann jedoch wissen, dass sie auch in solchen Fällen stattfinden muss; denn ein grosser Unterschied im Brechungsvermögen könnte kein lichtstarkes Spectrum ergeben, wenn nicht ein kleiner Unterschied ein lichtschwaches lieferte; und 100 Fäden könnten jenes nicht, wenn nicht schon der einzelne Faden Beugung bis zu gleichem Winkelabstand wie diese 100 hervorzurufen vermöchte. — Für die Triftigkeit meines Schlusses auf die universelle Bedeutung des gebeugten Lichtes bei der Bilderzeugung könnte ich aber beim besten Willen kein kräftigeres Argument ersinnen, als in einer Bemerkung des Herrn ALTMANN, durch die er meine Ansicht zu widerlegen vermeint, enthalten ist: „Weil der dunkle Raum der Mikroskopobjective der Erfahrung gemäss bei fast allen Objecten von Strahlen ausgenutzt wird, und weil ABBE ausser der Diffraction kein Moment kannte, welches eine Ablenkung der Strahlen zum dunkeln Raum hin bewirkt, so glaubte er jene hypothetische Wirkung von Beugungsstrahlen bei allen Objecten annehmen zu müssen und glaubte sogar, diese hypothetische Wirkung durch seine Experimente nachgewiesen zu haben." („Bilderz." pag. 166). — Es ist wahrhaftig und ganz genau so, wie H. A. hier sagt: ich bin auf die Beugung erst verfallen, weil und nachdem sich mir jede andere Erklärung für das Räthsel des dunkeln Raumes als unhaltbar erwiesen hatte — und zwar die seinige nicht ausgenommen[1]).

[80] Nach dem hier Mitgetheilten ist sicher keine Veranlassung mehr, die interessanten Folgerungen, in welchen Herr ALTMANN seine Theorie entwickelt, im Einzelnen zu betrachten.

1) In meiner ersten Mittheilung wird der oben erwähnten Versuche mit keinem Worte gedacht; es fehlte dazu auch jede Veranlassung. Denn bis dahin war der Ablenkung der Strahlen durch Brechung noch von keiner Seite eine specifische Funktion beim Abbildungsvorgang zugeschrieben worden und ich konnte doch nicht ahnen, dass meine eigene inzwischen abgethane Conjectur 7 Jahre später als nagelneue Theorie mir entgegentreten würde. Ueber resultatlose Vorstudien zu berichten waren die „Beiträge" nicht bestimmt — ich hätte sonst noch von gar Mancherlei, in andern Capiteln, zu reden gehabt. Auf meine Beobachtungen aber Bezug zu nehmen, etwa um zu zeigen, dass auch durchsichtige Objecte blos in Folge differenzirten Brechungsvermögens Beugungseffecte ergeben, erschien ganz überflüssig, weil diese Thatsache längst bekannt war. So ist denn von diesen Versuchen, obwohl sie mich lange genug beschäftigt haben, ausserhalb des Kreises meiner hiesigen Freunde Nichts weiter bekannt geworden als ein neues

Nur eine unter ihnen sei hier speciell erwähnt, weil sie, ihrer Einkleidung nach, als die positive Behauptung eines bestimmten Thatbestandes auftritt. Auf pag. 171 der „Bilderz." bespricht der Verfasser die Abbildung von Objecten, bei denen Ablenkung der Lichtstrahlen durch Brechung ausgeschlossen ist und welche deshalb, nach dortiger Ausdrucksweise, rein directe Bilder ergeben sollen. Er stellt hier in gesperrter Schrift den Satz hin: „Nahe aneinander liegende Elemente werden in solchen Fällen abgebildet nicht entsprechend der Grösse des Oeffnungswinkels, sondern entsprechend der Weite des durchfallenden Lichtkegels." Und damit über den Sinn dieser Behauptung kein Zweifel bleiben könne, fügt er gleich noch hinzu: „Da die Weite desselben bei gewöhnlicher Beleuchtung etwa 30° beträgt, so erhalten wir hier Details bis etwa 1 μ." — Man wird doch wohl als selbstverständlich annehmen müssen, dass Herr ALTMANN sich von der Richtigkeit dieses speciell betonten Satzes durch wirkliche Beobachtungen — die ja gerade hier so ungemein leicht sind — vollständig überzeugt habe. Ich meinerseits aber habe mich aus hundertfältigen Experimenten überzeugt, dass in Jena die Sache gänzlich anders sich verhält: hier kann das Unterscheidungsvermögen irgend eines bestimmten Oeffnungswinkels auch durch beliebig weit getriebene Verengerung des einfallenden Lichtkegels niemals unter die Hälfte des dem vollen Oeffnungswinkel zukommenden Betrages heruntergedrückt werden, und zwar an keiner Art von Objecten, selbst an solchen nicht, welche Brechungswirkung absolut ausschliessen. Auch habe ich diesen Befund schon vor 7 Jahren in deutlichen Worten mitgetheilt, indem ich, auf pag. 456[1]) der „Beiträge", die kleinsten bei rein centraler Beleuchtung noch unterscheidbaren Grössen als Quotient der Wellenlänge durch den Sinus des halben Oeffnungswinkels bestimme; und das Wort „rein" ist schon an der citirten Stelle gesperrt gedruckt, um den Grenzfall eines unendlich schmalen Lichtkegels zu urgiren.

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —
— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

Messungs-Hilfsmittel, das ich zum Zweck derselben damals ausgedacht habe: Die einige Jahre später (1872) [vergl. Tageblatt der 45. Versammlung Deutscher Naturforscher und Aerzte zu Leipzig, S. 53, 54; 1872] unter dem Namen „Refractometer" beschriebenen Instrumente zur schnellen und sichern Bestimmung der Brechungsexponenten von Flüssigkeiten sind just aus dieser Versuchsreihe hervorgegangen.

1) [Abhandlung III, S. 87.]

[81] Ich wende mich nunmehr zu Dem, was mein Gegner über meine Theorie[1]) vorbringt.

Was er als die beiden Hauptsätze derselben anführt, kann ich schon gelten lassen, wenigstens mit der kleinen Anmerkung in Betreff des zweiten Satzes: dass ich selbst die mikroskopischen Bilder niemals unter die Alternative „richtig oder falsch" gestellt, vielmehr mit guten Bedacht stets nur „conform und inconform" als Attribute gebraucht habe; welcher geringe Unterschied im Ausdruck einen bedeutenden Unterschied im Sinn mit sich bringt.

Indem nun der Verfasser die Frage für angebracht hält „„wie ABBE zu diesen beiden sonderbaren Behauptungen gekommen ist"", giebt er dem Leser eine Art Genesis meiner Theorie — so wie er nämlich den Hergang aufgefasst hat — wobei diese denn freilich auf bedenklich schwache Füsse zu stehen kommt. Er hat nämlich gefunden, dass die FLOEGEL'schen Beobachtungen über die Beugungserscheinungen an den Diatomeen, zusammen mit der Präcisirung des Strahlengangs im Mikroskop durch NAEGELI und SCHWENDENER, meine Theorie „ergeben"; denn ich beziehe mich ja unter Anderem auch auf diese Phänomene und wende die (bekanntlich schon von FRAUNHOFER aufgestellte) Formel an, die Herr A. stets die „FLOEGEL'sche Formel" zu nennen beliebt. Und so dreht sich denn nach seiner Auffassung bei mir Alles um die Sichtbarkeit oder Unsichtbarkeit der Felder und Streifungen auf Diatomeen und ähnlichen Objecten; und meine ganze Theorie fällt, wenn in Bezug auf diesen einen Punkt eine andere Erklärung als möglich erwiesen würde.

Hr. ALTMANN glaubt nun dieses leisten zu können. Er beruft sich auf die numerische Bestimmung der Unterscheidungsgrenze für beliebige Oeffnungswinkel, welche Hr. HELMHOLTZ aus der Berechnung der Beugungskreise in den abbildenden Strahlenkegeln abgeleitet hat. Diese Bestimmung bezieht sich zunächst auf die Voraussetzung eines vollen, die ganze Objectiv-Oeffnung ausfüllenden Strahlenbüschels, schliesst aber die Verminderung des Unterscheidungsvermögens durch engere Strahlenbüschel [82] ausgesprochenermassen ein. Darauf hin zeigt zunächst Hr. A. an dem Beispiel von Pleurosigma angulatum, dass der HELMHOLTZ'schen

1) Ich acceptire hier der Kürze halber diesen Ausdruck, obwohl ich nie gemeint habe, dass in den „Beiträgen" mehr als einige Bausteine zu einer Theorie enthalten seien. Erst in dieser Mittheilung hoffe ich Etwas zu bieten, was vielleicht als Grundriss einer Theorie der Bilderzeugung wird gelten können.

Formel zufolge das Detail einer solchen Structur unsichtbar bleiben muss, so lange keine abgebeugten Strahlen gleichzeitig mit dem directen Strahlenkegel in die Oeffnung des Objectivs gelangen können. Das Fortbestehen des der HELMHOLTZ'schen Bestimmung entsprechenden Unterscheidungsvermögens der vollen Objectivöffnung bei beliebig verengten Beleuchtungskegeln erklärt er aber aus der Erweiterung, welche der directe Lichtkegel durch die abgebeugten Strahlen erfährt. Indem die Beugungsbüschel — wie bei Pl. angulatum z. B. direct zu sehen ist — den dunkeln Raum des Objectivs theilweise erfüllen, vicariren dieselben, nach der Ansicht des H. A., für den fehlenden peripherischen Theil des directen Lichtkegels, so wie es bei Objecten mit brechenden Elementen, nach der zuvor besprochenen Theorie, die durch Brechung abgelenkten Strahlen thun sollten. Eine specifische Function der gebeugten Strahlen anzunehmen, wird dabei natürlich überflüssig. Und der Verf. der „Bilderzeugung" findet seine Conjectur so überzeugend, dass er ohne eine nähere Rechtfertigung auf p. 164 glaubt sagen zu dürfen: „Wenden wir bei gewöhnlicher Beleuchtung Objective über 30° Oeffnung an, so wird bei jenen Gitterpräparaten das gebeugte Licht entsprechend jener FLOEGEL'schen Beobachtung und jener HELMHOLTZ'schen Formel wirksam, indem das gebeugte Licht durch Benutzung des dunkeln Raumes des Mikroskopobjectivs die Grösse von α' vermehrt." (α' bedeutet den halben Oeffnungswinkel des abbildenden Strahlenkegels).

Soweit Hr. ALTMANN. Was nun zunächst den Ursprung jener beiden „sonderbaren Behauptungen" anlangt, so dürfte ich schon etwas genauer wissen können, als er, wie die Sache sich zugetragen hat — bin ja doch wohl dabei gewesen! Und so meine ich denn, dass die Frage nach der Grenze des Unterscheidungsvermögens in meiner Untersuchung überhaupt nur eine nebensächliche Rolle spielt. Wie die „Beiträge" bezeugen, geht jene nicht sowohl darauf aus, festzustellen, ob gewisse Dinge gesehen werden, sondern vielmehr, wie sie gesehen werden. Sie bezweckt, die mannigfachen Modificationen des Bildes bei wechselnder Beleuchtung und bei verschiedenartiger Begrenzung der abbildenden Strahlenbüschel zu bestimmen und zu erklären; und auf dieses allgemeine Problem ist die Annahme einer specifischen Function des gebeugten Lichtes gemünzt. Das Unsichtbarwerden irgend eines Details macht einen ganz speciellen Fall unter solchen Modificationen aus, [83] nämlich den Uebergang des Bildes einer

Structur in eine gleichförmige Fläche; unter welchem Gesichtspunkt denn auch die Erörterung dieser Sache in allen meinen Betrachtungen steht. — Gesetzt nun, es wäre die zuvor angeführte Erklärung des Hrn. A. eben so zutreffend, wie sie in Wahrheit ungereimt ist, so würde daraus doch nur folgen, dass eine der von mir ins Auge gefassten Thatsachen auch anders erklärt werden könnte, als ich sie erkläre — weiter aber Nichts. Und dass mindestens eine andere Thatsache existirt, welche Hrn. A. bekannt sein kann und von ihm nirgends angefochten ist, welche aber einer ähnlichen Erklärung absolut widersteht, ist auf pag. 451[1]) der „Beiträge" ersichtlich, wo als zusammenfassender Ausdruck einer Reihe von Einzelbeobachtungen in gesperrter Schrift der Satz ausgesprochen ist: „verschiedene Structuren liefern stets das nämliche mikroskopische Bild, sobald die Verschiedenheit des an sie geknüpften Beugungseffectes für das Mikroskop künstlich beseitigt wird" (d. h. sobald die zum Objectiv zugelassenen Strahlen genau gleichartige Lichtvertheilung innerhalb der Oeffnung ergeben). Hr. A. darf sich nun darauf verlassen, dass wenn er bei mir einen Satz im Druck besonders hervorgehoben sieht, dieser auch besonders genau überlegt ist und der behauptete Thatbestand zumal — verzeihlichen Irrthum vorbehalten — sicher seine Richtigkeit hat. Das dort ausgesprochene Verhalten kann aber offenbar niemals aus der Wirkung eines etwaigen Beugungseffectes in der Oeffnung erklärt werden. Denn dieser modificirt ein dem Object vollkommen ähnliches Bild nur vermittelst der eingeführten Zerstreuungskreise. Im vorliegenden Fall sind der Voraussetzung zufolge die zu modificirenden Bilder ungleich, die modificirenden Zerstreuungskreise hingegen sind gleich. Dann können aber die Resultate, nämlich die schliesslich sichtbaren Bilder, unmöglich gleich ausfallen, es sei denn, dass der Satz: Gleiches zu Ungleichem hinzugefügt giebt Ungleiches, in der Optik keine Geltung mehr hätte.

Die Altmann'sche Idee an sich betrachtet, also die Annahme eines Vicarirens der Beugungsbüschel für einen Strahlenkegel von grösserem Divergenzwinkel, scheint nun bei oberflächlicher Erwägung (wenn man es nämlich mit dem Thatbestand der Beugung nicht all zu genau nimmt) gar keine so üble Conjectur. Man sieht ja doch, bei der Beobachtung von Pl. angulatum z. B., die ziemlich lichtstarken Beugungsspectra den dunkeln Raum des Objectivs

1) [Abhandlung III, S. 82.]

theilweise ausfüllen; es scheint also ganz klar, dass jetzt die Bildpunkte durch breitere Strahlenkegel projicirt werden als [84] dem einfallenden Licht entsprechen, und es scheint gegenüber der Beleuchtung mit voller Oeffnung kein anderer Unterschied obzuwalten, als dass an Stelle eines projicirenden Kegels von genau kreisförmigem Querschnitt und überall gleicher Lichtintensität ein auf mannigfache Weise zerklüfteter Büschel mit sehr verschiedener Intensität der einzelnen Theile getreten ist. Dieses Alles einmal — für einen Augenblick — zugegeben, würde aber doch nach gewöhnlicher menschlicher Logik zunächst nur die Möglichkeit eines über die Leistung des directen Lichtkegels hinausgehenden Unterscheidungsvermögens gefolgert werden können. Diese Möglichkeit aber sofort, ohne über den oben angedeuteten Unterschied der Bedingungen auch nur ein Wort verlieren zu müssen, als eine ausgemachte Sache stempeln zu können, wie Herr Altmann in der citirten Stelle es thut — das bekundet eine Schwungkraft des Denkens, um welche ihn Jeder beneiden wird, der sich klar machen kann, was denn Alles zwischen jener Möglichkeit und dieser Behauptung noch verborgen liegt — z. B. die Erkenntniss, dass der Beugungseffect eines in gewisser Art zerklüfteten Strahlenkegels wenigstens annähernd gleich sei demjenigen eines entsprechend weiten vollen Kegels, auf welchen die Helmholtz'sche Formel doch allein Bezug hat.

Eine nähere Erörterung dieses Punktes würde aber durchaus um des Kaisers Bart sich drehen. Denn die ganze Vorstellung, welche jener vermeintlichen Erweiterung und Vervollständigung der Helmholtz'schen Doctrin zu Grunde liegt, erweist sich bei genauerem Besinnen wiederum als ein unreifer Einfall und passt denn wie die Faust auf's Auge zu der strengen und gemessenen Form, welche der Urheber selbst dieser Doctrin gegeben hat. — Herr Helmholtz verfährt vollkommen consequent, indem er von seinem Standpunkt aus breite beleuchtende Strahlenbündel für nothwendig erklärt und nur linsenartig wirkenden Gebilden die Fähigkeit zuspricht, auch ein schmales Bündel in ein stark divergentes zu verwandeln[1]). Soll es nämlich einen Sinn haben, die Beugungskreise der abbildenden Strahlenkegel und deren Eingreifen in die Lichtvertheilung innerhalb eines optischen Bildes zu bestimmen, so müssen die sämmtlichen in das Objectiv eintretenden Lichtstrahlen, rein geometrisch genommen, als Strahlenkegel sich

1) „Die theoret. Grenze etc." pag. 577. [Vergl. S. 134.]

darstellen lassen, die von einzelnen nebeneinander liegenden hellen Punkten des Objects ausgehen. So ist es [85] selbstverständlich bei der Abbildung selbstleuchtender Objecte; so ist es auch, wenn man nach der gewöhnlichen Vorstellung von der Abbildung eines theilweise durchsichtigen Gebildes mittelst durchfallenden Lichts diejenigen Strahlen zu Büscheln zusammenfasst, welche an je einer durchsichtigen Stelle direct transmittirt sind; und so ist es endlich auch noch, wenn man hierbei schmale einfallende Bündel durch linsenartig wirkende Elemente, je von diesen Elementen aus, zu grösseren Divergenzwinkel ausgebreitet voraussetzt. So ist es aber nicht mehr, wenn es sich um die Erweiterung eines einfallenden Lichtkegels durch die Beugungswirkung des beobachteten Objectes handelt. Der sichtbare Effect dieser Beugung, das Diffractionsspectrum der Structur — also bei dem Abbildungsvorgang die in der Oeffnung des Systems auftretende Lichtvertheilung — hat ja offenbar gar keine Beziehung zu den einzelnen Elementen der Structur, und noch viel weniger zu den hellen (durchsichtigen) Stellen derselben im Gegensatz zu den dunkeln; er bezieht sich durchaus auf die Structur im Ganzen, auf die Gesammtheit aller zu ihr gehörigen Elemente. Jedes einzelne dieser Elemente würde ja für sich bekanntlich eine ganz andere Lichtvertheilung ergeben als ihre Gesammtheit ergiebt, und verschiedene nebeneinander liegende eine ganz verschiedene. Natürlich sind die Beugungseffecte aller einzelnen Elemente, in welche man eine beliebige Structur zerlegen könnte, als Bestandtheile in dem Beugungseffect der Gesammtheit enthalten; sie sind es aber nicht in einfacher Superposition, sondern — wegen der Summation ungleicher Oscillationsphasen — nur in der Art, wie bei der Zusammensetzung beliebiger Kräfte die Componenten in der Resultante enthalten sind. Es ist desshalb unmöglich, das gebeugte Licht, welches von einem beliebigen Objecte ausgeht, in aliquote Theile zu zerlegen und diese den einzelnen durchsichtigen Elementen als von ihnen ausstrahlende Lichtkegel zuzuweisen — wie die in Rede stehende Vorstellungsweise supponirt, oder wenigstens supponiren müsste, wenn sie überhaupt einen Sinn haben soll. Die Widersprüche, auf welche eine solche Idee führt, werden denn auch sofort ersichtlich, wenn man sie auf einzelne Fälle anzuwenden versucht. Eine Gruppe ganz beliebig geordneter durchsichtiger Oeffnungen, z. B. von dreieckiger Form, in undurchsichtigem Grunde giebt ein gewisses

Beugungsspectrum, d. h. eine gewisse Gruppirung abgebeugter Strahlen, welche jener Vorstellung gemäss als Strahlenkegel von den Punkten der [86] durchsichtigen Dreiecke aus aufzufassen wären. Nach einem bekannten allgemeinen Theorem über die Beugung erhält man aber genau die nämlichen gebeugten Strahlen, wenn die hellen Dreiecke in undurchsichtige Dreiecke auf durchsichtigem Grunde verwandelt werden. Auf welche Punkte der Structur soll jetzt das gebeugte Licht büschelweise bezogen werden? — Ferner: ein QUINCKE'sches Jod-Silber-Gitter wird bei geeigneter Beleuchtung scharf und deutlich abgebildet, wofern es nur ein genügend helles Beugungsspectrum liefert. In diesem Falle hat man aber lauter vollkommen durchsichtige Elemente, und man müsste also die fraglichen Strahlenbüschel ganz gleichmässig von allen Punkten des Objectes ausgehen lassen. — U. A. m.

Die ganz bekannte, in allen Compendien der Physik gelehrte theoretische Ableitung der Beugungswirkung eines Gitters oder dergl. bringt das richtige Verhältniss deutlich genug zum Ausdruck. Was dabei ein „gebeugter Strahl" genannt wird, erscheint ja keineswegs als ein von irgend einem bestimmten Punkt des Gitters ausgehender wirklicher Strahl, wird vielmehr ausdrücklich definiert als die Richtung, in welcher die von allen Punkten des Gitters transmittirten Elementarwellen in ihrem Zusammenwirken eine gewisse (von Null verschiedene) Lichtintensität erzeugen. Die verschiedenen „gebeugten Strahlen" haben also zu dem beugenden Object kein anderes Verhältniss als das gewisser Richtungen zu der Ebene, welche dieses Object enthält; die räumliche Vertheilung jener aber ist durch die Gesammtheit aller Elemente bedingt, welche zur Wirkung beitragen. — Dieser Hinweis allein würde ausreichen, um die Idee einer Erweiterung der von den Objecten punktweise ausgehenden Strahlenkegel und einer darauf gegründeten Ausnutzung des dunklen Raumes der Objective durch das gebeugte Licht als eine Hypothese zu kennzeichnen, die dem bekannten Thatbestand der Beugungswirkung direct widerspricht.

Ich bin mit der vorstehenden polemischen Erörterung ganz dicht an die Betrachtung herangestreift, durch welche ich ursprünglich meine 1873 ausgesprochene Behauptung über den secundären Charakter der mikroskopischen Detailbilder theoretisch zu begründen meinte. — Die in den „Beiträgen" angeführten That-

sachen hatten mich zunächst auf experimentellem Wege zu dem Schluss geführt, dass überall, wo das gebeugte Licht eine specifische Function entfaltet, kein directer, von dem Beugungsvorgang unabhängiger Zusammenhang zwischen Object und Bild mehr besteht, das Bild also nicht mehr nach den Regeln der geometrischen Optik bestimmt sein könne. Die damals schon („Beiträge" p. 451 [1]) behauptete Uebereinstimmung dieser [87] Folgerung mit den Consequenzen der Undulationstheorie uud die Characterisirung des mikroskopischen Bildes als ein die Diffractionswirkung der Objecte begleitendes gesetzmässiges Interferenzphänomen, schöpfte ich aber aus einer Betrachtung, deren ersten Theil ich soeben angeführt habe. Obgleich ich nun jetzt obige Behauptung auf einen viel directeren und ganz positiven Beweis gründen kann, jene Deduction also gegenwärtig nicht mehr nöthig habe, so halte ich sie doch auch heute als durchaus beweiskräftig aufrecht und will sie deshalb nachträglich hier noch vollständig zu Ende führen. Dazu brauche ich aber dem Obigen nur noch hinzuzusetzen: Alles, was zuvor in Betreff der sogen. abgebeugten Strahlen gesagt wurde, muss ganz ebenso auch für die sogen. ungebeugten oder directen Strahlen Geltung haben. Denn der „ungebeugte" Strahl beim Beugungsphänomen ist gar nicht der Art nach verschieden von den „gebeugten", er ist nichts weiter als die Richtung des ersten Intensitäts-Maximums, wie letztere die Richtungen untergeordneter Maxima oder irgendwie sonst bestimmter Intensitätsgrade sind. Dass in dieser einen Richtung die Maxima für alle Farben zusammenfallen, also wieder weisses Licht auftritt, während in den anderen Richtungen dieses nicht statt hat, bleibt ein völlig gleichgiltiger Umstand. Eine scharfe räumliche Absonderung der „ungebeugten" Strahlen von den „abgebeugten" besteht aber überhaupt nur in einem ganz speziellen Fall, nämlich nur bei der Beugung durch eine vollkommen periodische Structur mit vielen congruenten und gleichartig liegenden Elementen; denn sie beruht ausschliesslich auf dem Auftreten isolirter Maxima 2ter Ordnung mit vollkommen dunkeln Zwischenräumen. Bei der Beugungswirkung eines beliebig gegliederten, unregelmässigen Gebildes findet eine stetige Lichtausbreitung mit veränderter Intensität in beliebig weitem Winkelraum statt; die von einer ausgedehnten Lichtquelle aus transmittirten Strahlen ergeben also im Allgemeinen gar keinen „directen" Strahlenkegel von endlicher Intensität.

1) [Abhandlung III, S. 82, 83.]

Der Schluss geht also dahin: Wenn es sich um die Abbildung von Objecten handelt, welche Beugung des Lichtes hervorbringen (gleichgiltig, ob diese Beugung aus der Abblendung des transmittirten Lichts durch undurchsichtige Theile, oder aus ungleichförmiger Verzögerung in Elementen von verschiedener Brechkraft entspringt), so giebt es überhaupt keine Strahlen mehr, weder directe noch abgebeugte, die sich als homocentrische Strahlenbüschel von bestimmten einzelnen Punkten des Objects aus darstellen lassen. Es hört also überhaupt die Möglichkeit einer nach den Regeln der geometrischen Optik bestimmbaren directen, d. h. punktweisen Abbildung solcher Objecte auf, weil diese auf die Voraussetzung einer punktweise vor sich gehenden Lichtstrahlung gegründet ist; und da nun doch Bilder solcher Objecte thatsächlich entstehen, so muss jedenfalls nach einem anderen Modus der Abbildung, der nur eine mittelbare Abbildung sein kann, gesucht werden [1].

[88.] Der hier entwickelte theoretische Gesichtspunkt, der meinen Betrachtungen ursprünglich zur Richtschnur diente, erklärt die in den „Beiträgen" noch festgehaltene Annahme einer directen Abbildung gröberer Objecte beim mikroskopischen Sehen und die hiernach bemessene Unterscheidung von „Absorptionsbild" und „Structurbild" (Beitr. p. 450 [2]). Auf jenes theoretische Argument hin liess sich nämlich die Unmöglichkeit einer directen Abbildung nur insoweit geltend machen, als eine specifische Function des gebeugten Lichtes nachzuweisen oder anzunehmen war. In Folge des Umstandes nun, dass alle meine früheren Experimente mit Mikroskopobjectiven von nicht über 40 mm Brennweite angestellt wurden, konnte ich damals eine Abhängigkeit der Bilder von der

1) Das Ergebniss obiger Schlussfolgerung habe ich früher („Die opt. Hilfsmittel der Mikroskope" pag. 398 [Abhandlung VI, S. 137]) in dem Satz ausgesprochen: „Eine solche directe Abbildung wird verhindert durch die unvermeidliche Diffraction der durchfallenden oder reflectirten Strahlen im oder am Objecte selbst. Die Unterbrechung der Wellenzüge durch die Structur der Objecte, sei es beim Hindurchtritt, sei es bei der Reflexion an der Oberfläche, hebt jede geradlinige Fortpflanzung der sogenannten Lichtstrahlen grundsätzlich auf und widerlegt kraft dessen die Voraussetzung, auf welche die gewöhnliche Vorstellung von der Entstehung optischer Bilder stillschweigend basirt ist."

2) [Abhandlung III, S. 81.]

Diffractionswirkung der Objecte für gröberes Detail als etwa 0,1 mm nicht mehr mit Sicherheit konstatiren; und da ich nicht mehr behaupten wollte, als sich durch Thatsachen belegen liess, so habe ich erst von dieser Grenze der Kleinheit an die indirecte Abbildung (durch Interferenz gebeugter Strahlen positiv angenommen, für alle gröberen Objecte aber, bei denen die geringe Winkelausbreitung des gebeugten Lichts den einfallenden Lichtkegel nur unwesentlich zu modificiren schien, die directe Abbildung (im Absorptionsbild) wenigstens offen gelassen. — Inzwischen habe ich jedoch erkannt, dass diese ganze Unterscheidung einerseits den Thatsachen gegenüber viel zu kurz greift, andrerseits auch theoretisch unhaltbar ist. Durch spätere Versuche mit ausgiebigeren Hilfsmitteln habe ich mich überzeugen können, dass die specifische Function des gebeugten Lichts auch bei ganz groben Objecten in derselben Art fortbesteht wie bei den feinsten; und die Weiterentwickelung meiner theoretischen Auffassungen hat mir gezeigt, dass der letzte Grund für die Unmöglichkeit einer directen Abbildung beim Mikroskop gar nicht die Beugungswirkung der Präparate an sich ist, sondern in den allgemeinen Bedingungen wurzelt, welche der Abbildung aller nicht-selbstleuchtenden Objecte gestellt sind. Auf meinem gegenwärtigen Standpunkt muss ich daher jene Unterscheidung zweier neben einander bestehender Modi der mikroskopischen Abbildung [89] und überhaupt die Annahme irgend einer directen Abbildung ausser im Falle selbstleuchtender Körper — ganz und gar preisgeben[1]): auch Zaunspfähle werden nach denselben Modalitäten secundär abgebildet wie Bacterien oder wie die feinsten Diatomeen-Streifungen — wie der II. Theil dieses Aufsatzes näher begründen wird.

Der oben geltend gemachte theoretische Gesichtspunkt rechtfertigt zugleich die verlorene Rolle, welche in den Darlegungen der „Beiträge“ die Oeffnungsbeugung bei optischen Systemen spielt. Da die Erläuterung dieses Punktes geeignet ist, das Verhältniss meiner Untersuchung zu derjenigen des Hrn. Helmholtz klar zu stellen, so mögen hier noch einige Bemerkungen Platz finden.

In dem Stadium meiner Untersuchung, auf welches sich die „Beiträge“ beziehen — und noch längere Zeit nachher — stand meine Betrachtungsweise im Princip auf gleichem Boden wie die

1) Dieses ist übrigens der einzige Punkt, in welchem ich meine früheren Ausführungen jetzt zu berichtigen habe.

Helmholtz'sche Untersuchung: ich setzte das Bestehen einer Oeffnungsdiffraction, d. h. einen von der Begrenzung der projicirenden Strahlenkegel abhängigen Beugungseffect in Form von Zerstreuungskreisen, auch beim Mikroskop überall da schlechthin voraus, wo eine punktweise Abbildung durch den einfallenden Strahlenkegel meiner Meinung nach zu statuiren war — also jedenfalls bei derjenigen Klasse von Bildern, welche der Begriff „Absorptionsbild“ abgrenzen sollte. Dass ich mich auch um seine quantitative Bestimmung gekümmert habe, dafür zeugt der auf p. 432[1]) der „Beiträge“ mitgetheilte, damals noch neue Satz, durch welchen der Beugungseffect in einem beliebigen (mit dem Auge zu combinirenden) optischen System durch den directen Beugungseffect einer dem „Oeffnungsbild“ (oder dem Querschnitt der austretenden Strahlenkegel) congruenten Oeffnung bestimmt und damit auf bekannte Erscheinungen zurückgeführt wird. Dieser Satz enthält Alles, was meines Wissens bis heute (die Altmann'sche Abhandlung inbegriffen) über die Beugungswirkung in optischen Systemen Richtiges vorgebracht worden ist. Dass ich aber bei meinen Folgerungen die Oeffnungsbeugung nicht weiter berücksichtige, namentlich nicht, um aus ihrem Eingreifen eine Grenze des Unterscheidungsvermögens abzuleiten, erklärt sich unmittelbar aus dem Princip meiner Auffassung: überall, wo es sich um eine Unterscheidung handelt, findet eo ipso jene Zersetzung der einfallenden Lichtstrahlen durch die Beugung im Object statt, welche punktweise divergirende Strahlenkegel ausschliesst, also die directe Abbildung aufhebt. Nun könnte vielleicht im Falle regelmässiger Structuren, wie Gitter u. dergl., wo die sogen. ungebeugten Strahlen isolirt bleiben und eine gradlinige Fortsetzung des einfallenden Lichtkegels [90] darzustellen scheinen, eine directe Abbildung durch diese ungebeugten Strahlen statuirt werden — wie ich zu Anfang noch anzunehmen geneigt war — und auf diese Hypothese hin hätte die nähere Bestimmung der Oeffnungsbeugung auch in meiner Betrachtung einen Sinn gehabt. Dieser Punkt erledigte sich aber ganz von selbst durch den Gang meiner Untersuchung. Während Hr. Helmholtz die Beleuchtung durch einen vollen Lichtkegel als das Normale betrachtet, hatte ich mich von Anfang an gewöhnt, umgekehrt die Abbildung mittelst schmaler Beleuchtungskegel als die regelmässige Functionsweise des Mikroskops anzusehen; denn beim wirklichen Gebrauch stärkerer Ob-

1) [Abhandlung III, S. 64.]

jective hatte ich, ausser für ganz exceptionelle Zwecke, niemals eine andere in Anwendung, oder auch nur mit Vortheil anwendbar, gefunden. Meine ersten Experimente aber hatten ergeben, dass bei jeder Art von Objecten auch mit beliebig schmalen Beleuchtungskegeln noch das feinste Detail abgebildet werden kann, wenn nur die freie Oeffnung des Objectivs genügend gross ist, und dass im Besondern das Auflösungsvermögen irgend eines Objectivs mit voller Beleuchtung niemals weiter reicht als mit einem beliebig schmalen einfallenden Lichtkegel unter möglichst schiefem Eintritt in das Objectiv. Nun war aber ohne jede weitere Rechnung sogleich einleuchtend, dass der immer anwachsende Beugungseffect bei fortschreitender Verengerung des einfallenden Lichtkegels, wenn wirklich eine directe Abbildung durch die „ungebeugten" Strahlen statt haben sollte, jedenfalls bei solchen schmalen Beleuchtungskegeln das der vollen Oeffnung zugängliche Detail längst ausgelöscht haben musste. Es musste also für die von mir ins Auge gefassten Verhältnisse — Beobachtung mittelst begrenzter, die Objectivöffnung nicht ausfüllender Strahlenkegel — der etwa bestehende Beugungseffect im System als ein ganz gleichgiltiges Moment erscheinen, welches die thatsächliche Leistung der Objective in Bezug auf das Unterscheidungsvermögen jedenfalls nicht beeinflussen konnte. Die Wirkung bei voller Beleuchtung aber musste, nach dem oben erwähnten Befund, naturgemäss als die Wirkung des schiefsten in das Objectiv eintretenden Strahles angesehen werden, und also gleichfalls ohne die Berücksichtigung der Oeffnungsbeugung schon bestimmt erscheinen. So erklärt es sich, dass von dem angezogenen Theorem über die Oeffnungsdiffraction bei optischen Systemen, obwohl es indirect nicht unwesentlich in meine Untersuchung eingreift, in den „Beiträgen" kein anderer Gebrauch gemacht wird, als dass ich mittelst desselben zeige, wie hinfällig die Hoffnung sei, durch immer weiter gehende Steigerung der Vergrösserung die Leistung der Mikroskope erhöhen zu können.

Die numerische Bestimmung der Unterscheidungsgrenze auf Grund einer wirklichen Berechnung der Oeffnungsbeugung bei vollen (oder wenigstens axialen) Strahlenkegeln, wie sie von Hrn. Helmholtz ausgeführt wird, erschien auf dem oben bezeichneten Standpunkt durchaus nicht im Widerspruch mit meiner Auffassung. Sie lag ganz in der Richtung, in welcher ich die Oeffnungsbeugung gleichfalls in Betracht gezogen hatte — auf die Hypothese

hin, dass bei regelmässigen Structuren die ungebeugten Strahlen eine punktweise Abbildung vielleicht [91] vermitteln könnten. Auch erschien die genaue Uebereinstimmung des Resultates mit meiner Bestimmung der Unterscheidungsgrenze für schiefste Beleuchtung weder als zufällig noch als befremdlich. Denn die Helmholtz'sche Berechnung bezieht sich streng genommen auf die Betrachtung einer quadratischen, oder rectangulären Oeffnung von gleicher Breite mit dem Durchmesser des abbildenden Strahlenkegels; und es ist aus den Grundsätzen der Beugungstheorie leicht abzuleiten, dass unter dieser Annahme die Beugung in der Oeffnung genau dieselbe Grenze für die Abbildung periodischer Structuren ergeben muss, welche durch die Bedingung des Eintrittes des ersten abgebeugten Strahles, der Fraunhofer'schen Formel zufolge, herbeigeführt wird.

Aber gerade die Erwägungen, welche die eigenartige Behandlung des Problems der Sichtbarkeitsgrenze in der Helmholtz'schen Untersuchung anregen musste, haben mir die Nothwendigkeit gezeigt, meine Vorstellung über die Bilderzeugung in der auf p. 89[1]) schon angedeuteten Richtung in ihren Grundlagen zu modificiren. Ich wurde dabei inne, dass meine ursprüngliche Auffassung, insofern sie die Annahme einer Oeffnungsbeugung im Princip einschloss, in ihren Consequenzen auf einen Widerspruch führe und auch — was mir zuvor entgangen war — mit bestimmten Thatsachen nicht zu vereinigen sei. Im Verfolg der Untersuchungen, welche ich nun angestellt habe, um diesen Punkt ins Reine zu bringen, hat sich denn — wie das Folgende unter II zeigen wird — durch Theorie und Experimente das auf den ersten Blick allerdings befremdliche Resultat ergeben, dass bei der Abbildung von Objecten mittelst durchfallender oder reflectirter Strahlen eine Oeffnungsbeugung, d. h. eine von der Begrenzung der einfallenden Strahlenkegel als solcher abhängige Diffractionswirkung, überhaupt nicht eintreten kann, dass eine solche vielmehr principiell auf den Fall selbstleuchtender Objecte beschränkt ist. Hiernach muss ich also gegenwärtig die Anwendbarkeit der Helmholtz'schen Theorie auf die beim Mikroskop vorliegenden Verhältnisse bestreiten. Nichts destoweniger glaube ich aber dem ihr gebührenden Respect einen besseren Tribut zu zollen, als eine blinde Annahme zu thun vermöchte: es wird sich zeigen, dass in ihrer besonnenen und folgerichtigen Deduction kräftige Stützen

1) [S. 290.]

für den Aufbau einer umfassenderen Theorie der Bilderzeugung zu finden sind.

Nach dieser Abschweifung wende ich mich zu den übrigen Angriffen des Herrn ALTMANN. Er will die von mir behauptete specifische Function des gebeugten Lichtes auch für Gitterpräparate u. dergl. nicht nur als eine überflüssige Annahme erweisen (wie seine eigene Theorie, wenn sie richtig wäre, für Objecte mit brechenden Elementen es indirect thun würde), sondern will auch ihre Unhaltbarkeit an sich darlegen. So wenigstens muss man doch wohl seine Einwendungen gegen die von mir supponirte secundäre Bilderzeugung durch Interferenz gebeugter Strahlen verstehen („Bilderzeugung" p. 164). In Bezug auf diesen Punkt [92] brauche ich jedoch, wenn überhaupt Etwas, nur dieses Eine zu erwidern: Meine früheren Mittheilungen haben keinen anderen Zweck gehabt als den, die Mikroskopiker mit gewissen neuen Thatsachen und den nächsten aus ihnen sich ergebenden Schlussfolgerungen über die Wirkungsweise des Mikroskops bekannt zu machen. Was der theoretische Gesichtspunkt für die Erklärung dieser Thatsachen sei, habe ich damals nur ganz beiläufig mit kurzen Worten angedeutet, indem ich es einstweilen als Behauptung hinstellte, dass es sich hier um eine eigenthümliche Classe von Interferenzphänomenen handele. Wie dieser Interferenzvorgang zu denken, habe ich zwar ganz im Allgemeinen angegeben; wie aber seine Bedingungen und Modalitäten des Näheren zu bestimmen seien, darüber habe ich meine Ansicht, so viel ich weiss, noch niemals ausgesprochen; und zwar aus dem guten Grunde, weil ich über diese Sache Nichts habe sagen mögen, was ich nicht ganz genau erwogen und ganz streng bewiesen hätte.

— — — —

Mein zweiter Grund ist der, den ich gleich nach dem Erscheinen der „Beiträge“ vorgebracht haben würde, wenn mir der Einwand damals gemacht worden wäre[1]): Es ist gar nicht wahr, [94] was mein Gegner so ohne Weiteres voraussetzt, dass bei der Beobachtung der fraglichen Bildchen die Beugung ausgeschlossen sei. Vielmehr lässt sich ganz allgemein und streng beweisen, dass das Miniaturbildchen eines von der Rückseite beleuchteten Gitters (oder was sonst für ein Gebilde in Betracht kommt) aus dem Miniaturbildchen der Lichtquelle, wie es das abbildende System gleichzeitig entwirft, ganz dasselbe Beugungsspectrum entwickelt, welches ein jenem ersten Bildchen congruentes reales Object im Focus des Systems entwickeln würde. Wer das aber nicht glauben will, der mag sich durch den Versuch überzeugen, welcher wenigstens mit schwächeren Systemen sehr leicht auszuführen ist. Man braucht nur so zu verfahren, wie Herr A. auf p. 175 beschreibt, dabei jedoch die als Lichtquelle dienende Flamme so weit hinweg zu rücken (oder, wenn dieses zu unbequem, ihre Ausdehnung durch ein so enges Diaphragma zu beschränken), dass die von dem Miniaturbildchen aus divergirenden Lichtkegel die Oeffnung des Beobachtungs-Objectivs nicht mehr ausfüllen. Wenn man nun das Ocular heraus zieht und mit freiem Auge auf das Objectiv hinblickt, so sieht man das Miniaturbildchen der Flamme gerade so von zierlichen Farbenspectren umgeben, wie wenn das Objectiv statt auf ein Luftbildchen auf ein wirkliches mikroskopisches Gitter von gleicher Feinheit eingestellt wäre. — Mögen nun meine Anschauungen in Bezug auf wirkliche Objecte richtig oder falsch sein, jedenfalls liegt in diesen Miniaturbildchen keine Erscheinung vor, auf welche sie nicht gleichfalls Anwendung finden könnten.

Herrn Altmann will ich obigen Versuch speciell empfohlen haben. Er wird dabei noch eine besondere Thatsache gewahr werden, deren Erklärung er gewiss nicht für müssig halten kann. Denn eine entfernt stehende oder kleine Gasflamme muss doch dasselbe Recht haben wie eine nahe stehende oder grosse, und von den anstössigen „künstlichen Versuchsanordnungen“ kommt Nichts dabei vor. — Wenn man in der pag. 175 „Bilderzeug.“ beschriebenen Weise Grösse oder Abstand des projicirten Gitters so regulirt, dass die Linien mit breiter oder nahe stehender Gasflamme eben noch unterscheidbar sind, und nun erst die Lichtquelle entfernt oder verengert, so verschwinden die Linien, falls

dabei der Mittelpunkt der wirksamen Flamme genau auf der optischen Achse gehalten wird. Um sie wieder sichtbar zu machen, muss das Gitter näher an das projicirende Objectiv heran geführt, das Luftbildchen also auf grössere Dimensionen gebracht werden, und zwar zuletzt annähernd auf das Doppelte der [95] anfänglichen Grösse, wenn die Winkelausdehnung der Lichtflamme für den Ort des Gitters sehr klein gemacht wird. Das anfängliche Unterscheidungsvermögen des Beobachtungs-Objectivs stellt sich aber sofort wieder her, wenn die Flamme um ein gewisses senkrecht zur Achse und senkrecht zur Richtung der Gitterstriche verschoben wird. Es zeigen also — so scheint es wenigstens auf diesem Standpunkt — die Objective selbst an den Luftbildchen dieselben gesetzmässigen Veränderungen der „Penetration“ bei geradem und schiefem Licht, wie ich sie für reale Objecte festgestellt habe.

Mein drittes Argument gegen die Stichhaltigkeit der in Rede stehenden Sache — dasjenige, welches meinen eigentlichen Standpunkt zu ihr bezeichnet — führe ich nicht an, um den Altmann'schen Einwand zum dritten Mal zu widerlegen, sondern nur deshalb, weil es mir nützlich scheint, die Bedeutung dieser öfters gebrauchten Beobachtungsmethode einmal ganz objectiv zu untersuchen. Meines Dafürhaltens ist nämlich auch der, seiner Intention nach durchaus verständige und sachgemässe Gebrauch, den Herr Harting und Andere von den Experimenten mit solchen Miniaturbildchen gemacht haben, vor einer strengeren Kritik nicht haltbar; denn es wird dabei ein Umstand ausser Acht gelassen, dessen Hervorhebung die ganze Methode sofort als illusorisch erkennen lässt, gleichgiltig, welche Rolle man dabei dem zuvor angedeuteten Beugungsphänomen zuschreiben mag.

Man sehe sich die Bedingungen bei einem solchen Experiment einmal genau an. Es bezeichne in beistehender Figur

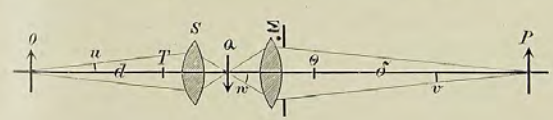


Fig. 14.

O das natürliche Object (Gitter, Drahtgeflecht etc.), von welchem

ein Miniatur-Bildchen Q durch ein Objectiv S entworfen wird; und dieses Bildchen werde durch das zu erprobende Objectiv Σ mit einem, der Voraussetzung nach kleinerem Oeffnungswinkel als S) in P vergrössert abgebildet und mittelst eines hinter P aufgestellten Oculars beobachtet. Wenn man nun bei irgend einem bestimmten Arrangement das Detail des Gitters oder des Drahtgeflechtes sieht, so steht als Thatsache jedenfalls nur dieses Eine fest: dass das Object O durch das gesammte Linsensystem $(S+\Sigma)$ bei P abgebildet [96] wird[1]). Alles Andere ist blosse Hypothese. Und im Besondern ist es eine völlig willkürliche, durch Nichts zu begründende Hypothese, dass bei obigem Abbildungsvorgang die Beschaffenheit des Miniaturbildchens bei Q überhaupt eine Bedeutung für das schliessliche Resultat habe. Freilich kann man das letzte Bild P betrachten und geometrisch bestimmen als ein Bild, welches das nachfolgende System Σ von Q entworfen hat. Dasselbe gilt aber in Bezug auf jedes der zahlreichen Zwischenbilder, die bei einem zusammengesetzten optischen System dadurch entstehen, dass jede folgende Linse, oder Linsenfläche, ein Bild projicirt von dem Bild, welches die nächst vorangehende Linse oder Linsenfläche erzeugt hat; und sofern mit dem Bilde Q nichts Anderes geschieht als dieses, ist es eben ein Zwischenbild in dem zusammengesetzten System $(S+\Sigma)$ wie jedes andere Zwischenbild auch. Eine specifische Bedeutung für den Thatbestand der Beobachtung dürfte dem Miniaturbildchen bei Q erst dann beigelegt werden, wenn bewiesen wäre, dass die Wirkungsweise des Gesammtsystems im Verhältniss zu dem ursprünglichen Object O, in irgend einer Art von ihm beeinflusst sei. Nun lässt sich aber gerade das Gegentheil beweisen. Denn die Wirkungsweise des Gesammtsystems, d. h. der sichtbare Effect des ganzen Abbildungsvorgangs, kann offenbar von nichts Anderem abhängen als 1) von der Brennweite des Gesammtsystems, resp. dem Vergrösserungsverhältniss, welches dieselbe für das Paar einander conjugirter Punkte O und P herbeiführt; 2) von dem Oeffnungswinkel der von O aus aufgenommenen, das Bild P

1) Dieses kann man, obwohl streng genommen auch das Bild bei P nicht, sondern nur das schliessliche Netzhautbild, direct wahrgenommen wird, auf Grund der sicher bekannten Function der Oculare und des Auges mit Bestimmtheit behaupten. Das folgende Raisonnement lässt sich aber, wenn man will, eben so gut auf das Verhältniss zwischen dem ursprünglichen Object und dem schliesslichen Netzhautbild anwenden.

formirenden Strahlenkegel; und 3) von dem Grade der sphärischen und chromatischen Correction des Gesammtsystems für die conjugirten Punkte O und P. Alle diese realen Elemente des Abbildungsvorgangs lassen sich aber vollständig definiren, ohne im Geringsten Bezug zu nehmen auf die Beschaffenheit des Zwischenbildes Q oder auf die Verhältnisse seiner Wieder-Abbildung durch das nachfolgende System Σ.

Bezeichnen nämlich f und φ die Brennweiten der beiden Objective, S und Σ (wobei für f eben so gut die negative Brennweite eines Luftbläschens eingeführt werden kann, wenn man die ursprüngliche HARTING'sche Methode im Auge hat) und sind d und δ die Distanzen von O und P, gemessen von den beiden äusseren Haupt-Brennpunkten T und Θ der partiellen Systeme, so bestimmt sich die Brennweite F des Gesammtsystems durch die leicht abzuleitende Gleichung

$$-\frac{1}{F}=\left(\frac{f}{\varphi}\right)\cdot\frac{1}{d}+\left(\frac{\varphi}{f}\right)\cdot\frac{1}{\delta};$$

und die lineare Vergrösserung N des schliesslichen Bildes P, im Verhältniss zum Object O, durch den Ausdruck

[97] $$N=\frac{\delta}{d}\cdot\left(\frac{f}{\varphi}\right);$$

endlich der halbe Oeffnungswinkel u der vom Object aus wirklich eintretenden Strahlenkegel durch die Gleichung

$$sin\ u=\frac{\delta}{d}\cdot\left(\frac{f}{\varphi}\right)\cdot sin\ v,$$

wenn v den halben Convergenzwinkel der das Bild P formirenden Strahlenkegel bezeichnet, wie selbiger gegeben ist durch die relativ engste Linsenöffnung, die der Voraussetzung nach auf der Seite des Systems Σ liegen soll.

In allen diesen Ausdrücken kommt nun ausser den Abständen d und δ und dem Convergenzwinkel v der abbildenden Strahlenkegel nur das Verhältniss der Brennweiten beider Systeme vor, aber gar Nichts, was auf das System Σ speciell Bezug hätte, weder dessen Brennweite φ einzeln, noch der Oeffnungswinkel w, mit dem dasselbe in seiner vorderen Einstellungsebene Q wirksam ist. Das sichtbare Resultat des ganzen Vorgangs — das bei P entworfene Bild des Objectes O, welches allein den Thatbestand der Beobachtung ausmacht — ist also völlig unabhängig von den Wirkungsbedingungen des Objectivs Σ und ebenso unabhängig von den Dimensionen des Zwischenbildes Q. Dieser Thatbestand

würde ganz unverändert bleiben, wenn man die Brennweite beider Systeme und den bei Q auftretenden Divergenzwinkel w beliebig ändern wollte, wofern nur das Verhältniss beider Brennweiten und die den Winkel v bestimmende lineare Oeffnung des letzten Systems constant erhalten würde. Man könnte also z. B. bei einem solchen Experiment, wenn die obersten Linsen der beiden benutzten Objective zufällig dasselbe Verhältniss der Brennweiten wie die ganzen Objective besässen, alle übrigen Linsen einfach herausescamotiren, und würde, nachdem die Einstellung wieder adjustirt ist, dennoch dasselbe sehen, was man zuvor gesehen hat; denn alle Umstände, welche auf das schliessliche Bild einen realen Einfluss haben können — F, N und u — wären ja unverändert geblieben.

