



PRAKTISCHE UND SPHÄRISCHE
ASTRONOMIE.

NACHTRÄGE ZU BAND VI.



[ASTRONOMISCHE BEOBACHTUNGEN
AUS DER BRAUNSCHWEIGER ZEIT.]

VERÖFFENTLICHUNGEN UND BRIEFWECHSEL.

[I.]

[LÄNGENBESTIMMUNG VON BRAUNSCHWEIG, HELMSTÄDT UND
WOLFENBÜTTEL.]

[Monatliche Correspondenz. Band X. S. 302—307. 1804 October.
Aus v. ZACH's Bericht über die Kgl. Preussische trigonometrische Aufnahme von Thüringen u. s. w.]

{1. Braunschweig.}

{Der geheime Rath Freyherr von ENDE und Dr. GAUSS in Braunschweig hatten die Gefälligkeit, unsere Brockensignale in Braunschweig, Helmstädt und Wolfenbüttel zu beobachten. Der geh. R. v. E. hatte seinen eigenen ARNOLD'schen Chronometer, und dem Dr. GAUSS überschickte ich einen dergleichen zu diesem Behufe. Ersterer beobachtete in seiner Wohnung in der Steinstrasse, letzterer an der Südseite der Stadt auf dem Garten des Kaufmanns KÖPPE, etwa 400 Par. Fuss westlich, und 3500 Fuss südlich vom Andreas-Thurm. Des Freyh. v. ENDE Wohnung ist 1 $\frac{1}{2}$ östlich von KÖPPE's Garten. Da die Witterung nicht die günstigste war, so musste man bisweilen zu einzelnen Höhen seine Zuflucht nehmen, um die Zeitbestimmung zu erhalten, worin auch wahrscheinlich die kleinen Differenzen zu suchen sind, welche sich in der Bestimmung der Länge von Braunschweig finden. Diese Bestimmungen laufen also:



1803	Mittlere Zeit auf Seeberg	Mittlere Zeit in Braunschweig	Länge in Zeit westl. v. Seeberg
9. August	9 ^h 11 ^m 3 ^s ,1	9 ^h 10 ^m 16 ^s ,4	46,7
	21 2,5	20 16,3	46,2
	31 2,9	30 16,3	46,7
	41 3,3	40 16,2	47,1
	51 2,6	50 15,7	46,9
	10 1 3,4	10 0 16,3	47,1
Anzahl d. Sign. 6			Mittel 46,78
15. August	9 ^h 1 ^m 26 ^s ,3	9 ^h 0 ^m 40 ^s ,9	45,4
	10 27,1	9 40,9	46,2
	20 26,5	19 41,0	45,5
	30 26,1	29 41,1	45,0
	40 26,4	39 41,5	44,9
	50 26,7	49 41,8	44,9
Anzahl d. Sign. 6			Mittel 45,32
17. August	9 ^h 0 ^m 24 ^s ,0	8 ^h 59 ^m 36 ^s ,3	47,7
	10 24,4	9 36,1	48,3
	20 24,5	19 36,3	48,2
	30 24,3	29 35,8	48,5
	40 24,5	39 36,0	48,5
	50 25,0	49 36,4	48,6
10 0 25,4	59 36,5	48,9	
Anzahl d. Sign. 7			Mittel 48,39
18. August	6 ^h 20 ^m 18 ^s ,0	6 ^h 19 ^m 28 ^s ,3	49,7
	30 18,4	29 28,3	50,1
	40 18,9	39 28,6	50,3
	50 18,6	49 28,3	50,3
	7 0 18,6	59 28,3	50,3
Anzahl d. Sign. 5			Mittel 50,14
» » » 7	Am 18. August		48,39
» » » 6	» 17. »		45,32
» » » 6	» 15. »		46,78
Anzahl d. Sign. 24			Mittel 47,66

[Handschriftliche Bemerkung von GAUSS in seinem Exemplar:]

KÖPPPE'S GARTEN		
9.	5	50,30
10.	7	47,70
15.	7	51,21
17.	7	46,07
18.	8	48,11
22.	5	51,30
25.	7	49,30
		46 49,14.

Nach diesen Beobachtungen liegt die Wohnung des Freyh. von ENDE in Braunschweig 32^m 47;34 von Paris, oder geographische Länge von Ferro 28^o 11' 50", und Kaufmann KÖPPE'S Garten 32^m 48;84[*] oder von Ferro 28^o 12' 12,5.

Auch hier ergibt sich dieselbe Probe wie bey Magdeburg. Dr. GAUSS beobachtete nämlich die Bedeckung desselben Sterns ε im Widder vom Monde[**]. Stellen wir die vom Can. DAVID berechneten wahren Conjunctions-Zeiten abermahls zusammen, und leiten die Längenunterschiede daraus ab, so kommt aus dieser Beobachtung der Längenunterschied von Braunschweig mit Paris aus der Beobachtung

von Magdeburg	32 ^m 45,5
Wien	32 50,0
Prag	32 40,5
Leipzig	32 39,3
Danzig	32 50,0
Mittel	32 ^m 45,1

welche astronomische Bestimmung 2;99[***] von der terrestrischen abweicht. Merkwürdig ist, dass die Braunschweiger und Magdeburger Beobachtung dieser Sternbedeckung den Längenunterschied für beyde Städte am genauesten gibt. Noch eine andere Prüfung dieser Länge machte Dr. GAUSS, indem er auf KÖPPE'S Garten Azimuthe des Brocken mit seinem Sextanten gemessen hatte. Verbunden mit der Polhöhe 52^o 15' 30" berechnete er daraus den Längenunterschied 22;9. Da Seeberg 27;0 östlich von dem Brocken liegt, so folgt daraus 49;9 für Seeberg und Braunschweig. Die terrestrische Bestimmung weicht hiervon 2;3 ab.

Die Breite seiner Wohnung bestimmte der Freyherr v. E. aus vielen Circum-Meridianhöhen der Sonne folgendermassen:

[*] Von GAUSS' Hand in seinem Exemplar verbessert in] 32^m 45^s 86.

[**] Im Briefe an OLBERS vom 12. August 1803 schreibt GAUSS:] Am 1^{ten} habe ich auch Austritt von ε Arietis beobachtet 10^h 38^m 30^s [mittlere] Zeit], wie ich glaube sehr gut; VON ENDE sah ihn mit einem nur sehr nothdürftig aufgestellten oder vielmehr aufgehängten, vielleicht auch an sich schwächern Fernrohr s^h später. Sollten Sie den Austritt auch beobachtet [haben], so bitte ich um die Communication. [Vgl. auch Monatl. Corresp., Band VIII, S. 488.]

[***] Von GAUSS' Hand in seinem Exemplar verbessert in] 0;7.



1803	6. Aug.	52° 15' 47,6
»	7. »	55,1
»	16. »	55,2
Mittel		52° 15' 52,6.

Dr. GAUSS hat die Polhöhe auf KÖPPE's Garten im vorigen Sommer 52° 15' 35" gefunden; fast dasselbe folgt aus der Reduction der Polhöhe seiner vorigen Wohnung, die er 52° 16' 5" bestimmt hatte und die 30" nördlicher liegt. Ich habe im Sept[ember] 1800 diese Breite im Hotel d'Angleterre 52° 15' 43" beobachtet (M. C., II. Bd., S. 562). Daraus würde die Breite vom Dr. GAUSS etwas kleiner werden, hingegen nach obiger Bestimmung des Freyh. v. ENDE in seiner Wohnung etwas grösser.

{2. Helmstädt.}

{Den 18. August [1803] verfügten sich der Geh. R. von ENDE und Dr. GAUSS nach Helmstädt, und, nachdem sie daselbst in des Hofraths PFAFF Garten ein Dutzend correspondirende Sonnenhöhen genommen hatten, beobachteten sie hierauf des Abends am 19. Aug. folgende Brocken-Signale:

1803	Mittlere Zeit auf Seeberg	Mittlere Zeit in Helmstädt	Länge in Zeit östl. v. Seeberg
19. August	6 ^h 0 ^m 16,5	6 ^h 1 ^m 24,7	1 ^m 8,2
	20 16,2	21 24,9	8,7
	30 16,2	31 24,6	8,4
	40 16,0	41 25,1	9,1
	50 16,5	51 25,1	8,6
	7 0 16,7	7 1 25,2	8,5
	9 10 16,6	9 11 26,9	10,3
	20 16,2	21 26,8	10,6
	30 16,6	31 26,7	10,1
	40 16,7	41 26,9	10,2
	50 17,1	51 26,7	9,6

Anzahl d. Sign. 11

Mittel 1^m 9,30

Den 21. August wurden correspondirende Höhen im Gasthofe zum Erbprinzen, und hierauf folgende Signale beobachtet:

1803	Mittlere Zeit auf Seeberg	Mittlere Zeit in Helmstädt	Länge in Zeit östl. v. Seeberg
21. August	9 ^h 10 ^m 5,6	9 ^h 11 ^m 14,5	1 ^m 8,9
	20 5,5	21 14,2	8,7
	30 5,6	31 14,6	9,0
	40 5,8	41 14,3	8,5
	50 6,0	51 14,4	8,4
	10 0 5,5	10 1 14,5	9,0

Anzahl d. Sign. 6

Mittel 1^m 8,75

Da des Hofraths PFAFF Garten, und der Gasthof zum Erbprinzen ungefähr in demselben Meridian liegen, so kann man für den Längenunterschied zwischen Seeberg und Helmstädt setzen 1^m 9,03, welches von Paris macht 34^m 44,03, oder Länge von Ferro 28° 41' 0,45.

Den 19. August wurden in des Hofraths PFAFF Garten acht Circum-Meridianhöhen der Sonne beobachtet, welche für die Polhöhe dieses Ortes gaben 52° 13' 37,7. Acht dergleichen Höhen den 21. Aug. im Gasthofe zum Erbprinzen genommen, gaben die Polhöhe 52° 13' 51,5. Auf meiner Harzreise im Jahr 1793 fand ich durch einige Winkel-Beobachtungen auf dem Brocken die Breite durch Interpolation für die Hauptkirche in Helmstädt 52° 12' 58", für die Länge 28° 40' 10", welches für die Methode, nach welcher ich diese Bestimmungen gemacht und berechnet hatte (Berl. Astr. Jahrb., 1799, S. 141) immer sehr genau ist.

{3. Wolfenbüttel.}

{In Wolfenbüttel wurden den 25. August in des Drostens von RODENBERG Pavillon, nahe beim Schlosse, sechzehn Paar correspondirende Sonnenhöhen, und hierauf folgende Feuer-Signale beobachtet:



1803	Mittlere Zeit auf Seeberg	Mittlere Zeit in Wolfenbüttel	Länge in Zeit westl. v. Seeberg
25. August	8 ^h 59 ^m 41,7	8 ^h 58 ^m 54,8	46,9
	9 9 41,6	9 8 53,9	47,6
	19 41,5	18 54,0	47,5
	29 41,8	28 54,1	47,7
	39 41,9	38 54,2	47,7
	49 41,9	48 54,6	47,3
	59 42,1	58 54,3	47,8

Anzahl d. Sign. 7

Mittel 47,50

welches von Paris östliche Länge 32^m 47,5 und die Länge von Ferro gibt 28^o 11' 52,5. Zehn Meridianhöhen der Sonne in Wolfenbüttel gaben die Polhöhe 52^o 9' 29". Meine Bestimmung von Wolfenbüttel vom Brocken aus und durch genommene Winkel interpolirt, gibt Breite 52^o 8' 44", Länge 28^o 11' 39".

[II.]

[BEOBACHTUNGEN VON PLANETEN.]

GAUSS AN OLBERS.

[WILHELM OLBERS, Sein Leben und seine Werke, II 1, 1909, S. 201—202, 234, 236, 261.]

Braunschweig, 7. September 1804. — [Beobachtungen der Ceres.]

Endlich habe ich auch zum erstenmale das Vergnügen gehabt, unsre α hier in Braunschweig zu beobachten. Den 29. August ging sie 32 Ceti um 11^h 18^m 2^s nach einem Mittel aus 3 gut harmonirenden Beob. 23,5 vor und war um 11^h 31^m 11^s um 1' 3" nördlicher. Daraus finde ich

Differenz von d. Ephem.

11 ^h 18 ^m 2 ^s t. m.	AR app.	15 ^o 0' 32"	- 7' 32"
	Decl. app.	9 ^o 55' 23" austr.	+ 4' 3".

Vorgestern habe ich die α wieder beob[achtet]; allein die Beob., welche unterbrochen wurden, stimmten schlecht. Nach einer folgte sie

um 11^h 1^m auf 28 Ceti 22^s und ging vor 30 voraus 78"nach der 2^{ten}um 11^h 16^m auf 28 Ceti 19^s und ging voraus vor 30 : 81".

Decl. aus beiden Beob. im Mittel 10^o 36' 52". Doch ist diese noch zweifelhafter, da der Declinationsunterschied gerade sehr unvortheilhaft für den Durchmesser des Gesichtsfeldes war.

Braunschweig, 23. November 1804. — [Beobachtungen der Juno.]

Ich selbst habe die Juno noch am 16., 18., 19. beobachtet und mit dem * 8. Grösse, der nördl[ich] folgte, verglichen. Die Beobachtungen sind aber alle nicht sehr zuverlässig, besonders die Declination

M[ittlere] Z[eit]

Nov. 16.	6 ^h 39 ^m 56 ^s	356 ^o 17' 58"	10 ^o 59' 25"
18.	6 21 6	356 33 56	10 58 41
19.	6 4 43	356 42 47	10 58 34 wohl zu gross

u[nd] nur auf Eine Beobachtung gegründet.

Braunschweig, 7. December 1804. — [Beobachtung der Ceres.]

Ceres habe ich am 4. Dec[ember] gleichfalls beobachtet:

7^h 10^m 2^o 48' 9" 10^o 57' 45".Die Ephemeride gibt also die AR 6' zu klein, die Decl. 3 $\frac{1}{2}$ ' zu gross.

Braunschweig, 7. December 1804. — [Beobachtung der Juno.]

Seit meinem letzten Briefe . . . sind mir noch gar keine auswärtige Beob. der Juno wieder zugekommen; Ihre vom 18. Nov. und die Seeberger vom 6. Nov. waren also die letzten. Da ich indess wünschte, meinen astronomischen Freunden eine verbesserte Ephemeride mittheilen zu können, so habe ich



am 4. Dec. die \ddagger einmal wieder selbst beobachtet und mit 17 Bode und dem darauf folgenden * 7. 8. Grösse wiederholt verglichen. Die Position dieser Sterne habe ich selbst aus der *Hist. Cöl.* abgeleitet und damit gefunden:

Dec. 4. $6^h 43^m$ M. Z. AR $359^{\circ} 42' 17''$ D. $10^{\circ} 16' 3''$.

Die Beobachtungen stimmten nicht schlecht, doch fällt der etwanige Fehler in der Grösse des Gesichtsfeldes ganz auf die Declination

Braunschweig, 12. Februar 1805. — [Beobachtungen der Juno.]

Ich selbst habe die Juno nur noch zweimal beobachtet, am 26. Januar und 1. Febr[uar], am letztern Tage eigentlich nur sie gesehen, da 240 Ceti Bode, womit ich sie ein paarmal verglich, zu nördlich stand, um eine brauchbare Position daraus abzuleiten.

Die Beob. vom 26. Januar ist:

1805 Jan. 26. $7^h 1^m 47^s$ $28^{\circ} 43' 5''$ $2^{\circ} 50' 53''$.

Ich habe diese Beob., die sich auf 5 Verg[eichungen] mit einem * 8. Gr[össe] $17^{\circ} 58'$, $3^{\circ} 1'$ gründet, noch nicht mit den Elementen verglichen.

BEMERKUNGEN.

Zu I. — Der bekannte und einflussreiche Direktor der Seeberger Sternwarte v. ZACH erhielt vom Könige von Preussen den Auftrag zu einer Gradmessung, die von der bayerischen Grenze über den Seeberg bei Gotha bis nach Westfalen gehen sollte und über die er in der Monatlichen Correspondenz, Jahrgang 1804 berichtet. Anfang August 1803 ging er auf den Brocken, von wo er fast täglich Pulversignale gab, die von anderen Punkten zum Zwecke von Längenbestimmungen beobachtet wurden. Er hatte auch GAUSS gebeten, an diesen Beobachtungen teilzunehmen.

Zu II sind Kreismikrometerbeobachtungen von Planeten zusammengestellt, die aus Braunschweig stammen und die GAUSS selbst nicht veröffentlicht hat.

BRENDEL.

[VERSCHIEDENE BEOBACHTUNGEN
IN GÖTTINGEN.]

NACHLASS, VERÖFFENTLICHUNGEN UND
BRIEFWECHSEL.

Tagebuch der astronomischen Beobachtungen auf der königl. Sternwarte zu Göttingen.
[Erster Band; Angefangen] November 1808.

[1. Seite] 12, 1808 December 18.

{Austritt des I. \mathcal{A} -Trabanten, beobachtet von Herrn Professor] GAUSS mit
10 f. Reflector, schwächste Vergr.

um $22^h 29^m 58^s$ nach Shelton{[*]} ist in Sternzeit $22^h 31^m 8^s 0$
Mittl. Zeit $4 42 44,7$ {[**]}.

[2. Seite] 55, 1809 September 4.

Der Eintritt von λ Geminorum geschah unter dem Horizont; der Austritt wurde beobachtet am dunkeln aber sichtbaren Mondsrände

von Herrn Dr. SCHUMACHER mit	also in *Zeit ($1^m 47,18 +$ Uhrzeit)
Short	$0^h 28^m 13,3$ $0^h 30^m 0,48 = 13^h 35^m 8,6$ M. Z.
von mir mit Herschel	$28 13,5$ $30 0,68 = 13 35 8,8$
von Herrn Professor HARDING	
mit gr. Dollond	$28 14,0$ $30 1,18 = 13 35 9,3$.

Sehr gute Beobachtung{***}].

{*} HARDINGS Handschrift.]

{**} GAUSS' Handschrift.]

{***} Vgl. auch Brief von GAUSS an OLBERS vom 12. September 1809 und an BESSEL vom gleichen Tage.]



[3. Seite] 58, 1809 October 3.

Bei ziem[lich] heitrer Luft, wiewohl späterhin ein starker Nebel sich verbreitete, wurde die Vesta viermal mit einem Sterne der *Histoire Céleste a*, p. 253, 1797 Febr. 17

$$8 \mid 6^h 56^m 33,5 \mid 6^h 57^m 2,4 \mid \text{---} \mid 28^o 57' 20''$$

verglichen; ein anderer anonymer Stern, *b*, [der] etwa 15' nördlicher stehen mochte, wurde mitbeobachtet. Vesta hatte die 8. Grösse

\checkmark		<i>a</i>		<i>b</i>	
2 ^h 1 ^m 53 ^s	4 ^m 37 ^s S[üdl.]	4 ^m 47 ^s :: 7 ^m 25 ^s	6 ^m 5 ^s 5	8 ^m 53 ^s 5	
13 2 16 1		15 50 18 50,5	17 51	19 38	
29 19 30 36 S		32 16 33 17	32 41	35 38	
40 25,5 43 23		43 14 46 11	44 52	47 21	
55 11 56 53,5 N		57 52 59 46	—	—	

Reduction des Sterns *a* aus der *Histoire Céleste* ... [*a*] appar. 104°29'3,82 [δ app.] 19°50'17,22.

Es ging also \checkmark dem *a* vor: und war nördlicher als *a*:
 Uhrzeit 2^h 28^m 12^s,9 }
 * Z. 2 33 16,9 } um 2^m 48^s,5
 M. Z. 13 44 3 }
 [α =] 103° 46' 56",3 [δ =] 19° 51' 11",3.

Nach der ersten Beob. der Stern *b* 16' 12" N[ördlich] von der \checkmark ; nach 2. und 4. [Beobachtung] folgt *b* 1^m 24^s,1 dem *a*.

[4. Seite] 60, 1809 October 4.

Vergleichung der Vesta mit dem Stern *a* von gestern

\checkmark		<i>a</i>	
1 ^h 55 ^m 23 ^s	58 ^m 20 ^s N[ördlich]	57 ^m 13 ^s	60 ^m 10 ^s
2 2 8 2 49		3 55 4 43	
6 30 9 29		8 20 11 18,5	
15 48 16 43 S		17 40 18 30	
30 16 32 19 N		32 4 34 11 [Beob.] Dr. SCHUMACHER.	

Also \checkmark geht *a* vor \checkmark ist nördlicher als *a*:
 Uhrzeit 2^h 2^m 25^s,5 [um] 1^m 49^s9 [Uhrzeit] 2^h 9^m 22^s,0 [um] 11^m 7^s
 * Zeit 2 7 32,0 [* Zeit] 2 14 28,5
 M. Z. 13 14 27
 [α =] 104° 1' 35",6 [δ =] 19° 50' 28",9

Mira Ceti heute Abend 5. 6. Grösse.

[5. Seite] 98, 1810 August 23.

} Austritt Nr. 130 Tauri Flamst. am dunkeln C-Rande

23^h 32^m 37^s,5 GAUSS 10 f. Herschel

32 37,8 HARDING 5 f. Geffken

bei völlig heiterm Himmel. Sehr gute Beob.

Beim Eintritt am hellen C-Rande zitterte der C zu sehr in den Dünsten des Horizonts, so dass der Stern kurz vor dem Eintritte unsichtbar ward.

Wahrer Austritt in * Zeit = 23^h 37^m 45^s,36 [G]

Mittl. Zeit = 13 31 10,46 G

10,8 H[*].

[6. Seite] 109, 1810 September 18.

} Eintritt *a* Tauri am hellen C-Rande 22^h 19^m 25^s,7 H[ARDING] 5 f. Reflect.
 26,2 G[AUSS] 10 f. Reflect.

Austritt *a* Tauri am dunkeln C-Rande 23^h 14^m 49^s,0 G. und H.[*].Sternzeit Eintritt 22^h 25^m 41^s,07 HARDING 10^h 37^m 4^s,3 [**]

25 41,37 GERLING 4,6

25 41,57 GAUSS 4,8 } M. Z.

Austritt 23 21 4,51 H. G. G. 11 32 18,7

[7. Seite] 126, 1811 Febr. 21.

Heute Abends wurde Ceres zweimal mit zwei Sternen der *Hist. Cél.* verglichen, die dort pag. 65 so beobachtet sind:

[*] HARDING's Handschrift.

[**] GAUSS' Handschrift.



1794 April 25	7	a	—	$10^h 28^m 45^s.3$	$29^o 16'$	$22^o 3' 25''$
	9	b		29 50,5		22 5 5

Meine Beobachtungen waren folgende:

a	ϱ	b
$5^h 47^m 21^s$	$50^m 7^s$	$5^h 48^m 30^s$
$56^m 7^s$	$5^h 48^m 30^s$	$56^m 56^s$
$51 58$	$55 4$	$48^m 24^s$
		$51^m 14^s.8$
		$52 55$
		$56 5$
		$53 8$
		$56 6$

[8. Seite] 127, 1811 März 1[*].

Der Austritt des α Tauri hinterm hellen Mondsrunde

$S^h 17^m 15^s$ Uhrzeit Sternzeit $S^h 22^m 19^s.89$
M. Z. 9 47 16,4.

[9. Seite] 127, 1811 März 7.[*].

Eintritt α Leonis am		Sternzeit	M. Z.
dunkeln Rande	$10^h 36^m 41^s$	$10^h 41^m 45^s.52$	$11^h 42^m 43^s.8$
Austritt	11 47 7 vielleicht 1' zu spät	11 52 11,52	12 52 58,2

[10. Seite] 134, 1811 Mai 11.

Heute Abend bei sehr heiterm Himmel wurde die Vesta aufgesucht: ein Stern 7. Gr[össe] 1^o östlich von dem Platze, der von Herrn Professor HARDING berechneten Ephemeride wurde dafür angenommen und mit vier Sternen der *Hist. Cöl.* verglichen, die pag. 346 so vorkommen:

a	$16^h 21^m 14^s.21$	$60^o 46' 38''$
b	16 22 15 60	61 8 58
c	16 22 35 90	60 54 48
d	16 26 37 89	60 14 24

a	b	c	ϱ	d
$1^h 16^m 26^s$	$16^m 49^s$	$19^m 24^s$	$17^m 16^s$	$19^m 39^s$
	$28 32$	$29 28$	$21^m 22^s$	$23^m 41^s$
			$32 21,5$	$34 27$
			$49 25$	$50 22$
			$50^m 25^s$	$52^m 30^s$

[*] Vgl. auch Brief von GAUSS an SCHUMACHER vom 16. März 1811 und an OLBERS vom 12. März 1811; der letztere wurde erst 1921 in einem Buche der Kiewer Sternwartenbibliothek aufgefunden und von GRAWE im Jahresbericht der Neurußischen Naturforschenden Gesellschaft 1921 veröffentlicht; er wird auch in diesem Bande in der Abteilung *Varia* abgedruckt werden.]

Hieraus beiläufig

ϱ $10^h 13^m$ M. Z.: AR $246^o 49' 21''$
D 12 29 8.

[11. Seite] 165, 1812 Febr. 8.

{Von Mira Ceti hatte Herr Professor GAUSS diesen Abend mit seinem Cometensucher gar keine Spur finden können[*].}

[12. Seite] 176, 1812 Juni 3.

Heute Abend bestätigte sich, dass der am 1. Juni für Juno gehaltene Stern bloss ein Fixstern gewesen sei, was schon am 2. Juni bemerkt war. Jedoch glaube ich die Juno heute Abend wirklich erkannt zu haben, da die Configuration der Sterne sich geändert hatte. Hienach nehme ich folgende geschätzte Positionen der Juno an:

Jun. 1. $283^o 17' - 4^o 54'$
2. $283 8 - 4 52$
3. $282 59 - 4 50.$

Die Ephemeride gibt also die Rectasc[ension] $14'$ zu klein und die Declination gut oder eine Kleinigkeit zu weit nördlich.

Was aus dem am 5. Mai gesehenen und nachher vermissten Sterne[**], welcher $16'$ nördlich und in einer ein Paar Min. grössern Rectascension stand, geworden sei, weiss ich nicht zu erklären.

Monatliche Correspondenz, Band XXIII, S. 510—511, 1811 Mai.

[13.] Auszug aus zwei Schreiben des Herrn Professor GAUSS.

Göttingen, am 25. Apr. u. 12. Mai 1811.

. Am 22. April war ich so glücklich, die Juno wirklich aufzufinden und ein Paar mal zu beobachten; am 23. fand ich nur eben Gelegenheit, die Richtigkeit meiner Vermuthung zu bestätigen; allein gestern sind wieder ein Paar Beobachtungen gelungen. Juno hat kaum die zehnte Grösse.

[*] HARDING's Handschrift.]

[**] Unter dem 5. Mai findet sich die Zeichnung einer Karte zur Aufsuchung der Juno, wo der später vermisste Stern durch grüne Farbe gekennzeichnet ist.]



Am 27. März hatte ich auch gewiss die Juno gesehen. Hier meine Beobachtungen:

1811	Mittl. Z.	AR. †	Südl. Decl.
April 22	9 ^h 51 ^m 35 ^s	216 ^o 41' 50"	0 ^o 58' 16"
24	10 32 55	216 17 59	0 46 50

BODENS Ephemeride gibt also die gerade Aufsteigung jetzt um 7 Minuten zu gross, die Declinationen aber gut. Meine beobachteten Declinationen sind nicht ganz genau, da die Sterne nicht bequem standen. Heute Abend kommt Juno bis auf 1' einem Stern neunter Grösse nahe, der nicht in der *Histoire céleste* steht und den ich Sie zu bestimmen bitte, da ich vielleicht heute Abend die Juno damit vergleiche. Seine scheinbare Stellung, so gut ich sie habe bestimmen können, ist:

AR. 216^o 6' 59". Decl. austr. 0^o 38' 39".

Nahe dabei steht ein Stern der *Histoire céleste*, dessen Bestimmung ich ebenfalls wünschte

AR. 216^o 16' 52". Decl. austr. 0^o 34' 45".

Seit meinem letzten Brief habe ich noch folgende Beobachtungen der Juno gemacht:

1811	Mittl. Z.	Ger. Aufst.	Decl. austr.
April 25	10 ^h 19 ^m 22 ^s	216 ^o 6' 3 ^s ,6	0 ^o 40' 3 ^s ,6
26	10 17 30	215 54 7,3	0 33 51,5

Bisher hat es mir an Zeit gefehlt, Resultate daraus zu ziehen. Da die hiesigen Beobachtungen dieses Jahr vielleicht die einzigen sind, so würde es mir äusserst wichtig sein, die Position der verglichenen Sterne möglichst genau zu haben, besonders der zwei Ihnen schon das letztmal angezeigten, auf die sich die beiden letzten Declinationen gründen*).

*) Aus viertägigen am Passagen-Instrument und Quadranten gemachten Beobachtungen erhielt ich für den 19. Mai 1811 die scheinb. Position dieser Sterne:

Den Cometen habe ich wegen Mondschein und schlechtem Wetter gar nicht suchen können. Gestern aber habe ich die Vesta beobachtet, aber nur flüchtig so eben reducirt:

1811 Mai 11. 10^h 13^m M. Z. 246^o 49' AR. 12^o 29' süd. Ab.

HARDINGS Ephemeride weicht also 1^o 18', die von BODE nur 22' in AR. ab. Der Planet ist übrigens leicht zu sehen, denn er hat 6.—7. Grösse.

[14.] GAUSS an ENCKE, Göttingen, 1. December 1816.

Auf Ihren Aufsatz[*]) über den Cometen von 1812 freue ich mich im Voraus. Ich habe im Tagebuch [der Sternwarte] nachgesehen; viel wird es nicht sein, was Sie werden gebrauchen können. Ich habe ihn nur eine Nacht beobachtet, am 8. Sept. [1812] um 2^h 45^m Sternzeit, wo ich ihn mit zwei Sternen der *Hist. céleste*

A. p. 52 8^h 31^m 52^s,5

B. p. 216 8^h 33^m 8^s,5

verglichen habe:

auf A folgte der Comet 4^m 43^s,75

» B » » » 3^m 9^s,75;

den Declinationsunterschied habe ich noch nicht berechnet[**]). Wollen Sie gefälligst die scheinbaren Positionen dieser Sterne reduciren, so will ich hernach die Cometenörter mit Rücksicht auf den Werth jeder Vergleichung Ihnen genau bestimmen. Hr. Professor HARDING hat den Cometen am 13. und 14. September mit dem kleinen Dollond beobachtet. Leider habe ich das Heft meiner Beobachtungen, worin dessen Gesichtsfeld bestimmt ist, und welches

Nr. I AR. 216^o 6' 45^s,3 | Decl. austr. 0^o 38' 13^s,0
» II » 216 16 48,5 | » » 0 34 21,6.

Wir sind neugierig zu erfahren, ob noch irgend ein anderer Astronom die Juno beobachtet haben wird. Am hiesigen lichtstarken Passagen-Instrument war sie nicht ein einzigesmal sichtbar, auch wenn die Fäden ganz unerleuchtet blieben. V. LINDENAU.

*) LINDEMANN und BOHNENBERGER, Zeitschrift für Astronomie, Bd. II, S. 377 (1816.)

[**]) Im Tagebuch der Sternwarte, II. Bd., S. 1, ist das Beobachtungsergebnis wie folgt angegeben:

2^h 44^m 49^s Sternzeit AR. 129^o 12' 30^s,5
Decl. 14 54 42,1.



bei meinem Umzuge verkrant ist, noch nicht wieder auffinden können. Wollen Sie indessen vorläufig die Sterne reduciren, so will ich demnächst jene Beobachtungen auch berechnen. Leider wimmeln sie nur von Schreibfehlern, die zum Theil durch Conjecturen werden herausgebracht werden müssen. . . . [Folgen Mittheilungen über HARDINGS Beobachtungen.]

[15.] GAUSS AN ENCKE, Göttingen, 3. März 1817.

. Die Reduction der hiesigen Cometenbeobachtungen von 1812 werden Sie bereits vor längerer Zeit von Hrn. VON LINDENAU erhalten haben[*].

[16.] GAUSS AN GERLING, Göttingen, 29. Mai 1818.

. Künftig soll, hoffe ich, keine Planetenopposition von mir unbeobachtet bleiben. Für die Vesta war es diesmal zu spät. Hoffentlich haben Sie bereits andere gute Beobachtungen. Nur einmal habe ich sie beobachtet. Mein Resultat, worauf ich jedoch, da damals am Kreise noch berichtigt wurde, wenig Gewicht lege, mögen Sie einmal mit vergleichen, es ist folgendes:

1818 April 20. $11^{\text{h}} 25^{\text{m}} 38^{\text{s}} 4$ M. Z. AR. = $199^{\circ} 47' 28^{\text{s}} 8$
D. = $+5 20 17,3$.

Da der Kreis vom Meridian etwas abwich, so werden Sie die Culminationszeit von der in Sternzeit verwandelten AR. um eine Kleinigkeit verschieden finden. Gegenwärtig ist der Kreis bis auf ein Paar Zehntel einer Zeitsecunde im Meridian. In den nächsten Tagen werde ich die Beobachtungen für die Uranusopposition anfangen.

[17.] GAUSS AN ENCKE, Göttingen, 1819 Febr. 25.

. Meine Beobachtungen [der Pallas] sind eigentlich nicht zu meiner Zufriedenheit, weil ich meine zu feinen Fäden nicht gut beleuchten konnte und nur die drei vollständigen verdienen Vertrauen[**]

[*] Die betreffende anscheinend briefliche Mitteilung an V. LINDENAU ist nicht vorhanden; die Beobachtungen (vgl. den vorigen Brief) sind nicht veröffentlicht.

[**] Die beiden Beobachtungen vom 31. August und 4. September hat GAUSS veröffentlicht, *Astronomisches Jahrbuch für 1821*, Werke VI, S. 416.]

[1818] Aug. 31.	$12^{\text{h}} 25^{\text{m}} 8^{\text{s}} 7$	$345^{\circ} 49' 45^{\text{s}} 1$	$+2^{\circ} 23' 2^{\text{s}} 4$
Sept. 1.	—	—	$+2 10 22,9 :::$
4.	$12 6 26,8$	$345 5 5,8$	$+1 32 43,4$
10.	—	—	$+0 14 9,2 :$
12.	—	—	$-0 12 33,3 ::$
13.	—	—	$-0 25 43,0 ::$
17.	$11 5 37,5$	$342 39 4,8$	$-1 19 29,5.$

[18.] GAUSS AN OLBERS; Göttingen, 9. Oktober 1825.

WILHELM OLBERS, Sein Leben und seine Werke, II, 2, Berlin 1909, S. 428.

. Ich habe ihn [den Cometen 1825 IV] zweimal im Meridian zu beobachten versucht, allein die Beobachtungen taugen nicht viel, denn so hübsch er jetzt dem blossen Auge vorkommt, so elend wird er schon bei der kleinsten 80 maligen Vergrößerung des Meridian-Kreises und der allergeringsten Beleuchtung, die ihn ganz auslöscht.

Hier die Beobachtungen

1825 Okt. 4. $38^{\circ} 0' 50''$ — $14^{\circ} 6' 18''$
6. $34 3 42$ [*] — $18 16 57.$

[19.] GAUSS AN SCHUMACHER, Göttingen, 25. Juni 1831.

Briefwechsel zwischen GAUSS und SCHUMACHER, Altona 1860—65, II, S. 264.

. Von der neulichen Sternbedeckung konnte ich wegen Wolken den Austritt nicht sehen. Den Eintritt habe ich aber sehr gut beobachtet: Eintritt γ Librae am dunkeln Mondsrande

1831 Juni 21. $16^{\text{h}} 8^{\text{m}} 23^{\text{s}} 4$ Sternzeit.

[*] Diese Zahl ist nach dem darauf folgenden Briefe von OLBERS AN GAUSS vom 12. Oktober verbessert; vgl. auch den Brief von GAUSS AN SCHUMACHER vom 21. November.]



[20.] GAUSS AN SCHUMACHER, Göttingen, 27. September 1835.

Briefwechsel zwischen GAUSS und SCHUMACHER, Altona 1860-65, II, S. 421.

..... Den Cometen [1835 III Halley] habe ich nach dem Mond-
schein zum ersten Mal wieder beobachtet:

1835 Sept. 21. $11^h 25^m 26^s$ M. Z. Abw[eichung] = $30^{\circ} 33' 5,6$
11 29 25 G[erade] A[ufsteigung] = $93^{\circ} 33' 20,0$

ohne noch bei der Reduction auf die Refraction Rücksicht zu nehmen.

[21.] GAUSS AN OLBERS, 11. November 1835.

WILHELM OLBERS, Sein Leben und seine Werke, II 2, Berlin 1909, S. 628.

..... Den Cometen [1835 III Halley] habe ich nur wenige Male
beobachten können; in der günstigen Zeit habe ich ihn auch nur einmal ge-
sehen, wo sein Anblick etwas sehr Auffallendes darbot. Es war (ich glaube
am 12. Oct., doch schreibe ich in diesem Augenblick nur aus dem Gedächtniss)
ein sehr heller und sehr kleiner Kern da, der aber nach dem Scheitelpunkt
des parabolischen Schweifs zu, obwohl nicht genau, sondern etwas seitwärts,
einen fächerartigen Auswuchs hatte, etwa wie ein Kreissektor
von 120° , viel heller als der Schweifstoff, aber viel schwächer
als der Kern, und eher rothgelb, während der Kern weissgelb
war. Leider habe ich dies nur einige Minuten beobachtet, da
mein Vorsatz, an spätern Abenden eine ganz besondere Auf-
merksamkeit darauf zu richten, durch das stets ungünstige
Wetter vereitelt wurde. Ich weiss also garnicht, was ich daraus
machen soll. Dr. GOLDSCHMIDT und meine Tochter sahen es ganz ebenso wie
ich. Die grosse Helligkeit des Kerns machte mir Hoffnung, den Cometen bei
Tage sehen zu können; ich habe ihm mehrere Male im Meridian aufgepasst,
aber immer vergeblich, wiewohl auch jedesmal die Luft etwas dunstig war.



[22.] Astronomische Nachrichten, Band XV, Nr. 345, S. 167.

{Sternbedeckung in Göttingen[*]}. — Herr Hofrath GAUSS hat mir fol-
gende von ihm beobachtete Bedeckung des Sterns $57\frac{1}{2}$ Arietis mitgetheilt:

1837 December 9. Eintritt $5^h 2^m 57,0$ M. Z.
Austritt $5 20 13,0$.

Den Eintritt hält er für sehr gut, den Austritt für unzuverlässig.}

Astronomische Nachrichten, Band XXI, Nr. 494, S. 221.

[23.] (GAUSS AN SCHUMACHER) Göttingen 1844 Januar 2.

Den Cometen [1843 III] habe ich am 1sten December zuerst gesehen
und an mehreren folgenden Abenden am Kreismikrometer beobachtet; die
Beobachtungen sind aber noch nicht reducirt, da ich die Durchmesser der
Mikrometerringe noch nicht scharf bestimmt habe. Bloss die letzte vom
13ten December kann ich mittheilen, da die bei jenen Durchmessern zurück-
bleibende Ungewissheit auf die Declinationsbestimmung geringern Einfluss hat.
Zur Vergleichung diene ein Stern 9. Grösse aus BESSELS Zone 47, dessen
scheinbare Stellung für diesen Abend Herr Doctor GOLDSCHMIDT auf

$$78^{\circ} 38' 51'' 6 \quad + 3^{\circ} 40' 12'' 2$$

berechnet hat. Der Comet folgt

$$9^h 43^m 13^s 7 \text{ m. Z. um } 25^s 86,$$

also

$$AR = 78^{\circ} 45' 19'' 5$$

und war

$$9^h 35^m 50^s 9 \text{ m. Z. südlicher } 0' 47'' 5,$$

also

$$\text{Decl.} = + 3^{\circ} 39' 24'' 7 [**].$$

[*] Vgl. den Brief an SCHUMACHER vom 22. December 1837.]

[**] Die schärfere Reduction dieser Beobachtung siehe Astron. Nachr., Band XXI, S. 238 (Werke VI, S. 465), wobei aber der Abdruck Werke VI einen Druckfehler (1842 statt 1843) enthält.]

Briefwechsel zwischen GAUSS und SCHUMACHER, Altona 1860—65, IV. S. 208, V. S. 228, 247.

[24.] GAUSS an SCHUMACHER, Göttingen, 10. Januar 1844.

Erst gestern Abend habe ich den Cometen [1843 III] wieder gesehen, nachdem es fast volle vier Wochen ununterbrochen trübe gewesen war. Aber auch gestern Abend war die betreffende Stelle nur zuweilen zwischen Wolken sichtbar. Ich konnte nur eine einzige Vergleichung mit einem Stern 9. Grösse machen, der dem Cometen etwa 8 Minuten südlich folgte. Für Declination war der Durchgang unbrauchbar: die Rectascension ergab sich

$$1844 \text{ Jan. } 9. \quad 8^{\text{h}} 57^{\text{m}} 19^{\text{s}} \quad \text{AR.} = 77^{\circ} 5' 30,8$$

etwa $1\frac{1}{2}$ Minuten mehr als die Elemente. Nach einem vollen Monat Zwischenzeit nach den letzten den Elementen zum Grunde liegenden Beobachtungen ist dies alles, was man erwarten kann. Auch bei der Declination werden die Elemente höchstens ein paar Minuten im Fehler sein. Der Comet war sehr lichtschwach, vielleicht zum Theil Folge des ungünstigen Luftzustandes.

[25.] GAUSS an SCHUMACHER, Göttingen, 4. November 1846.

Ich verfehle nicht, Ihnen abermals eine Meridianbeobachtung des Transuranischen Planeten mitzuthemen:

$$1846 \text{ Nov. } 3. \quad 7^{\text{h}} 0^{\text{m}} 50,7 \text{ M. Z.} \quad \text{G. A.} = 327^{\circ} 50' 3,5$$

$$\text{Abweichung} = -13 \ 34 \ 13,1.$$

Die Beobachtungen stimmen noch immer gut mit einer Kreisbahn (Halbmesser = 29,932); indessen lässt sich daraus noch nichts über den Grad der Kleinheit der Ellipticität schliessen.

[26.] GAUSS an SCHUMACHER, Göttingen, 1. December 1846.

Ich schicke Ihnen hier noch eine Meridianbeobachtung des neuen Planeten [Neptun], die jedoch nicht ganz so gut sein wird wie die früheren, da der Planet in der etwas dunstigen Luft nur schwer zu sehen war.

$$1846 \text{ Nov. } 30. \quad 5^{\text{h}} 15^{\text{m}} 20,6 \quad \text{G. A.} = 327^{\circ} 59' 8,7$$

$$\text{Abweichung} = -13 \ 30 \ 52,4.$$

BEMERKUNGEN.

In dem im Nachlass befindlichen *Tagebuch der Sternwarte*, das in zwei Bänden die Zeit vom 3. November 1808 bis zum 8. Oktober 1818 und vom 30. Oktober 1820 bis zum 18. April 1822, jedoch mit Unterbrechungen, umfasst, sind anfangs ziemlich regelmässig, später mehr vereinzelt, die auf der Sternwarte zu Göttingen angestellten Beobachtungen, häufig nebst ihrer Reduktion, eingetragen. Die Beobachtungen der ersten Zeit sind vorwiegend von HARDING, im besonderen am Mauerquadranten, in der späteren vorwiegend von GAUSS angestellt, teilweise auch von GAUSS' Schülern und Gästen. Reduziert und veröffentlicht ist davon nur ein Theil. In Nr. 1—12 sind aus dem *Tagebuch* diejenigen noch unveröffentlichten Beobachtungen von GAUSS wiedergegeben, deren Reduktion aus dem Buche entnommen werden konnte.

Beim Abdruck ist die ursprüngliche Form der Eintragung wiedergegeben worden, um einen Einblick in die Eigenart des *Tagebuchs* zu gewähren. Unberücksichtigt blieben hierbei: eine Beobachtung der Ceres von 1809 August 10., eine Verfinsternung des 1. Jupitermondes vom 5. Februar 1810, eine Beobachtung des Cometen 1811 L, eine Bedeckung eines Sternes im Taurus vom 16. December 1812, sowie mehrere andere, besonders am Mauerquadranten, wegen Fehlens oder Unvollständigkeit der Reduktion. Man vergleiche den Aufsatz über GAUSS' astronomische Arbeiten, Werke XI 2.

Die Notizen 13.—26. betreffen Beobachtungen, die in den Werken bisher nicht abgedruckt sind, insbesondere solche aus dem Briefwechsel, die GAUSS selbst nicht veröffentlicht hat.

BRENDL.



BEOBACHTUNGEN MIT EINEM 12-ZÖLLIGEN REICHENBACHSCHEN KREISE ZUR BESTIMMUNG DER POLHÖHE DER [ALTEN] GÖTTINGER STERNWARTE.

Monatliche Correspondenz, Band XXVII, S. 481—484, 1812 Mai.

Aus einem Schreiben des Hrn. Prof. GAUSS. Göttingen, 18. Mai 1813.

Sie wissen, theuerster Freund, welche zufällige Hindernisse den Anfang der astronomischen Beobachtungen mit dem herrlichen REICHENBACHSCHEN Kreise, welchen unsere Sternwarte gegen Ende des vorigen Jahres erhielt, bis zur Mitte des März verzögert haben. Ich habe jetzt das Vergnügen, Ihnen die Erstlinge meiner Beobachtungen mitzutheilen, welche die Bestimmung der Polhöhe der Sternwarte zum Zweck haben. Auf der Südseite des Meridians, wo ich dem Kreise eine eben so feste Aufstellung wie er jetzt für die Nordseite hat, noch nicht habe geben können, sind noch keine Beobachtungen angestellt.

Zenith-Distanzen des Polarsterns in der untern Culmination.

1813	Scheinb. Zenith-Distanz in der untern Culmin.	Anz. der Beob.	Barometer	Thermometer	Refraction
März 20.	40° 8' 35,64	10	27 Z 8,9	+ 2,5	49,84
22.	35,14	18	27 8,3	+ 1,25	50,05
26.	33,67	18	28 1,2	+ 0,5	51,01
31.	38,60	18	27 5,7	+ 5,5	48,70
April 3.	38,05	18	27 7,8	+ 1,75	49,86
7.	41,05	32	27 10,3	+ 5,5	49,39
8.	39,94	22	27 9,9	+ 8,25	48,65

Hieraus also:

1813	Wahre Zenith-Distanz des Polarsterns	Scheinbare [*] Polar-Distanz	Polhöhe [*]
März 20.	40° 9' 25,48	1° 41' 20,34 (19,63)	51° 31' 54,86 (54,15)
22.	25,19	20,92 (20,24)	55,73 (55,05)
26.	24,68	22,09 (21,48)	57,41 (56,80)
31.	27,33	23,58 (23,02)	56,25 (55,69)
April 3.	27,91	24,46 (23,93)	56,55 (56,02)
7.	30,44	25,64 (25,16)	55,20 (54,72)
8.	28,59	25,92 (25,46)	57,33 (56,87)
Mittel aus 136 Beobachtungen			51° 31' 56,20 (55,64).

Bei Berechnung dieser Beobachtungen liegt die Polar-Distanz α im kleinen Bär für den Anfang von 1812

$$= 1^{\circ} 41' 41,74$$

zum Grunde**). Herr POND hat sie mit dem neuen TROUGHSONSCHEN Kreise in Greenwich für dieselbe Epoche aus Sommerbeobachtungen = $1^{\circ} 41' 41,60$ aus Winterbeobachtungen = $1^{\circ} 41' 41,00$ gefunden; die Pariser Astronomen haben mit dem REICHENBACHSCHEN dreifüssigen Kreise erhalten:

$$1^{\circ} 41' 41,19.$$

Endlich folgt aus den Rechnungs-Resultaten, die HERR VON ZACH aus ORIANIS Beobachtungen gezogen, und Mon. Corresp. Bd. XXVII, S. 110 mitgetheilt hat, eine Verminderung der Polar-Distanz gegen von ZACHS eigene Bestimmung von $0,77$, also für 1812 = $1^{\circ} 41' 40,97$. Das Mittel wäre also aus von ZACHS, PONDS, ORIANIS und den Bestimmungen der französischen Astronomen

$$1^{\circ} 41' 41,30$$

genau mit dem Mittel aus PONDS Resultate harmonirend, wonach obige Polhöhe um $0,44$ zu vermindern wäre. Die Reduction auf den Mittelpunkt der Sternwarte beträgt noch $-0,16$; wir haben also die Polhöhe der Göttinger

[*] Die eingeklammerten Zahlen hat GAUSS in seinem Handexemplar handschriftlich eingetragen.

**] Wie ich sie aus Combination von HERRN VON ZACHS neuester Angabe für 1810 mit den Bestimmungen von MÉCHAIN und DELAMBRE angenommen hatte.



Sternwarte = $51^{\circ}31'56,04$ oder = $51^{\circ}31'55,60$ ($51^{\circ}31'55,48$) je nachdem wir für die Declination des Polarsterns blos Herrn von ZACHS Bestimmung, oder das Mittel von vier Astronomen annehmen. MAYERS Bestimmung dieser Polhöhe wäre demnach nur $2''$ oder $1,6$ zu klein.

Ich habe in diese Reihe die Beobachtungen von drei andern Abenden nicht mit aufgenommen, weil dies meine allerersten Versuche waren; inzwischen stimmen auch diese auf das schönste überein, es sind folgende:

1813 März 14.	Vier Zenith-Distanzen des Polarsterns ausser der Culmination geben Polhöhe	$51^{\circ}31'56,57$
» » 15.	Zenith-Distanz von ϵ Cephei in der untern Culmination 4 Beobachtungen	56,14
» » 17.	Zenith-Distanz von ϵ Cephei in der untern Culmination 6 Beobachtungen	54,77
	Mittel aus 14 Beobachtungen	$51^{\circ}31'55,68$.

Die Beobachtungen vom 14. waren bei solchen Stundenwinkeln angestellt, wo die Declination wenig Einfluss auf die Rechnung hatte; über die Art der Berechnung erkläre ich mich bei einer andern Gelegenheit umständlicher. Der Polarstern ist ein am Firmament so wohl bestimmter Punkt, dass man ihn zu jeder Stunde mit gleicher Schärfe zu Breitenbestimmungen anwenden kann; ja ich glaube, dass es in Rücksicht auf das Beobachten noch vortheilhafter wäre, ihn immer in beträchtlicher Entfernung vom Meridian zu beobachten. Bekanntlich stören der Beobachter und der, welcher das Niveau einstellt, einander immer wechselseitig etwas, und zwar mehr, wenn ein Object von ganz oder fast ganz constanter Höhe observirt wird, da hingegen, wenn die Höhe im Zunehmen oder Abnehmen begriffen ist, der Beobachter, sobald das Niveau gut steht, die schärfste Bissection durch Abwarten erreichen kann. Die Beobachtungen in der Culmination haben nur den Vorzug einer kürzern einfachern Berechnung und der Unabhängigkeit von der Rectascension des Sterns, letztere ist aber so gut bestimmt, dass der daraus entspringende Fehler als 0 angesehen werden darf; man weicht ihm überdies auch aus, wenn man zwei Sets von Beobachtungen ungefähr in gleichen Abständen vor und nach der Culmination anstellt. Doch hiervon ein andermal ausführlicher. Die Declination von ϵ Cephei ist nach PIAZZI angenommen.

ÜBER DAS KREISMIKROMETER.

BRIEFWECHSEL.

[WILHELM OLBERS, Sein Leben und seine Werke, II 1, Berlin 1909, S. 402. 409 und II 2, Berlin 1909, S. 69.]

GAUSS AN OLBERS, Göttingen, 5. Januar 1808.

Mein Verfahren zur Reduction der Kreismikr[ometer]-Beobacht[ungen] mit Rücksicht auf Refraction gründet sich darauf, dass in dem kreisförmigen Gesichtsfelde sich vom Himmel ein Ausschnitt zeigt, der als elliptisch angesehen werden kann: die grosse Axe dieser Ellipse liegt in dem Vertikalkreise; diese Voraussetzung weicht nur ganz unmerklich von der Wahrheit ab. Es sei

$2r$ wahrer Halbmesser des Gesichtsfeldes,

$2kr$ grosse (vertikale) Axe der Ellipse,

$2hr$ kleine (horizontale) Axe der Ellipse,

so werden h, k von der Höhe abhängige Faktoren, etwas wenig grösser als 1 sein. Setzt man für den sich im Mittelpunkt des Fernrohrs zeigenden Stern die wahre Zenithdistanz = z , die scheinbare = $z' = z - \rho$, so ist (hinreichend genau):

$$k = \frac{dz}{dz'} = \frac{1}{1 - \frac{d\rho}{dz}}, \quad h = \frac{\sin z}{\sin z'}.$$

Setzt man nun $\sqrt{\left(1 - \frac{hk}{kk}\right)} = \lambda$ (wo λ die Excentricität der Ellipse bedeuten wird), so hat man folgende Formeln:

Zeit des Eintritts und Austritts (in Secunden)	t, t'
Zeit, wo dem * und dem Mittelpunkte des Fernrohrs einerlei Stundenwinkel entspricht	θ
Declination des Mittelp[un]kts	D
» » Sterns	δ
Positionswinkel (positiv westlich)	p

$$\frac{2rh}{15} = R.$$

Man setze

$$I. \frac{(t'-t) \cos \delta}{R} \sqrt{1 - \lambda \lambda \sin^2 p^2} = \cos \psi$$

so ist

$$II. \delta = D \pm kr \sin \psi \sqrt{1 - \lambda \lambda \sin^2 p^2} = D \pm \frac{k}{h} \cdot hr \sin \psi \sqrt{1 - \lambda \lambda \sin^2 p^2}$$

$$III. \theta = \frac{1}{2}(t+t') + \frac{\delta - D}{15 \cos \delta} \cdot \frac{\lambda \lambda \sin p \cos p}{1 - \lambda \lambda \sin^2 p^2}$$

h kann man für alle Höhen als constant betrachten; ich finde

- $\log h = 0,00012$ von $z = 0^\circ$ bis 82°
- $\log h = 0,00011$ von $z = 83^\circ$ bis 85°
- $\log h = 0,00010$ für $z = 86^\circ$
- $\log h = 0,00009$ für $z = 87^\circ$.

Es ist also nur eine Tafel für $\frac{k}{h}$ und λ erforderlich; hier eine solche, flüchtig berechnet:

z	$\log \frac{k}{h}$	$\log \lambda$	z	$\log \frac{k}{h}$	$\log \lambda$	z	$\log \frac{k}{h}$	$\log \lambda$	z	$\log \frac{k}{h}$	$\log \lambda$
0 ⁰	0,00000	— ∞	22 ⁰	0,00002	7,982	44 ⁰	0,00011	8,360	66 ⁰	0,00061	8,723
1	6,618	23	2	8,003	45	12	375	67	67	743	
2	6,919	24	2	024	46	13	390	68	73	764	
3	7,095	25	3	044	47	14	405	69	81	786	
4	220	26	3	064	48	15	420	70	0,00090	808	
5	317	27	3	083	49	16	435	71	0,00100	832	
6	397	28	3	101	50	17	451	72	112	856	
7	463	29	4	119	51	19	466	73	126	882	
8	523	30	4	137	52	20	481	74	143	908	
9	575	31	4	154	53	21	497	75	162	936	
10	622	32	5	171	54	23	513	76	186	966	
11	0,00000	664	5	188	55	25	529	77	215	8,997	
12	0,00001	703	6	204	56	27	545	78	251	9,030	
13	739	35	6	220	57	29	561	79	295	065	
14	772	36	6	236	58	31	578	80	353	104	
15	804	37	7	252	59	34	595	81	425	144	
16	833	38	7	268	60	36	612	82	519	187	
17	861	39	8	283	61	39	629	83	651	235	
18	887	40	9	299	62	43	647	84	0,00836	288	
19	0,00001	912	41	0,00009	314	63	47	665	85	0,01081	9,343
20	0,00002	937	42	0,00010	329	64	51	684			
21	0,00002	7,960	43	0,00011	8,345	65	0,00055	8,703			



GAUSS an OLBERS, Göttingen, 11. Februar 1808.

BESSELS Methode[*]), Kreismikrometerbeobachtungen mit Rücksicht auf Refraction zu reduciren, kenne ich nicht, und kann also in Rücksicht auf die Schärfe zwischen derselben und der meinigen [keine Vergleichung] anstellen. Bei der meinigen liegen zwei nur näherungsweise richtige Voraussetzungen zum Grunde, [1.] dass das kreisförmige Gesichtsfeld durch die Refraction elliptisch wird (wenn ich mir diese Phrase erlauben darf), 2. dass das Verhältnis der Dimensionen der Ellipse zu denen des Kreises unabhängig von der Grösse des Gesichtsfeldes ist. Der letzten kann man überhoben sein, wenn man sich für sein Fernrohr eine besondere Tabelle construiert, wie die meinige, die eigentlich für ein unendlich kleines Feld gilt; der Unterschied wird aber bei einem nicht zu grossen Gesichtsfelde = 0 sein. Ueber die Unrichtigkeit der ersten Voraussetzung will ich nächstens einmal eine Untersuchung anstellen; ich zweifle aber, dass dieselbe, vielleicht ganz kleine Höhen ausgenommen, nur so viel Einfluss haben könne, als die Behandlung der Kreismikrometerbeob. überhaupt, insofern man sich erlaubt, den Parallel im Gesichtsfelde als geradlinig zu betrachten.

GAUSS an OLBERS, Göttingen, 13. Februar 1821.

Erlauben Sie mir noch ein Wort über die Berechnung der Kreismikrom[eter]beobachtungen nach dem Princip der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Ist $\frac{15 \text{ mora} \cdot \cos \delta}{2 \text{ rad.}} = \cos \varphi$ für den Stern u[nd] φ' dasselbe für den Kometen, so ist Decl.-Unt[erschied] = $r \sin \varphi \mp r \sin \varphi'$. Das dem Rectascensionsunterschiede beizulegende Gewicht ist dann $\frac{2}{\frac{1}{\cos^2 \varphi} + \frac{1}{\cos^2 \varphi'}}$ u[nd] das Gewicht der Decl.-Best[immung] = $\frac{2}{\frac{1}{\sin^2 \varphi} + \frac{1}{\sin^2 \varphi'}}$. Hiebei ist freilich nur der Fehler des Sehens berücksichtigt und die Beob. des * u[nd] Kometen als gleich leicht angesehen. (Man könnte die Verschiedenheit leicht berücksichtigen, wenn sie in Zahlen bekannt wäre.)

[*] Monatl. Corresp., Bd. XVII, März 1808.]



Auch das Gesichtsfeld ist als genau bekannt betrachtet. Aber auch ohne diese Umstände zu berücksichtigen, wird es doch viel genauer sein, die Beobachtungen nach jenen Gewichten zu berechnen, als wenn man alle Resultate als gleich genau ansieht. Ich habe dies bei den Cometenbeob. gethan. Die Rechnung ist höchst einfach, wenn man sich meiner kleinen Logarithmentafeln bedient; ich gehe für die erste Formel mit der Differenz der Logarithmen von $\cos \varphi^2$ u[nd] $\cos \varphi^2$ in die Kolumne *A* ein und subtrahire *B* allemal von dem kleinern Logarithmen von $2 \cos \varphi^2$ oder $2 \cos \varphi^2$. Ebenso bei der andern Formel. Am 10. Februar waren z. B. meine einzelnen Resultate[*]

für Decl.-Unterschied		für <i>AR</i>	
135,5	Gewicht 0,666	47,25	Gewicht 0,294
126,0	» 0,889	52,05	» 0,001
140,7	» 0,138	47,95	» 1,000
149,9	» 0,614	47,90	» 0,812
134,1	» 0,719	48,00	» 0,240
		48,25	» 1,000
		47,55	» 1,000
		48,25	» 0,116

Also die Gewichte sehr ungleich. Bei der Decl. müssen die sehr nahe beim Centrum geschehenen Durchgänge ganz verworfen werden, aber von den *AR* braucht man gar keine auszuschließen.

Das Gewicht einer *AR*, die für * u[nd] Komet central ist, ist hiebei als Einheit angenommen, sowie das einer Decl.-Bestimmung, wo * und Komet hart am Rande hinstreichen.

BEMERKUNGEN.

Zum Brief vom 5. Januar 1808. — Setzt man voraus, dass das Kreismikrometer aus der Himmelskugel eine Ellipse ausschneidet, die als eben betrachtet werden kann, so ist eine Beziehung zwischen der Länge der vom Stern beschriebenen Sehne und ihrem Abstand von der Mitte der Ellipse herzustellen. Man bezeichne die erstere mit μ und den letzteren mit d , lege ein rechtwinkliges Koordinatensystem durch die beiden Axen a und b der Ellipse und nenne α den Winkel, unter dem die Sehne die x -Axe schneidet.

[*] Beobachtungen des Kometen 1821, Berl. Astronom. Jahrbuch für 1825, Werke VI, S. 439.]

Dann sind die Gleichungen der Ellipse und der Sehne

$$x^2(1-\lambda^2) + y^2 = b^2, \quad y \cos \alpha = x \sin \alpha + d,$$

also die Schnittpunkte beider entsprechend dem Ein- und Austritt des Sterns

$$x(1-\lambda^2 \cos \alpha^2) = -d \sin \alpha \pm \sqrt{\{(1-\lambda^2)(a^2(1-\lambda^2 \cos \alpha^2) - d^2)\}}$$

und hieraus folgt für die Länge der Sehne

$$\frac{1}{4} \mu^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{x_2 - x_1}{\cos \alpha} \right)^2 = \frac{(1-\lambda^2)(a^2(1-\lambda^2 \cos \alpha^2) - d^2)}{(1-\lambda^2 \cos \alpha^2)^2}.$$

Führt man den Winkel ψ ein, indem man setzt

$$d^2 = a^2 \sin^2 \psi (1 - \lambda^2 \cos \alpha^2),$$

so wird

$$\frac{1}{4} \mu^2 = \frac{a^2 (1 - \lambda^2) \cos^2 \psi}{1 - \lambda^2 \cos \alpha^2}.$$

Da

$$d = b - D, \quad \mu = (t' - t) \cos \delta, \quad p = 90^\circ - \alpha,$$

so folgen die beiden GAUSS'schen Gleichungen I und II aus den beiden vorstehenden. Ferner hat man für die Abszisse der Sehnenmitte

$$\frac{1}{2} (x_2 + x_1) = -\frac{d \sin \alpha}{1 - \lambda^2 \cos \alpha^2}.$$

Die Abszisse des Fusspunktes des vom Mittelpunkt auf die Sehne gefällten Lotes ist gleich

$$-d \sin \alpha.$$

Der Abstand beider also = $\frac{d \lambda^2 \sin \alpha \cos \alpha}{1 - \lambda^2 \cos \alpha^2}$ entsprechend der GAUSS'schen Gleichung III.

Als Kreismikrometer diente seinerzeit der Rand des Gesichtsfeldes.

Zum Brief vom 15. Februar 1821. — Bedeutet φ den Winkel zwischen dem Parallel und dem nach dem Eintrittsort gezogenen Radius des Gesichtsfeldes, so ist die Eintrittsdauer, und damit der mittlere Fehler der Eintrittszeit, = $\frac{1}{\cos \varphi}$, wenn dieser bei senkrechtem Eintritt = 1 gesetzt wird. Hiernach wird das mittlere Fehlerquadrat der *AR*-Differenz von Stern und Objekt = $\frac{1}{\cos^2 \varphi} + \frac{1}{\cos^2 \varphi^2}$, also das Gewicht wie im obigen Briefe. In gleicher Weise folgt das Gewicht der Deklinationsbestimmung. Auf die Deklination — den Faktor $\cos \delta$ — ist dabei keine Rücksicht genommen.

Mit dem Ausdruck »mora« bezeichnet GAUSS die Durchgangsdauer $t' - t$.

BRENDL.



[ÜBER DAS HELIOMETER.]

BRIEFWECHSEL.

GAUSS AN GERLING, Göttingen, 17. Junius 1814.