Ebenso leicht ist einzusehen, dass auch die Deutlichkeit oder Schärfe des wirklich beobachteten Bildes völlig unabhängig bleibt von der Bildschärfe, welche dem Zwischenbild bei Q zukommen mag. Jene erfordert ja offenbar nichts weiter als eine richtige Correction des Gesammtsystems $(S + \Sigma)$, welche mit beliebig grossen Abweichungen der beiden Einzelsysteme bestehen kann, wenn nur diese sich gegenseitig compensiren. Es möchte also z. B. das projicirende Objectiv S so stark übercorrigirt sein, dass die Aberrationskreise in Q alles feinere Detail völlig auslöschen, im Bilde P würde dieses Detail dennoch mit voller Schärfe sichtbar werden, wofern das beobachtende Objectiv Σ in demselben Grade untercorrigirt wird. In der That fehlt ja auch bei der Ausführung solcher Beobachtungen jeder Anhaltepunkt, um die richtige Correction des projicirenden Objectivs, für sich genommen, herbeizuführen oder zu erkennen. Denn die einzige Richtschnur ist die Schärfe des letzten, direct beobachteten Bildes bei P, und diese ist erreicht, sobald das Gesammtsystem für [98] die conjugirten Punkte O und P aberrationsfrei gemacht ist, wie stark dabei auch die beiden Bestandtheile, einzeln genommen, über- und untercorrigirt sein mögen.[1])

1) Dass auch bei den Versuchen des Herrn ALTMANN nach dem auf pag. 175 seiner Abh. beschriebenen Corrections-Verfahren nichts weniger erreicht wird als die Herstellung derjenigen Deckglasdicke, „für welche das zu prüfende Objectiv corrigirt ist", wird bei einigem Besinnen sofort einleuchtend. Das zum Projiciren des Gitters verwandte Objectiv für homogene Immersion ist, wie jedes Objectiv mit fester Fassung der Linsen, nur für eine bestimmte Distanz d aberrationsfrei; für merklich grössere oder kleinere Distanzen ist es — und zwar unter Umständen sehr beträchtlich — über- oder untercorrigirt, und die Veränderung in der Dicke der Oelschicht vor dem projicirenden System stellt nun diejenige Deckglasdicke her, mit welcher die sphär. Correction des beobachtenden (zu prüfenden) Systems gerade um eben so viel in entgegengesetztem Sinne von richtiger Correction abweicht.

Auch bei der Beobachtung von Luftblasenbildchen hat man es stets mit starker sphär. Aberration zu thun, sobald das zu prüfende Objectiv einen grossen Oeffnungswinkel besitzt. Um z. B. solche Bildchen, selbst von ziemlich kleinen Luftblasen, mit einem Immersionsobjectiv scharf sehen zu können, muss letzteres so stark untercorrigirt werden, dass körperliche Objecte unter dem gleichen Deckglas ganz verschwommen erscheinen und nicht entfernt das dem Oeffnungswinkel entsprechende Unterscheidungsvermögen erreichen lassen — was die auf pag. 136 der „Bilderzeugung" bekundete Bewunderung der Schärfe solcher Bildchen wohl etwas mässigen dürfte.

Das Resultat dieser Betrachtung ist denn: Bei der Beobachtung der bewussten Miniaturbildchen steht das, was man thatsächlich sieht oder nicht sieht, in gar keinem ursächlichen Zusammenhang weder mit den Eigenschaften des zur Beobachtung benutzten Objectivs, noch mit den Dimensionen und dem Detailinhalt des angeblich beobachteten Bildchens. Es ist also unzulässig, die Wahrnehmungen bei derartigen Experimenten zu interpretiren als Wahrnehmungen über die optische Leistung (z. B. das Unterscheidungsvermögen) der benutzten Objective gegenüber den rechnungsmässig bestimmten Dimensionen der Bildchen. Denn eine solche Interpretation würde der in Rede stehenden Beobachtungsmethode die abenteuerlichen und offenbar widersinnigen Attribute beilegen: dass nach ihr die Function einer bestimmten Brennweite und eines bestimmten Oeffnungswinkels zu beobachten sei, ohne dass diese Brennweite und dieser Oeffnungswinkel thatsächlich wirksam sein müssen; und dass sie die Sichtbarkeit oder Unsichtbarkeit gewisser Objecte festzustellen vermöge, ohne dass diese Objecte in den vorausgesetzten Dimensionen und mit dem fraglichen Detail bei dem Versuch überhaupt vorhanden zu sein brauchen.

Was die richtige Deutung der nach der HARTING'schen Methode gemachten Beobachtungen ist, wird sofort ersichtlich, wenn man die obigen Formeln zur Bestimmung der Elemente des Gesammtsystems näher ins Auge fasst. Die bei solchen Versuchen obwaltenden Verhältnisse in Anschlag gebracht, hat man es, diesen Formeln zufolge, immer mit der Abbildungswirkung eines Linsensystems von sehr langer Brennweite und sehr kleinem Oeffnungswinkel unter ganz geringer [99] (öfters unterhalb der Einheit bleibender) Linearvergrösserung zu thun. Habe beispielsweise das projicirende Objectiv eine Brennweite $f = 2$ mm, das zur Beobachtung dienende eine Brennweite $\varphi = 4$ mm bei einer wirksamen Oeffnung von 6 mm im Durchmesser und einem Bildabstand $\delta = 180$ mm.

Der Convergenzwinkel v der die Bildpunkte in P formirenden Strahlenkegel ist alsdann annähernd 1^0. Befände sich nun das beobachtete Gitter in einem Abstand $d = 120$ mm von dem Hauptbrennpunkt T des projicirenden Objectivs, so hätte das Gesammtsystem, dessen Wirkung man beobachtet, eine Brennweite $F = -65.5$ mm und so ergäbe die lineare Vergrösserung $N = 0.75$ bei einem wirksamen Oeffnungswinkel $u = 0.75^0$. Bei Luftblasenbildchen erhält man — natürlich positive — Brennweiten von derselben Grössenordnung, meistens aber noch stärkere Verkleinerung des Bildes und noch geringere Oeffnungswinkel. Beobachtungen der in Rede stehenden Art sind also durchweg Experimente über die Sichtbarkeit relativ grober Objecte durch schwache Linsensysteme, die mit sehr geringen Oeffnungswinkeln wirksam sind — und nichts Anderes. Die Abstufung der Entfernung d des Gitters von dem projicirenden System (sei dieses ein Mikroskopobjectiv oder eine Luftblase) regulirt nach Massgabe der dritten der obigen Gleichungen ganz unmittelbar den Oeffnungswinkel, mit dessen Hilfe die Abbildung geschieht, und führt auf diese Art das Detail des Objects an die Grenze der Sichtbarkeit. Man hätte ein vollständiges, den Thatbestand einer wirklichen Erscheinung fixirendes Experiment gemacht, wenn man in jedem solchen Falle die zur Berechnung von u erforderlichen Grössen ermitteln wollte. Natürlich aber kann man Alles, was sich nach dieser Methode wirklich feststellen lässt — die Unterscheidungsgrenze ganz kleiner Oeffnungswinkel — viel unmittelbarer und viel bequemer haben, wenn man ohne Weiteres eine einfache achromatische Sammellinse von grosser Brennweite und kleinem Durchmesser benutzt und deren Bilder bei wechselnder Distanz des Gitters beobachtet. Denn die Combination eines Luftbläschens mit einem Mikroskopobjectiv ist in allen Stücken einer solchen einfachen Sammellinse äquivalent; und die Combination zweier Objective unterscheidet sich, obwohl sie auf eine negative Brennweite führt, der Wirkung nach nur durch den gleichgiltigen Umstand, dass aufrechte Bilder erhalten werden, wo letztere umgekehrte liefert. In jedem Falle aber ergäbe eine solche einfache Linse hellere und schärfere Bilder als ein höchst complicirtes System mit vielen brechenden Flächen, aber dennoch ganz geringer Apertur, und obendrein hätte man noch den Vortheil, alle zum Experiment gehörigen Data (Oeffnungswinkel und Vergrösserung) durch ganz einfache Abmessungen bestimmen zu können.

Soviel über die Methode der Miniaturbildchen.

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

[101] Mit dem Theil der ALTMANN'schen Abhandlung, der auf meine Untersuchungen kritisch Bezug nimmt, wäre ich nun fertig.

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

Ich muss also noch in der Kürze die Grundlage charakterisiren, auf welche der Verfasser seine Theorien gebaut hat — d. i. die in den beiden ersten Capiteln seiner Schrift gegebene Analyse der Beugungswirkung und der sphärischen Aberration in optischen Systemen, welche ausgesprochenermassen allein seinen Schlüssen über die Bilderzeugung bei den verschiedenen Classen der optischen Instrumente zur Richtschnur dienen soll.

Im ersten Abschnitte, „die Zerstreuungskreise der Beugung" betitelt, stellt sich der Verfasser, nachdem er die Erscheinungen beim allmählichen Verschwinden eines Gitters durch Verengen der Objectivöffnung beschrieben hat, zum Schluss die Aufgabe, die von Herrn HELMHOLTZ und mir gegebene Bestimmung der Beugungswirkung (die auf ein mit kleinen Divergenzwinkeln erzeugtes Bild sich bezieht), zu erweitern und den Beugungseffect in Strahlenkegeln von beliebig grossem Divergenzwinkel (Projectionswinkel) abzuleiten. Er kommt dabei zu dem Lehrsatz, den er auf p. 118 in gesperrter Schrift in Worte fasst und auf welchen er sich im Verlauf seiner Erörterungen viele Mal wieder beruft. Sein Resultat ist jedoch falsch; es ist sogar noch etwas mehr als das [102], nämlich, nach den nächstgelegenen Consequenzen bemessen, handgreiflich widersinnig; und neckisch genug schaut auch der Widersinn aus fast allen Folgerungen hervor, die der Verf. selbst daraus ableitet. Sein Beweis aber scheint eitel Hexerei; denn er bringt es fertig, über einen physikalischen Vorgang etwas auszumachen, ohne in die Prämissen der Deduction ostensibler Weise das Geringste hineinzulegen, was auf das Specifische dieses Vorgangs (Beugung bei endlichem Projectionswinkel) Bezug hätte. Es ist jedoch keine Hexerei, sondern nur ein ganz gewöhnlicher Trugschluss: indem nämlich der Verfasser seinen angeblich von HELMHOLTZ entlehnten Obersatz auf den Fall eines beliebig grossen Projectionswinkels ausdehnt, steckt er in ihn sein Resultat als geheime Voraussetzung hinein und zieht es sodann aus dem Schlusssatz als neues Theorem wieder hervor.

Der wirkliche Sachverhalt ist kurz dieser: Die Conjectur, von welcher der Verfasser thatsächlich ausgeht — dass der Beugungseffect in einem optischen Bilde durch den Projectionswinkel der abbildenden Strahlenkegel vollkommen bestimmt sei — trifft in gewissem Sinn das Richtige. Nur muss die Bedingung, unter welcher Solches gilt, nachgewiesen und darauf hin die massgebende Function des Projectionswinkels richtig bestimmt werden — was Beides jedoch nicht nach der Conjektural-Methode, sondern nur durch eine sachliche Untersuchung geschehen kann. Dabei zeigt sich aber, dass die Beugungswirkung durchaus nicht allgemein und schlechthin, sondern nur insoweit mit dem Convergenzwinkel des projicirenden Strahlenkegels gegeben ist, als dieser Strahlenkegel dem vom Objectpunkt ausgehenden Büschel nach dem Gesetz des constanten Sinus-Verhältnisses conjugirt ist. Bestehen zwischen dem einfallenden und dem projicirenden Strahlenkegel andere Beziehungen der Convergenz conjugirter Strahlen — was unbeschadet der scharfen Abbildung eines leuchtenden Punktes auf die mannigfachste Art möglich ist — so können gleiche Projectionswinkel sehr verschiedenen Beugungseffect ergeben, wofern es sich um grosse Winkel handelt. Ist aber jene Voraussetzung — die charakteristische Bedingung conjugirter aplanatischer Punkte[1]) — erfüllt, so lässt sich beweisen, dass die Beugungswirkung nicht mit der Tangente, sondern mit dem Sinus des Projectionswinkels geht; und ohne diese Voraussetzung ist eine allgemeine giltige Bestimmung überhaupt nicht möglich.

Bei der von Herrn ALTMANN gewählten Einkleidung erhält man daher den richtigen Satz, wenn in der betreffenden Formel an die Stelle von Cotangente wiederum Cosecante gesetzt wird; welcher kleine Unterschied nun alle Verhältnisse und alle Schlussfolgerungen gründlich verändert.

[103.] Soviel zum ersten Capitel. Im zweiten stellt sich der Verfasser auf p. 123 die Aufgabe, „... das gemeinsame Wirken der Zerstreungskreise der Beugung, der sphärischen und chromatischen Aberration in Betracht zu ziehen und so den gesammten Process, der sich bei Erzeugung eines Bildes abspielt, zu analysiren." Einige Seiten weiter, auf p. 131, hat er die Genugthuung, sagen

1) ABBE, Ueber die Bedingung des Aplanatismus der Linsensysteme. Sitzungsberichte d. Jenaischen Gesellschaft 1879 — u. CARL's Repertorium, Bd. XVI, pag. 303. [Vergl. Abhandlung XI dieser Sammlung, S. 213—226.]

zu können: „Es ist uns so gelungen, den Process der Bilderzeugung in seine Einzelheiten zu zerlegen und nachzuweisen, dass die Grössen- und Intensitätsverhältnisse der in den Bildern vorhandenen Zerstreuungskreise die Eigenschaften des Bildes bedingen, und ebenso nachzuweisen, in welcher Art diese Eigenschaften mit den Zerstreuungskreisen in Zusammenhang stehen". — „Jetzt können wir jene durch die Erfahrung gebotenen, aber bisher unerklärten Thatsachen, welche zu der Trennung der penetrirenden und definirenden Kraft geführt haben, leicht verstehen." — Ich habe jene Analyse und jene Nachweise aufmerksam angesehen, und ich finde, dass Alles was zwischen den citirten Sätzen liegt und was ihnen zunächst folgt, auf ein graciöses Gaukelspiel mit den Begriffen Beugung und sphärische Aberration hinausläuft, bei welchem mit grosser Kunst dafür Sorge getragen ist, dass beide Begriffe in den Vordersätzen immer eine andere Bedeutung haben als in den Schlusssätzen ihnen beigelegt wird. Das Folgende giebt die Gründe für diese Ansicht.

Erstens. Die Analyse der sphärischen Aberration in der ALTMANN'schen Untersuchung bezieht sich ausschliesslich auf die Voraussetzung eines gänzlich uncorrigirten Systems, d. h. eines solchen, bei welchem die Längenabweichung mit ihrem ersten Gliede (proportional dem Quadrate des Achsenabstandes der einfallenden Strahlen fortschreitend) die Erscheinungen bestimmt; denn der Verfasser experimentirt und deducirt ausschliesslich mit einer unachromatischen Convexlinse. Hier giebt es allerdings einen centralen Lichtpunkt, einen lichtstarken und einen lichtschwachen Raum, u. dergl. m. Die Schlüsse und Anwendungen des Verfassers gehen aber auf optische Systeme im Allgemeinen, betreffen also vorwiegend solche Fälle, in welchen „sphärische Abweichung" einen Aberrationsrest bedeutet, der wesentlich von den höheren Gliedern abhängt, deshalb ganz anderen Gang zeigt und gänzlich andere — je nach der Art der Construction sehr verschiedene — Erscheinungsformen darbietet. Die gegebenen Nachweise gelten nun wohl für sphärische Spiegel und unachromatische Linsen, sowie für den optischen Apparat des [104] Auges, im Uebrigen aber finden sie höchstens noch Anwendung auf die sämmtlichen alten Mikroskope und Fernröhre aus der Zeit vor Erfindung der Achromasie, die in den historischen Cabineten und in Rumpelkammern aufbewahrt werden. Für Alles, was man heut zu Tage unter Fernrohr, Camera oder Mikroskop versteht, können

sie keine Geltung haben. In dem Worte „sphärische Abweichung“ kommt aber jene durchgreifende Verschiedenheit des begrifflichen Inhaltes leider nicht zum Ausdruck. Herr ALTMANN deducirt also mit der unachromatischen Linse unverdrossen fort auch da, wo es sich um gänzlich andere Verhältnisse handelt.

Was bei dieser Art, optische Theorien zu bauen, zu Stande kommt, illustriren am besten die drei Sätze über Aberration und Beugung, welche auf pag. 135 ausgesprochen und einige Zeilen weiter mit den Worten: „„Wir werden aus diesen Sätzen noch manche Folgerung zu ziehen haben““ den Discussionen aller nachfolgenden Capitel über Auge, Camera, Fernrohr und Mikroskop als Richtschnur vorgezeichnet werden. Als blosse Abwandlungen der bekannten Formel für die Längenabweichung im Brennpunkt eines sphärischen Spiegels sind sie freilich für solche Spiegel richtig. Sie lassen sich auch noch gebrauchen, um die Zerstreuungskreise unachromatischer Linsen von je ähnlicher Form und gleicher Glasart bei ähnlicher Lage der conjugirten Punkte zu vergleichen; und der erste Satz lässt sich mit dieser Beschränkung (vollkommene Aehnlichkeit aller Elemente) sogar auf alle Arten von optischen Systemen anwenden, nur dass er dabei eine reine Tautologie wird. Im Uebrigen lässt sich aber auf solche Sätze hin nicht einmal die sphärische Aberration im Menschenauge mit derjenigen im Falkenauge vergleichen, (weil dieses nicht geometrisch ähnliche Systeme sein werden) geschweige denn gar ein Fernrohrobjectiv mit einer Camera, oder eine Camera mit einem Mikroskop — was Alles Herr ALTMANN ohne Bedenken thut, obwohl es doch handgreiflich ist, dass solche ungleichartige Systeme auch bei völliger Gleichheit aller Abmessungen (also bei gleichem Projectionswinkel, gleichem Bildabstand und gleicher Oeffnung) ganz verschiedene Aberrationen ergeben müssen.

Wie weit nun die in solcher Art gewonnenen Schlüsse, welche die nächstfolgenden Capitel der ALTMANN'schen Abhandlung grossentheils ausfüllen, neben der Wahrheit vorbeischiessen müssen, wird man am besten ermessen können, wenn ich obigen Sätzen für einige specielle Fälle die richtigen Bestimmungen in ganz entsprechender Einkleidung gegenüberstelle. So findet [105] sich also beispielsweise für das achromatische Doppel-Objectiv unserer heutigen Teleskope:

Bei gleichem Objectiv-Durchmesser geht der Radius der Zerstreuungskreise der sphärischen Aberration bei möglichst vollkommener Correction annähernd der 4. Potenz des Bildabstandes umgekehrt proportional;

bei gleichem Bildabstande annähernd direct proportional der 5. Potenz des Objectivdurchmessers;

— vorausgesetzt, dass nur Objective von je gleichem Constructions-Typus (also z. B. FRAUNHOFER'sche nur mit FRAUNHOFER'schen, GAUSSische nur mit GAUSSischen etc.) verglichen werden.

Für solche Systeme dagegen, welche — wie die Mikroskopobjective — auf der Objectseite Strahlenkegel von grossem, auf der Bildseite solche von sehr kleinem Divergenzwinkel haben, lauten die entsprechenden Bestimmungen gänzlich anders:

Bei gleichem Objectivdurchmesser wächst der Radius der Zerstreuungskreise der sphär. Aberr. direct proportional mit der ersten Potenz des Bildabstandes;

bei gleichem Bildabstand ist dieser Radius vom Objectivdurchmesser unabhängig;

wiederum unter der Voraussetzung, dass nur Objective von ähnlichem Constructions-Typus (also jedenfalls gleichem Oeffnungswinkel) und von gleicher relativer Vollkommenheit der Correction mit einander verglichen werden. — Ohne solche specielle Voraussetzungen ist eine Vergleichung der Aberrationskreise überhaupt nicht möglich.

Zweitens. Alle seine interessanten Nachweise über den Beugungseffect in uncorrigirten Systemen und über das Verhältniss der Beugungskreise zu den Aberrationskreisen, gründet Hr. ALTMANN auf die bekannten Sätze über den Beugungseffect kreisförmiger resp. ringförmiger Oeffnungen. Diese Sätze sind aber, theoretisch und experimentell, auf die Voraussetzung gebaut — und stehen und fallen mit dieser Voraussetzung, — dass die interferirenden Elementarwellen von den Punkten einer ebenen oder sphärischen Wellenfläche ausgehen. Ihre Anwendung auf den Beugungseffect bei der Abbildung leuchtender Punkte ist darauf hin gleichfalls an die Voraussetzung gebunden, dass die projicirenden Strahlenkegel ebenen oder kugelförmigen Wellen entsprechen, damit allen Wegen von je einem Objectpunkt zum zugehörigen Bildpunkt gleiche optische Länge zukomme — was in der HELMHOLTZ'schen [106] Ableitung der Beugungswirkung in Linsensystemen deutlichen Ausdruck findet. Diese Bedingung aber deckt sich durchaus mit der Bedingung vollkommener sphärischer Correction. Indem nun der Verfasser jene Sätze ohne ein

Wort zu verlieren auf beliebige uncorrigirte Systeme mit beliebig grosser sphärischer Aberration anwendet, hebt er die ausdrückliche Voraussetzung für ihre Gültigkeit ausdrücklich auf. Von dem angeblich benutzten Begriff der Beugung behält er dabei nur den leeren Namen übrig. — Der Beugungseffect in dem anacentrischen Strahlenkegel ist in Wahrheit ein ganz anderer als in einem homocentrischen; denn er leitet sich jetzt ab von einer Wellenfläche von anderer als kugelförmiger Gestalt, und er ist abhängig von ganz neuen Differenzen der optischen Weglängen, welche die Erscheinung von Grund auf verändern müssen. Hiermit ist aber zugleich gesagt, dass eine materielle Trennung von Beugung und sphärischer Aberration überhaupt nicht möglich ist: was die geometrische Optik die Zerstreuungskreise der Aberration nennt, sind eben die Beugungsfiguren der nicht-kugelförmigen Wellenflächen, welche den anacentrischen Strahlenbüscheln entsprechen, gerade so, wie das Lichtscheibchen mit den umgebenden Ringen die Beugungsfigur ist, welche eine genau kugelförmige Wellenfläche (bei kreisförmiger Begrenzung) in ihrer Mittelpunktsebene herbeiführt. In beiden Fällen hat man es mit der Lichtvertheilung zu thun, welche in einer bestimmten Ebene aus der Interferenz der sämmtlichen Elementarwellen von einem bestimmt umgrenzten Stück der jeweilig bestehenden Wellenfläche entspringt, nur dass diese Elementarwellen in dem einen Fall von den Punkten einer Kugelfläche, in dem andern Fall von den Punkten einer irgendwie gestalteten Rotationsfläche ausgehen. Die sphärische Aberration besteht also nicht als selbständiges Moment neben der Beugung, sie ist vielmehr nichts Anderes als die Modification, welche der im homocentrischen Strahlenkegel bestehende Beugungseffect einer bestimmten Oeffnung in Folge der Anacentricität des austretenden Strahlenbüschels erfährt[1]).

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

— — — — — — — — — — — — — — — — — — — —

[107] Augenscheinlich ist nun an der ganzen Deductions-Comödie dieses zweiten Capitels nichts Anderes Schuld als eine unvollständige Beobachtung, die Hr. A. gemacht hat. Er hat

1) Die erfahrungsmässige Connexität von Beugung und sphär. Aberration kann nicht classischer bezeugt werden, als durch eine Aeusserung, die Herr Dr. Hugo Schröder mir einmal gesprächweise gethan hat — die hier anzuführen er wohl gestatten wird: „dass er sich schon verbindlich machen wolle, soviel Beugungsringe im Fixsternbild, als Jemand zu einem Objectiv hinzu zu bestellen beliebe, in dieses Objectiv hinein zu poliren."

nämlich gefunden („Bilderz." p. 129), dass seine unachromatische Linse bei der Abbildung eines Gitters mit durchfallendem Licht in der Nähe des Vereinigungspunktes der Randstrahlen erheblich feineres Detail erkennen lässt als im Vereinigungspunkt der Mittelstrahlen. Das ist allerdings Thatsache. Es ist jedoch nur ungefähr der dritte Theil einer wahren, d. h. vollständig erfassten Thatsache, und das dazu gehörige Uebrige widerspricht der Altmann'schen Theorie viel stärker und entschiedener als das Erste sie zu stützen scheint.

Das von Herrn A. vergessene zweite Drittel besteht nämlich darin: wenn ein Gitter, dessen Linien in der Bildebene der Randstrahlen der unachromatischen Linse eben noch zu unterscheiden sind, durch ein z. B. doppelt so grobes an derselben Stelle ersetzt wird, so ist jetzt das doppelt so grobe Detail in derselben Ebene nicht mehr zu unterscheiden — wohl aber in einer Ebene, die dem Vereinigungspunkt der Mittelstrahlen um ein Bestimmtes näher liegt.

Bei einem genügend feinen Kreuzgitter z. B., in welchem sich die Intervalle beider Reihen wie 1 : 2 verhalten, sieht man beide Reihen nicht gleichzeitig deutlich; um die gröbere zu sehen, muss man auf einen von der Linse weiter abliegenden Focus einstellen. — Nach der Altmann'schen Theorie nimmt der Radius der Beugungskreise mit der Annäherung an den Vereinigungspunkt der Mittelstrahlen stetig zu, das Unterscheidungsvermögen demgemäss stetig ab. Diese Theorie schliesst daher die wunderliche Consequenz ein, dass gröberes Detail, um sichtbar zu werden, ein vermindertes Unterscheidungsvermögen nicht nur zulässt, sondern erfordert.

Das letzte Drittel der in Rede stehenden Thatsache ist endlich: wenn man das von hinten beleuchtete Gitter durch ein glühendes Drahtgeflecht von ähnlichen Dimensionen ersetzt, so kommen gänzlich [108] andere Erscheinungen. Es giebt dann keine verschiedene Einstellung für gröbere und feinere Elemente, und die Ebene der grössten Penetration liegt nicht im Vereinigungspunkt der Randstrahlen, sondern immer da, wo die stärkste Lichtverdichtung in den Aberrationskreisen besteht. Das Unterscheidungsvermögen der uncorrigirten Linse erscheint dabei aber sehr beträchtlich vermindert gegenüber demjenigen einer sonst gleichen aberrationsfreien Linse.

Dass Herr A. auch das Letztere bei seiner Theorie hätte berücksichtigen sollen, kann ihm natürlich nicht zugemuthet werden,

da bisher noch niemand auf die Bedeutung eines solchen Versuchs hingewiesen hat. Das andere, zuvor Erwähnte liegt aber ganz auf dem Wege seiner eigenen Experimente. Die auf das Gitter bezüglichen Thatsachen erklären sich auch sehr einfach unter dem Gesichtspunkt, unter welchem ich in den „Beiträgen" p. 460[1]) ähnliche Verhältnisse besprochen habe. Bei der Abbildung eines derartigen einfachen Gitters kommt nämlich überhaupt weder Oeffnungsbeugung noch sphärische Aberration als ein entscheidendes Moment in Betracht. Für die blosse Sichtbarkeit ist es, wenigstens bei einem so markirten Object, schon ausreichend, dass irgend zwei von den isolirten Beugungsstrahlen, in welche irgend ein schmaler Büschel durchfallender Strahlen durch die Diffractionswirkung des Gitters zerlegt wird, zur Vereinigung gelangen. Bei einem feinen Gitter sind diese Beugungsstrahlen weit getrennt, bei einem gröberen bleiben sie näher zusammen; im ersteren Falle passiren die zusammengehörigen Strahlen weit von einander abstehende Punkte der Linse, ihre Vereinigung erfolgt also in der Bildebene der Randstrahlen, im zweiten Falle treten sie durch die Linse an näher aneinander liegenden Stellen, kommen also in grösserem Abstande auf der Achse zur Vereinigung. So ergiebt sich die Niveaudifferenz der Bilder von feinerem und von gröberem Detail — und so entsteht zugleich der Schein, als ob das Unterscheidungsvermögen durch die sphärische Aberration überhaupt nicht wesentlich alterirt würde. Die Sache liegt aber ganz anders, sobald es sich nicht um ein simples Gitter, sondern um irgend eine complicirtere Structur mit weniger einfachen Elementen handelt. In diesem Falle ist die Entstehung eines Bildes auf das reale Zusammenwirken sehr verschiedener Theile der Oeffnung gestellt — ähnlich wie auch bei der Abbildung eines selbstleuchtenden Objects; und dann wird kein der theoretischen Unterscheidungsgrenze nahe kommendes Detail wirklich abgebildet, wenn nicht das optische System wenigstens sehr annähernd aberrationsfrei ist; wie auf p. 458 der „Beiträge"[2]) schon geltend gemacht ist. Und das gilt für alle Arten der optischen Instrumente.

Das einzige thatsächliche Moment, welches Herr ALTMANN zur Begründung seiner „Nachweise" vorzubringen vermag, zerfällt also gleichfalls in Nichts.

1) [Abhandlung III, S. 92.]
2) [Ebda. S. 89, 90.]

Ich glaube hiermit genug gethan zu haben. Auf Einzelnes einzugehen wäre wohl überflüssig — und das Facit aus dem Ganzen mag der Leser selber ziehen. Freilich kommt in der in Rede stehenden Schrift, wenigstens in dem nicht gesperrt gedruckten [109] Text, dieses und jenes vor, mit dem es schon seine Richtigkeit hat; es steht ja Manches darin, was auch Andere schon gesagt haben, und bekanntlich kann auch aus lauter verkehrten Prämissen gelegentlich einmal ein richtiges Resultat herauskommen. Die Wahrheiten dieser Art aber darf ich, ohne unbillig zu verfahren, auf sich beruhen lassen.

II.

Der zweite Abschnitt der Mitteilung zeigt zunächst, dass nach den Grundsätzen der Undulationstheorie eine directe (punktweise) Abbildung nur bei selbstleuchtenden Objecten stattfinden kann, und dass die mittelst durchfallenden oder reflectirten Lichts erzeugten Bilder nicht-leuchtender Objecte nothwendig secundären Ursprungs — nämlich Interferenzphänomene, welche die Diffractionswirkung solcher Objecte in gesetzmässiger Weise begleiten, — sein müssen. Es wird sodann auf Grund gewisser allgemeiner Theoreme über die Diffraction und über die Wirkungsbedingungen aplanatischer Systeme die Entstehung solcher secundärer Bilder zurückgeführt auf das Diffractions-Spectrum der Objecte, welches das abbildende System in der zur Lichtquelle conjugirten Ebene entwirft und darauf hin werden die Gesetze für diese Classe optischer Bilder allgemein festgestellt. Die Folgerungen, die sich hieraus für die Wirkungsweise des Mikroskops ergeben — die Abhängigkeit des mikroskopischen Bildes vom Oeffnungswinkel der Objective, — die Bedingungen, von denen es abhängt, ob diese Bilder den Objecten conform oder nicht conform sind, — die Bedeutung des Bildes im letzteren Fall, — u. a. m., werden hierauf speciell entwickelt. Endlich giebt die Mitteilung noch Bericht über die Experimente, welche der Verfasser zur Erprobung aller dieser Schlussfolgerungen angestellt hat; wobei unter Anderem durch directe Versuche bestätigt wird, dass bei der Abbildung von Objecten mit Hilfe durchfallender Strahlen kein von der Begrenzung der eintretenden Strahlenkegel abhängiger Beugungseffect (Oeffnungsbeugung) eintritt, dass solche Bilder alle für Interferenzphänomene characteristischen Merkmale zeigen und dass an ihnen

Erscheinungen auftreten, welche bei der Abbildung glühender Objecte nicht hervorgebracht werden können.

Da die Ausführung für den Abdruck an dieser Stelle zu umfänglich ist, so erscheint das Ganze im Verlag der Sitzungsberichte als selbständige Schrift[1]), auf welche demnach hier verwiesen wird.

1) [Diese Schrift ist nicht erschienen. Es sind zwar mehrere Bogen davon gedruckt worden, auch liegen noch weitere Kapitel im Manuskript vor, doch ist die Veröffentlichung bisher unterblieben. Einige der wichtigsten Sätze daraus finden sich in dem bekannten Buche von L. DIPPEL, das Mikroskop und seine Anwendung, II. Aufl., I, Braunschweig 1882. Der zweite Abschnitt dieses Werkes, S. 89—161, ist im wesentlichen auf Grund der dem Verfasser von ABBE mitgeteilten theoretischen Entwicklungen bearbeitet worden.

Eine Veröffentlichung der bereits gedruckten Kapitel sowie des vorhandenen Manuskripts soll in der dritten Abteilung dieser Sammlung erfolgen.].

XV.

Über die Bedingungen der orthoskopischen und pseudoskopischen Wirkungen in dem binokularen Mikroskop.

Journal of the Royal Microscopical Society (2), I, 203—211, 1881.
Sitzung vom 12. Januar 1881.

[*Der Titel des englischen Originals lautet:*

On the Conditions of Orthoscopic and Pseudoscopic Effects in the Binocular Microscope.

By Professor E. ABBE, Hon. F. R. M. S.]

Übersetzt von Dr. H. AMBRONN.

In einer im Septemberheft der Zeitschrift für Mikroskopie[1]) erschienenen Abhandlung hat der Verfasser ein Prinzip kurz besprochen, auf Grund dessen der wohlbekannte Unterschied in den stereoskopischen Wirkungen eines binokularen Mikroskops — orthoskopisches und pseudoskopisches Sehen — auf einen allgemeinen und sehr einfachen Ausdruck gebracht wird, wenn es sich darum handelt, den stereoskopischen Charakter der Wirkung in binokularen Vorrichtungen jeder Art *unabhängig* von der Zusammensetzung des optischen Apparats zu bestimmen.

Dieses Prinzip ist gegründet auf die Betrachtung des sogen. RAMSDENschen Kreises (in dem Augenpunkte des Okulars), der

1) „Beschreibung eines neuen stereoskopischen Okulars, nebst allgemeinen Bemerkungen über die Bedingungen mikro-stereoskopischer Beobachtung", Zeitschr. f. Mikrosk. II, 207, 1880. [Vergl. Abhandlung XIII dieser Sammlung, S. 244—272.]

ein verkleinertes Bild der Objektivöffnung ist und den *gemeinsamen* Querschnitt aller abbildenden Büschel bei ihrem Austritte aus dem Okular darstellt. Da in dem monokularen Mikroskop alle von der kreisförmigen Öffnung des Objektivs aufgenommenen Strahlen durch das System hindurchgehen, so bildet der RAMSDEN-sche Kreis eine genaue kreisförmige Abbildung, die Punkt für Punkt der Objektivöffnung konjugiert ist. Das stereoskopische Sehen verlangt indessen, daß die abbildenden Büschel so geteilt werden, daß der eine Teil dem einen und der andere Teil dem anderen Auge zugeführt werde. Deshalb müssen die RAMSDEN-schen Kreise über den Okularen eines *stereoskopischen* Mikroskops stets auf zwei einander unähnliche Bilder bezogen werden, die unähnlichen Teilen des vollen Kreises eines monokularen Mikroskops entsprechen; denn verschiedene (z. B. gegenüberliegende) Teile des einfallenden Kegels entsprechen offenbar verschiedenen (gegenüberliegenden) Teilen des austretenden Büschels. Wird die Teilung der Büschel, durch welche optische Mittel sie auch herbeigeführt werden mag, symmetrisch bewirkt (wie es in den binokularen Einrichtungen gewöhnlich der Fall ist), so müssen ihre Querschnitte über den Okularen auf Halbkreise beschränkt werden, die eine der beiden Anordnungen *O* oder *P* (Fig. 15) darstellen.



Fig. 15.

Dies vorausgeschickt, behaupte ich folgendes: Die einzige notwendige Bedingung für die *orthoskopische* Wirkung in irgend einem [204] binokularen Apparat ist, daß die betreffenden Halbkreise entsprechend dem Schema *O* dargestellt werden können, und für die *pseudoskopische* Wirkung, daß sie dem Schema *P* entsprechend liegen. *Alle anderen Umstände sind unwesentlich.*

Eine gleichwertige Fassung dieses Satzes (die indessen die stillschweigende Voraussetzung in sich schließt, daß des Beobachters Augen konzentrisch zu den Okularachsen gehalten werden) würde folgende sein: Orthoskopisches Sehen wird stets erreicht, wenn die rechte Hälfte der rechten Pupille und die linke Hälfte der linken Pupille ausschließlich beim Sehen verwendet werden, — pseudoskopisches Sehen dagegen im umgekehrten Falle; und wie auch immer diese Bedingung erfüllt sein mag, stets wird dieselbe Wirkung beim Sehen erreicht werden. Es ist ganz gleichgültig, ob die Wirkung durch gekreuzte oder nicht gekreuzte Strahlen erhalten wird, ob das Bild aufrecht oder verkehrt oder halb verkehrt ist, und aus was für Teilen (Linsen, Prismen, Spiegel u. s. w.) der optische Apparat sich zusammensetzt.

Dieser Satz — der das Resultat einer rein theoretischen Untersuchung über die Umstände bei dem *körperlichen* Sehen in dem Mikroskop ist — kann durch verschiedene Versuche bestätigt werden. Der Verfasser hat diesen Satz bei der Konstruktion des stereoskopischen Okulars, das in der oben erwähnten Abhandlung beschrieben worden ist, angewandt, um nach Belieben *wahres* orthoskopisches oder pseudoskopisches Sehen mittels einer binokularen Einrichtung herbeizuführen, die an sich gar nicht als stereoskopisch gelten kann.

Es ist indessen der hier angewandten Methode in sehr entschiedenen Ausdrücken vorgeworfen worden [1]), daß orthoskopisches Sehen in binokularen Mikroskopen mit nicht bildaufrichtenden Okularen überhaupt nicht erreicht werden könne, obwohl die Achsen der beiden Halbkegel sich kreuzen; und diese Ansicht wurde ohne jedes Experiment als eine genügende Grundlage für die Entscheidung a priori angesehen, daß der Anspruch auf stereoskopische Wirkung in einem solchen Apparat, wie ihn der Verfasser beschrieben hatte, von einem Vermengen eingebildeter Wirkungen mit den wahren stereoskopischen Eindrücken herrühren müsse. Es wird deshalb nützlich sein, eine eingehendere Darlegung des oben erwähnten Prinzips zu geben, was ich allerdings in der ersten Abhandlung nicht für nötig hielt.

Meine Betrachtung gründet sich auf wenige, allgemein als richtig geltende, Annahmen. Diese sind folgende [2]):

> Stereoskopische Wirkung (sowohl beim gewöhnlichen wie beim mikroskopischen Sehen) hängt ab von der Verschiedenheit der Perspektive für die beiden Augen des Beobachters, d. h. von der parallaktisch verschiedenen Lage hintereinander liegender Schichten eines Objekts in ihren den beiden Augen erscheinenden Projektionen.

1) Journ. Roy. Microsc. Soc. (1), III, 1088, 1888.

2) In Betreff dieser Voraussetzungen verweise ich den Leser auf Dr. CARPENTER, The Microscope [and its Revelations], 5. Aufl. [57—73], § 28 u. f. [London 1875].

Eine wahre stereoskopische (orthoskopische) Wirkung wird *stets* erhalten, wenn das rechte Auge die *näher* gelegenen Schnitte durch das Objekt [205] nach *links* verschoben sieht (und die weiter entfernten nach rechts), im Gegensatz zu der Projektion desselben Objekts für das linke Auge; pseudoskopische Wirkung tritt ein, wenn die Projektionen des Objekts den entgegengesetzten Charakter tragen.

Stereoskopische Wirkung in dem binokularen Mikroskop rührt von dem perspektivisch entgegengesetzten Charakter der *Bilder* her, die von den in verschiedener Neigung auf das Präparat fallenden Büscheln projiziert werden, — d. h. die durch verschiedene Teile der Objektivöffnung erzeugt werden.

Wird dies zugegeben, so muß der ganz bestimmte und direkte Weg für die Erörterung der Erscheinung des stereoskopischen Sehens im Mikroskop notwendig von der Betrachtung des *dreidimensionalen Bildes* ausgehen, das dem Auge des Beobachters durch das ganze Mikroskop dargeboten wird. Denn bei der mikroskopischen Beobachtung sehen wir das Object nicht selbst, wie beim direkten Sehen mit unbewaffnetem Auge; wir sehen nur das virtuelle Bild, das zuletzt durch das Okular erzeugt wird, und das ein *körperliches* Bild von einer gewissen Tiefe ist, wenn ein körperliches Objekt vorhanden ist. Dieses körperliche Bild — und nicht das mikroskopische Objekt — befindet sich in dem binokularen Mikroskop unter Umständen, die ganz ähnlich denen sind, die bei der normalen binokularen Beobachtung gewöhnlicher Objekte auftreten. Deshalb müssen die perspektivischen Projektionen dieses Bildes mit den Projektionen körperlicher Objecte beim Sehen mit unbewaffnetem Auge verglichen werden, wenn es sich darum handelt, die Kriterien für das orthoskopische und pseudoskopische Sehen festzustellen.

Mit Rücksicht hierauf seien a, b (Fig. 16) zwei verschiedene Ebenen des körperlichen Objekts, auf das ein Mikroskop eingestellt ist, und R, L zwei einfallende Strahlen oder Büschel, die von dem Punkte o mit entgegengesetzter Neigung ausgehen und durch gegenüberliegende Hälften der Objektivöffnung hindurchtreten. Werden alle zwischenliegenden Teile des optischen Systems vernachlässigt, und wird nur das letzte virtuelle Bild berücksichtigt, das durch das ganze Mikroskop in der deutlichen Sehweite erzeugt wird, so bezeichnen a^* und b^* die Ebenen des Bildes, die den Ebenen a und b des Objekts konjugiert sind, und r, l die schließlich austretenden Büschel (die sich in dem dem Punkte o konjugierten Punkte o^* kreuzen), die den eintretenden Büscheln R, L entsprechen und in die bei E liegende Pupille des Beobachters gelangen.

Die Richtungen r, l geben nun die Verschiedenheit in der Perspektive an, die den körperlichen Eindruck im Bilde hervorbringt. Wenn nun aber dieses Bild nur durch das *eine* der einfallenden Büschel erzeugt wird, während der Eintritt des anderen in die Pupille ausgeschlossen ist, so werden die aufeinanderfolgenden Ebenen a^*, b^* (ebenso alle dazwischenliegenden) entweder in der Richtung r oder in der Richtung l gesehen. Punkt o^* der Ebene a^* wird jetzt entweder auf den Punkt p^* oder auf den Punkt q^* in der Ebene b^* projiziert, und es entsteht so in den *Teil*bildern eine entgegengesetzte parallaktische Verschiebung aufeinanderfolgender Ebenen.

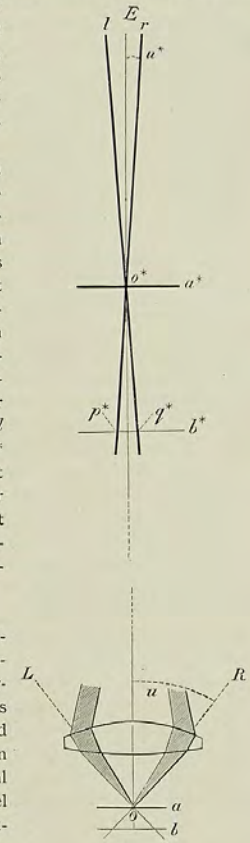


Fig. 16.

[206] Die Divergenz der abbildenden Büschel ist bei einem optischen Bilde stets verringert im Vergleich zu der Divergenz der auf das Objekt einfallenden Strahlen, und zwar im Verhältnisse der linearen Vergrößerung dieses Bildes. Obwohl nun aus diesem Grunde der Winkel zwischen den Achsen der Perspektive (r, l) in dem Falle der mikroskopischen Beobachtung nur sehr

klein ist, so besteht doch keine andere Ursache, die für die verschiedene Perspektive der durch gegenüberliegende Teile der Öffnung erhaltenen Bilder in Betracht kommen kann [1]).

[207] Ein Blick auf die Figur wird sofort erkennen lassen, daß eine parallaktische Verschiebung der *oberen* Ebene des Bildes

1) Es mag auf dem ersten Blick überraschend erscheinen, daß durch den sehr kleinen Winkel, der bei der mikroskopischen Beobachtung für die Perspektive in Betracht kommen kann, eine so merkliche Verschiedenheit in der Projektion ermöglicht wird. Doch ist zu beachten, daß das *körperliche* Bild, wie es durch ein optisches System erzeugt wird, dem körperlichen Objekt keineswegs ähnlich ist. Die Tiefenvergrößerung ist dem Quadrate der Lateralvergrößerung proportional; deshalb wird eine *besondere* Vergrößerung in der Tiefe erhalten, die genau in demselben Grade wächst, in dem die Divergenz der abbildenden Büschel *abnimmt*. Gemäß dieser allgemeinen Eigenschaft der optischen Wirkung muß die geringe Divergenz der austretenden Büschel r, l in der Projektion des in der Tiefe *verzerrten* Bildes parallaktische Verschiebungen in demselben Betrage hervorrufen, wie sie sich durch die ursprüngliche Divergenz der einfallenden Büschel R, L in einem Bilde ergeben würden, dessen Vergrößerung nach allen Richtungen dieselbe wäre.

Es seien δ und δ^* die axialen Entfernungen aufeinanderfolgender Ebenen im Objekt und im Bilde ($\delta = a \ldots b$, $\delta^* = a^* \ldots b^*$, Fig. 16), n und n^* die Brechungsexponenten des Objekt- und Bildraumes, N und M die linearen Vergrößerungen der beiden Bilder in a^* und b^*; wir können dann ganz allgemein und vollkommen streng für jede Art von optischen Systemen und für jede Lage von Objekt und Bild die Gleichung aufstellen:

$$\frac{\delta^*}{\delta^*} = \frac{n^*}{n} \cdot N\,M$$

Hieraus folgt:

$$\frac{\delta^*}{\delta} = \frac{n^*}{n} \cdot N^2$$

wenn die aufeinanderfolgenden Ebenen sehr nahe aneinander liegen (also für $M = N$). Bezeichnen u und u^* die Neigungswinkel eines gegebenen Strahles zur Achse im Objektraum und im Bildraum, so haben wir, vorausgesetzt, daß das System in Bezug auf die in Betracht kommenden konjugierten Punkte *aplanatisch* sei, die Gleichung:

$$\frac{\sin u^*}{\sin u} = \frac{n}{n^*} \cdot \frac{1}{N}$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt:

$$\frac{\delta^* \sin u^*}{\delta \sin u} = N$$

oder:

$$\delta^* \sin u^* : \delta \sin u = N : 1$$

Die Ausdrücke auf der linken Seite dieser Proportion sind die *angenäherten* Werte für die relative parallaktische Verschiebung aufeinanderfolgender Ebenen, die bei der Projektion des körperlichen Objekts und des körperlichen Bildes in der Richtung der schiefen Strahlen in Betracht kommt. Man sieht also, daß diese Verschiebungen annähernd dem Vergrößerungsverhältnisse entsprechen, wobei die geringere Neigung im Bildraume durch die besondere Zunahme der axialen Entfernung der Bilder in diesem Raume gerade ausgeglichen wird.

nach *links* einteten muß, wenn dieses Bild mittels des Büschels r gesehen wird, das nach rechts geneigt ist; und umgekehrt. Das Büschel r bildet den rechten Teil und l den linken Teil des ganzen Kegels der austretenden Strahlen, die in das Auge eintreten würden, wenn die volle Apertur wirksam wäre. Mit Rücksicht auf das Kriterium für das orthoskopische Sehen mit unbewaffnetem Auge, wie es oben angegeben wurde, muß folgender Schluß gezogen werden: rechtsäugige Perspektive des körperlichen *Bildes* wird stets erhalten von dem rechten Teile der austretenden Büschel, linksäugige Perspektive von dem linken Teile; *dabei ist es mit Rücksicht auf das Ergebnis ganz gleichgiltig, welcher Teil der austretenden Büschel durch den rechten oder den linken Teil des Objektivs hindurchgeht.*

Es ist bisher nur der perspektivische Charakter der Projektionen durch Büschel von entgegengesetzter Neigung mit Rücksicht auf das dreidimensionale *Bild* bestimmt worden, das wie ein wirkliches Objekt mit unbewaffnetem Auge gesehen wird. Um nun auch den Charakter derselben Projektionen mit Rücksicht auf das *Objekt* zu bestimmen, genügt es, einen allgemeinen Satz der geometrischen Optik heranzuziehen, der folgendermaßen lautet: Die axiale Aufeinanderfolge der Querschnitte eines Bildes hat stets dieselbe (und niemals die entgegengesetzte) Richtung, wie die Aufeinanderfolge der konjugierten Querschnitte im Objekt, wie auch die Zusammensetzung des optischen Apparats sein mag; vorausgesetzt, daß diese Schnitte in einer stetigen Weise abgebildet werden (oder was dasselbe ist — auf ein und derselben Seite des Brennpunktes liegen). Da diese Bedingung bei dem mikroskopischen Sehen stets erfüllt ist, so ist das letzte Bild im Mikroskop stets *aufrecht* in bezug auf die Tiefe, mag es nun aufrecht oder verkehrt oder halbverkehrt in bezug auf die Seitendimensionen sein. Nun hängt aber der Charakter des körperlichen Sehens (ob orthoskopisch oder pseudoskopisch) [208] *allein* von der Art des gewonnenen *Tiefen*eindruckes ab (der wirklichen Tiefe gleich oder entgegengesetzt gerichtet) und ist gänzlich unabhängig von der Art, wie das Aussehen des Objekts in bezug auf die Seitendimensionen bei der Beobachtung verändert werden mag. Deshalb wird jede Projektion, die rechtsäugige Perspektive mit Rücksicht auf das körperliche mikroskopische Bild herbeiführt, stets auch rechtsäugige Perspektive mit Rücksicht auf das Objekt bewirken und umgekehrt. Hieraus ergibt sich folgender Schluß:

Beim *orthoskopischen* Sehen gibt das Bild eines Objekts, das durch ein bei seinem *Austritte* aus dem Okular nach *rechts* geneigtes Büschel erzeugt wird, stets rechtsäugige Perspektive und das andere Bild linksäugige Perspektive des *Objekts*.

Alle Strahlen, die vom Objektiv aufgenommen worden sind, müssen schliesslich bei ihrem Austreten aus dem Okular durch das Bild der Objektivöffnung hindurchgehen, das durch alle auf das Objektiv folgenden Linsen entworfen wird. Dieses Bild ist der Ramsdensche Kreis, der über dem Okular sichtbar wird. Der rechte Teil jedes austretenden Büschels wird also durch die rechte Hälfte des Ramsdenschen Kreises hindurchgehen und der andere Teil durch die andere Hälfte. Der eben angeführte Satz kann deshalb auch so ausgesprochen werden:

Der Charakter der rechtsäugigen Perspektive kommt bei dem orthoskopischen Sehen *stets* demjenigen Bilde zu, das der Beobachter durch die rechte Hälfte des Ramsdenschen Kreises hindurch sieht, und umgekehrt.

Gemäß der vorhergehenden Darlegung hängt der perspektivische Charakter der Projektionen, die durch entgegengesetzt geneigte Büschel erhalten werden, *nicht* direkt von den Strahlen ab, die in die rechte oder in die linke Hälfte des Objektivs eingetreten sind. Von diesem Umstande ist das Ergebnis ganz unabhängig. In der Tat kann das Büschel r, das im Vergleiche zu dem Büschel l die Perspektive für das rechtsäugige Sehen ergibt, dem einfallenden Büschel R oder L konjugiert (oder die Fortsetzung eines dieser Büschel) sein. Beide Fälle sind möglich. Der eine Fall tritt ein, wenn der ganze Kegel der von einem Objektpunkte ausgehenden Strahlen durch das optische System ohne Umkehrung hindurch geht, der andere Fall, wenn im Verlaufe der Büschel nach dem konjugierten Punkte des letzten Bildes eine Umkehrung stattfindet. Das Kriterium für den ersten Fall ist offenbar die aufrechte Lage des Ramsdenschen Kreises und für den zweiten Fall die umgehrte Lage mit Rücksicht auf die Objektivöffnung, die in diesem Kreise abgebildet wird. Meine Folgerung führt deshalb zu folgendem allgemeinen Satz:

Rechtsäugige Perspektive (beim orthoskopischen Sehen) ist in dem durch den rechten Teil des *Objektivs* entworfenen Bilde immer dann vorhanden, wenn die abbildenden [209] *Büschel* ohne Umkehrung durch das Mikroskop hindurchgehen, oder wenn der Ramsdensche *Kreis* ein aufrechtes Bild der Objektivöffnung ist; und rechtsäugige Perspektive wird auch in dem Bilde hervorgerufen, das durch die linke Hälfte des Objektivs erzeugt wird, wenn jene Büschel bei ihrem Austritte aus dem Okular umgekehrt sind, wenn also der Ramsdensche Kreis ein verkehrtes Bild der Objectivöffnung darstellt.

Diese ganze Betrachtung bezieht sich zunächst nur auf den verschiedenen perspektivischen Charakter derjenigen *Teil*bilder, die durch ein *monokulares* Mikroskop von den gegenüberliegenden Teilen des Objektivs oder von den beiden Hälften des Ramsdenschen Kreises erhalten werden. Nehmen wir nun aber eine *binokulare* Einrichtung irgend welcher Art an, bei der zwei Bilder von gleicher Vergrößerung und ähnlicher Lage so entworfen werden, daß sie mit beiden Augen beobachtet werden können, dann müssen auch alle vorhergehenden Schlußfolgerungen auf diese Bilder anwendbar sein, und zwar ohne irgend eine Beschränkung oder Veränderung, denn alle Folgerungen behalten ihre Geltung für jede Einrichtung des optischen Apparats, wie auch die Zahl der Linsen, Prismen oder Spiegel sein mag. Um also einen wirklichen stereoskopischen Eindruck beim *binokularen Sehen* zu erhalten, ist es *notwendig* und *hinreichend*, daß in das rechte Auge die Strahlen von der rechten Hälfte und in das linke Auge die Strahlen von der linken Hälfte *des* Ramsdenschen Kreises eintreten, der vor jedem Auge liegt, während die gegenüberliegenden Hälften unwirksam bleiben; pseudoskopisches Sehen wird natürlich durch die umgekehrte Anordnung erhalten.

Der im Anfange dieser Abhandlung ausgesprochene Satz enthält somit die wahre und allgemeine Bedingung sowohl für das orthoskopische wie für das pseudoskopische Sehen im Mikroskop.

Bei den gewöhnlichen binokularen Einrichtungen werden die durch die gegenüberliegenden Hälften des Objektivs austretenden Strahlen den beiden Okularen getrennt zugeführt. In diesem Falle wird nur je *eine* Hälfte des vollen Ramsdenschen Kreises über dem Okular in Anspruch genommen, die anderen Hälften werden

durch das Einschalten der Prismen abgeblendet. Es wird stets dann orthoskopische Wirkung eintreten, wenn die Lage der beiden Halbkreise wie in der Skizze *O* (Fig. 15) und pseudoskopische Wirkung, wenn die Lage der Halbkreise wie in *P* ist. Ob nun unter diesen Umständen die orthoskopische Wirkung durch Überkreuzung der von der rechten Hälfte des Objektivs nach dem linken Okular und den von der linken Hälfte nach dem rechten Okular gehenden Strahlen zustande kommt, oder ob dabei eine solche Kreuzung nicht eintritt, das wird allein von der Art abhängen, wie die abbildenden Büschel durch das System hindurchgehen, oder wie die Objektivöffnung abgebildet wird. In einem Mikroskop, das nicht mit bildaufrichtendem Okular versehen ist, erfährt das austretende Büschel im Vergleich zu dem eintretendem eine Umkehrung. In den WENHAMschen und NACHETschen binokularen Einrichtungen muß demnach die Überkreuzung eintreten, denn die Umkehrung der Büschel wird hier nicht durch zwei Reflexionen aufgehoben, und der RAMSDENsche Kreis ist ein verkehrtes Bild der Objektivöffnung. Wenn die abbildenden Büschel eine *gerade Zahl* von Reflexionen in derselben Ebene erfahren, so ist es notwendig, die Strahlen zu kreuzen; andererseits würde, wenn [210] eine ungerade Zahl von Reflexionen erfolgt, die Kreuzung nicht nur unnötig sein, sondern sogar die orthoskopische Wirkung verhindern; vorausgesetzt, daß gewöhnliche (d. h. nicht bildaufrichtende) Okulare verwendet werden. Deshalb ist in dem STEPHENSONschen binokularen Mikroskop eine solche Kreuzung *nicht* angebracht (und würde pseudoskopische Wirkung geben), weil das Reflexionsprisma die austretenden Büschel durch eine Reflexion umkehrt und die Objektivöffnung in einem aufrechten (mit Rücksicht auf die Ebene, in der die beiden Achsen liegen) Bilde darstellt.

Allgemeinen dioptrischen Sätzen gemäß ist die Aufrichtung des Bildes stets *verbunden* mit Nichtumkehrung der vom Objekt zum Bilde gehenden Büschel (und mit aufrechter Abbildung der Objektivöffnung in dem RAMSDENschen Kreise), und umgekehrt. Aus der Lage des mikroskopischen Bildes (ob aufrecht, oder verkehrt) lassen sich deshalb die Bedingungen für das orthoskopische oder pseudoskopische Sehen angeben. Es muss jedoch ausdrücklich daran erinnert werden, daß dieses Kriterium keineswegs die *causa efficiens* für die eine oder die andere Wirkung ist, sondern nur als ein ganz nebensächliches Anzeichen zu gelten hat.

In denjenigen binokularen Einrichtungen, bei denen die beiden Bilder ohne eine geometrische Trennung der aus den beiden Hälften des Objektivs austretenden Büschel erzeugt werden, bildet jedes Okular einen vollen RAMSDENschen Kreis ab und umfasst so zugleich die rechtsäugige und die linksäugige Perspektive. Derartige Einrichtungen wirken natürlich an sich nicht stereoskopisch; hierher gehören z. B. die Einrichtung von Powell und Lealand und der von Herrn WENHAM im Jahre 1866 gemachte Vorschlag[1]), sowie auch das vom Verfasser konstruierte stereoskopische Okular. Mit binokularen Einrichtungen solcher Art kann prinzipiell jede Art der stereoskopischen Wirkung erreicht werden, wenn die eine Hälfte eines jeden RAMSDENschen Kreises nach Belieben abgeblendet wird. Findet diese Abblendung mittels geeigneter Blenden genau in der Ebene[2]) des RAMSDENschen Kreises statt, so tritt orthoskopische Wirkung ein, wenn die nach innen liegenden Hälften (die rechte Hälfte für das linke Auge und die linke Hälfte für das rechte Auge) beider Kreise abgeblendet werden, und pseudoskopische Wirkung, wenn die äußeren Hälften verdeckt werden.

Hierzu kommt noch, daß die Verschiedenheit in der Perspektive zwischen einem durch die Mitte der Öffnung (oder des RAMSDENschen Kreises) erzeugten Bilde und einem anderen, das durch einen exzentrischen Teil entworfen wird, zwar nur etwa halb so groß ist, als die von exzentrisch gegenüberliegenden Teilen erhaltene, aber doch denselben Charakter beibehält. Zum Erreichen der stereoskopischen Wirkung mit binokularen Einrichtungen ist es deshalb genügend, wenn nur der *eine* RAMSDENsche Kreis halb abgeblendet wird, der andere aber in seiner vollen Ausdehnung wirksam bleibt. Orthoskopische Wirkung (allerdings mit etwas geringerer Differenz in der Perspektive) wird [211] also stets herbeigeführt, wenn die rechte Hälfte des linken Kreises *oder* die linke Hälfte des rechten Kreises abgeblendet wird. Wir haben deshalb zwei andere Anordnungen für jede Art der stereo-

1) [Quart. Journ. Microsc. Sc. XIV, 104, 1866].

2) Diese Bedingung muß notwendig erfüllt sein, wenn die Halbierung der austretenden Büschel für *alle* Bildpunkte zugleich erfolgen soll. Blenden in anderen Ebenen (in denen die austretenden Büschel keinen gemeinsamen Querschnitt haben) würden natürlich mehr oder weniger Einfluß auf die Begrenzung des Sehfeldes haben. Wenn indessen die oben gestellte Bedingung erfüllt ist, *so kann in keiner Weise irgend eine Beschränkung des Sehfeldes stattfinden.*

skopischen Wirkung, die in den Skizzen *O* und *P* der Fig. 17 dargestellt sind, die aber den in Fig. 15 angegebenen Anordnungen als äquivalent bezeichnet werden können.

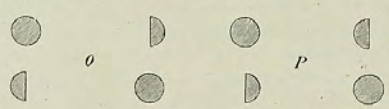


Fig. 17.

Mit Rücksicht auf die hier vorgetragenen Betrachtungen muß es ganz gleichgültig für die Wirkung einer binokularen Einrichtung sein, wie die Strahlen nach den Okularen verlaufen und ob diese Okulare aufrechte oder verkehrte Bilder liefern. Und da die einzige Bedingung für das stereoskopische Sehen — zwei Bilder von entgegengesetzt verschiedener Perspektive — bei der oben angegebenen Methode vollständig und ebenso genau, wie in den binokularen Einrichtungen der gewöhnlichen Form, erfüllt ist, so ist kein berechtigter Grund für die Annahme vorhanden, daß die Wirkung schlechter sei mit Rücksicht auf die *Realität* der orthoskopischen oder pseudoskopischen Eindrücke. In der Tat können einige wenige Experimente mit dem in der oben zitierten Abhandlung beschriebenen stereoskopischen Ocular (oder mit irgend einer ähnlichen Einrichtung) die Richtigkeit der hier entwickelten Sätze beweisen.

XVI.
Über die Bemessung der Apertur beim Mikroskop.

Journal of the Royal Microscopical Society (2), I, 388—423, 1881.
Sitzung vom 9. Mai 1881.

[*Der Titel des englischen Originals lautet:*
On the Estimation of Aperture in the Microscope.
By Professor E. ABBE, Hon. F. R. M. S.]

Übersetzt von Dr. A. KÖNIG.

Bei der Einführung der Bezeichnung „numerische" Apertur war mein Hauptzweck, die außerordentlich wichtige, jedoch so lange übersehene, ja selbst in Abrede gestellte Tatsache der Existenz eines *ungleichen Wertes gleicher Aperturwinkel in verschiedenen Medien* zu kennzeichnen; einen einfachen und genauen Ausdruck aufzustellen, durch den dieser ungleiche Wert gemessen werden könnte, und so eine Definition der Apertur für den praktischen Vergleich von Objektiven zu geben, der die wahre Beziehung der Apertur zur *tatsächlichen Wirksamkeit* des Mikroskops zum Ausdruck brächte, zumal diese Beziehung durch die Bemessung nach dem Winkel vollständig verdeckt wird.

Da wahrscheinlich noch einige Zeit vergehen wird, bevor meine ausführlichere Abhandlung „über die Funktion der Apertur beim mikroskopischen Sehen"[1]) vollständig gedruckt werden kann, (ein großer Teil davon wurde in der Sitzung der Gesellschaft vom Juni 1880 vorgelegt[2]), so wurde mir nahe gelegt, daß es nützlich

1) [Diese Abhandlung ist nicht erschienen.]
2) Journ. Roy. Microsc. Soc. (1) III, 735, 1880.

sein möchte, wenn ich hier die wichtigsten Überlegungen die auf die Bestimmung des Aperturwertes beim Mikroskop Bezug haben, übersichtlich darstellte.

I. Bestimmung der Apertur durch das Verhältnis von „Öffnung" und Brennweite.

Der allgemeine Begriff von „Apertur", den jeder sich bildet, *bevor* er irgend eine bestimmte Definition des Ausdruckes versucht, bezieht sich fraglos auf die größere oder geringere Anzahl von Strahlen, die von einem optischen Instrument gesammelt und nutzbar gemacht werden — folglich auf die *Öffnungen* der Linsen oder Linsensysteme und zwar nur auf diese. — Jede Definition des Ausdruckes muß dieser ursprünglichen Vorstellung entsprechen.

In dem Falle eines Fernrohrobjektivs ist die *absolute* Linsenöffnung selbst der angemessene Ausdruck für die Apertur, weil bei der Abbildung *entfernter* Objekte durch parallele oder annähernd parallele Strahlen kein anderes Element irgend einen Einfluß auf die größere oder geringere Zahl der von einem in bestimmter Entfernung befindlichen Objekt zugelassenen Strahlen haben kann. Darüber herrscht allgemeine Übereinstimmung.

Wenn wir jedoch den Fall des Mikroskops betrachten, so ist die Sache nicht ganz so einfach.

1. Bei einem aus *einer einfachen Linse* bestehenden Mikroskop ist es klar, daß die in einer meridionalen *Ebene* von der Linse aufgenommene Zahl von Strahlen in dem Verhältnis zu dem freien Durchmesser der Linse wächst, vorausgesetzt, daß alle anderen Umstände die gleichen sind. Denn, wenn die Linse ein deutliches Bild in einer [389] Entfernung entwirft, die im Vergleich zu ihrem Durchmesser groß ist — wie es beim Mikroskop immer der Fall ist — so haben wir auf der *Rückseite* der Linse dieselben Verhältnisse, wie auf der *Vorderseite* eines Fernrohrobjektivs. Folglich wird die größere oder geringere Zahl der *austretenden* Strahlen in geeigneter Weise durch den freien Durchmesser gemessen; und da kein Strahl austreten kann, der nicht eingetreten ist, so muß dieses Meßverfahren ebenso auch auf die eintretenden Strahlen anwendbar sein — vorausgesetzt, daß die anderen Umstände, insbesondere die Entfernung des Ausgangspunktes der Strahlen von der Linse, gleich sind. —

Es drängt sich nun die Frage auf, wie muß die Verschiedenheit dieser *anderen* Umstände bei dem Mikroskopobjektiv in Rechnung gezogen werden?

Eine einfache Überlegung zeigt sogleich, daß dies in angemessener Weise geschieht, wenn man den *absoluten* Durchmesser der Linse (oder „ihre Öffnung") *im Verhältnis zur Brennweite* in Anschlag bringt. Wenn zwei Linsen gleiche Öffnungen, aber verschiedene Brennweiten haben, so senden sie die gleiche Anzahl von Strahlen auf gleiche Flächen eines in bestimmter Entfernung befindlichen Bildes, weil sie die gleiche Anzahl aufnehmen würden, wenn ein Objekt an die Stelle des Bildes gesetzt würde, d. h., wenn die Linse als Fernrohrobjektiv gebraucht würde. Da jedoch die Brennweiten verschieden sind, so ist die Vergrößerung der Bilder ebenfalls verschieden, und gleiche Flächen dieser Bilder entsprechen verschiedenen Flächen des Objekts, von denen die Strahlen ausgegangen sind. Folglich wird die stärkere Linse, die dieselbe Öffnung wie die schwächere besitzt, im ganzen eine *größere* Zahl von Strahlen von einem und demselben Objekt aufnehmen, weil sie die *gleiche* Zahl, wie die schwächere von einem *kleineren* Teile des Objekts aufnimmt. Wenn z. B. die Brennweiten der Linsen im Verhältnis von 2 : 1 stehen, und die eine ein Objekt Nmal vergrößert, so wird die andere von kürzerer Brennweite das Objekt bei gleichem Bildabstand $2N$mal vergrößern. Folglich sind die Strahlen, die in beiden Fällen von einem gewissen Stück der Bildfläche, sagen wir, von 1 mm Durchmesser *aufgenommen* werden, *ausgegangen* von einem Felde von $\frac{1}{N}$ mm im ersten und von $\frac{1}{2N}$ mm im zweiten Falle. Wenn sich also die dem Aperturbegriffe zu grunde liegende Vorstellung auf die photometrische *Lichtmenge* bezöge, so stünde natürlich das Aufnahmevermögen gleicher Öffnungen bei verschiedenen Brennweiten im umgekehrten Verhältnis der *Flächen*, von denen gleiche Mengen aufgenommen werden, also im direkten Verhältnis der *Quadrate* der Vergrößerung. Insofern jedoch die *Öffnung* durch den Durchmesser und nicht durch die Fläche bemessen wird, so beschränkt sich die Betrachtung auf die Strahlen, die in einer meridionalen *Ebene* der Linse verlaufen; nach den gleichen Grundsätzen müssen nun die *Felder* behandelt werden, von denen die Strahlen ausgegangen sind; diese müssen also auch nach ihren *Durchmessern*

in Anschlag gebracht werden. Die stärkere Linse in dem obigen Beispiel läßt also *zweimal* soviel Strahlen eintreten, als die schwächere, weil sie die *gleiche* Zahl von einer Fläche von dem *halben* Durchmesser aufnimmt; allgemein ausgedrückt, stehen die Mengen der aufgenommenen Strahlen bei Linsen von verschiedener Brennweite [390], aber gleicher Öffnung, im umgekehrten Verhältnis der Brennweiten.

Bei einem aus einer einfachen Linse bestehenden Mikroskop muß daher die Apertur *durch das Verhältnis zwischen freier Öffnung und Brennweite der Linse* bestimmt werden, wenn man damit *dasselbe* bezeichnen will, was man beim Fernrohr die *absolute Öffnung* nennt.

2. Betrachten wir nun *zusammengesetzte* Systeme — den wichtigsten Fall beim Mikroskop — so müssen wir weiter fragen, was ist die Öffnung eines *solchen* Systems? Die tatsächliche Öffnung, die die physische Begrenzung für den Durchgang des Lichtes durch ein zusammengesetztes Objektiv bildet, ist je nach den besonderen Umständen verschieden. Es kann der Rand der Frontlinse oder der irgend einer darauf folgenden Linse sein, oder es kann eine Blende sein, die an irgend einer Stelle des Systems eingefügt ist. Da der Kegel der aufgenommenen Strahlen sich von seinem Ausgangspunkte bis zur hintersten Linse beständig ausbreitet, so besitzt dasselbe Objektiv unzählige verschiedene Öffnungen dieser Art, die trotzdem denselben Aperturwert haben, so daß keine bestimmte Angabe über die Öffnung gemacht werden kann. Diese Unbestimmtheit kann nur dadurch beseitigt werden, daß wir uns an den Durchmesser des Büschels in der letzten Öffnungsebene halten. Hier nimmt er seinen größten Wert an; offenbar ist also der Durchmesser des Büschels bei seinem Austritt aus dem System, oder praktisch *der freie wirksame Durchmesser der Hinterlinse* maßgebend. Das aus einem Mikroskopobjektiv austretende, nach einem entfernten Punkt konvergierende Büschel ist als annähernd parallelstrahlig anzusehen, sodaß die Verhältnisse hier wieder denen beim Fernrohrobjektiv auf der Objektseite gleichen. Der Durchmesser dieses austretenden Büschels muß daher, gleichgültig ob es von einer einfachen Linse, oder von einem zusammengesetzten System ausgeht, immer dieselbe Bedeutung haben.

Der Einfluß der Stärke oder der Brennweite bleibt ebenfalls derselbe, wie im Fall einer einfachen Linse. Ein Objektiv, dessen

Brennweite halb so groß, wie die eines anderen ist, nimmt bei gleicher linearer Öffnung die doppelte Anzahl Strahlen auf, weil die Vergrößerung des Bildes in derselben Entfernung die doppelte ist, und infolgedessen von dem stärkeren System die gleiche Anzahl Strahlen von einem im Durchmesser halb so großen Felde aufgenommen wird. *Dies muß bestehen bleiben, mag nun das Medium auf der Objektseite in beiden Fällen gleich oder verschieden sein.* Denn ein Immersionssystem und ein Trockensystem geben stets dieselbe Vergrößerung, wenn ihre Brennweiten gleich sind.

Wir haben also folgende allgemeine Sätze für alle Arten von Objektiven: a) Die Aufnahme von Strahlen bei der gleichen Stärke oder Brennweite ist proportional dem linearen Durchmesser des Büschels bei seinem Austritte aus dem System. b) Bei verschiedenen Brennweiten sind zur Aufnahme der *gleichen* Strahlenmenge lineare Öffnungen nötig, die im Verhältnis der Brennweiten verschieden sind — oder umgekehrt — die Aufnahme von Strahlen bei ein und derselben Öffnung steht im *umgekehrten* Verhältnis zur Brennweite. *Folglich ist die Apertur eines Objektivs stets durch das Verhältnis zwischen der linearen* [391] *Öffnung (in der Ebene des Strahlenaustrittes) und der Brennweite des Systems gegeben.*

Es gibt keinen anderen rationellen Weg, um die Aufnahme von Strahlen durch ein Objektiv zu kennzeichnen, und infolgedessen keine andere Definition der Apertur, die mit diesem Grundgedanken in Übereinstimmung ist. Ich brauche wohl kaum zu sagen, daß diese Bemerkung nichts neues enthält. Sie ist eine allgemein bekannte Tatsache; ein jeder wird zugeben, daß die Apertur eines gegebenen Objektivs geändert wird, wenn der nutzbare Durchmesser der Hinterlinse durch die Anwendung verschiedener Blenden geändert wird; und daß eine freie Öffnung von, sagen wir, 3 mm bei einem System von $^1/_4$ Zoll [6 mm] Brennweite eine *geringere Apertur* bedeutet, als die gleiche freie Öffnung bei einem System von $^1/_8$ Zoll [3 mm] Brennweite.

Andererseits ist es durchaus richtig, Aperturen von Objektiven in bezug auf *Gleichheit oder Ungleichheit* allein nach den Winkeln der zugelassenen Strahlenbüschel zu vergleichen, wenn sich auf der Objektseite das gleiche Medium befindet. *Unter dieser Bedingung* bedeuten gleiche Winkel, daß eine gleich große Menge von Strahlen, und verschiedene Winkel, daß eine verschiedene

Menge aufgenommen wurde. Die Annahme jedoch, daß *Aperturen allein* auf Grund des Winkels definiert oder verglichen werden können, ist gänzlich willkürlich, so lange nicht bewiesen ist, daß die Aufnahme von Strahlen stets im Verhältnis zu dem Winkel steht und von keinem anderen Element abhängt. Da kein Versuch gemacht worden ist, diese Hypothese zu beweisen, und sie vielmehr, wie nachher ersichtlich wird, im Widerspruch zu den Tatsachen steht, so ist der geeignete Weg, um einen richtigen Ausdruck für die Apertur *mit Hilfe des Öffnungswinkels* zu gewinnen, der, daß man untersucht, *welcher* Ausdruck genommen werden muß, um dasselbe zu definieren, was durch das Verhältnis von Öffnung und Brennweite bezeichnet wird.

Bis in ziemlich nahe Vergangenheit ist die obige Annahme wie ein Dogma angesehen worden, ohne daß der Gegenstand überhaupt untersucht worden wäre. Der Verfasser glaubt, der erste gewesen zu sein, der auf dieses Dogma die Probe wissenschaftlicher Grundsätze angewandt und seine Unrichtigkeit durch den Nachweis des *ungleichen* Aperturäquivalents von Objektiven aufgedeckt hat.

Die Darlegung der *allgemeinen* Gültigkeit dieser Tatsache wird hier im Interesse derer, denen an einer solchen Behandlung der Frage gelegen ist, im einzelnen gegeben.

II. Bestimmung der relativen Öffnung von Systemen durch den Öffnungswinkel und den Brechungsindex des Mediums.

Im Jahre 1873 wurde vom Verfasser und — ganz unabhängig — von Professor Helmholtz gefunden, daß zwischen den *eintretenden* und den *austretenden* Strahlenbüscheln bei einem optischen System eine allgemeine Beziehung besteht, die die Konvergenzwinkel in diesen beiden Büscheln betrifft, und die sich immer ergibt, wenn ein System *aplanatisch* ist, d. h. ein Objekt mit weit geöffneten Büscheln abzubilden vermag. Der Satz lautet:

O und O^* (Fig. 18) seien konjugierte aplanatische Punkte eines [392] Systems mit großem Öffnungswinkel, u, U die Neigungswinkel *zweier beliebiger* Strahlen, die vom Punkt O ausgehen und u^*, U^* die Winkel derselben Strahlen beim Austritt, dann ist immer

$$\sin U^* : \sin u^* = \sin U : \sin u;$$

oder

$$\frac{\sin U^*}{\sin U} = \frac{\sin u^*}{\sin u} = \text{const} = c; \qquad (1)$$

d. h. die *Sinus* der Winkel, die konjugierte Strahlen auf den beiden Seiten eines aplanatischen Systems mit der Achse bilden, stehen immer in demselben Verhältnis c, was für Strahlen auch betrachtet werden, so lange es sich um dasselbe System und dieselben Punkte handelt.

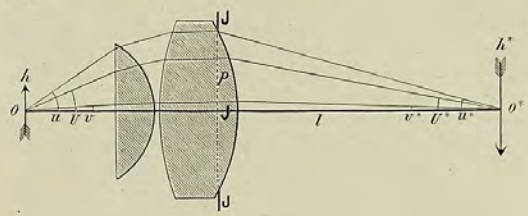


Fig. 18.

Dieser Satz bleibt für jede Zusammensetzung des Systems (jede Anordnung der Medien und brechenden Flächen) und für jede Lage von Objekt und Bild giltig. In der Tat ist das *Konvergenzgesetz für aplanatische Systeme* in der obigen Form die *notwendige* (physikalische und geometrische) Bedingung für die Erzeugung von Bildpunkten mit weitgeöffneten Büscheln. Wenn in irgend einem Falle die Konvergenz der Strahlen in einem Linsensystem dieser Bedingung nicht (wenigstens nicht sehr angenähert) entspricht, so kann das System kein Bild von einem Objekt entwerfen, es hätten denn die Büschel eine *geringe* Öffnung.

Mikroskopobjektive erzeugen nun *in der Tat* mit weit geöffneten Büscheln Bilder, folglich muß der Satz auf diese ohne jede Einschränkung anwendbar sein; wie man sich erinnern wird, hat der Verfasser einen einfachen Versuch angegeben[1]), durch den sich jeder überzeugen kann, daß bei allen solchen nur einigermaßen brauchbaren Objektiven diese Behauptung vollkommen bestätigt wird.

Nehmen wir jetzt an, daß für irgend ein besonderes Objekt und für irgend eine besondere Lage des Objekts und des optisch

1) Journ. Roy. Microsc. Soc. (1), III, 511, 1880. [Vergl. Abhandlung XI, S. 222—226.]

konjugierten Bildes der Wert des konstanten Quotienten c der Gleichung (1) in irgend einer Weise zahlenmäßig bestimmt ist, so kann man die [393] Neigung u^* *irgend eines* austretenden Strahles aus der Neigung u desselben Strahles beim Eintritt nach der Gleichung

$$\sin u^* = c \sin u \qquad (2)$$

berechnen, und wenn diese Gleichung auf den Strahl *größter* Neigung, der durch das System hindurchgeht, angewandt wird, so ist u^* der Ausdruck für den halben Winkel des austretenden Strahlenbüschels, während u derjenige für den halben Winkel des eintretenden Lichtkegels oder für den *halben Öffnungswinkel* ist.

Die *lineare* Öffnung des Systems oder der Durchmesser des abbildenden Büschels in der Austrittsebene, ist ohne weiteres durch den Winkel u^* und den Abstand gegeben, in dem das Bild entworfen wird. Ist J die Austrittsebene (die Ebene der hinteren Fläche des Systems) und l die Entfernung des Bildes von J, so ist selbstverständlich der lineare *halbe* Durchmesser ϱ des Büschels

$$\varrho = l \operatorname{tg} u^*;$$

Diese Gleichung läßt sich durch die identische ersetzen

$$\varrho = \frac{l \sin u^*}{\cos u^*}.$$

Bei Mikroskopobjektiven ist nun die Entfernung l (die Länge des Mikroskoptubus) immer viele Male größer als ϱ, demgemäß ist der Konvergenzwinkel u^* immer sehr klein, indem er nie einige Grad übersteigt. Der Kosinus eines solchen Winkels kann ohne merklichen Fehler gleich 1 gesetzt werden; indem wir den Wert von $\sin u^*$ nach Gleichung (2) einsetzen, erhalten wir

$$\varrho = c\, l \sin u, \qquad (3)$$

d. h. die lineare halbe Apertur des Systems durch den halben Öffnungswinkel ausgedrückt.

Es fragt sich nun, wie findet man für irgend einen besonderen Fall den Wert von c?

Dies gelingt mittels eines älteren optischen Lehrsatzes, der unter dem Namen des LAGRANGE-HELMHOLTZ'schen Gesetzes für eine Konvergenz *unendlich dünner* Büschel bekannt ist. Bezeichnen O und O^* konjugierte Punkte, h den Durchmesser eines Objekts in O und h^* den Durchmesser seines Bildes in O^*, n und n^* die Brechungsexponenten der Medien vor und hinter dem System, während v und v^* die Neigungswinkel eines beliebigen Strahles sind, der das System *nahe der Achse* durchsetzt, so gilt immer

$$\frac{v^*}{v} = \frac{n}{n^*} \cdot \frac{h}{h^*} = \frac{n}{n^*} \cdot \frac{1}{N}, \qquad (4)$$

hier bezeichnet N die lineare Vergrößerung des Systems für jenes Paar konjugierter Punkte; dies bleibt giltig für jede Zusammensetzung des Systems und für jede Lage der konjugierten Punkte. Nach diesem [394] Satze kann das Verhältnis der unendlich kleinen Winkel v und v^* (die sich auf einen und denselben Strahl beim Ein- und Austritt beziehen) durch die Brechungsexponenten der Medien auf der Objekt- und Bildseite und durch die lineare Vergrößerung des Bildes vollständig bestimmt werden, *ohne daß man die Elemente des optischen Systems oder die Lage von Objekt und Bild zu berücksichtigen hätte.*

Dieses wichtige Theorem wurde von Professor HELMHOLTZ im Jahre 1856 [1]) gegeben. Der erste Ursprung läßt sich bis auf LAGRANGE zurückverfolgen, der einen ähnlichen Satz, jedoch unter weniger allgemeinen Bedingungen im Jahre 1803 aussprach [2]).

Man erkennt nun sofort, auf welchem Wege man zu einer allgemeinen Bestimmung der Konstanten c gelangt, die in dem Konvergenzgesetze für *weit*geöffnete Büschel auftritt. Jeder von einem aplanatischen System aufgenommene Strahlenkegel mit großer Öffnung umfaßt axiale Strahlen mit den unendlich kleinen Neigungen v und v^*; da nun für sehr kleine Winkel das Verhältnis der *Sinus* gleich dem der Winkel ist, muß für jene axialen Strahlen der Wert von c in Gleichung (1) mit dem Werte von $\frac{v^*}{v}$, der nach der LAGRANGE-HELMHOLTZ'schen Formel bestimmt ist, zusammenfallen. Da jedoch die Bedingung für den Aplanatismus für *alle* Strahlen des weitgeöffneten Büschels *denselben* Wert des Quotienten $\frac{\sin u^*}{\sin u}$ fordert, gilt allgemein

$$c = \frac{n}{n^*} \cdot \frac{1}{N}. \qquad (5)$$

Indem man diesen Ausdruck für c in Gleichung (3) einsetzt und berücksichtigt, daß beim Mikroskop das Medium auf der hinteren Seite des Systems immer Luft ($n^* = 1$) ist, wird die lineare halbe Öffnung eines Objektivs

1) „Physiologische Optik", 1856, S. 50.

2) Mém. Acad. Berlin, 1803. [LAGRANGE, J. L. de, Sur une loi générale d'optique, 3—12.]

$$\varrho = \frac{l}{N} \cdot n \sin u \text{ oder } \varrho = \frac{l}{N} \cdot a, \qquad (6)$$

in dem wir zur Bezeichnung *des Produkts des Sinus des halben Öffnungswinkels mit dem Brechungsindex* des zu diesem Winkel gehörigen *Mediums* für $n \sin u$ kurz a schreiben.

Wenn ein Objektiv die Brennweite f besitzt und ein Bild in dem Abstande l von der Linse entworfen wird, so ist mit großer Annäherung die Vergrößerung dieses Bildes

$$N = \frac{l}{f},$$

woraus folgt

$$\frac{l}{N} = f.$$

[395] Der Bruch, der in dem Ausdrucke für ϱ auftritt, ist somit nichts anderes als die Äquivalentbrennweite des Systems; es folgt nun

$$\varrho = f(n \sin u), \text{ oder } \frac{\varrho}{f} = n \sin u = a.^{1}) \qquad (7)$$

Das Verhältnis der linearen Halböffnung irgend eines Systems zur Brennweite des Systems wird durch den Wert a oder durch die „numerische Apertur" ausgedrückt. Der Wert $n \sin u$ ist das Aperturäquivalent für jedes Objektiv, wie beschaffen auch das Medium auf der Objektseite sein mag.

III. Folgerungen aus dem Ausdrucke für die Apertur.

Das Ergebnis des vorstehenden Beweises kann einfach dahin zusammengefaßt werden:

1. Die lineare Öffnung und die Brennweite eines Systems stehen in einem bestimmten Verhältnis, das ganz unabhängig von der Zusammensetzung und Anordnung des Systems ist und *einzig und allein* durch den oben erwähnten Aperturwert der eintretenden

1) Die obige Formel gilt *in aller Strenge*, wenn der Bildabstand l nicht von der willkürlichen Ebene der letzten Linsenfläche, sondern vielmehr von dem hinteren *Brennpunkte* des Systems (d. h. dem Bildorte von vor dem System befindlichen weit entfernten Objekten) gerechnet wird. Dann liefert Gleichung (7) den *strengen* Ausdruck für den Halbmesser des austretenden Büschels *in der hinteren Brennebene des Systems*. Bei Mikroskopobjektiven, die nach dem gewöhnlichen Typus gebaut sind, liegt der Brennpunkt immer sehr nahe an der hinteren Linse des Systems und der Unterschied kann praktisch vernachlässigt werden.

Strahlen bestimmt wird. Ist dieser Wert derselbe, so ist das Verhältnis von Öffnung und Brennweite immer dasselbe, wie auch die brechenden Medien des Systems im besonderen angeordnet sein mögen.

2. Eine rein *angulare* Bestimmung der Apertur ist, wie gezeigt worden ist, unvereinbar mit irgend einer vernünftigen Auffassung eines Ausdruckes, der ganz wesentlich mit Beziehung auf die Öffnung definiert werden muß. Wir haben gesehen, daß die Apertur nicht durch einen Winkel, noch durch irgend eine mathematische Funktion, die nur von einem Winkel ahängt, ausgedrückt werden kann, sondern durch eine zusammengesetzte Funktion von dem Winkel und dem Brechungsindex des Mediums bestimmt wird, in dem der Winkel liegt.

3. Sogar wenn das Medium auf der Objektseite dasselbe ist, steht die Zunahme oder Abnahme der Apertur nicht im Verhältnis zum Winkel, sondern zum *Sinus* des halben Winkels (oder der Sehne des ganzen Winkels). Wächst der Winkel von 60° auf 180°, so wächst die Apertur nicht im Verhältnis von 1 : 3, sondern nur von 1 : 2.

[396] 4. Sind die Medien auf der Objektseite verschieden, so geben gleiche Winkel der eintretenden Strahlen nicht die gleichen Aperturen, sondern Aperturen, deren Verhältnis genau gleich dem der Brechungsexponenten dieser Medien ist. So ist der Durchmesser des austretenden Büschels bei einem Immersionssystem, das von einem in Balsam eingebetteten Objekt einen Kegel von — sagen wir — 120° aufnimmt, $^3/_2$ mal *so groß*, wie der Durchmesser des austretenden Büschels bei einem Trockensystem von gleicher Stärke, das denselben Winkel bei einem in Luft befindlichen Objekt aufnimmt. Aufmerksame Mikroskopiker und Optiker haben schon längst die Tatsache bemerkt, daß bei Immersionssystemen viel größere Hinterlinsen nötig und wirksam sind, als bei gleich starken Trockensystemen von demselben Öffnungs*winkel*.

Auf den ersten Blick könnte man es passender finden, das Aperturäquivalent durch $2 n \sin u = 2 a$, statt durch a zu definieren, um das Verhältnis des *Durchmessers* der Öffnung (statt des *Halbmessers*) zur Brennweite auszudrücken. In der mathematischen Dioptrik sind jedoch immer die Winkel von Strahlen *mit der Achse* und entsprechend die Abstände der Punkte *von der Achse* als die wirksamen Elemente gegeben. Die Einführung des Doppelten dieser Winkel und Abstände ist nicht nur unnötig, sondern würde sogar eine etwas unbequeme Verwickeltheit der mathematischen Ausdrücke verursachen.

5. Ein Immersionssystem kann eine größere *Apertur* besitzen, als ein Trockensystem selbst mit 180° Öffnungs*winkel* erreichen kann. Die größte Öffnung eines *Trocken*systems (d. h. der größte Durchmesser des aus einer solchen Linse austretenden Strahlenbüschels) ist nach Gleichung (7) genau gleich dem Doppelten seiner Brennweite, da nämlich $\varrho = f$ ($n \sin u$) und $n = 1$, $\sin u = 1$ für Luft ist, ist $\varrho = f$ (oder der ganze Durchmesser $2\varrho = 2f$). Eine Linse, mit der in Luft ($n = 1$) befindliche Objekte beobachtet werden, kann daher nie mit einer größeren Apertur wirksam werden, weil es keinen Winkel u gibt, dessen Sinus größer als 1 ist. Befindet sich jedoch das Objekt in einem optisch dichteren Medium (und zwischen Medium und System keine Luftschicht mit ebenen Flächen), so wird ein Öffnungs*winkel*, der beträchtlich unter 180° bleibt (und nur das doppelte des Grenzwinkels der Totalreflexion für das Medium überschreitet) eine größere Systemöffnung als $2f$ ausnutzen und erfordern. Der Überschuß der numerischen Apertur eines Immersionssystems über die Einheit liefert einen unmittelbaren Ausdruck für den *Mehrbetrag* an Apertur gegenüber der größten Apertur eines Trockensystems bei einem Luftwinkel von 180°.

6. Die Apertur 1 erreicht ein Objektiv, das das Licht, das *in Luft* innerhalb der ganzen Halbkugel ausgestrahlt wird, aufzunehmen vermag. Der Wert von a mißt bei irgend einem gegebenen Objektiv die Aufnahmefähigkeit dieses Objektivs im Vergleich mit der eines anderen, das den größten Öffnungswinkel in Luft hat. Es könnte nun jemand, der die Allgemeinheit der Beweisführung nicht verstanden hätte, einwenden, daß die größere oder kleinere Öffnung, die für den Durchgang eines Büschels von gegebenem Winkel nötig ist, von der besonderen Art der Brechung an den Linsenoberflächen des Systems abhängt. Man behauptet, ein Büschel von 120° in Luft beanspruche eine kleinere Öffnung als dasselbe Büschel in Balsam beim Gebrauch einer homogenen Immersion, weil es beim Eintritt in das Trockensystem durch die Brechung an der ebenen Vorderfläche zusammengedrängt wird, während bei dem Büschel in Balsam, wo die Brechung an der Vorderfläche infolge der Immersion fortfällt, eine solche Zusammenziehung nicht eintritt, und *aus diesem Grunde* einen größeren linearen Durchmesser bis zur Austrittsebene behält.

Die Unrichtigkeit eines solchen Einwandes kann man sofort erkennen: Man gebe der Eintrittsfläche der Frontlinse eine solche

konkave Krümmung [397], daß der Ausgangspunkt der Strahlen bei einem Trockenpräparat genau im Mittelpunkte der Kugelfläche liegt (Fig. 19). Für ein von diesem Punkte ausgehendes Strahlenbüschel ist nun gerade wie bei homogener Immersion die Brechung aufgehoben. Wenn der oben erwähnte Standpunkt richtig wäre, würde daraus folgen, daß ein Trockensystem mit einer solchen Vorderfläche eine größere Öffnung ausnutzte, als ein ebenso starkes Trockensystem nach dem gewöhnlichen Typus, und dieselbe Öffnung ausnutzte, wie ein ebenso starkes Immersionssystem mit einem Winkel in Balsam, der dem fraglichen Winkel in Luft gleich ist. Das Gegenteil kommt jedoch selbstverständlich heraus, wenn man untersucht, wie es sich tatsächlich verhält. Eine einfache dioptrische Berechnung ergibt, daß, wenn nur ein solches Trockensystem mit konkaver Vorderfläche die gleiche Stärke oder Brennweite hat wie ein System mit gleichem Öffnungswinkel, aber planer Vorderfläche, so muß auch seine Öffnung dieselbe, und zwar nach dem allgemeinen Prinzip von Gleichung (7) genau dieselbe, sein.



Fig. 19.

Daß man dies mißverstanden hat, rührt daher: Wenn man ein System für homogene Immersion nimmt und seine vordere Fläche zu einer konkaven, wie sie oben beschrieben ist, ausschleift, *während alle anderen Elemente ungeändert bleiben*, so ist der Winkel, der dem Objektiv in Luft zukommt, um Nichts größer als der, der ihm vorher in Balsam zukam, aber trotzdem wird auch jetzt noch die ganze Öffnung ausgenutzt. Dies scheint zu beweisen, und man hat sogar behauptet, *daß* damit tatsächlich bewiesen würde, es werde nach Fortfall der Brechung an der Vorderfläche von einem gegebenen Winkel in Luft *dieselbe* Öffnung ausgefüllt wie von demselben Winkel in Balsam. Dies ist jedoch ein offenbarer Trugschluß. Nach wohlbekannten elementaren Sätzen *verkleinert* eine konkave Fläche ein in ihrem Mittelpunkte befindliches Objekt im Verhältnis des Brechungsexponenten n der Linsensubstanz. Folglich ist das fragliche Objektiv in ein n mal *schwächeres* verwandelt worden, und da man jetzt nur noch *dieselbe* (und nicht eine größere) Hinterlinse ausnutzt, besitzt es notwendig eine *kleinere* Apertur. Um die ursprüngliche Brennweite wieder herzustellen, müßte man die Krümmung der hinteren Linsenflächen derart vergrößern, daß

dadurch das Büschel auf einen ebenso kleinen Durchmesser zusammengezogen würde, wie es ihn sonst bei einer planen Vorderfläche besäße.

Was für eine besondere Zusammensetzung des Objektivs man auch betrachtet, das Ergebnis bleibt immer dasselbe. Die durch Gleichung (7) definierte Beziehung zwischen den Öffnungswinkeln für verschiedene Medien und den entsprechenden Systemöffnungen kann in keiner Weise von der Art abhängen, in der die Büschel im System gebrochen werden. Ein in Luft ausgestrahltes Büschel muß *immer* eine kleinere Apertur als ein *gleiches* Büschel in Balsam geben, mögen nun die Strahlen an der Vorderfläche des Systems gebrochen werden oder nicht. Folglich muß der Aperturunterschied in verschiedenen Medien bei gleicher Winkelgröße der Büschel seinen Ursprung in einer in den Büscheln selbst vorhandenen Verschiedenheit haben, d. h. sich auf das verschiedene physikalische Verhalten von Strahlenbüscheln in verschiedenen Medien gründen.

[398] IV. Experimenteller Nachweis des Aperturäquivalents.

In der vorstehenden Diskussion habe ich das Aperturäquivalent ohne Rücksicht auf das Experiment nur aus *allgemeinen* optischen Prinzipien hergeleitet, wie es für eine erschöpfende wissenschaftliche Behandlung des Gegenstandes notwendig ist. Eine theoretische Diskussion dieser Art ist jedoch für die Darlegung des *wesentlichen* Prinzips der „numerischen" Apertur keineswegs erforderlich. Daß *gleiche Winkel in verschiedenen Medien* hinsichtlich *der Apertur ungleichen Wert* haben, ist eine Tatsache, die man durch Beobachtungen von höchst einfachem Charakter sofort zeigen kann. Ich beschränke mich auf einige wenige Beispiele, auf die ich mich in früheren Diskussionen bezogen habe.

1. Wenn ein beliebiges Trockensystem mit einem Öffnungswinkel w für in Luft befindliche Objekte, auf ein in Balsam eingebettetes Objekt eingestellt wird, dessen Austrittsfläche *eben* ist, so wird der Öffnungs*winkel* am Ausgangspunkt der Strahlen natürlich auf einen kleineren Winkel v vermindert, der der Gleichung entspricht

$$n \sin \frac{v}{2} = \sin \frac{w}{2},$$

wo n den Brechungsexponenten des Balsams bezeichnet. Es ist

aber klar, *daß die Vergrößerung des Bildes sich nicht ändert* — die Stärke des Systems bleibt also dieselbe — während der lineare Durchmesser des austretenden Büschels auch derselbe bleibt. Folglich wird das Verhältnis von Öffnung zu Brennweite, d. h. die Apertur nicht verringert.

Diese einfache Tatsache enthält somit einen unmittelbaren Beweis für den Satz, daß *verschiedene Winkel* in verschiedenen Medien *gleiche Aperturen* bedeuten können. Da der Begriff der Apertur, wie oben bemerkt, von dem der „Öffnung" abhängt, ist die Behauptung, daß Apertur durch den Balsam oder durch Immersion „abgeblendet" werde, natürlich ein Mißbrauch des Ausdruckes, ganz abgesehen von der Tatsache, daß die Behauptung durch unsere Kenntnis über die wirkliche Leistung von Objektiven mit diesen „abgeblendeten" Aperturen in keiner Weise gestützt wird.

2. Wir wollen ferner annehmen, dasselbe Objektiv mit einem Öffnungswinkel w^0 in Luft werde auf ein Objekt in einer Balsamschicht eingestellt, deren Austrittsfläche jedoch nicht mehr eben, sondern kugelförmig ist, und das Objekt befinde sich genau im Mittelpunkte der Glas- oder Balsamhalbkugel; oder dem ursprünglichen Objektiv werde eine besondere Immersionsfrontlinse vorgesetzt, deren Krümmungsmittelpunkt mit dem eingestellten Punkte zusammenfällt. In diesem Falle ist der *Winkel* der aufgenommenen Strahlen für den Punkt in Glas oder Balsam derselbe wie für den Punkt in Luft; und die lichte Öffnung wird auch wieder dieselbe sein. Es wäre aber offenbar falsch zu behaupten, das Objektiv habe jetzt *keine* Änderung der Apertur erfahren, oder für ein in Balsam eingebettetes Objekt wäre die *ganze* Apertur erst *jetzt* wirksam gemacht. Denn es ist eine [399] aus der elementaren Dioptrik geläufige Wahrheit, daß eine Halbkugel vom Brechungsexponenten n ein in ihrer Mitte befindliches Objekt genau n mal *vergrößert*. Folglich hat die Halbkugel oder Zusatzfrontlinse das ursprüngliche Objektiv in ein solches von n mal so großer Stärke oder n mal so kleiner Brennweite verwandelt, *nichtsdestoweniger aber wird die volle Öffnung des schwächeren ausgenutzt.* Folglich ist auch die Apertur im Verhältnis $1 : n$ gestiegen, während der Öffnungs*winkel* derselbe bleibt.

Wenn z. B. vor ein $^1/_4$ Zoll [6 mm] mit einem Öffnungswinkel von, sagen wir, 60^0 in Luft eine Frontlinse aus Kronglas gesetzt wird, so würde es in ein $^1/_6$ Zoll [4 mm] mit einem Winkel

von 60° in *Balsam* verwandelt werden, das die *volle ursprüngliche Öffnung* des $^1/_4$ Zoll ausnutzt. Ein $^1/_6$ Zoll aber mit einem Winkel von 60° in *Luft* hätte natürlich eine kleinere Öffnung als ein $^1/_4$ Zoll, denn man würde ein solches Objektiv erhalten, indem man alle Elemente des früheren $^1/_4$ Zoll im Verhältnis von 3 : 2 verkleinerte, wobei die Öffnung für den Winkel von 60° in Luft in demselben Verhältnis verkleinert würde.

Somit ist bewiesen, daß *gleiche Winkel*, wenn sie in verschiedenen Medien liegen, *verschiedene Aperturen* bedeuten.

3. Die andere Folgerung aus dem Prinzip des Aperturäquivalents — daß ein Immersionssystem eine *größere* Apertur haben kann, als ein Trockensystem von größtmöglichem Öffnungswinkel, läßt sich ebenfalls ohne weiteres experimentell beweisen. Bereits Herr Stephenson[1]) hat den bemerkenswerten Versuch angegeben (und die Bedeutung für das Aperturproblem gebührend betont), der jedermann *augen*scheinlich zeigt, daß die Apertur eines Immersionssystems von großer Öffnung *abgeblendet* wird, wenn man es als Trockensystem wirken läßt, mag auch der Winkel nahe 180° betragen. Man nehme ein beliebiges Immersionssystem mit einem Winkel in Balsam, der den doppelten Betrag des Grenzwinkels der Totalreflexion überschreitet, und stelle auf ein in Balsam eingebettetes Objekt ein, das mit einem Immersionskondensor irgend welcher Art so beleuchtet ist, daß der Öffnungswinkel vollständig mit einfallenden Strahlen erfüllt ist. Nun nehme man das Okular heraus, bringe die Augenpupille an die Stelle, wo vom Objektiv das Luftbild entworfen wird, und sehe auf das Objektiv hinab. Man erblickt einen gleichmäßig hellen Kreis von scharf bestimmtem Durchmesser, der der wahre Querschnitt der aus dem Mikroskop tretenden und das Bild erzeugenden Büschel ist. Denn das Auge empfängt jetzt alle Strahlen, die durch eben den kleinen mittleren Teil des Objekts gegangen sind, der der Pupille des Auges konjugiert ist; alle *anderen* Strahlen aber gelangen *nicht* in das Auge. Darauf stelle man *dasselbe* Objektiv auf ein gewöhnliches Trockenpräparat (oder auf eins, das an dem Objektträger haftet, während das Deckglas trocken aufgelegt ist) ein und wiederhole die Beobachtung; man wird jetzt wieder einen scharf begrenzten Kreis erkennen, einen Querschnitt des austretenden Büschels, der aber *kleineren* Durchmesser als vorher hat, und von

1) Journ. Roy. Microsc. Soc. (1), II, p. 267, 1879.

einem dunklen Ringe umgeben ist, der nur durch schwaches, zerstreutes Licht sichtbar wird.