..... Die Art, wie unser Heliometer das Repetiren bewirkt, ist äusserst einfach. Die Hauptsache ist, dass beide Objectivhälften für sich beweglich sind; nur die eine Hälfte gibt aber feine Ablesung, diese heisse A , die andere B . Jedes Halbobjectiv macht von jedem Objecte ein Bild. Die Objecte seien 1, 2, so habe ich vier Bilder A_1, A_2, B_1, B_2 . Ich bringe erst (gleichviel auf welche Art) A_1 mit B_2 in Berührung und lese ab; dann bringe ich durch Bewegung von A, A_2 mit B_1 in Berührung und lese wieder ab, so gibt der Unterschied den doppelten Winkel; jetzt lasse ich A ruhen und bringe durch Bewegung von B wieder A_1 mit B_2 in Berührung, dann wieder durch Bewegung von A, A_2 mit B_1 und lese wieder ab; auf diese Weise erhalte ich das vierfache etc.; beide Objectivhälften bewegen sich hiebei immer wechselseitig in einerlei Sinn und die Repetition kann so weit getrieben werden als es die Grösse der Scale (die von der Weite des Rohrs abhängt und etwa $1^{\circ}30'$ bis $1^{\circ}35'$ beträgt) erlaubt. Da der Mittelpunkt des Oculars hiebei immer mit den Mittelpunkten von A, B ein gleichschenkeliges Dreieck machen muss, so ist das Ocular selbst beweglich und kann mit Hilfe einer Scale immer schnell und scharf gestellt werden. Uebrigens werden aber die Beobachtungen erst dann ihren vollen Werth erhalten, wenn der Heliometer eine bessere Aufstellung hat; ich habe in München ein paralattisches Stativ bestellt, wodurch ich im Stande sein werde, helle und schwache Gegenstände bei Nacht und bei Tage leicht aufzufinden, auch wie ich hoffe

den Positionswinkel unmittelbar zu messen, ein Vortheil, der bei der gewöhnlichen Aufstellung wegfällt. Die vier Vergrösserungen schätze ich auf 50, 70, 100, 150 mal. Seit einigen Tagen beobachte ich einen sehr kleinen Sonnenfleck (nur ein Paar Secunden gross), ich hoffe, dass NICOLAI ihn zugleich am P[assagen]-I[nstrument] beobachten wird; dann werden sich gute Resultate ergeben. Ich dachte ihn zugleich am Quadranten zu beobachten, allein es ist nur an Einem Mittage heiter gewesen, und da zeigte das elende Fernrohr desselben den Fleck beinahe gar nicht; auch ist die Zeit beinahe zu kurz für Einen Beobachter, beide Ränder und den Flecken zu nehmen und sechsfach abzulesen.

[WILHELM OLBERS, Sein Leben und seine Werke, II, Berlin 1900, S. 555. 556. 592.]

GAUSS AN OLBERS, Göttingen, 7. Juli 1814.

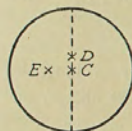
..... Mein Heliometer gibt die Rotation der Objective nur in Graden an; ein geübtes Auge fehlt aber beim Schätzen wohl nicht leicht über $3'$, und das gibt erst bei einer Distanz von $19'$ einen Fehler von $1''$ Sonst denke ich die Declinationen künftig noch auf eine andre Art zu bestimmen. Ich gebe den Objectiven eine solche Stellung, dass ihre Bewegung in der Richtung eines Stundenkreises geschieht (wie es auch bei einem Faden wird sein müssen), entferne sie ungefähr um den Declinationsunterschied und bediene mich dann des Feldes als Kreismikrometer. Da ich sodann die beiden Objecte sehr nahe an Einem Rande durchgehen lassen kann, so erhalte ich, wie Sie wissen, den Declinationsunterschied, oder vielmehr die Correction dessen, was der Heliometer unmittelbar angibt, mit grosser Schärfe. — Von Doppelsternen habe ich nur einen, β Scorpii, erst einmal beobachtet, ich fand den Abstand $13;6$

GAUSS AN OLBERS, Göttingen, 3. April 1815.

..... Die FRAUNHOFERSCHEN Heliometer werden noch neue theoretisch-dioptrische Untersuchungen veranlassen, wobei noch ganz besondere Schwierigkeiten Statt finden. Da diese Instrumente bis $1\frac{1}{2}$ Grad messen, und es selbst sehr wichtig sein wird, aus grossen Winkeln den Werth der



Scale abzuleiten, so kommt der Umstand in Betracht, dass nach aller Strenge die Verschiebung des Objectivs dem Winkel nicht proportional ist. Soll man nun die Tangente der Hälfte, den Sinus der Hälfte oder noch etwas anderes nehmen? Das soll billig theoretisch entschieden werden, aber hier eben ist nun die Schwierigkeit. Wohin soll man eigentlich das Bild setzen von Strahlen, die nicht parallel mit der Axe auf ein Objectiv fallen? Ich denke mir einen Hauptstrahl, der auf die Mitte des Objectivs C (geneigt gegen die Axe) fällt. Die Ebene durch den Strahl und die Axe gehe durch CD , und D sei dem C unendlich nahe, so kann man allerdings den Punkt bestimmen, wo die auf C und D fallenden Parallelstrahlen sich schneiden, und wenn das Objectiv nach richtigen Principien gearbeitet ist, d. i. so, dass die sogenannte Abweichung wegen der Kugelgestalt gehoben ist, so werden auch alle übrigen Parallel-



strahlen, die in derselben Ebene durch CD auffallen, sich sehr nahe in eben dem Punkte vereinigen. Allein dasselbe darf man nicht von den Parallelstrahlen behaupten, die seitwärts (in E) auffallen; mit einem Wort, der Brennpunkt, aus C und D bestimmt, wird ein anderer sein, als aus C und E bestimmt. Beträchtlich wird der Unterschied freilich nicht sein, aber allgemein zu reden von derselben Ordnung, wie der Unterschied zwischen Bogen und Sinus. Vielleicht wird man auf 3erlei verschiedene Art rechnen müssen, je nachdem die Objecte sind, die man zusammenbringt: anders wenn zwei Punkte einander decken sollen (wie Sterne und kleine Löcher etc.), anders wenn zwei Linien der Länge nach sich berühren (wie die Sonnenränder), anders wenn zwei Linien sich bloss an den Endpunkten berühren. Von einer andern Seite betrachtet, scheint es mir doch, als ob man den Brennpunkt immer aus C und D bestimmen müsse, ohne sich um E zu kümmern. Ich habe mir zum Behuf dieser Rechnung von FRAUNHOFER die vier Halbmesser der Glasflächen ausgebeten.

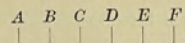
GAUSS an OLBERS, Göttingen, 29. Mai 1815.

. Mein parallatisches Stativ ist denn endlich angekommen. Es ist ein treffliches Kunstwerk, freilich etwas complicirt. Es hat mir viel Vergnügen gemacht, für die mannichfaltigen Berichtigungen dabei Methoden aus-

zusinnen. Bisher habe ich sie aber erst im Groben gemacht, da in dem neuen Ocular erst Spinnenfäden eingezogen werden müssen, woran es bisher gefehlt hat. Aber auch bei der frühern groben Berichtigung fand ich die Venus sogleich am Tage. Sehen Sie zur Probe die Messung des Venusdurchmessers am 16. Mai Nachmittags

Abfahrtpunct	Partes	50	56,4	1 fach
2 fach	50	13,6	21,40	= 12,08
4 fach	49	71,1	21,32	= 12,04
6 fach	49	30,0	21,07	= 11,90
8 fach	48	88,6	20,97	= 11,84
10 fach	48	47,6	20,88	= 11,79.

Die theoretische Schwierigkeit, wovon ich Ihnen in meinem letzten Briefe schrieb, hat insofern eine praktische Wichtigkeit, als ich gern den genauen Werth der Scale aus einem so grossen Winkel, als das Instrument nur fasst, bestimmen möchte. Ich denke dabei in Zukunft etwa folgendes Verfahren anzuwenden. Ich lasse etwa 6 Stangen A, B, C etc. ausstecken



so dass AB, BC, CD etc. ungefähr unter sich gleich sind und etwa einen Winkel von $1\frac{1}{2}$ Grad machen, messe die Entfernungen einzeln mit dem Heliometer und AF collective mit dem Kreise durch Repetition. Es fehlt nur noch an einem schicklichen von der Sternwarte aus sichtbaren Platze.

BEMERKUNGEN.

Im Juni 1814 erhielt die Göttinger Sternwarte ein FRAUNHOFER'sches Heliometer, von dem GAUSS jedoch keinen häufigen Gebrauch gemacht hat. Auf der alten Sternwarte fehlte anfangs ein brauchbares Stativ, und auf der neuen Sternwarte fand sich rumschiet keine günstige Gelegenheit zur Aufstellung des Instruments. Weiterhin war GAUSS' Zeit durch andere Arbeiten vollständig in Anspruch genommen. Näheres darüber findet man in dem Aufsatz über GAUSS' astronomische Arbeiten, Werke XI 2.

BRENDEL.



[BERICHTE UND ANTRÄGE
ZUR ANSCHAFFUNG VON INSTRUMENTEN
FÜR DIE GÖTTINGER STERNWARTE.]

[Aus den Akten des Kuratoriums der Universität Göttingen.]

[I.]

Unterthänigstes P[ro] M[emoria]
die Anschaffung der Instrumente für die
neue Sternwarte in Göttingen betreffend.

Da der Bau des Hauptgebäudes der neuen Sternwarte im Wesentlichen jetzt so gut wie vollendet ist, und nach dem Beschluss des hohen königl. Curatorium der Bau der Seitenflügel im nächsten Frühjahr mit Nachdruck betrieben werden wird, so rückt nun die gänzliche Vollendung dieses für die Universität und für die Wissenschaft selbst gleich wichtigen Instituts immer näher. Schon zwölf Jahre sind seit seiner ersten Gründung verflossen. Es ist gewiss, dass die Erwartung des ganzen für die Astronomie sich interessirenden Europa auf die künftige Thätigkeit desselben gerichtet ist. Es ist höchst wünschenswerth, dass diese Thätigkeit sofort nach Vollendung des Baues auf eine würdige Art anfangen könne: allein dazu ist unumgänglich nöthig, dass die Sternwarte im Besitz von wenigstens einigen der erst herbeizuschaffenden Hauptinstrumente sei.

Der ganzen Anlage der neuen Sternwarte, in Rücksicht der Instrumente, wofür sie eingerichtet ist, liegt ein ganz bestimmter Plan zum Grunde, bei welchem sowohl auf die bereits vorhandenen, als auf die demnächst aus

Lilienthal zu erwartenden, als endlich auf die neu anzuschaffenden [Instrumente] ganz bestimmte Rücksicht genommen ist. Da die Hauptinstrumente besonders unter den letztern eine äusserst feste Aufstellung erfordern, so ist für jedes derselben gleich zu Anfang ein besonderes 12 Fuss tiefes Fundament aus festen Quadern gelegt. Freilich hat in dem beträchtlichen seitdem verflossenen Zeitraume die Instrumental-astronomie in mehrern Stücken wichtige Verbesserungen und Abänderungen erhalten, die auch bei jenem Plane einige Modificationen nöthig machen werden: inzwischen werden doch jene Fundamente im Wesentlichen ihre ursprüngliche Bestimmung behalten.

Um nun beurtheilen zu können, was von den neu anzuschaffenden Instrumenten zuerst und am dringendsten nöthig sein wird, muss wenigstens eine allgemeine Uebersicht der Bedürfnisse einer Sternwarte vom ersten Range, wie die hiesige werden soll, vorausgehen, wobei ich jedoch alles weitläufige Detail vermeiden will.

Die Hauptbedürfnisse einer Sternwarte nach dem heutigen Zustande der praktischen Astronomie lassen sich auf drei Classen zurückführen, Uhren, Schwerkzeuge und Messwerkzeuge; letztere zerfallen wiederum in bewegliche und feste. Was ausser diesen Rubriken etwa noch erforderlich ist, wie z. B. Barometer, Thermometer und dergl., sind verhältnissmässig nur Kleinigkeiten, bei welchen ich mich hier nicht aufhalten will.

Uhren. Die Anzahl der auf einer Sternwarte nothwendigen astronomischen Uhren hängt von der Ausdehnung des Locals ab. Auf einer Sternwarte wie die hiesige alte, welche nur aus Einem Saale besteht, war Eine Hauptuhr hinreichend; auf der neuen Sternwarte werden drei erforderlich sein, nämlich eine in der westlichen Abtheilung, die zweite in der östlichen, die dritte in der Rotunde. Zu diesen drei Pendeluhren muss noch eine tragbare Uhr (Chronometer) hinzukommen, um jene unter sich vergleichen zu können.

Ein freilich nur französischer, aber zu diesem Zweck hinreichend guter Chronometer ist bereits vorhanden; auch ist die Hauptpendeluhr auf der alten Sternwarte von SHELTON, obgleich sie schon über 40 Jahre daselbst im Gange ist, noch immer sehr gut, und vollkommen werth, auf der neuen Sternwarte eine der drei Hauptuhren zu werden. Die alte Sternwarte hat zwar ausser derselben noch ein Paar andere Pendeluhren, die indessen nur wenig Werth haben, und hier also nicht in Betracht kommen. Zwei Pendeluhren von der



ersten Güte müssen demnach noch hinzukommen. Zu den allerdingsten Bedürfnissen gehören indessen dieselben nicht. In der Rotunde ist nicht eher eine Uhr nöthig, als bis das dahin zu setzende Aequatorealinstrument zugleich da ist, so wie in den beiden Abtheilungen der untern Sternwarte die Uhren zugleich mit den daselbst aufzustellenden Instrumenten da sein müssen. Ueberdies hat die Sternwarte in Zukunft aus Lilienthal auch eine Pendeluhr zu erwarten, die wie ich glaube als eine von den Hauptuhren wird dienen können.

Schwerkzeuge d. i. achromatische Fernröhre und Spiegelteleskope. Die alte Sternwarte besitzt von Instrumenten dieser Classe mehrere recht gute; noch weit mehr wird sie aber in Zukunft aus Lilienthal erhalten, wo sich bekanntlich ein grosser Reichthum von Spiegelteleskopen, zum Theil von grossen Dimensionen, befindet. In dieser Beziehung bleibt demnach wenig zu wünschen übrig.

Bewegliche Messinstrumente. Aus dieser Classe besass die alte Sternwarte vor noch nicht langer Zeit nur wenig, was auf der neuen einen Platz verdient hätte. Allein durch verschiedene seit drei Jahren aus München von dem berühmten Künstler REICHENBACH erhaltene Instrumente nemlich

einen 12 zolligen BORDAISCHEN Kreis

einen 8 zolligen Theodolith und

einen 3 $\frac{1}{2}$ fussigen Heliometer, zu welchem ich das im vorigen Jahre bestellte parallatische Stativ täglich erwarte, ist diese Lücke schon grossentheils ausgefüllt, so dass nur hauptsächlich noch ein guter Spiegelkreis zu wünschen ist, wie sie der englische Künstler TROUGHTON u. a. verfertigen. Dies Instrument ist indessen theils kein sehr grosses Objekt, theils gehört dessen Anschaffung auch nicht zu den dringendsten Bedürfnissen, indem die Sternwarte einen freilich nur sehr schlecht gearbeiteten Spiegelkreis von einem französischen Künstler besitzt, der wenn auch unbrauchbar zu wirklichen Beobachtungen, doch dazu dienen kann, beim Unterricht die Einrichtung dieses Instruments zu zeigen, welches besonders bei der Schiffahrt so wichtig ist.

Bei allen bisher betrachteten Rubriken fanden wir demnach noch kein sehr dringendes Bedürfniss; allein anders verhält es sich mit den

Festen Messinstrumenten, welche fast alle erst neu anzuschaffen sind. Von diesen wird daher etwas umständlicher gehandelt werden müssen.

Dem von Anfang an entworfenen Plane zufolge soll die neue Sternwarte folgende fünf feste Instrumente enthalten, für welche schon im Voraus alle Einrichtungen berechnet und getroffen sind.

A. Ein Aequatoreal, in der Rotunde aufzustellen, wofür das Drehdach eingerichtet ist.

B. Ein grosses Passageinstrument, unten, in der westlichen Abtheilung.

C. Ein grosser Meridiankreis, ebendasselbst.

D. Ein kleineres Passageinstrument, in der östlichen Abtheilung.

E. Der schon auf der alten Sternwarte seit 60 Jahren befindliche Mauerquadrant ebendasselbst.

Für die Instrumente B, C, D, E sind die oben erwähnten Fundamente gelegt und die beiden Durchschnitte des Gebäudes sowie die Dachklappen eingerichtet.

Es wird nöthig sein, von diesen Instrumenten wenigstens mit einigen Zügen den Gebrauch zu bezeichnen.

Als Hauptzweck aller grossen Sternwarten in wissenschaftlicher Rücksicht muss angesehen werden »die Bewegungen und Stellungen der Himmelskörper auf der Himmelskugel mit der höchsten Präcision zu bestimmen«. Diese Stellungen werden bestimmt durch die sogenannten geraden Aufsteigungen, gerade eben so wie die Oerter auf der Erde durch Breite und Länge bestimmt werden. Am zweckmässigsten ist es, diese Bestimmungen immer dann zu machen, wo die Himmelskörper eben in der Mittagsfläche sich befinden oder wo sie, wie man es nennt, culminiren. Und gerade dies ist die Bestimmung der Instrumente B, C, D, E; die Passageinstrumente B, D dienen für die geraden Aufsteigungen; der Meridiankreis C dient für die Abstände vom Pol, zu welchem Zweck man ehemals den Mauerquadranten E anwandte, der aber nach der neuern Beobachtungsart dazu bei weitem nicht so zweckmässig ist, als der Meridiankreis.

Es gibt aber Fälle, wo die Beobachtung eines Himmelskörpers im Augenblick der Culmination unmöglich ist; dann ist man gezwungen, ihn ausser der Mittagsfläche zu beobachten, und dazu dient das Aequatoreal A, und zwar für gerade Aufsteigung und Abstand vom Pol zugleich. Das Aequatoreal ist also gewissermassen ein Nothbehelf, wo die Meridianinstrumente nicht ausreichen.



Aus dieser kurzen Darstellung geht schon hervor, dass die Instrumente B, C als die wichtigsten der ganzen Sternwarte angesehen werden müssen. Diese, wenn sie von der ersten Güte sind, erheben eigentlich die Sternwarte zum ersten Range, und die Beobachtungsregister, welche von den ersten Sternwarten z. B. der Greenwich jährlich gedruckt werden, enthalten fast gar nicht anderes als die täglichen, mit den Meridianinstrumenten angestellten Beobachtungen, und auf diesen seit 50 oder 60 Jahren gedruckten Greenwich Beobachtungen beruhet der grösste Theil der heutigen Astronomie. Nicht eher wird sich die Göttinger Sternwarte neben die Greenwich, Pariser, Mayländer, Palermer und die eben jetzt zur Vollendung kommenden Ofner und Neapler Sternwarten stellen können, als bis sie mit tüchtigen Meridianinstrumenten versehen ist.

Uebrigens muss ich noch bemerken, dass dem Plane nach die Instrumente D, E hauptsächlich für den Unterricht bestimmt sein sollen, oder für solche weniger wichtige Beobachtungen, um derentwillen man etwa Beobachtungen an den Hauptinstrumenten B, C nicht stören oder unterbrechen will. Soll aber der Mauerquadrant, welcher nur ein schlechtes, nichtachromatisches Fernrohr hat (er wurde noch vor Erfindung der achromatischen Fernröhre verfertigt), und an dem mehrere Haupttheile durch den langen Gebrauch sich sehr ausgeschliffen haben, diesen Dienst wirklich leisten können, so muss er ein ganz neues achromatisches Fernrohr, neue Zapfenbewegung u. s. f. bekommen.

Es ergibt sich hieraus, dass, wenn die neue Sternwarte nach gänzlicher Vollendung des Baues nicht noch lange feiern soll, die beiden Hauptinstrumente B und C wenigstens nun bald bestellt werden müssten, zumal da man bei solchen grössern Instrumenten immer mehrere Jahre warten muss. Hiebei muss nun aber noch ein wichtiger Umstand in Betracht gezogen werden.

Der Bestellung des Passageinstrumentes B stände an sich nichts im Wege und das Beste wäre, dies bei dem berühmten und einzigen Künstler REICHENBACH zu thun. Diese Instrumente haben im Wesentlichen jetzt eine sehr bestimmte Einrichtung und nur die Vollkommenheit der Ausführung unterscheidet eines von dem andern. Allein anders verhält es sich mit den Meridiankreisen. Die Instrumente welche diesen Namen führen sind zum Theil von ganz ver-

schiedner Einrichtung und noch ist es nicht ganz entschieden, welcher der höchste Preis gebührt.

Der erste Meridiankreis, welcher in der praktischen Astronomie eine Epoche gemacht hat, war der, welchen die Palermer Sternwarte vor einigen 20 Jahren von dem berühmten RAMSDEN erhielt, und bei dem Plane zu unserer neuen Sternwarte hat man ohne Zweifel einen solchen im Sinn gehabt. Dieser Kreis kostete damals etwas über 3000 Thaler; seine Grösse ist 5 Fuss im Durchmesser.

Vor etwa 10 oder 12 Jahren vollendete ein ungemein geschickter Künstler in Hamburg, REPSOLD, einen Meridiankreis, beinahe 4 Fuss im Durchmesser, von einer ganz verschiedenen und sehr sinnreichen Einrichtung, der auch das Eigenthümliche hat, dass er zugleich das Passageinstrument in sich vereinigt. Dies Instrument, von welchem nachher noch weiter die Rede sein wird, ist eine Reihe von Jahren hindurch in einer kleinen auf dem Hamburger Walle erbauten Sternwarte (die aber in der neuesten Zeit abgetragen wurde) aufgestellt gewesen, und manche vortreffliche Beobachtungen sowohl von dem Künstler selbst, als von Hrn. SCHUMACHER, jetzigem Director der Mannheimer Sternwarte, damit angestellt.

Eine noch viel grössere Celebrität haben aber die seit wenigen Jahren von REICHENBACH verfertigten 3fussigen Meridiankreise erworben, welche wiederum eine gänzlich verschiedene Einrichtung haben, und an Genauigkeit alles, was bis dahin geleistet war, übertreffen. Auf vielen der berühmtesten Sternwarten hat man sich beeifert, solche Kreise (deren Preis ehemals gegen 2000 fl war, neuerlich aber wie ich höre bedeutend erhöht ist) anzuschaffen; der Künstler hat dergleichen für Mayland, Marseille, Ofen, Paris, Neapel, München verfertigt.

So höchst vortrefflich nun diese REICHENBACHSchen dreifussigen Kreise auch sind, so scheint es doch fast, als ob ein neuer sechsfüssiger Kreis von dem englischen Künstler TROUGHTON, der seit ein Paar Jahren in Greenwich aufgestellt ist, sie noch übertrifft. Dieser Kreis, den man zum Unterschiede einen Mauerkreis nennt, hat abermals eine ganz andere Einrichtung: aber einer Privatnachricht zufolge soll er 1800 Guinees gekostet haben. Nach ganz neuerlich erhaltenen Nachrichten soll auch REICHENBACH wieder auf wichtige



Abänderungen und Verbesserungen bei seinen Kreisen bedacht gewesen sein, die ihnen vielleicht wieder den entschiedenen Vorrang geben werden.

Da es bei dem Verhältnisse, in welchem das Königreich Hannover zu England steht, wohl nicht für unmöglich angesehen werden muss, dass trotz des hohen Preises eines solchen Mauerkreises auch die Göttinger Sternwarte noch einen solchen Vorzug etwa durch eine ausserordentliche Munificenz des Prinzen Regenten erhalten könnte, und da auf alle Fälle im gegenwärtigen Augenblick die allervorteilhafteste Einrichtung der Meridiankreise noch immer streitig ist, so wäre von dieser Seite betrachtet am rathsamsten, den Entschluss hierüber und die Bestellung noch etwas zu verschieben, während von der andern Seite es doch höchst wichtig ist, dass die neue Sternwarte gleich nach der Vollendung auf eine würdige Art in Thätigkeit komme. Man könnte freilich das Passageinstrument B sogleich bestellen, allein mit diesem allein können nur unvollständige Beobachtungen gemacht werden, und die Sternwarte würde noch ganz der Selbstständigkeit ermangeln.

Unter diesen Umständen muss ein Ausweg willkommen sein, wodurch alle Wünsche sich vereinigen lassen, und wodurch ausserdem noch die Möglichkeit gewonnen wird, die Kosten für die neu anzuschaffenden Instrumente auf mehrere Jahre füglicher zu vertheilen. Dieser Ausweg besteht darin, sofort den oben erwähnten REPSOLDSCHEN Kreis anzuschaffen, den, wie ich jetzt bestimmt weiss, der Künstler für 1300—1400 Thaler (Hamburgisch) abzulassen erbötig ist, mehrere daran zu machende Abänderungen, welche ich wünschte, mit inbegriffen.

Mein Plan ist nicht, dass dies Instrument noch ausser den 5 oben angeführten Instrumenten hinzukommen soll; auf diese Art würde selbst kein Platz dafür da sein. Sondern es sollte dafür das kleinere Passageinstrument D ganz wegfallen, und auf demselben Platze, wohin dieses bestimmt war, jener Kreis aufgestellt werden. Nach den Versicherungen des Baumeisters MÜLLER könnte das Zimmer, wohin dieser Kreis also kommen würde, mit leichter Mühe ganz ausgebaut und so schon gegen den nächsten Herbst das Instrument aufgestellt und gebraucht werden.

Der Vortheil hiervon wäre nun sehr evident. Der REPSOLDSCHEN Kreis wird freilich den neuesten REICHENBACHSCHEN und TROUGHTONSCHEM Kreisen an Vollkommenheit nachstehen; allein aus eigner Ansicht des Instruments, aus Be-

richten mehrerer meiner astronomischen Freunde*), endlich aus der Prüfung vieler damit gemachten Beobachtungen habe ich die Ueberzeugung, dass dies Instrument, welches Kreis und Passageinstrument in sich vereinigt, ein sehr vortreffliches ist, welches sich füglich dazu qualificirt, solange auf der neuen Sternwarte als Hauptinstrument zu dienen, bis die Instrumente B und C herbeigeschafft sind.

Die neue Sternwarte wird demnach schon 2 oder 3 Jahre früher als sonst möglich wäre, eine würdige Thätigkeit beginnen können, womit sie schon einen sehr ehrenvollen Platz unter den ersten Sternwarten erhält. Es wird nun weniger dringend, die Instrumente B und C sogleich zu bestellen, was besonders in Rücksicht auf C ein grosser Vortheil ist; auch B mag dann immerhin ein Jahr später bestellt werden, als sonst nöthig wäre, obwohl doch gut wäre, nicht gar zu lange damit zu warten.

Auf zwei Einwürfe habe ich noch zu antworten:

I. Die Vergrösserung der Kosten betreffend, so ist dieselbe, näher betrachtet, so gut wie gar keine. Das kleine Passageinstrument D, welches nun wegfällt, würde wenigstens 700 Thaler und die oben erwähnten Reparaturen am Mauerquadranten, welche dann auch wegfallen könnten, würden auch circa 600 fl betragen. Der Mauerquadrant sollte zu einem doppelten oben angegebenen Zweck dienen; zum Unterricht ist er auch ohne die Reparaturen eben so brauchbar, für eigentliche Beobachtungen von wissenschaftlichem Werth wird er durch den REPSOLDSCHEN Kreis ersetzt, der doch ohne Vergleich mehr leistet, als der Mauerquadrant selbst nach allen Reparaturen leisten könnte. Sollten also die Kosten auf diese Weise auch noch eine Kleinigkeit mehr betragen als nach dem ursprünglichen Plane der Fall gewesen sein würde, so wird dies mehr als compensirt, durch den Vortheil, gerade die grössten Ausgaben für Instrumente noch ein und mehrere Jahre weiter hinausschieben zu können.

II. In Beziehung auf den Unterricht ist das Wegfallen des kleinen Passageinstrumentes, wenn an dessen Stelle der REPSOLDSCHEN Kreis tritt,

*) Herr v. LINDENAU, der das Instrument später als ich gesehen hat, nachdem ein neues Fernrohr von 8 Fuss Länge daran angebracht war, versicherte, dies Fernrohr gehöre zu den vollkommensten die er kenne, und stehe dem 8 fussigen Fernrohr am Passageinstrument der Seeberger Sternwarte (von RAMSDEN) nicht nach.



durchaus kein Verlust, sondern wahrer Gewinn. Das kleinere Passageinstrument D zeigte doch nur im Kleinen, was B im Grossen zeigt, und die Zöglinge der praktischen Astronomie erhalten nun Gelegenheit, noch ein Instrument mehr von einer ganz originellen Einrichtung kennen zu lernen. Dass das wichtige Instrument B dabei keiner Gefahr ausgesetzt werde, muss der Direktor verhüten und kann es nach meinen Erfahrungen auch; ganz ungeschickten Händen würde man auch das Instrument D nicht haben Preis geben dürfen.

Das Fundament für D ist glücklicherweise so, dass es mit geringen Abänderungen auch für den REPSOLDSchen Kreis benutzt werden kann.

Noch ein wichtiger Umstand verdient bemerkt zu werden. Ich weiss, dass ein gewisser anderer auswärtiger Astronom gleichfalls Absichten auf dies Instrument hat. Ich habe mich vorher bei Hrn. REPSOLD versichert, dass es jetzt noch uns zu Gebote steht. Ob dies aber nach einigen Monaten noch der Fall sein würde, wage ich nicht zu verbürgen.

Nach allen hier aufgeführten Gründen, unterwerfe ich es nun dem höhern Ermessen des königl. hohen Curatorium, ob mein hier gethaner Vorschlag Dessen Genehmigung verdiene, und sehe den weitem Verfügungen in tiefster Ehrfurcht entgegen.

Göttingen den 9. Februar 1815.

C. F. GAUSS.

[II.]

Unterthänigstes P. M.
Die Bestellung der astronomischen
Instrumente für die neue Sternwarte
in Göttingen betreffend.

Da jetzt die Zeit eingetreten ist, wo wiederum an dem Baue der hiesigen neuen Sternwarte fortgefahren wird, und die gänzliche Vollendung dieses Baues im gegenwärtigen Jahre zu hoffen steht, so scheint es nunmehr Zeit zu sein, Maassregeln wegen Ausrüstung der Sternwarte mit denjenigen Instrumenten zu treffen, durch welche sie erst zu dem ihr gebührenden Range erhoben werden wird. Ich will mich hier in kein weitläufiges Detail wegen dieser

Instrumente einlassen, da ich mich in dieser Hinsicht auf ein früheres unterthäniges P. M. beziehen kann, und also nur kurz bemerken, dass, nachdem der Ankauf des REPSOLDSchen Instruments genehmigt worden (welches im Laufe dieses Sommers abgeliefert werden soll) und nachdem die reichhaltige Sammlung von Werkzeugen aus Lilienthal grösstentheils schon hier angefangen ist, unsre Hauptbedürfnisse in denjenigen fixen Instrumenten bestehen werden, von welchen ich in vorgedachtem P. M. umständlicher gesprochen habe, nemlich

- | | |
|--|---|
| 1) einem Mittagsfernrohre | } beide im westlichen Observationszimmer, |
| 2) einem Meridiankreis | |
| 3) einem Aequatoreal, oder | |
| einem grossen parallatisch aufzustellenden Refraktor | |
- } in der Rotunde.

Solange die Sternwarte diese Instrumente, und besonders die beiden ersten, noch nicht besitzt, wird sie ihre Wirksamkeit auf eine ganz würdige und vollständige Art noch nicht beginnen können, und es scheint daher um so nothwendiger, diese Instrumente jetzt sobald als möglich zu bestellen, da ohnehin von der Bestellung bis zur Vollendung, Ablieferung und Aufstellung derselben immer noch eine geraume Zeit verstreichen wird.

Die erste Frage ist nun, von welchem Künstler diese Instrumente in grösster Vollkommenheit erwartet werden können. Es scheint allgemein anerkannt zu sein, dass die Arbeiten des grossen Künstlers REICHENBACH in München von den Arbeiten keines andern jetzt lebenden Künstlers übertroffen werden, und ich glaube daher, dass unsre Sternwarte sich Glück wünschen kann, wenn sie von jenem Künstler ihre Ausrüstung erhält. Allein es ist nicht hinreichend, einem Künstler aufzugeben, ein Instrument von dieser oder jener Benennung in vorgeschriebener Grösse anzufertigen. Bei Nr. 1, dem Mittagsfernrohr, welches seiner Natur nach das am wenigsten zusammengesetzte ist, liesse sich dies allenfalls thun. Allein die Instrumente, welche den Namen Meridiankreis führen, sind, obgleich sie einen und denselben letzten Zweck haben, in den letzten 25 Jahren von so mannichfaltiger Einrichtung gebauet, und jede Einrichtung hat so manche eigenthümliche Vortheile, dass es unter den Astronomen noch unentschieden ist, welcher Gattung von Kreisen der Preis der grössten Vortrefflichkeit beizulegen sei. Die Meridiankreise, mit welchen PIAZZI in Palermo, POND in Greenwich, ORIANI und BOUVARD in Mayland und



Paris, BESSEL in Königsberg observiren (resp. von RAMSDEN; TROUGHTON; REICHENBACH; CARRY) sind gewissermaassen ganz verschiedene Instrumente, und eben jetzt ist REICHENBACH wiederum mit einer ganz neuen Art beschäftigt, nach welcher er Kreise, für Ofen, Turin, Warschau und München bestimmt, construiren will. — Eine ähnliche, wenn auch nicht ganz so grosse, Mannichfaltigkeit findet auch bei No. 3, dem Aequatoreal, statt.

Unter dieser Umständen scheint in der That nichts wünschenswerther und nothwendiger, als eine mündliche Rücksprache des Astronomen mit dem Künstler, wo beide ihre Ideen gegenseitig austauschen, Vortheile und Nachtheile gegen einander abwägen, und wo die Bedürfnisse der Wissenschaft, die Bedenklichkeiten, welche diese oder jene Einrichtungen ausgesetzt sein möchten, die Hilfsmittel, welche das Genie des Künstlers findet, die Schwierigkeiten zu überwinden, gehörig erwogen und ausgeglichen werden können, nicht zu gedenken, dass die persönliche Communication des Astronomen mit dem Künstler auch im Allgemeinen für die künftige Aufstellung, Behandlung und Schonung der Instrumente, wenn er deren Bau in der Werkstatt des Künstlers selbst gesehen hat, von dem allergrössten Nutzen sein muss.

Auch in anderen ähnlichen Fällen hat man eine solche Maassregel für dienlich gehalten. So wurde vor Erbauung der Palermer Sternwarte PIAZZI von der Neapolitanischen Regierung nach England geschickt, um bei RAMSDEN die Instrumente zu bestellen, und hielt sich dort selbst mehrere Jahre auf, um die Vollendung zu betreiben (welches letztere glücklicherweise bei REICHENBACH nicht nöthig sein wird, wenn er einmal die Verfertigung übernommen haben wird); gleicherweise wurden PASQUICH von Ofen, TRALLES von Berlin nach München geschickt, und noch mehrere ähnliche Beispiele liessen sich anführen, wenn es nöthig wäre.

Sollte königl. Curatorium diesen Ansichten Beifall schenken, und für gut finden, mich mit dem Auftrage der Reise nach München und der persönlichen Communication mit Herrn REICHENBACH zu beehren, so scheint mir die Zeit der bevorstehenden Osterferien dazu am gelegensten, wo, eingezogener Erkundigung zu Folge, REICHENBACH in München anwesend sein wird. Ich würde dann suchen, diesen grossen Künstler zur Uebernahme der Verfertigung unsrer Bedürfnisse zu disponiren, alles Nöthige mit ihm verabreden, und nach meiner Zurückkunft dem königl. Curatorium von den Resultaten der Verab-

redung, den Bedingungen, unter welchen der Künstler die Instrumente liefern will u. s. w. Bericht abstaten, damit sodann die definitive Bestellung vom k. Curatorium verfügt werden könne, und die hiesige neue Sternwarte die gewisse Aussicht erhalte, sobald als möglich mit den andern vom ersten Range ehrenvoll wetteifern zu können.

Unterthänigst

Göttingen den 24. März 1816.

CARL FRIEDRICH GAUSS.

Unterthänigster Bericht

Ueber meine Reise nach München und Benedictbeurn
wegen der astronomischen Instrumente.

In Folge des mir unter dem 28. März d. J. [1816] ertheilten höhern Auftrages habe ich die Reise nach München und Benedictbeurn am 18. April angetreten, mich mit den dortigen Instituten zur Verfertigung astronomischer Instrumente genau bekannt gemacht, und besonders mit dem Salinenrath von REICHENBACH wegen derjenigen Instrumente, deren Bedürfnis für die neue Sternwarte am dringendsten sein wird, eine zwar nur provisorische, aber umständliche Rücksprache genommen. Ich habe jetzt die Ehre, hier dem hohen Curatorium über das Wesentliche unterthänigen Bericht abzustatten.

Vor etwa 10 oder 12 Jahren bildete sich in München das Institut zur Verfertigung astronomischer Instrumente, welches mit Recht eine so grosse Celebrität erhalten, und beinahe allen Sternwarten des festen Landes Instrumente geliefert hat, die den besten englischen von den Kennern gleichgesetzt und in mehr als Einer Rücksicht selbst vorgezogen werden. Die Seele dieses Institutes war der damalige k. bayrische Artilleriehauptmann, jetzt Salinenrath von REICHENBACH, der mit seinen grossen Talenten für die Mechanik feine theoretische Einsichten verbindet, und sich auch als Schriftsteller (über die eisernen Brücken) bekannt gemacht hat. Die neue von ihm erfundene höchst sinnreiche Theilungsmethode würde allein schon allen seinen Instrumenten einen entschiedenen Vorzug geben, wenn sie sich auch nicht durch eine Menge anderer eigenthümlicher Vollkommenheiten empföhlen. In Verbindung mit ihm trat der Geheime Rath von UTZSCHNEIDER, welcher einen Theil seines



grossen Vermögens zur Unterstützung des Instituts verwandte, und besonders in der ihm gehörenden vormaligen Abtei Benedictbeurn (16 Stunden jenseits von München) für den optischen Theil der Instrumente sehr ins Grosse gehende Anlagen machte. In der dortigen Glasfabrik wird, nach langen Versuchen, wobei keine Kosten gespart wurden, sowohl das Crownglas als das Flintglas jetzt in einer bisher nie erreichten Vollkommenheit gefertigt; die optischen Gläser werden nach eigenthümlichen Methoden bearbeitet, und die dort verfertigten achromatischen Fernröhre lassen die englischen jetzt hinter sich zurück, wie ich weiterhin noch näher anzeigen werde. Endlich trat dem Verein noch ein geschickter Mechaniker in München Namens LIEBHERR bei, welcher besonders die Verfertigung der astronomischen Uhren besorgte. Alle diese Anstalten bildeten Ein Ganzes, und die sämtlichen daraus hervorgegangenen Instrumente sind mit der Firma: REICHENBACH, UTZSCHNEIDER und LIEBHERR bezeichnet.

Seit einigen Jahren ist nun zwar diese Verbindung wieder aufgehoben: allein die drei Werkstätten, obgleich nicht mehr unter Einer Verwaltung stehend, liefern fortwährend dieselben Arbeiten, und unterstützen dabei einander wechselseitig. Der Salinenrath von REICHENBACH hat auf die grössern und feinern astronomischen Messwerkzeuge nach allen Theilen Europens so viele Bestellungen, dass seine grosse mit zahlreichen Arbeitern besetzte Werkstatt sie kaum bestreiten kann, zumal, da er die delicatsten Arbeiten dabei eigenhändig ausführt, wozu er, da der Maschinenbau im Grossen bei den bayrischen Salinen ihn immer sehr beschäftigt, nur einen Theil seiner Zeit verwenden kann. — Das optische Institut in Benedictbeurn besteht jetzt für sich unter der unmittelbaren Leitung eines sehr talentvollen und thätigen Mannes, FRAUNHOFER, und liefert die Fernröhre, so wie alle astronomischen Instrumente, bei welchen die Fernröhre die Hauptsache sind. — LIEBHERR macht sein Hauptgeschäft aus der Verfertigung astronomischer Uhren, an denen er neuerdings eine sinnreiche ihm eigenthümliche Verbesserung angebracht hat.

Nach dieser allgemeinen Uebersicht komme ich auf die Bedürfnisse unsrer neuen Sternwarte. Ich darf mich dabei auf meine früheren unterthänigen Darstellungen beziehen, wo ich ausführlich entwickelt habe, dass, ganz dem ersten ursprünglichen Plane von 1803 gemäss, nachdem nur das REPSOLDSche Instrument (über dessen baldige Ablieferung ich posttäglich bestimmte Nach-

richt erwarte) an die Stelle des kleinern Passageinstruments und der Renovation des Mauerquadranten getreten ist, das wesentliche Bedürfnis noch in folgendem besteht:

Fixe Instrumente	}	im westlichen Ob-	I. Der Meridiankreis.
		servationszimmer	II. Das Passageinstrument.
		in der Rotunde	III. Entweder ein Aequatoral oder ein grosses parallatisch aufzustellendes achromatisches Fernrohr

und dazu IV. Zwei astronomische Pendeluhren.

Ich werde mich nun über diese vier Artikel umständlich erklären.

I. Der Meridiankreis.

Bei dem gegenwärtigen Zustande der praktischen Astronomie hat man dieses Instrument gewissermaassen als das wichtigste auf einer Sternwarte des ersten Ranges zu betrachten, und da man dergleichen Kreise seit 30 Jahren von der mannichfaltigsten Art gebauet hat, so war es ein Hauptaugenmerk meiner Reise, über die vortheilhafteste Einrichtung mit REICHENBACH Rücksprache zu nehmen. Ich wusste bereits vorher, aus Briefen von REICHENBACH, dass dieser jetzt damit umgeht, den astronomischen Kreisen eine ganz neue Einrichtung zu geben. Ich fand in München bereits vier solcher neuer Kreise in Arbeit, von denen drei für die Sternwarten in Ofen, Turin und Warschau bestellt sind, der vierte ohne jedoch noch bestimmt bestellt zu sein, für eine andere Sternwarte gewünscht wird. Da ich an diesen Kreisen während meines Aufenthalts in München täglich habe arbeiten sehen, die Zeichnungen davon immer vor Augen gehabt und mich mit dem Künstler über ihre Eigenthümlichkeiten besprochen habe, so kann ich aus Ueberzeugung sagen, dass diese Gattung von Kreisen, von einem Künstler wie REICHENBACH ausgeführt, meiner Meinung nach keiner andern nachsteht, vielmehr wesentliche eigenthümliche Vorzüge hat. Der Preis eines solchen Meridiankreises ist 3500 Gulden bayrisch (24 fl.-Fuss). Das Fundament für den Meridiankreis auf der neuen Sternwarte, welches schon seit 1803 liegt, deutet zwar darauf hin, dass damals die Absicht gewesen sein mag, einen solchen Kreis zu haben wie der RAMSDENSche, mit welchem PIAZZI in Palermo beobachtet, und welcher 450 Guinees gekostet hat, und gegenwärtig in England wahrscheinlich noch beträchtlich



höher zu stehen kommen würde. Inzwischen kann jenes Fundament, wie ich mich durch genaue Ausmessung jetzt versichert habe, auch eben so gut für einen Kreis von der neuen REICHENBACHSchen Einrichtung dienen; und ich halte mich überzeugt, dass die neue Sternwarte, wenn sie einen solchen Kreis besitzen wird, nicht bloss mit der Palermer Sternwarte, sondern auch mit der Greenwicher rühmlich wird wetteifern können, obgleich der TROUGHTONSche Meridiankreis, welchen letztere besitzt, einer Privatnachricht zu Folge 1800 Guinees gekostet hat.

Ich trage daher darauf an, einen Meridiankreis von der neuen Einrichtung bei H. VON REICHENBACH sofort bestellen zu dürfen, wo hoffentlich der vierte noch nicht bestimmt bestellte und schon ziemlich vorgerückte noch zu erhalten stehen wird. Aber auch in diesem günstigen Falle wird bis zur Vollendung noch wenigstens Ein Jahr gewartet werden müssen, und noch viel länger, wenn über den vierten schon anderweitig disponirt und ein fünfter erst von neuem anzufangen wäre.

II. Das Passageinstrument.

Zwei Passageinstrumente VON REICHENBACH habe ich auf meiner Reise zu sehen Gelegenheit gehabt, ein 6füssiges in München, welches der dortigen Sternwarte gehört, und ein kleineres auf der Sternwarte des Pater PLACIDUS HEINRICH in Regensburg; an beiden ist die Arbeit des Meisters würdig. Der Preis eines sechsfüssigen Passageinstrumentes, dergleichen REICHENBACH auch nach Ofen, Mayland, Neapel und Pisa geliefert hat, ist 2100 fl., und ich glaube behaupten zu können, dass mit einem solchen Instrumente eben so viel geleistet werden kann, wie mit dem 8füssigen von RAMSDEN auf der Seeburger Sternwarte, welches ich genau kenne, und welches viel mehr gekostet hat. Uebrigens habe ich mit REICHENBACH noch verschiedene nicht unwichtige an dem Passageinstrumente anzubringende Verbesserungen verabredet. REICHENBACH erklärte sich auch bereit, Passageinstrumente von grösserer Dimension als sechsfüssig, auf Verlangen zu liefern; allein aus andern wichtigen Rücksichten hält er selbst es nicht für rathsam, über diese Grösse hinauszugehen. Da ein solches Passageinstrument gleichfalls nicht unter Einem Jahre nach der Bestellung geliefert werden kann, so trage ich unterthänigst darauf an, diese Bestellung jetzt machen zu dürfen.

III. Aequatoreal — oder parallatisch montirtes achromatisches Fernrohr.

Der Bau der neuen Sternwarte ist so, dass nur das Eine oder das andere von diesen beiden Instrumenten wird aufgestellt werden können, und zwar in der Rotunde mit dem Drehdach: bei der wahrhaft unvergleichlichen Vortrefflichkeit, welche beide Arten von Instrumenten, nemlich die Aequatoreale von REICHENBACH und die grossen Achromate von FRAUNHOFER haben, ist es in der That schwer, sich zu einer Wahl zu entschliessen. Glücklicherweise haben beide Instrumente gewissermaassen ähnliche Bestimmungen, nur dass bei dem Aequatoreal mehr das Messen, bei dem parallatisch montirten Achromat mehr das Sehen die Hauptsache ausmacht. Unser Sternwarte würde eine Hauptzierde fehlen, wenn sie nicht entweder das eine oder das andere hätte; allein welches von beiden auch gewählt werde, so wird die Entbehrung des andern nicht zu sehr empfunden werden. Beide Instrumente gehören übrigens zu den kostbarsten: wenn dagegen in Rücksicht der Dringlichkeit eine Rangordnung gemacht und die Anschaffung der Instrumente nicht auf Einmal geschehen soll, so leidet es keinen Zweifel, dass dieses Nr. III dem Meridiankreis und dem Passageinstrument nachstehen müsse. Das Aequatoreal von REICHENBACH, welches der Münchner Sternwarte gehört, habe ich dort genau kennen gelernt: es ist ein Meisterstück der Kunst; ähnliche Instrumente hat H. VON REICHENBACH nach Ofen, Neapel und Pisa geliefert. Der Preis ist, wenn ich nicht irre, 3500 Gulden. — Einen grossen Achromat von 10 Fuss Brennweite, 7½ Zoll Oeffnung, parallatisch montirt und vermittelt eines Uhrwerks der täglichen Bewegung der Himmelskörper von selbst folgend, hat das optische Institut in Benedictbeurn nach Neapel geliefert, und dasselbe hat 4500 Gulden gekostet: noch niemals war bisher ein Refraktor von dieser Grösse verfertigt worden. Allein seitdem ist man noch weiter fortgeschritten: ich fand in Benedictbeurn die Gläser zu einem riesenhaften Achromat von 15 Fuss Brennweite und 9 Zoll Oeffnung vollendet, es fehlte aber noch an der Aufstellung, so dass sich die Wirkung am Himmel noch nicht beobachten liess. Der Geheime Rath von URZSCHNEIDER äusserte seine Bereitwilligkeit, dieses ganz einzige Instrument, wenn es vollendet sein würde, auf einige Zeit auf die hiesige Sternwarte zu schicken, ohne dass diese eine Verbindlichkeit übernehme,



sondern nur, damit erprobt würde, was sich durch die optische Kunst leisten lasse, deren möglichste Vervollkommnung, ohne Rücksicht auf Gewinn, die Tendenz des Instituts in Benedictbeurn ist.

Bei so bewandten Umständen möchte ich vorschlagen, die Bestellung des in der Rotunde aufzustellenden Instruments, ja selbst noch die Entscheidung zwischen Aequatoreal oder parallatischem Refraktor, noch eine Zeitlang zu verschieben, bis erst astronomische Erfahrungen den Werth der grossen Verbesserungen der optischen Werkzeuge in Benedictbeurn noch mehr zu würdigen erlauben.

IV. Astronomische Uhren.

Die neue Sternwarte bedarf wegen der Ausdehnung des Gebäudes dreier Pendeluhrn, wovon eine im westlichen, eine im östlichen Observationszimmer und eine in der Rotunde nöthig sein wird. Es brauchen jedoch nur zwei neue angeschafft zu werden, indem die SHELTONSche, obgleich schon beinahe ein halbes Jahrhundert auf der alten Sternwarte befindlich, noch immer eine sehr gute Uhr und für den zweiten Platz auf der neuen Sternwarte vollkommen zureichend ist. Von den beiden neuen Uhren müsste wenigstens die Eine von höchster Vollkommenheit sein, während an die andere nicht ganz eben so hohe Forderungen gemacht zu werden brauchen. Der Mechaniker LIEBHERR, welcher auch theils nach Neapel, theils nach Ofen, theils behuf der astronomischen Beobachtungen bei der grossen Vermessung von Bayern astronomische Uhren geliefert hat^{*)}, macht sich anheischig, eine astronomische Pendeluhr in grösster Vollkommenheit etwa 6 Monat nach der Bestellung zu liefern. Das einzige, was dabei Bedenken machen könnte, ist der ausserordentlich geringe Preis, welchen er fordert, nemlich 25 Carolin oder 275 Gulden, kaum ein Viertel von dem, was eine solche Uhr in England kosten würde — wenn man nicht schon gewohnt wäre, alle Preise dort viel niedriger zu finden als auswärts. Da übrigens die dritte Uhr nicht eher nöthig sein wird, als bis in der Rotunde ein Instrument stehen wird, so trage ich unterthänigst darauf an, vorerst nur Eine Astronomische Uhr bei LIEBHERR bestellen zu dürfen. Gesetzt auch, dass dieselbe noch etwas zu wünschen übrig

^{*)} Letztere ist mir von dem Astronomen H. SOLDNER, der stets mit dieser Uhr beobachtet hat, sehr gerühmt.

liesse (welches zu erwarten ich übrigens gar keinen Grund habe), so würde doch nichts verloren sein; denn selbst die dritte Uhr wüsste ich anderswoher für einen eben so billigen Preis nicht zu erhalten^{*)}).

Fasse ich also die Resultate dieses Berichtes zusammen, so geht mein unterthänigster Antrag und Bitte dahin:

dass ich autorisirt werden möge, sofort zu bestellen

I. den Meridiankreis bei dem Salinenrath von REICHENBACH.

II. Ein sechsfüssiges Passageinstrument bei demselben.

IV. Eine der beiden noch nöthigen Uhren bei LIEBHERR.

Dass dagegen noch etwas verschoben werde die Auswahl und Bestellung von Nro. III, des Instruments für die Rotunde, so wie auch die Bestellung der zweiten noch nöthigen Uhr.

Bei bedeutenden Bestellungen von Instrumenten pflegen sonst die Künstler die Vorauszahlung eines Theils des Preises zu verlangen. Obgleich eine solche Forderung an sich nicht unbillig ist, da wenige Künstler im Stande sind, so grosse Vorschüsse aus eignen Mitteln zu machen, so scheint doch der Salinenrath von REICHENBACH diese Forderung nicht zu machen, sondern die Zahlung erst bei Ablieferung der Instrumente zu erwarten.

Die Specification der unmittelbaren Reisekosten habe ich die Ehre hier beizufügen. Die Dauer der Reise hat zwar 36 Tage betragen, wovon 8 Tage auf die Hinreise nach München über Mühlhausen, Gotha, Meiningen, Würzburg, Anspach, Nördlingen und Augsburg, 12 Tage auf den Aufenthalt in München, die Reise nach Benedictbeurn, den Aufenthalt daselbst und die Rückreise nach München, und 16 Tage auf die Rückreise von München über Reichenhall, Landshut, Regensburg und Nürnberg kamen. Allein da dieser Umweg auf der Rückreise und einige Tage Aufenthalt auf der Seeberger Sternwarte zu dem unmittelbaren Zweck der Reise nicht nothwendig waren,

^{*)} In dem zu Anfang des Jahres 1815 eingereichten P. M. über die für die neue Sternwarte nöthigen Instrumente (siehe oben S. 295) hatte ich als möglich angegeben, dass vielleicht nur Eine neue Uhr anzuschaffen wäre, wenn nämlich unter den aus Lilienthal zu erwartenden Uhren eine wäre, welche sich für den dritten Platz qualifizierte. Allein ich habe seitdem erfahren, dass dies nicht der Fall ist, indem von den erst noch abzuliefernden Uhren aus Lilienthal keine mit Compensation versehen ist, mithin dieselben nur zu einem untergeordneten Gebrauch werden angewandt werden können.



so habe ich die Rückreise auf demselben Wege wie die Hinreise berechnet, wo dann die ganze Dauer nur 28 Tage betragen haben würde.

Göttingen, den 5. Junius 1816.

Unterthänigst

C. F. GAUSS.

BEMERKUNGEN.

Da der Bau der neuen Göttinger Sternwarte sich infolge der politischen Verhältnisse über viele Jahre hingezogen hatte, verzögerte sich auch die Herstellung der neuen Instrumente, die dort Aufstellung finden sollten. Auch mussten die zur Anschaffung erforderlichen Mittel auf mehrere Jahre verteilt werden, so dass GAUSS erst verhältnissmäßig spät in den Besitz der Instrumente gelangte. Die Originale der hier abgedruckten Berichte befinden sich im Kuratorium der Göttinger Universität.

BRENDEL.

[BESTIMMUNGEN DES SONNEN-
DURCHMESSERS AM MITTAGSFERNROHR.]

BRIEFWECHSEL.

[Briefwechsel zwischen GAUSS und BESSEL, Leipzig 1880.]

GAUSS an BESSEL, Göttingen, 5. März 1820.

Da man an dem REICHENBACHSchen Meridiankreise, wenn man nichts übereilen will, jeden Mittag nicht gut mehr als einen Sonnenrand, d. i. den obern oder den untern beobachten kann, so war mir daran gelegen zu sehen, einen wie grossen Sonnendurchmesser ein ähnliches Fernrohr gibt, und welche Uebereinstimmung dabei stattfindet; ich habe daher neulich alle meine mit dem [REICHENBACHSchen] Mittagsfernrohr beobachteten Sonnendurchmesser genau berechnet und folgendes gefunden:

	Fäden	Durchg.-Zeit	Reducirtes Resultat
1819 Aug. 29.	3	129,17	128,23
Dec. 26.	5	142,52	128,21
1820 Jan. 1.	2	142,30	128,31
4.	7	141,91	128,22
12.	7	140,71	128,13
13.	7	140,46	128,06
14.	7	140,60	128,35
15.	7	140,59	128,49
24.	7	138,39	128,15
Febr. 1.	7	136,44	128,01
9.	7	134,60	128,02
15.	7	133,56	128,28
16.	7	133,16	128,09
20.	7	132,53	128,27
22.	7	131,86	127,98
27.	7	131,17	128,16
28.	7	130,95	128,11
29.	7	130,71	128,02
März 5.	7	130,10	128,11
Mittel aus 122 Fäden			128,160.



Dies stimmt sehr nahe mit der Angabe in CARLINIS Tafeln. Ausgeschlossen sind hiebei die Beobachtungen im Herbst, weil Anfang September das Sonnen-
glas einen Sprung bekommen hatte, und ich so lange, bis ich von REICHENBACH
ein neues erhielt, gezwungen war, mich eines andern zu bedienen, wodurch
die Sonne roth und nicht so schön begrenzt erschien, wie durch die REICHEN-
BACHSCH[en]. Die Beobachtungen sind aus eben diesem Grunde, weil ich ihnen
weniger traute, auch nicht zahlreich,

21 Fäden geben im Mittel 128;213.

An den Tagen, wo die Differenz vom Mittel besonders gross ist, wie am 14.
und 15. Januar, wallte die Sonne sehr stark.

BESSEL an GAUSS, Königsberg, 20. November 1820.

. {Den mittleren Halbmesser der Sonne geben mir die oben an-
geführten 65 Sonnenbeobachtungen im Sinne der $AR = 16' 1'' 245$ und im
Sinne der Decl[ination =] $16' 1'' 11$; die erste Zahl ist kaum von der ver-
schieden, welche Sie mir einmal mittheilten.}

GAUSS an BESSEL, Göttingen, 11. März 1821.

. Von meinen eignen Beobachtungen am M[ittags-]F[ernrohr]
geben 271 Appulse von Januar—Julius 1820 den mittlern Halbmesser [der
Sonne] $16' 1'' 01$.

BEMERKUNGEN.

Das REICHENBACHSche Passageninstrument erhielt GAUSS im November 1818. Die im Nachlass er-
haltenen dürftigen und zum Abdruck nicht geeigneten Notizen umfassen Beobachtungen von etwa 66 Haupt-
sternen, deren Deklinationen HARDING gleichzeitig am REPSOLDSchen Meridiankreise bestimmte (vgl. Werke
IV, S. 426). Diese Notizen weisen im wesentlichen auf eine Beobachtungsreihe vom 27. Juli bis 29. August
1819 hin, obwohl die Beobachtungen wenigstens bis zum März 1820 fortgesetzt wurden, wie aus dem vor-
stehenden Briefe hervorgeht. Veröffentlicht sind jedoch nur die gelegentlichen Anschlüsse von Planeten
(Werke VI, S. 423—424).

Ausserdem diente das Passageninstrument in den Jahren 1819—1822 zur Beobachtung von Mond-
sternen, an die nach der bekannten von NICOLAI angegebenen Methode auf GAUSS' Vorschlag von ihm
selbst, von NICOLAI in Mannheim, SOLDNER in Bogenhausen, ENCKE auf dem Seeberg, SCHUMACHER in
Altona, F. G. W. STRUVE in Dorpat und BESSEL in Königsberg der Mond angeschlossen wurde (vgl. Werke
VI, S. 441 und sonst).

Man sehe auch den Aufsatz über GAUSS' astronomische Arbeiten, Werke XI 2.

BRENDEL.

[ÜBER DEN REPSOLDSCHEN MERIDIANKREIS.]

BRIEFWECHSEL.

GAUSS an GERLING, Göttingen, 25. August 1818.

. Ueber den REPSOLDSchen Kreis habe ich vor einigen Wochen
einen kleinen Aufsatz in die hiesigen G[elehrten] A[nzeigen*]) gegeben, den
Sie vermuthlich gelesen und daraus die Vortreflichkeit dieses Instruments
mit mehrern erschen haben werden. Die Mikroskope sind nicht unmittelbar
an dem Stein, sondern an dem (schiebbaren Theile der) Lager befestigt, durch
Arme, die sich auf zwei conischen Spitzen drehen, so dass die Mikroskope
eine kleine Bewegung senkrecht auf die Fläche des Instruments haben. Dies
ist deswegen nöthig, weil der Kreis keine absolut vollkommene Ebene ist, und
mit Hilfe eines Röllchens an den Mikroskopen, welches auf der Kreisfläche
läuft, behalten jene immer genau gleichen Abstand von dieser. Die Mikro-
skope werden nicht nach der Libelle eingestellt, sondern bleiben wo sie einmal
sind; täglich mehreremal oder vielmehr nahe bei jeder wichtigen Beobachtung
wird aber nivellirt und dabei die Mikroskope abgelesen (jedes 2 mal, weil
allemaal die Libelle auch umgehängt wird). Meine Erfahrung hat mich von
der Nothwendigkeit dieses Verfahrens überzeugt; anfangs hatte ich seltner
nivellirt und mehr auf die PONDSChe Art observirt, indem ich die Sterne auf
die nächsten Nordstern-Culminationen bezog; allein in 12 Stunden ändern
sich die Mikroskope oft um 3 bis 4 Secunden und zwar immer gemeinschaftlich,
welches auf ein Wanken des Steins, als Drehung um eine horizontale Axe
von Ost nach West, zu deuten scheint. Ich halte es für einen Fehler des
PONDSChen Kreises, dass ihm ein solches Versicherungsmittel wie meine herr-
liche Libelle ist, fehlt.

Ein definitives Resultat für die Polhöhe werde ich erst nach Jahr und
Tag geben können, wenn mehrere Circumpolarsterne in beiden Culminationen

[*] 1818 S. 1257, Werke VI, S. 410.]



oft genug beobachtet sind. Vermuthlich liegt sie zwischen $51^{\circ}31'49''$ und $50''$. Ich theile Ihnen einige bis jetzt reducirte Zenithdistanzen auf den Anfang von 1818 mit, denen ich Ponds Polardistanzen und die daraus folgende Polhöhe beisetze. Natürlich ist dies Verfahren des REPSOLDSCHEN Kreises unwürdig, und umgekehrt, wenn erst aus C[ircum]p[olar]sternen die Polhöhe abgeleitet ist, werden daraus die Declinationen geschlossen werden müssen. Indessen lässt sich vorläufig hieraus abnehmen, dass meine Declinationen von den PONDschen wohl nur sehr wenig abweichen werden. Bei α Librae würde die Uebereinstimmung mit den übrigen noch grösser sein, wenn ich dieselbe Refraction wie POND gebraucht hätte (ich habe BESSELS Tafel angewandt). Die Beob[achtungen] von mehreren andern Sternen habe ich noch nicht reducirt. Die Zahl der Beob[achtungen] ist nach der Formel $\frac{4ab}{a+b}$ berechnet, wo a die Zahl der Beob[achtungen] bedeutet, wo der Kreis im Osten war, b die wo er im Westen war (gemäss meiner Wahrscheinlichkeitstheorie).

Lauter Tag-Beobachtungen

	Beobb.	Z[enith-]D[istanz]	Ponds Pol[ar-]Dist[anz]	Polhöhe
Nordstern U. C.	16,5	- 40° 7' 53,60	1° 39' 44,35	51° 31' 50,75
β Ursae min. O. C.	13,7	- 23 22 7,18	15 6 2,50	50,32
Capella O. C.	8,9	+ 5 43 46,87	44 11 57,65	49,22
Arcturus	18,5	+ 31 23 43,25	69 51 53,95	49,30
β Leonis	14	+ 35 56 26,01	74 24 37,50	48,51
α Orionis	8,9	+ 44 9 57,13	82 38 8,85	48,28
α^2 Librae	13,7	+ 66 48 30,11	105 16 38,70	51,41

BEMERKUNGEN.

Die im Nachlass vorhandenen Stücke über GAUSS' Untersuchungen am REPSOLDSCHEN Meridiankreise sind äusserst spärlich und zum Abdruck nicht geeignet. GAUSS erhielt den Kreis im April 1818 und führte im wesentlichen neben der sorgfältigen Untersuchung des Instruments eine längere Reihe von Deklinationsbestimmungen von Zirkumpolarsternen und einige Rektascensionsbestimmungen, im besonderen des Polarsterns, aus. Die Beobachtungen mit dem Instrumente traten jedoch bald in den Hintergrund, als GAUSS im August 1819 in den Besitz des REICHENBACHSCHEN Meridiankreises gelangte, dem er nun seine Aufmerksamkeit zuwandte. Vgl. den Aufsatz über GAUSS' astronomische Arbeiten, Werke XI 2.

BRENDEL.

[BEOBACHTUNGEN AM
REICHENBACHSCHEN MERIDIANKREISE.]

BRIEFWECHSEL.

[WILHELM OLBERS, Sein Leben und seine Werke, II 1, Berlin 1909 und II 2, Berlin 1909. Briefwechsel zwischen GAUSS und BESSEL, Leipzig 1880. Briefwechsel zwischen OLBERS und BESSEL, 2 Bände, Leipzig 1852.]

GAUSS an OLBERS[, Göttingen, Mai 1819].

..... Ueber die Constantenfehler der Höhenmessungs-Instrumente sind noch von Niemand Untersuchungen angestellt, auch von BESSEL nicht. Meine Meinung ist, dass jedes Instrument hiebei ein Individuum ist, und dass wir das Wahre noch gar nicht kennen. Jedes Instrument wird seinem Bau nach, sowie wegen der Biegungen der Theile Fehler der gemessenen Zenithdistanzen von der Form $\alpha \sin z + \beta \cos z$ haben; der zweite Theil fällt weg bei Instrumenten, die umgewandt werden können, also nicht bei Ponds Kreise, aller Wahrscheinlichkeit nach ist er aber unmerklich. Allein der erste Theil kann meiner Meinung nach durch alles Aequilibiren nicht mit Gewissheit weggeschafft werden, und ich sehe durchaus kein Mittel, ihn zu erforschen, als durch den γ -Horizont[*]. Leider sind diese Beob. sehr mühsam und ich habe bisher nur erst ein Paar gemacht, die zeigen, dass α bei REPSOLDS Kreise nur sehr klein sein kann. Wäre BESSELS [CARYSCHER] Kreis fehlerfrei, so müsste, nach den Resultaten zu schliessen, α bei Ponds Kreise

[*] γ = Quecksilber.]



etwa = $-3,3$ u[nd] bei REPSOLDS Kreise = $-4,8$ sein, was anzunehmen mir schwer wird; eher möchte ich zugeben, dass PONDS Kreis fehlerfrei* sei und $\alpha = -1,5$ bei mir u[nd] = $+3,3$ bei BESSEL

BESSEL an GAUSS, 20. März 1820.