Der Durchmesser des austretenden Büschels kann in diesen beiden Experimenten genau *gemessen* werden, wenn man sich des „Hilfsmikroskops“[1]) des vom Verf. angegebenen Apertometers in Verbindung mit einem Mikrometerokular [400] bedient. Das Verhältnis der freien Öffnungen (oder wirksamen Durchmesser), je nachdem sich das Objekt in Balsam oder Luft befindet, kann so genau festgestellt werden. Wenn das Objektiv für, sagen wir, 1,20 num. Ap. berechnet wäre, wird man das Verhältnis der Durchmesser immer gleich 6 : 5 (d. h. 1,20 : 1,00) finden, und wenn man ein anderes Objektiv von 1,40 num. Ap. nähme, würde dieses Verhältnis immer gleich 1,40 : 1,00 oder gleich 7 : 5 sein[2]).

Die Erklärung dieses Experiments liegt auf der Hand. Indem ein Immersionssystem durch eine Luftschicht hindurch auf ein Objekt eingestellt wird, verwandelt es sich natürlich in ein wahres Trockensystem, da die untere Fläche des Deckglases als ebene Vorderfläche des Systems wirkt. Liegt das Deckglas sehr dicht über dem Objekt, so ist der Abstand des Objektpunktes von der

1) [Vergl. Abhandlung V, S. 115.]

2) Nach dem durch Gleichung (7) ausgedrückten allgemeinen Satze muß der lineare Durchmesser der bei einem Trockenpräparat *verringerten* Öffnung eines Immersionssystems $= 2f$ sein, vorausgesetzt daß die Dicke der Luftschicht unter dem Deckglase sehr dünn ist. Wird die verkleinerte Öffnung eines solchen Objektivs in der oben angegebenen Weise gemessen und der Wert halbiert, so erhält man die genaue Brennweite des Systems. Dasselbe Prinzip kann bei Objektiven jeder Art benutzt werden. Wenn die numerische Apertur eines Objektivs (oder das numerische Äquivalent eines beliebigen kleineren Winkels innerhalb des Öffnungskegels) bestimmt ist, und der lineare Durchmesser des entsprechenden austretenden Büschels *in der hinteren Brennebene des Systems* mikrometrisch ausgemessen wird, so gibt Gleichung (7) sofort die Brennweite.

Der Verf. hat diese höchst bequeme und genaue Methode der Brennweitenmessung viele Jahre gebraucht.

Andererseits weist Gleichung (6) ebenso auf eine neue Methode zur Messung von Aperturen und Öffnungswinkeln hin. [Vergl. Anmerkung auf S. 236.] Wenn die Vergrößerung N eines Objektivs für eine bestimmte Bildlage O^* bestimmt ist, indem man das Bild eines Objektmikrometers in ein Okularmikrometer projiziert, so kann das Hilfsmikroskop auf irgend eine passende Ebene eingestellt und der lineare Durchmesser 2ϱ des austretenden Büschels in dieser gemessen werden. Wenn nun der Abstand l *eben dieser* Ebene von der Bildebene, auf die sich die Vergrößerung N bezieht, gleichfalls gemessen wird, so besitzen wir alle Elemente, um den genauen Wert von $a = n \sin u$ und ebenso von u, dem Winkel selbst, nach Gleichung (6) zu berechnen. Diese Methode setzt uns in den Stand, Immersionsaperturen zu messen, ohne eine Glasplatte oder ähnliche Hilfsmittel zu benötigen.

Planfläche so klein, daß ein außerordentlich kleiner mittlerer Teil dieser Fläche genügt, um alle Strahlen bis zu einer Neigung von 88° bis 89° in die Frontlinse eintreten zu lassen. Das Objektiv wirkt dann wie ein Trockensystem von nahezu 180° Öffnungswinkel und nimmt das ganze innerhalb einer Halbkugel in Luft ausgestrahlte Licht auf; während dasselbe System bei Einstellung auf ein Balsampräparat keinen größeren Kegel einlassen kann (bei den im vorigen Paragraphen erwähnten Beispielen) als von 108° oder 138°, was tatsächlich in jedem Fall erheblich unter dem Wert von 180° bei einer Halbkugel bleibt. Nichtsdestoweniger ist das austretende Strahlenbüschel für die ganze Halbkugel in Luft viel *enger* als für den kleineren Strahlenkegel in Balsam, *ohne daß die Vergrößerung des Bildes gewachsen wäre,* da die Stärke eines optischen Systems irgend welcher Art genau dieselbe bleibt, mögen die Strahlen an der vorderen *Plan*fläche gebrochen werden oder nicht.

Jedermann wird zugeben, daß die *Apertur* tatsächlich eingeschränkt wird, wenn eine Messingblende auf der hinteren Seite eines gegebenen Systems eingefügt wird, die eine bestimmte Randzone der freien Öffnung abblendet, die [401] vorher von den bilderzeugenden Strahlen ausgenutzt wurde[1]). Ebenso muß die Apertur *wirklich* verkleinert werden, wenn in irgend einer Weise das austretende Strahlenbüschel *gerade so* geändert wird, als ob eine Messingblende eingeschaltet wäre, wofern nur die Stärke des Systems ungeändert bleibt. Folglich tritt Aperturverlust ein, wenn für einen Winkel von, sagen wir, 100° in Balsam ein Winkel von 180° in Luft eingeführt wird.

Ein Immersionssystem, dessen Öffnungswinkel in Balsam den doppelten Grenzwinkel übersteigt, hat demnach eine *größere Apertur* als irgend ein Trockensystem überhaupt je haben kann.

V. Verschiedene angulare Verteilung der Strahlen in verschiedenen Medien.

Die in der vorstehenden Diskussion entwickelte Definition der Apertur als *relative Öffnung* ist, wie sich gezeigt hat, die einzige,

1) Wenn jemand einwenden sollte, daß in Immersionssystemen großer Öffnung die Randzone keine bilderzeugenden Strahlen durchläßt, so kann sich jeder leicht durch einen einfachen praktischen Versuch überzeugen, daß bei einem gut korrigierten Objektiv alle austretenden Strahlen bis an den Rand der freien Öffnung heran tatsächlich bilderzeugende Strahlen sind.

die dem ursprünglichen Sinn des Ausdruckes nach berechtigt ist, und es ist besonderes Gewicht auf das Verständnis dafür zu legen, daß die Definition nicht einfach Sache der Terminologie ist, sondern daß das wahre *Wesen* des Aperturbegriffes in dem Begriffe der Öffnung steckt und sich von keiner andern vernünftigen Grundlage aus erfassen läßt. Wie man auch den Aperturbegriff definieren mag, so kann man doch die tatsächliche *Bedeutung* dieses Elements beim Mikroskop nur würdigen, indem man den Zustand des bilderzeugenden Büschels beim *Austritte* aus dem Objektiv und die von dem Eintritte verschiedener Lichtkegel abhängige Änderung seines Durchmessers in Anschlag bringt. Dieser Durchmesser bildet ein sichtbares Maß für die *Anzahl der Strahlen* (nicht einfach *Lichtmenge* im photometrischen Sinne), die in einem bestimmten Flächenteile des Bildes zusammentreffen, *und die die Linse demgemäß von dem konjugierten Flächenteile des Objekts erhalten hat.* Wenn in irgend einem Falle eine Vergrößerung des Durchmessers des austretenden Büschels bemerkt wird, ohne daß die Vergrößerung des Bildes und der Projektionsabstand (oder allgemeiner die Brennweite) sich geändert hätten, muß das System offenbar von jedem Element des Objekts *mehr Strahlen* aufgenommen haben, weil auf jedem Element eines *gleichstark vergrößerten* Bildes mehr Strahlen zusammentreffen. Die Behauptung, daß eine Linse in irgend einem Falle mehr Strahlen aussenden könne, als sie aufgenommen hat, wäre selbstverständlich vom physikalischen Standpunkte aus widersinnig. *Folglich finden wir das wahre Maß der in ein System eintretenden Strahlenmenge in der Bestimmung der austretenden.*

Indem wir so das Wesen der Apertur untersuchten (die die größere oder geringere Fähigkeit der Objektive bedeutet, die von den Objekten ausgehenden Strahlen aufzunehmen), wurden wir mit Notwendigkeit dazu geführt, die Aperturen nach den *Öffnungen* der Systeme zu bemessen.

So lange der Ausgangspunkt der Strahlen in einem und demselben Medium liegt [402], kann die Zunahme der mit zunehmender *Öffnung eingelassenen* Strahlen einfach bestimmt werden. Wir finden die neu hinzukommenden Teile des vom Objekt ausgehenden Strahlenkegels tatsächlich in den Teilen, die den neu hinzugetretenen Teilen der vergrößerten Öffnung entsprechen. Wenn wir jedoch in irgend einem anderen Falle (z. B. bei verschiedenen Medien) finden, daß ein von einem Punkte ausgehender

bestimmter voller Strahlenkegel A durch eine bestimmte Öffnung α hindurchgeht, und daß ein anderer voller Strahlenkegel B von derselben Öffnung α nicht hindurchgelassen wird, daß dazu vielmehr eine größere β nötig ist, *während alle anderen Umstände, ausgenommen die auf den lichtstrahlenden Punkt bezüglichen, dieselben geblieben sind,* so können wir natürlich nur schließen, daß das Büschel B Strahlen enthalten muß, die nicht in A enthalten waren, und zwar gilt dies auch dann, wenn der eingetretene Kegel nicht größer geworden ist. Denn der hinzugekommene Teil $(\beta - \alpha)$ der größeren Öffnung β übermittelt dem Bilde Strahlen, die sicher nicht durch die kleinere Öffnung α übermittelt worden wären. Woher kann nun dieser Mehrbetrag *anders* kommen, als von dem Punkte, von dem die Strahlen ausgehen? Offenbar muß das Büschel B, für das der hinzugekommene Teil der Öffnung nötig ist, *mehr* Strahlen umfassen, auch wenn es keinen größeren Winkel hätte.

Nun vermag tatsächlich ein gegebenes Objektiv, wenn sich der Objektpunkt *in Luft* befindet, nahezu das ganze innerhalb einer Halbkugel ausgestrahlte Licht aufzunehmen (indem man z. B. mit einem Immersionssystem auf ein dicht unter dem Deckglase trocken liegendes Objekt einstellt), dann wird eine ganz bestimmte Öffnung ausgenutzt, die gleich dem doppelten der Brennweite ist. Wenn sich jedoch der Lichtpunkt in Balsam befindet (ohne daß noch etwas geändert worden wäre), so findet man dieselbe Öffnung von den Strahlen ausgenutzt, die innerhalb eines kleineren Kegels von nicht mehr als 82^0 liegen, während die außerhalb dieses Kegels verlaufenden Strahlen eine Erweiterung der Öffnung erfordern, die für die in Luft ausgehenden Strahlen nicht erforderlich ist. Wie wir sahen, bleibt dies auch bestehen, ob nun die Strahlen an der Vorderfläche des Systems gebrochen werden oder nicht; die Verschiedenheit beruht *einzig* auf der Verschiedenheit der Medien. Folglich kommen wir zu dem Schluß, daß in Balsam von einem vollen Kegel von 82^0 ebensoviel Strahlen als in Luft von der ganzen Halbkugel umfaßt werden; innerhalb jedes größeren über 82^0 hinausgehenden Kegels in Balsam gehen *mehr* Strahlen vom Objekt aus, als in Luft innerhalb der ganzen Halbkugel.

Die Schlußfolgerung aus der vorstehenden Betrachtung ist einleuchtend. Es läßt sich auf keinerlei Weise der Widerspruch ausgleichen, in dem die beiden folgenden Tatsachen zu stehen

scheinen, (a) daß ein Kegel von über 82^0 Winkel, der in Balsam ausgestrahlt wird, *mehr Strahlen* umfaßt, als ein Kegel von 180^0 Winkel, der in Luft ausgestrahlt wird, und (b) daß die *angulare* Größe des ersteren Kegels geringer ist, als die des letzteren, es sei denn, daß man die physikalische Tatsache zugibt, daß *dieselben* Strahlen, die sich in Luft über die ganze Halbkugel ausbreiten, in Balsam innerhalb eines engeren kegelförmigen Raumes, der ringsum bis 41^0 von der Achse reicht, einander genähert oder zusammengedrängt sind; und daß alle die Strahlen, die in Balsam außerhalb dieses Kegels verlaufen, einen *Überschuß von neuen Strahlen bilden, die man niemals in Luft findet, d. h. die nicht ausgestrahlt werden, wenn das Objekt sich in Luft befindet.*

[403] Es gibt verschiedene unmittelbare Beweise dafür, daß die *angulare* Verteilung des ausgestrahlten Lichtes sich immer ändert, wenn das umgebende Medium ein anderes wird. Die Strahlen, die von einem gegebenen Objekt in verschiedenen Medien ausgehen, werden freilich nicht gezählt, wie eine Herde Schafe, und es läßt sich so unmöglich zeigen, ob gewisse Strahlen unter verschiedenen Umständen identisch oder nicht identisch sind, bevor man nicht ausdrücklich ein *für die Identifizierung maßgebendes Prinzip* aufgestellt hat. Dies ist für die oben vorgetragene Auffassung, wie nicht minder für den Fall nötig, daß jemand die nach seiner Annahme bestehende Unabhängigkeit der Strahlung vom Medium zu beweisen versuchte. In einem Sonderfalle, der jedoch von erheblicher Wichtigkeit für das Mikroskop ist, kann nun ein solches Prinzip sofort aufgestellt werden.

Wenn ein Präparat durchsichtige (vollkommen lichtdurchlässige) Teile enthält, deren Abbildung die Umrisse der undurchsichtigen Elemente liefert, so sind die von jenen Teilen ausgesandten Strahlen rein *durchgelassene*. Jeder Strahl, der von einem durchsichtigen Element des Objekts ausgeht, bildet die unmittelbare Fortsetzung *eines* bestimmten Strahles, der dem Element vom Beleuchtungsapparat zugesandt wird. Wir wollen nun annehmen, ein so beschaffenes Objekt besitze eine vollkommen flache Oberfläche und stehe in Berührung mit dem Objektträger, in dem einen Falle sei es unbedeckt, in dem andern Falle unter einem Deckglase in Wasser oder Balsam eingebettet, und es werde nun durch einen Immersionskondensor beleuchtet, der auf jeden Punkt des Gesichtsfeldes ein Büschel von nicht weniger als 82^0 (gemessen im Objektträger) vereinigt. In diesen beiden Fällen wird nun ein

und dasselbe durchsichtige Element, kraft seiner Lichtdurchlässigkeit, *dieselben* einfallenden Strahlen in das Objektiv senden; befindet sich aber das Objekt in Luft, so sind diese selben Strahlen über dem Objekt in anderer Weise verteilt, als wenn das Objekt in Wasser oder Balsam liegt. Im ersteren Falle erfüllt die Gesamtheit der Strahlen, die von einem im Objektträger einfallenden Kegel von 82° umfasst werden, die ganze Halbkugel; liegt aber eine Wasserschicht über dem Präparat, so sind *dieselben* Strahlen in einem austretenden Kegel von 96°, für Balsam von 82°, enthalten.

Unter den in Rede stehenden Umständen sind offenbar jene durch das Objekt gegangenen Strahlen *identische* Strahlen, — trotz der Verschiedenheit ihrer Richtungen in Luft, Wasser oder Balsam — die die Fortsetzung von identischen einfallenden Strahlen bilden. Handelt es sich also um diejenige Art von Strahlung, auf der die Abbildung der *Umrisse* von undurchsichtigen und halbdurchsichtigen Objekten beruht, so führt ein Büschel von 82° in Balsam oder von 96° in Wasser dem Mikroskop dieselben Strahlen zu, wie die ganze Halbkugel in Luft; es besteht so in verschiedenen Medien eine verschiedene angulare Verteilung des Lichtes. In diesem Falle ist selbstverständlich die verschiedene Brechung, die mit dem Durchgange verbunden ist, die *causa efficiens* der Erscheinung. Eine dioptrische Erklärung der verschiedenen Verteilung ändert jedoch nichts an der Tatsache, daß eine solche Verteilung wirklich *besteht*.

[404] Ein *allgemeines* Kriterium für identische und nichtidentische Strahlen in verschiedenen Medien, das für jede Art von Strahlung paßt und zu demselben Schluß führt, erhalten wir durch Zurückgehen auf den *physikalischen* Begriff des Strahles. Die physikalische Optik definiert „Lichtstrahlen" als die orthogonalen Trajektorien eines Wellensystems. Das Prinzip dieser Definition schließt gleichzeitig ein, daß für die Bestimmung von „homologen Strahlen" in verschiedenen Wellensystemen der Wert für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Betracht kommt, und man findet, daß homologe Strahlen *näher* zusammenrücken, wenn die Lichtgeschwindigkeit *kleiner ist* und *umgekehrt*, das Verhalten ist ganz analog dem der „Kraftlinien" in einem magnetischen oder elektrischen Felde, wenn die elektrische oder magnetische Ladung zunimmt. Die unmittelbare Folgerung hieraus ist die, daß in einem stärker brechenden Medium identische Strahlen unter kleineren Neigungungswinkel verlaufen, und allgemein ein und dasselbe

Strahlensystem Kegel von derart verschiedenen Winkeln in Luft, Wasser oder Balsam bildet, daß die „numerischen" Äquivalente dieser verschiedenen Kegel (das Produkt des *Sinus* des halben Winkels mit dem Brechungsexponenten) immer *dieselben* sind.

Diese theoretische Folgerung betrifft unmittelbar die Art der Strahlung, die für das Mikroskop am wichtigsten ist, nämlich die Strahlung von Objekten vermöge *gebeugten* Lichtes. Jede Objektstruktur, sei diese nun regelmäßig oder irgendwie unregelmäßig, die ein unendlich dünnes einfallendes Lichtbüschel (oder eine beliebige Anzahl, die zusammen einen weitgeöffneten Kegel bilden) durchläßt oder reflektiert, verwandelt dieses Büschel kraft der Diffraktion in ein Büschel von *endlicher* größerer oder kleinerer Öffnung, mit verschiedener Intensität für die verschiedenen Richtungen. Die Interferenz der Elementarwellen, die von den durchsichtigen oder halbdurchsichtigen Strukturelementen ausgehen, vernichtet in einigen Richtungen oberhalb des Objekts die Wellenbewegung, während die übrig bleibende Bewegung oder ein Bruchteil davon in anderen Richtungen Lichtstrahlen verschiedener Intensität erzeugt, die von dem Objekt nach verschiedenen Richtungen ausgehen, als wenn dieses selbstleuchtend wäre. Falls regelmäßige *periodische* Strukturen, wie Liniensysteme, Diatomeen u. s. w. vorliegen, stellt sich das von einem einfallenden Strahle erzeugte Diffraktionsbüschel als ein Fächer von getrennten Strahlen dar, dessen Intensität nach allen Seiten hin von der Richtung des einfallenden und die Struktur durchsetzenden Strahles aus abnimmt, indem die Interferenz der Elementarwellen in diesem Falle eine Anzahl aufeinanderfolgender Lichtmaxima mit dunklen Zwischenräumen liefert. Nach den sicher festgestellten Gesetzen der Beugungserscheinungen wird der Fächer der gebeugten Strahlen einer und derselben Struktur auf einen größeren Winkel ausgebreitet, wenn die Wellenlänge des Mediums zunimmt oder der Brechungsexponent abnimmt, während er im entgegengesetzten Falle mehr zusammengedrängt wird; und zwar nach der Regel, daß der *Sinus* des Neigungswinkels *derselben* Strahlen, z. B. des ersten, zweiten Maximums sich umgekehrt proportional dem Brechungsexponenten ändert. Demzufolge wird ein und derselbe von einem Objekt ausgehende volle Kegel in Balsam eine größere Anzahl gebeugter Strahlen [405] als in Luft umfassen; und wenn die Strukturelemente sehr fein sind, wird ein Kegelraum der in Balsam über 82° hinausgeht, Strahlen enthalten, die überhaupt

nicht vorhanden sind, wenn dieselbe Struktur sich in Luft befindet, weil sie nur mit *kleineren* Wellenlängen als den in Luft geltenden erzeugt werden können.

Experimente, die bereits ausführlich beschrieben sind, liefern einen *augenscheinlichen* Beweis für den Einlaß dieser gebeugten Lichtstrahlen in das Mikroskop sowie für die *Wirkungen* auf das mikroskopische Bild, die sich aus dem Eintritte einer größeren oder kleineren Anzahl ergeben. Es ist gezeigt worden, daß das von den Objekten ausgehende gebeugte Licht die *ganze* Apertur eines Systems ausnutzen kann, obwohl der einfallende Lichtkegel, wenn er einfach (ohne auf ein Objekt zu treffen) hindurchginge, nur einen kleinen Teil der Apertur ausfüllen würde. Insbesondere läßt sich experimentell zeigen, daß bei einem engen Beleuchtungsbüschel ein Immersionssystem mit großer Öffnung von einem in Wasser oder Balsam liegenden Objekt Strahlen aufzunehmen und zum Bilde zu vereinigen vermag, die sich bei einem in Luft liegenden Objekt in der ganzen Halbkugel nicht vorfinden und daher von einem Trockensystem, wie groß auch sein Öffnungswinkel sei, nie ausgenutzt werden können.

Gemäß dem oben erwähnten allgemeinen Prinzip der physikalischen Optik sind die homologen gebeugten Strahlen von einer und derselben Struktur, z. B. für den Fall einer periodischen Struktur das erste, zweite .... Maximum, im *physikalischen* Sinne *dieselben* Strahlen, trotzdem ihre Neigung verschieden ist, und gebeugte Strahlen, die in verschiedenen Medien dieselbe Neigung zeigen, sind *verschiedene* Strahlen im *physikalischen* Sinne. So liefern die Beugungserscheinungen beim Mikroskop einen neuen experimentellen Beweis für die Giltigkeit des aus dem Prinzip des Aperturäquivalents gefolgerten Satzes, daß in verschiedenen Medien eine ungleiche Verteilung der Strahlung besteht, und daß ein gegebener, in Balsam ausgestrahlter, Lichtkegel mehr Strahlen enthalten kann, als derselbe in Luft ausgesandte Kegel, weil dieselben Strahlen dichter zusammenliegen und weitere hinzutreten.

Die obigen Betrachtungen führen zu folgenden Schlüssen:

1. Der ungleiche Wert gleicher Öffnungs*winkel* weist auf eine verschiedene *Anzahl von Strahlen* hin, die *gleiche* Kegel in verschiedenen Medien infolge einer verschiedenen *Dichtigkeit* der Strahlung in solchen Medien mit sich führen. Dies ist wohl zu unterscheiden von irgend einer photometrischen Bestimmung der in diesen Kegeln enthaltenen *Lichtmenge* — denn diese kann unabhängig davon mit der Beleuchtung des Objekts, der Änderung seiner Oberfläche durch verschiedene Medien u. s. w. wechseln.

2. Ein Kegel mit einer Öffnung, die über den doppelten Betrag des Grenzwinkels für das betreffende Medium hinausgeht, umfaßt einen Überschuß von Strahlen, die in dem Falle, daß sich das Objekt in Luft befindet, der physikalischen Realität ermangeln, weil sie eben *in Luft nicht ausgesandt* werden. Ein Immersionssystem mit großer Öffnung kann daher von einem Objekt in einem [406] dichteren Medium Strahlen ausnutzen, die in dem Falle, daß dasselbe Objekt in Luft liegt oder durch eine Luftschicht hindurch beobachtet wird, für das Bild gänzlich *verloren* gehen, die in der Tat nicht vorhanden sind. *Dieser Verlust kann niemals durch eine Verstärkung der Beleuchtung ausgeglichen werden,* weil die fehlenden Strahlen im physikalischen Sinne *verschieden* von denen sind, die man durch irgend eine noch so starke Beleuchtung in einem Medium wie Luft erhält.

Man hätte naturgemäß erwarten können, daß ein Aperturbegriff — nämlich der *angulare* —, der hinsichtlich der charakteristischen Züge in der Leistung des Mikroskops so unvollständig und irreführend ist, aufgegeben worden wäre. Indem man aber nur die Winkel als wichtig ansah und den Einfluß des Mediums unberücksichtigt ließ, blieben manchen Mikroskopikern selbst solche auf der Hand liegende Wahrheiten verborgen, die längst durch den *praktischen* Gebrauch des Instruments festgestellt waren. Insofern als die Erfahrung von zwei Jahrzehnten die Tatsache über allen Zweifel erhoben hat, daß Immersionssysteme ohne weiteres feine Strukturen auflösen, die selbst das vollkommenste Trockensystem, *wie man auch die Beleuchtung einrichten mag*, nicht erkennen läßt, muß es auffallen, daß heutzutage noch irgendwo die Meinung herrscht, der wahre Vorteil der Immersionsmethode könne in nichts anderem bestehen, als in größerer Bequemlichkeit hinsichtlich des Arbeitsabstandes und in einigem (recht geringem) Lichtgewinn infolge des Fortfalls der Reflexion an der Vorderfläche, — *da ja* der Öffnungswinkel dieser Objektive nicht größer sein könne, als der von Trockensystemen.

Wenn nun jemand meine Ansicht teilte, daß eine rationelle Definition der Apertur nur auf der hier entwickelten Grundlage festgestellt werden könnte, jedoch an dem Ausdrucke *„numerische* Apertur", Anstoß nähme, — aus welchem Grunde es auch sei — so habe ich dagegen nichts einzuwenden, falls man einen *besseren* Ausdruck finden kann. Ich wurde tatsächlich zur Einführung dieses Ausdruckes nur dadurch bewogen, daß ich Mißverständnissen vorbeugen wollte. Er ist in Wirklichkeit nicht einwandsfrei, da das Wort „numerisch" die Vorstellung wachruft, daß eine *besondere* Art der Umschreibung des Aperturbegriffes neben anderen gleichberechtigten bezeichnet werden soll. Von meinem Standpunkte aus müßte man das Aperturäquivalent „Apertur" *sans phrase* nennen, weil es „Apertur *sans phrase*" ist.

VI. Das photometrische Äquivalent verschiedener Aperturen.

Verschiedenheit der Apertur muß natürlich immer einer verschiedenen in das Objektiv eintretenden *Lichtmenge* entsprechen, wofern nur alle Umstände dieselben sind; die Aperturfrage hat so notwendig eine photometrische Seite, die zur Betrachtung des *photometrischen* Äquivalents verschiedener Aperturen oder Öffnungswinkel führt. Es ist jedoch klar, daß man von diesen Gesichtspunkten aus nicht in das wahre Wesen des Aperturproblems eindringt. Die Helligkeit des Bildes (*nur* diese hängt natürlich von dem photometrischen Äquivalent ab) ist gewiß eine praktisch wichtige Sache beim Mikroskop; wenn jedoch eine größere Apertur nichts weiter bedeutete [407], als größere Lichtmenge — wenn kein *spezifischer* Unterschied unter den Strahlen wäre, die von verschiedenen Öffnungen ausgenutzt werden können — so hätte die ganze Frage nur in etwas untergeordnetem Grade Interesse. *Von* einem Objekt wird immer mehr Licht ausgehen, wenn durch Verwendung einer helleren Lichtquelle mehr Licht *auf* das Objekt gelenkt wird.

Insofern als jedoch die Bestimmung des photometrischen Äquivalents bei verschiedenen Aperturen eine neue *Veranschaulichung* des Begriffes der numerischen Apertur bietet, möchte es nützlich sein — schon der Vollständigkeit halber — einen kurzen Abriß, der die Sache betreffenden photometrischen Prinzipien beizufügen, obgleich hier nichts vorgebracht werden kann, das nicht schon längst festgestellt wäre.

1. Im vorigen Jahrhundert stellten BOUGUER[1]) und LAMBERT[2]) die wichtige Tatsache fest, daß bei einer beliebigen Oberfläche mit (sogenannter) *gleichmäßiger Strahlung* die Intensität der ausgesandten *Strahlen nicht* in allen Richtungen dieselbe ist. Das *Emissionsvermögen* und die Intensität der Strahlen (d. h. die Menge Licht, die von einem gegebenen Oberflächenelement innerhalb eines Kegels von gegebenem *kleinem* Winkel ausgeht) ändert sich proportional dem Kosinus des Neigungswinkels, unter dem der Strahl ausfährt. Dieser Satz drückt nur die einfache Tatsache aus, daß eine Fläche mit gleichmäßiger Strahlung dieselbe sichtbare Helligkeit in allen Richtungen zeigt; und daß, wenn die Oberfläche gekrümmt ist (z. B. die der Sonne oder der Porzellanglocke einer Lampe) sie immer in der Projektion als eine Fläche von *gleichmäßiger Helligkeit* erscheint.

Dieses Theorem, das in späterer Zeit von FOURIER, MELLONI und anderen Physikern bestätigt wurde, läßt ohne weiteres erkennen, daß die Lichtmengen, die von einem und demselben Objekt innerhalb von Vollkegeln von verschiedenen Winkeln ausgesandt werden, *nicht* im Verhältnis dieser Kegel stehen, sondern im Verhältnis der Quadrate der *Sinus ihrer halben Winkel*. So steht die gesamte ausgesandte Lichtmenge (die von der ganzen Halbkugel der Strahlung umfaßt wird) und jener Teil, der innerhalb eines Kegels ausgesandt wird, der bis 30° seitlich der Senkrechten reicht (oder 60° Winkel), nicht, wie immer wieder angenommen wird, im Verhältnis von 7,46 : 1 (wie die Vollkegel in der Tat sich verhalten) sondern nur in dem von 4 : 1.

Da die Anzahl der in einem Büschel enthaltenen Strahlen in einem und demselben Medium proportional der photometrischen Lichtmenge ist, reicht dieses altbewährte LAMBERTsche Theorem allein hin, um die eigentliche Grundlage des *angularen* Ausdruckes für die Apertur umzustürzen und zu beweisen, daß sogar, wenn es sich nur um *ein und dasselbe Medium* handelt, *der Winkel* kein hinreichender Ausdruck ist, sondern daß der *Sinus des halben Winkels* genommen werden muß.

2. In neuerer Zeit, 17 Jahre sind es freilich schon her, stellte ein ausgezeichneter, in England wohlbekannter Physiker, R. CLAUSIUS, in einer berühmten Untersuchung: „Über die Concentration von [408] Wärme- und Lichtstrahlen und die Gränzen ihrer Wirksam-

1) „Traité d'Optique sur la Gradation de la Lumière" 1760.
2) „Photometria" 1760.

keit“[1]) einen anderen Satz[2]) über die Strahlung in *verschiedenen Medien* auf, der besagt, daß das *Emmissionsvermögen eines* Körpers — sowohl für Wärme wie für Licht — in verschiedenen Medien nicht dasselbe ist, sondern sich proportional dem Quadrate des Brechungsexponenten ändert, so daß die gesamte Lichtmenge, die von irgend einem Oberflächenelement eines selbstleuchtenden Körpers ausgesandt wird, im Verhältnis von $1 : n^2$ zunimmt, wenn dieser Körper aus Luft in ein dichteres Medium mit dem Brechungsexponenten n gebracht wird. Wenn ein bei konstanter Temperatur glühender Körper, etwa ein Eisenstab, in ein Medium vom Brechungsexponenten 1,5 derart eingetaucht werden könnte, daß die Oberfläche in optischem Kontakt mit dem Medium stünde, und das Auge eines Beobachters ebenso eingetaucht wäre (der Durchmesser der Pupille werde unverändert erhalten und für den Fortfall der Brechung an der Hornhaut Ersatz geschaffen), so würde der Körper *in allen Richtungen* im Verhältnis von 9 : 4 *heller* als in Luft erscheinen.

Das Clausiussche Prinzip gilt ebenfalls für diffuse Strahlung nicht selbstleuchtender Körper, wofern nur ihre innere Struktur und ihre Oberfläche nicht durch das umgebende Medium geändert werden. Ein Objekt, das dieser Bedingung genügt (sonst wäre ja keine konstante Beleuchtung möglich) — z. B. eine polierte Porzellanglasplatte — gibt durch diffuse Reflexion oder durch diffuse Transmission, wenn die Strahlung in Öl oder einem anderen dichteren Medium stattfindet, einen *größeren Teil* des einfallenden Lichtes wieder, als wenn diese in Luft stattfindet, wie man durch ein einfaches Experiment zeigen kann[3]).

Das Prinzip dieser verschiedenen Emission in verschiedenen Medien ist einer allgemein verständlichen Erklärung nicht so unzu-

1) Poggendorffs Ann., 121, [1—44], 1864.

2) [Dieser Satz findet sich bereits im Jahre 1860 bei G. Kirchhoff; vergl. Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Nr. 100: G. Kirchhoff, Abhandlungen über Emission und Absorption, herausgegeben von M. Planck, 1898, S. 33 und 41. K.]

3) Der Verfasser hat Herrn Crisp einen kleinen Apparat für den *augenscheinlichen* Beweis der Tatsache geliefert, daß eine dünne polierte Porzellanglasplatte, die von der Rückseite her beleuchtet wird, von einem gegebenen Flächenstück offenbar eine größere Lichtmenge in einen (aufgekitteten) Kronglasblock strahlt als ein gleiches Flächenstück derselben Platte bei genau derselben Beleuchtung in den Luftraum strahlt. [Eine Beschreibung dieses Apparats nebst einer Abbildung wird in der dritten Abteilung dieser Sammlung gegeben werden.]

gänglich, wie es bei einer oberflächlichen Betrachtung scheinen möchte. „Lichtmenge“ ist die Energie einer Wellenbewegung. Eine „konstante Beleuchtung“ oder gleiche Strahlungsintensität bedeutet *gleiche Amplitude* und gleiche *Wechselzahl* der Schwingung in der strahlenden Oberfläche. Sind diese Umstände gleich, so muß der Betrag der Schwingungsenergie, die von den Wellen zu irgend einem bestimmten Flächenstück, z. B. der ganzen umgebenden Halbkugel geführt wird, abhängen von der *Dichtigkeit* des Fortpflanzungsmediums, in dem die primäre Erregung stattfindet, weil die *lebendige Kraft jeder einzelnen Welle* von gegebener Amplitude im Verhältnis dieser Dichtigkeit größer ist. In der Tat findet man, daß der Klang einer Glocke oder der menschlichen Stimme in der dichten Atmosphäre auf dem Meeresniveau stärker ist, als in der dünnen Luft auf hohen Bergen. Nach der Fresnelschen Theorie wird das Verhältnis der Dichtigkeiten zweier beliebiger Medien hinsichtlich der Fortpflanzung von Lichtwellen [409] durch die *Quadrate der Brechungsexponenten* dieser Medien ausgedrückt.[1])

3. Ferner bewies im Jahre 1874 ein anderer wohlbekannter und ausgezeichneter Physiker, Helmholtz[2]), ein ähnliches Prinzip über das photometrische Äquivalent von Lichtbüscheln, die von einem leuchtenden Punkte aus durch verschiedene Medien *nacheinander* hindurchgehen, und bestätigte dabei einige auf denselben Gegenstand bezügliche Sätze des Verfassers. In dem genannten Falle steht die Lichtmenge, die die *gleichen* vollen Kegel führen, ebenfalls im Verhältnis der Quadrate des Brechungsexponenten der Medien.

Aus diesen anerkannten Theorien der photometrischen Optik sieht man, daß die *Lichtmenge*, die ein Objekt bei einer gegebenen Beleuchtung aussendet, *nicht* durch den Winkel des vom leuchtenden Punkte ausgehenden Kegels gemessen wird, noch auch irgend-

1) Die Annahme *kalter* und *warmer* Luft würde die Übereinstimmung der Umstände für akustische und optische Erscheinungen noch vollständiger machen. Da aber unter dem betrachteten Gesichtspunkte die *causa efficiens* die Dichtigkeit des Mediums ist und nicht die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, so ist der Unterschied unwesentlich.

Die obige populäre Erklärung des Prinzips soll natürlich nicht als wissenschaftlicher Beweis gelten. Sie soll nur zeigen, daß der gesunde Menschenverstand keineswegs auf der Seite der entgegengesetzten Meinung ist. Der Clausiussche Beweis ist überdies unabhängig von der Fresnelschen Hypothese wie auch von anderen Annahmen, die von den Physikern bestritten werden könnten.

2) „Die theoretische Grenze für die Leistungsfähigkeit der Mikroskope“ Poggendorffs Ann. Jubelband, 1874, S. 564.

wie *allein* mit Hilfe des Winkels gemessen werden kann. Die Menge ist unter allen Umständen abhängig vom *Produkt des Sinus des halben Winkels mit dem Brechungsexponenten des Ausstrahlungsmediums* und wird durch das Quadrat dieses Produkts oder durch das Quadrat der „numerischen" Apertur des Büschels ausgedrückt.

Es zeigt sich so, daß das *allgemeine* Aperturäquivalent, das durch den Wert von a definiert wird, gleichzeitig das *photometrische* Äquivalent verschiedener Aperturen angibt.

Das praktische Ergebnis dieser photometrischen Folgerung für das mikroskopische Sehen ist der allgemeine Satz über die *Lichtstärke* des Mikrokops, oder die Helligkeit des mikroskopischen Bildes, der zuerst in der Abhandlung des Verfassers vom Jahre 1873[1]) und in der oben erwähnten von Professor Helmholtz mitgeteilt wurde: —

Wenn die Lichtverluste durch Reflexion und Absorption unberücksichtigt bleiben, so hängt bei einer gegebenen Beleuchtung des Objekts die Helligkeit des mikroskopischen Bildes *nur von dem linearen Durchmesser der durch das System gehenden Lichtbüschel bei ihrem Austritte aus dem Okular ab;* sie ist immer dieselbe, wenn dieser Durchmesser derselbe ist, wie auch die Zusammensetzung des Mikroskops (aus Objektiv, Okular u. s. w.) und die Vergrößerung des Bildes sei. Der Durchmesser des aus der letzten Fläche tretenden Büschels, oder der Querschnitt dieses Büschels, tritt in *sichtbare* Erscheinung in dem sogenannten „Ramsden'schen Kreis" über dem [410] Okular. Wenn dieser Durchmesser größer oder gleich dem Durchmesser der Augenpupille ist, besitzt die Helligkeit ihren *größten* Wert, der nie überschritten werden kann, und es ist dies dieselbe Helligkeit, die man im direkten Sehen mit freiem Auge von irgend einem ausgedehnten Objekt bei derselben Beleuchtung erhielte; und wenn der Durchmesser des aus der letzten Fläche tretenden Büschels der $k$te Teil von dem Durchmesser der Pupille ist, so ist die Helligkeit des Bildes der k^2te Teil der Helligkeit beim Sehen mit unbewaffnetem Auge.

Bezeichnet man mit Δ die konventionelle deutliche Sehweite, mit N die lineare Vergrösserung des in dieser Entfernung entworfenen Bildes, so ist $\frac{\Delta}{N} = \varphi$ die Äquivalentbrennweite des ganzen

1) Arch. f. mikr. Anat. IX (1873), S. 438. [Vergl. Abhandlung III dieser Sammlung, S. 70].

Mikroskops. Wenn dann a die numerische Apertur des eintretenden Büschels (das entweder die ganze Apertur oder nur einen Teil davon ausnutzen mag), so ist der Durchmesser δ des an der letzten Fläche austretenden Büschels in der Ebene des Ramsden'schen Kreises nach Gleichung (7) des Abschnittes **II**

$$\delta = 2\,a\,\varphi;$$

dies ist der Durchmesser, der mit dem der Pupille verglichen werden muß, damit man (durch die Quadrate) das Verhältnis der Helligkeit des mikroskopischen Bildes zu der Helligkeit des freiäugigen Sehens erhält.

Der verschiedene *photometrische* Wert gleicher Winkel in verschiedenen Medien kann an einigen Beobachtungen deutlich gezeigt werden, die zwar schon wohl bekannt sind und von jedem Mikroskopiker angestellt werden können, von denen ich aber doch einige hier anführen möchte.

1. Objekte werden in *gleicher* Helligkeit mit dem freien Auge wie durch das Mikroskop gesehen, mögen sie nun unbedeckt oder durch ein aufgekittetes Deckglas geschützt sein, wofern nur ihre Lichtdurchlässigkeit durch das umgebende Medium nicht geändert wird. (Eine solche Änderung findet z. B. nicht statt bei vollkommen durchsichtigen Teilen oder Elementen eines Präparats.) Offenbar nimmt die Augenpupille oder das Mikroskopobjektiv von einem leuchtenden Punkte in Luft ein Büschel *mit größerem Winkel* als von einem Punkte in Balsam auf; da das letztere Büschel die Winkelöffnung des ersteren durch eine Brechung an der Austrittsfläche erhält, die eine *ausbreitende* Wirkung übt. Der Durchmesser des Objekts unter dem Deckglase wird durch diese Brechung natürlich nicht verkleinert, sondern erscheint noch in derselben Größe; folglich müssen die engeren Büschel, die von dem Objekt in Balsam ausgehen, *dieselbe* Licht*menge* mit sich führen, wie die weiteren Büschel, die in Luft ausgehen.

2. Wenn eine Glashalbkugel auf ein Präparat gekittet wird, und die oben erwähnte Bedingung erfüllt ist, erscheint das Objekt, sowohl durch das Mikroskop wie mit freiem Auge, ebenso hell wie ohne Deckglas. In diesem Falle wird die Divergenz der Büschel bei ihrem Austritt in Luft nicht geändert, und die Augenpupille oder die Linsenöffnung empfängt unter beiden Umständen gleiche Büschel. Da aber die Halbkugel das in ihrem Mittelpunkte befindliche Objekt im [411] Verhältnis von 3 : 2 linear und die Oberfläche im Verhältnis 9 : 4 vergrößert, *sendet* jeder Quadrat-

millimeter des Objekts ebensoviel Licht *aus*, als $2^1/_4$ Quadratmillimeter in Luft. Folglich stehen die von gleichen Vollkegeln in Balsam und in Luft übergeführten Lichtmengen im Verhältnis von 9 : 4.

Wenn gleiche Winkel am Ausgangspunkte der Strahlen in beiden Medien gleiche Lichtmengen anzeigten, so müßte das *unter dem Glase* befindliche Objekt in diesen *beiden* Experimenten (im Verhältnis von 4 : 9) weniger hell erscheinen.

3. Eine dritte Tatsache erläutert das gerade Gegenteil des Vorhergehenden. Wir wollen annehmen, daß eine Oberfläche z. B. ein Blatt weißes Papier von einer Lichtquelle in gegebenem Abstande beleuchtet werde. Dieses wird eine gewisse Erhellung zeigen. Legt man nun eine Glashalbkugel darauf, so zeigt der Teil des Papiers, der in der Nähe des Mittelpunktes der Halbkugel liegt, augenscheinlich eine hellere Beleuchtung. Der Winkel, unter dem die Lichtquelle von dieser Stelle erscheint, wird sicher nicht geändert; die Vollkegel, die nach jedem Punkte des Papiers hin konvergieren, sind noch dieselben. Wenn nichtsdestoweniger auf jeden Quadratmillimeter unter der Halbkugel mehr Licht vereinigt wird, müssen die Vollkegel in Glas mehr Strahlen mit sich führen als gleiche Kegel in Luft.

Von der *Konzentration* der einfallenden Strahlen im Mittelpunkte einer Halbkugel läßt sich natürlich nach den gewöhnlichen dioptrischen Prinzipien volle Rechenschaft geben, ganz ebenso wie von der Vergrößerung eines Objekts im Mittelpunkte. Es steckt kein Geheimnis in diesen Beobachtungen, aber die dioptrische Erklärung stößt die *Tatsache* nicht um, daß eine Ungleichheit der Lichtstrahlen *besteht*, die den gleichen Kegeln in verschiedenen Medien entsprechen.

VII. Beziehung zwischen dem Aperturwert und dem allgemeinen „Abbildungsvermögen" des Mikroskops.

Die Begriffe von „mehr" und „weniger" in bezug auf die Anzahl der in verschiedene Systeme eintretenden Strahlen und die darauf beruhenden Schlußfolgerungen sind, wie wir sahen, ganz unabhängig von rein photometrischen Bestimmungen der *Lichtmengen* (und viel allgemeiner als diese), die sich natürlich nur auf einen Unterschied in der *Helligkeit* der mikroskopischen Bilder beziehen. Noch auch sind diese Schlußfolgerungen in irgend einer

Weise von der vom Verfasser gegebenen Theorie der mikroskopischen Wahrnehmung[1]) abhängig, wenn auch die Beugungserscheinungen oben als *eine* Veranschaulichung und experimentelle Bestätigung des allgemeinen Prinzips angeführt worden sind. Dieses Prinzip hat keinen *wesentlichen* Zusammenhang weder mit irgend einem besonderen Vorgange, aus dem die Strahlung der mikroskopischen Objekte hervorgehen mag, noch mit den Gesetzen, von denen die Entstehung des mikroskopischen Bildes abhängen mag. Bis hierher lautete die Frage nicht, woher *kommt* und wie *wirkt* dieser Überschuß von Strahlen, die von einem gegebenen Balsamwinkel im Vergleich mit demselben Luftwinkel ausgenutzt werden, sondern ist ein solcher Überschuß *vorhanden*. Wenn *dies* einmal festgestellt ist, ist auch die Überlegenheit des ersteren Winkels gegenüber dem letzteren festgestellt. Denn man muß [412] zugeben, daß ein Objektiv von 120° Luftwinkel mehr erkennen läßt, als ein Objektiv von 60°; und daß dem so ist, *weil* es *mehr Strahlen* einläßt, als das letztere. Niemand kann dann leugnen, daß ein System von 60° Balsamwinkel dieselbe Überlegenheit über das System von 60° Luftwinkel zeigen muß, weil es *ebenfalls* mehr Strahlen einläßt, ganz abgesehen von der Frage, *warum* eine Linse mehr erkennen läßt, wenn sie mehr Strahlen einläßt?

Gleichzeitig wird es jedoch nicht ohne Interesse sein, wenn wir hier auf die Betrachtungen eingehen, die zeigen, wie die Aperturfrage eine *allgemeine* praktische Wichtigkeit erhält.

Offenbar wäre die Steigerung des Aperturwertes nicht die Grundlage für den Fortschritt in der Leistung des Instruments, wenn nicht eine *allgemeine* Ursache da wäre, kraft deren solche große Aperturen *ausgenutzt* werden. Nun ist es ganz sicher, daß die Beleuchtung von Objekten mit einfallenden Lichtbüscheln weiter Öffnung, eine solche allgemeine Anwendung *nicht* erfährt. Beim praktischen Gebrauche von Objektiven großer Öffnung, beschränken wir uns meist auf eine Beleuchtung mit ziemlich engen Büscheln, die nur einen *kleinen* Teil des Aperturkegels einnehmen. Wenn wir auf ein zartes Objekt einen Lichtkegel fallen lassen, der die ganze Apertur eines solchen Systems auszufüllen vermag (was natürlich immer mittels eines geeigneten Beleuchtungsapparats bewirkt werden *kann*), werden wir in den meisten Fällen nichts, oder fast nichts sehen. Objektive von großer Öffnung zeigen be-

1) [Abhandlung III, S. 45—100.]

kanntlich mehr als solche von kleiner, *trotzdem* die direkt durchgegangenen Strahlen des Beleuchtungsbüschels nur einen kleinen Teil der freien Öffnung ausnutzen; in vielen Fällen zeigen sie sogar desto mehr, je mehr das einfallende Büschel verengert wird. Darum muß ein anderer Grund ausfindig gemacht werden, wenn von der Tatsache Rechenschaft gegeben werden soll, daß wirklich ein allgemeiner Vorteil in der größeren Apertur steckt.

Was die *gröberen* Objekte angeht, die durch schwache Objektive mit kleiner Öffnung in vollkommener Weise abgebildet werden, so finden wir mehrere Wirkungen, die eine Ausdehnung oder Zerstreuung des einfallenden Büschels auf einen größeren Winkelraum oberhalb des Objekts hervorrufen, besonders Ablenkungen der durchgelassenen Strahlen durch Prismen- oder Linsenwirkung der Elemente. *Diese Wirkungen bestehen jedoch nicht mehr*, wenn wir Objekte mit *feinen* Einzelheiten irgend welcher Art haben. Theorie und Beobachtung führen in gleicher Weise zu dem Schluß, daß sphärische, zylindrische oder prismatische Elemente, die im Durchmesser nicht über einige wenige Wellenlängen hinausgehen, etwas ähnliches wie Ablenkung nach Art von Linsen und Prismen *nicht bewirken können* und auch in der Tat nicht bewirken[1]). In allen Fällen [413], wo die Einzel-

1) Beispielsweise will ich die Erscheinungen an der Schale von Pleurosigma angulatum anführen, die vor acht Jahren zuerst näher behandelt wurden. Der größere Teil der Mikroskopiker nimmt an, daß sie aus Kügelchen zusammengesetzt ist. Man sehe nun *durch* eine solche Schale ein helles, gutbegrenztes leuchtendes Objekt an und beobachte die optischen Wirkungen der Kügelchen auf die durchgelassenen Strahlen. Trotz der Kleinheit der Diatomee läßt sich dies ohne weiteres ausführen. Man stelle mit einem Objektiv von $^1/_8$ Zoll [3 mm] Brennweite ein gutes Exemplar in der Mitte des Gesichtsfeldes ein und bringe, nachdem man das Okular herausgenommen, die Augenpupille an die Stelle des vom System entworfenen Luftbildes der Schale. Dann wird man die lichtgebende Flamme oder die freie Blendenöffnung des Kondensors *durch* die Schale hindurch sehen, da kein Strahl in das Auge gelangen kann, der nicht durch den Teil der Schale gegangen wäre, der zur Fläche der Pupille optisch konjugiert ist. Wofern nicht die Mittelrippe auf das Auge projiziert wird, ist die Flamme oder die Blendenöffnung ebensogut umgrenzt, als wenn man sie durch eine Glasplatte sähe; man bemerkt nicht das geringste abgelenkte oder zerstreute Licht ausgenommen die hellen Beugungsspektra, die sich rund um das mittlere Bild gruppieren.