{ Was das neue Instr[ument], den Königsberger REICHENBACHSchen Meridiankreis) anlangt, so wird seine Güte hauptsächlich von der Unveränderlichkeit seiner Collimationslinie abhängen, worüber mir, des Wetters und einiger Veränderungen des Fadennetzes wegen, bis jetzt die Erfahrungen fehlen. Zu Anfang werde ich, um über diesen Punkt aufs Reine zu kommen, das Instr[ument] sehr häufig umlegen; später und wenn erst die Biegung des Fernrohrs untersucht sein wird, wird es zweckmässiger sein, die Kreise lange unberührt zu lassen. — Inzwischen zweifle ich nicht daran, dass fortgesetzte Beob[achtungen] manche Winke an die Hand geben werden, wie das Instrument recht zweckmässig angewandt werden kann. — Sie haben gewiss Recht, wenn Sie den Gebrauch der starken Vergrösserungen anrathen; allein die Übung und Gewohnheit macht auch hier sehr viel, und wenn es sich zeigen sollte, dass mit dem zweiten Oculare (dem nächst schwächsten) die Beob[achtung] eben so genau gemacht werden kann, so würde dieses den Vorzug haben, dass man dann das Fernrohr gar nicht berühren dürfte, indem dieses Ocular alle Fäden hinlänglich überschen lässt. — Wenn ich früher mit 44 m[aliger] Vergr[össerung] und 3 starken Metallfäden einen ziemlich kleinen Beobachtungsfehler erhielt ($0,1022$), so ist zu erwarten, dass die Vergrösserung, wovon ich rede, 5 feine Fäden und ein lichtstärkeres Fernrohr ihn auf die Hälfte reduciren werden, in welchem Falle ich die Annehmlichkeit, die das erwähnte Ocular darbietet, doch dem von der stärkeren Vergr[össerung] vielleicht zu erwartenden Vortheile gleich achten würde. Sobald anhaltend heiteres Wetter einfällt, will ich mit den verschiedenen Ocularen Versuche machen.

. Vier Beob[achtungen] des Polarsterns, wovon die 2 ersten und die 2 letzten in entgegengesetzter Lage gemacht sind, geben mir die Polhöhe $54^{\circ}42'50''79$. Später habe ich einen fehlgeschlagenen Versuch gemacht, dieses Sterns Z[enith]d[istanz] aus Oel zu nehmen; das Gefäss war etwa 8 Zoll breit und 16 Zoll lang, allein doch war die Oberfl[äche] nicht eben,

wie das undeutliche Bild des Sterns zeigte. Ich werde nun Wasser versuchen, was wohl besser gelingen wird. {[*]}

OLBERS an BESSEL, 20. April 1820.

{ Weder von PONDS noch von GAUSS' Erfolge der Versuche, auf einem Quecksilberhorizont zu beobachten, ist mir bisher etwas Näheres bekannt geworden. }

BESSEL an GAUSS, 30. April 1820.

{ Ueber die Polhöhe habe ich [mit dem neuen REICHENBACHSchen Meridiankreise] nur wenige Resultate, weil das Wetter nur selten ruhig genug ist; diese wenigen stimmen aber gut überein und ich theile sie Ihnen mit, da Sie selbst am besten wissen, welcher Werth solchen einseitigen Bestimmungen gebührt. Es sind Beobachtungen der doppelten Höhe des Polarsterns von einem Wasserhorizonte, die mit der Declination aus meinen Tafeln berechnet wurden.

. Hiernach wird die Polhöhe nahe an $[54^{\circ}42']50''$ kommen, wenn gleich noch viel fehlt, ehe man dieses bis auf $0,1$ oder $0,2$ behaupten kann. Directe Beobachtungen würden etwa $51,6$ geben oder die Biegung im Horizonte etwa = $3''$. — Hätte man die strenge Prüfung durch Beob[achtungen] von einem Horizonte nach meinem früheren Vorschlage bei den Wiederholungskreisen angewandt, so würde man vielleicht auch hier stets dieselben absoluten Höhen gefunden haben; denn diese Instrumente scheinen mir noch weit gefährlicher zu sein als unsere einfacheren* Meridiankreise, zumal da Flexion der Kreise und der von BOHNENBERGER aufgefundene Fehler[**] hinzukommen. Mein CARYScher Kreis ist aber so gebaut, dass an eine Flexion gar nicht zu denken ist; — wenn der neue [REICHENBACHSche] Kreis dieselbe Polhöhe gibt und sonach der Grund der Zweifel entweder geschwächt wird oder gar verschwindet, so wird es unnöthig sein, die lange projectirte Beobachtungsreihe über den Polarstern aus einem Horizonte wirklich zu machen. }

[*] Vermuthlich war die Krümmung des Quecksilberhorizonts infolge der Kapillarität der Grund, warum weder GAUSS noch BESSEL diesen sogleich regelmässig benutzten. Vgl. die auf Seite 312 abgedruckte Briefstelle.

[**] Wirkung der Schwere auf die Achse: BOHNENBERGER, Zusatz zu dem — (Werke VI, S. 393 abgedruckt) — Schreiben des Herrn Hoffrath Gauss, Zeitschrift für Astronomie, Bd. 4, S. 141, Juli-August 1817.



BESSEL an OLBERS, 11. Mai 1820*).

{ Ich habe mehrere Prüfungen [mit dem REICHENBACHSchen Meridiankreise] unter den Händen, unter denen die mit dem Wasserhorizonte die langwierigste werden wird, indem sehr windstilles Wetter dazu erfordert wird, und Sterne, die in dazu schicklichen Höhen culminiren, nicht sehr häufig sind. Inzwischen habe ich etwa 20 Culminationen beobachtet, theils gegen Süden theils gegen Norden, wodurch ich den Einfluss der Biegung vergrössere, indem ich eine Entfernung auf verschiedenen Seiten des Zeniths sowohl direkt als vom Wasserhorizonte beobachte. Sobald die Anzahl der Beobachtungen hinreichend ist, werde ich die Biegung herauszubringen suchen und sie dann mit der auf eine andere Weise gefundenen vergleichen. Ich habe nämlich eine Beobachtungsreihe über den Polarstern angefangen, welche mir die Höhen desselben ganz unabhängig, nicht nur von der Biegung, sondern auch von mehreren anderen, wenigstens möglichen, Fehlern, worüber ich Ihnen ein andermal schreiben werde, gibt: nämlich die Messung seiner doppelten Höhe oder die Entfernung des reflectirten Bildes vom Sterne selbst: dadurch erhalte ich die Polhöhe und diese verglichen mit der durch Umlegung des Instrumentes erhaltenen, gibt die Biegung. }

GAUSS an BESSEL, 12. Mai 1820.

. Ganz unveränderlich scheint der Collimationsfehler(**) am REICHENBACHSchen Meridiankreise] doch nicht zu sein. Ich habe seit dem 21. Febr[uar] bis jetzt erst zweimal umgelegt, in der ersten Periode war der Ort des Pols so gut wie ganz constant, in der dritten aber anfangs merklich kleiner, und jetzt scheint er eher grösser zu sein (in der ersten Periode im Mittel $321^{\circ}29'31''87$), wie folgendes Tableau zeigt, wo alle 12 Stunden von einander entfernten Beob[achtungen] eines und desselben Sterns (und zwar, bis auf genauere Reduction, ohne Rücksicht auf die 6stündige Declinationsänderung) aufgenommen sind. (Sie sehen zugleich daraus, dass ich zuweilen Sterne von der 5^{ten} Grösse im Mittag beobachte.)

* Die Briefe von BESSEL an OLBERS konnten beim Abdruck nicht mit den Originalen verglichen werden, weil ihr Verbleib, sowie der des ganzen OLBERSschen Nachlasses nicht zu ermitteln war.

** Indexfehler des Kreises.

April 13. ζ Cephei	321° 29' 29",36	April 18. δ Cephei	321° 29' 30",23
γ Cassiopeiae	30,42	ι Cephei	29,99
Nordst[ern]	30,40	× Cassiopeiae	29,83
δ Cassiop[eia]	29,53	Nordstern	29,49
ε Cassiop[eia]	29,43	» 19. β Cassiop[eia]	31,25
β Ursae min.	30,42	» 21. Nordstern	30,21
ζ Cephei	28,74	» 22. γ Cephei	30,40
ι Cephei	30,46	» 24. ε Cephei	31,57
α Ursae mai.	29,67	» 25. α Ursae	31,23
» 15. × Draconis	30,27	» 26. ι Cephei	31,81
ω Cephei (5 Gr.)	29,53	λ Draconis *)	30,54
Nordstern	31,17::	Mai 10. λ Draconis *)	31,70
» 17. α Ursae mai.	30,53	γ Cephei	31,79
Nordstern	29,58	» 11. γ ² Ursae min.	32,54
» 18. Nordstern	30,82	β Ursae min.	32,84

Ich möchte wohl wissen, wie Sie, wenn Sie eine ähnliche Erfahrung machen, es mit der Definitiv-Reduction der Beobachtungen halten wollen. Wenn man recht oft umlegt, also sehr kurze Perioden macht, so möchte es am zweckmässigsten sein, für den Ort des Pols das (gehörige) Mittel aus allen Bestimmungen in jeder Periode zum Grunde zu legen; aber das lässt sich nicht immer thun. Wenn in einer längern Periode der Ort des Pols etwas veränderlich erscheint, ohne dass man doch nachweisen kann, wann eine Veränderung eingetreten oder inwiefern sie allmählich erzeugt ist, so scheint einige Willkürlichkeit bei der Reduction nicht wohl zu vermeiden zu sein.

Um die Resultate unsrer Kreise zu vergleichen, wünschte ich, dass Sie mir einige Beob[achtungen] MASKELYNEScher Sterne(**) mittheilten. Ich würde gleich Ihnen mehrere schicken, wenn ich wüsste, welche Sie vorzüglich beobachtet haben. Damit Sie Ihrerseits nicht in demselben Fall sind, schreibe ich den Poll(***) hier her, wie er heute steht

*) Darzwischen in den Vorm[ittags]t[unden] fast immer ungünstig; auch Abhaltung durch meine leidigen Vorlesungen.

***) MASKELYNE hatte 1805 seinen Katalog von 36 Fundamentalsternen herausgegeben. Die Felder in der folgenden Tabelle enthalten die Anzahl der Beob. dieser 36 Sterne.

(***) Englische Bezeichnung für «Register».

4	12	18	6	4	—	—	—	5	d. i. γ Pegasi	4 mal
3	4	11	6	2	1	—	—	—	α Arietis	3 »
4	11	12	4	2	—	—	—	3	α Ceti	4 »
10	9	11	2	1	—	2	2	4	α Tauri	10 » etc.

Summa 153 Beob[achtungen].

Auf gut Glück wähle ich den Procyon aus; scheinbare Z[enith]d[istanz] bloss von Refraction nach Ihren Tafeln befreit

Erste Periode, Ort des Pols $321^{\circ}29'31''.87$

52 d. i. Februar 22.	$45^{\circ}48'49''.68$
58	$49,23$

Zweite Periode, Ort des Pols $38^{\circ}25'53''.54$

85	$314^{\circ}6'37''.10$
88	$36,06$
89	$37,29$
90	$36,42$

Dritte Periode, (Data zur Best[immung] des Pols: oben)

106	$45^{\circ}48'46''.61$
107	$46,32$
108	$47,42$
109	$47,93$
117	$47,19$
130	$46,59$

Ueber meine Polhöhe wage ich noch nichts zu bestimmen; dürfte man den Ort des Pols der 1. und 2. Periode verbinden, so wäre sie $51^{\circ}31'49''.16$; allein ich habe Ursache zu glauben, dass der Collimationsfehler in den ersten Tagen nach der ersten Umlegung sich etwas geändert hat, das Wetter erlaubte damals nicht gleich, Circumpolarsterne zu beobachten. Beim zweiten Umlegen war es günstiger und ich erhielt von 13 Sternen, die ich vorher beobachtet hatte, die unmittelbar folgende entgegengesetzte Culmination (dies scheint mir im allgemeinen die sicherste Art zu sein) allein leider war damals dazwischen ein kleines Derangement des Netzes (vielleicht durch ein Insect oder sonst etwas darauf gefallenes) gewesen; übrigens gaben diese 13 Sterne

im Mittel fast genau $51^{\circ}31'48''.00$. Versteht sich, dass dies noch etwanige Flexion oder alle sonstige Einwirkung der Schwere involvirt, in Beziehung auf welche jedes Instrument als Individuum betrachtet und unerlässlich durch directe Beobachtung der Einfluss bestimmt werden muss (welches übrigens keine Eile hat). Ich habe erst neulich und zwar gerade den Abend vor Empfang Ihres Briefs die erste Beobachtung des Nordsterns auf einem Wasserhorizont gemacht, welche in Zukunft öfters wiederholt werden soll. Jene gab

<p>Mai 10. oder $130^{\circ}12^{\circ}56''$ direct $319^{\circ}50'20''.51$ W[ahre] Z[enith]—D[istanz] $40^{\circ}7'21''.74$ (flüchtig reflect[irt] $220\ 5\ 3,99$) Decl[ination] $88\ 20\ 51,05$ berechnet)</p>	<p>Polhöhe $51\ 31\ 47,21 - db.$</p>
--	---

BESSEL AN OLBERS, 5. Juni 1820.

{ Meine Untersuchungen über die Polhöhe geben jetzt im Mittel unter Voraussetzung der Declination des Polarsterns $50^{\circ}18'$; ohne Wasserhorizont $51^{\circ}9'$ Polhöhe. }

BESSEL AN GAUSS, 1. Juni 1820.

{Unter dem herzlichsten Danke für die vielen lehrreichen Mittheilungen Ihres Briefes vom 12. Mai überschiebe ich Ihnen hier einige Beobachtungsreihen von MASKELYNESCHEN Sternen, die nun zeigen werden, wie unsere Kreise sich gegen einander verhalten: }

[folgen Beobachtungen von α Aurigae, β Tauri, α Canis mai., α Geminorum, α Canis min., β Geminorum, von März 6. bis Mai 25.]

GAUSS AN BESSEL, 28. Juni 1820.

. Sehr interessant waren mir Ihre Beobachtungen von 6 Sternen. Ich schicke Ihnen hier meine Beobachtungen derselben Sterne. Es scheint, dass die meisten nahe mit den Ihrigen harmoniren und dass meine Beob[achtungen] die Polardistanzen nur etwa $1''$ grösser geben mit Ausnahme des Sirius, wo meine Beob[achtungen] die Polardistanz wohl $7''$ grösser geben.



Hier meine Beobachtungen[*]. Das Datum ist durch die gezählten Sterntage designirt, so dass z. B. 53 die Culmination am 23. Februar bedeutet.

Capella	β Tauri	Sirius	Castor praec.	Procyon	Pollux	Spica
I.	I.	I.	I.	I.	II.	III.
53 5°41' 47,04	71 25° 2'38",20	53 67°55'10",26	52 19°13' 3",28	52 45°45'40",68	94 23° 6'52",82	108 61°42'52",27
54 5,00	77 39,16	57 10,22		58 49,23	95 51,05	109 52,70
57 4,71	78 39,21	58 10,95	II.		101 51,73	110 52,77
60 6,53		74 11,90	85 19°17'33",40	II.	102 51,08	132 54,14
69 5,63		78 12,39	88 34,76	85 45°53'22",00		140 55,26
	II.				III.	144 53,70
	85 23° 7'11",13		89 34,26	88 25,84		
	88 13,55	II.	90 34,73	89 22,71	103 23° 2'15",47	
79 5°42'38",35	90 14,68	81 68° 2'45",77	101 33,73	90 23,58	104 16,24	IV.
85 38,62	96 13,70	85 46,23			111 15,18	162 61°47'27",39
88 41,23		87 47,86	III.	III.	115 15,20	169 25,84
92 41,75	III.	88 46,96			116 15,08	177 26,26
100 39,34	106 23° 2'30",24	89 47,52	106 19°12'56",97	106 45°48'46",61	120 19,95	178 25,40
		90 47,45	107 36,65	107 46,32		
		98 39,13	108 47,45	112 35,00	126 14,35	
	III.	111 39,81	94 47,78	115 58,80	130 47,03	137 15,51
104 5°41' 6",52	128 39,38	98 45,83	130 57,30	117 47,10	144 15,31	
108 6,43		100 45,13	137 58,05	130 48,59	145 15,40	
		102 45,45		137 48,68		
				144 45,02		
		III.		IV.		
		104 67°58'12",09				
		106 30,81		157 45°53'19",49		
		126 6,98		158 19,57		
		133 6,00				
		IV.				
		130 68° 2'39",82				

Ich habe auch die bisherigen Beobachtungen von α Virginis beigefügt in der Hoffnung, dass dieses zur Aufklärung des grossen Unterschiedes beim Sirius etwas beitragen wird. Die Refractionen sind alle nach Ihrer Tafel (die ich mir in eine etwas andere Form gebracht habe) berechnet.

In den geraden Perioden habe ich gleich die Complementary zu 360° von dem, was das Instrument gab, angesetzt. Die scheinbare Zenithdistanz des Pols ist

I	51° 29' 31",92	} sind noch keine Definitivresultate, werden aber schwerlich mehr als ein Paar Zehntel anders ausfallen**).
II	34 6,46	
III	29 30,78	
IV	34 6,65	

[*] Scheinbare Örter.

**] Ausser der letzten (IV), die sich nur auf sehr wenige Circumpolarsternbeobachtungen gründet und vielleicht etwa 1" zu klein ist.

Alle obigen Beobachtungen, die der Capella ausgenommen, sind nach HARDINGS Hilfstafel berechnet. Ich setze bloss die Mittel her*):

β Tauri	Sirius**)	Castoris praec.	Procyon	Pollux	Spica
I. 3 28°26'41",24	I. 5-16°28'35",91	I. 1 22°16'20",50	I. 2 5°40'41",97	II. 4 28°27'5",80	III. 6-10°13'6",67
II. 4 41,76	II. 10 36,01	II. 5 21,67	II. 4 42,45	III. 10 6,41	IV. 4 4,22
III. 4 40,97	III. 4 35,93	III. 6 22,28	III. 8 42,39	G. 14 28°27'6",24	G. 10-10°13'5",60
	IV. 1 34,71	G. 12 32°16'21",84	IV. 2 43,39	B. 7,16	
G[Atlas] 11 28°26'41",33	G. 20-16°28'35",90	B. 23,20	G. 16 5°40'42",36	Diff. + 6,88	
B[essel] 42,88	B. 28,80	Diff. + 1,32	B. 43,00		
Diff[erenz] + 1,32	Diff. + 7,00		Diff. + 0,64		

Im ganzen Junius ist das Wetter äusserst schlecht gewesen; nur ein Paar Circumpolarsternbeobachtungen habe ich erhalten. Ueberhaupt muss Ihr Klima viel besser sein, als das hiesige. Wenn ich den Ort des Pols bloss auf den Nordstern gründen wollte, so würde ich in Monatsfrist auch nicht eine einzige Bestimmung gehabt haben (kaum einmal eine einseitige). Für mich ist eine Anzahl von Normalsternen ein wahres Bedürfniss. Bei günstigem Wetter habe ich es übrigens recht gut thunlich gefunden, den Nordstern auch bei Tage aus einem Wasserspiegel zu beobachten; eine vollständige Beobachtung der Art, die ich am 13. Mai gemacht habe, werden Sie in den hiesigen G[elehrten] A[nzeigen, Werke VI, S. 429] gefunden haben. — Sonnenbeobachtungen am Kreise habe ich seit Eröffnung des Tagebuchs erst 29 erhalten. Die gleichzeitigen Beobachtungen am M[ittags]f[er]nröhr sind grösstentheils noch nicht reducirt (weil so häufig bei der Sonne oder den verglichenen Sternen ein oder der andere Faden ausfällt, so habe ich die Reduction aufgeschoben, bis ich die Fadenintervalle des neuen Netzes aus 25 vollständigen Nordsternbeobachtungen haben würde, welche Anzahl ich erst gestern voll erhalten habe; eben deswegen sind auch die meisten Rectascensionen am Kreise noch nicht reducirt). Verglichen mit den Mayländer Ephemeriden geben meine Beobachtungen mit wenigen Ausnahmen bis zum Solstitium den Sonnenort etwas nördlicher; drei Beobachtungen in der Nähe des Solstitiums hingegen geben:

*) Ohne eigene Bewegung auf den Anfang v[on] 1820 reducirt.

**] Aus meinen Beobachtungen des Sirius habe ich den wahrscheinlichen Fehler Einer Beobachtung = 0",61 gefunden.

Juni 20	- 1,54	}	Mittel - 0,22.
25	+ 0,64		
27	+ 0,23		

Hienach scheinen also die Sonnentafeln einer Vergrößerung der Epoche jetzt zu bedürfen; über das Quantum aber kann ich noch nicht urtheilen, bis die Beob[achtungen] erst lange genug nach dem Solstitium fortgesetzt und schärfer discutirt sind. Doch vermurthe ich, dass sie wenigstens so gross, wo nicht grösser, ausfällt als Ihre Rectascensionvermehrung der Fundamentalsterne mit sich bringt.

BESSEL AN GAUSS, 10. Juli 1820.

{Ihr lieber Brief vom 28. Juni hat mich auf einen Fehler beim Sirius aufmerksam gemacht. Wenn man diesen Fehler abändert, so geben 23 Beob[achtungen], genau reducirt, $106^{\circ} 28' 33,57$, und wenn man zwei davon ausschliesst, welche am 7. und 11. März, als ich das Instrument noch zu wenig in Ordnung hatte, gemacht wurden, $33,15$. Für α Virginis finde ich aus 16 Beob[achtungen] $100^{\circ} 13' 5,50$; für α Leonis aus 13 Beob[achtungen] $77^{\circ} 9' 24,01$; für β Leonis aus 14 Beob[achtungen] $74^{\circ} 25' 18,21$. — Ich bin eben beschäftigt, mehrere Sterne zu reduciren, so dass Sie also noch mehrere Vergleichungspunkte erhalten können und werden.

Inzwischen geht aus Allem hervor, dass Ihre Polardistanzen etwas grösser ausfallen werden, als die meinigen. Es wird sich wohl zeigen, was der Grund davon ist; allein ich bemerke, dass ausser der Biegung noch eine kleine Ursache zur Verschiedenheit vorhanden sein kann, die es vielleicht der Mühe werth wäre ganz zu entfernen, damit wir früher als beim letzten Endresultate vollkommen zusammenstimmen. Es ist wohl nicht ganz einerlei, wo man das äussere Thermometer hingängt.

Ich habe das ununterbrochen trübe Wetter benutzt, einige Beobachtungen zu reduciren, und namentlich habe ich gesucht, die Biegung herauszubringen. Zwei Reihen von Beob[achtungen] geben aber keine gute Uebereinstimmung, indem ich aus der einen diese Biegung im Horizonte = $2''$ und aus der anderen = $1''$ finde; ich kann noch nicht genau angeben, wie weit dieses ausserhalb der Wahrscheinlichkeit liegt, allein ich setze diese Untersuchung fort und

hoffe, wenn nur endlich das Wetter sich ändert, bald der Wahrheit ziemlich nahe zu kommen, wozu die Möglichkeit der Tagbeobachtungen von Wasser förderlich ist. Seit dem 23. Juni habe ich den Polarstern nicht auf diese Art beobachten können, indem nur 3 Culminationen bei heiterem aber unruhigem Wetter vorgefallen sind. Uebrigens glaube ich meine Polhöhe bis auf $50,7$ vergrössern und die Declination meiner Tafeln um $0,30$ verkleinern zu müssen. Ob diese letzte Aenderung richtig ist, kann ich noch nicht behaupten, da einige Reihen eben so bestimmt eine grössere Verminderung angeben als andere die Richtigkeit der Tafeln, oder gar eine geringe Vermehrung; wobei es mir fast scheint, als ob beide durch den Umstand von einander geschieden werden, dass die Nacht-Culmination in eine Tag-Culmination überging. Es wird überhaupt sehr misslich sein, vor einem Jahre definitive Resultate zu ziehen. . . . Nach meinen bisherigen Untersuchungen müssen Sie, wenn nicht die Strahlenbrechung einen kleinen Unterschied hervorbringt, bei Ihrem Instrumente die Biegung sehr nahe = 0 finden. Ich bin sehr begierig zu hören, was Ihre Untersuchungen wirklich geben werden; doch vielleicht finde ich schon ein vorläufiges Resultat in dem Aufsätze in den G[elehrten] Anz[eigen*], dessen Sie erwähnen, der aber noch nicht hier ist.

BESSEL AN OLBERS, 3. August 1820.

{ Sobald ich die Biegung meines Instruments vorläufig = $1,5$ bestimmt hatte und die dadurch verbesserten Polardistanzen mit den mir von Göttingen mitgetheilten verglich, erkannte ich, dass das Göttinger Instrument eine weit geringere Biegung haben muss; dass sie aber ganz unmerklich sein sollte, glaube ich kaum. }

GAUSS AN BESSEL, 17. August 1820.

. Ich habe seit einiger Zeit die Zenithalsterne beobachtet, die SCHUMACHER in Lauenburg im vorigen Jahre observirt hatte. Jeder Stern ist in beiden Lagen des Instruments 3 mal oder darüber beobachtet. 13 Sterne sind jetzt absolvirt und die übrigen 5 oder 6 hoffe ich auch bald zu beendigen. Ich habe jetzt die Reduction auf den Anfang von 1820 gemacht (ganz mit

[*] Göttingische Gelehrte Anzeigen, Stück 91, 1820 Juni 5; Werke VI, S. 429.]



Ihren Elementen). Ich meine SCHUMACHER habe mir gesagt, dass er auch Sie zu Beobachtungen dieser Sterne aufgefordert habe. Vielleicht haben Sie also auch bereits die Data zur Vergleichung. Hier meine Resultate:

47 Draconis	7° 38' 26,35 N.	E[rror] I[ndicis]	2' 17,19
Cephei 2 Hev.	6 50 16,06		16,96
48 Draconis	6 2 55,95		17,36
53 Draconis	5 1 32,34		17,06
33 Cygni	4 29 25,71		18,35
49 Draconis	3 52 25,79		17,18
46 Draconis	3 49 49,51		16,62
51 Draconis	1 35 38,56		16,96
× Cygni	1 30 37,18		17,20
20 Cygni	1 0 18,21		17,54
ι Cygni	0 10 46,28 S.		17,06
ι Cygni praec.	1 25 6,27		18,03
θ Cygni	1 43 15,97		17,79

Mittel des C[ollimations]-F[ehlers] 2' 17,33

bei gewöhnlicher, d. i. 220 maliger Vergrößerung des M[eridian]-F[ern]r[ohrs].

Meine gleichzeitigen Circumpolarstern-Beobachtungen gaben den Ort des Pols (so weit sie bisher berechnet sind)

Kreis in Ost	321° 29' 31,46	also P[ol]h[öhe]	51° 31' 48,79
» » West	38 25 54,03		48,64

Mittel 51° 31' 48,71

welches noch die Flexion implicirt. Inzwischen weicht dieselbe nur 0,31 von derjenigen ab, die ich durch die Beobachtungen aus dem Wasserhorizont mit den directen abgeleitet, und dies ist eine so kleine Grösse, worüber man bei einem nicht multiplicirenden Instrument mit Verniertheilung wohl nie etwas entscheiden kann.

GAUSS an BESSEL, 7. December 1820.

Bei der Reduction der Beobachtungen zu Polardistanzen hingegen nehme ich den Ort des Pols nur von einer Umlegung zur nächsten als

constant an und bestimme diesen aus dem Ensemble aller Circumpolarsterne (etwa vom Zenith bis zum Pol), die während der Zeit in beiden Culminationen beobachtet sind. Wenn dies Verfahren immer streng befolgt wird, so ist wenigstens am Ende kein constanter Fehler zu befürchten. Meine Beobachtungen vom Febr[uar] bis Sept[ember] zerfallen so in 7 Perioden, und ich hatte bis dahin erst für die 4 ersten Perioden den Ort des Pols definitiv bestimmt. Zur Reduction der übrigen 3 konnte ich lange nach meiner Zurückkunft, wo eine Menge zum Theil verdriesslicher Geschäfte auf mich warteten, keine Zeit finden. Ich habe daher, um, was noch von jener übrig war, abzuthun, auch noch die beiden letzten Nächte zu Hülfe genommen und werde Ihnen sogleich meine Endresultate anzeigen.

Ort des Pols in den einzelnen Perioden: Gewicht:

I.	321° 29' 31,92	43,9
II.	38 25 53,58	64,0
III.	321 29 30,78	90,8
IV.	38 25 53,68	25,1
V.	321 29 31,37	21,5
VI.	38 25 54,53	10,7
VII.	321 29 32,74	8,7

Die einzelnen Bestimmungen stimmen immer sehr gut und zeigen gar keine Spur eines Unterschiedes nach den Declinationen, als Beweis der Vortrefflichkeit Ihrer Refractionstafel; ja selbst noch südlichere Sterne, wie α Cygni, α Aurigae, stimmen immer gut genug, ich habe sie aber nie zugezogen. Als Beispiel die fünfte Periode:

δ Ursae min.	321° 29' 30,64	Gewicht: 2,0
ε Ursae min.	31,41	4,0
ι Draconis Hev.	31,70	2,0
ζ Draconis	31,13	2,7
ο' Ursae mai.	31,57	2,0
d Camelopardalis	31,41	4,8
δ Aurigae	31,44	2,0
θ Ursae mai.	31,65	2,0

Die Reductionen der Sterne sind nun so gemacht, dass ich, wenn der



Stern in einer Periode a -mal beobachtet] ist und das Gewicht der Best[immung] des Pols = b war, das Gewicht der Declination $\frac{ab}{a+b}$ setze. Z. B. [Piazzi] XX, 222 ist in der fünften Periode einmal, in der sechsten dreimal, in der siebenten dreimal beobachtet, daraus

V.	59° 48' 55,73	Gewicht 1,0
VI.	56,16	2,3
VII.	56,60	2,2
	59° 48' 56,26	5,5

Meistens stimmen die Resultate[*] aus verschiedenen Perioden recht gut, nur bei ein Paar Sternen (wo auch die Luft etwas stark zitterte) sind sie [die Unterschiede] grösser, nämlich:

γ Cephei	61° 8' 30,65	1,0	ω' Cygni	48° 47' 26,06	1,8
	34,25	2,3		25,17	2,3
	32,69	2,2		28,74	0,9

Hier nun meine Endresultate[*], denen ich noch das Datum, wofür das Mittel gilt, beigeschrieben habe, da die eigne Bewegung noch nicht abgezogen ist. Ich habe noch α Lyrae und α Cygni beigefügt:

		Gewicht			
γ Cephei	61° 8' 32,97	5,5	August 18.	B[ESSEL:]	-1,50
XX. 222	59 48 56,26	5,5	" 17.		-0,84
ι Draconis	59 36 0,19	4,5	" 20.		-
47 "	59 10 15,18	5,3	Juli 21.		+0,15
2 Ceph[ei] Hev.	58 22 4,48	4,9	August 9.		+0,31
48 Draconis	57 34 44,79	6,1	Juli 21.		-0,91
53 "	56 33 21,14	6,1	" 21.		-0,62
33 Cygni	56 1 13,71	4,9	August 9.		-0,86
49 Draconis	55 24 14,60	6,1	Juli 20.		-0,78
46 "	55 21 38,26	6,1	" 21.		-0,20

[*] Für die von SCHUMACHER in Lauenburg beobachteten Sterne; vergl. den Brief an BESSEL vom 17. August 1820, S. 327.]

XX. 391	53 49 48,37	4,5	August 20.	[BESSEL:]	-0,74
51 Dracon[is]	53 7 27,35	6,1	Juli 21.		-0,57
\times Cygni	53 2 25,99	6,1	" 21.		-1,06
XXI. 32	52 49 56,04	4,5	August 19.		-2,25
20 Cygni	52 32 6,67	5,0	" 9.		-0,85
ι "	51 21 2,15	5,7	" 4.		-1,00
c " praec.	50 6 42,23	5,0	" 9.		-0,54
c " sequ.	50 6 15,77	4,5	" 19.		-1,10
θ "	49 48 32,67	6,3	" 5.		-1,19
ω' "	48 47 26,13	5,0	" 12.		-0,59
α "	44 38 30,63	6,3	" 13.		-
α Lyrae	38 37 19,68	6,1	Juli 21.		-

Mittel ohne Rücks[icht] auf Gew[icht] -0,80

Von α Cygni sind noch zwei alte Bestimmungen, welche geben

44° 38' 30,37 [Gewicht] 2,0 April 9.

Auch ist früher γ Cephei als Circumpolarstern in der ersten Periode beobachtet:

Decl[ination] 61° 8' 31,92 Gewicht = 4,8 Febr[uar] 29.

Ebenso mehrere Ihrer andern Sterne, δ , ϵ , ζ Cephei und c Lacertae, deren Resultate aber heute der Kürze der Zeit wegen ich nicht ebenso zusammenstellen kann. So lasse ich auch erst künftig die Resultate für die MASKELYNEschen Sterne vollständig folgen.

Ueber die Unterschiede unsrer Declinationen wage ich noch kein Urtheil zu äussern, wir müssen erst viel mehr Erfahrungen vergleichen. Wie glücklich würde man sich vor wenigen Jahren schon bei einer solchen Uebereinstimmung gehalten haben, zumal bei einem Instrument von so kleinen Dimensionen, was nicht repetirt und wo die Ablesung im Grunde noch der schwache Theil ist.

. Damit Sie desto leichter prüfen können, ob vielleicht einer von uns bei Piazzi XXI. 32, der am meisten differirt, einen Reductionsfehler begangen hat, setze ich die Beob[achtungen] noch dafür einzeln her.



BESSEL AN OLBERS, 8. Februar 1821.

{ Ich glaube es wird Ihnen angenehm sein, das Verhalten der Pondschen Polardistanzen gegen die, welche mein Instrument gibt, genau kennen zu lernen. }

. Dass Ponds Polardistanzen also sämmtlich zu klein sind, darüber ist nicht der geringste Zweifel, da auch die meinigen noch um etwa $1'' \times (\cos \varphi + \sin ZD)$ vergrößert werden müssen. }

GAUSS AN BESSEL, 11. März 1821.

Ihren Brief vom 28. Dec[ember] würde ich schon früher beantwortet haben, wenn ich nicht gewünscht hätte, die Resultate meiner Beobachtungen der Fundamentalsterne von 1820 mit beizufügen. Erst jetzt hat HARDING die vor einem Jahre angefangene Hülftafel vollendet, und ich eile daher, Ihnen jetzt diese Resultate anzuzeigen, doch bloss für Sie, indem ich mir deren baldige Bekanntmachung vorbehalte. Bei der Gewichtsbestimmung ist auf die Menge der Beob[achtungen], woraus in jeder Periode der Ort des Pols bestimmt war, Rücksicht genommen und also das Gewicht Einer Zenithdistanz, als solcher, als Einheit angenommen. Die Differenzen mit den Zahlen, die Sie mir aus Ihren Beob[achtungen] angezeigt haben, sind so klein, und etwas Constantes so wenig bestimmt durchscheinend, dass unsre Instrumente beinahe als übereinstimmend angesehen werden mögen. }

[Folgt eine Tabelle, deren Angaben unten in der Zusammenstellung Seite 346 verwendet worden sind.]

BESSEL AN OLBERS, 9. April 1821.

{ Die constante Differenz zwischen den Declinationen südlicher Sterne, hier und in Göttingen beobachtet, scheint nun gänzlich verschwunden zu sein; wenigstens stimmen die mir von GAUSS jetzt mitgetheilten Angaben für die Fundamentalsterne fast vollkommen und weichen nur um einige Zehntelsekunden + und - voneinander ab. Man wird dies durch Wiederholung der Beobachtungen noch weiter treiben können; allein das Hauptaugenmerk muss immer auf die constanten Fehler gerichtet sein, indem

die Erkenntnis derselben der Bestimmung erst Interesse und Werth geben muss. }

BESSEL AN GAUSS, 19. April 1821.

{Es ist mir auffallend gewesen, aus Ihrem verehrten Briefe vom 11. März zu sehen, dass unsere Declinationen der Fundamentalsterne jetzt übereinstimmen, da dieses doch früher nicht der Fall zu sein schien. Es wird aber dadurch gezeigt, dass es immer misslich ist, auf wenige und stets in einer Jahreszeit gemachte Beob[achtungen] ein Resultat zu gründen, selbst wenn die zufälligen Beobachtungsfehler sehr klein sind. Wie unsere gemeinschaftlichen Beob[achtungen] dieser Sterne nun mit der Biegung, welche doch bei unseren Instrumenten verschieden zu sein scheint, vereinigt werden können, muss die Folge lehren. Ich theile Ihnen hier noch die Differenzen für die Sterne mit, welche ich Ihnen früher nicht angab: (Beobb. von 1820)[*]. }

OLBERS AN GAUSS, 22. Januar 1824.

{ Bei Gelegenheit des geringen Unterschiedes, im Mittel $1''89$, der Münchener Polhöhe fiel mir ein, [ein]mal gehört zu haben (von wem weiss ich nicht mehr, von BESSEL selbst war es nicht), dass BESSEL Ihre Polhöhe von Göttingen um $1\frac{1}{2}''$ zu gross halte. Wenn B[ESSEL] dies wirklich glaubt oder geäußert hat, so kann dies doch wohl nur daher rühren, dass Sie aus hinreichenden Gründen BESSELS Refraction nicht gebraucht haben. . . . }

GAUSS AN OLBERS, 1. Februar 1824.

. Sehr befremdet hat mich die Stelle Ihres vorletzten Briefes, dass BESSEL geäußert haben soll, er halte meine Polhöhe für $1''5$ zu gross. Sie drücken Sich so aus, als halten Sie für zweifelhaft, ob er dieses wirklich geäußert habe, und nehmen es nur unter der Voraussetzung an, dass ich seine Refraction aus Gründen nicht gebraucht hätte. Allein diese Voraussetzung hat nicht Statt, und BESSEL weiss, dass ich seine Refraction ge-

[*] Diese sind auf Seite 346 verwendet worden.]



braucht habe, obgleich seine Gründe mich keinesweges überzeugt haben, dass es nothwendig sei, die äussere Temperatur zum Grunde zu legen. Letzteres habe ich jedoch bisher der Gleichförmigkeit wegen wirklich gethan.

Was übrigens meine Polhöhe betrifft, so ist sie allerdings insofern hypothetisch, als ich die Inflexion des Fernrohrs noch nicht hinreichend untersucht habe. Insofern diese Inflexion vernachlässigt wird, kann ich von meiner Polhöhe nach den Beobachtungen von 1820 Nichts ablassen. Die eigne Untersuchung der Inflexion halte ich keinesweges für unnöthig, sondern sie ist nur verschoben, bis die Zeit dazu sein wird. Dass ich sie aber bisher = 0 gesetzt habe, geschah

1) weil die wenigen Beobachtungen aus dem Wasserhorizont gar keine merkliche Flexion anzeigen,

2) weil BESSELS Declinationen der südlichen Sterne (Fundamentalsterne) sehr gut mit den meinigen übereinstimmen.

Es ist an sich nicht unmöglich, dass zahlreiche Beobachtungen eine nicht ganz unmerkliche Flexion geben u[nd] vielleicht meine Polhöhe um 1" kleiner geben können. Allein dann würden alle meine Bestimmungen der Fundamentalsterne südlicher werden als die BESSELSchen u[nd] ich habe durchaus keinen Grund, meine Bestimmungen für weniger genau zu halten als die BESSELSchen.

Auf keinen Fall kann ich darin auch nur den kleinsten Grund zur Verminderung meiner Polhöhe finden, dass ihre Uebertragung auf München mittelst der geodätischen Messungen 177 mehr gibt als die dortigen Messungen.

Wenn man übrigens überlegt, was für eine ungeheure Arbeit erfordert wird, um eine Ungewissheit von 1" auf eine Ungewissheit von $\frac{1}{4}$ " zu reduciren, und zwar eine an sich durchaus geistlose Arbeit, so wird man zweifelhaft, ob der Zweck so viel werth ist wie die Mittel, und ob man es verantworten könne, einen grossen Theil der Kräfte eines Menschenlebens darauf zu wenden.

GAUSS AN OLBERS, 2. Februar 1824.

Nothwendig muss ich heute noch einmal auf die Polhöhe meiner Sternwarte zurückkommen.

Ich habe Ihnen gestern geschrieben, dass ich, 1) wenn mein Instrument keine Flexion hat, von meiner Polhöhe $51^{\circ}31'48,7$ nichts ablassen kann, 2) dass ich das Dasein einer merklichen Biegung an sich gar nicht für unmöglich halte, da die sehr wenigen bisherigen Beobachtungen aus dem Wasserhorizont (die genau genommen eine kleine Biegung in dem Sinne, dass das Instrument die Z[enith]d[istanzen] zu klein angibt, wirklich andeuteten) lange nicht zureichen, dies zu entscheiden, 3) dass aber, wenn eine Biegung (in dem Sinne, wie ich gesagt habe, eine negative Biegung) Statt finde, sie die Uebereinstimmung meiner Declinationen der Fundamentalsterne mit den BESSELSchen zerstören u[nd] meine südlicher geben würde, und dass ich aus dieser Ursache bisher immer geglaubt habe, die Biegung könne nicht merklich sein, da ich mir bewusst bin, meine eignen Beobachtungen mit Sorgfalt u[nd] schöner Uebereinstimmung unter sich gemacht zu haben.

Sie sehen, die Eine Hälfte meines Arguments beruht gerade auf dem Vertrauen selbst, was ich zu BESSELS Bestimmungen habe.

Allein heute gestaltet sich die Sache ganz anders.

Meine Declinationen der Fundamentalsterne stimmten mit den BESSELSchen sehr schön überein, ohne einen Ausschlag nach einer Seite zu zeigen, nach dem Verzeichniss der Declinationen, welches BESSEL mir, vor 3 Jahren etwa, in einem Briefe[*] schickte. Dies habe ich immer im Gedächtnisse gehabt und gar nicht daran gedacht, es mit dem später gedruckten zu vergleichen. Der 7. Band von BESSELS Beob[achtungen] war sogar bisher noch nicht gebunden, da ich mich begnügt hatte, die Einleitung im allgemeinen zu durchlaufen, ohne die Zahlen mit den Briefen zu vergleichen.

Allein heute bekomme ich diesen Band vom Buchbinder zurück u[nd] sehe, dass diese Declinationen alle ganz anders sind als die im Briefe. Jetzt sind von 35 Fundamentalsternen (α^2 Capricorni habe ich gar nicht beobachtet) 34 bei mir nördlicher und nur einer, α' Capricorni, den ich aber nur Einmal beobachtet habe, $0,16$ südlicher.

Mein Argument fällt also hienach ganz weg, und ich halte es nunmehr, wieder im Vertrauen auf BESSELS Bestimmungen**) für höchst

[*] In dem Briefe vom 19. April 1821, S. 333.]

**) Denn meine durch Flexion nicht verbesserten Declinationen weichen von den BESSELSchen in demselben Sinn ab, obwohl nicht so viel, wie die aller andern Astronomen PIAZZI, BRINKLEY, ORIANI u[nd] POND.



wahrscheinlich, dass alle meine Zenithdistanzen zu klein sind und die Polhöhe zu gross.

Auch meine Circumpolarsterne, die alle ganz unabhängig von der Polhöhe durch obere und untere Culmination bestimmt sind, stimmen damit überein. Ich habe 1820 37 solcher Polarabstände bestimmt; unter diesen sind 17, die BESSEL auch hat, und unter diesen sind 14, wobei meine Polardistanz kleiner ist als bei BESSEL, wie eine negative Flexion meines Instruments es hervorbringen müsste; die drei, wobei meine Polardistanz grösser ist, sind

Nordstern	+ 0,16
ζ Ursae min.	+ 0,95
β Ursae min.	+ 0,64

alle dem Pol noch näher, wo also die Flexion jene Wirkung noch nicht so entschieden zeigen kann. Beim Nordstern ist ohnehin der Unterschied fast 0, und von ζ Ursae min. habe ich nur 2 Beob[achtungen] (bei β das Gewicht von 12,6 Beob[achtungen]).

Ich werde einstweilen aus der Vergleichung mit BESSELS Bestimmung die Flexion abzuleiten suchen[*], bis sich Zeit u[nd] Gelegenheit findet, sie direct selbst zu bestimmen.

Wenn ich die Declinationen der von mir im Aug[ust] 1820 beob[achteten] Zenithsterne von BESSEL entlehnen wollte, so würden diese Sterne folgendes Resultat meiner Polhöhe geben:

γ Cephei	51° 31' 46,82	P[IAZZI] XX. 391	51° 31' 46,73
P[IAZZI] XX. 222	47,56	51 Drac[onis]	46,76
47 Drac[onis]	47,52	x Cygni	46,82
Ceph[ei] 2 Hev.	47,65	P[IAZZI] XXI. 32	46,54
48 Drac[onis]	46,72	20 Cygni	46,32
53 Dracon[is]	46,94	ι Cygni	46,36
33 Cygni	46,60	c' Cygni pr[aec].	47,01
49 Dracon[is]	46,77	" sequ.	46,70
46 Dracon[is]	47,46	θ Cygni	46,17
		ω' Cygni	47,53

Mittel ohne Rücksicht auf Anz[ahl] d[er] B[eo]bachtungen] 51° 31' 46,84

[*] Vgl. Notiz 5 und den Brief an BESSEL vom 14. März 1824, S. 338.]

Wären BESSELS Declinationen absolut genau, wofür natürlich diese schöne Uebereinstimmung an sich gar nichts beweisen kann, so würde der »mittlere« Fehler, welcher in diesem Endresultat zu befürchten ist, = 0,104, oder der sogenannte wahrscheinliche Fehler = 0,07 sein.

Die Münchner Polhöhe würde also ganz übereinstimmen. Ich wiederhole aber, dass ich darin durchaus gar keinen Grund für die absolute Richtigkeit finden kann.

GAUSS an OLBERS, 28. Februar 1824[*].

. Wenn ich annehme, dass BESSELS Bestimmung der Flexion des Fernrohrs seines Meridiankreises richtig ist, so wird die Flexion des Fernrohrs an dem meinigen aus der Vergleichung von 34 Fundamentalsternen, 1820 beobachtet,

$$= 1,51 \sin z,$$

welche Grösse zu der beobachteten Zenithdistanz addirt werden muss. Für die Polhöhe finde ich dann aus sämtlichen Circumpolarstern-Beobachtungen von 1820

$$51^{\circ} 31' 47,92 \text{ oder } 51^{\circ} 31' 48,03,$$

je nachdem die Zahl der Beobachtungen in jeder Periode berücksichtigt oder nicht berücksichtigt wird. Ich nehme daher einstweilen 51° 31' 48,0 an, bis ich eine ganz selbstständige Bestimmung der Flexion machen kann. Man darf an diesem Resultate nichts erhebliches ändern, ohne die Uebereinstimmung der BESSELSCHEN Beobachtungen mit den meinigen, 1820, zu vernichten. Da der REFSOLDSCHEN Kreis jetzt doch nicht aufgestellt ist und auch wohl sobald nicht wieder aufgestellt werden kann, da der Zenithsector an diesem Platze steht, so lasse ich jetzt eine Einrichtung machen, um die zu jenem Kreise gehörenden schönen Mikroskope zur Prüfung der Theilung des REICHENBACHSCHEN Kreises zu verwenden. Inzwischen wird nun wohl vor künftigem Winter an den Gebrauch nicht zu denken sein.

[*] Vgl. Notiz 5, S. 348.]

GAUSS AN BESSEL, 14. März 1824.

..... Die Polhöhe der hiesigen Sternwarte hatte ich bisher = $51^{\circ}31'48,7$ gesetzt. Diese Zahl gründet sich auf das Ensemble aller sehr zahlreichen schön harmonirenden Beobachtungen der Circumpolarsterne von 1820, indem ich dabei die Flexion des Fernrohrs = 0 setzte. Zu dieser Voraussetzung, die übrigens nur provisorisch gelten sollte, wurde ich veranlasst

- 1) durch die wenigen Reflexionsbeobachtungen, die nur eine ganz unbedeutende Flexion anzeigten, noch mehr aber
- 2) durch die schöne Uebereinstimmung meiner Declinationen der Fundamentalsterne mit den Ihrigen so wie Sie sie mir früher in einem Briefe[*] mitgetheilt hatten.

Ich hatte später gar nicht beachtet, dass Ihre gedruckten Declinationen davon bedeutend differiren und alle südlicher sind als die meinigen.

Kürzlich habe ich nun in Ermanglung hinlänglicher directer Bestimmungen der Flexion diese aus der Vergleichung meiner Declinationen mit den Ihrigen abzuleiten gesucht[**]. Meine Polhöhe aus allen Circumpolarsternbeobachtungen ist

$$51^{\circ}31'48,78 - 0,570f$$

oder

$$51\ 31\ 48,89 - 0,569f$$

je nachdem ich auf die Anzahl der Messungen in jeder Umlegungsperiode Rücksicht nehme oder nicht. f bedeutet den Flexionscoefficienten, so dass die wahre Z[enith]d[istanz]

$$= z \text{ obs.} + f \sin z$$

[ist.] Der Theil, der von $\cos z$ abhängt, falls er überhaupt vorhanden ist, verschwindet so gut wie ganz durch die Verbindung der Beob[achtungen] in beiden Lagen des Kreises.

Aus der Vergleichung von 33 Fundamentalsternen nach Ihrer und meiner Bestimmung folgt

$$f = +1,51$$

und damit die Polhöhe

$$51^{\circ}31'47,92 \text{ oder } 51^{\circ}31'48,03.$$

[*] Vom 19. April 1821, S. 333.]

[**] Vgl. Notiz 5, S. 345.]

Die Declinationen von Ihnen u[nd] mir stimmen dann vortrefflich. Auch die Declinationen der Circumpolarsterne harmoniren dann sehr gut.

SCHUMACHER schreibt mir, dass Sie aus Ihren Beobachtungen der Z[enithal-]sterne vom Jan[uar]—Febr[uar] dieses Jahres verbunden mit der Polhöhe von Königsberg, und mit meinen Beob[achtungen] derselben Sterne verglichen, die Polhöhe von Göttingen noch mehr als $2''$ kleiner gefunden hätten. Das ist mir unbegreiflich. Es ist entschieden, dass die Polhöhe $51^{\circ}31'46''$ mit den Beobachtungen von 1820 durchaus unverträglich ist, wenn nicht ganz enorme Unterschiede zwischen den Declinationen der Fundamentalsterne hervorgehen sollen. Ich möchte Sie übrigens bitten, für den Zweck der Bestimmung der Amplitudo zwischen Göttingen u[nd] Königsberg auch Ihre dazu gemachten Beobachtungen bloss auf das Zenith zu beziehen und alle Einmischung des Platzes des Pols dabei auszuschliessen.

In Rücksicht auf die Flexion ist mir noch mehreres vorgekommen, was eine gründliche Beachtung zu erfordern scheint, wozu ich aber, wenn überhaupt, schwerlich vor nächstem Winter werde kommen können. Ich werde dann vor allen Dingen die Theilung sorgfältig durchprüfen.

BESSEL AN OLBERS, 25. März 1824.

{ Dass der Zweifel über SCHUMACHERS Polhöhe jetzt gänzlich gehoben ist, werden Sie wissen. Meine Beobachtungen im Januar geben

$$\begin{array}{l} \text{Göttingen} \quad 54^{\circ}42'50,4 \quad - 3^{\circ}11'4,19 \quad = 51^{\circ}31'46,21 \\ \text{Altona} \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad - 1\ 10\ 5,48 \quad = 53\ 32\ 44,92. \end{array}$$

Die früheren gemeinschaftlichen Beobachtungen mit GAUSS gaben für Göttingen $46,88$. Wenn dagegen GAUSS seine Beobachtungen von 1820 mit derjenigen Biegung reducirt, welche er aus der Vergleichung meiner Declinationen gefunden hat, so findet er $48''$ etwa, so dass noch ein Unterschied übrig bleibt, welcher bis jetzt unerklärlich ist und vermuthlich daher rührt, dass die Biegung nicht ganz regelmässig dem Gesetze folgt, welchem sie folgen müsste, wenn sie von der Beschaffenheit wäre, dass sie überall durch unveränderliche Gegengewichte aufgehoben werden könnte. }

GAUSS AN OLBERS, 3. Mai 1824.

Das eine Zeitlang anhaltende schöne Wetter hat mich zu Beobachtungen des Nordsterns in beiden Culminationen und sowohl direct als im ∇ -Horizont[*] angereizt. Diese Beobachtungen sind schon ziemlich zahlreich. Gestern stand das Resultat so

Polhöhe aus der obern Culmination $51^{\circ}31'47''.812$, Gewicht 30,1 Beob.

» » » untern » $51^{\circ}31'47''.658$, » 27,4 »

Polhöhe $51^{\circ}31'47''.638$, Gewicht 57,4 Beob.

Correction der Decl. in SCHUMACHERS H[ilfs-]T[afeln] = $-0''.173$, Gewicht dito.

Diese Messungen sind aber alle in Einer Lage des Kreises gemacht, und involviren daher (ausser den Theilungsfehlern) noch den Einfluss von y , wenn man annimmt, dass die Correction der Zenithd[istanz] z wegen der Flexion die Form hat

$$x \sin z + y \cos z.$$

Inzwischen kann der Natur der Sache nach dies y , wenn überhaupt etwas, doch nur eine sehr kleine Grösse sein. Sie zu eliminiren, habe ich den Kreis gestern umgelegt; es ist nun aber schlechtes Wetter eingetreten. — Wie die Resultate einzeln harmoniren, zeigt folgendes Tableau:

Polhöhe aus der obern Culmination:

April 20.	$51^{\circ}31'47''.265$,	Gewicht 2,66	} Correction wegen des Standes des Wasser- gefässes $-0''.021$.
21.	47,925	6,86	
27.	47,765	6,86	
28.	47,688	6,86	
Mai 1.	48,173	6,86	

Aus der untern Culmination:

April 21.	$51^{\circ}31'47''.185$,	Gewicht 6,86	} Correction wegen des Standes des Wasser- gefässes $-0''.024$.
25.	47,335	6,86	
29.	47,942	6,86	
Mai 1.	47,494	6,86	

[*] ∇ = Wasser.]

Nach den Principien meiner *Theor[ia] C[ombinationis] E[rrorum]* fände sich der m[ittlere] F[ehler] einer Beobachtung hieraus = $0''.764$, und der m[ittlere] Fehler der Polhöhe (die Theilungsfehler und das y noch bei Seite gesetzt)

$$= 0''.101,$$

oder wahrscheinl[icher] F[ehler]

$$= 0''.068.$$

Inzwischen sind diese Beobachtungen zur Ausmittlung des m[ittlern] Fehlers Einer Beobachtung noch nicht zahlreich genug. Zur Prüfung der Theilung habe ich einen Apparat anfertigen lassen, den ich nun aber vor nächstem Herbst nicht werde brauchen können.

BESSEL AN GAUSS, 14. Juni 1824.

Es ist mir, gleich nachdem ich meine erste Mittheilung an SCHUMACHER gesandt hatte, selbst aufgefallen, dass es besser sein würde, die Zenithsterne unabhängig vom Orte des Pols zu reduciren; was ich auf diese Weise gefunden habe, schickte ich mit der nächsten Post nach, und Sie werden es längst kennen. Woher die Differenz von $1''.8$ kommt, mag der Himmel wissen. Ihre älteren Beobachtungen (der Lauenburger Sterne) geben zwar nur $1''.1$, allein auch dieses ist zu viel. Sollte wohl das Gesetz, dass die Flexion sich nach dem Sinus der Z[enith]d[istanz] richtet, unrichtig sein? — möglich ist dieses gewiss, allein welche neue Schwierigkeit bietet sich dann dar! — Wenn Sie wieder in Göttingen sein werden, so bin ich zu neuen corresp[ondirenden] Beob[achtungen] gern erbötig. }

GAUSS AN BESSEL, 2. Juli 1828.

Für die Bestimmung der absoluten Polhöhe habe ich in diesem Frühjahr eine neue Reihe von Polarsternbeobachtungen gemacht, zahlreicher wie die frühern, Ablesungen mit den Mikroskopen u[nd] alle 136 Beobachtungen sich nur auf 4 verschiedene Theilstrichpaare beziehend. Die Uebereinstimmung der Beobachtungen unter sich ist ungemein befriedigend; das Endresultat wird, ohne die Theilungsfehler zu berücksichtigen, etwas (einige Zehntel der Secunde)



kleiner als das in der angezeigten Abhandlung[*], u[nd] wenn man die Theilungsfehler nach der daselbst mitgetheilten Formel berechnet, einige Zehntel grösser. In diesem Augenblick ist der Kreis einer Reparatur in dem Saale wegen abgenommen; wenn er wieder aufgestellt sein wird, werde ich die individuellen Fehler jener 4 Diameter aufs sorgfältigste prüfen, eben so wie die Werthe der Gewinde der Mikroskopschrauben, um so die hiesige Polhöhe als definitiv festzusetzen und diese Arbeit ganz zum Abschluss zu bringen.

Die Biegung des Fernrohrs in der Verticalstellung ergibt sich wieder mit demselben Zeichen wie in der Schrift[*] und auch der Grösse nach wenig davon verschieden; der wahrscheinliche darin noch befindliche Fehler ist viel kleiner als der gefundene Fehler selbst, und da diese Bestimmung von den Theilungsfehlern unabhängig ist, so sehe ich dies Resultat als reell an. . . .

[Briefwechsel zwischen GAUSS und SCHUMACHER, zweiter Band, Altona 1830.]

GAUSS an SCHUMACHER [Göttingen, im Juli 1827].

... habe ich mir ein neues Gefäss für das Quecksilber zu den Nadirbeobachtungen drehen lassen von dieser Form, worin die ganze Quecksilberoberfläche bewunderungswürdig plan bleibt; das Bild des Fadennetzes ist darin bedeutend heller und schöner als im vorigen.

[*] Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona, Werke IX, S. 1.]



NACHLASS.

[I.]
RESULTATE DER BEOBACHTUNGEN AM REICHENBACHSCHEN
KREISE FÜR DIE EINZELNEN STERNE.

[Zusammengestellt aus dem Beobachtungsbuche Pe (27) und einem einzelnen Zettel.]

[1.]

Declinationen von Circumpolarsternen für das mittlere Aequinoctium 1820,0; Gesamtergebnis.

	GAUSS 1820	[p]	[Z]	GAUSS[*] 1819	LITTRÖW 1817	BESSEL 1815	POND 1813	ORIANI 1811	V. ZACH 1810	PIAZZI 1806	BRADLEY 1755	m[odus] p[ro]p[ri]us a[nn]uus	
Nordstern	88° 20' 54,11	44,1	[9]	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
δ Ursae minoris	86 34 42,96	4,7	[235]	—	—	—	—	—	—	40,77	40,75	+ 0,028	
α Cephei	85 17 10,07	2,0	[106]	8,29	—	9,80	—	—	—	5,76	5,27	—	
ε Ursae minoris	82 18 59,06	6,0	[195]	—	—	—	—	—	—	61,50	59,97	—	
ι Draconis Hev.	82 0 [22,73]	[8,0]	[9]	—	—	—	—	—	—	—	24,20	—	
γ Ursae minoris	78 20 33,98	2,0	[190]	—	—	—	—	—	—	—	34,23	35,40	—
γ Cephei	76 37 [42,56]	12,0	[112]	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
β Ursae minoris	74 53 27,49	12,6	[102]	—	29,20	28,08	27,87	27,62	27,29	26,47	31,85	— 0,067	
γ Ursae minoris	72 28 29,77	2,0	[181]	27,07	—	28,70	—	—	—	—	27,81	24,01	+ 0,089
γ Draconis	70 46 56,38	2,0	[106]	56,23	—	—	55,17 [**]	54,24	—	—	54,25	57,12	—
γ Cephei	70 28 61,84	8,8	[78]	63,72	—	—	—	—	—	—	58,06	57,14	+ 0,072
ι Draconis	70 19 25,94	4,0	[124]	25,12	—	—	—	—	—	—	24,91	29,76	— 0,073
β Cephei	69 46 [19,01]	[22,3]	[9]	18,98	—	—	—	19,00	17,98	—	16,69	21,00	—
δ Draconis	67 20 42,99	6,0	[61]	—	—	—	—	43,11	—	—	40,37	37,51	+ 0,070
ε Camelop. 17 Hev.	66 1 13,57	2,0	[154]	—	—	—	—	—	—	—	13,89	—	—
[γ Draconis]	65 56 14,08	[5,4]	[9]	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
ε Cephei	65 15 20,26	8,0	[100]	21,38	—	—	21,55 [**]	20,30	—	—	21,35	28,00	— 0,119
ε Cassiopeiae	62 46 49,56	10,7	[128]	—	—	—	—	—	—	—	39,49	40,78	—
α Ursae maioris	62 43 [14,25]	[5,0]	[102]	14,74	—	11,50	13,40 [***]	14,33 [†]	—	—	13,08	19,95	— 0,087
γ Cassiopeiae	61 56 19,98	4,8	[122]	—	—	—	—	—	—	—	11,29	11,80	—
α Cephei	61 49 [31,61]	[8,4]	[9]	31,86	—	—	—	—	—	—	29,09	31,42	—
δ Ursae maioris	61 18 31,51	2,0	[223]	—	—	—	—	—	—	—	32,19	39,69	— 0,121
γ Cephei	61 7 91,92	4,8	[61]	—	—	—	—	—	—	—	75,88	39,15	+ 0,809
ι Camelopardali	60 9 52,50	4,8	[215]	—	—	—	—	—	—	—	51,56	51,71	—
γ Ursae maioris	59 52 44,38	2,0	[242]	—	—	—	—	—	—	—	45,56	55,80	— 0,173
γ Cassiopeiae	59 44 23,57	6,8	[100]	—	—	—	24,54	—	—	—	24,47	26,84	+ 0,042
δ Camelop. 2 Hev.	59 18 8,90	4,0	[196]	—	—	—	—	—	—	—	5,92	—	+ 0,145
δ Cassiopeiae	59 17 44,77	5,0	[113]	49,61	—	—	—	46,23	44,49	—	46,66	47,23	— 0,038
γ Lyncis	59 9 59,26	2,0	[40]	—	—	—	—	—	—	—	38,33	38,36	—
β Cassiopeiae	58 9 24,37	16,5	[102]	—	—	—	24,55	25,82 [**]	23,90	—	26,30	35,96	— 0,178
δ Cephei	57 29 46,71	6,0	[98]	48,68	—	—	—	—	44,76	—	46,59	46,87	—
γ Cephei	57 18 59,83	5,4	[101]	60,01	—	—	—	—	56,16	—	58,16	60,28	—
ε Cephei	56 8 56,21	2,0	[115]	—	—	—	—	—	—	—	53,51	53,22	—
α Cassiopeiae	55 32 54,96	8,8	[114]	56,19	—	—	—	55,91	—	—	55,12	56,61	— 0,025
[β Aurigae]	54 15 24,96	[4,0]	[9]	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
δ Ursae maioris	52 29 30,64	2,0	[222]	29,30	—	—	—	—	—	—	38,21	65,62	— 0,533
c Lacertae	51 19 47,82	2,0	[78]	—	—	—	—	—	—	—	51,00	60,22	— 0,196

[*] Beobachtet mit dem REPSOLDschen Meridiankreise. [**] 1817. [***] 1820 [†] 1819.
[p] = Gewicht, E = Epoche.

[5.]

Correction wegen der Biegung.

Die Correction der abgelesenen Zenithdistanz z sei

$$= x \sin(z+c) + y \cos(z+c).$$

Die folgende Tafel gilt für östliche Lage des Kreises; bei westlicher ändert x in (1) und y in (2) das Zeichen.

[Tafel 1.]