Es ist zwar nicht *meine* Ansicht, daß die Schale von Pleurosigma angulatum aus Kügelchen besteht; wenn jedoch auch solche Kügelchen vorhanden wären, würden sie keine andere Wirkung haben. Wir können aus der Beobachtung wie aus der Theorie ableiten, daß sehr *feine* Kügelchen, oder cylindrische Fäden den Charakter von *brechenden* Körpern vollständig verloren haben, den Luftblasen, Fetttropfen u. s. w., die bedeutend größer sind, so deutlich zeigen. Die übrig bleibende Wirkung solcher Körper besteht

heiten einer Struktur so fein sind, daß Objektive von großem (oder doch mäßigem) Öffnungswinkel zu ihrer Abbildung *erforderlich* sind, bleibt nur *eine* Ursache übrig, die von einer Strahlung des Objekts in anderen Richtungen, als denen, die von dem einfallenden Büschel umfaßt werden, Rechenschaft gibt, und dies ist die durch die Struktur bewirkte *Beugung* des Lichtes. Vermöge der Beugungswirkung, die bei der Transmission und Reflexion des Lichtes durch irgend eine Struktur (von welcher Zusammensetzung sie auch sei) eintritt, werden die einfallenden sehr dünnen Büschel über einen größeren oder kleineren Teil der Halbkugel oberhalb des Objekts zerstreut, und *so* wird eine Strahlung erzeugt, die für den Fall sehr feiner Elemente die ganze Halbkugel (sogar in einem dichten Medium) ausfüllen und eine beliebig große Apertur auszunutzen vermag. Infolge der Beugungswirkung strahlen mikroskopische Objekte in gewissem Sinne nach Art der selbstleuchtenden Körper aus, und dies trifft um so mehr zu, je kleiner ihre Elemente werden. Was im allgemeinen (und irrtümlicherweise) „diffuse" Strahlung der mikroskopischen Objekte genannt wird, ist — wahrscheinlich mit Ausnahme einiger Sonderfälle, die keine praktische Wichtigkeit für das Mikroskop haben — nichts anderes, als Strahlung infolge der Beugungswirkung, die die einfallenden Büschel oberhalb des Objekts ausbreitet.

Eine richtige Abschätzung der *tatsächlichen* Wichtigkeit der Apertur beim Mikroskop sowie des *praktischen* Wertes einer genauen Definition der Apertur beruht von diesem Standpunkte aus gänzlich auf der Betrachtung der Beugungserscheinungen beim Mikroskop. Alle Aperturäquivalente oder Öffnungswinkel, die über eine sehr mäßige Größe hinausgehen, wären bedeutungslose und tote Dinge, wenn es nicht einen allgemeinen physikalischen Vorgang gebe, kraft dessen die Objekte solche Strahlen *aussenden*, die nur von großen Öffnungen aufgenommen werden *können*. Gleichzeitig bedeutet offenbar der ursprüngliche Begriff der Apertur, der die Fähigkeit eines Objektivs, die von den Objekten ausgehenden Strahlen aufzunehmen, ausdrückt, praktisch nur die *eine* Funktion, einen größeren oder kleineren Teil der *gebeugten Strahlen* aufzunehmen, deren Winkelausbreitung durch die Objekte

nur in Verzögerung und Beschleunigung der durchgelassenen Wellen kraft des *Unterschiedes* ihres eigenen Brechungsexponenten und desjenigen für das umgebende Medium; dies ist aber *eine* der Bedingungen dafür, daß *Beugung* eintritt.

erfolgt. Es gibt keinen anderen allgemeinen Vorteil großer Aperturen, weil es keine andere Ursache für die von den Objekten herrührende Lichtzerstreuung gibt, ohne die die Ausnutzung großer Öffnungskegel nicht möglich wäre. Beugung tritt jedoch allgemein ein, wo immer auch die streng gleichförmige Ausbreitung von (durchgelassenen oder reflektierten) Lichtwellen gestört wird, indem sie auf undurchsichtige oder nicht ganz undurchsichtige [414] Elemente oder auch auf durchsichtige Elemente von ungleicher Brechung treffen, die ungleichmäßige Verzögerungen der Wellen hervorrufen.

Wenn man festhält, was oben (Abschnitt **V**) über die verschiedene Winkelausbreitung von *homologen* gebeugten Strahlen in verschiedenen Medien gesagt wurde und sich daran erinnert, daß dies für *jede* Art lichtbeugender Strukturen gültig bleibt, mögen sie regelmäßig oder unregelmäßig zusammengesetzt sein, so ist leicht einzusehen, daß die numerische Apertur ebenso wie sie das Verhältnis von Öffnung zur Brennweite angibt, gleichzeitig auch den wahren Wert verschiedener Aperturen inbezug auf den größeren oder kleineren Teil des durch eine beliebige gegebene Struktur gebeugten Lichtes angibt, den ein Objektiv aufzunehmen und zum Bilde zu vereinigen *imstande ist*.

Die praktische Wichtigkeit der Aufnahme einer größeren oder geringeren Anzahl gebeugter Strahlen hinsichtlich des von einem Objektiv entworfenen Bildes ist bereits durch viele Experimente mit mannigfaltigen mikroskopischen Präparaten gezeigt worden. Versuche dieser Art müssen natürlich auf Strukturen beschränkt werden, die die Möglichkeit bieten, die gebeugten Strahlen und den Einfluß, der durch ihre Zulassung oder Ausschließung ausgeübt wird, unmittelbar zu beobachten. Dies ist nur der Fall bei regelmäßigen periodischen Strukturen, die aus einer Menge ähnlicher Elemente zusammengesetzt sind, weil nur diese *helle* und *deutlich unterschiedene* Beugungsspektra liefern, die aus getrennten, wohlbegrenzten hellen Flecken mit charakteristischen Farben bestehen. Unregelmäßige Strukturen oder nur aus wenigen Elementen bestehende Objekte, rufen ebenfalls eine Beugungswirkung hervor, bei der die Winkelausdehnung der Strahlen nicht geringer ist; diese liefern aber keine deutlichen Beugungsspektra noch hinreichend lichtstarke Büschel, die bequem zu beobachten sind. Die experimentelle Untersuchung des Gegenstandes muß daher auf die *besondere* Wirkung der Aperturfunktion beim Mikroskop beschränkt werden, die bei der Abbildung von Linien, Streifungen, Felderungen und ähnlichen regelmäßigen Strukturen hervortritt und als das „Auflösungsvermögen" der Objektive bekannt ist. Das Studium dieser besonderen Form der Beugungserscheinungen und ihres Einflusses auf das mikroskopische Bild liefert jedoch gleichzeitig ein Beispiel, in dem sich die Aperturfunktion in ihren *allgemeinen* Zügen darstellt. Auf diese Weise wird gezeigt, daß die Zulassung oder Ausschließung verschiedener Teile des Beugungsbüschels, das von einem Objekt ausgeht, einen tatsächlichen Einfluß auf die Abbildung haben *kann*, weil sie einen solchen Einfluß bei einigen Arten von Objekten tatsächlich *hat*.

Da demnach der *praktische* Wert der Steigerung der Apertur in der vermehrten Zulassung des von den Objekten gebeugten Lichtes besteht, hat es für die richtige Wertung der Apertur von diesem praktischen Gesichtspunkte aus besondere Wichtigkeit, eine deutliche Antwort auf die Frage zu finden: *Was* ist der Vorteil dieser vermehrten Zulassung für die *allgemeine* Leistung des Mikroskops, abgesehen von der Abbildung von Linien und Felderungen bei Diatomeen und ähnlichen Objekten, von denen man behaupten könnte, sie hätten nur für einige wenige Leute Interesse? Das Schlußergebnis der Untersuchung dieses Gegenstandes durch den Verfasser ist in [415] einer andern Abhandlung[1]) entwickelt. Um jedoch hier eine zusammenfassende Vorstellung von dem Vorteile, der auf der gesteigerten Apertur beruht, zu geben und darauf hinzuweisen, *welche* Bedeutung für das allgemeine Interesse am mikroskopischen Sehen die Verschiedenheit des gebeugten Lichtes hat, das für das Bild ausgenutzt wird, führe ich hier kurz einige Sätze an, die in jener Abhandlung durch Theorie und Experiment festgestellt sind:

1. *Vollkommene Aehnlichkeit* zwischen dem mikroskopischen Bilde und dem Objekt d. h. eine in aller Treue vergrößerte Projektion des Objekts durch das Mikroskop hängt *stets* davon ab, daß das Objektiv die *Gesamtheit* der gebeugten Strahlen, die die Struktur auszusenden vermag, aufnimmt und ausnutzt.

---

1) „Die Grenzen der geometrischen Optik in der Theorie des Sehens und der optischen Instrumente". Jena 1881. [Vergl. Abhandlung XIV, S. 312.]

2. In allen Fällen, wo ein Teil des vollständigen Beugungsfächers, der zu einer gegebenen Struktur gehört, *verloren* geht, wird das Bild mehr oder weniger *unvollständig* und dem Objekt *unähnlich* sein; diese Unähnlichkeit wird im allgemeinen desto größer sein, je kleiner der Bruchteil des eingelassenen Lichtes ist. Haben wir es mit periodischen Strukturen zu tun, so wird der Ausschluß aller gebeugten Strahlen, mit Ausnahme des mittleren (ungebeugten) Strahles des Beugungsfächers, die Einzelheiten des Bildes zum Verschwinden bringen. Bei Strukturen irgend welcher Art (regelmäßigen oder unregelmäßigen) wird das Bild die Anzeichen feinerer Einzelheiten in dem Maße verlieren, als die peripheren (stärker abgelenkten) Strahlen des Beugungsspektrums oder Beugungsbüschels mehr und mehr ausgeschlossen werden.

Z. B.: Wenn die Feinheit einer Streifung, eines Gitters oder einer Diatomee hart an der Grenze des Abbildungsvermögens einer gegebenen Apertur liegt (d. h. wenn der Linienabstand nicht viel größer als $\frac{\lambda}{2a}$ ist), so wird das Bild immer durch nur *zwei* gebeugte Strahlen erzeugt (wenn es auf hellem Grunde liegt, durch den direkten, ungebeugten Strahl und *einen* spektral zerlegten Strahl). In diesem Falle sieht die Streifung immer so aus, als wenn die dunkleren und helleren die Streifung bildenden Zwischenräume sehr nahe von *gleicher* Breite wären, obschon der Anblick eines *vollständigeren* Bildes derselben Struktur, wie man es mit Hilfe einer größeren Apertur erhält, uns lehren würde, daß die Größenverhältnisse der abwechselnden Streifen *sehr* verschieden sind.

Es mag hier noch ein Beispiel folgen: Der Beugungsfächer von Körperchen oder Fäden (z. B. von Bakterien oder Geißeln), die einzeln auf hellem Grunde liegen, muß genau identisch sein mit dem gleichgroßer und gleichgeformter Löcher oder Spalten, die auf dunklem Grunde liegen, und es muß, wie die Theorie lehrt, eine stetige und nahezu gleichförmige Zerstreuung des gebeugten Lichtes über die ganze Halbkugel eintreten, wofern der Durchmesser des Objekts sehr klein (ein Bruchteil von λ) ist; und dies würde sogar der Fall sein, wenn das Medium den höchsten bekannten Brechungsexponenten besäße. Solche Objekte *können* gesehen werden, wie klein sie auch immer sein mögen; [416] es ist dies nur eine Frage des Kontrastes in der Lichtverteilung, der guten Definition

der Objektive und der Empfindlichkeit der Netzhaut[1]). In allen Fällen aber, wo diese Objekte tatsächlich gesehen werden, erscheinen sie zu groß, weil in jedem Medium, dessen Brechungsexponent nicht ein bedeutendes Vielfaches der Einheit ist, ihr Beugungsspektrum unvollständig ist. Ähnliche Objekte mit größerem Durchmesser, sagen wir 10 λ, werden von Objektiven mit vollkommener Definition in ihrer *genauen* Größe abgebildet, weil das Licht in diesem Falle, selbst bei einem Medium wie Luft, sich in merklicher Intensität nicht weit von dem direkt durchgehenden Strahle ausbreitet, und so der *ganze* Beugungsfächer von einer mäßigen Apertur aufgenommen werden kann.

3. Wenn nur ein Teil des gesamten von einer Struktur gebeugten Lichtes ausgenutzt wird, so ist das Bild eine in aller Treue vergrößerte Projektion einer *anderen* Struktur, nämlich einer Struktur, bei der (wenn sie physische Existenz hätte) die *Gesamtheit* der *gebeugten Strahlen* durch die *ausgenutzten* gebeugten Strahlen der fraglichen Struktur dargestellt würde.

Z. B. wenn Pleurosigma angulatum, das entweder in Balsam eingebettet oder an das Deckglas angeschmolzen sei, von einem axial einfallenden Büschel beleuchtet wird, so wird es durch ein Immersionssystem großer Öffnung mittels eines direkten unabgelenkten Strahles und der ihn umgebenden sechs gebeugten Strahlen abgebildet. Das Bild, das man erblickt, ist nicht eine richtige Wiedergabe der wirklichen (ganz unbekannten) Struktur der Schale; sondern es ist eine in aller Treue vergrößerte Projektion *derjenigen* Struktur, die (falls sie künstlich hergestellt werden könnte) einen einfallenden Strahl durch ihre Beugungswirkung in einen Fächer (oder genauer in eine „Gruppe") auflösen würde, der aus dem direkt durchgehenden Strahle und den erwähnten sechs abgelenkten Strahlen und *nur aus diesen* besteht. Wenn wir die Schale mit einem schräg einfallenden Büschel beleuchten, werden einige von den sechs Spektren durch den Rand der Öffnung abgeblendet, und ein oder zwei andere von stärkerer Ablenkung (die im ersteren Falle außerhalb der Öffnung blieben) werden aufgenommen,

1) Zur Richtigstellung der Tatsachen sei bemerkt, daß weder Professor HELMHOLTZ noch der Verfasser jemals von einer Grenze der „Sichtbarkeit" gesprochen haben (eine Annahme, der man allerdings so häufig begegnete), sondern es war nur von einer Grenze der sichtbaren „Trennung" die Rede.

wenn die Öffnung genügend groß ist. Der *wirksame* Teil der Gruppe von Beugungsspektren ist jetzt sehr unsymmetrisch. Das Bild, das man *jetzt* sieht, ist die getreue Projektion derjenigen *andern* Struktur, deren *vollständige* Beugungswirkung in dieser unsymmetrischen Gruppe enthalten wäre, deren Strahlen sowohl der Anzahl wie der Helligkeit nach mit den aufgenommenen Strahlen identisch wären.

Die große Mannigfaltigkeit des Aussehens, die ein und dasselbe Objekt nur infolge veränderter Beleuchtung zeigt, wird durch den obigen Satz vollständig erklärt und bestimmt.

Folgendes diene als ein zweites Beispiel: Ein sehr dünner Faden, sagen wir eine feine Geißel, dessen Durchmesser nur den Bruchteil einer Wellenlänge betrage, wird selbst mit sehr großer Apertur unter bedeutender Vergrößerung des Durchmessers abgebildet. Das Bild ist die *getreue* Abbildung eines *anderen* Fadens, (dessen optische Beschaffenheit theoretisch berechnet werden kann) der einen Beugungsfächer liefern würde, der genau dem tatsächlich vom Objektiv aufgenommenen gleichen würde, aber [417] an der Grenze des Öffnungskegels *plötzlich abbricht* (indem die Intensität des abgelenkten Lichtes bei einer bestimmten Neigung plötzlich auf Null sinkt). Die Theorie lehrt, daß ein fadenförmiges Objekt, das einen solchen besonderen Diffraktionseffekt zu liefern vermöchte, (andere Unterschiede mögen nicht in Betracht gezogen werden) jedenfalls *größere* Breite besitzen muß, als ein anderes, das die ununterbrochen vollständige Zerstreuung des Lichtes bewirkt[1]).

4. Solange die Abmessungen aller unterschiedlichen Elemente einer Struktur große Vielfache der Wellenlänge betragen, verlaufen alle gebeugten Strahlen von merklicher Intensität innerhalb eines engen Kegels um die Richtung des einfallenden Strahles, aus dem sie hervorgehen. In einem solchen Falle genügt ein kleiner Öffnungswinkel, um das *Ganze* einzulassen. Die Bilder solcher *groben* Objekte (oder ihrer gröberen Teile) sind also immer dem Objekt vollkommen ähnlich, d. h. *in aller Treue* vergrößerte Projektionen.

5. Wenn die Durchmesser der Elemente einer Struktur (oder einiger ihrer Elemente) auf immer kleinere Vielfache der Wellenlänge für das Objektmedium herabsinken, erfährt das aus einem einfallenden Strahle hervorgehende Beugungsbüschel eine immer größere Winkelausbreitung (oder mit anderen Worten, die gebeugten Strahlen rücken mehr nach der Seite); und wenn dieser Durchmesser auf einige wenige Wellenlängen sinkt, vermag selbst die Halbkugel nicht die *ganze* der Struktur zukommende Beugungswirkung zu umfassen. In diesem Falle kann man das *Ganze* nur erhalten, indem man die Wellenlänge verkleinert, d. h. indem man den Brechungsindex des umgebenden Mediums so weit vergrößert, daß die linearen Dimensionen der Objektelemente ein großes Vielfaches der *verkleinerten* Wellenlänge werden. Bei sehr feinen Strukturen ist der in Luft, ja selbst in Wasser oder Balsam mögliche Beugungsfächer nur ein größerer oder kleinerer *mittlerer* Teil des ganzen möglichen Beugungsfächers, der jenen Strukturen entspricht und mit einem Medium von viel kürzerer Wellenlänge auch erhalten werden könnte. Unter diesen Umständen kann kein Mikroskop mit noch so großem Balsamwinkel ein *vollständiges oder genau ähnliches Bild* liefern.

Diese Sätze beziehen sich auf Strukturen aller Art von irgendwelcher physikalischen und geometrischen Zusammensetzung, auch isolierte Elemente von beliebiger Form sind nicht ausgeschlossen, sie umfassen sämtliche Objekte, die bei mikroskopischen Untersuchungen vorkommen.

[418] Sie begründen daher eine ganz allgemeine Bedeutung des Aperturäquivalents. Der Wert von a ($= n \sin u$) gibt die Anzahl der Strahlen an, für die ein Objectiv aufnahme*fähig* ist. Die Strahlen, die tatsächlich aufgenommen werden, (sodaß der Öffnungskegel wirklich ausgenutzt wird) sind größere oder kleinere Teile der von den Objekten erzeugten Beugungsbüschel. Je größer oder kleiner der aufgenommene oder ausgenutzte Teil

1) Die auf allgemeinerer Grundlage entwickelte Diffraktionstheorie lehrt, daß es immer eine Struktur gibt, die so beschaffen ist, daß sie ihre *volle* Beugungswirkung entfaltet, indem sie irgend welche gegebene Beugungsspektra hervorruft, mögen sie selbst des Zusammenhanges entbehren oder unvermittelt aufhören, z. B. jenen Teil der tatsächlich vorhandenen Beugungsspektra einer anderen Struktur, der nach Ausschluß eines bestimmten anderen Teiles übrig bleibt. Derartige unstetige Beugungsspektra erhält man nicht mit Strukturen, deren Beugungswirkung (wie bei einem gewöhnlichen Gitter) einzig auf *Ausscheidung* von Strahlen infolge der Verschiedenheit der Absorption für die einzelnen Elemente beruht. Man erhält sie aber mit Strukturen, die gleichzeitig verschiedene *Verzögerung* der durchgelassenen Wellen infolge von ungleicher Dicke oder ungleichem Brechungsindex der durchsichtigen Elemente verursachen.

dieser Strahlen ist, desto größer oder kleiner ist die Ähnlichkeit zwischen Objekt und Bild. Folglich gibt das Aperturäquivalent ein Maß für das eigentliche Leistungsvermögen des Mikroskops. Es *mißt* den Grad, in dem ein gegebenes Objektiv fähig ist, eine getreue, vollständige Abbildung von Strukturen in *gegebener* Feinheit zu erzeugen, und andererseits ist das Verhältnis von *a* bei verschiedenen Objektiven das genaue Maß für den verschiedenen *Feinheitsgrad* von Struktureinzelheiten, die sie abzubilden vermögen, sei es, daß das Bild vollkommen ähnlich, sei es, daß es in beliebig hohem, aber *gleichem* Grade unvollständig wird; natürlich ist vorausgesetzt, daß die rein dioptrischen Bedingungen für die Abbildung (Definitionsvermögen, Vergrößerung u. s. w.) dieselben sind.

Die numerische Apertur ist also der wahre und allgemeine Ausdruck für das „Abbildungsvermögen" des Mikroskops.[1])

VIII. Die Unabhängigkeit der Leistung des Mikroskops von den Winkeln als solchen.

Durch die vorstehenden Betrachtungen ist festgestellt, daß von allen untersuchten Gesichtspunkten aus nicht der *Winkel* die wahre Grundlage für die Vergleichung von Objektiven abgibt. Er eignet sich dazu weder hinsichtlich der Apertur im allgemeinen,

1) Um einen kurzen Ausdruck für die Fähigkeit zu haben, die von dem Aperturwert der Objektive abhängt, gebraucht der Verfasser die Bezeichnung „Abbildungsvermögen". Das Wort „Auflösungsvermögen" [resolving power] hat nach englischem Sprachgebrauche einen zu beschränkten Sinn, da im allgemeinen damit die Vorstellung verbunden wird, daß es sich um die Möglichkeit oder Unmöglichkeit der Abbildung von Streifen, Felderungen oder ähnlichen Dingen handelt. In diesem beschränkten Sinne ist das Auflösungsvermögen die *besondere* Art, wie die allgemeine Funktion der Apertur bei *periodischen* Strukturen in Erscheinung tritt, deren Beugungsfächer aus einer Anzahl *getrennter* Büschel besteht (Maxima zweiter Ordnung), die sich um das ungebeugte Büschel gruppieren (das Maximum erster Ordnung in FRAUNHOFERS Ausdrucksweise).

Der andere Ausdruck „Definition", mit dem einige Mikroskopiker die Idee einer allgemeineren optischen Leistungsfähigkeit der Objektive verbinden, wird, wie in Deutschhland üblich, besser für die Bezeichnung der Eigenschaft vorbehalten, die sich auf die Erzeugung gut „definierter" Bilder, d. h. die mehr oder weniger vollkommene Vereinigung *aller* aufgenommenen Strahlen zu *scharfen* Bildpunkten bezieht. Diese Eigenschaft, für die man auf alle Fälle einen bestimmten Namen braucht, beruht auf der rein dioptrischen Vollkommenheit eines Systems (gute Aufhebung der sphärischen und chromatischen Abweichung u. s. w.). Sie gibt sich in der Deutlichkeit aller Bildelemente, *großer sowohl als kleiner*, kund und hat natürlich nichts mit der Apertur zu tun. Ein Objektiv kann die beste Definition, aber trotzdem ein geringes Abbildungsvermögen

insofern deren Begriff irgend etwas mit Öffnung zu tun hat, noch hinsichtlich der, vom System aufgenommenen, Anzahl der Strahlen (im geometrischen Sinne) oder der Lichtmenge (im photometrischen Sinne); [419] noch auch hinsichtlich des eigentlich wesentlichen in der Leistung des Mikroskops, des Abbildungsvermögens der Objektive. Dies schließt natürlich den Gedanken nicht aus, daß es ein *anderes* Element in der Leistung des Mikroskops gebe, das nicht von dem Aperturwert, sondern von dem Öffnungs*winkel* in seiner Eigenschaft als Winkel abhängt; und wenn ein solches Element gefunden würde und man zeigen könnte, daß es nach irgend einer Richtung hin für das mikroskopische Sehen von praktischer Wichtigkeit wäre, so würde die Winkelöffnung gleichfalls Beachtung verdienen. Bis in die jüngste Zeit hinein hat unter einigen englischen Mikroskopikern die Meinung geherrscht, daß es ein solches Element gibt, — daß in der Wirkungsweise des Mikroskops es tatsächlich etwas gibt, für das der höhere *Grad von Schiefe* der eingelassenen Strahlen, der mit einem größeren Öffnungswinkel verbunden ist, ein Vorteil wäre.

Die Frage, ob es ein solches *x* wirklich gibt — das mit dem Namen des „dem Winkel entsprechenden Umfassungsvermögens", des „Ringsherumsehens"[1]) und ähnlichen Ausdrücken belegt wurde, oder ob es ein solches nicht gibt, kann sogleich auf rein praktische Weise erledigt werden. Wenn es nicht nur ein Phantasiegebilde ist, muß man es im Mikroskop an wirklichen Präparaten zeigen können — ebenso wie die Vergrößerung der Öffnung, die Vermehrung des Lichtes oder die Steigerung des Abbildungsvermögens mit wachsendem Aperturwert gezeigt werden kann.

Hierfür steht augenscheinlich ein weiter Spielraum offen. Das Bereich der dem Winkel entsprechenden Umfassung[2]) ist sicher bei einem weit geöffneten Trockensystem größer als bei

besitzen, wenn seine Apertur verhältnismäßig klein ist. Soll anderseits ein *hohes* Abbildungsvermögen oder die *Ausnutzung* einer großen Apertur *tatsächlich* zur Geltung kommen, so ist offenbar eine *gute* Definiton ebenso wie eine gewisse Vergrößerung erforderlich. Andernfalls würden die feineren Elemente, deren Abbildung durch große Öffnungskegel *möglich* ist, durch die Zerstreuungskreise aus dem Bilde ausgelöscht werden, ebenso wie sie bei zu schwacher Vergrößerung *unsichtbar* bleiben würden.

1) [Die englischen Ausdrücke „angular grip" und „all-round vision" lassen sich ohne längere Umschreibung kaum anders übersetzen. Vergl. auch Abhandlung XVIII dieser Sammlung].

2) [D. h. der Teil der Oberfläche des Körpers, der direkte Strahlen ins Objektiv zu senden vermag. K.]

einem Objektive mit 90° Balsamwinkel; und er verringert sich immer mehr, wenn Präparate mit einem und demselben Objektiv nacheinander in Wasser, Balsam und gar Monobromnaphthalin beobachtet werden. Wenn nun die Winkel als solche *irgendwie* wirksam wären, so müßte *etwas verloren* gehen, wenn wir die Beobachtungsbedingungen in der oben angegebenen Reihenfolge ändern, und es müßte bei der entgegengesetzten Reihenfolge *etwas gewonnen* werden, vorausgesetzt, daß alle anderen Umstände dieselben wären: *Was* ist der Vorteil des vollständigen „Ringsherumsehens" eines Trockensystems von 170° Öffnungswinkel gegen ein Immersionssystem von mäßigem Winkel, und *was* geht verloren, wenn ein Objekt statt in Luft in Balsam beobachtet wird?

Kein Mikroskopiker hat bisher dieses x nachgewiesen. Wenn ein Objekt, dessen eigener Brechungsindex nicht viel von 1,5 verschieden ist, in Balsam eingebettet wird, so wird natürlich die Strahlung dieses Objekts und besonders die Intensität der Beugungswirkung seiner Struktur geändert, ja sie kann völlig ausgelöscht werden; so kann es kommen, daß seine Beobachtung schwieriger wird, oder das Bild sogar ganz verloren geht. Was *so* verloren geht, wird jedoch sogleich wiedergewonnen, wenn wir den Balsam durch eine Substanz von noch höherem Brechungsindex ersetzen, obgleich der Winkel *noch mehr* verkleinert wird.

Die obigen Betrachtungen reichen zu der Feststellung hin daß eine besondere Wirkung, die der Winkel als solcher beim Mikroskop hätte, nicht vorhanden ist. Die Frage kann jedoch erschöpfender erledigt werden, indem man die Sache zurückverfolgt und sieht, wie man in Wirklichkeit auf diesen Einfall gekommen ist. Dieser ist gewiß nicht in Gründen, die auf Beobachtung, sondern [420] in Gründen, die auf Spekulation und Analogie beruhen, zu finden. Die Mikroskopiker haben auf die Winkel Gewicht gelegt, nicht weil ein besonderer Vorteil infolge eines höheren Grades der Schiefe der Strahlen zum Objekt *gefunden* worden wäre, sondern weil man einen solchen Vorteil im Hinblick auf die Vorgänge beim gewöhnlichen Sehen als eine unvermeidliche Notwendigkeit *annahm*. Die Vorsprünge einer Mauer erkennt man deutlicher, wenn man in schräger Richtung sieht, oder wenn ein schräger Strahleneinfall Schatten von ihnen entwirft. Man nimmt an, daß beim Mikroskop mit schrägem Sehen und mit schrägem Einfalle der beleuchtenden Strahlen eine ähnliche Wirkung verbunden sein müsse, und daß folglich ein höherer Grad von Schiefe

im Öffnungswinkel *notwendig* ein Vorteil beim mikroskopischen Sehen sei, auch wenn wir nicht imstande sind, ihn unmittelbar zu beobachten. Diese Meinung erhält übrigens *scheinbar* eine starke Stütze durch die wohl festgestellte Tatsache, daß wir bei vielen Objekten mit einem schief einfallenden Büschel feinere Einzelheiten sehen, als wir mit demselben Objektiv mittels zentral einfallenden Lichtes sehen können. Überdies gibt es bei einem größeren Öffnungswinkel eine größere *Mannigfaltigkeit* von Richtungen, unter denen abbildende Büschel vom Objekt ausgehen, und man *nimmt an*, daß die größere Mannigfaltigkeit der perspektivischen Ansichten, die scheinbar in dem mikroskopischen Bilde vereinigt sind, zur Aufdeckung von Struktureinzelheiten führen und den Eindruck der *Körperlichkeit* im Bilde in ähnlicher Weise verstärken müsse, wie es durch das binokulare Sehen geschehe, um so mehr, da die Objekte dem Beobachter näher liegen und der Konvergenzwinkel der Augenachsen vergrößert sei. Durch den Ausdruck des „Ringsherumsehens" wird die Vorstellung erweckt, daß bei der Beobachtung von Objekten mit weit geöffneten Objektiven das Präparat von hundert Augen umgeben ist, und daß die verschiedenen Ansichten, die diese von dem Objekt erhalten, sich im mikroskopischen Bilde vereinigen. Wenn diese Vorteile existierten, müßten sie natürlich von den Winkeln als solchen abhängen und nicht von den Aperturäquivalenten.

Diese Ansichten verraten eine sehr genügsame Auffassung der eigentümlichen Wirkungsweise großer Aperturen. Indessen muß betont werden, daß alle diese Meinungen zu den ehrwürdigen Reliquien einer vergangenen naiven Periode der mikroskopischen Wissenschaft gehören, deren Kennzeichen eine unerschütterliche Überzeugung von der Gültigkeit der Hypothese war, daß das mikroskopische Sehen im wesentlichen dasselbe wie das gewöhnliche Sehen wäre, d. h. von denselben Gesetzen beherrscht und auf dieselben Bedingungen gegründet wäre, die man aus den optischen Erscheinungen an irgend welchen *großen* Körpern entnehmen könne. Die Untersuchung der Natur des mikroskopischen Sehens, die der Verfasser gemeinsam mit seinem Freunde, Dr. Zeiss, vor einigen Jahren begann und seitdem immer weitergeführt hat, zeigte sogleich die Unhaltbarkeit der Hypothese, da sich Tatsachen, die mit ihr unvereinbar waren, herausstellten; und es fand sich ferner, daß sie im direkten Widerspruche mit den am besten gesicherten Prinzipien der physikalischen Optik steht.

Die in meiner ersten Abhandlung (vom Jahre 1873[1]) erwähnten Beobachtungen und Versuche stellen die Tatsache fest, daß wir, insoweit die Apertur beim mikroskopischen Sehen *wirksam* ist, nichts derart wie Schattenwirkungen oder andere Anzeichen von *Körperlichkeit* im Bilde finden. Der Vorteil schiefer [421] Beleuchtung beruht, wie sich zeigt, *einzig* auf der Tatsache, daß bei einem schief einfallenden Büschel das Objektiv gebeugte Strahlen aufnehmen kann, die bei derselben Apertur, wenn das Büschel senkrecht zur Objektebene einfällt, verloren gehen. Es ist durch mannigfache Versuche sichergestellt, daß die besonderen Wirkungen, die von schiefer Beleuchtung herrühren, *immer* auftreten, selbst dann, wenn infolge der wohlbekannten Struktur der Objekte weder Schattenwirkungen noch ähnliche Erscheinungen möglich sind. Überdies ist direkt gezeigt worden, daß der Vorteil dieser Art von Beleuchtung keineswegs von der Schiefe als solcher abhängt. Wäre dem so, so würde dies mit Notwendigkeit die Folgerung nach sich ziehen, daß derselbe Vorteil mittels eines axialen Büschels zu erreichen wäre, wenn das Präparat gegen die Achse des Mikroskops *geneigt* würde. Tatsächlich verhält es sich jedoch so, daß, wenn eine Struktur (von beliebiger Art) in der gewöhnlichen Stellung bei zentraler Beleuchtung durch ein Objektiv mit gegebenem Öffnungswinkel, sagen wir 40°, *nicht* abgebildet wird, sie auch *nie und nimmer* durch jenes Objektiv abgebildet wird, wenn das Objekt um irgend einen Winkelbetrag geneigt wird, *auch dann, wenn es in der ersten Stellung durch ein anderes Objektiv von nur wenig größerer Apertur abgebildet wird.*

Von allen Versuchen abgesehen, führen die ersten Prinzipien der Wellentheorie des Lichtes zu demselben Schluß. Die Gesetze der geradlinigen Ausbreitung des Lichtes, der Reflexion und Brechung sind keine *unumschränkt* gültigen Gesetze. Es sind Gesetze, die davon ausgehen und abhängen, daß ein bestimmtes *Größenverhältnis* zwischen den Wellenlängen und den *absoluten* Dimensionen der Objekte besteht, von denen die Lichtwellen absorbiert, reflektiert oder gebrochen werden. Sie gelten nur, wenn diese Objekte *große* Vielfache der Wellenlänge darstellen. Bei feinen Elementen, die nur einen Bruchteil von λ oder nur einige Wellenlängen groß sind, finden wir nichts derart wie Schatten oder ähnliche körperliche Wirkungen (auch keine Brechungen

1) [Vergl. Abhandlung III dieser Sammlung, S. 45—100].

nach Art von Prismen und Linsen); und zwar erklärt sich dies aus demselben Grunde, aus dem wir hinter einem Baumstamme keinen *akustischen* Schatten außer von sehr hohen Tönen wahrnehmen. Licht- sowohl wie Schallwellen gehen um Hindernisse herum, deren Dimensionen nicht große Vielfache ihrer eigenen Länge sind.

Der Annahme einer besonderen Wirksamkeit der Schiefe beim mikroskopischen Sehen, die sich von der Analogie schiefen Sehens und schiefer Beleuchtung bei gewöhnlicher Augenbeobachtung herleitet, fehlt so jede vernünftige Grundlage.

Betrachten wir die andere Ansicht, die durch die Analogie von den das Objekt allseitig umgebenden 100 Augen veranschaulicht wird, so finden wir auch bei dieser einige sehr schwache Punkte. Insbesondere wird ein kleiner Unterschied übersehen. Nehmen wir an, diese 100 Augen würden gleichzeitig gebraucht und erhielten auf ihren Netzhäuten 100 verschiedene Ansichten des Objekts, und nehmen wir ferner an, daß sich diese verschiedenen Bilder *auf derselben Netzhaut vereinigten* — wie es beim Mikroskop der Fall ist; dann wird es verständlich, *worin* der Vorteil von solchem „Ringsherum" oder körperlichen Sehen besteht. In demselben Maße als wirkliche Unterschiede unter den mannigfachen Bildern vorhanden wären, würde das *Gesamt*bild immer verwaschener werden und [422] auf alle Fälle weniger erkennen lassen, als irgend *eines* der Teilbilder sichtbar machen könnte. Allein die Tatsache, daß man mit großen Aperturen deutliche und gut definierte Bilder erhält und daß solche großen Aperturen zur Beobachtung sehr feiner Strukturen erforderlich sind, zeigt sofort die Unhaltbarkeit der Auffassung, die deren Wirkung solchen Umständen zuschreibt, wie sie dem körperlichen Sehen mit freiem Auge oder mit dem binokularen Mikroskop eigen sind. In allen Fällen, sei es im Mikroskop oder auf andere Weise, wo wir infolge der verschiedenen perspektivischen Projektion verschiedener Bilder den Vorteil des körperlichen Sehens genießen, liegt dies nur daran, daß wir diese verschiedenen Bilder mit *verschiedenen* Augen sehen.

Es gibt noch einen anderen Gesichtspunkt, unter dem der wesentliche Unterschied zwischen dem mikroskopischen Sehen bei großen Öffnungen und dem auf Verschiedenheit der perspektivischen Ansichten beruhenden gewöhnlichen Sehen sehr deutlich wird. Nehmen wir einen Augenblick an, daß eine verschiedene

Perspektive im mikroskopischen Bilde, *die der beim gewöhnlichen Sehen gleiche,* für axiale und schiefe Beleuchtung *wirklich* eintrete, und nehmen wir an, daß ein feiner würfelförmiger Vorsprung *a b c* auf einem Objekt (Fig. 20) mit einem Objektiv großer Öffnung, das eine Schiefe bis zu 60° gestattet, beobachtet würde. Wenn es richtig wäre, daß die schiefen Strahlen beide Seiten *a b* und *b c* des Würfels projizieren, während die direkt durchgehenden Strahlen nur *a b* abbilden, so muß es sicher ebenso richtig sein, daß die Seite *a b* durch die schiefen Strahlen im Verhältnis von 1 : 2 *verkürzt* gesehen werden muß, wie dies doch beim gewöhnlichen Sehen der Fall ist. Was aber für die schmalen Facetten einer feinen Leiste gilt, muß gleichfalls für einen beliebigen größeren Teil des Gesichtsfeldes gelten. Unter der obigen Annahme müßte ein beliebiges größeres Objekt, z. B. eine Pleurosigmaschale in der Richtung eines unter 60° Neigung einfallenden Büschels auf die Hälfte verkürzt und die Felderung doppelt so *dicht* erscheinen, oder mit anderen Worten das Objektiv müßte in jener Richtung nur die *halbe Vergrößernng* geben.

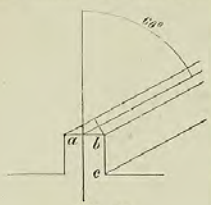


Fig. 20.

Kein Mikroskopiker hat je so etwas beobachtet; und wenn es dergleichen wirklich gäbe, so wäre die mikroskopische Wahrnehmung selbst für sehr mäßige Aperturen unmöglich gemacht. Tatsächlich ist die *Identität* der Stärke oder Vergrößerung für *alle* Neigungen innerhalb des Öffnungswinkels das wesentliche Kriterium für ein *aplanatisches* System: und das Gesetz über die Konvergenz der Strahlen in konjugierten aplanatischen Punkten, das bei der Bestimmung des Aperturäquivalents angewandt wurde, ist wie der Verf. nachgewiesen hat[1]), die notwendige und hinreichende Bedingung für *identische Vergrößerung* in Systemen großer Öffnung; nur wenn diese erfüllt ist, können solche Systeme ein Bild geben.

Diese Betrachtung zeigt, daß infolge der verschiedenen Neigungen der Strahlen bei einem System großer Öffnung nichts derart wie Ringsherumsehen entstehen kann, weil beim Mikroskop mit der Verschiedenheit der Neigung keine Verschiedenheit der *Projektion* verbunden ist.

1) [Vergl. Abhandlung XI, S. 212—226].

[423] Beim binokularen Mikroskop haben wir tatsächlich eine Verschiedenheit unter den Bildern, die durch Büschel erzeugt werden, die vom Objekt unter verschiedener Neigung ausgegangen sind; und dies ist wirklich *eine gewisse Art* perspektivischer Verschiedenheit. Wie jedoch die obigen Betrachtungen zeigen, müssen selbst in diesem Falle die Umstände wesentlich verschieden von denen des gewöhnlichen Sehens sein. Ein wichtiges Element des körperlichen Sehens mit freiem Auge, die perspektivische *Verkürzung* von Linien und Flächen bei schiefer Projektion, fehlt beim Mikroskop vollständig, es bleibt nur das andere Element, eine relative Verschiebung aufeinanderfolgender Ebenen im Bilde, die natürlich noch fähig ist, genügende Anzeichen für eine stereoskopische Verschmelzung der Eindrücke zu bieten. Die Tatsache aber, daß diese Verschiebungen im Mikroskop wahrgenommen werden, hängt von einer besonderen Eigenschaft der mikroskopischen Vergrößerung ab, die an und für sich in scharfem Gegensatze zum makroskopischen Sehen steht; denn diese Wahrnehmbarkeit beruht ganz und gar auf der Tatsache, daß die Tiefenvergrößerung stark übertrieben ist — sie ist immer gleich dem *Quadrat* der linearen Vergrößerung in seitlicher Richtung, jedoch verkleinert im Verhältnis des Brechungsindex für das Objektmedium[1]).

Berücksichtigt man gleichzeitig die oben erwähnten allgemeinen Folgerungen aus der Wellentheorie des Lichtes, so erkennt man, daß körperliches Sehen — d. h. eine derartige Abbildung von Objekten, daß sie wie körperliche Objekte gesehen werden — sich selbst beim binokularen Mikroskop auf ziemlich grobe Elemente beschränkt, deren Dimensionen große Vielfache der Wellenlänge sind. In allen Fällen, wo für die Abbildung von Objektelementen die Ausnutzung schiefer Strahlen, d. h. großer (oder doch mäßig großer) Aperturen *erforderlich* ist, kann die *Anordnung* solcher Elemente innerhalb eines körperlichen Raumes von genügender Ausdehnung noch mit den Eigentümlichkeiten körperlichen Sehens wahrgenommen werden; die Elemente *selbst* aber werden nicht mehr wie körperliche Objekte von größeren Dimensionen abgebildet. Eine *Pleurosigmaschale* kann infolge eines unbewußten stereoskopischen Eindruckes beim binokularen Mikroskop, oder durch eine im Gedanken ausgeführte Kombination der in übereinanderliegenden Ebenen eingestellten Bilder beim monokularen Mikro-

1) [Vergl. Abhandlung XIII, S. 264].

skop wie ein körperliches Objekt erscheinen; die *Körperchen* aber, aus denen die Schale aufgebaut ist, können nie körperlich gesehen werden, wir möchten denn Objektive mit einer numerischen Apertur von wenigstens 8 oder 10 erlangen und ein Einbettungsmittel von demselben Brechungsindex entdecken, um ein Bild mittels Strahlen von 8—10mal *kürzerer* Wellenlänge erzeugen zu können.

Der erste Schritt zu jeglichem Verständnisse des Mikroskops besteht darin, die wohlfeile Annahme unserer Vorfahren, daß das mikroskopische Sehen eine *Nachahmung* des makroskopischen sei, aufzugeben und mit dem Gedanken vertraut zu werden, daß es eine Sache *sui generis* ist, daß man aber nicht das Recht hat, hierüber auf Grund der optischen Erscheinungen bei Körpern beträchtlicher Größe etwas auszusagen.

XVII.
Die Beziehungen zwischen Apertur und Vergrößerung beim Mikroskop.

Journal of the Royal Microscopical Society (2), II, 300—309, 460—473, 1882; III, 790—812, 1883. Sitzungen vom 10. Mai und 14. Juni 1882.

[*Der Titel des englischen Originals lautet:*
The Relation of Aperture and Power in the Microscope.
By Professor ABBE, Hon. F. R. M. S.].

Übersetzt von Dr. M. von ROHR.

I. Allgemeine Betrachtung über große und kleine Aperturen.

Die Frage nach dem relativen Werte hoher und niederer Aperturen ist durch einseitige Behandlung stark verdunkelt worden Ein Teil der Mikroskopiker — die Verfechter der großen Apertur — erkannten, daß hohe Aperturen feinere Einzelheiten zeigen könnten, als niedrige, und schlossen daraus, daß *alle* mikroskopischen Untersuchungen mit sehr großen Öffnungen auszuführen, und daß Objektive kleiner Öffnung wertlos seien. Eine andere Partei stützte sich auf die Tatsache, daß in einer Reihe von Fällen niedrige oder mäßig hohe Öffnungen entschieden bessere Bilder ergeben, als ganz hohe, und ihre Anhänger leugnen — die obige Erfahrung verallgemeinernd — jeden wesentlichen Nutzen ganz großer Aperturen: sie behaupten, daß alle Beobachtungen, die Auflösung von Diatomeenstreifungen vielleicht ausgenommen, ebensogut mit Objektiven geringer Apertur gemacht werden könnten. Man kann

die Voraussetzungen dieser beiden Ansichten als richtig anerkennen, muß aber hervorheben, daß sie dies nur *unter gewissen Bedingungen* sind; und da beide Parteien diese Bedingungen außer Acht lassen, so gelangen sie zu Schlüssen, die gleichweit entfernt sind von einer richtigen Würdigung der Anforderungen, wie sie das wissenschaftliche Arbeiten mit dem Mikroskop stellt. Meine Stellung zu dieser Frage[1]) wird durch folgende Überlegungen begründet:

1. Jeder gegebene Grad von Feinheit mikroskopischer Einzelheiten erfordert eine bestimmte Apertur, wenn sich ein vollständiges (oder vollkommenes) Bild ergeben soll, d. h. ein Bild, das als *treue* vergrößerte Wiedergabe der Struktur alle Einzelheiten in richtiger Form und Anordnung erkennen läßt. Je kleiner die Dimensionen der Elemente sind, um so größer ist die *notwendige* Apertur, und eine um so kleinere Apertur ist *ausreichend*, je größer diese Dimensionen sind. Strukturen, deren kleinste Elemente erheblichen Vielfachen der Wellenlängen des Lichtes an Länge gleichkommen, werden mit niedrigen oder mäßig großen Aperturen vollkommen abgebildet, und die Untersuchung mit weiten Aperturen erhöht ihre Erkennbarkeit nicht. Haben wir es andererseits aber mit Objekten zu tun, deren Dimensionen (oder Strukturelemente) nur ein paar Wellenlängen gleichkommen, so [301] geben auch die größten bisher erreichten Aperturen keine vollständigen oder im strengen Sinne treuen Bilder, sondern sie werden Objekte dieser Art mehr oder minder unvollständig oder verändert erscheinen lassen. Dieser allgemeine Satz hat deswegen Gültigkeit für Objekte aller Art, seien sie regelmäßig oder unregelmäßig, vereinzelte Partikeln oder zusammengesetzte Strukturen, weil die physikalischen Bedingungen mikroskopischer Abbildung immer die gleichen bleiben.

1) Da bei der Verlesung dieser Abhandlung, wie es scheint, eine Andeutung gemacht worden ist, als hätten sich meine Ansichten geändert, so möchte ich meine Leser daran erinnern, daß die oben auseinandergesetzten Ansichten dieselben sind, die ich seit 1873, dem Erscheinungsjahre meiner ersten einschlägigen Arbeit, vertreten habe. Meine Empfehlung großer Aperturen für *feinste* Einzelheiten scheint als eine Empfehlung großer Aperturen für alle Fälle aufgefaßt worden zu sein, ein Mißverständnis, das ich durchaus nicht erklären kann, da ich nie etwas gesagt oder geschrieben habe, was eine solche Annahme rechtfertigen könnte.

Alle von Herrn Zeiss seit 1872 herausgegebenen Kataloge geben einen tatsächlichen Beweis dafür, insofern als die dort angeführten Objektive (die, wie angegeben, nach meinen Grundsätzen und unter meiner Leitung hergestellt werden) keine niederer oder mittlerer Stärke einschließen, *ausgenommen solche mit kleinen oder sehr mäßigen Aperturen*. E. A.

Es ist eine einfache Folgerung aus diesem Prinzip, daß möglichst hohe Aperturen für die Beobachtung von Objekten oder Strukturen sehr kleiner Dimensionen anzuwenden sind, während niedere und mittlere Aperturen sich für verhältnismäßig große Objekte eignen.

Es mag vielleicht eingewandt werden, daß die Objekte mikroskopischer Forschung zu einer solchen Scheidung in groß und klein nicht berechtigen; denn in den Werken der Natur seien stets auch die feinsten Einzelheiten sorgfältig behandelt, so seien grobe Objekte aus kleineren Elementen gebildet, und diese aus noch kleineren u. s. w. Das ist ganz richtig, soweit es sich um die natürliche Beschaffenheit der Objekte handelt, nicht aber soweit sie als Gegenstand wissenschaftlicher Forschung in Frage kommen. Das Interesse der Forschung ist nicht immer auf die letzten Elemente gerichtet, sondern es beschränkt sich ebenso oft auf die Betrachtung gröberer Teile, und in solchen Fällen hat der Beobachter nicht nur das Recht, sondern oft die Pflicht, alles außer Acht zu lassen, was mit dem wissenschaftlichen Ziele seiner Untersuchung außer Zusammenhang steht. Ein jedes natürliche Objekt mit größter Gründlichkeit von A bis Z abzusuchen ist nur ein Privileg dilettierender Mikroskopiker, die sich kein bestimmtes Ziel setzen. Im Bereiche der Forschung von höchstem wissenschaftlichem Werte gibt es eine Reihe von Richtungen (z. B. die meisten morphologischen Untersuchungen), bei denen es auf die kleinsten Einzelheiten nicht ankommt. Derartige Arbeiten können mit kleinen oder mittleren Aperturen vollkommen ausgeführt werden.

Man kann ebensowenig die Anwendung von Objektiven großer Öffnung für jede Art mikroskopischer Forschung empfehlen — wie das erregte Verfechter der großen Apertur tatsächlich getan haben — wie man einen Landschafter anraten würde, sich den zu malenden Baum mit einer Lupe anzusehen.

Nach dem vorhergehenden ist der einzige Vorteil der großen Apertur ihre Fähigkeit, *kleinere* Einzelheiten erkennen zu lassen. Nun erfordern kleine Dimensionen starke Vergrößerungen, um unter einem für deutliche Wahrnehmung genügenden Gesichtswinkel zu erscheinen. Kleine Vergrößerungszahlen vermögen Einzelheiten unter einer gewissen Feinheitsgrenze nicht sichtbar (mindestens nicht deutlich sichtbar) zu machen. Auch wenn das Mikroskop sie wiedergäbe, würden sie doch infolge der ungenügenden Größe

des Gesichtswinkels dem Auge verborgen bleiben. Daraus folgt, das große Aperturen nicht ausgenutzt werden, wenn nicht gleichzeitig eine zum mindesten genügende Linearvergrößerung des Bildes besteht, um die kleinsten, im Bereiche einer solchen Apertur liegenden Einzelheiten dem Auge erkenntlich zu machen. Andererseits ist eine starke Vergrößerung nutzlos bei kleinen Aperturen, die nur Einzelheiten von solchen Dimensionen wiedergeben können, [302] die man schon bei einem viel schwächer vergrößertem Bilde deutlich zu sehen vermag. Wir haben hier eine leere Vergrößerung vor uns, denn das Bild bietet nichts dar, was eine so starke Vergrößerung zur deutlichen Wahrnehmung erforderte. Im ersten Falle (dem der zu kleinen Vergrößerung) kann die große Apertur nicht mehr erkennen lassen als eine kleinere; im zweiten (dem der zu kleinen Apertur) läßt die starke Vergrößerung nicht mehr erkennen, als eine kleinere. Folglich:

> Hohe Aperturen, wo starke Vergrößerung erforderlich ist; niedere oder mittlere Aperturen, wo schwache oder mittlere Vergrößerungen ausreichend sind oder nicht überschritten werden können.