	Corr. (des) Ort(s) des Pols (1)	Corr. d. Declination (2)
Nordstern	-0,622 x + 0,783 y	-0,623 x - 0,618 y
δ Ursae [min.]	-0,621 x + 0,782 y	-0,647 x - 0,637 y
α Cephei	-0,620 x + 0,780 y	-0,664 x - 0,651 y
ϵ Ursae min.	-0,617 x + 0,776 y	-0,105 x - 0,083 y
1 Dracon. H.	-0,616 x + 0,776 y	-0,108 x - 0,083 y
ζ Ursae m[in.]	-0,609 x + 0,767 y	-0,158 x - 0,126 y
γ Cephei	-0,605 x + 0,762 y	-0,181 x - 0,144 y
β Ursae m[in.]	-0,601 x + 0,756 y	-0,204 x - 0,162 y
γ^2 Ursae m[in.]	-0,593 x + 0,747 y	-0,236 x - 0,187 y
α Draconis	-0,587 x + 0,739 y	-0,258 x - 0,205 y
τ Cephei	-0,586 x + 0,738 y	-0,262 x - 0,205 y
λ Dracon.	-0,586 x + 0,737 y	-0,264 x - 0,209 y
β Cephei	-0,584 x + 0,735 y	-0,271 x - 0,215 y
δ Dracon.	-0,574 x + 0,723 y	-0,302 x - 0,240 y
ϵ Camelop.	-0,568 x + 0,716 y	-0,318 x - 0,253 y
ζ Draconis	-0,568 x + 0,715 y	-0,319 x - 0,254 y
ϵ Cephei	-0,565 x + 0,711 y	-0,328 x - 0,260 y
ϵ Cassiop.	-0,553 x + 0,696 y	-0,358 x - 0,285 y
α Ursae mai.	-0,553 x + 0,696 y	-0,359 x - 0,285 y
α Cassiop.	-0,549 x + 0,691 y	-0,368 x - 0,293 y
α Cephei	-0,548 x + 0,690 y	-0,370 x - 0,294 y
δ' Ursae mai.	-0,546 x + 0,687 y	-0,376 x - 0,299 y
γ Cephei	-0,541 x + 0,686 y	-0,378 x - 0,300 y
10 Camelop.	-0,540 x + 0,679 y	-0,390 x - 0,309 y
ν Ursae mai.	-0,538 x + 0,677 y	-0,393 x - 0,312 y
γ Cassiop.	-0,537 x + 0,676 y	-0,395 x - 0,313 y
δ Camelop.	-0,535 x + 0,673 y	-0,400 x - 0,318 y
δ Cassiop.	-0,535 x + 0,673 y	-0,406 x - 0,318 y
α Lyncei	-0,534 x + 0,672 y	-0,403 x - 0,320 y
β Cassiop.	-0,528 x + 0,665 y	-0,413 x - 0,328 y
δ Cephei	-0,526 x + 0,660 y	-0,421 x - 0,334 y
ϵ Cephei	-0,524 x + 0,659 y	-0,423 x - 0,336 y
ϵ Cephei	-0,517 x + 0,650 y	-0,436 x - 0,346 y
α Cassiop.	-0,513 x + 0,646 y	-0,443 x - 0,352 y
δ Aurigae	-0,505 x + 0,635 y	-0,457 x - 0,363 y
θ Ursae mai.	-0,493 x + 0,621 y	-0,477 x - 0,379 y
ϵ Lacertae	-0,486 x + 0,611 y	-0,489 x - 0,389 y

Also der Ort des Pols in den 7 Perioden[*]:

[Tafel 2.]

	(Gewicht)	
I.	44,1	321° 29' 31,791 - 0,577 x
II.	64,0	38 25 53,58 + 0,564 x
III.	90,8	321 29 30,78 - 0,575 x
IV.	26,1	38 25 53,68 + 0,572 x
V.	21,6	321 29 31,37 - 0,569 x
VI.	10,7	38 25 54,53 + 0,558 x
VII.	8,7	321 29 32,74 - 0,581 x

Mittel:

Mit Rücksicht auf die Zahl d. Beob. 321° 29' 31,726 - 0,574 x

$$38 25 53,71 + 0,565 $x$$$

[also Polhöhe =] 51 31 48,78 - 0,570 x ohne diese Rücksicht 321° 29' 31,770 - 0,573 x

$$38 25 53,93 + 0,565 $x$$$

[also Polhöhe =] 51 31 48,89 - 0,569 x Für $x = +1,51$ [**]: 51° 31' 47,92 [mit Rücksicht auf die Zahl der Beob.]

48,03 [ohne » » » » » » »]

Bedingungsgleichungen zur Bestimmung von x [ohne Berücksichtigung von y ,] aus 33 Sternen[***].

[Tafel 3.]

	p	Bedingungsgleichungen	e (rorr)	pee
[Capella]	16,5	+ 0,722 - 0,672 x	- 0,779	10,30
[α Cygni]	8,3	+ 2,09 - 0,686 x	+ 1,05	9,15
[α Lynce]	6,1	+ 1,95 - 0,788 x	+ 0,76	3,52
[Castor]	12,1	+ 0,90 - 0,606 x	- 0,46	2,38
[Pollux]	13,8	+ 0,70 - 0,963 x	- 0,75	7,33
[β Tauri]	12,3	+ 1,02 - 0,964 x	- 0,44	2,38
[α Andromedae]	4,7	+ 2,03 - 0,973 x	+ 1,46	10,62
[α Coronae]	8,8	+ 2,20 - 0,982 x	- 0,72	4,86
[α Arietis]	7,7	+ 1,45 - 1,057 x	- 0,15	0,17
[Arcturus]	10,2	+ 1,96 - 1,091 x	+ 0,31	0,98

[*] Hier wurden kleinere Rechenfehler nicht verbessert; man vergleiche die Zahlen der Notiz 2., wo die verbesserten Zahlen angegeben sind.]

[**] Die Bestimmung dieses Wertes geschieht im Folgenden; man sehe auch die Bemerkungen zur Berichtigung kleinerer Rechenfehler S. 356.]

[***] Hier wurden kleinere Rechenfehler nicht verbessert; man sehe darüber die Bemerkungen S. 356.]

[Tafel 3. (Fortsetzung.)]

	p	[Bedingungsgleichungen]	e [ror]	pee
[α Tauri]	11,3	+ 0,86 — 1,150 x	— 0,88	8,75
[β Leonis]	9,2	+ 1,49 — 1,159 x	— 0,25	0,58
[α Herculis]	4,6	+ 3,04 — 1,166 x	+ 1,28	7,54
[α Pegasi]	3,8	+ 2,74 — 1,182 x	+ 0,96	3,30
[γ Pegasi]	4,7	+ 3,08 — 1,181 x	+ 1,30	7,80
[Regulus]	14,7	+ 1,46 — 1,198 x	— 0,35	1,80
[α Ophiuchi]	7,7	+ 2,84 — 1,192 x	+ 0,84	3,43
[γ Aquilae]	1,8	+ 2,80 — 1,220 x	+ 0,66	0,78
[α Aquilae]	9,2	+ 2,99 — 1,251 x	+ 0,80	5,89
[α Orionis]	10,5	+ 1,60 — 1,269 x	— 0,31	1,01
[α Serpentis]	11,6	+ 2,68 — 1,271 x	+ 0,76	6,70
[β Aquilae]	3,5	+ 3,02 — 1,283 x	+ 1,68	3,88
[Procyon]	16,0	+ 2,34 — 1,289 x	+ 0,39	2,43
[α Ceti]	4,7	+ 1,41 — 1,321 x	— 0,58	1,58
[β Virginis]	7,4	+ 2,06 — 1,324 x	+ 0,66	0,93
[α Aquarii]	5,8	+ 2,83 — 1,366 x	+ 0,77	3,44
[α Hydrae]	9,4	+ 1,97 — 1,436 x	— 0,20	0,38
[β Orionis]	6,8	+ 2,05 — 1,439 x	— 0,12	0,10
[Spica]	11,6	+ 1,83 — 1,453 x	— 0,36	1,50
[α Capricorni]	9,9	+ 4,51 — 1,484 x	+ 2,27	4,64
[α' Librae]	2,0	— 0,16 — 1,494 x	— 2,41	11,62
[α ² Librae]	6,3	+ 2,72 — 1,487 x	+ 0,48	1,45
[Sirius]	23,1	+ 2,05 — 1,496 x	— 0,21	1,02

Hieraus die Normalgleichung

$$0 = 611,770 - 405,509 x$$

$$x = + 1,51$$

$$\Sigma pee = 138,84$$

$$\sqrt{\frac{\Sigma pee}{32}} = 2,083 \text{ Error med[us] obs[ervationis] sing[ularis].}$$



[II.]
[ÜBER DIE KONSTANTEN
DES REICHENBACHSCHEN MERIDIANKREISES.]

[Aus dem Beobachtungsbuch Pe (24), betitelt:]
Beobachtungen am REICHENBACHSCHEN Meridiankreise [1846—1851].

Für die Abstände der Fäden vom mittelsten sind aus 19 Durchgängen des Nordsterns 1846 März 7.—Jun. 18. folgende Werthe gefunden (in Zeitsecunden):

17 [Durchgänge]	I	41,41023	Die Fäden sind hier in der Ordnung
19 »	II	28,28178	gezählt, wie die Antritte in der oberen Culmi-
19 »	III	13,91125	nation erfolgen, wenn der Kreis in West
17 »	V	14,30670	ist (gegenwärtige Lage des Instruments).
17 »	VI	29,05091	Eintrittspunkt und Austrittspunkt haben so
17 »	VII	41,65672	die Entfernung; 58,761; 58,325.

Die einzelnen Resultate stehen in dem Notizenbuche in 4^{to} »N«, Resultate der Beobachtungen am REICHENBACHSCHEN Kreise S. 38 [*].

Der Abstand der horizontalen Fäden von einander, am Platze des Fadens IV ist durch Operationen von 1846 Jun. 5., die im kleinen blauen Buche[**] Seite 229] stehen, und durch andere vermittelt einer Latte, auf der horizontale Linien im Lichten 11^{mm} von einander entfernt und 1^{mm} 65 dick, am 15. Junius 1846 im Mittel gefunden

$$= 10,3 \text{ im Lichten.}$$

Die Dicke der Fäden wird angenommen zu (bis 1848 Mai 11.) folgt Distanz der Fäden von Mitte zu Mitte

$$1,8.$$

$$11,56.$$

[*] Im Nachlass als Beobachtungsbuch Pe (27) bezeichnet, aus dem die Notizen unter I. entnommen sind.
[**] Im Nachlass als Handbuch Ba (15) bezeichnet.



An der Axenlibelle entspricht Einem Scalentheile die Neigung $1^{\circ}84843 = 2'' \times \frac{12 \cdot 812}{13 \cdot 811}$. Hierbei ist das Fortrücken der ganzen Blase verstanden. Einer Aenderung der Summe der Scalentheile, die die beiden Enden der Blase bezeichnen, entspricht also die Neigungsänderung $0^{\circ},924215$. Unter i wird die Neigung der Axe verstanden, positiv wenn das östliche Ende höher ist. Aus 12 Umlegungen des Kreises von 1819 Dec. 26. bis 1826 Mai 15., wo jedesmal unmittelbar vorher und nachher nivellirt ist, war im Mittel gefunden, dass i um $4^{\circ},12$ grösser erscheint, wenn der Kreis in West ist, als wenn er in Ost [ist]. Es folgt hieraus, dass der unmittelbar aus dem Nivellement hervorgehende Werth von i , bei der Lage KREIS WEST, um $1^{\circ},03$ vermindert werden muss, um die Neigung der Drehungsaxe zu erhalten. Die einzelnen Resultate stehen im Octavnotizenbuche[*] Seite 48].

Die Nivelirungen von 1829—1830 haben auch den Unterschied des Werthes von i ergeben, je nachdem das Objectiv nach Norden oder nach Süden gekehrt ist. Nämlich es findet sich im erstern Fall, Objectiv Nord,

Kreis West aus 20 Bestimmungen: i grösser um $0^{\circ},26$
Kreis Ost aus 24 Bestimmungen: i grösser um $0^{\circ},61$ im Mittel $0^{\circ},45$.

Neuere Resultate der Nivellements sind im Buche [N**] S. 39 zusammengestellt.

Das Nördliche Meridianzeichen[***] erscheint mit der Oeffnung 9,504.
Dicke der Pfeiler 5,939.
Das Südliche Zeichen mittelste Oeffnung 6,013.
Jede [Öffnung] der beiden andern Pfeiler 3,006.
[Dicke der] Pfeiler 3,369.

Es stehen demnach von der Mitte ab

nächster Pfeiler	{	3,006 [innere Kante]
		6,375 [äussere "]
folgender "	{	9,382 [innere "]
		12,751 [äussere "]

[*] Im Nachlass als Pg (31b) bezeichnet.

[**] Siehe die erste Fussnote auf voriger Seite.]

[***] Das nördliche Meridianzeichen bestand aus zwei Pfeilern (vgl. die Abbildungen im Briefe an BESSEL vom 10. Mai 1818 und an OLBERS vom 3. December 1820); das südliche besass vier Pfeiler. Das nördliche Zeichen ist vor einigen Jahren bei der Feldbestellung beseitigt worden, das südliche ist (1923) noch vorhanden, aber stark durch Wald verwachsen.]

Nach den Messungen von 1821 und 1823 ist das Azimuth der Mitte $+2^{\circ},614$.

Die Libelle von REPSOLD ist seit 1827 Sept. 1 angebracht. Werth eines halben Scalentheils, Verrückung der Blase, ist gefunden:

1827 Sept. 1. $0^{\circ},57685$ Was so zu verstehen ist: Ablesungen der Libelle a
und b . Correction der Ablesung des Kreises
1844 Oct. 31. $0,58410 = +(a+b-110) \cdot 0^{\circ},5841 = +(a+b-110) \cdot 0^{\circ},6 \times \frac{38}{39}$.

Die Länge der Blase steht mit der Temperatur im Innern in genauem Zusammenhange; ist diese in Centesimalgraden $= t$, so findet sich $k(b-a) + t = C$ constant.

Für $k = \frac{1}{2}$ geben 11 Bestimmungen aus 1844 $C = 31^{\circ},764$, 10 aus 1844 $C = 31^{\circ},650$.

[Für $k = \frac{1}{2} \cdot \frac{44}{43}$ [geben 11 Bestimmungen aus 1844 $C =] 32^{\circ},327$, [10 aus 1844 $C =] 32^{\circ},020$.

Für die zweite Libelle ist, für $k = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{6}$, $C = 44^{\circ},00$ aus 5 [Bestimmungen von 1848 (zwischen $14^{\circ},4$ und $21^{\circ},8$).

Am 5. Junius 1846 wurden zwei MEIERSTEINSche Ablesungsmikroskope angebracht. Am nördlichen werden die Zähne von unten nach oben, am südlichen von oben nach unten gezählt, und zwar die drei durchbohrten mit 5, 10, 15.

Steht das Fadenkreuz auf 10, so sind die Visirpunkte auf $A + 42^{\circ}54'19''$ und $A + 222^{\circ}54'23''$, wenn der Hauptindex (Nord unten) auf A steht. Ein Hunderttheil eines Gewindes wird vorläufig gesetzt

$$= \frac{180^{\circ}}{725,88} = \frac{1}{4} \cdot \frac{134}{185} \text{ Secunde am Nördlichen}$$

$$= \frac{180^{\circ}}{708,97} = \frac{1}{4} \cdot \frac{65}{64} \text{ Secunde am Südlichen Mikroskop.}$$

Eines der Mikroskope wog mit der Fassung $1 \frac{26}{175} = 1,15$ Pfund.

Das Gegengewicht der Alhidade wog 11,875 Pfund, wurde aber durch eingelegte Schrotkörner auf 12,38 Pfund gebracht.

Um Passageinstrument und Meridiankreis einander entgegen zu richten, muss letzteres auf $87^{\circ}31' Z$ [enith]-D [istanz] gestellt sein; also grobe Ablesung (August 1848) $95^{\circ}8'44''$.



BEMERKUNGEN.

GAUSS' erste Beobachtungsreihe am REICHENBACHSchen Meridiankreise umfasst die Zeit vom 21. Februar bis zum 9. September 1820. Er beobachtete in dieser Zeit 37 Zirkumpolarsterne in beiden Kulminationen und 35 südlichere Sterne. Aus den Beobachtungen der ersteren leitete er ausser den Deklinationen den Indexfehler, oder, wie er es nennt, den Ort des Pols ab, auf den er die Bestimmung der Deklinationen der südlicheren Sterne gründete. Die Polhöhe, die sich aus der Verbindung beider Kreislagen ergibt, ist hierbei also ausgeschaltet (vgl. jedoch hierzu die Briefe von GAUSS an BESSEL vom 14. März 1824, oben Seite 328, und von BESSEL an GAUSS vom 14. Juni 1824, oben Seite 341, sowie andere Briefstellen). Nadirbeobachtungen wurden erst seit 1826 auf BOHNENBERGERS Vorschlag üblich und auch späterhin von GAUSS angestellt; näheres darüber sehe man in dem Aufsatz über GAUSS' praktisch-astronomische Arbeiten, Werke XI.2.

Im Sommer 1820 beobachtete GAUSS ausserdem eine Reihe von Zenitsternen, die SCHUMACHER im Vorjahre 1819 in Lauenburg im Anschluss an die dänische Gradmessung beobachtet hatte (Vgl. Werke VI, S. 434).

Die gesamte Beobachtungsperiode wird durch sechsmaliges Umlagen des Kreises in sieben einzelne Perioden geteilt, nämlich

I. Periode	Februar 21 bis März 19,
II. "	März 20 bis April 17,
III. "	April 18 bis Mai 27,
IV. "	Mai 28 bis Juli 16,
V. "	Juli 21 bis August 19,
VI. "	August 11 bis August 17,
VII. "	August 20 bis September 9.

Die ungeraden Perioden entsprechen der östlichen, die geraden der westlichen Kreislage. Die Epoche der Beobachtungen ist in Tagen vom 1. Januar 1820 gezählt, so dass dieses Datum als 0 angesetzt wird (vgl. Brief an BESSEL vom 12. Mai, S. 322).

Zu Abschnitt [L] »Resultate der Beobachtungen am REICHENBACHSchen Kreise für die einzelnen Sterne«:

Im Nachlass ist ausser dem in den Notizen [1] bis [5] verwendeten Material und den Untersuchungen über die Teilungsfehler aus dem Jahre 1826 (vgl. Werke IX, S. 46) so gut wie nichts erhalten. Die eigentlichen Beobachtungsprotokolle fehlen gänzlich. Die Notizen [1]–[4] sind im Wesentlichen aus dem Beobachtungsbuche Pe [2] mit dem Titel »Resultate der Beobachtungen am REICHENBACHSchen Kreise für die einzelnen Sterne« frei zusammengestellt und dabei nach einem später im Nachlass aufgefundenen Zettel ergänzt, da die Urschrift ihrer Form nach einen unmittelbaren Abdruck nicht zulässig und unverständlich gewesen wäre. In dem Buche stehen bei jedem einzelnen Stern die bereits nach den Notizen gemittelten und von Refraktion befreiten Kreisablesungen, die Reduktion auf den Jahresanfang und die weitere Bearbeitung, zuletzt eine Vergleichung mit anderen Beobachtern und die hieraus abgeleitete Eigenbewegung.

Die Notizen [1] und [2] geben die Resultate der Beobachtungen der Zirkumpolarsterne. Diese stehen im Buche Pe nicht vollständig, insbesondere fehlen solche aus der IV. bis VII. Periode, die VI. gänzlich. So ergibt eine Vergleichung mit dem Briefe an BESSEL vom 7. Dezember 1820, dass die Angaben aus der V. Periode für δ Urs. min., ϵ Urs. min., 10 Camelop., σ Urs. mai und θ Urs. mai, dem Buche entsprechen, die für die drei anderen Sterne aber dort fehlen; die Beobachtungen des Polarsterns sind im Buche nicht verzeichnet und auch an anderen Stellen des Nachlasses werden solche nur in dürftigen Notizen erwähnt. Jedoch gelang es durch die Auffindung des erwähntenzettels im Nachlass, auf dem GAUSS den »Ort des Pols« in

den sieben Perioden ausgerechnet hat, die fehlenden Beobachtungen zu ergänzen. Beim Polarstern gibt GAUSS auf diesem Zettel nicht die Deklination selbst, sondern vermutlich seine Differenz gegen BESSELS Tafeln an; wenigstens kann die Abkürzung »B« kaum anders gedeutet werden. Auf kleinere Rechenfehler wurde die Reduktion der Beobachtungen nicht geprüft, weil eine solche Arbeit nur bei einer Neureduktion zweckmässig wäre, die wegen Fehlens der Originalbeobachtungen nur teilweise durchgeführt werden könnte; man sehe auch das weiter unten über die Notiz [5] Gesagte. Es wurden nur die am Schlusse der Notiz [2] aus dem Mittel der Beobachtungen abgeleiteten Werte für den »Ort des Pols«, wo nötig, verbessert; es sind dies die kursiv gesetzten Zahlen.

Die Eigenbewegung hat GAUSS aus der Vergleichung seiner Beobachtungen mit BRADLEY, für δ Camelop. mit PIAZZI, abgeleitet, wie die Nachrechnung ergibt. Die in den Notizen [1] und [2] angegebenen Deklinationen verstehen sich ohne Berücksichtigung dieser; die Notizen wurden daher durch Hinzufügung der Epoche ergänzt. Die Art der Bestimmung des Gewichts ergibt sich aus dem Briefe von GAUSS an BESSEL vom 7. Dezember 1820, S. 329, 330.

In den Göttingischen Gelehrten Anzeigen vom 8. Juni 1820 (Werke VI, S. 431), wo GAUSS den REICHENBACHSchen Kreis beschreibt, gibt er auch eine Zusammenstellung des Ortes des Pols aus der I. Periode; dort stellt er jedoch die Beobachtungen je eines einzelnen Tages, an dem der betreffende Stern in beiden Kulminationen beobachtet wurde, zusammen, übrigens ganz übereinstimmend mit den Aufzeichnungen im Beobachtungsbuch Pe, während in der Notiz [2] das Gesamtergebnis für den Ort des Pols in jeder Periode für jeden Stern aufgeführt ist.

Die Notizen [3] und [4] geben die beobachteten Deklinationen der südlicheren Hauptsterne. Diese fanden sich vollständig im Beobachtungsbuche Pe vor. Die zur Bestimmung der Deklinationen der südlicheren Sterne von GAUSS benutzten Werte für den Ort des Pols sind: in der II. Periode $38^{\circ}22'53''.58$, in der III. Periode $32^{\circ}29'30''.78$, in der IV. Periode $38^{\circ}25'53''.68$, in den übrigen Perioden, wie in der Notiz [2] angegeben. Die Deklinationen in der Notiz [3] wären also um sehr kleine Grössen zu verbessern. Die Eigenbewegung hat GAUSS auch hier durch Vergleichung mit BRADLEY berechnet, und im Gegensatz zu den Notizen [1] und [2] sind in Notiz [3] die GAUSS'schen Deklinationen mit Rücksicht auf diese auf den Jahresanfang reduziert, gelten also nicht für die daneben gesetzte Epoche. Es geschah dies, weil GAUSS diese Werte in dem Briefe an BESSEL vom 11. März 1821, oben S. 332, so angibt; dort finden sich Schreibfehler bei Capella, α^1 und α^2 Librae, sowie in den Vorzeichen der Eigenbewegung bei α Cygni, α Pegasi und α Aquarii, die hier verbessert wurden. Die BESSEL'schen Örter von 1820 stehen nicht in der Nachlassnotiz, sondern sind aus den Angaben in dem Briefe von BESSEL an GAUSS vom 19. April 1821, oben S. 333, und aus denen im vorgenannten Briefe von GAUSS an BESSEL abgeleitet worden.

Zur Notiz [5], die ebenfalls aus dem Beobachtungsbuch Pe abgedruckt ist, vergleiche man die im vorigen auf S. 333–338 abgedruckten Briefstellen. Als GAUSS bemerkte, dass BESSEL seine Deklinationen im Berliner Astronomischen Jahrbuch für 1825 südlicher als in seinem Briefe vom 19. April 1821 angesetzt hatte, versuchte er seine eigenen Deklinationen durch Bestimmung des Biegungsgliedes mit jenen in Übereinstimmung zu bringen und damit auch seine Polhöhe zu verbessern. Er berechnete den Ausdruck für das Biegungsglied für die Zirkumpolarsterne (Tafel 1, S. 348), hieraus die Verbesserung für den Ort des Pols in den sieben Perioden (Tafel 2, S. 349) und damit die Verbesserung der Deklinationen der südlicheren Sterne (Tafel 3, S. 349). Die letzteren bringt er zur Übereinstimmung mit den neuen BESSEL'schen Deklinationen im Berliner astronomischen Jahrbuch für 1825, indem er die Biegung α durch Ausgleichung entsprechend bestimmt.

Die Formel $\alpha \sin(\epsilon + c) + y \cos(\epsilon + c)$ in der Tafel 1 gilt für südliche Kulmination bei östlicher Kreislage (ungerade Perioden) und für nördliche Kulmination bei westlicher Kreislage (gerade Perioden). In der entgegengesetzten Kreislage ist das zweite Glied negativ zu nehmen. Das Glied in α entspricht un-



gleicher Massenverteilung zwischen Objektiv- und Okularelende, das in y einer solchen in der Richtung senkrecht dazu; das letztere wirkt stets in konstantem Sinne zur Kreisablesung. Für die Tafel 1 gelten die Ausdrücke

$$\begin{aligned} \text{Korrektion des Ortes des Pols} &= -\frac{1}{2}x(\sin z_1 + \sin z_2) + \frac{1}{2}y(\cos z_1 + \cos z_2), \\ \text{der Deklination} &= \frac{1}{2}x(\sin z_1 - \sin z_2) - \frac{1}{2}y(\cos z_1 - \cos z_2), \end{aligned}$$

wo z_1 die Zenithdistanz in oberer und z_2 in unterer Kulmination bedeutet. GAUSS berechnet hieraus das Biegunsglied für den »Ort des Pols in den sieben Perioden« mit Vernachlässigung von y , das »nur eine sehr kleine Grösse sein kann« (vgl. den Brief an OLBERS vom 3. Mai 1824, S. 346) und hieraus das für die Polhöhe. Die Koeffizienten der Grössen x und y wurden nicht nachgeprüft.

In den Bedingungsgleichungen zur Bestimmung von x (Tafel 3) stehen die Differenzen »GAUSS minus BESSEL«, entsprechend den Zahlen von GAUSS in der Notiz [3] und denen von BESSEL im Berliner Jahrbuch für 1825; das Glied in x ist gleich

$$-x \sin z \pm \text{Korrektion des Ortes des Pols.}$$

Die Nachprüfung der Differenz »GAUSS minus BESSEL« ergab, dass vier Werte kleinere Schreibfehler enthalten, zum Teil entsprechend den Schreibfehlern in dem Briefe an BESSEL vom 11. März 1821; man findet nämlich für Capella $0^s 36$, für α Lyrae $1^s 75$, für Pollux $0^s 71$ und für α^2 Librae $2^s 74$.

Auch führt die Auflösung der Bedingungsgleichungen, so wie sie in der Urschrift und im obigen Abdruck stehen, zur Normalgleichung

$$0 = 636,251 - 407,480x$$

und hiermit zu dem von dem GATSSschen wenig abweichenden Wert

$$x = +1^s 56.$$

Ausser kleineren Ungenauigkeiten ist der Wert von ϵ bei α Coronae mit umgekehrten Vorzeichen angesetzt.

Weitere Einzelheiten ergeben sich aus den abgedruckten Briefstellen, die zeigen, wie lebhaft der Meinungsaustrausch zwischen GAUSS und BESSEL war. Der zuerst abgedruckte Brief vom Mai 1819 fällt noch in die Zeit vor der Aufstellung des REICHENBACHSchen Kreises, als GAUSS noch am REFSOLDschen Kreise beobachtete. Die Werte des Indexfehlers in den sieben Perioden finden sich auch in dem Briefe an BESSEL vom 7. Dezember 1820 (S. 329), so wie sie GAUSS ohne Berücksichtigung der Biegung als definitiv angenommen haben dürfte und übereinstimmend mit den Aufzeichnungen im Beobachtungsbuch Pe. Vorläufige Werte für die drei ersten Perioden, die sehr wenig abweichen, stehen in dem Briefe an BESSEL vom 12. Mai 1820 (S. 322).

Aus allem scheint hervorzugehen, dass die Angaben im Briefwechsel bis etwa zum Juni 1820 als vorläufige anzusehen sind; in dem Briefe an BESSEL vom 28. Juni entspricht der angegebene Indexfehler der I. und III. Periode dem endgültigen Wert, der der II. und IV. Periode weicht davon noch um einige Hundert Sekunden ab. Die Zahlen der folgenden Briefe und die in den abgedruckten Notizen dürften als die endgültigen anzusehen sein, immer abgesehen von der Biegung und abgesehen von kleineren Rechenfehlern.

Ein zweites Beobachtungsbuch Pf (28) ist zwar mit dem Titel »Resultate aus den Beobachtungen am REICHENBACHSchen Meridiankreise und Mittagsfernrohr« versehen, enthält jedoch ausser ganz vereinzelt Aufzeichnungen über verschiedene Instrumente und einem Register der REFSOLDschen Uhr von 1820 Februar 21 bis März 19 nur noch eine Zusammenstellung der Indexfehler aus den einzelnen Sternen und den einzelnen Beobachtungstagen. Die hier angegebenen Werte weichen von den endgültigen (vgl. auch Werke VI, S. 451) um einige Hundert Sekunden ab und sind also, wie die im Briefwechsel vor dem Juni enthaltenen, als vorläufige anzusehen. Deutlich zeigt sich, dass der erste Teil der Zusammenstellung in diesem Buche,

enthaltend die drei ersten Perioden, früher, etwa im Mai oder Anfang Juni 1820, der zweite, vielleicht mit Ausnahme der vierten Periode, viel später gemacht ist; dies entspricht auch dem Briefe an BESSEL vom 7. Dezember 1820, wo GAUSS sagt, dass er längere Zeit nicht zur Reduktion der drei letzten Perioden kommen konnte. Die lange Unterbrechung ist eine Folge von GAUSS' nun beginnenden Arbeiten zur Hannoverischen Gradmessung, die ihn auch nicht zur Fortsetzung und Veröffentlichung seiner Beobachtungen kommen liessen.

Ausser in den beiden besprochenen Beobachtungsbüchern Pe und Pf und in dem sogleich zu besprechenden Buch Po sind im Nachlass nur einzelne verstreute Notizen über GATSS' Beobachtungen mit den Fundamentalinstrumenten vorhanden. Über seine Beobachtungen mit dem REFSOLDschen Meridiankreise, aufgestellt im April 1818, und dem REICHENBACHSchen Passageninstrument, aufgestellt im September 1818, sind die Aufzeichnungen im Nachlass so lückenhaft und unzusammenhängend, dass davon nichts bearbeitet werden konnte. Es konnten darüber nur einige Stellen aus dem Briefwechsel abgedruckt werden. Näheres darüber ist aus dem Aufsatz über GAUSS' astronomische Arbeiten Werke XII zu ersehen.

Zu Abschnitt [II.] »Über die Konstanten des REICHENBACHSchen Meridiankreises«.

Das Buch Po (24), im Nachlassverzeichnis ursprünglich als »Tagebuch der Sternwarte III« bezeichnet, trägt den Titel »Beobachtungen am REICHENBACHSchen Kreise« und enthält Aufzeichnungen und Beobachtungen aus den Jahren 1846 bis 1851. Im hohen Alter machte GAUSS nochmals eine lange sich über 5 Jahre erstreckende Beobachtungsreihe mit dem Kreise. Die einleitenden Worte auf den ersten Seiten des Buches (Seite 351) zeigen, dass er nach 20jähriger Unterbrechung seine wichtigsten Aufzeichnungen über den Kreis von neuem zusammenstellte und die Instrumentalkonstanten neu bestimmte. Die im Buche darauf folgenden Beobachtungen füllen über 20 Seiten. GAUSS beobachtete jetzt nochmals fast alle früher beobachteten Hauptsterne — mehrere davon 10- bis 20 mal und öfter — und einige wenige andere Sterne. Auch schloss er den Neptun und einige neu entdeckte kleine Planeten an. Die Bestimmungen umfassen Rektaszension und Deklination; sie sind nicht vollständig reduziert und daher nicht abgedruckt. Die Planetenbeobachtungen hat GAUSS jedoch veröffentlicht (Werke VI, S. 471—478). Eine Neureduktion aller dieser Beobachtungen dürfte durchführbar sein.

BRENDEL.



VERSCHIEDENES ZUR SPHÄRISCHEN UND PRAKTISCHEN ASTRONOMIE.

VERÖFFENTLICHUNGEN, NACHLASS UND BRIEFWECHSEL.

[Sammlung von Hülftafeln, herausgegeben im Jahre 1822 von H. C. SCHUMACHER;
neu herausgegeben und vermehrt von G. H. L. WARNSTORFF, Altona 1845, S. 135 u. 127.]

[1.]

{Tafel um für eine bestimmte Polhöhe aus dem Stundenwinkel und der Declination, Azimuth, Höhe und parallaktischen Winkel zu berechnen.}

{Diese Tafel, deren Einrichtung auf einer gefälligen Mittheilung des Herrn Hofraths GAUSS beruhet, macht, wegen der kurzen Rechnung das Einstellen eines Sternes mit einem Fernrohre, das einen Azimuthalkreis und Höhenquadranten hat, fast eben so leicht wie ihre Einstellung mit einem parallaktisch aufgestellten Fernrohre. Sie ist hier als Beispiel für die Polhöhe von Altona gegeben.