2. Die Ausnutzung einer gegebenen Apertur hängt im Grunde von der Vergrößerung des *letzten* Bildes ab, das von dem ganzen Mikroskop für das Auge des Beobachters entworfen wird. Nun kann man eine und dieselbe Vergrößerung auf sehr verschiedene Weisen erhalten, da sie von drei verschiedenen Faktoren abhängt, nämlich *a*) der Brennweite des Objektivs, *b*) der des Okulars und schließlich *c*) der Tubuslänge. Jede gegebene Vergrößerungsziffer (beispielsweise 1000) kann mit einem Objektiv geringer Stärke (beispielsweise einem Einzöller [25 mm]) von rein dioptrischem Standpunkte ganz ebenso gut erreicht werden, als das mit einem Objektiv größerer Stärke (beispielsweise einem $^1/_8$-Zöller [3 mm]) möglich ist, wenn man nur ein genügend starkes Okular und eine ausreichende Tubuslänge benutzt. Die große in optischer Hinsicht bestehende Verschiedenheit der unter so verschiedenartigen Bedingungen entstandenen Bilder ist indessen wohl bekannt. Dringt man einem schwachen Objektiv eine hohe Vergrößerung ab, so ist damit stets ein beträchtlicher Verlust an Schärfe in der Definition des Bildes verbunden, der auf die Vergrößerung der auch den vollendetsten Konstruktionen anhaftenden Aberrationsreste zurückzuführen ist. Es ist daher eine wohlbegründete praktische Regel, daß eine gewisse Höhe der Vergrößerung eine gewisse Stärke des *Objektivs* erfordere — eine höhere Vergrößerungsziffer eine größere Stärke (kürzere Brennweite) —, wenn ein Bild unter den günstigen Bedingungen entstehen soll, die zur vollen Wirkung notwendig sind. Beobachtet man dies, so kann die Folgerung des vorigen Paragraphen in folgender Weise ausgedrückt werden:

> Große Aperturen an Objektiven kurzer Brennweite; kleine und mittlere Aperturen an schwachen und mittelstarken Objektiven.

Da sich eine ins einzelne gehende Behandlung dieses Gegenstandes im zweiten Teile dieser Abhandlung findet, so wird es hier genügen, einzelne wichtige Erfahrungstatsachen als Beispiele anzuführen.

Mit Objektiven von beispielsweise einem Zoll und einem halben Zoll Brennweite ergeben die gebräuchlichen schwachen und mittleren Okulare nur eine 40—80- und eine 80—160fache Linearvergrößerung. Um eine 150—300fache zu erhalten, müßte man sehr starke Okulare benutzen (oder den Tubus sehr bedeutend verlängern). Soweit nun solche Objektive für die obengenannten schwächeren Vergrößerungen bestimmt sind, ist eine Apertur von etwa 0,15 (18°) beim Einzöller und eine solche von 0,3 (35°) beim $^1/_2$-Zöller jedenfalls [303] mehr als ausreichend, um alle Einzelheiten zu zeigen, die das Auge bei diesen Vergrößerungen möglicherweise zu erkennen vermag, und größere Aperturen sind daher überflüssig. Tatsächlich wird der Beobachter nicht mehr und nicht besser mit ähnlichen Objektiven von beispielsweise 0,40 (80°) und 0,75 (96°) sehen, als er mit den oben angegebenen kleineren Öffnungswinkeln sehen kann, so lange es sich nur um die schwachen und mittelstarken Okulare handelt. Diese letzterwähnten Aperturen würden zu ihrer vollen Ausnutzung, d. h. zur bequemen Beobachtung aller in ihrem Bereiche liegenden feineren Einzelheiten, bedeutend höhere als 150—300fache Vergrößerungen erfordern. Mit sorgfältig angefertigten Objektiven von solchen Aperturen können derartige Zahlen in der Tat erreicht werden, und es lassen sich mit Hilfe von stärkeren Okularen Einzelheiten erkennen, die mit den Objektiven kleinerer Öffnung vollständig unsichtbar bleiben; aber kein Mikroskopiker kann in Abrede stellen, daß die Beschaffenheit so erhaltener Bilder denen gegenüber minderwertig

ist, die zwar gleich stark vergrößert und mit denselben Aperturen erhalten sind, bei denen aber die Objektive die doppelte und die Okulare nur die halbe Stärke hatten. So einfach gebildete Strukturen, wie es die Diatomeenstreifungen sind, nehmen sich vielleicht unter so gewaltsamen Vergrößerungen mit schwachen Objektiven erträglich aus, liegen aber Objekte von etwas unregelmäßigen und verwickelten Strukturen vor, so wird die Bildverschlechterung infolge der beträchtlichen Vergrößerung der sphärischen und chromatischen Aberrationsreste mittels starker Okulare sofort auch bei vollendet ausgeführten Objektiven sichtbar. Tatsache ist, daß kein Histologe von Erfahrung je für gewöhnliche Arbeiten eine solche Okularvergrößerung anwenden wird, mit der er eine 100fache Linearvergrößerung von einem Einzöller oder eine 200fache von einem $^1/_2$-Zöller erhalten mag. Es wäre töricht von ihm, sich mit minderwertigen Bildern zu plagen, wenn er gute Bilder der verlangten Vergrößerungsziffer ebenso bequem oder gar bequemer mit Objektiven derselben Öffnung aber halber Brennweite erhalten könnte.

Der soeben erörterte Fall liefert ein Beispiel für Verschwendung von Apertur oder für einen Mangel an nützlichem Vergrößerungsvermögen. Verschwendung von Stärke und Mangel an Apertur weist jedes Objektiv ausnehmend kurzer Brennweite auf, so z. B. eines von $^1/_{50}$ Zoll [0,5 mm]. Infolge der technischen Schwierigkeiten bei der Herstellung so außerordentlich kurzer Brennweiten kann solch ein Objektiv, selbst wenn es für Immersion bestimmt ist, keine Apertur von wesentlich größerem Zahlenwerte als 1,0 erhalten. Nun ist der Bereich einer solchen Apertur auf jeden Fall völlig mit einer Linearvergrößerung von 1000 bis 1200 erschöpft, insofern als mit dieser Apertur keine der tatsächlich vorhandenen Einzelheiten eines Objekts unter höherer Vergrößerung beobachtet werden kann, die man nicht ebensogut mit jener niedrigeren sehen könnte. Nun ergibt aber ein $^1/_{50}$-Zöller eine 1500- bis 2000fache Linearvergrößerung mit dem schwächsten der üblichen Okulare. Die möglichst kleine Vergrößerung ist daher schon eine leere, und jede nützliche Vergrößerung, die man mit der fraglichen Apertur erzielen kann, könnte unter günstigen Bedingungen und mit viel größerer Bequemlichkeit mit einem Objektiv halber oder noch geringerer Stärke erhalten werden.

[304] **3.** Die vorhergehenden Überlegungen lassen erkennen, daß man große Öffnungen nur ausnutzen kann bei der Beobachtung

kleinster Einzelheiten und unter starken Vergrößerungen, wie man sie mit Objektiven kurzer Brennweite erhält. Sind diese Bedingungen nicht erfüllt, so sind große Aperturen eben nutzlos, da dann das gleiche Resultat ebensogut mit Systemen kleiner Öffnungen erreicht werden könnte. Da aber Überfluß *auf den ersten Blick* nicht schädlich erscheint, so begründen die vorstehenden Überlegungen keinen zwingenden Einwand gegen die Verwendung von großen Aperturen bei Arbeiten aller Art. Es gibt aber andere Gesichtspunkte, von denen aus es ersichtlich wird, daß die Verwendung größerer Aperturen, als ausgenutzt werden können, nicht nur überflüssig ist, sondern tatsächlich Nachteile im Gefolge hat; um so mehr als sie im Wege stehen, sich einiger tatsächlich wertvoller Eigenschaften zu bedienen, die den Vorzug niederer oder mittlerer Aperturen bilden.

Der erste Nachteil rührt von der Beschränkung der Sehtiefe (oder des „Penetrationsvermögens" des Mikroskops) her, die mit der Anwendung großer Aperturen verbunden ist. An anderer Stelle[1]) habe ich die Umstände untersucht, von denen das Penetrationsvermögen abhängt, und die Formeln angegeben, mittels deren man schätzungsweise eine numerische Angabe über die Sehtiefe bei mikroskopischer Beobachtung machen kann. Diese theoretischen Andeutungen lassen (in Übereinstimmung mit der Erfahrung praktischer Mikroskopiker) die Beschränkung erkennen, die unter Festhaltung derselben Vergrößerung das Penetrationsvermögen mit wachsender Öffnung namentlich dann erfährt, wenn die Vergrößerung nicht auf ganz kleine Beträge beschränkt ist. Nun gibt es eine ganze Reihe von Objekten der mikroskopischen Forschung, die weit entfernt, hohe Vergrößerungen zu erfordern, diese nicht einmal zulassen, und im Gegensatz dazu für eine vollständige Untersuchung ein möglichst großes Penetrationsvermögen bedürfen. Dies ist überall da der Fall, wo die Erkenntnis *körperlicher* Formen von Bedeutung ist, und infolgedessen eine deutliche (zum mindesten eine erträglich deutliche) Wahrnehmung verschiedener Ebenen auf einmal möglich sein muß, gleichgültig ob die Wahrnehmung durch stereoskopische Hilfsmittel unterstützt wird oder nicht. Der größere Teil aller morphologischen Arbeiten ist von dieser Beschaffenheit, und für derartige Untersuchungen ist

1) Journ. Roy. Microsc. Soc. (2), I, 689, 1881. [Vergl. Abhandlung XIII, S. 265—272.]

demgemäß eine angemessene Beschränkung in der Apertur von gleicher Bedeutung wie eine solche in der Vergrößerung.

Überall wo die Tiefenausdehnung des beobachteten Objekts nicht sehr gering ist, und wo es wesentlich ist, daß die Tiefenerstreckung im Bereiche direkter Beobachtung liege, kann man nicht über schwache und mittlere Vergrößerungen hinausgehen, und es sollte daher keine größere Apertur verwandt werden, als für die Wirksamkeit dieser Vergrößerungen notwendig ist — in solchen Fällen zieht ein Mehr einen wirklichen Nachteil nach sich. Starke Vergrößerungen und entsprechend hohe Aperturen sind auf solche Beobachtungen beschränkt, die keine bemerkbare Sehtiefe erfordern; d. h. auf zwei verschiedene Fälle, 1) wenn es sich um vollständig ebene oder außerordentlich dünne Objekte handelt, 2) wenn die Präparate wohl eine größere Tiefenausdehnung besitzen, aber durchsichtig genug sind, um eine *indirekte* Erkenntnis ihrer körperlichen Struktur [305] durch eine Reihe optischer Querschnitte zuzulassen, die man erhält, wenn man *nacheinander* auf verschiedene Ebenen einstellt. Für die letzterwähnte Beobachtungsmethode bedeutet der mit wachsender Stärke und Apertur verbundene Verlust an Penetrationsvermögen keinen Nachteil sondern eher einen Vorteil, weil er die deutliche Trennung der bei verschiedenen Einstellungen erhaltenen Schnittbilder erleichtert. Man hat diese natürlichen Beschränkungen beim Gebrauche von großen Aperturen außer acht gelassen, und ist offenbar dadurch zu der Meinung gekommen, daß die Apertur *an sich* guter Definition hinderlich sei. Es ist ganz richtig, daß es eine ganze Anzahl gerade sehr zarter Objekte gibt, die sich unter gegebener Vergrößerung viel besser mit einem System sehr mäßiger als mit einem solchen sehr hoher Apertur erkennen lassen: das zuerst genannte gibt ein klares Bild der ganzen Struktur, das zuletzt genannte zeigt wohl einige scharfe Punkte, läßt aber das Objekt als Ganzes in Nebel gehüllt erscheinen. Setzt man, wie natürlich, gut korrigierte Objektive voraus, so ist der Fehler hier nicht im Objektiv, sondern im Objekt zu suchen, das zur richtigen Beobachtung eine größere Tiefenwirkung fordert, als sich mit einer großen Apertur vereinigen läßt. Die theoretische Annahme, die zur Bekräftigung der Ansicht aufgestellt wurde, daß verschiedene Teile der lichten Objektivöffnung *unähnliche* Bilder erzeugten und *darum* mit wachsender Öffnung sich schließlich ein Bild von wachsender Undeutlichkeit ergeben müßte, läßt sich nicht auf die Abbildung eines

ebenen Objekts anwenden. In einem gut korrigierten Objektiv sind die Sonderbilder, die durch die Wirkung verschiedener Teile der Aperturfläche entstehen, stets streng ähnlich, so lange es sich um ein ebenes Objekt handelt. Die angenommene Undeutlichkeit ist nichts weiter als eine Undeutlichkeit der Bilder *verschiedener Tiefenlage* — ein Mangel an Penetrationsvermögen, aber kein Mangel an „Definition" in irgend einem vernünftigen Sinne dieses Ausdruckes. Wenn nur die Objektive richtig korrigiert und die Objekte derart sind, daß ein Bild zustande kommt, frei von dem störenden Einflusse verwaschener Bilder anderer Ebenen, so hat das Objektiv höherer Apertur auch stets das größere „Definitionsvermögen" für Objekte aller Art; und dies gilt um so mehr, als die höhere Apertur unter allen Umständen die Verwendung stärkerer Vergrößerungen zuläßt, als sie sich (dieselben Objekte vorausgesetzt) ohne bemerkbaren Verlust an Schärfe durch kleinere Aperturen erhalten lassen.

Demnach besteht kein prinzipieller Nachteil bei der Anwendung hoher Aperturen auf passende Objekte. Indessen führen die obigen Erörterungen zu folgendem Schlusse:

> Hohe Aperturen (zusammen mit starken Vergrößerungen) nur für solche Präparate, die keine merkliche Sehtiefe erfordern, d. h. für äußerst flache oder dünne Objekte, ferner für durchsichtige Objekte, die ein Studium in optischen Querschnitten zulassen. Mäßige und niedere Aperturen, wenn ein beträchtliches Penetrationsvermögen unerläßlich ist.

4. Schließlich gibt es noch einen Gesichtspunkt sogar von großer praktischer Bedeutung, von dem [306] aus der mit der Verwendung *unnötig* großer Aperturen verbundene tatsächliche Nachteil ersichtlich wird. Die Vergrößerung der Öffnung beeinträchtigt die Annehmlichkeit und Bequemlichkeit des Arbeitens mit dem Mikroskop in Hinsicht auf zwei wesentliche Punkte.

1. Sie verlangt eine schnell wachsende Beschränkung des Arbeitsabstandes des Objektivs. Infolge des raschen Anwachsens der vorderen Aberration mit wachsender Achsenneigung der Randstrahlen (namentlich im Falle von Trockensystemen) läßt sich ein System nicht vollständig korrigieren, wenn nicht die Schicht niedriger Brechung zwischen Objekt und Frontlinse (d. h. der Arbeitsabstand) auf einen bestimmten Bruchteil der Systembrennweite

beschränkt ist, und dieser Bruch nimmt notwendigerweise mit Anwachsen der Apertur außerordentlich rasch ab. Während man ohne Schwierigkeit für einen Öffnungswinkel von 30° einen Arbeitsabstand von $^7/_{10}$ der Brennweite beibehalten kann, sind für einen Winkel von 60° nicht mehr als $^3/_{10}$ zulässig, und bei einer Apertur von 116° läßt sich eine wirklich gute Korrektion nicht mehr erzielen, wenn der Arbeitsabstand $^1/_{10}$ der Brennweite übersteigt. Es ist daher ein handgreiflicher Nachteil, Öffnungswinkel von 60° und 116° anzuwenden, wenn die nötige oder erreichbare Vergrößerung mit 30° und 60° erhalten werden kann.

2. Zunahme der Apertur läßt sich von einer schnellen Empfindlichkeitszunahme der Objektive für geringe Abweichungen von den Bedingungen vollendeter Korrektion nicht trennen. Der Korrektionszustand eines Objektivs hängt von der Dicke der lichtbrechenden Schicht ab, die sich zwischen dem lichtaussendenden Punkte und der Frontlinse befindet, und die von dem Deckglase und dem Teile des Präparats gebildet wird, der sich oberhalb des Objektpunktes befindet. Dies bildet ein variables, vom Objekt unabhängiges Element. Um große Aberrationen zu vermeiden, die die Folge von Änderungen dieses Elements sein würden, muß dessen Variation entweder in engen Grenzen gehalten werden, oder man muß sie durch entsprechende Änderungen im Objektiv ausgleichen. In Hinsicht auf diese Forderung besteht nun zwischen Objektiven niederer und hoher Apertur namentlich bei Trockensystemen ein großer Unterschied. Ein Objektiv von wenigen Graden Öffnung ist fast unempfindlich; man kann es auf den Boden eines Wassergefäßes einstellen, ohne daß es irgend etwas weniger leistet. Mit 30° sind innerhalb der gewöhnlichen Grenzen liegende Unterschiede in den Deckgläsern noch nicht bemerkbar und man kann ein Objekt unter einem Wassertropfen erkennen, der an der Unterfläche eines Deckglases hängt. Bei 60° führt eine Abweichung der Deckglasdicke von der vorgeschriebenen um nicht mehr als 0,1 mm, oder eine entsprechende Zunahme der über dem eigentlichen Objektpunkte liegenden Präparatschicht bemerkbare Aberrationen ein und zieht einen sichtbaren Verlust an Definition nach sich, wenn sie nicht kompensiert wird. Bei einem über 100° hinausgehenden Öffnungswinkel wird das gleiche Resultat sich ergeben, wenn sich die Dicke nur um 0,02 mm ändert. Wollte man in einem solchen Objektiv stets die beste Korrektion beibehalten, so müßte man [307] — außerordentlich dünne Präparate ausgenommen — von der Korrektionsfassung fast für jede Einstellungsänderung bei der Betrachtung aufeinander folgender Schichten Gebrauch machen[1]).

Soweit nun die Notwendigkeit, eine bestimmte Höhe der wirksamen Vergrößerung zu erhalten, eine bestimmte Apertur *fordert*, lassen sich die eben erwähnten Beschränkungen und Schwierigkeiten bei der richtigen Handhabung der Objektive nicht vermeiden, Aber alle Beschränkungen hinsichtlich der Objekte und alle Sorgfalt bei der Justierung der Objektive ist ganz umsonst, wenn man das gleiche Resultat mit Objektiven niederer Apertur erreichen kann. Wenn aus Bequemlichkeitsrücksichten die beim

1) Die Minderung dieser Empfindlichkeit bei etwas größeren Aperturen ist einer der großen praktischen Vorteile bei den Immersionssystemen. Meines Erachtens ist die außerordentliche Empfindlichkeitszunahme, die sich einstellt, sobald die Apertur von *Trocken*systemen sich dem Maximalwert von a für Luft ($a = 1$) nähert, ein gewichtiger Einwand gegen die Herstellung solcher Linsen mit Aperturen, die über 0,80—0,85 hinausgehen. Nicht allein muß in diesem Falle der Arbeitsabstand auf einen unerträglich geringen Betrag eingeengt werden, um richtige Korrektion herbeizuführen, sondern auch die Erhaltung dieses Korrektionszustandes ist beim praktischen Gebrauche der Systeme trotz der Korrektionsfassung fast unmöglich; auf alle Fälle aber ist der sehr geringe Vorteil für die optische Leistung nicht der Rede wert, der bedeutenden Steigerung gegenüber, die man mit Immersionssystemen unter so viel vorteilhafteren Bedingungen erhält.

Ich brauche hier wohl kaum darauf hinzuweisen, daß die Angabe *besonderer* Unempfindlichkeit gewisser Linsen gegen Unterschiede in der Deckglasdicke (die manchmal gemacht worden ist), um sich gelinde auszudrücken, entweder auf grober Gedankenlosigkeit oder einfach auf Selbsttäuschung beruht, gerade wie die ähnlichen, zu Gunsten bestimmter Linsen, gemachten Angaben *besonders hohen* Penetrationsvermögens. Die fraglichen Aberrationen haben ebenso wie die auf Einstellungsdifferenz zurückzuführenden Zerstreuungskreise ihren Ursprung *außerhalb* des Mikroskops. Der besondere Konstruktionstypus des Objektivs kann daher unmöglich auf ihren Betrag in einem Strahlenkegel gegebener Apertur einen Einfluß haben, und der Grad, in dem beide schließlich in dem vom Mikroskop gelieferten Bilde *sichtbar* werden, muß sich durch dieselben Elemente genau bestimmen lassen, von denen die Sichtbarkeit eines beliebigen reellen Objekts gegebener Dimensionen in derselben Einstellungsebene abhängt. Für besondere Eigenschaften verschiedener Konstruktionstypen ist daher kein Raum vorhanden.

Allerdings ist es richtig, daß sich manchmal, nämlich in *schlecht* korrigierten Systemen, eine *scheinbare* Unempfindlichkeit, sowie eine scheinbare Tiefenschärfe findet. Wenn ein Objectiv überhaupt keine richtige Strahlenvereinigung hat, so können offenbar die Zerstreuungskreise infolge verschieden großer Deckglasdicken sowohl als die infolge Einstellungsdifferenz auf verschiedene Objektebenen viel größer werden, bevor man die Verschiechterung des unscharfen Bildes bemerkt. Gut korrigierte Objektive *müssen* hinsichtlich beider Punkte eine Empfindlichkeit zeigen, die, soweit ein und derselbe Konstruktionstypus (Trocken- oder Immersionssystem) in Frage kommt, ihrer Apertur völlig entspricht.

Gebrauch von Objektiven hoher Apertur nötigen Vorsichtsmaßregeln während der Arbeit mit Systemen längerer Brennweite und weiter Öffnung unbeachtet bleiben, so ist die Wirkung solcher Linsen stets *schlechter*, als die von Objektiven viel geringerer Apertur bei gleicher Vergrößerung. Wenn das beste System großer Öffnung bei der Verwendung nicht sorgfältig justiert wird, so ist es nicht besser, als eine *schlechte* Linse kleiner Öffnung, denn das erträglich scharfe Bild, das (auch unter dem unvollkommenen Korrektionszustande) noch vom mittleren Teil der Apertur entworfen werden könnte, erleidet durch jene grobe Lichtzerstreuung eine Störung, die von den nicht mitwirkenden Randteilen der Apertur ausgeht.

Amateure, die ihr Mikroskop als Mittel zu ihrer Unterhaltung schätzen, wenden vielleicht nicht viel gegen die unnötige Mühe ein, die mit dem Gebrauche von [308] Systemen längerer Brennweite und großer Apertur verbunden ist, da sie solche Systeme als glänzende Leistungen optischer Kunst bewundern. Für alle, die mit dem Mikroskop *ernsthaft arbeiten*, läßt sich die Arbeitsersparnis, die für sie notwendig ist, durch folgende Regel ausdrücken:

> Gebrauche nie höhere Aperturen, als für die Wirksamkeit der Vergrößerung notwendig sind, da Übermaß der Apertur stets Verschwendung von Zeit und Arbeit bedeutet.

5. Einige wenige Bemerkungen über einen anderen Gegenstand von praktischem Interesse. Alle, die für die Verwendung weiter Aperturen *unter allen Umständen* eintreten, haben öfter als rationellen Plan, um einander ausschließende Forderungen vereinbar zu machen, vorgeschlagen, alle Objektive mit verhältnismäßig großen Öffnungswinkeln zu konstruieren und sie dann, wenn kleinere Winkel wünschenswert sind, durch Blendungen oder Diaphragmen einzuschränken. Natürlich kann man auf diesem Wege das größere Penetrationsvermögen und die höhere Unempfindlichkeit niederer Aperturen erreichen: aber nichtsdestoweniger ist diese Einrichtung nur ein rohes Hilfsmittel, und ihre Leistungen stehen denen solcher Objektive nach, die *von vornherein* für eine geringere Apertur angelegt sind. Nicht nur können die Blenden den Arbeitsabstand nicht erhöhen (dieser wird stets den Betrag behalten, der der vollen Öffnung der Linse entspricht), sondern das Objektiv niederer Apertur, das aus

einem *guten* Objektiv hoher Apertur mittels Abblendung erhalten wurde, ist in optischer Hinsicht ziemlich *schlecht* und nicht annähernd so gut korrigiert als ein solches gleicher Stärke, das aber sorgfältig für den kleineren Öffnungswinkel angelegt wäre. Der Grund dafür wird aus der folgenden Überlegung leicht verständlich.

Die beste Korrektion eines Objektivs gegebener Apertur hängt von der richtigen *Verteilung* eines bestimmten Betrages von Aberrationsresten ab, die sich mit den jetzigen Mitteln nicht fortschaffen lassen. Je größer die Apertur ist, um so mehr Aberration muß *in den mittleren Teil des Systems* eingeführt werden, um eine schädliche Anhäufung in den Randteilen zu verhindern. Es ist daher klar, daß bei einem Öffnungswinkel von beispielsweise 90° der innere Strahlenkegel von 45° nicht so gut korrigiert sein kann, als es möglich wäre, wenn man die Randzone außer acht lassen könnte. Die dadurch herbeigeführte Wirkung ist namentlich in Hinsicht auf die Farbenkorrektion ganz und gar nicht zu vernachlässigen. Infolge der chromatischen Differenz der sphärischen Aberration muß der mittlere Teil einer etwas höheren Apertur stets, auch in gut angelegten Objektiven, chromatisch merklich unterkorrigiert sein; wenn wir nun diesen mittleren Teil für sich allein benutzen (den ausgleichenden Einfluß der überkorrigierten Randzonen ausschalten), so erhalten wir die Wirkung einer minderwertigen Linse. Tatsächlich würde kein intelligenter Optiker je ein Objektiv von 30° Öffnung nach demselben Konstruktionsschema anfertigen, das für ein solches von 60° gilt, oder ein Objektiv von 60° nach dem Schema eines anderen für 100° berechneten, obwohl dies möglich wäre, wenn man einfach die lichten Durchmesser der Linsen entsprechend kleiner nähme.

Es läßt sich eben aus diesem Grunde das Vergnügen am Besitze eines Systems, das bloß ein optisches Kunstwerk ist, mit den Interessen [309] des ernsthaft arbeitenden Mikroskopikers nicht in Einklang bringen. Schlechte Linsen werden sicherlich nicht die Nachfrage nach schwachen und mittelstarken Systemen befriedigen, durch die in wissenschaftlichen Arbeiten die möglichst große Ersparnis von Zeit und Mühe erreicht wird. Das können nur Systeme leisten, bei denen alle die von kleineren Aperturen gebotenen Vorteile durch Sonderkonstruktionen auch tatsächlich verwirklicht werden, die die Durchführung des *Besten* zum Ziel haben, das unter den hier vorliegenden Bedingungen erreicht werden kann.

Die *steigende Zunahme der Apertur bei den kürzeren Brennweiten* — früher innerhalb des Bereiches der Trockensysteme und später infolge der Entwickelung der Immersionssysteme — ist ohne jeden, vernünftigerweise möglichen, Zweifel der am meisten hervortretende Zug in dem *modernen Fortschritte der Mikroskopoptik*. Sie hat die erfolgreiche Ausdehnung mikroskopischer Untersuchung auf feine und feinere Objekte ermöglicht, die ohne sie unmöglich gewesen wäre, da eine Steigerung der Vergrößerung über gewisse niedrige Ziffern hinaus unwirksam hätte bleiben müssen. Die Wertschätzung dieses Fortschrittes und die Erkenntnis der ihm zu grunde liegenden Ursache führte zu einer Neigung, die Apertur von Objektiven *aller* Art mehr und mehr zu steigern. Man übersah den Umstand, daß völlig verschiedene Aufgaben vorlägen, je nachdem es sich darum handele, entweder die Leistungen des Mikroskops *im ganzen genommen* innerhalb der Grenzen seiner Stärke zu steigern, oder es weiterhin für Aufgaben über diese Grenzen hinaus geeignet zu machen. So erwuchs die Meinung, daß alles, was einen Vorzug für eine Art Linsen bedinge, auch für Linsen jeder Art als solcher anzusehen sei. Schwache und mittelstarke Objektive (Einzöller bis $^1/_4$-Zöller) mit Öffnungswinkeln zwischen 15^0 und 60^0 werden heutzutage von manchen Mikroskopikern als veraltet und wertlos bezeichnet; man verlangt für Linsen dieser Stärke zwischen 45^0 und 100^0, ja zwischen 60^0 und 140^0 Öffnungswinkel. Da es nun von einem rein technischen Standpunkte aus wirklich eine vollendete Leistung ist, wenn das Abbildungsvermögen eines Objektivs auch mit den stärksten Okularen nicht erschöpft werden kann, so machen die Optiker (ungeachtet der völligen Nutzlosigkeit eines so maßlosen Überflusses) natürlich gern solche „erstklassigen" Objektive, und die natürliche Folge davon ist die, daß die kleineren, für nutzbringende wissenschaftliche Forschung so nötigen Aperturen angesehen werden können als Leistungen zweiter Klasse, die mit hoher technischer Vollendung anzufertigen es sich nicht länger der Mühe lohne.

Diese Meinung ist ein verhängnisvoller Irrtum, und sie würde, träte man ihr nicht entgegen, einen entschiedenen Rückschritt in der mikroskopischen Optik als praktische Folge nach sich ziehen. Niemand kann natürlich den geringsten Einwand dagegen erheben, daß Objektive irgend welchen Typus nach dem persönlichen Wunsche dieses oder jenes Mikroskopikers angefertigt werden. Lebhafter Widerspruch sollte aber laut werden

gegen alle Neigungen, die Mikroskopoptik zu Gunsten solcher Liebhabereien und auf Kosten der allgemeinen Anwendbarkeit des Instruments auf falsche Wege zu locken.

Wissenschaftliche mikroskopische Arbeiten werden stets nicht nur starke Objektive mit möglichst hohen Aperturen erfordern, sondern auch schwächerer Systeme niedriger und mittlerer Apertur in sorgfältiger Ausführung bedürfen.

[460] II. Der rationelle Ausgleich von Apertur und Vergrößerung.

Die in Teil I angestellte Erörterung hat Bezug auf einen und denselben Gegenstand, daß nämlich unter allen Gesichtspunkten, die beim Gebrauche des Mikroskops zu beachten sind, ein gewisses *Verhältnis* zwischen Apertur und Stärke die notwendige Grundlage für vollkommene Wirkungsweise abgibt.

Wir haben uns nun die folgende Frage vorzulegen: Ist es möglich, eine genauere Bestimmung dieses Verhältnisses anzugeben, als durch die vorhergehenden etwas allgemein gehaltenen Erörterungen der Frage nach hohen und niederen Aperturen geliefert wurde, und ist es im besonderen möglich, einen rationellen Grundwert für die *praktische* Herstellung des Mikroskops anzugeben. Soviel ich weiß, ist diese Frage bis jetzt noch nicht Gegenstand irgendwelcher richtigen Erörterung gewesen, obwohl meines Erachtens jeder Mikroskopiker ihre große praktische Bedeutung zugeben wird. Ich habe nun seit mehr als 10 Jahren meine Aufmerksamkeit darauf gerichtet, und zwar nicht allein vom theoretischen Standpunkte aus, sondern auch auf Grund einer langen Reihe praktischer Versuche, bei denen ich den Vorzug der Mitarbeit von Dr. C. Zeiss in Jena hatte; demgemäß beabsichtige ich hier die Prinzipien zu erörtern, die meiner Ansicht nach eine angenäherte Bestimmung des Grundwertes liefern werden, demzufolge das richtige Verhältnis von Apertur und Vergrößerung beim Mikroskop anzugeben sein wird.

Zu diesem Zwecke müssen zwei verschiedene Fragen gesondert behandelt werden.

Erstens muß das Verhältnis zwischen Apertur und Stärke in Bezug auf das *ganze Mikroskop* betrachtet werden, und wir müssen uns vergewissern, welche Vergrößerung im Schlußbilde

des Mikroskops für jede gegebene Apertur nützlich oder notwendig ist und umgekehrt, welche Apertur für die richtige Ausnutzung einer gegebenen Vergrößerung erforderlich ist. Eignet sich das Thema überhaupt für eine wissenschaftliche Behandlung, so muß man in der Lage sein, das richtige Verhältnis zwischen Apertur und Vergrößerung anzugeben, ohne daß es nötig wäre, auf die besondere Art einzugehen, in der eine gegebene Vergrößerung durch das Zusammenwirken von Objektiv und Okular zustande kommt; dabei ist natürlich vorausgesetzt, daß die Vergrößerung mit möglichst *guter* Bildbeschaffenheit erreicht wird.

Die zweite Frage ist dahin zu stellen: Welche Verteilung der gesamten vom Mikroskop gelieferten Vergrößerung zwischen Objektiv und Okular liefert die Bedingung zur vollkommenen Abbildung unter gegebener Vergrößerung? Diese Frage steht in nächster Beziehung zu dem praktischen Ziel der Untersuchung, der Bestimmung der *Brennweite des Objektivs*, die zur Ausnutzung einer gegebenen Apertur erforderlich ist.

[461] *A. Die für das ganze Mikroskop bestehende Beziehung zwischen Apertur und Vergrößerung.*

1. Die erste Frage kann in folgenden beiden Abschnitten behandelt werden: a) Welches sind die kleinsten Dimensionen mikroskopischer Einzelheiten im Bereiche einer gegebenen Apertur? b) Welcher Gesichtswinkel ist zur deutlichen Erkenntnis von Einzelheiten gegebener Dimensionen erforderlich? Kann man auf diese beiden Sätze eine begründete Antwort finden, so ist die ganze erste Frage erledigt.

Die kleinsten Dimensionen innerhalb des Bereiches einer gegebenen Apertur erhält man mit genügender Genauigkeit, wenn man den Grenzwert des Auflösungs- oder Trennungsvermögens dieser Apertur für periodische oder *regelmäßige* Strukturen annimmt, d. h. den kleinsten Abstand, der zwischen gegebenen Elementen bestehen muß, damit sie mit der fraglichen Apertur *getrennt* abgebildet werden können. Der zahlenmäßige Ausdruck dieses kleinsten Abstandes ist

$$\delta = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{a},$$

wobei a die numerische Apertur und λ die Wellenlänge des Lichtes bedeutet. Man erhält einen guten Durchschnitt für die letztgenannte Größe (für subjektive Beobachtungen bei weißem Lichte), wenn man $\lambda = 0{,}55\,\mu = 0{,}00055$ mm ansetzt, das bedeutet die Wellenlänge der grünen Strahlen zwischen der *D*- und der *E*-Linie sehr nahe dem Maximum der Helligkeit im Diffraktionsspektrum.

Obwohl dieser Ausdruck in strengem Sinne nur auf die Sichtbarkeit periodischer Strukturen aus regelmäßig angeordneten Elementen anwendbar ist, so kann er doch als ein *angenähertes* Maß für das Abbildungsvermögen im allgemeinen angenommen werden, d. h. in Hinsicht auf *Strukturen beliebiger Zusammensetzung*. Meine theoretischen Untersuchungen und Experimente zeigen, daß, Objekte *jeder* Form und Anordnung vorausgesetzt, das Mikroskopbild keine Anzeichen von Struktur erkennen läßt, wenn ihre Dimensionen merklich kleiner sind als der Wert von δ, wie ihn die obige Formel (für beliebige Aperturen) liefert. Beliebig gestaltete Hervorragungen an der Umgrenzung eines gröberen Objekts verschwinden beispielsweise in dem Maße mehr und mehr, als ihre Ausmaße sich dem für die benutzte Apertur geltenden Werte von δ nähern. Isolierte Elemente von dreieckiger, quadratischer oder rechteckiger Form sehen sich mehr und mehr ähnlich (werden mehr und mehr Kreisen oder Ellipsen ähnlich), je mehr ihre Größe abnimmt und dabei dem Werte von δ[1]) nahekommt. Der Lichtverlust durch Beugung, den die Strahlenbegrenzung durch die Linsenöffnung zur Folge hat, ändert und verwischt die Einzelheiten, die jenseits der Grenze des Auflösungsvermögens liegen. Infolgedessen wird das Mikroskopbild eines Objekts beliebiger Zusammensetzung stets in demselben Grade dem Objekt *unähnlich* sein; und die Grenze des Auflösungsvermögens gibt daher die Grenze *ähnlicher* oder *richtiger* Abbildung überhaupt an.

[462]. Infolgedessen ist jede Apertur völlig ausgenutzt, wenn die Vergrößerung des ganzen Mikroskops für eine deutliche und bequeme Beobachtung von Einzelheiten ausreicht, die dem Werte von δ entsprechen. Geringere Vergrößerungen würden die Apertur nicht erschöpfen, da Anzeichen *wirklicher* Struktur dem Auge verborgen bleiben würden, obwohl sie im Bilde enthalten sind. Höhere Vergrößerungen werden andererseits die Erkennung der Objekte nicht fördern, weil alle Anzeichen größerer Feinheit, die sie vielleicht aufweisen, nicht in den Objekten liegen, sondern *allein* zum

1) Für kleine Aperturen habe ich diese theoretischen Schlüsse durch viele Experimente an Objekten sehr verschiedener Beschaffenheit bestätigt gefunden.

Bilde gehören, sie sind weiter nichts als Modifikationen des Bildes, die auf die benutzte Apertur zurückzuführen sind. Demnach würden solche Vergrößerungssteigerungen auf weiter nichts hinauslaufen, als auf eine übertriebene Hervorhebung der Formen im Bilde, die der tatsächlichen Beschaffenheit des Objekts nicht entsprechen.

Demnach haben wir jetzt das zu behandelnde Problem auf diese eine Frage zurückgeführt: Welche Vergrößerung ist notwendig und hinreichend, um den zu irgend einer Apertur gehörigen δ-Wert dem Auge unter dem Winkel vorzuführen, den deutliche Gesichtswahrnehmung fordert?

Beobachtungstatsachen, die im Bereiche eines jeden Mikroskopikers liegen, liefern alle notwendigen Daten, um diese Vergrößerung *angenähert* zu bestimmen. Die Zeichnung eines gewöhnlichen Exemplars von Pleurosigma angulatum wird einem Auge von sehr hoher Sehschärfe unter einer 150fachen Linearvergrößerung sichtbar. Da die Linien nur den geringen Abstand von etwa 0,5 μ haben (50000 von ihnen auf einen Zoll kommen), so werden sie in diesem Falle unter einem eine Bogenminute nicht sehr übersteigenden Gesichtswinkel beobachtet. Ein Durchschnittsauge wird indessen, um *deutlich* und *bequem* zu sehen, jedenfalls eine viel höhere Vergrößerung fordern; *wie* viel höher wird natürlich für verschiedene Beobachter verschieden sein. Ich glaube indessen genügenden Spielraum für persönliche Verschiedenheiten zu lassen, wenn ich eine 300- und eine 600fache Linearvergrößerung als die Grenzen der *nutzbaren* Vergrößerung bezeichne, wenn es sich um Einzelheiten von diesen Dimensionen handelt. Bei der Beobachtung der Diatomee wird, glaube ich, niemand den Vorteil einer Steigerung der Vergrößerung in Abrede stellen, solange sie unter einer 300fachen ist; andererseits wird niemand zugeben, daß etwas gewonnen wird, wenn man über 600fach hinausgeht, vorausgesetzt, daß die Beobachtung mit einer 0,6 nicht übersteigenden Apertur gemacht wurde, die wohl die Streifung, *aber nicht mehr* zeigt[1]).

Aus diesem Beispiel kann man in Übereinstimmung mit vielen ähnlichen Tatsachen den Schluß ziehen, daß für eine befriedigende Beobachtung die kleinsten Einzelheiten des Mikroskopbildes unter einem Gesichtswinkel erscheinen müssen, der schätzungsweise nicht unter 2′ herunter, und nicht über 4′ hinausgeht; Winkelwerte, die für Dimensionen von 0,5 μ sehr nahe mit einer 300- und 600fachen Vergrößerung übereinstimmen.

1) Bei der Beobachtung von Pleurosigma angulatum mit Objektiven hoher Apertur können natürlich viel stärkere Vergrößerungen ausgenutzt werden. Dann enthält indessen das Bild auf den Streifungen Anzeichen von Formen viel kleinerer Dimensionen.

Wird dies zugegeben, so können wir sofort die Linearvergrößerung angeben, die zur richtigen Ausnutzung einer gegebenen Apertur erforderlich ist. Soll eine Dimension δ unter einem Gesichtswinkel von v Bogenminuten [463] erscheinen, so ist die notwendige Vergrößerung N bei einem Abstande von 250 mm oder 10 Zoll (da eine Bogenminute durch 1 : 3438 gegeben ist):

$$N = \frac{250}{3438} \cdot \frac{v}{\delta}$$

und wir erhalten wenn wir für δ seinen Ausdruck durch die

Tabelle I.

Apertur.	Öffnungswinkel (in Luft).	δ, Dimension der kleinsten erkennbaren Einzelheiten.	N, Vergrößerungszahl, wenn der Gesichtswinkel betragen soll	
			$v = 2'$	$v = 4'$
	°	μ		
0.05	5.7	5.50	26	53
0.10	11.5	2.75	53	106
0.15	17.2	1.83	79	159
0.20	23.0	1.37	106	212
0.25	29.0	1.10	132	265
0.30	35.0	0.92	159	317
0.35	41.1	0.79	185	370
0.40	47.2	0.69	212	423
0.45	53.5	0.61	238	476
0.50	60.0	0.55	264	529
0.55	66.7	0.50	291	582
0.60	73.7	0.46	317	635
0.65	81.1	0.42	344	688
0.70	88.8	0.39	370	741
0.75	97.3	0.37	397	794
0.80	106.3	0.34	423	846
0.85	116.4	0.32	450	899
0.90	128.3	0.31	476	952
0.95	143.6	0.29	503	1005
1.00	180.0	0.27	529	1058
1.05	—	0.26	555	1111
1.10	—	0.25	582	1164
1.15	—	0.24	608	1217
1.20	—	0.23	635	1270
1.25	—	0.22	661	1323
1.30	—	0.21	688	1375
1.35	—	0.20	714	1428
1.40	—	0.19	741	1481
1.45	—	0.18	767	1534
1.50	—	0.18	793	1587

Apertur $\left(\frac{\lambda}{2a}\right)$ einsetzen, die allgemeine Formel:

$$N = \frac{250}{3438} \cdot \frac{2av}{\lambda};$$

oder, $\lambda = 0{,}00055$ gesetzt,

$$N = 264{,}5\ av.$$

Setzt man in dieser Formel v gleich $2'$ oder $4'$, so erhält man die Zahlen der *nützlichen* Vergrößerung für die in Tabelle I aufgeführte Reihe verschiedener Aperturen; nützlich ist hier im Sinne des *Abbildungsvermögens* genommen, während für den Augenblick jede Bezugnahme auf die *Beleuchtung* des Objekts außer Acht gelassen wurde, die, wie später erklärt werden soll, etwas größere Aperturen zuläßt.

[Siehe Tabelle I auf S. 393.]

[464] Umgekehrt können wir die Apertur a erhalten, die zur Ausnutzung einer gegebenen, Nfachen Linearvergrößerung ausreicht, wenn ein Gesichtswinkel v' für die kleinsten im Bereiche dieser Apertur liegenden Einzelheiten vorgeschrieben ist. Das leistet die Formel

$$a = \frac{N}{264{,}5} \cdot \frac{1}{v}.$$

Tabelle II.

N, Vergrößerung für 250 mm.	a Apertur für einen Gesichtswinkel der kleinsten Einzelheiten $v = 2'$.	Öffnungswinkel (in Luft).
		°
10	0.019	2.2
20	0.038	4.4
30	0.057	6.5
40	0.076	8.7
50	0.095	10.9
75	0.142	16.3
100	0.189	21.8
150	0.284	33.0
200	0.378	44.4
250	0.473	56.5
300	0.567	69.1
350	0.662	82.9
400	0.756	98.2
450	0.851	116.7
500	0.945	141.8
600	1.134	
700	1.323	
800	1.512	
900	1.701	
1000	1.890	

Tabelle II führt die den verschiedenen Vergrößerungen unter der Annahme eines Gesichtswinkels $v = 2'$ entsprechenden a-Werte auf; sie gibt daher die *Maximal*apertur an, die unter den obigen Annahmen für eine gegebene Vergrößerung als nutzbar gelten kann. Nimmt man einen anderen Gesichtswinkel als notwendig an zu deutlicher Sichtbarkeit der feinsten Einzelheiten, so ändert sich a umgekehrt proportional mit v, so daß wir für $v = 1'$ die doppelten, für $v = 4'$ die halben Beträge der zweiten Tabellenspalte erhalten würden.

Obwohl diese Zahlen natürlich keinen Anspruch machen können, mehr zu sein, als eine Annäherung an die tatsächlichen Anforderungen unter den verschiedenen vorliegenden Bedingungen, so geben sie doch mit hinreichender Genauigkeit die *Grenzen* der nutzbaren Vergrößerung an; insofern nämlich, als das Abbildungsvermögen einer gegebenen Apertur nicht völlig ausgenutzt werden kann, wenn die Ziffer der Linearvergrößerung (wie sie *mit einer wirklich guten Bildqualität* erreicht werden kann) *weit* unter den Minimalzahlen der Tabelle liegt; und als [465] wir ferner eine *leere*, die Wiedergabe der Objekte nicht verbessernde Vergrößerung erhalten, wenn die Vergrößerungszahl den Maximalwert *bedeutend* übersteigt.

Der springende Punkt, auf den beide Tabellen hinweisen, liegt in den verhältnismäßig *niederen* Vergrößungsziffern, die für sehr hohe — im besondern für die höchsten — Aperturen ausreichen; und umgekehrt in den kleinen Aperturen, die für kleine Mikroskopvergrößerungen ausreichen. Ich will natürlich nicht bestreiten, daß unter besonderen Umständen und für besondere Zwecke viel höhere Vergrößerungsziffern, als die der Tabelle, sehr nützlich oder sogar notwendig sind, wie z. B. für zählen, messen, zeichnen u. s. w. Ich möchte aber den Umstand betonen, daß sie beim jetzigen Zustande des Mikroskops für die *Forschung*, d. h. für die richtige *Erkenntnis* der Objekte nicht erforderlich und nicht einmal vorteilhaft sind. Für die feinsten Einzelheiten des Mikroskopbildes ist ein Gesichtswinkel von $2'$ und jedenfalls ein solcher von $4'$ (der etwa dem achten Teil des scheinbaren Monddurchmessers gleichkommt) sicherlich zu deutlicher Wahrnehmung ausreichend. Sollten sich in dem Bilde Anzeichen von Form oder Anordnung finden, die für die obigen Vergrößerungen zu fein sind, so sind sie sicherlich von kleineren Dimensionen, als die in der Tabelle I zugeordneten δ-Werte. Sind derartige Anzeichen

vorhanden, so beziehen sie sich nicht in Wirklichkeit auf die Objekte, sondern gehören zum Bilde allein — es sind rein optische Erscheinungen, die von der Begrenzung der abbildenden Strahlenbüschel durch die Linsenöffnung abhängen.

Abgesehen von jeder Theorie und jedem experimentellen Beweise zur Stützung der fraglichen Prinzipien hat die praktische Erfahrung der Mikroskopiker genügende Grundlagen dafür gegeben, daß es tatsächlich eine Grenze für die Leistung des Mikroskops gibt, und daß sie in der oben geschilderten Art von der Apertur der Objektive abhängig ist. Keine Art mikroskopischer Objekte kann in irgend welcher Hinsicht günstigere Bedingungen für die Erkennbarkeit der feinsten Einzelheiten aufweisen als die scharf hervortretenden (und gleichzeitig so einfachen und regelmäßigen) Strukturen des Kieselskeletts der Diatomeen. Aber auch bei Objekten dieser Art findet sich keine *zuverlässige* Beobachtung zu gunsten der Annahme, daß im Bereiche irgend einer gegebenen Apertur, sie habe den Wert 0,3 oder 1,40, feinere Einzelheiten lägen, als die obige Tabelle ihr zuordnet; auf der anderen Seite gibt es manche unbezweifelte Angaben dafür, daß die theoretischen Grenzen so nahe erreicht sind, als man füglich erwarten kann, wenn man auf die Schwierigkeit einer genauen Bestimmung der tatsächlichen Umstände der Beobachtung Rücksicht nimmt.

Die oben auch für möglichst hohe Aperturen angegebenen niederen Vergrößerungsziffern — niedrig im Gegensatz zu den Ansichten vieler Mikroskopiker — folgen unweigerlich aus dem aufgestellten Prinzip. Zur Stützung dieser Folgerung möchte ich indessen mich auf das Zeugnis vieler erfahrener Naturforscher berufen, die wertvolle Arbeiten auf Forschungsgebieten ausgeführt haben, in denen es sich um die [466] feinsten und zartesten Objekte handelte, und die darin übereinstimmen, daß auch in diesen Forschungszweigen unser ganzer wirklicher Erkenntniszuwachs zunächst erhalten wurde, oder doch ebenso gut hätte erhalten werden können mit Vergrößerungen, die nicht sehr über 1000 bis 1200fach hinaus gehen, gleichgültig welche Linsentypen in Frage kommen möchten.

2. Ich kann mich indessen nicht auf die Angabe beschränken, daß eine im Verhältnis zur benutzten Apertur *übertriebene Vergrößerung* für die Erkenntnis mikroskopischer Objekte einfach nutzlos ist, sondern ich muß noch weiter gehen und die Meinung

vertreten, daß übertriebene Vergrößerung im wahren Sinne des Wortes ein Hindernis der *richtigen* Erkenntnis ist oder mindestens sein kann, da sie unvermeidlich den Beobachter dazu führt, rein optische Erscheinungen in den Bildern für wahre Eigentümlichkeiten der Objekte zu halten. Die folgenden Überlegungen werden diese Ansichten rechtfertigen.

Wenn wir eine Schale von Pleurosigma angulatum mit der kleinsten Apertur von 0,6 beobachten, ein Fall, in dem nur ein Liniensystem auf einmal sichtbar wird, so sind wir imstande ein wohldefiniertes Bild dieser Linien bei einer 1000fachen oder noch höheren Linearvergrößerung zu erhalten, vorausgesetzt daß wir ein Objektiv von verhältnismäßig kurzer Brennweite und ein mittelstarkes Okular anwenden und die Beleuchtung durch ein sehr enges, aber intensives, Lichtbüschel bewirken. *Anscheinend* enthüllt diese Vergrößerung vielmehr als eine niedere 350 oder 400fache mit derselben Apertur. Wir sehen die Streifen als breite Rücken oder Rinnen weit voneinander getrennt und wir erkennen deutlich ein Zahlenverhältnis zwischen der Breite dieser scheinbaren Rücken und ihrer Zwischenräume, das sehr angenähert den Wert 1 : 1 hat; wogegen wir bei 300facher Linearvergrößerung gerade nur das Vorhandensein einer Streifung und nichts weiter erkennen. Nun wissen wir in diesem Falle, daß alle bei 1000facher Linearvergrößerung zum Vorschein kommenden Einzelheiten bloße optische Täuschungen sind, da wir in der Lage sind, die bei dieser Vergrößerung mit niederer Apertur erhaltenen Anzeichen durch das gleichstark vergrößerte, aber durch eine Apertur von 1,2 gelieferte, Bild zu kontrollieren und zu berichtigen. Wäre aber bis jetzt ein die Apertur von 0,6 übersteigendes System noch nicht hergestellt worden, so würden Mikroskopiker sicherlich an das Vorkommen gleichbreiter Rücken und Rinnen auf der Schale von Pleurosigma angulatum geglaubt haben. Für dieses Beispiel ist zweifellos das mit einer Apertur von 0,6 erhaltene, 300fach vergrößerte Bild von der Wahrheit *weniger entfernt* als das 1000fach vergrößerte Bild gleicher Apertur. Die *unbestimmte* Streifung ist ein Anzeichen wahrer Struktur, insofern als tatsächlich gleich weit abstehende Reihen von Elementen in der Diatomee vorhanden sind, die als Streifen erscheinen müssen, so lange die Elemente selbst verborgen bleiben; die Darstellung dieser Reihen als bestimmte Rippen und Zwischenräume *mit einem deutlichen Breitenverhältnis* ist im

wahren Sinne des Wortes eine Verschlechterung des Bildes der Struktur.

Was für eine Apertur von 0,6 gilt, muß *im Verhältnis* auch für jede größere Apertur gelten. Vor mir liegen Dr. WOODWARDS prächtige Aufnahmen von Amphipleura pellucida, Pleurosigma angulatum [467] und andern Diatomeen gefertigt mit den besten Objektiven hoher Apertur unter 3000fachen und stärkeren Linearvergrößerungen. Nun entspricht die Amphipleura in diesen Photographien, aufgenommen mit Aperturen zwischen 1,2 und 1,3, genau dem 1000fach mit nur 0,6 Apertur vergrößerten Pleurosigma angulatum. Sie zeigt dieselbe bestimmte und entschiedene Streifung *mit gleichbreiten Rippen und Zwischenräumen*, die sich stets einstellt, wenn die Gruppierung der Strukturelemente so dicht ist, daß sie die für die benutzte Apertur geltende Grenze des Auflösungsvermögens fast erreicht. Theorie und Experiment zeigen, daß diese Einzelheiten im Bilde keine Beziehung zu der tatsächlichen Zusammensetzung des Objekts haben, sondern daß sie weiter nichts bieten als die *typischen* Abbilder von reihenweise angeordneten Elementen irgend welcher Form und Größe, sobald ihr Abstand sich dem der Apertur entsprechenden δ-Werte nähert. Es würde gegen jede Analogie sein, zu erwarten, daß wir bei Amphipleura allein tatsächlich Bänder oder Rippen finden sollten und nicht, wie bei andern Diatomeen, gesonderte Elemente in doppeltperiodischer Anordnung, mit verschieden großen Abständen in verschiedenen Richtungen. Gibt man das zu, so ist die höhere Bestimmtheit und Entschiedenheit des Bildes bei der stärkeren Vergrößerung gerade das Gegenteil einer Erhöhung der Erkenntnis, denn das Auge wird von Formen eingenommen, die dem Objekt gänzlich fremd sind. Wenn ich jemandem zeigen wollte, in welchem Umfange das Mikroskop *tatsächlich* die Diatomeenstruktur uns enthüllt hat, so würde ich ihm raten, die obigen Aufnahmen aus einem Abstande von drei bis vier Fuß [0,9 bis 1,2 m] zu betrachten, um den einer etwa 1000fachen Linearvergrößerung entsprechenden kleineren Gesichtswinkel wiederherzustellen. Was er unter diesen Umständen sehen kann, sind *Spuren* der wahren Struktur — unbestimmte Spuren vielleicht aber keine gefälschten; was er *außerdem* unter größerem Gesichtswinkel sieht, ist nichts weiter als die Schaustellung einer auf Mangel an Apertur zurückzuführenden Unähnlichkeit von Objekt und Bild. Die 3000- bis 4000fache Linearvergrößerung könnte nur dann die Erkenntnis der *wahren* Struktur erhöhen, wenn sie mit Aperturen von 3,0 oder 4,0 erhalten wäre[1]).

Sehr kleine Objekte in gänzlich verschiedenen Forschungsgebieten verhalten sich keineswegs anders. Wenn das Abbild eines Bakteriums oder einer sehr feinen Geißel hinsichtlich Größe und Form unter einer 3000fachen Linearvergrößerung deutlicher erscheint, als unter einer 1000fachen möglich ist, so ist der Zuwachs stets ein solcher bloßer optischer Unähnlichkeit.

Die Wirkungen übertriebener Vergrößerung beim Mikroskop lassen sich durch ähnliche Vorkommnisse aus der Erfahrung von Astronomen erläutern. Astronomen [468] sind sich wohl bewußt, daß die *zuverlässigste* Vergrößerung eines Teleskops nicht die höchste Vergrößerung ist, die das Instrument aushält, sondern die Vergrößerung die zum Objektivdurchmesser in einem gewissen Verhältnis steht. Wenden sie eine höhere Vergrößerung an als eine 40fache für jeden Zoll des Objektivdurchmessers (d. h. eine 120fache für ein drei- eine 400fache für ein zehnzölliges Objektiv), so beginnen sie bei Sternen ohne wahrnehmbaren Durchmesser solche Durchmesser zu erkennen. Ein ausgezeichnetes dreizölliges Objektiv zeigt bei einer 300fachen Vergrößerung in der Tat anscheinend mehr als bei 100facher, ganz ebenso wie es bei einem sehr guten Mikroskopobjektiv hoher Apertur mit 3000- und 1000facher Linearvergrößerung der Fall ist. In der Tat lassen sich mit dem Dreizöller unter 300facher Vergrößerung an ziemlich hellen Fixsternen sehr scharfe und deutliche Scheibchen erkennen, die bei 100facher ganz oder nahezu unsichtbar sind. Diese Scheibchen verschwinden aber sofort, wenn die 300fache Vergrößerung mit einem Objektiv von 9 Zoll Durchmesser[2]) erreicht wird. Astronomen sind daran gewöhnt, für verschiedene Zwecke viel höhere

1) Die Zahlen der Tabelle dürfen indessen nicht ohne weiteres auf photographische Aufnahmen angewandt werden, sondern es sollten die jeder Apertur zugeschriebenen Vergrößerungen im Verhältnis von 0,41 : 0,55 (ungefähr 3 : 4) *erhöht* und die einer gegebenen Vergrößerung entsprechende Apertur in demselben Verhältnis *erniedrigt* werden. Infolge der kürzeren Wellenlänge der Strahlen höchster chemischer Intensität ist der δ-Wert für jede Apertur bei photographischen Aufnahmen in diesem Verhältnis kleiner als bei Okularbeobachtungen.

2) Die physikalischen Bedingungen der fraglichen Erscheinungen sind beim Fernrohr und Mikroskop nicht *identisch*, aber doch sehr ähnlich. In beiden Fällen sind die Wirkungen nicht, wie oft angenommen wird, in den starken Okularen begründet, sondern sie beruhen allein auf dem Verhältnis der Gesamtvergrößerung des Instruments zur Apertur.

Vergrößerungen, als das 40fache der Zollanzahl anzuwenden, aber sie tun das *nicht*, wenn sie die *wahre* Form und Größe ihrer Objekte kennen lernen wollen.

Ganz so verhält es sich beim Mikroskop. Die möglichst große Annäherung des Bildes an eine treue Wiedergabe des Objekts erhält man nicht durch die stärksten, sondern durch solche Vergrößerungen, bei denen dem Auge gerade noch die kleinsten Dimensionen der wirklichen Struktur dargeboten werden können, die im Bereiche einer gegebenen Apertur liegen.

Auf diesen Gegenstand möchte ich die besondere Aufmerksamkeit der Mikroskopiker lenken, da er meiner Meinung nach von großer praktischer Bedeutung hinsichtlich der richtigen *Anwendung* des Mikroskops ist. Für meinen gegenwärtigen Zweck kann ich mich auf die Feststellung beschränken, daß die Erhöhung der Mikroskop*vergrößerung* über jene mäßigen Zahlen hinaus, die zur Ausnutzung der verfügbaren Aperturen genügen, nicht zu den vernünftigen Zielen der Mikroskopoptik gehört. Diese gehen vielmehr darauf hinaus, die möglichst hohe Vervollkommnung und die günstigsten Bedingungen für den Gebrauch dieser mäßigen Vergrößerungen herbeizuführen.

3. Soviel über das richtige Verhältnis zwischen Apertur und Vergrößerung am *oberen* Ende der Stufenleiter der Leistungen des Mikroskops, wo es sich um die möglichst hohen Aperturen und die stärksten nützlichen Vergrößerungen handelt. Hinsichtlich des *unteren* Endes der Stufenleiter erfordern die durch die Tabellen I und II gegebenen Andeutungen noch einige weitere Bemerkungen.

Soweit das Prinzip zugegeben ist, auf Grund dessen die Berechnung der Tabellen vorgenommen wurde, müssen wir die kleinen, den schwächeren Mikroskopvergrößerungen zugeschriebenen Aperturen, für ausreichend ansehen [469], wofern nur ein Gesichtswinkel von mindestens 2′ für die kleinsten im Bereich jeder Apertur liegenden Einzelheiten erforderlich ist. Eine Erhöhung würde nur dann notwendig werden, wenn sich ein Beobachter fände, der einen kleineren Gesichtswinkel, beispielsweise 1′, für deutliche Wahrnehmung als ausreichend erachtete. Andererseits ist sicherlich ein Überschuß an Apertur kein Nachteil an sich, sondern nur in Rücksicht auf gewisse Punkte im praktischen Gebrauche, von denen wir im ersten Teil des Artikels gesprochen haben. Unter diesen sprechen einige zu gunsten *kleiner* Aperturen

(Penetrationsvermögen, Arbeitsabstand, Unempfindlichkeit des Korrektionszustandes u. s. w.) und einer zu gunsten *größerer* Apertur (Helligkeit des Bildes). Die eigentliche Aufgabe der theoretischen Überlegungen in dem vorangehenden Paragraphen kann daher nicht sein, eine *absolut* gültige Regel aufzustellen, als vielmehr die richtigen Grundbedingungen anzugeben, um einen vernünftigen Ausgleich zwischen den verschiedenartigen Anforderungen finden zu lassen, die der praktische Gebrauch des Mikroskops stellt.

Die Anforderungen betreffend, bei denen der Vorteil stets auf seiten der *kleineren* Apertur zu finden ist, leuchtet es ein, daß sie alle umsoweniger wichtig werden, je geringere Aperturen und je schwächere Vergrößerungen in Frage kommen. Wie im ersten Teile bemerkt wurde, machen sich Beschränkungen im Arbeitsabstande und unbequeme Empfindlichkeit der Systeme (Unbeständigkeit des Korrektionszustandes für verschiedene Deckglasdicken u. s. w.) so lange nicht bemerkbar, als die Apertur über 0,25 (etwa 30°) nicht hinausgeht, und sie stellen sich auch bei etwas größeren Aperturen bis zu 0,5 in keinem sehr schädlichen Grade ein. Das dritte Element, das Penetrationsvermögen des Mikroskops, ist bei anderer Gelegenheit[1]) einer vollständigeren Diskussion unterzogen worden, und da wurde gezeigt, daß mit abnehmender Vergrößerung die *tatsächliche* Sehtiefe, d. h. die Tiefe, die dem Auge bei *einer* Einstellung zugänglich ist, mehr und mehr das Ergebnis der Akkommodationsfähigkeit des Auges ist und daher weniger und weniger von der Apertur abhängt. Bei sehr schwachen Vergrößerungen, die über eine 50fache nicht weit hinausgehen, hat ein normales Auge, ganz abgesehen von der Apertur, einen erheblichen Betrag von Sehtiefe. Dementsprechend ist es, je schwächer das Vergrößerungsvermögen, um so eher erlaubt, die Apertur im Verhältnis der Vergrößerung zu steigern, ohne daß sich im Hinblicke auf die verschiedenen oben erwähnten Punkte merkliche Nachteile einstellen.

Es gibt aber, wie ich sagte, *ein* Element bei der Wirkungsweise des Mikroskops, bei dem ein *Übermaß* an Apertur von Vorteil ist, und das ist das Beleuchtungsvermögen oder die Bildhelligkeit. Es würde indessen ein schwerer Irrtum sein, anzunehmen, daß hier keine einschränkenden Bedingungen beständen, und das sollen die folgenden Überlegungen zeigen:

1) Journ. Roy. Micr. Soc. (2), I, 689, 1881. [Vergl. S. 381.]

Soweit die Beleuchtung von Objekten im durchfallenden Lichte durch Licht einer gegebenen Intensität bewirkt wird, und die beleuchtenden Büschel die volle Apertur des Objektivs ausnutzen, hängt die Helligkeit [470] des Mikroskopbildes allein von dem Durchmesser der Büschel bei ihrem Austritte aus dem Okular ab und ist dem Quadrate dieses Durchmessers direkt proportional. Dieser Durchmesser d ist genau durch die einfache Formel gegeben

$$d = 2a \cdot \frac{l}{N} \left(\text{oder } d = 2l \frac{a}{N} \right);$$

wobei N die Vergrößerung des Schlußbildes für eine Sehweite $= l$ und a die numerische Apertur des Systems bedeutet. Ist der Beleuchtungskegel enger und füllt er nicht die ganze Öffnung des Systems aus, so muß an Stelle der vollen numerischen Apertur des Systems die numerische Apertur für a eingesetzt werden, die dem Öffnungswinkel des Beleuchtungskegels entspricht. Der Durchmesser der austretenden Büschel und infolgedessen das Beleuchtungsvermögen hängt ganz und gar nicht ab von der besonderen Zusammensetzung des Mikroskops (Objektiv, Okular und Tubuslänge), sondern wird allein von der Apertur und der Gesamtvergrößerung bestimmt (wobei auf die dabei vorkommenden Lichtverluste durch Reflexion und Absorption keine Rücksicht genommen wurde). Wir erhalten aus der obigen Formel den Durchmesser d in Millimetern, wenn wir l und $\frac{a}{N}$ Zahlenwerte beilegen.

Unter den Annahmen die für die Berechnung der Zahlenwerte in der zweiten Spalte von Tabelle II gemacht wurden (d. h. $\lambda = 0{,}55\ \mu$ und $v = 2'$) haben wir eine *konstante* Beziehung von a zu N nämlich:

$$\frac{a}{N} = \frac{1}{2(264{,}5)};$$

setzen wir nun $l = 250$ mm und führen diese Werte in die obige Formel ein, so erhalten wir

$$d = \frac{250}{264{,}5} = 0{,}95 \text{ mm},$$

folglich den gleichen Durchmesser d für alle Vergrößerungen und daher stets die gleiche Bildhelligkeit, wenn nur die verschiedenen Aperturen durch die einfallenden Beleuchtungskegel voll ausgenutzt werden.

Erhöhen wir die a-Werte, die jeder Vergrößerung N durch die Tabelle II zugeordnet werden, so vergrößern wir die Durchmesser der austretenden Büschel in demselben Verhältnis; wir würden beispielsweise überall $d = 1{,}9$ mm erhalten, wenn die Aperturen so weit möglich im Verhältnis von 1 : 2 größer würden; und das würde mit der Annahme eines Gesichtswinkels $v = 1'$ für die kleinsten noch zugänglichen Einzelheiten übereinstimmen. Es versteht sich indessen von selbst, daß höhere Aperturen nur so lange vorteilhaft sind, als der d-Wert den Durchmesser der Augenpupille nicht überschreitet, der unter den tatsächlichen Bedingungen mikroskopischer Untersuchung vorhanden ist; tritt das aber ein, so muß die Iris des Beobachters den Randteil der Linsenöffnung in genau gleicher Weise abblenden wie eine am Objektiv angebrachte Blende. [471] Nun zieht sich bei mikroskopischer Beobachtung — Fälle sehr schwacher Beleuchtung ausgenommen — die Iris eines gesunden Auges stets verhältnismäßig eng zusammen und zeigt in der Regel keinen größeren Durchmesser als 2 bis 2,5 mm. Wenn dementsprechend, soweit das Abbildungsvermögen allein in Frage kommt, die größte nützliche Apertur (für $v = 2'$ wie in den Tabellen I und II) durch $\frac{a}{N} = \frac{1}{2\ (264{,}5)}$ oder $a = \frac{N}{529}$ gegeben ist, so läßt sich der *Maximalwert* der Apertur für jede Mikroskopvergrößerung durch die oben gegebene allgemeine Formel ausdrücken, wenn wir $d = 2{,}5$ setzen. Wir erhalten dann aus $a = d \frac{N}{2l}$

$$a = 2{,}5 \cdot \frac{N}{500} = \frac{N}{200}$$

und umgekehrt $N = 200 \cdot a$ als den *Minimalwert* der Vergrößerung, die vorhanden sein muß, um dem Auge die Aufnahme aller das Okular verlassenden Strahlen zu gestatten. Eine Apertur von 0,5 (60°) wird daher in *jeder* Hinsicht (sowohl bezüglich der Helligkeit als des Abbildungsvermögens) nutzlos sein, so lange sie für Linearvergrößerungen unter einer 100fachen verwandt wird, und ein Gleiches gilt für eine Apertur von 0,25 (29°) für alle Linearvergrößerungen unter einer 50fachen. Indessen wird eine *richtige* Ausnutzung der durch eine gegebene Apertur zugelassenen Strahlen eine noch weitere Einschränkung erfordern. Denn wenn der Durchmesser der aus dem Okular austretenden Büschel dem Pupillendurchmesser ganz nahe kommt, so wird die geringste Bewegung des Auges eine Abblendung des einen oder des anderen Teils der Apertur verursachen. Der Beobachter wird daher selten

das volle Lichtbüschel ausnutzen und stets die unangenehme Empfindung einer ständig wechselnden Bildhelligkeit haben.

Unter Berücksichtigung alles des Angeführten muß man zu dem Schluß kommen, daß der *äußerste*, unter den gegebenen Bedingungen mikroskopischer Beobachtung wirklich nutzbare Betrag an Apertur für jede Vergrößerung durch etwa das *Zweifache* der Zahlen angegeben wird, die sich in der zweiten Tabelle finden. Dementsprechend wächst der Durchmesser der austretenden Büschel zu etwa 2 mm (1,9 mm) an. Jeder größere Wert des Verhältnisses zwischen Apertur und Vergrößerung muß entschieden als irrationell angesehen werden, da das nicht nur in jeder Hinsicht *Verschwendung* von Apertur bedeutet, sondern gleichzeitig auch ein Nachteil im eigentlichen Sinne des Wortes ist, soweit bequeme und angemessene Beobachtung in Frage kommt.

Bis zu der hier angegebenen Grenze gebe ich den Vorteil der Erhöhung der Apertur zu, und zwar soweit es sich um *niedere* und *niederste* Vergrößerungen handelt, bei denen die anderen Anforderungen, wie bewiesen ist, keine größeren Beschränkungen auferlegen. Meines Erachtens beruht indessen der Vorteil der Erhöhung nicht so sehr auf dem Gewinn an Helligkeit an sich, sondern eher auf der Möglichkeit, *engere, die ganze Apertur des Objektivs nicht ausfüllende Beleuchtungsbüschel ohne unbequeme Helligkeitsabnahme anwenden zu können.* Die kleineren Aperturen, die zur richtigen Ausnutzung des Abbildungsvermögens der Objektive ausreichen, würden auch hinsichtlich der Helligkeit genügen, wenn das einfallende [472] Büschel stets die volle Öffnung des Objektivs ausfüllte. Tatsächlich wird ein System von $a = 0{,}2$ (23^0) unter einer 106fachen Linearvergrößerung bei Einhaltung dieser Bedingung auch dann keinen Mangel an Licht zeigen, wenn trübes Tageslicht verwandt wird. Der unter allen Umständen bei starken Vergrößerungen beobachtete Mangel (abgesehen von entsprechend höheren Aperturen) hat keinen anderen Grund als die Unmöglichkeit, Beleuchtungsbüschel anzuwenden, die die volle Apertur des Mikroskops ausfüllen. Einige Sonderfälle ausgenommen, erfordert die Ausnutzung hoher Aperturen bei der Beobachtung zarter Objekte stets eine solche *Einengung* der einfallenden Lichtbüschel (gewöhnlich auf einen Winkel, der 30^0 bis 40^0 in Luft nicht übersteigt), daß sie *direkt* nur einen kleinen Teil der Aperturfläche ausnutzen; die Wirkung der größeren Apertur ist dann die, die von den Strukturelementen im Objekt unter großen

Winkeln zerstreuten Strahlen zu sammeln. Die tatsächliche Bildhelligkeit ist unter diesen Umständen natürlich viel kleiner, als sie wäre, wenn ein die volle Öffnung ausfüllendes Beleuchtungsbüschel hätte angewendet werden können. Bei niederen Aperturen hängt nun allerdings die richtige Wirkung viel weniger von der Einengung der Beleuchtungsbüschel ab. Nichtsdestoweniger bedeutet eine solche Einengung — mittels Blenden unterhalb der Präparate — für manche Beobachtungen einen bedeutenden Vorzug. Für diesen Zweck ist es von Wichtigkeit in der Praxis, daß die Apertur *größer* ist, als für die Bildhelligkeit bei vollständiger Beleuchtung notwendig wäre. Wenn der doppelte Betrag von a, dem in Tabelle II angegebenen gegenüber, für die verschiedenen Vergrößerungen zugelassen wird, so geben diese Vergrößerungen auch dann noch genügende Helligkeit, wenn einfallende Büschel nur halber Apertur für die Beleuchtung verwandt werden, und demnach drei Viertel des lichten Kreises für die Ausnutzung der zerstreuten Strahlen übrig bleiben.

4. Wir sind nun im Besitze aller notwendigen Angaben, um mindestens in erster Annäherung einen *vernünftigen Grundwert* für das Verhältnis zwischen Apertur und Vergrößerung anzugeben, so weit es sich um das *ganze* Mikroskop handelt, d. h. soweit die Vergrößerung des *Schluß*bildes in Frage kommt (wobei wir vorläufig den Anteil von Objektiv und Okular außer Acht lassen).

1. Soweit es sich um die Aperturen handelt, über die man vorläufig nicht hinausgehen kann, sind die Bestrebungen darauf zu richten, eine möglichst vollkommene Wirkung für die Vergrößerungen zu erhalten, die gerade zur vollen Ausnutzung des Abbildungsvermögens dieser Aperturen ausreichen. Die in der Tabelle I gegebenen Zahlenwerte für N können daher die besonderen Ziele für die verschiedenen Arten von Objektiven — Trockensysteme, Systeme mit Wasser-, homogener Immersion — bezeichnen hinsichtlich der Werte von a, die als die praktischen Grenzwerte dieser verschiedenen Systeme angesehen werden müssen (d. h. etwa 0,95 für Trocken-, 1,25 für Wasserimmersions- und 1,40 für homogene Immersionssysteme). Für die vollständige Ausbildung jedes Systems muß indessen ein vernünftiger Spielraum gelassen werden, um die Vergrößerung über die Grenzen der unumgänglich notwendigen hinaus steigern zu können.

[473] 2. Soweit es sich um mittlere Vergrößerungen handelt, die *unterhalb* der Grenzen nutzbarer Vergrößerungen für maximale

Aperturen aber noch *oberhalb* der Beträge liegen, die mit sehr mäßigen Aperturen erreichbar sind, ist eine etwas ängstliche *Sparsamkeit in der Apertur* angezeigt; hierzu führen wichtige Überlegungen bezüglich allgemeiner Forderungen wissenschaftlicher Arbeiten (Penetrationsvermögen, Arbeitsabstand u. s. w.), denn die Nachteile überflüssig großer Apertur werden stets die möglichen Vorteile überwiegen. Für die gebräuchlichen mittleren Vergrößerungen werden also die Zahlen der Tabelle I angenäherte Grenzen des Spielraumes geben, die man mit einer vernünftigen Konstruktion des Mikroskops für *wissenschaftliche Arbeiten* für vereinbar halten kann.

3. Hinsichtlich der schwachen und schwächsten Vergrößerungen ist für die Anwendung größerer als der hinsichtlich des Abbildungsvermögens für diese Vergrößerungen theoretisch nötigen Aperturen ein stetig wachsender Spielraum gelassen. Ein Aperturüberschuß, der für die schwächsten Vergrößerungen bis zu etwa 100 Prozent ansteigt, erhöht das *Beleuchtungsvermögen* des Mikroskops; ein erheblich größerer Überschuß ist unter allen Umständen bloße Verschwendung.

[790] *B. Die Verteilung der Gesamtvergrößerung des Mikroskops auf Okular und Objektiv*[1]).

Da wir — so genau wie es die Umstände zulassen — die Gesamtvergrößerung des *Mikroskops* bestimmt haben, die für die Ausnutzung einer gegebenen Apertur nötig oder von Nutzen ist, können wir nun zu der Behandlung der nächsten Frage übergehen, die lautet: Welche Stärke des *Objektivs* ist für diesen Zweck erforderlich?

Infolge der Prinzipien, die der vorhergehenden Erörterung zu grunde lagen, deutet diese Frage schon auf eine bestimmte Antwort hin. Wenn es sich ergibt, daß mit einer Apertur von 0.50 (60°) eine 265fache Gesamtvergrößerung erforderlich ist, um die kleinsten Einzelheiten in ihrem Bereich unter einem Gesichtswinkel von 2′ darzustellen, so folgt für die Wirksamkeit dieser Vergrößerung, daß das Mikroskopsystem (Objektiv und Okular zusammen) im Schlußbilde eine solche Strahlenvereinigung hervorbringen muß, daß die Bildpunkte genügende Schärfe für die deutliche Darstellung der Einzelheiten unter einem so kleinen Gesichtswinkel besitzen.

1) [Dieser letzte Abschnitt wurde zwar schon in der Sitzung vom 14. Juni 1882 vorgelegt; die Veröffentlichung erfolgte jedoch erst im Dezember 1883. Vergl. S. 375.]

Die Frage ist daher dahin zu stellen: Welche Zusammensetzung des Mikroskops ist nötig, und welche Stärke oder Brennweite des Objektivs ist im besonderen notwendig und hinreichend, um diese 265fache Vergrößerung ohne merkbaren Verlust an Bildschärfe zu erreichen? Können wir diese Brennweite bestimmen, so haben wir zu gleicher Zeit die *richtige* Brennweite für die Apertur 0.50 angegeben.

1. Die Behandlung dieses Gegenstandes beruht auf den folgenden optischen Prinzipien:

1. Wäre es möglich, Linsen oder Systeme herzustellen, die in idealer Vollkommenheit und gänzlich aberrationsfrei *alle* Strahlen in mathematischen Punkten zur Vereinigung brächten, so wäre die Zusammensetzung des ganzen Mikroskops völlig gleichgültig. Läßt man die Wirkung der Aberrationen außer Acht, so hängen *alle* Funktionen des Mikroskops allein von der Apertur und der Brennweite des *Gesamt*systems ab und haben gar keine Beziehung zu der Zahl und Anordnung der zusammensetzenden Teile. Unter dieser Annahme könnte nämlich ein vorgeschrieben kleiner Wert der Brennweite des ganzen Mikroskops oder, was dasselbe ist, eine hohe Linearvergrößerung des Schlußbildes (denn diese ist der Quotient aus Schweite durch [791] die Brennweite) ebensogut mittels eines starken Okulars am oberen Ende des Tubus als mittels eines starken Objektivs am unteren Ende erzielt werden. Der einzige Grund, weshalb ein Unterschied in der Verteilung von Wichtigkeit ist, beruht in der *Anhäufung der Wirkungen von Linsenfehlern und Linsenaberrationen im Schlussbilde des Mikroskops*. Um eine schädliche Anhäufung zu vermeiden, und aus keinem anderen Grunde, sind wir zur Einhaltung gewisser Grenzen bei der Verteilung der Gesamtvergrößerung auf Objektiv und Okular gezwungen.

2. Läßt man die Bildbeschaffenheit seitlich von der Achse unberücksichtigt, so ist das Okular unter den beim Mikroskop tatsächlich bestehenden Bedingungen von geringer praktischer Bedeutung, so weit es sich um die Bildschärfe im *mittleren* Teile des Feldes handelt. Da die Tubuslänge stets ein beträchtliches Vielfaches des lichten Objektivdurchmessers ist, so weisen die Lichtbüschel bei ihrem Eintritte in das Okular schon sehr spitze Winkel auf. Die numerische Berechnung der in ähnlichen Beispielen entstehenden sphärischen und chromatischen Aberrationen zeigt im Falle der

gewöhnlichen HUYGENSschen und RAMSDENschen Okulare sofort, daß in der Nähe der Achse ihr Betrag gänzlich verschwindet verglichen mit den Aberrationsresten des vollendetsten Objektivs. Infolgedessen lassen sich die dem *Objektiv*bilde inhärenten Aberrationen von Achsenpunkten durch Okulare irgend welcher Art weder vergrößern noch verkleinern; sie werden nur für das Auge in dem gleichen Verhältnis, wie das Bild selbst, vergrößert. Andere Eigenschaften des Bildes (seitlich von der Achse) — Ebenheit des Feldes, Gleichmäßigkeit der Vergrößerung u. s. w. — auf die das Okular tatsächlich einen Einfluß hat, sind zweifellos beim Gebrauche des Instruments von praktischer Bedeutung, aber sie haben keine Beziehung zu dem wesentlichen Punkt, ob ein gegebener Grad von Schärfe und Deutlichkeit durch eine gegebene Vergrößerung erreicht wird. Denn hinsichtlich dieser Frage macht es keinen Unterschied, ob das erreichbare Feld höchster Vollkommenheit etwas größer oder etwas kleiner ist. Läßt man natürlich die Wirkung grober Ausführungsfehler unbeachtet, so kann man die Wirkung des Okulars als unbedeutend ansehen, soweit es nicht als Mittel zur Vergrößerung des Objektivbildes dient; und man kann sich daher in allen weiteren Erörterungen auf die Umstände beschränken, von denen die Schärfe des vom *Objektiv* entworfenen Bildes abhängt.

3. Bei Objektiven muß man zwei verschiedene Arten von Fehlern und Aberrationen unterscheiden. Es gibt zunächst *zufällige* Mängel infolge grober Formfehler und mangelhafter Zentrierung der Linsen, oder infolge Anwendung eines ungeeigneten Konstruktionstypus oder zeitweiliger Störung des Korrektionszustandes, wenn beispielsweise das Deckglas zu dick oder zu dünn war oder das Bild in einem Abstande entworfen wurde, für den das System nicht korrigiert war. Mängel dieser Art können stets durch sorgfältige Herstellung und richtigen Gebrauch vermieden werden und betreffen daher die vorliegende Frage nicht. [792] Sodann gibt es *wesentliche* Mängel in der Wirkung von Objektiven; es ist das die vereinigte Wirkung gewisser kleiner Unvollkommenheiten bei der technischen Ausführung der Linsen und gewisser Aberrationsreste, die bei dem gegenwärtigen Stande der optischen Technik auch durch die geschickteste Konstruktion nicht gehoben werden können. Diese können allein allgemeine Bedeutung beanspruchen, und sie lassen eine angenäherte Schätzung zu, der gegenwärtigen Höhe optischer Kunstfertigkeit entsprechend.

Bei solch einer Schätzung bedarf es keiner gesonderten Aufführung der verschiedenen Ursachen mangelhafter Wirkung. Für unseren gegenwärtigen Zweck reicht es völlig aus, gewisse optische Voraussetzungen zu machen, mittels deren sich das Problem auf *eine* Frage zurückführen läßt, die auf Grund praktischer Beobachtung beantwortet werden kann.

Mit Hilfe wohlbegründeter Grundsätze läßt sich leicht der Beweis führen, daß an ein und demselben Objektiv die Gesamtwirkung aller wesentlichen Abweichungen gemessen durch den *linearen* Durchmesser der Zerstreuungskreise im Bilde sich stets *direkt proportional zu der Linearvergrösserung dieses Bildes* ändert, wenn nur der Abstand, in dem das Bild entworfen wird, ein beträchtliches Vielfaches (mindestens das 10fache) der lichten Objektivöffnung ist. Dies gilt (unter der eben gemachten Beschränkung) für jede Bildlage und gleichgültig, ob dabei ein Übergang von einem reellen zu einem virtuellen Bilde oder umgekehrt eintritt; mit anderen Worten, wenn die Linearvergrößerung in dem Maße von 1 auf n wächst, indem das Bild in größerem Abstande vom Objektiv entworfen wird, so wachsen die an Stelle scharfer Bildpunkte auftretenden Zerstreuungskreise stets in demselben Verhältnis, sobald die eine Änderung des Bildabstandes begleitenden Aberrationen gehoben sind. Diese letztere Bedingung hat folgende Bedeutung: wenn ein Objektiv für einen bestimmten Abstand A von der letzten Objektivfläche seine *beste* Korrektion hat, und man nun das Bild in einem anderen Abstand, nA, auf derselben Seite (oder ein virtuelles Bild auf der anderen Seite) entwirft, so stört diese Änderung den Korrektionszustand wahrscheinlich sehr bedeutend und führt neue Aberrationen in hohem Betrage ein. Aber wenn diese mit den gewöhnlichen Mitteln gehörig ausgeglichen sind, und die *beste* Korrektion für den neuen Bildort erreicht ist, so ist der Aberrationsrest auf einen Betrag gebracht, der in Übereinstimmung mit der oben ausgesprochenen Regel der Änderung der Vergrößerung entspricht[1]).

Dieser Satz führt nun zu verschiedenen Folgerungen von praktischer Bedeutung, nämlich:

1) Die stillschweigend gemachte Annahme, die in der Voraussetzung liegt, die Ausgleichung für die Änderung des Bildortes sei stets möglich, ohne neue Aberrationen einzuführen und ohne Brennweite und Apertur zu ändern, gilt, wie sich leicht zeigen läßt, unter den oben hinsichtlich des Bildabstandes ausgesprochenen Bedingungen.

a) Die Gesamtwirkung der Aberrationen (hierin einbegriffen [793] sowohl die Aberrationsreste im eigentlichen Sinne, als die in den Ausführungsfehlern der Linsen begründete unregelmäßige Strahlenzerstreuung) im Schlußbilde des ganzen Mikroskops ist *für jedes gegebene Objektiv* stets proportional *der Gesamtvergrößerung des Bildes* und hängt *nicht* ab allein von der Tubuslänge oder allein von der Stärke des Okulars, mit dessen Hilfe diese Vergrößerung herbeigeführt wurde. Das leuchtet ein, wenn man im Auge behält, daß das Okular nur das Objektivbild zusammen mit den ihm anhaftenden Zerstreuungskreisen vergrößert. Denn wenn eine gewisse Gesamtvergrößerung N — beispielsweise eine 500fache — mit dem ganzen Mikroskop erzielt wird, indem das Objektiv das Objekt N'fach und das Okular das Objektivbild N''fach vergrößert (also 50 und 10fach) so ist $N'N''=N$, und die Zerstreuungskreise im *Schluß*bilde haben die Größe $N''\varepsilon$, wenn ε den Durchmesser der Zerstreuungskreise im Objektivbilde angibt. Wenn nun die gleiche Totalvergrößerung N mit demselben Objektiv mittels eines längeren Tubus und eines schwächeren Okulars erreicht würde, so wächst N' (beispielsweise auf 100) und in *demselben* Verhältnis auch ε, aber N'' nimmt im umgekehrten Verhältnis (auf 5) ab. Das Produkt $N''\varepsilon$ behält also seinen früheren Wert. Wird aber andererseits die Gesamtvergrößerung N gesteigert (indem entweder durch Steigerung der Tubuslänge der Wert N' oder durch Erhöhung der Okularvergrößerung der Wert N'' wächst) so ändert sich das Produkt $N''\varepsilon$ im gleichen Verhältnis mit N, da einmal der zweite, das andere Mal der erste Faktor in diesem Verhältnis zunimmt.

b) Einem Fundamentalsatz der Dioptrik entsprechend ist die Linearvergrößerung N' des Bildes, das von einem System gegebener Brennweite f entworfen wird, *streng* durch die Formel bestimmt

$$N'=\frac{\Delta}{f}$$

wo Δ den Abstand des Bildes vom hinteren Systembrennpunkte angibt (dem Orte, an dem die von fernen Punkten vor dem System ausgehenden Strahlen zur Vereinigung kommen); und das gilt sowohl für reelle als virtuelle Bilder. Die Linearvergrößerung des Objektivbildes eines gegebenen Systems steht daher stets genau im Verhältnis zur Länge Δ; und der Durchmesser ε der Zerstreuungskreise in diesem Bilde muß ebenfalls, da ε proportional

N' ist, zu Δ in Proportion stehen. Nehmen wir nun den *Winkelwert* des Durchmessers dieser Zerstreuungskreise vom hinteren Brennpunkte aus, d. h. den Gesichtswinkel, unter dem sie *von dieser Stelle aus* erscheinen würden, so muß dieser Winkel offenbar für jede Lage und Vergrößerung des Bildes konstant sein, weil der Durchmesser ε sich stets direkt proportional dem Abstande Δ ändert. Wir kommen daher zu dem Satz:

Wenn ein Objektiv ein reelles oder virtuelles Bild ohne [794] Mitwirkung eines Okulars entwirft, so ist der Gesichtswinkel, unter dem die Zerstreuungskreise dieses Bildes vom Orte des hinteren Brennpunktes aus erscheinen, derselbe für jede Lage und Vergrößerung des Bildes und für jedes System eine konstante Größe.

Dieser Satz läßt die Methode erkennen, nach der eine numerische Angabe des Grades der in Objektiven erreichten optischen Vollkommenheit gemacht werden kann. Der oben definierte konstante Gesichtswinkel (den ich in der folgenden Untersuchung mit u bezeichnen werde) bildet ein genaues Maß der einem gegebenen System *inhärenten* größeren oder geringeren Strahlenzerstreuung, das außerdem von den verschiedenen Begleitumständen unabhängig ist, unter denen ein Objektiv verwandt wird.

c) Nehmen wir nun den Winkel u (den inhärenten Winkelwert der Strahlenzerstreuung) für ein bestimmtes Objektiv als gegeben an, und stellen wir uns vor, daß von diesem Objektiv ein Bild in einer Entfernung Δ vom hinteren Brennpunkte (der im allgemeinen in zusammengesetzten Systemen nicht sehr weit von der letzten Fläche entfernt ist) entworfen würde. In diesem Bilde ist dann die lineare Strahlenzerstreuung

$$\varepsilon=\Delta u$$

während die Vergrößerung des Objekts gegeben ist durch

$$N'=\frac{\Delta}{f}.$$

Wenn dieses Objektivbild mittels eines Okulars der Brennweite φ beobachtet und ein virtuelles Bild in einer Entfernung l vom Augenorte (der deutlichen Sehweite) entworfen wird, so ist die Linearvergrößerung N'', die das Objektivbild erfährt, gegeben durch

$$N''=\frac{l}{\varphi},$$

und die Gesamtvergrößerung des Schlußbildes durch

$$N=N'N''=\frac{\Delta l}{f\varphi};$$

und dies ist die allgemeine strenge Formel für die Bestimmung der Vergrößerung eines zusammengesetzten Mikroskops mittels der Brennweiten von Objektiv und Okular und des Abstandes Δ, den ich die optische Tubuslänge nennen werde[1]).

[795] Zu gleicher Zeit erhalten wir infolge der einfachen Vergrößerung der Kreise ε durch das Okular die *lineare* Strahlenzerstreuung am Schlußbilde zu

$$E = N''\varepsilon = \varepsilon\frac{l}{\varphi}$$

oder zu

$$E = \frac{\Delta}{\varphi} l u.$$

Der *Winkelwert* des Durchmessers derselben Zerstreuungskreise in dem vom Auge aufgefaßten Bilde ist demnach

$$U = \frac{E}{l} = \frac{\Delta}{\varphi} u,$$

und daraus ist ersichtlich, daß die durch ein Okular hervorgebrachte Vergrößerung der einem gegebenen Objektiv inhärenten Zerstreuungskreise numerisch ausgedrückt wird durch den Quotienten aus optischer Tubuslänge und Okularbrennweite.

Wenn beispielsweise ein beliebiges Objektiv mit einem Okular von etwa 1 Zoll [25 mm] Brennweite benutzt wird, und wenn die Tubuslänge so bestimmt ist, daß der vordere Okularbrennpunkt sich 10 Zoll [250 mm] über dem hinteren Objektivbrennpunkt befindet, so haben wir als *optische* Tubuslänge $\Delta = 10$, $\varphi = 1$ und schließlich als Wert des Quotienten 10; dadurch drückt sich die Tatsache aus, daß unter diesen Bedingungen die Strahlenzerstreuung im Schlußbilde des ganzen Mikroskops einen zehnfach so großen Winkelwert aufweist, als in einem Bilde auftreten würde, das von demselben Objektiv ohne Okular entworfen werden würde.

1) Da die Brennweite eines zusammengesetzten Systems stets gleich ist dem Quotienten der Linearvergrößerung N des Bildes in den Abstand dieses Bildes vom hinteren Brennpunkte (der im Falle des Mikroskops mit großer Annäherung durch den Ort des RAMSDENschen Kreises über dem Okular oder durch den Augenort gegeben ist), so erhalten wir *die Brennweite des ganzen Mikroskops*

$$F = \frac{l}{N} = \frac{f\varphi}{\Delta};$$

und es läßt sich die Länge Δ nun auffassen, als der Abstand zwischen dem hinteren Objektiv- und dem vorderen Okularbrennpunkt, da dieser Brennpunkt (wenigstens sehr angenähert) mit dem Objektivbilde zusammenfallen muß, wenn das virtuelle Schlußbild in betrachtlicher Entfernung entworfen werden soll.

Dieses Ergebnis ist offenbar unabhängig von der Annahme eines bestimmten Projektionsabstandes l. Dasselbe gilt für jede Bildlage, mag es sich um ein virtuelles Bild (wie bei der gewöhnlichen Anwendung des Mikroskops) oder um ein reelles handeln, wie es vorkommt, wenn das Bild durch Objektiv und Okular zusammen auf einem Schirm oder einer photographischen Platte entworfen wird.

Der vorhergehende Satz läßt sich indessen noch einfacher und deutlicher aussprechen, und das zeigt sich an der obigen Formel für die Vergrößerung des ganzen Mikroskops:

$$N = \frac{\Delta l}{f\varphi}$$

was geschrieben werden kann:

$$N = \frac{l}{f}\frac{\Delta}{\varphi}.$$

In dieser Gleichung ist der Quotient $\frac{\Delta}{\varphi}$ (der mit dem Buchstaben ν bezeichnet werden mag) ein Faktor der Gesamtvergrößerung N; und der andere Faktor $\frac{l}{f}$ gibt die Vergrößerung an, die das Objektiv allein [796] bei demselben Projektionsabstande l ergeben wird. Der Wert von $\frac{l}{f}$, dem ich das Zeichen $[N]$ beilegen will, mag passend bezeichnet werden als die *Normalvergrößerung* (die *eigentliche Eigen*vergrößerung) des Objektivs, da sie sich ergibt, wenn das Objektiv ohne Okular als ein „einfaches Mikroskop" benutzt wird.

Wir haben nun

$$N = [N]\nu$$

und umgekehrt

$$\nu = \frac{N}{[N]}.$$

Der Wert von ν, der oben als der Quotient $\frac{\Delta}{\varphi}$ definiert war, und der die Vergrößerung der Zerstreuungskreise durch das Okular angibt, ist also auch der Quotient der Gesamtvergrößerung des Mikroskops durch die Normalvergrößerung des Objektivs und gibt somit die *Steigerung der Vergrößerung* an, die im zusammengesetzten Mikroskop über die normale Objektivvergrößerung hinaus durch die vereinigte Wirkung von Tubuslänge und Okular erreicht wird. Ich werde daher den Wert ν die *Übervergrößerung* nennen,

die bei einem System zur Verwendung kommt, oder der es unterworfen wird als Objektiv eines zusammengesetzten Mikroskops mit gegebener Tubuslänge und gegebenem Okular.

Wir kommen nun zu dem Satz: Wenn ein Objektiv (mit gegebenem konstanten Gesichtswinkel der inhärenten Strahlenzerstreuung) mit beliebiger Tubuslänge und beliebig starkem Okular verwandt wird, so wächst der Winkelwert der Zerstreuung im Schlußbilde stets proportional zur Übervergrößerung, die das Objektiv auszuhalten hat, d. h. entsprechend dem Quotienten aus der Gesamtvergrößerung des Mikroskops und der Normalvergrößerung des Objektivs.

Die vorstehenden Überlegungen führen zu einer umfassenden Beschreibung und Messung der vereinigten Wirkung von Tubuslänge und Okular im zusammengesetzten Mikroskop, die sich (wie gezeigt werden könnte) auf *alle* Funktionen des Instruments anwenden läßt. Wenn wir beispielsweise wissen, daß das Mikroskopobjektiv eine Brennweite von $f = {}^1/_2$ Zoll [12 mm] hat — die eine Normalvergrößerung $[N] = 20$ für eine Sehweite von $l = 10$ Zoll ergibt — und daß dieses Objektiv für eine Vergrößerung von $N = 200$ gebraucht wird, so haben wir eine Übervergrößerung $\nu = 10$. Wir haben dadurch auf eine ganz allgemeingültige Weise die Zusammensetzung der Gesamtvergrößerung des Instruments in die Anteile von Objektiv und Okular zerlegt oder die Art des Zusammenwirkens dieser beiden Elemente des zusammengesetzten Systems festgestellt; und wir wissen, daß alle wesentlichen Bedingungen der optischen Wirksamkeit dieselben bleiben, solange derselbe Wert von ν beibehalten wird, wie auch immer im besonderen Tubuslänge und Stärke des Okulars sich verhalten mögen. Zu gleicher Zeit haben wir die Aufstellung einer Maßzahl für die *Beanspruchung* ermöglicht, der ein Objektiv ausgesetzt werden muß, wenn sich eine bestimmte Gesamtvergrößerung des Mikroskops ergeben soll. Wir wissen, daß [797] die notwendige Übervergrößerung eine 20fache ist, wenn mit einem Einzöller an Stelle des Halbzöllers im vorigen Beispiele eine Linearvergrößerung von 200 erzielt werden soll, und daß alle Aberrationen und anderen dem System inhärenten Mängel im Bilde unter dem doppelten Gesichtswinkel erscheinen werden, den sie im vorhergehenden Falle zeigten.

d) Um *verschiedene* Objektive unter verschiedenen Vergrößerungen hinsichtlich ihrer Wirksamkeit vergleichen zu können, ist

es nach den vorhergehenden Sätzen notwendig und hinreichend, für ein gegebenes System die konstante Größe u zu bestimmen, durch die sich die inhärente Strahlenzerstreuung messen läßt.

Zu einem Teil kann diese Aufgabe durch folgenden Satz erledigt werden: Für Objektive, bei denen die Apertur gleich, der Konstruktionstypus ähnlich und der Grad der technischen Vollendung derselbe ist, ist der konstante Gesichtswinkel der Zerstreuungskreise stets derselbe *und hängt nicht von der Brennweite ab.*

Dies läßt sich durch eine sehr einfache Überlegung beweisen. Angenommen, es besitze ein System A gewisser Apertur und gegebener Brennweite f den besten Korrektionszustand, dessen der Typus für einen bestimmten Bildabstand fähig ist. Ein anderes System B von streng ähnlicher Zusammensetzung sei nun durch Reduktion der Linearmaße *aller* Elemente (aller Radien, Durchmesser, Abstände u. s. w.) erhalten, und es seien alle technischen Mängel in der Formgebung und den Orten der Linsen in demselben Verhältnis (z. B. etwa 2 : 1) vorhanden, gerade so als wenn das Diagramm des Systems und das der durchgelassenen Strahlen in verkleinertem Maßstabe gezeichnet worden wären. Die Brennweite ändert sich dadurch in gleichem Verhältnis (von f auf ${}^1/_2 f$) und auch der Abstand der konjugierten Punkte, für die die beste Korrektion besteht; aber die Apertur ändert sich nicht, und die Winkel aller austretenden Strahlen — seien sie nun regelmäßig hindurch gegangen oder nicht — sind die gleichen wie die Winkel der entsprechenden Strahlen in A, infolge der strengen geometrischen Ähnlichkeit aller Elemente. Wenn nun die Fläche, über die sich die Strahlen *eines* eintretenden Büschels im Bilde von A verteilen, vom hinteren Brennpunkte von A unter einem gewissen Winkel u erscheint, so muß sich derselbe Winkel u bezüglich des entsprechenden Brennpunktes von B im Bilde von B ergeben; und dieser Winkel u muß, wie gezeigt wurde, seinen Wert behalten, wenn B später ein Bild in einer anderen Entfernung (die z. B. dem Bildabstande von A entspricht) entwerfen sollte, wenn nur auch wieder die beste Korrektion für die neue Lage der konjugierten Punkte herbeigeführt wird. Folglich ist der Winkelwert der Zerstreuungskreise u derselbe für alle *ähnlichen* Systeme, wie verschieden auch die Brennweiten sein mögen[1]).

1) Strenge Ähnlichkeit kann natürlich nur dann bestehen, wenn die Bildabstände, für die das Objektiv korrigiert ist, der Brennweite proportional sind. Wir können

[798] Obwohl dieser Satz nur einen Vergleich der Objektive gleicher Öffnung und gleichen Typus zuläßt, so führt er doch zu richtigen Folgerungen. Zunächst zeigt er, daß die charakteristische Konstante u, das „Maß der Vollkommenheit" der Objektive keine Sonderbestimmung für jedes einzelne System erfordert. Ist der u-Wert für ein System bekannt, so ist er es auch für alle *gleichartigen* Systeme, d. h. solche, die gleiche Apertur haben, denen ein ähnlicher Typus zu grunde liegt, und die mit gleicher technischer Fertigkeit hergestellt wurden. Sodann gibt der Satz die Methode an, mittels der eine direkte Vergleichung von Objektiven *verschiedener Brennweite* hinsichtlich der Bild*beschaffenheit* bei gleicher Vergrößerung durchgeführt werden kann.

Angenommen, es sei der Winkelwert der Strahlenzerstreuung — der konstante Winkel u — für einen besonderen Objektivtypus bestimmter Apertur gegeben. Wenn ein derartiges Objektiv eine Brennweite f hat, so ist seine Normalvergrößerung $[N]=\frac{l}{f}$ ($l=250$ mm oder 10 Zoll). Wenn nun die erforderliche Gesamtvergrößerung des Mikroskops N ist, so ergibt sich die nötige Übervergrößerung, der das gedachte System ausgesetzt werden muß, zu

$$\nu=\frac{N}{[N]}=\frac{N}{l}f,$$

und diese Übervergrößerung führt einen Winkelwert der Strahlenzerstreuung im Schlußbilde ein, der gegeben ist durch den Ausdruck:

$$U=\nu u=\frac{N}{l}fu.$$

indessen alle Konstruktionsverschiedenheiten außer acht lassen, die ohne Einführung neuer wesentlicher Aberrationen bewirkt oder aufgehoben werden könnten; und die Änderungen des Systems, die nötig sind zur Kompensation der Änderung des Bildabstandes, sind von dieser Art. Der Satz gilt also für alle Objektive eines *ähnlichen Konstruktionstypus* und gleicher Apertur.

Die Annahme einer proportionalen Verringerung der geometrischen Mängel (Form-Zentrierfehler u. s. w.) mit abnehmender Brennweite, die im obigen Beweise gemacht wurde, stimmt mit den tatsächlichen Verhältnissen nicht völlig überein. In der Praxis ist die *relative* Vollendung kleinerer Linsen geringer als die größerer. Nach der Erfahrung des Verfassers ist indessen mit Ausnahme ganz kleiner Dimensionen die Differenz nicht sehr beträchtlich. Obwohl manche Schwierigkeiten der exakten Ausführung mit abnehmenden Dimensionen wachsen, nehmen andere ab; und der relative Betrag der Mängel, die sich durch sorgfältige und geschickte Ausführung nicht heben lassen, mag daher in ziemlich weiten Grenzen als nahezu gleich für alle Brennweiten angesehen werden.

Folglich: Für Objektive desselben Typus und derselben Apertur aber verschiedener Brennweite steht die Sichtbarkeit der inhärenten Mängel und Aberrationen bei gegebener Mikroskopvergrößerung stets in direktem Verhältnis zur Brennweite (oder in umgekehrtem Verhältnis zur Stärke des Objektivs), mittels der eine solche Vergrößerung erzielt ist.

2. Könnten wir Objektive von idealer Vollkommenheit annehmen — völlig frei von allen technischen Mängeln und allen unvermeidlichen Aberrationen [799] — so würde die Größe $u=0$ sein. In diesem Falle würde die Strahlenzerstreuung im Schlußbilde des Mikroskops also auch verschwinden, d. h. das Bild würde bei jedem Betrage von Übervergrößerung seine ganze ideale Vollkommenheit beibehalten; und es würde daher ganz nebensächlich sein, ob eine gewisse Gesamtvergrößerung durch ein Objektiv langer oder kurzer Brennweite erreicht worden wäre. Wenn indessen die fraglichen Objektive mit gewissen, wenn auch kleinen Mängeln behaftet sind, so erhält die Größe u einen gewissen Wert; und da die diesem Werte entsprechende Strahlenzerstreuung mit passender Übervergrößerung mehr und mehr vergrößert wird, so muß stets ein gewisser Maximalwert der Übervergrößerung oder des ν-Wertes bestehen, den das Objektiv ohne sichtbare oder schädliche Einbuße an Schärfe oder Güte des Bildes ertragen kann. Infolgedessen haben wir eine maximale Gesamtvergrößerung N, die mit einer gegebenen Brennweite unter der Bedingung erhalten werden kann, daß das Bild einen gewissen Grad von Schärfe aufweist; und umgekehrt eine maximale Brennweite, die unter denselben Bedingungen eine gegebene Vergrößerung herbeizuführen gestattet. Wenn beispielsweise die inhärente Zerstreuung eines bestimmten Objektivtypus auf einen Winkelbetrag von 15″ beschränkt wäre, so würde kein Auge die Zerstreuungskreise bemerken, wenn solch ein System nur mit seiner eigenen Normalvergrößerung (als ein einfaches Mikroskop) benutzt würde. Die Zerstreuung würde indessen sichtbar werden und eine beträchtliche Undeutlichkeit des Bildes herbeiführen, wenn die Übervergrößerung sehr über 4 hinausginge, und die Verschlechterung würde sehr bedeutend werden, wenn jene auf 16 stiege, da in diesen Fällen die Undeutlichkeitskreise je in dem Schlußbilde unter Gesichtswinkeln von mehr als 1′ und von 4′ erscheinen würden. Wenn nun eine gewisse, beispielsweise eine 320fache Vergrößerung mit Objektiven

von diesem Grade der Vollkommenheit gefordert würde, so würde ein $^1/_8$-Zöller [3 mm] diese Zahl mit einer 4fachen Übervergrößerung ergeben, ein $^1/_2$-Zöller [12 mm] würde eine 16fache erfordern. Die Bildgüte würde aber im letzten Falle viel geringer sein, als in dem ersten.

Es würde ein nutzloser Versuch sein, wollte man, um Beispiele zu geben, der Konstanten u für verschiedene Objektivtypen numerische Werte beilegen und die Grenze für U feststellen, die zulässig wäre für eine hinreichende Bildvollkommenheit, um dann theoretisch den Betrag der Übervergrößerung zu berechnen, den jedes Objektiv vertragen kann. Die Umstände, von denen die beiden ersten Elemente abhängen, sind viel zu verwickelt, um ihren Einfluß auf die wirkliche Leistung des Mikroskops theoretisch abschätzen zu lassen. Indessen zeigen die vorausgehenden Überlegungen das Ziel des Problems, nämlich die Bestimmung der entsprechenden Brennweite für jede Apertur. Für unsern Zweck wird es völlig ausreichen, die Grenzen der zulässigen Übervergrößerung *direkt* durch praktische Beobachtungen zu bestimmen, ohne uns weiter um die Grundbedingungen zu kümmern, von denen sie abhängt; und wenn das geschehen ist, so haben wir alle für das betrachtete Problem nötigen Daten.

[800] Da wir bereits die Gesamtvergrößerung N bestimmt haben, die zur Ausnutzung einer gegebenen Apertur[1]) erforderlich ist, so brauchen wir nur den Betrag ν der Übervergrößerung festzustellen, den ein Objektiv dieser Apertur ertragen kann, ohne eine merkliche Verschlechterung der Bildbeschaffenheit zu zeigen, wobei wir Objektive von der gegenwärtigen Höhe der Vollendung voraussetzen. Der Quotient $\frac{N}{\nu}$ wird dann sofort die Normalvergrößerung $[N]$ des Objektivs ergeben, die nötig ist, um das genannte N unter den möglichst guten Bedingungen zu erhalten; ist $[N]$ derart bestimmt, so ergibt der Quotient $\frac{l}{[N]}$ die Brennweite, die ein Objektiv der vorausgesetzten Apertur haben muß, um das Abbildungsvermögen dieser Apertur möglichst günstig auszunutzen. (Die derart einer gegebenen Apertur zugeteilte Brennweite ist in Millimetern oder Zollen ausgedrückt, je nachdem $l = 250$ mm oder $= 10$ Zoll gesetzt ist).

1) [S. 393].

Obwohl das Problem uns in dieser Weise auf eine praktische Fragestellung führt, die durch Beobachtungen ohne theoretische Überlegungen beantwortet werden kann, so ist es doch nicht ohne Nutzen, auf einige theoretische Überlegungen aufmerksam zu machen, die neues Licht auf gewisse, experimentell erhaltene, Tatsachen werfen oder den Beobachter bei Beobachtungen in dieser Richtung unterstützen können.

a) Eine Tatsache kann theoretisch voraus erkannt werden, nämlich die, daß die Grenze nützlicher Übervergrößerung von der *Apertur* der Objektive abhängen und mit deren Anwachsen abnehmen muß. Je größer die Apertur ist, um so größer ist der Spielraum für die Abweichung der Strahlen von der idealen Vereinigung der Büschel an mathematischen Bildpunkten. Alle Ausführungsfehler der Linsen — geringe Form- und Zentrierungsfehler — müssen stärkere Abweichungen veranlassen und den Betrag der gesamten fehlerhaften Wirkung erhöhen, weil der lichte Durchmesser der die Büschel durchlassenden Linsen im Verhältnis zu den für die höhere Apertur nötigen Krümmungsradien größer ist. Genau dasselbe gilt für die Aberrationsreste im strengen Sinne, die bei modernen Objektiven die Hauptquelle mangelhafter Wirkung sind (denn die unvermeidlichen technischen Fehler machen sich bei der jetzt erreichten Höhe technischer Vollendung viel weniger bemerkbar).

Die Ursache der fraglichen Aberrationsreste sind theoretisch vollkommen bekannt. Einige davon rühren von dem disproportionalen Anwachsen der positiven und negativen sphärischen Aberration in verschiedenen Teilen des Systems her, das seinerseits in dem Wachstum der Einfallswinkel und in der verschiedenen Brechbarkeit verschiedenfarbiger Strahlen seinen Grund hat; diese Disproportionalität verhindert sogar einen strengen Ausgleich entgegengesetzter sphärischer Aberrationen für Strahlen einer Farbe und läßt noch größere Reste für die Gesamtheit der Strahlen zusammengesetzten Lichtes übrig.

[801] Andere Fehler ergeben sich aus dem disproportionalen Anwachsen der Dispersion von rot zu blau, das sich in allen bisher erzeugten Sorten optischen Glases findet, und das einer wirklich vollendeten chromatischen Korrektion der Systeme im Wege steht. Hinsichtlich aller dieser Aberrationen läßt sich leicht zeigen, daß sie größere und größere Aberrationsreste einführen *müssen*, wenn unter sonst gleichen Umständen nur

die numerische Apertur des aufgenommenen Strahlenkegels zunimmt[1]).

Es leuchtet daher ein, daß unter gleichen Ausführungsbedingungen die inhärente Strahlenzerstreuung stets mit größeren Aperturen zunimmt, und daß infolgedessen die Übervergrößerung, die sich mit einem gegebenen Grade der Bildschärfe verträgt, auf *niedrigere* Zahlen beschränkt bleibt bei Objektiven großer, als bei solchen kleiner Apertur, ein Schluß, der durch die Erfahrung völlig bestätigt wird[2]).

b) Andererseits läßt die Theorie erkennen, daß auch bei gleichen (numerischen) Aperturen für die Aberrationsreste verschiedene Bedingungen bestehen, wenn es sich um die Vergleichung von Objektiven *verschiedener Systeme — Trocken- und Immersionssysteme* — handelt. Die unkorrigierbaren Aberrationsreste sind stets größer, wenn der Gesamtbetrag der zu hebenden Aberration größer ist. Nun wird die Frontaberration, die einen sehr hervorragenden Teil des Gesamtbetrages bei Trockensystemen etwas großer Öffnung ausmacht, bei Wasserimmersion bedeutend verringert und bei Systemen homogener Immersion völlig zum Verschwinden gebracht. Wir erwarten daher im Falle homogener Immersion einen höheren Betrag zulässiger Übervergrößerung als in dem von Wasserimmersion; und einen immer noch höheren für Wasser-

1) Daß die numerische Apertur und *nicht* der Öffnungswinkel das wesentliche Element ist, ergibt sich aus dem Umstande, daß alle oben betrachteten Wirkungen von dem Verhältnis der lichten Öffnung zur Brennweite des Objektivs abhängen; und der Wert dieses Verhältnisses ist strenge durch die numerische Apertur gegeben.

2) Die obige Behauptung läßt natürlich nicht die Annahme zu, ein Objektiv niederer Apertur ließe unter *allen* Umständen eine höhere Übervergrößerung tatsächlich zu, als ein solches größerer Öffnung. Das „Definitionsvermögen" einer Linse in dem allgemein angenommenen Sinne ist etwas ganz anderes, als die dioptrische Bildschärfe, um die es sich hier handelt. Bei einer bestimmten Vergrößerung kann ein Mangel an „Abbildungsvermögen" vorhanden sein, und bei jeder Zunahme der Vergrößerung wird dann das Bild immer schlechter ungeachtet der höchsten Vollendung der dioptrischen Leistung der Linse. Konstruierte man beispielsweise ein Objektiv von 0,1 n. A. und der kurzen Brennweite von $^1/_8$ Zoll, so würde es nicht einmal das schwächste Okular vertragen, da die normale (80 fache) Vergrößerung dieses Systems für eine so kleine Apertur bereits eine leere Vergrößerung ist, während ein gut konstruierter $^1/_8$-Zöller von 0,8 n. A. mit einem verhältnismäßig starken Okular ein befriedigendes Bild gibt. Hat indessen ein Objektiv von 0,1 n. A. eine Brennweite von etwa 1 Zoll, so erträgt es ohne bemerkbare Schärfeneinbuße ein stärkeres Okular als ein $^1/_8$-Zöller von 0,8. Will man Mikroskopbilder hinsichtlich ihres dioptrischen Zustandes vergleichen, so muß das fremde Element des „Abbildungsunvermögens leerer Vergrößerungen" ausgeschlossen werden.

immersions- als für Trockensysteme — stets vorausgesetzt, daß Objektive derselben (numerischen) Apertur verglichen werden; und umgekehrt läßt ein und dieselbe Übervergrößerung [802] den gleichen Grad der Bildgüte mit größeren Aperturen bei Systemen homogener Immersion zu, als bei Wasser- und Trockensystemen, und das stimmt ebenfalls mit den Tatsachen überein.

c) Ein anderer Umstand verdient besondere Beachtung bei jedem Versuche, das richtige Verhältnis von Apertur zu Vergrößerung festzustellen, er bezieht sich auf den großen Einfluß der *Beleuchtung* und *Objektbeschaffenheit* auf die Sichtbarkeit der Aberrationsreste der Objektive. Könnten wir numerisch, rechnerisch oder experimentell, den inhärenten Winkelwert der Strahlenzerstreuung (den Winkel u) für ein gegebenes Objektiv bestimmen, so würde alsdann der u-Wert den Gesichtswinkel der Undeutlichkeitskreise eines Bildes angeben, das mit der Normalvergrößerung des Objektivs erhalten wäre (wenn man z. B. das Objektiv ohne Okular als Lupe gebraucht hätte); $U = \nu u$ wäre alsdann derselbe Gesichtswinkel für eine ν-fache Übervergrößerung — aber in beiden Fällen wäre offenbar vorausgesetzt, daß das *ganze* von dem Objektiv aufgenommene Strahlenbüschel beim Vergleich berücksichtigt würde, oder die volle Fläche der wirksamen Apertur gleichzeitig wirksam wäre. Wenn in einem besonderen Falle nur ein Teil der lichten Öffnung von den abbildenden Büscheln benutzt würde, so würde die tatsächliche Strahlenzerstreuung beschränkt sein, mehr oder minder auf kleinere Flecke als den Winkeln u und U entsprechen, und sie würde dementsprechend weniger deutlich sein. Beim praktischen Gebrauche des Mikroskops haben wir stets sehr veränderliche Bedingungen je nach der angewandten Beleuchtung und der Struktur der beobachteten Objekte. Bei sehr niedrigen Aperturen ist die Veränderlichkeit allerdings nicht so stark, weil der Beleuchtungskegel in der Regel die ganze Apertur oder doch mindestens einen größeren Teil davon ausfüllt. Aber bei Objektiven großer Öffnung ist das vom Beleuchtungsapparat aus eintretende Büschel — und meistenteils notwendigerweise — auf einen viel kleineren Winkel beschränkt, als die Apertur des Systems beträgt. Welcher Teil der Apertur tatsächlich von den bilderzeugenden Büscheln ausgenutzt wird, hängt ganz und gar von der Zerstreuung ab, die die eintretenden Strahlen durch die Objektstruktur erfahren — im besonderen von dem Beugungseffekt der Struktur; und je nachdem der Beleuchtungskegel, nachdem er das Objekt ver-

lassen hat, eine mehr oder minder große Ausdehnung seines Winkelwertes erfährt, werden größere oder kleinere Aberrationskreise das Bild stören. So kann der Fall eintreten, daß ein Objektiv mit Präparaten einer Art ein starkes Okular sehr gut aushält, während bei anderen Objekten eine beträchtliche Bildverschlechterung sogar mit schwächeren Okularen sichtbar wird. Objekte mit regulärer Streifung und alle regelmäßigen periodischen Strukturen überhaupt sind besonders *unempfindlich* gegen die Aberrationsreste der Objektive, weil sie nur eine begrenzte Zahl *isolierter* Beugungsbüschel erzeugen und so den größten Teil der Öffnung des Objektivs ganz unbenutzt lassen. Bei der Beobachtung eines Objekts mit nur einem System paralleler Linien, deren Abstand fast die Grenze des [803] Auflösungsvermögens des Objektivs erreicht, werden nur zwei kleine Teile der Objektivöffnung gleichzeitig benutzt, nämlich einer von dem direkten Büschel, der andere aber am gegenüberliegenden Öffnungsrande befindliche von dem Beugungsbüschel, wie man sich durch einen Blick auf die lichte Öffnung des Objektivs überzeugen kann, In diesem Falle sind alle Mängel und Aberrationen des Systems, die den nicht benutzten Teilen inhärent sind, für das Bild nicht vorhanden, während sie sofort wirksam werden, wenn Objekte mit sehr komplizierter und unregelmäßiger Struktur beobachtet werden, die ein zusammenhängendes und sehr weit ausgebreitetes Beugungsbüschel ergeben. Diese Überlegung zeigt, daß die gewöhnlichen Testobjekte für das Mikroskop — namentlich Liniengruppen und in etwas geringerem Grade alle Arten Diatomeenfelderungen — für eine richtige Beurteilung der Leistungen des Instruments unter den *gewöhnlichen* Bedingungen wissenschaftlicher Arbeiten die ungeeignetsten Präparate sind, zumal da jene Bedingungen stets wesentlich ungünstigere sind als die bei den Diatomeenuntersuchungen auftretenden.

3. Den vielen verwickelten Verhältnissen gegenüber, auf die im Vorhergehenden hingedeutet wurde, muß eine *zahlenmäßige* Angabe der Übervergrößerung, die für Objektive verschiedener Art günstig oder eben zulässig ist, eine sehr schwierige, ja unmögliche Aufgabe sein. Es würde schwerlich möglich sein, ein Maß anzugeben, auf das sich alle Mikroskopiker einigen würden, da es sich bei dieser Fragestellung um so viele Elemente handelt, die sich nicht auswerten lassen, ohne die persönliche Meinung der Beobachter zu berücksichtigen.

Bei den für diesen Zweck angestellten Beobachtungen ist es namentlich schwierig zu entscheiden, ob ein gegebenes Objektiv tatsächlich auf der Höhe steht, oder mit zufälligen Mängeln behaftet ist, die bei besserer Ausführung hätten vermieden werden können, so daß es deshalb ausgeschlossen werden muß. Ein anderes Hindernis für genaue Schätzung hat seinen Grund in der oben erwähnten, auf die Verschiedenheit der Struktur zurückzuführenden Verschiedenheit der Empfindlichkeit des Bildes; und nicht an letzter Stelle steht die Größe der persönlichen Gleichung, auf die man stets stößt, wenn bei Mikroskopbildern ein Urteil über die Verschiedenheit der Bildbeschaffenheit abgegeben werden soll. Außerdem muß jeder, der eine Schätzung des fraglichen Elements vornimmt, wissen, daß es sich hier nur um vorläufige Angaben handelt. Denn während der Betrag der Übervergrößerung, den ein System mit einem gewissen Grade der Bildvollkommenheit aushalten kann, das richtige Normalmaß des in der Mikroskopoptik erreichten Fortschrittes bildet, kann die Bestimmung des fraglichen Elements nur einen vorübergehenden Wert beanspruchen: die ν-Werte, die den gegenwärtigen Bedingungen sehr wohl entsprechen, gelten nicht für Mikroskope früherer Zeiten und werden vielleicht in wenigen Jahren durch weitere Fortschritte der optischen Wissenschaft und Kunstfertigkeit umgestoßen.

Ich habe hier über den fraglichen Zweck seit manchen Jahren Beobachtungen angestellt und die Leistungen von einer großen Reihe von Objektiven verschiedener Art und verschiedenen Ursprungs untersucht an sehr [804] verschiedenen Objekten (künstlichen Präparaten und natürlichen Objekten); dabei habe ich meine eigenen Beobachtungen an den Urteilen einiger erfahrener auf biologischem Gebiete arbeitender Mikroskopiker geprüft. Was ich als das Ergebnis dieser systematischen Untersuchung ansehe, will ich hier kurz mit aller der Vorsicht mitteilen, die durch die Natur des Problems geboten ist. Die hauptsächlichsten Punkte sind:

1. Bei den besten Objektiven *großer Apertur*, die irgendwo bis zur Gegenwart (1882) hergestellt worden sind, seien es Trockensysteme oder Wasserimmersionen mit Aperturen nicht unter 0,80 und 1,10, wird die Bildverschlechterung durch das Auftreten der Aberrationswirkungen sichtbar, sobald die benutzte Übervergrößerung ν

den Wert 4[1]) übersteigt, d. h. ein geschulter Beobachter würde eine entschiedene Abnahme der Schärfe und Definition der Bilder bemerken, wenn er zwei Objektive gleicher Apertur unter derselben Gesamtvergrößerung vergliche, und wenn diese mit dem einen Objektiv (von kürzerer Brennweite) durch eine vierfache und mit dem anderen (dem längerer Brennweite) durch eine beträchtlich höhere, z. B. sechsfache Übervergrößerung erreicht worden wäre; ferner *würde stets die schwächere Okularvergrößerung im Vorteil befunden werden* — während sich *kein* Vorteil ergeben würde, wenn die gleiche Gesamtvergrößerung mit einem noch kleineren (unter 4 herabgehenden) ν-Wert erreicht worden wäre. Es versteht sich natürlich stets von selbst, daß Objektive gleicher und möglichst guter Ausführung an empfindlichen Objekten verglichen werden, und daß nur der mittlere Teil des Gesichtsfeldes in Betracht gezogen wird.

Wenn beispielsweise eine 480fache Gesamtvergrößerung in einem Falle mit einem $^1/_{12}$-Zöller [2 mm] und im anderen Falle mit einem gleich guten $^1/_8$-Zöller [3 mm] derselben Apertur erhalten ist — die ν-Werte sind dann 4 und 6 — so wird meiner Ansicht nach kein praktischer Mikroskopiker zögern, das Bild des $^1/_{12}$-Zöllers für das *bessere* zu erklären, vorausgesetzt, daß passende Präparate (von kompliziertem Bau) beobachtet wurden; zu diesem Ergebnis würde er aber wahrscheinlich *nicht* kommen bei Strichgruppen und vielleicht nicht bei irgend welchen Diatomeenfelderungen. Andererseits aber würde sich in keiner Weise ein entschiedener Vorteil bemerklich machen, wenn an Stelle des $^1/_{12}$-Zöllers ein $^1/_{18}$- oder ein $^1/_{24}$-Zöller derselben Apertur, natürlich mit schwächeren Okularen, benutzt worden wäre, um dieselbe 480fache Vergrößerung zu erhalten.

Hieraus folgt, daß die infolge der Ausführungsfehler und der Aberrationsreste vorhandene inhärente Strahlenzerstreuung bei sorgfältig ausgeführten Trocken- und Wasserimmersionssystemen hoher Apertur unterhalb der Schwelle der Sichtbarkeit bleibt, solange sie nicht stärker als vierfach vergrößert wird, daß sie aber bei jeder stärkeren Vergrößerung diese Schwelle übersteigt. Daß [805] meine

1) Ich lasse hier einige besondere Objektive, die sich im Journ. Roy. Microsc. Soc. (1), II, 815, 1879 beschrieben finden, [vergl. S. 201 dieser Sammlung] außer Acht; diese wurden vor einigen Jahren von C. Zeiss für experimentelle Zwecke nach einem Konstruktionstypus hergestellt, der sich für die gewöhnliche Verwendung nicht benutzen läßt, und auch dafür nicht in Aussicht genommen war.

Beobachtungen keinen deutlichen Unterschied bei Trockensystemen und solchen mit Wasserimmersion erkennen lassen, kann durch den Umstand seine Erklärung finden, daß der Vorteil der Verminderung der Frontaberration bei dem Immersionssystem durch die Erhöhung der Apertur ausgeglichen ist. Bei Immersionssystemen von nicht mehr als 1,0 oder darunter würde sich (unter sonst gleichen Umständen) ein etwas größerer ν-Wert ergeben. Andererseits habe ich stets eine starke Abnahme der *kritischen* Übervergrößerung bei Objektiven gefunden, deren Aperturen über 0,90 bei Trockensystemen und über 1,20 bei Wasserimmersion hinausgingen, sobald für den Versuch Präparate gewählt wurden, die die äußerste Randzone der Öffnung *gleichzeitig* mit den zwischen Mitte und Rand gelegenen Teilen beanspruchen.

2. Ein entschiedener Fortschritt in den Leistungen findet sich hinsichtlich des kritischen ν-Wertes in gut ausgeführten Objektiven nach dem System der homogenen Immersion. Mit derselben Strenge des Urteils und auf Grund desselben, oben erläuterten, Prinzips erachte ich eine etwa sechsfache Übervergrößerung für eben ausreichend, um die inhärenten Aberrationen für eine Apertur von etwa 1,30[1]) den Schwellenwert der Gesichtswahrnehmung erreichen zu lassen. Es scheint ganz verständlich, daß die völlige (oder fast völlige) Unterdrückung der Frontaberrationen nicht nur eine Erhöhung der Apertur ermöglichen, sondern tatsächlich auch noch einen Vorteil darüber hinaus ergeben sollte, wie er in dem höheren ν-Werte zum Ausdruck kommt.

1) Wenn jemand sich über die *kleinen* hier angegebenen Übervergrößerungen wundern und die obigen Mitteilungen als ein trauriges Zeugnis für den gegenwärtigen Stand der Mikroskopoptik ansehen sollte, so würde ich ihm vorschlagen, darüber nachzudenken, was es bedeutet, daß auch Objektive von ziemlich kurzer Brennweite eine 4- bis 6fache Übervergrößerung ohne merkliche Einbuße an Bildschärfe aushalten können. Das bedeutet nichts geringeres, als daß das Mikroskop imstande ist, mehr als 800fach vergrößerte Objekte, so weit es sich um die geometrische Präzision der Beobachtung handelt, unter denselben Bedingungen zu zeigen, als wenn die mikroskopischen Objekte in diesem Grade *in Wirklichkeit*, nicht bloß optisch, vergrößert werden könnten und dann mit dem bloßen Auge ohne Mitwirkung eines optischen Apparats aus einer Entfernung von 250 mm betrachtet würden. Bis zu diesen hohen Vergrößerungen bewahrt daher das moderne Mikroskop die unverminderte Schärfe des Sehens mit bloßem Auge, und es wirkt ohne merklichen Unterschied gerade so, als wenn wirkliche Körper und nicht bloß vergrößerte Bilder auf der Netzhaut abgebildet würden. Es ist noch gar nicht so lange her, daß kein System, von Objektiven ganz kleiner Öffnung abgesehen, auch nur seine eigene Vergrößerung ohne irgend welche Übervergrößerung aushalten konnte, und es war damals unmöglich, eine nur 100fache Vergrößerung ohne erhebliche Verschlechterung dem Sehen mit bloßem Auge gegenüber zu erhalten.

3. Die niedrigeren Aperturen von Trockensystemen betreffend zeigen meine Vergleichungen, daß die kritischen ν-Werte mit abnehmenden Aperturen verhältnismäßig langsam wachsen. Dies läßt sich genügend durch den Umstand erklären, daß diese niederen Aperturen stets mit verhältnismäßig größerem Arbeitsabstande angefertigt werden, als er bei Systemen großer Apertur angewandt wird (mit anderen Worten, daß der *freie* Luftraum zwischen der Vorderfläche und dem Objekt einen größeren Teil der Brennweite ausmacht).

Die Verminderung der Frontaberration und die entsprechende auf die Verkleinerung des Büschelwinkels zurückzuführende Verringerung der Aberrationsreste wird daher zum Teil [806] durch die erhöhte Aberration aufgehoben, die eine Folge eines verhältnismäßig dickeren Luftraumes vor dem System ist. Betrachtet man mittelstarke Objektive, die in der Regel (ganz richtig) unter Berücksichtigung eines bequemen Arbeitsabstandes angefertigt werden, so kann ich keine höhere Zahl als 5 oder 6 selbst bis herab zu Aperturen von 0,40 (47°) für das kritische ν zulassen. Sinkt die Apertur unter diesen Wert, so wächst der ν-Wert entschieden schneller an, derart, daß mir für 0,15 bis 0,20 n. A. (17°—23°) 8 bis 10 die richtige Übervergrößerung zu sein scheint, die sehr gute Objektive ohne bemerkbaren Verlust an Schärfe aushalten (natürlich unter der Bedingung, daß die so erhaltenen Gesamtvergrößerungen hinsichtlich des Abbildungsvermögens der fraglichen Apertur keine leeren sind).

Ähnliche Angaben für noch niedrigere Aperturen würden ein untergeordnetes Interesse bieten; sie könnten außerdem aber auch nicht auf der Grundlage der hier angestellten Überlegung gemacht werden, denn diese setzt die Bedingung eines *konstanten* Gesichtswinkels der inhärenten Strahlenzerstreuung für verschiedene Abstände des Objektivbildes voraus. Diese Bedingung ist (wie bemerkt wurde) mit genügender Annäherung nur so lange erfüllt, als dieser Abstand — praktisch die Tubuslänge des Mikroskops — kein *allzu* kleines Vielfaches der Objektivbrennweite ist; dies ist nun unter gewöhnlichen Umständen bei den sehr schwachen Systemen *nicht* erfüllt, die bei Aperturen von nur ein paar Graden in Frage kommen würden.

4. Die den verschiedenen Arten von Objektiven zugeschriebenen ν-Werte drücken meiner Meinung nach unter den gegenwärtigen

Verhältnissen die Bedingungen für eine *möglichst gute* Leistung des Mikroskops aus. Ich bestreite indessen durchaus nicht, daß viel höhere Übervergrößerungen nicht noch sehr nützlich sein können; aber wenn es unbestreitbar ist, daß mit den heutigen Objektiven ein *besseres* Bild unter einer vier- oder sechsfachen als unter einer höheren Übervergrößerung erhalten wird, so ist es völlig sicher, daß die schwächeren Vergrößerungen angewandt werden sollten, wenn es sich um den *äußersten Grad der Vollkommenheit* handelt. Für diese Schlußfolgerung ist es ganz unwesentlich, ob der Verlust an Schärfe („Definition"), wie er die Folge von größeren ν-Werten ist, als groß oder klein empfunden wird, und ob er bei allen Präparaten oder nur bei einigen wenigen auffällt. *Besteht* ein, wenn auch kleiner Verlust, und findet sich auch nur *eine* Art Objekte, an denen er bemerkbar wird, so ist das allein genügend, um den Vorzug niederer Vergrößerungszahlen nachzuweisen; denn man kann vernünftigerweise nicht bezweifeln, daß auch der geringste Unterschied in der Vollkommenheit des Mikroskopbildes in kritischen Fällen eines schwierigen Forschungsgebietes von entscheidender Bedeutung werden kann.

Es muß daher aus den vorerwähnten experimentellen Tatsachen die Folgerung gezogen werden:

Um möglichst gute Bedingungen für die Ausnutzung [807] des Abbildungsvermögens einer Apertur zu erhalten, müssen die Brennweiten der Objektive für die Vergrößerungen ausreichen, die zur Wahrnehmung der kleinsten Einzelheiten nötig sind, ohne daß höhere Übervergrößerungen anzuwenden wären, als durch die oben definierten kritischen ν-Werte angegeben sind.

Wir kommen daher zu dem Punkte, der das Ziel der ganzen Untersuchung gewesen ist — zur Bestimmung der richtigen Brennweiten für die verschiedenen Aperturen — wenn wir die praktischen Folgerungen aus diesem Prinzip ziehen.

1. Die Maximalaperturen der verschiedenen Systeme — des Trockensystems, der Wasserimmersion und der homogenen Immersion (für Kronglas) — die für gewöhnliche Benutzung brauchbar sind, lassen sich annähernd durch die Zahlen

$$a = 0{,}90 \qquad a = 1{,}20 \qquad a = 1{,}35$$

angeben, weil Aperturen, die sich dem äußersten Grenzwerte des Systems noch mehr als auf etwa 10 % nähern, überhaupt nicht befriedigend für regelmäßige wissenschaftliche Untersuchungen

verwandt werden können. Die kritischen ν-Werte für diese Aperturen könnten, wie bemerkt wurde, angesetzt werden zu

$$\nu = 4 \qquad \nu = 4 \qquad \nu = 6.$$

Die Gesamtvergrößerungen, die zur richtigen Ausnutzung derselben Aperturen *notwendig* sind, zeigt die vierte Spalte der ersten Tabelle (S. 393), insofern, als kein normalsichtiger Beobachter imstande ist, Einzelheiten unter einem Gesichtswinkel unter 2 Bogenminuten *deutlich* zu erkennen. Nehmen wir die Zahlen der Tabelle abgerundet an, so erhalten wir demnach die Normalvergrößerung $[N]$, die für die Objektive höherer Apertur in den verschiedenen Systemen erforderlich ist —

$$\frac{480}{4} = 120 \qquad \frac{640}{4} = 160 \qquad \frac{720}{6} = 120$$

und demnach die Brennweite $f = \frac{l}{[N]}$

2,1 mm = $^1/_{12}$ Zoll, 1,56 mm = $^1/_{16}$ Zoll, 2,1 mm = $^1/_{12}$ Zoll.

Den oben entwickelten Ansichten entsprechend können Objektive von so kurzer Brennweite bei dem gegenwärtigen Stande der Mikroskopoptik nicht entbehrt werden. Für derartige wissenschaftliche Arbeiten, bei denen es von Wichtigkeit ist, eine *möglichst gute* Bildqualität (Schärfe, Definition) zu erhalten, nämlich einen solchen Grad von dioptrischer Vollkommenheit des Bildes, daß sie auch an empfindlichen Präparaten nicht merklich hinter der Gesichtswahrnehmung reeller Objekte mit bloßem Auge zurücksteht.

Wie oben bemerkt wurde, sind auch stärkere als die zur Erschöpfung der erreichbaren Aperturen unumgänglich nötigen Vergrößerungen wünschenswert und für manche Sonderzwecke sogar unerläßlich. Sie können durch Anwendung derselben Objektive unter höheren Übervergrößerungen befriedigend erreicht werden. Insofern als es sich in diesem Falle nur [808] darum handelt, das Bild zu vergrößern, ohne *neue* Einzelheiten am Objekt wahrzunehmen, ist das Anwachsen der Zerstreuungswirkungen mit wachsendem ν kein ernsthafter Nachteil, da der Gesichtswinkel der kleinsten Einzelheit in demselben Maße zunimmt. Obwohl die absolute Bildschärfe unter dem höheren ν abnimmt, bleibt die *relative* die gleiche und muß, wenn sie für das minder stark vergrößerte Bild ausreichend war, für das stärker vergrößerte noch genügen. Da nun der *doppelte* Betrag der Übervergrößerung, die die Mängel des Systems gerade zum Schwellenwert der Wahrnehmung bringt, von den Objektiven stets ohne wesentlichen oder unerträglichen Schärfenverlust ausgehalten wird, so reicht es aus, allein die Okularvergrößerung zu erhöhen, um die *obere* Grenze der im allgemeinen für die verschiedenen Aperturen nützlichen Vergrößerungen zu erreichen, wie sie in der fünften Spalte der Tabelle I gegeben ist. Es kann indessen wünschenswert sein, solche stärkeren Vergrößerungen gelegentlich unter noch günstigeren Bedingungen, also mit dem geringsten ν-Werte, zu erreichen. Ich gebe daher zu, daß Objektive kürzerer Brennweite — herab bis zur *Hälfte* der oben als äußersten bezeichneten — noch für *Immersions*-Aperturen nützlich sein könnten. (Das gilt für *Trocken*systeme nicht, da es entschieden unvernünftig wäre, so hohe Vergrößerungen von Aperturen erzwingen zu wollen, die mit ihrem Abbildungsvermögen weit unter der erreichbaren Grenze bleiben.)

Andererseits ist es ganz sicher, daß auch die für die Ausnutzung der eben behandelten Aperturen nötigen Minimalwerte der Vergrößerung unter viel höheren Übervergrößerungen mit ziemlich befriedigender Bildbeschaffenheit erreicht werden können, wenn es auf den *äußersten* Grad der Vollendung nicht ankommt, oder wenn es sich um weniger empfindliche Objekte, Diatomeen z. B., handelt. Der doppelte kritische ν-Wert (d. h. für die drei Systeme, nämlich 8, 8, 12) gibt indessen den Grenzwert an, wenn die Objektive irgend allgemeinen Zwecken dienen sollen und der $2^1/_2$fache (d. h. 10, 10, 15) die äußerste noch zulässige Zahl, wenn die Objektive auf die Untersuchung von Diatomeen beschränkt sein sollen (dabei werden als Minimalvergrößerungen 480, 640, 720 angesehen); denn wenn noch höhere Okularvergrößerungen nötig würden, so würde selbst für diese Mindestvergrößerungen die aus der Vergrößerung der Aberrationskreise folgende Bildverschlechterung auch für die unempfindlichsten Objekte so bemerkbar werden, daß eine befriedigende Erkennbarkeit der kleinsten Einzelheiten ohne Frage verloren ginge. Obwohl die im Bereiche der Apertur liegenden Einzelheiten noch *sichtbar* sind, so ist doch die Bildbeschaffenheit so viel schlechter, als die durch stärkere Objektiv- und schwächere Okularvergrößerungen erhaltene, daß es offenbar unklug ist, das unter ungünstigen Bedingungen zu erhalten, was man *ebenso leicht* anders erhält. Ich muß daher die Konstruktion aller solchen Objektive großer Apertur als irrationell ansehen, die sogar das Minimum der für die richtige Ausnutzung

der Apertur erforderlichen Gesamtvergrößerung nur durch noch stärkere Okulare erreichen lassen, als oben angegeben worden sind.

[809] Macht man diese verschiedenen Konzessionen an die persönlichen Gewohnheiten und die besonderen Zwecke, so scheinen die hier aufgestellten Grundsätze in ihrer praktischen Anwendung einen ziemlich weiten Spielraum zu lassen. Nehmen wir die *Normal*brennweiten für die Objektive großer Apertur nach den drei Systemen wie oben an, so erhalten wir die zulässigen Maximalwerte von f (Minimalwerte der Stärke):

Trockensystem	Wasserimmersion	Homogene Immersion
5,2 mm $= \frac{1}{4,8}$ Zoll	3,9 mm $= \frac{1}{6,4}$ Zoll	5,2 mm $= \frac{1}{4,8}$ Zoll

und die Minimalwerte für f (oder Maximalwerte der Stärke):

2,1 mm $= \frac{1}{12}$ Zoll 0,78 mm $= \frac{1}{32}$ Zoll 1,05 mm $= \frac{1}{24}$ Zoll.

2. Hinsichtlich der Objektive, die nicht das erreichbare Maximum des Abbildungsvermögens zum Ziel haben, kann die Behandlung auf die Trockensysteme beschränkt werden, da in der Praxis die anderen Systeme nicht mit viel niedrigeren Aperturen hergestellt werden (und das geschieht natürlich mit gutem Grunde). Um nun die richtige Abstufung der Brennweiten für die niederen Aperturen der Trockensysteme festzustellen, müssen die ν-Werte bestimmt werden, die den verschiedenen Aperturen entsprechen. Diese Werte hängen, wie oben betont wurde, von manchen anderen Umständen neben der Apertur ab — namentlich vom Konstruktionstypus und (für höhere und mittlere Aperturen) von dem Verhältnis des Arbeitsabstandes zur Brennweite. Es ist daher unmöglich ν-Werte anzugeben, die Anspruch auf allgemeine Annahme haben, auch dann wenn man bei der Beurteilung bei derselben Höhe des Anspruches bleibt. Jede gegebene Apertur (ganz niedrige ausgenommen) erlaubt eine höhere Übervergrößerung, wenn sie in einem dreifachen System herbeigeführt wird, als wenn sie in einem nur zweifachen System verwirklicht wird; und gleichzeitig (wiederum mit derselben Ausnahme) tritt eine weitere Erhöhung ein, wenn das System mit verhältnismäßig kleinem Arbeitsabstande ausgeführt wird; dabei sind stets möglichst gute Konstruktionstypen angenommen. Um nun überhaupt Zahlenangaben zu erhalten, muß ich mich auf ein paar besondere Objektivtypen beschränken, die den allgemein angenommenen und als typisch anzusehenden Musterkonstruktionen entsprechen. Unter diesem Gesichtspunkte habe ich *zwei* Objektivtypen sorgfältig untersucht: für die mittleren Aperturen dreifache Systeme von etwa 0,50 Apertur mit einfachen plankonvexen Frontlinsen und einem Arbeitsabstande von etwa einem Fünftel der Brennweite; für kleine Aperturen Systeme aus zwei verkitteten Linsen mit einer Apertur von etwa 0,15 und einem Arbeitsabstande von etwa einem Drittel der Brennweite. Nach der Vergleichung einer größeren Anzahl von Exemplaren beider Typen sehr verschiedenen Ursprungs (und nach Ausschließung aller mit einem Korrektions- oder Ausführungsfehler behafteten) fand ich als kritische Übervergrößerung für den ersten Typus ($a = 0{,}50$) [810] $\nu = 5$ und für den zweiten $\nu = 9$ beides in abgerundeten Zahlen[1]).

Stellen wir diese Zahlen mit dem oben für die Aperturen 0,85—0,90 erhaltenen ν-Wert zusammen, so besitzen wir in der Reihe der Aperturen von Trockensystemen eine zahlenmäßige Bestimmung von *drei* Punkten; und wir erhalten annäherungsweise eine Angabe für zwischenliegende Punkte, wenn wir die ν-Werte zwischen den genannten drei Punkten interpolieren. Die hier gegebene tabellarische Zusammenstellung zeigt in der vierten Spalte die aus den obigen Daten abgeleitete Reihe der ν-Werte, wenn die Interpolation mittels einer parabolischen Kurve erfolgt. Die dritte Spalte gibt noch einmal nach Tabelle I die Zahlen für die bei verschiedenen Aperturen erforderlichen Minimalwerte der Gesamtvergrößerung N; die fünfte Spalte die aus dem entsprechenden ν-Werte abgeleitete Objektivvergrößerung [N] und die sechste Spalte gibt die Brennweite f an, die in jedem einzelnen Falle für die Objektivvergrößerung nötig ist. Die Beibehaltung der Dezimalen in den ν- und f-Werten bei einer unbestimmten Grundlage der Rechnung hat natürlich keinen anderen Zweck als den, willkürliche Sprünge in der Zahlenreihe zu vermeiden, die der Beschaffenheit des Falles entsprechend eine kontinuierliche Änderung aufweisen muß.

Nach den Beobachtungen, von denen die ν-Werte [811] abgeleitet worden sind, muß man *dreifache* Systeme mit mäßigem Arbeitsabstande bis zu Aperturen von etwa 0,3 herab annehmen,

1) Die erwähnten Beobachtungen wurden vor einigen Jahren, 1874—1875, angestellt. In der Zwischenzeit ist indessen nichts vorgekommen, was die Konstruktionsbedingungen von Trockensystemen wesentlich geändert haben könnte.

und *zweifache* Systeme für alle hier betrachteten kleineren Aperturen. Stellt man die mittleren Aperturen mit nur zwei Linsen her und die niedrigeren mit nur einer einzigen, so zeigen sie bedeutend kleinere v-Werte als oben angegeben. Andererseits aber liefern dreifache Systeme mit Aperturen, die wesentlich kleiner als 0,3 sind, nicht bemerkbar höhere Werte für die zulässige Übervergrößerung — ein Verhalten, das sich mit der Theorie der Aberrationen gut erklären läßt.

Tabelle III.

Das Verhältnis zwischen der Apertur und der Brennweite bei einer Reihe von normalen Trockensystemen.

Numerische Apertur.	Öffnungswinkel (in Luft).	Gesamtvergrößerung entsprechend a,	Minimalwert der Übervergrößerung.	Notwendige Objektivvergrößerung.	Erforderliche Brennweite.
a		N	v	[N]	f
	°				mm
0.10	11.5	53	10.0	5.3	47.2
0.15		79.5	9.0	8.8	28.4
0.20	23.0	106	8.2	12.8	19.4
0.25		132	7.4	17.9	14.0
0.30	35.0	159	6.7	23.7	10.5
0.35		185	6.1	30.4	8.2
0.40	47.0	212	5.6	37.9	6.6
0.45		238	5.3	45.0	5.5
0.50	60.0	265	5.0	53.0	4.7
0.55		291	4.8	60.6	4.1
0.60	73.7	317	4.6	68.9	3.6
0.65		343	4.4	78.1	3.2
0.70	89.0	370	4.3	86.0	2.9
0.75		397	4.2	94.4	2.65
0.80	106.3	423	4.1	103.2	2.42
0.85		450	4.0	112.4	2.22
0.90	128.3	476	4.0	119.0	2.10

Soweit die Grundlage meiner Überlegung als gültig angenommen wird, gibt die obige Tabelle das richtige Verhältnis zwischen Apertur und Brennweite für eine *ideale* Reihe von Trockenobjektiven mit wachsenden Aperturen an; sie ist in *genauer* Übereinstimmung mit dem Grundsatz festgelegt, daß jedes Objektiv unter *möglichst guten* Bedingungen eine Gesamtvergrößerung gestattet, die *gerade* ausreicht, um das Abbildungsvermögen seiner Apertur völlig auszunutzen — und dabei wird unter den „möglichst guten Bedingungen" keine höhere durch Tubuslänge und Okular erzielte Übervergrößerung verstanden, als die, bei der

die dioptrischen Mängel im Bilde *gerade* bis zum Schwellenwert der Gesichtswahrnehmung herangehen.

Es ist meine Meinung nicht, daß man sich bei der praktischen Herstellung von Objektiven stets mit aller Strenge an die so erhaltene *Reihe von Normalwerten* halten solle. Sie ist hier mehr als eine theoretische Richtschnur gegeben, die auf *rationeller* Basis als eine *allgemeine Anleitung* beim Entwurfe von Systemen dienen soll, aber einer Abweichung von den Normalwerten nicht im Wege steht, sobald eine solche durch diese oder jene praktische Überlegung begründet ist.

Abweichungen in der Richtung einer *Verminderung* der Apertur (oder Erhöhung der Objektivvergrößernng) brauchen hier nicht besprochen zu werden, da gegenwärtig keine derartige Neigung vorhanden ist, von Mikroskopen ganz geringen Wertes abgesehen. Es ist daher nur die Frage zu erörtern, welcher Spielraum ist gerechter Weise zulässig für Abweichungen vom Normalverhältnis in der Richtung der *Erhöhung* der Apertur (oder Verminderung der Objektivvergrößerung)?

Der hier vorliegende Fall weicht etwas von dem oben erörterten ab, wo es sich um die richtige Ausnutzung der Maximalapertur beliebiger Systeme handelte: Da die jetzt in Frage kommenden Öffnungswinkel mehr oder minder unterhalb des erreichbaren Maximums liegen, so bietet es keine weitere Schwierigkeit die Apertur zu erreichen. Ein leicht erreichbarer Überschuß kann ohne Zögern wieder geopfert werden, wenn davon ein Vorteil erwartet werden kann, dem keine größeren Nachteile gegenüberstehen. Die Frage läßt sich daher auf dem Boden der reinen Praxis zurückführen: in wie weit ist ein Aperturüberschuß von wirklichem (nicht blos eingebildetem) Vorteil, und wie verhalten sich diese Vorteile zu den vielleicht mit der Aperturerhöhung verbundenen Nachteilen?

Es ist schon oben [S. 401] darauf hingewiesen worden, daß es tatsächlich eine vernünftige Überlegung gibt, aus der heraus es sich in manchen Fällen [812], nämlich für die Systeme niedrigerer Apertur empfiehlt, etwas größere Aperturen anzuwenden, als bei den Gesamtvergrößerungen, für die die Systeme konstruiert sind, ausgenutzt werden können; oder — was dasselbe ist — es empfiehlt sich, mit einer gegebenen Apertur *niedrigere Vergrößerungen* zu verwenden, als die entsprechenden Zahlen für N in der Tabelle I angeben. Der Aperturüberschuß, der derart für das Abbildungs-

vermögen nicht ausgenutzt wird, findet seine Verwendung in der Erhöhung der Beleuchtungswirkung (oder der Bildhelligkeit) mindestens dann, wenn enge einfallende Büschel für die richtige Beleuchtung der Objekte nötig sind. Andererseits wurde schon darauf hingewiesen, daß dem fraglichen Vorteile praktisch ziemlich enge Grenzen gezogen sind.

Wie ich schon bemerkt habe, bin ich mir über die Unsicherheit der den obigen Rechnungen zu grunde liegenden Zahlenangaben völlig klar, doch wird diese Unsicherheit bei einem Gegenstande gleich dem vorliegenden schwerlich je gehoben werden. Obwohl *meiner* Meinung nach die oben gegebenen Zahlen so nahe als möglich dem gegenwärtigen Stande des Mikroskops entsprechen, so werde ich doch keinen ernsthaften Einwand erheben, wenn ein anderer Beobachter zu Zahlen käme, die von den meinigen um zwanzig oder gar dreißig Prozent abweichen, sondern werde mir gegenwärtig halten, daß so viele Elemente des persönlichen Urteils mitsprechen. Ich lege also kein großes Gewicht auf die ziffernmäßigen Einzelheiten; der Leser mag versuchen, sie zu verbessern oder sie annehmen als bloße Verdeutlichung, die die Anwendung der allgemeinen Prinzipien auf tatsächlich vorhandene Systeme erläutern soll. Worauf ich bestehe, ist nur die Ansicht, daß die Theorie des Mikroskops ausreicht, um auf Grund des Prinzips der richtigen Sparsamkeit hinsichtlich der unabhängigen Eigenschaften der Systeme (des Abbildungs- und des Vergrößerungsvermögens) eine deutliche Richtschnur für die *rationelle* Konstruktion von Objektiven anzugeben; daß dieses Prinzip notwendig zur Annahme eines gewissen Verhältnisses zwischen Apertur und Brennweite führt; und daß dieses Verhältnis mit einem solchen Grade von Annäherung bestimmt werden kann, wie es für praktische Regeln nötig ist, mindestens in genügendem Maße, um die Grenzen zwischen vernünftigen und unvernünftigen Bestrebungen zu ziehen.

Meiner Meinung nach hat die hier behandelte Frage eine gewisse allgemeine Bedeutung für die Mikroskopie. Es schadet natürlich nichts, wenn Linsensysteme nach beliebigem Typus und für besondere Wünsche hergestellt werden, und in dieser Richtung muß stets volle Freiheit gewährt werden. Andererseits aber hat das Mikroskop als Hilfsmittel der wissenschaftlichen Forschung einen wichtigen Zweck, und die wissenschaftliche Mikroskopie ist daher zu der Forderung völlig berechtigt, daß die Verbesserungen des Instruments stets in erster Linie darauf gerichtet seien, es so nützlich als möglich für seinen ersten Zweck zu machen, daß aber nicht in der Optik des Mikroskops in erster Linie Steckenpferde irgend welcher Art geritten werden. Um das zu verhindern und um den Fortschritt in der Richtung nützlicher Aufgaben zu sichern, ist die Beschäftigung mit der Frage nach der „rationellen" Konstruktion von Objektiven unerläßlich.