Das Argument ist der Stundenwinkel in Zeit, und sie ist von Minute zu Minute von 0^h bis 6^h berechnet, was, wie nachher gezeigt wird, jedem Bedürfnisse genügt. Sie enthält 5 Columnen, die mit A , B , $\log C$, $\log D$ und $\log E$ bezeichnet werden, von denen die 5te übrigens von selbst (abgesehen von dem möglichen Abweichen der letzten Ziffer um eine Einheit) aus der 3ten und 4ten folgt, da $C = DE$. Die Absicht ist eigentlich nicht, dass man interpoliren solle, sondern zunächst nur, dass man jeden Stern, da man

erfährt, wo der Stern für jede runde Minute steht, leicht finden könne, und so hätte man sich auch begnügen können, die Tafel von 5 zu 5 Minuten zu berechnen. Ist sie indessen, wie hier, für jede Minute berechnet, so kann man sie auch zu besonderen Zwecken, z. B. wenn der Refractions-Einfluss auf Kreismikrometerbeobachtungen berechnet werden soll, mit Interpolation gebrauchen, was immer noch bequem genug geht.

Bei ihrer Berechnung sind folgende Formeln zu Grunde gelegt, in denen t den Stundenwinkel, φ die Polhöhe bezeichnet.

- 1) $\sin \varphi \cdot \operatorname{tg} t = \operatorname{tg} A$
- 2) $\operatorname{cotg} \varphi \cdot \cos t = \operatorname{tg} B$
- 3) $\sin B \cdot \operatorname{tg} t = \operatorname{cotg} \varphi \cdot \sin A = E.$

Man berechnet durch die Formeln (1) und (2) die Winkel A und B , dann aus einer der beiden Formeln (3) E , wo dann, indem man

$$E = \operatorname{tg} \theta$$

setzt

$$C = \sin \theta$$

$$D = \cos \theta$$

wird.

Der Gebrauch dieser Tafel ist folgender: Man rechnet Azimuth und Stundenwinkel vom Südpunkte aus nach der Seite hin, wo der Stern steht. Beide können also nicht über 180° wachsen. Bezeichnet man dann die Declination mit δ , die Höhe mit h , so ist

- 1) $C \cdot \operatorname{tg} (B + \delta) = \operatorname{tg} u \quad \text{Azimuth} = A + u$
- 2) $D \cdot \sin (B + \delta) = \sin h.$

Auf einem so kurzen und bequemen Wege lässt sich das, was man gewöhnlich sucht, aus dieser Tafel finden. Ist die Höhe sehr gross, was aber bei dem Gebrauche selten vorkommt, so erhält man sie schärfer aus

- 3) $\frac{\sin u}{E} = \operatorname{tg} h.$

Für den parallaktischen Winkel ($= p$) hat man

- 4) $\frac{E}{\cos (B + \delta)} = \operatorname{tg} p.$

Wenn man (wie bei Refractionsrechnungen) das Azimuth nicht nöthig hat, wohl aber p , also die Formel (1) ausfällt, so kann man zur schärferen Be-

rechnung von h auch

$$5) \quad \cos p \cdot \operatorname{tg}(B + \delta) = \operatorname{tg} h$$

anwenden.

Für die Werthe von t über 6 Stunden hinaus hat man nur zu beobachten, dass wie zu

$$t < 6^h \text{ gehören: } A, B, C, D, E \\ \text{zu } 12^h - t \text{ gehören wird: } 180^\circ - A, -B, C, D, E,$$

d. i. statt A nimmt man das Complement zu 180° , B setzt man nur negativ, und C, D, E bleiben ungeändert.

Ebenso leicht kann man vermittelst dieser Tafel die umgekehrte Aufgabe auflösen, wenn Azimuth und Höhe gegeben sind, und Stundenwinkel und Declination gesucht werden. Das Argument ist dann nicht wie vorher der Stundenwinkel, sondern das in Zeit verwandelte Azimuth. Mit diesem Argumente nimmt man, wie vorher, $A, B, \log C, \log D, \log E$. Dann ist

$$C \cdot \operatorname{tg}(h - B) = \operatorname{tg} u \quad t = A - u \\ D \cdot \sin(h - B) = \sin \delta$$

oder für sehr grosse Declinationen

$$\frac{\sin u}{E} = \operatorname{tg} \delta.$$

[Folgt die Tafel für die Polhöhe von Altona*.)]

[2.]

Methode die Breite aus dem Mittel mehrerer von der Culmination entfernten Zenithdistanzen eines Sterns zu finden.

(Mittheilung des Herrn Hofraths GAUSS.)

1) Man nimmt das Mittel der Uhrzeiten der Reihe, und zieht (ohne Rücksicht auf das Zeichen) jede einzelne Uhrzeit davon ab. So erhält man die Differenzen

$${}^1\tau, {}^2\tau, {}^3\tau, \dots, {}^n\tau$$

wo n die Anzahl der Beobachtungen ist.

[*] Im Nachlass (Lb 1) befindet sich eine ebensolche Tafel für die Polhöhe von Göttingen.]

2) Mit diesen τ nimmt man die Zahlen $m \left[= \frac{2 \sin \frac{1}{2} \tau^2}{\sin 1''} \right]$ aus der Tafel pag. 39 [*]

mit ${}^1\tau, {}^2\tau, {}^3\tau, \dots, {}^n\tau$
die Zahl ${}^1m, {}^2m, {}^3m, \dots, {}^nm$.

Dann ist

$$\frac{1}{n} ({}^1m + {}^2m + {}^3m + \dots + {}^nm) = M.$$

3) Wird ein Stern beobachtet und bedeutet v die tägliche Voreilung der Uhr vor Sternzeit (retardirt die Uhr, so nimmt man v negativ), so sucht man mit

$$\left(1 - \frac{2v}{86400 + v} \right) M$$

aus den Zahlen m der Tafel pag. 39 das dazu gehörige Argument = T .

4) Man verwandelt das Mittel der Uhrzeiten der Reihe in Sternzeit (= S), dann ist, wenn A die gerade Aufsteigung des Sterns bedeutet

$$S - (A + T) = t \\ S - (A - T) = t'.$$

5) Man berechne darauf mit t, t' und der angenommenen Breite (= φ) die Zenithdistanzen z, z' aus den Formeln

$$\operatorname{tg} \theta = \cos t \cdot \operatorname{cotg} \delta, \quad \operatorname{tg} \theta' = \cos t' \cdot \operatorname{cotg} \delta, \\ \cos z = \frac{\sin \delta}{\cos \theta} \cdot \sin(\varphi + \theta), \quad \cos z' = \frac{\sin \delta}{\cos \theta'} \cdot \sin(\varphi + \theta').$$

Bedeutet nun Z das Mittel der beobachteten Zenithdistanzen (+ Refraction), so ist bei Beobachtungen des Nordsterns, wenn die angenommene Breite auf ein paar Sekunden richtig war, die Verbesserung der angenommenen Breite, welche die beobachteten Zenithdistanzen geben, geradezu

$$d\varphi = \frac{1}{2}(z + z') - Z.$$

6) Entfernt die angenommene Breite bei Beobachtungen des Nordsterns sich weiter von der aus den Beobachtungen abgeleiteten, so muss man, wie überhaupt bei Sternen, die weiter vom Pol abstehen, mit Logarithmen von 5 Decimalstellen die Grössen A, B berechnen:

[*] Auf dieser und den folgenden Seiten der WARNSTORFFSchen Hülftafeln sind die Grössen $\frac{2 \sin \frac{1}{2} \tau^2}{\sin 1''}$ und $\frac{2 \sin \frac{1}{2} \tau^4}{\sin 1''^2}$ gegeben.]

$$A = \frac{\sin \delta}{\cos \theta} \frac{\cos(\varphi + \theta)}{\sin z}, \quad B = \frac{\sin \delta}{\cos \theta'} \frac{\cos(\varphi + \theta')}{\sin z'}$$

wo man $\frac{\sin \delta}{\cos \theta}$, $\frac{\sin \delta}{\cos \theta'}$ schon aus den vorigen Rechnungen hat, oder

$$A = \cotg z \cdot \cotg(\varphi + \theta), \quad B = \cotg z' \cdot \cotg(\varphi + \theta')$$

oder endlich

$$\frac{1}{2}(A+B) = \frac{\cos \varphi \cdot \sin \delta}{\sin Z} - \frac{\sin \varphi \cos \delta}{\sin Z} \cos \frac{1}{2}(t+t')$$

Dann ist

$$d\varphi = \frac{\frac{1}{2}(z+z') - Z}{\frac{1}{2}(A+B)}$$

Bei der Sonne wäre

$v \dots$ Voreilung der Uhr vor wahrer Sonnenzeit.
 (Mittel der Uhrzeiten + T) in wahre Zeit verwandelt = t
 (Mittel der Uhrzeiten - T) in wahre Zeit verwandelt = t .

BEMERKUNGEN ZU DEN NOTIZEN [1] UND [2].

SCHUMACHER hat eine grössere Reihe von »Hilfstafeln« herausgegeben; nämlich
 1) *Hilfstafeln zu Zeit- und Breitenbestimmungen*, 1820, in denen die weiter unten abgedruckten »Tafeln zur Berechnung der Aberration, Präcession, Lunar- und Solaranutation« von GAUSS enthalten sind.
 2) *Sammlung von Hilfstafeln*, Heft I (1822), Heft II (1825). Das erste Heft enthält die Refraktions tafeln von GAUSS (Werke VI, S. 185).

3) *Astronomische Hilfstafeln für 1821 bis 1829* (9 Bände).
 Die von WARNSTORF im Jahre 1845 veranstaltete Tafelsammlung wird von ihm als eine neue Ausgabe der »Sammlung von Hilfstafeln, herausgegeben im Jahre 1822 von H. C. Schumacher« bezeichnet. Der Verfasser sagt in der Vorrede: »Bei dieser Arbeit hat Herr Konferenzrat SCHUMACHER mich mit Rat und Tat unterstützt. Nicht weniger verdankt die Sammlung der bereitwilligen Güte des Herrn Hofrat GAUSS, von dem mehrere Mittheilungen herrühren, und der mir erlaubte, ihm das ganze Werk vor dem Drucke zur Durchsicht vorzulegen Diese zweite Ausgabe unterscheidet sich nach Inhalt und Form wesentlich von der früheren.«

In der Tat enthält die neue Ausgabe nicht die Refraktions tafeln von GAUSS; dagegen findet man darin das vorstehend Abgedruckte, sowie die Werke VI, S. 166 abgedruckte »Tafel für die Mittagver besserung« aus der Monatlichen Korrespondenz (April 1811), die *Tafeln zur Höhenbestimmung aus Barometerbeobachtungen* (Werke IX, S. 456) aus dem Berliner Astronomischen Jahrbuch für 1818 und endlich die weiter unten unter »Varia« abgedruckte »Interpolationsmethode«.

Im Briefwechsel zwischen GAUSS und SCHUMACHER ist in der Zeit von September 1844 bis Februar 1845 sehr häufig von der WARNSTORF'schen Ausgabe die Rede, indem SCHUMACHER hierzu sehr weitgehend GAUSS' Rat in Anspruch nahm.

BRENDEL.

[3.]

ÜBER DIE REDUCTION VON CIRCUMMERIDIANHÖHEN.]

[Handschriftliche Eintragung in GAUSS Exemplar von BODE, *Astronomisches Jahrbuch* für 1817.]

[I.] Einfachste Methode, die Reduction der Circummeridianhöhen in Reihen aufzulösen.

[ζ = Zenithdistanz im Meridian,
 $\zeta + x$ = » , gehörig zum Stundenwinkel h ,]
 $\cos(\zeta + x) = \cos \zeta - 2 \sin \frac{1}{2} h^2 \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta = \cos \zeta - B$.

Es sei

$$x = Bu + BBu'' + B^3u''' + \text{etc.},$$

so wird, insofern man bloss B als veränderlich betrachtet,

$$\frac{dx}{dB} = u' + 2Bu'' + 3BBu''' + 4B^3u^{IV} + \text{etc.}$$

Nun ist

$$\frac{d \cos(\zeta + x)}{dB} = -\sin(\zeta + x) \cdot \frac{dx}{dB} = -1.$$

Also

$$\frac{dx}{dB} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\cos \zeta - B)^2}} = \frac{1}{\sin \zeta} \left(1 + \frac{2 \cos \zeta}{\sin \zeta^2} B - \frac{BB}{\sin \zeta^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

[Die Entwicklung nach Potenzen von B gibt]

$$\begin{aligned} \left[\frac{dx}{dB}\right] &= \frac{1}{\sin \zeta} - \frac{\cos \zeta}{\sin \zeta^2} B + \left(\frac{1}{2 \sin \zeta^2} + \frac{3 \cos \zeta^2}{2 \sin \zeta^4}\right) BB - \left(\frac{3 \cos \zeta}{2 \sin \zeta^4} + \frac{5 \cos \zeta^3}{2 \sin \zeta^6}\right) B^3 \\ &+ \left(\frac{3}{8 \sin \zeta^4} + \frac{15 \cos \zeta^2}{4 \sin \zeta^6} + \frac{35 \cos \zeta^4}{8 \sin \zeta^8}\right) B^4 + \text{etc.} \\ &+ \left\{ (-1)^n \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} \left\{ \frac{\cos \zeta^n}{\sin \zeta^{2n+1}} + \frac{n(n-1)}{2(2n-1)} \frac{\cos \zeta^{n-2}}{\sin \zeta^{2n-1}} \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2 \cdot 4(2n-1)(2n-3)} \frac{\cos \zeta^{n-4}}{\sin \zeta^{2n-3}} + \dots \right\} B^n + \dots \right\}. \end{aligned}$$

46*

Folglich [wenn man] $\frac{B}{\sin \zeta} = C$ [setzt,]

$$\begin{aligned} x = & C - \frac{1}{2} \cotg \zeta \cdot CC + \left(\frac{1}{4} \cotg \zeta^2 + \frac{1}{4}\right) C^3 - \left(\frac{3}{8} \cotg \zeta^3 + \frac{3}{8} \cotg \zeta\right) C^4 \\ & + \left(\frac{3}{4} \cotg \zeta^4 + \frac{1}{2} \cotg \zeta^2 + \frac{1}{8}\right) C^5 - \left(\frac{7}{8} \cotg \zeta^5 + \frac{3}{4} \cotg \zeta^3 + \frac{1}{2} \cotg \zeta\right) C^6 \\ & + \left(\frac{7}{8} \cotg \zeta^6 + \frac{1}{2} \cotg \zeta^4 + \frac{1}{4} \cotg \zeta^2 + \frac{1}{8}\right) C^7 + \dots \\ & - (-1)^n \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} \left(\cotg \zeta^{n-1} + \frac{(n-1)(n-2)}{2(2n-3)} \cotg \zeta^{n-3} \right. \\ & \left. + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{2 \cdot 4(2n-3)(2n-5)} \cotg \zeta^{n-5} + \dots \right) C^n \pm \dots \end{aligned}$$

(II.) Allgemein [folgt aus der Gleichung

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos h$$

wenn] $\sin \frac{1}{2} \delta h = \eta$ und $\left[\frac{dz}{dh} = \frac{\cos \varphi \cos \delta \sin h}{\sin z} = M\right]$ gesetzt [wird, durch Entwicklung nach Potenzen von η]:

$$\begin{aligned} \delta z = & M \delta h + (2M \cotg h - 2MM \cotg z) \eta \eta \\ & + \left(-\frac{1}{2} M - 4MM \cotg h \cotg z + \frac{1}{2} M^3 (1 + 3 \cotg z^2)\right) \eta^3 \\ & + (2MM \cotg z (1 - \cotg h^2) + 4M^3 \cotg h (1 + 3 \cotg z^2) \\ & - M^4 \cotg z (6 + 10 \cotg z^2)) \eta^4 + \dots \end{aligned}$$

[Handschriftliche Eintragung in GAUSS' Exemplar von LALANDE, *Tables de Logarithmes*.]

(III.) a hauteur près la culmination

$a+x$ hauteur dans la culmination

δ déclinaison

φ élévation du pôle = $90^\circ + \delta - a - x$

[h Stundenwinkel.]

Bildet man die Differenz der beiden Gleichungen

$$\sin a = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos h,$$

$$\sin(a+x) = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta,$$

so wird]

$$\sin \frac{1}{2} x = \frac{\cos \delta \cos \varphi \sin \frac{1}{2} h^2}{\cos(a + \frac{1}{2} x)},$$

[und setzt man] h en sec(ondes) de tems = n ,

[so folgt sehr genähert:]

$$x = \frac{112,5 n^4 \cos \delta \cos \varphi}{206265^2 \sin(\varphi - \delta)} \frac{\sqrt{\sec \frac{1}{2} x}}{\sqrt{\sec \frac{1}{2} h^2}} \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\sin(\varphi - \delta + \frac{1}{2} x)}.$$

[4.]

[Einzelne Zettel, Lc. 1.]

Kleinste Zwischenzeit zwischen den Durchgängen durch zwei gegebene Almucantarats, rein analytisch.

Höhen $a = A + a$, $a' = A - a$

Stundenwinkel $h = H - \varepsilon$, $h' = H + \varepsilon$

Polhöhe φ

Declination δ .

[Es wird für eine gegebene Polhöhe φ die Declination δ gesucht, für die die genannte Zwischenzeit $h' - h = 2\varepsilon$ möglichst klein ist.]

$$1) \quad \sin a = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos h$$

$$2) \quad \sin a' = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos h'$$

Bedingung des Minimum $\frac{d(h'-h)}{d\delta} = 0$, oder $\frac{dh'}{d\delta} = \frac{dh}{d\delta}$, also

$$3) \quad \frac{\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos h}{\sin h} = \frac{\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos h'}{\sin h'}$$

Es werde noch gesetzt

$$4) \quad F \cos a = \sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos h$$

$$5) \quad G \cos a = \cos \varphi \sin h$$

$$6) \quad F' \cos a' = \sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos h'$$

$$7) \quad G' \cos a' = \cos \varphi \sin h'.$$

Aus Quadrirung der Gleichungen 1), 4), 5) und Addirung folgt

$$FF + GG = 1,$$

und ebenso aus 2), 6), 7) wird

$$F'F' + G'G' = 1.$$

Die Gleichung 3) ergibt $\frac{F}{G} = \frac{F'}{G'}$. Hieraus folgt, dass entweder $F' = F$, $G' = G$ oder $F' = -F$, $G' = -G$ sein muss, was denn zwei verschiedene Arten, den Gleichungen 1), 2), 3) Genüge zu leisten, ergibt.

Erste Auflösung: $F' = F$, $G' = G$.

Man bemerke zuerst, dass nach 5) und 7) die Grössen $\sin h$, $\sin h'$ gleiche Zeichen haben, oder die Durchgänge durch die beiden Almucantarats auf einer und derselben Seite des Meridians Statt finden müssen, insofern a und a' immer zwischen den Grenzen -90° und $+90^\circ$ liegen. Führt man jetzt in den Gleichungen 1), 2); 4), 6); 5), 7) anstatt a , a' , h , h' die Grössen A , α , H , ϵ ein, so gibt die resp. Addition und Subtraction je zweier

$$\begin{aligned} 8) \quad & \sin A \cos \alpha = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H \cos \epsilon \\ 9) \quad & \cos A \sin \alpha = \cos \varphi \cos \delta \sin H \sin \epsilon \\ 10) \quad & F \cos A \cos \alpha = \sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos H \cos \epsilon \\ 11) \quad & F \sin A \sin \alpha = \cos \varphi \sin \delta \sin H \sin \epsilon \\ 12) \quad & G \cos A \cos \alpha = \cos \varphi \sin H \cos \epsilon \\ 13) \quad & G \sin A \sin \alpha = \cos \varphi \cos H \sin \epsilon. \end{aligned}$$

Es folgt hieraus vermöge 10) \times 13) $-$ 11) \times 12)

$$\cos \varphi \sin \varphi \cos \delta \cos H \sin \epsilon - \cos \varphi^2 \sin \delta \cos \epsilon \sin \epsilon = 0$$

oder

$$14) \quad \tan \varphi \cos H = \tan \delta \cos \epsilon.$$

Aus $9)^2 + 11)^2 + 13)^2$ folgt $\sin \alpha^2 = \cos \varphi^2 \sin \epsilon^2$ oder

$$15) \quad \sin \alpha = \pm \cos \varphi \sin \epsilon,$$

hiemit aus 9), 11), 12), 13)

$$16) \quad \cos A = \pm \cos \delta \sin H$$

$$17) \quad F \sin A = \pm \sin \delta \sin H \quad \text{unnöthig}$$

$$18) \quad G \cos \alpha = \pm \frac{\cos \varphi \cos \epsilon}{\cos \delta}$$

$$19) \quad G \sin \alpha = \pm \cos H$$

und aus 18), 19)

$$20) \quad \cos \alpha \cos H \cos \delta = \sin A \cos \varphi \cos \epsilon$$

und mit 14) verbunden

$$21) \quad \cos \alpha \sin \delta = \sin A \sin \varphi.$$

Die Gleichungen 15), 16), 21) enthalten die Auflösung der Aufgabe [, indem ϵ aus 15), δ aus 21) und sodann H aus 16) folgt, letzteres schärfer und eindeutig aus 14)].

Zweite Auflösung: $F' = -F$, $G' = -G$.

Hier werden zufolge Gl[eichungen] 5) u[nd] 7) die Durchgänge auf entgegengesetzten Seiten des Meridians liegen. Die Gleichungen 1), 2), 4)—7) erhalten hier folgende Gestalt

$$\begin{aligned} 22) \quad & \sin A \cos \alpha = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H \cos \epsilon \\ 23) \quad & \cos A \sin \alpha = \cos \varphi \cos \delta \sin H \sin \epsilon \\ 24) \quad & F \sin A \sin \alpha = -\sin \varphi \cos \delta + \cos \varphi \sin \delta \cos H \cos \epsilon \\ 25) \quad & F \cos A \cos \alpha = -\cos \varphi \sin \delta \sin H \sin \epsilon \\ 26) \quad & G \sin A \sin \alpha = -\cos \varphi \sin H \cos \epsilon \\ 27) \quad & G \cos A \cos \alpha = -\cos \varphi \cos H \sin \epsilon. \end{aligned}$$

Hienach vermöge 24) \times 27) $-$ 25) \times 26)

$$0 = \cos \varphi \sin \varphi \cos \delta \cos H \sin \epsilon - \cos \varphi^2 \sin \delta \cos \epsilon \sin \epsilon$$

oder

$$27[a]) \quad \tan \varphi \cos H = \tan \delta \cos \epsilon.$$

Ferner aus $23)^2 + 25)^2 + 27)^2$: $\cos A^2 = \cos \varphi^2 \sin \epsilon^2$ oder

$$28) \quad \cos A = \pm \cos \varphi \sin \epsilon$$

und durch Verbindung mit 23), 25), 27):

$$29) \quad \sin \alpha = \pm \cos \delta \sin H$$

$$30) \quad F \cos \alpha = \pm \sin \delta \sin H$$

$$31) \quad G \cos \alpha = \pm \cos H$$

$$32) \quad G \sin \alpha = \pm \frac{\cos \varphi \cos \epsilon}{\cos \delta}.$$

Dann aus 31) u[nd] 32)

$$33) \quad \cos a \cos \varphi \cos \varepsilon = \sin A \cos H \cos \delta$$

und mit 27 [a]) verbunden:

$$34) \quad \cos a \sin \varphi = \sin A \sin \delta$$

wo 28), 29) und 34) alles zur Auflösung gehörige enthalten.

Übrigens müssen für die erste Auflösung in 15)–19) entweder bloss die obern oder bloss die untern [Vorzeichen] gewählt werden, und ebenso für die zweite Auflösung in den Gleichungen 28)–32).

Durch geometrische Betrachtungen erhält man die Auflösung am zierlichsten, wenn man die Construction auf einer Himmelskugel vornimmt, auf der die Sterne fest sind, das Zenith beweglich. Anstatt der vorgeschriebenen Höhen a, a' gebraucht man lieber die Zenithdistanzen $90^\circ - a = t, 90^\circ - a' = t'$. Man betrachte auf jener Kugelfläche das Viereck, wo $PZ = PZ' = 90^\circ - \varphi, SZ = t, SZ' = t'$. Bei diesen vorgeschriebenen Grössen der Seiten kann das



Viereck durch Verschiebung unendlich viele verschiedene Gestalten annehmen, so jedoch, dass ZZ' nicht grösser als $t+t'$ und nicht kleiner als $t-t'$ werden kann. Zugleich kann aber ZZ' nicht grösser als $2(90^\circ - \varphi)$ werden. Ist $t+t' < 2(90^\circ - \varphi)$, so sind beide Formen ($ZZ' = t-t'$ und $ZZ' = t+t'$) möglich, und die dabei Statt findenden Werthe des Winkels P geben die kleinste und die grösste Dauer des Überganges von t zu t' ; im entgegengesetzten Fall findet bloss ein Minimum, kein Maximum Statt; nämlich P kann dann den Werth 180° erreichen und bei weiterer Formänderung des Vierecks in überstumpfe Werthe übergehen.

[5.]

[Einzelne Zettel, Lo 1.]

Dämmerung [bei südl[icher] Decl[ination] = δ , [deren] Dauer der Äquinoczialdämmerung $[\lambda]$ gleich [ist]. D [=] Tiefe unter dem Horiz[ont beim Aufhören der Dämmerung, t = Stundenwinkel beim Untergang.]

$$1) \quad \sin D = \sin \varphi \sin \delta - \cos \varphi \cos \delta \cos (t + \lambda),$$

$$2) \quad \sin D = \cos \varphi \sin \lambda$$

[für das Äquinocium, wo $\delta = 0, t = 90^\circ$]

$$3) \quad 0 = \sin \varphi \sin \delta - \cos \varphi \cos \delta \cos t.$$

Aus 1) und 2):

$$[3a] \quad \sin \lambda = \tan \varphi \sin \delta - \cos \delta \cos t \cos \lambda + \cos \delta \sin t \sin \lambda.$$

[Aus] 1), 2), 3):

$$[3b] \quad \sin \lambda = \cos \delta \cos t \cdot (1 - \cos \lambda) + \cos \delta \sin t \sin \lambda.$$

[Aus den beiden letzten Gleichungen folgt

$$0 = \tan \varphi \sin \delta - \cos \delta \cos t$$

und aus 3b)

$$1 = \cos \delta \cos t \tan \frac{1}{2} \lambda + \cos \delta \sin t.]$$

Also

$$4) \quad 1 = \tan \varphi \sin \delta \tan \frac{1}{2} \lambda + \cos \delta \sin t$$

oder quadrit

$$1 - 2 \tan \varphi \sin \delta \tan \frac{1}{2} \lambda + \tan \varphi^2 \sin \delta^2 \tan \frac{1}{2} \lambda^2 = \cos \delta^2 - \tan \varphi^2 \sin \delta^2$$

und

$$\sin \delta = \frac{2 \tan \varphi \tan \frac{1}{2} \lambda}{1 + \tan \varphi^2 + \tan \varphi^2 \tan \frac{1}{2} \lambda^2} = \frac{2 \cos \varphi \sin \varphi \tan \frac{1}{2} \lambda}{1 + \sin \varphi^2 \tan \frac{1}{2} \lambda^2}$$

oder

$$\sin \varphi \tan \frac{1}{2} \lambda = \tan w$$

gesetzt, [wo λ aus 2) bestimmt werden kann]:

$$\sin \delta = \frac{2 \cos \varphi \tan w}{1 + \tan w^2} = \cos \varphi \sin 2w.$$

Q. E. D.

BEMERKUNGEN.

Die Zettel, aus denen die beiden vorstehenden Notizen entnommen sind, fanden sich in GAUSS' Exemplar von FONTANA, *Disquisitiones physico-mathematicae* vor; sie sind jetzt im Nachlass unter L. 1 eingeordnet. FONTANA löst in einem Kapitel das Problem der kürzesten Dämmerung, das GAUSS in der Notiz [4] behandelt. Mit diesem, wie mit dem in der Notiz [5] gelösten Problem, hatten sich damals ausser NONTUS, dessen Namen und Formeln GAUSS auf einem der Zettel angibt, auch andere beschäftigt; vgl. Berliner astronomisches Jahrbuch für 1783, Seite 94 und *Connaissance des Temps* pour l'an 1818, Seite 382.

Die Dauer der kürzesten Dämmerung ergibt sich aus der ersten Notiz, wenn man diese auf die Sonne bezieht. Für kleine südliche Deklinationen der Sonne ist die Dämmerung kürzer als die des Aequinoctiums und erreicht ein Minimum; bei weiterer Abnahme der Deklination nimmt sie wieder zu, wird der Aequinoctialdämmerung gleich und übersteigt sie.

Für Göttingen ($\varphi = 51^{\circ}30'$) findet man für die kürzeste Dämmerung wenn man $A - \alpha = -18^{\circ}$ annimmt, $2\epsilon = 1^{\text{h}}56^{\text{m}}.5$, $H = 6^{\text{h}}22^{\text{m}}.1$ und $\delta = -7^{\circ}.12$, und für die Deklination, bei der die Dämmerungsdauer derjenigen der Aequinoctien (nämlich $1^{\text{h}}59^{\text{m}}.1$) gleich ist, $\delta = -14^{\circ}.38$.

BRENDL.

[6.]

[ÜBER DIE BERECHNUNG VON MONDFINSTERNISSEN.]

GAUSS AN GERLING [ohne Datum.]

Die Auflösung der Aufgabe, den Anfang und das Ende der [Mond-] Finsterniss auf der Erde mit Rücksicht auf die sphäroidische Gestalt der letztern zu bestimmen, ist nicht ganz richtig [*]. Offenbar müssen beim ersten Anfang der Finsterniss der Kreis, der die Projection des Mondes ist, und die Ellipse, die die Projection der Erde ist, einander berühren; aber dieser Berührungspunkt und die Mittelpunkte des Kreises und der Ellipse liegen nun nicht mehr in Einer geraden Linie, wie Sie doch auch bei der sphäroidischen Erde angenommen haben. Die einfachste vollkommen strenge Auflösung für diesen Fall scheint mir etwa auf folgende Art geführt werden zu müssen:

Es sei

 δ ... Halbmesser des Mondes, ξ, η ... Coordinaten des Mittelpunktes des Mondes beim Anfang oder Ende der Finsterniss, x, y ... die Coordinaten desjenigen Punktes der Projection des Erdumfangs, wo die Berührung geschieht, a, b ... die halben Axen der Projection des Erdsphäroids,

so hat man

$$1) \quad \frac{xx}{aa} + \frac{yy}{bb} = 1$$

$$2) \quad (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 = \delta\delta$$

$$3) \quad (\xi - x) dx + (\eta - y) dy = 0.$$

[*] Der Zweck des Briefes ergibt sich aus dessen Schlussworten, die lauten:] -Sonst habe ich nichts erhebliches bei Ihrem Vortrage zu erinnern gefunden. Ihr Manuscript will ich morgen Hrn. ENKE mitgeben.

Diese dritte Gleichung folgt aus der Bedingung der Berührung, vermöge welcher unter allen Punkten des Umfangs der Erdellipse derjenige, dessen Coordinaten x, y sind, das kleinste δ in Beziehung auf den als bestimmt anzusehenden Punkt, dessen Coordinaten ξ, η sind, geben muss; 3) ist also aus der Differentiation von 2) gefunden, indem bloss x u[nd] y als veränderlich betrachtet werden. — Die Differentiation von 1) gibt

$$4) \quad \frac{x dx}{aa} + \frac{y dy}{bb} = 0,$$

und aus der Verbindung von 3) u[nd] 4)

$$5) \quad aay(\xi - x) = bbx(\eta - y).$$

Man setze, um 2) Genüge zu thun,

$$6) \quad \xi - x = \delta \cos \psi$$

$$7) \quad \eta - y = \delta \sin \psi,$$

so wird 5):

$$8) \quad \frac{aay}{bbx} = \operatorname{tg} \psi$$

und folglich, wenn man x u[nd] y aus 1) u[nd] 8) bestimmt, aus 6) u[nd] 7):

$$9) \quad \xi = \left\{ \frac{aa}{\sqrt{(aa \cos^2 \psi + bb \sin^2 \psi)}} + \delta \right\} \cos \psi$$

$$10) \quad \eta = \left\{ \frac{bb}{\sqrt{(aa \cos^2 \psi + bb \sin^2 \psi)}} + \delta \right\} \sin \psi.$$

Da nun ξ u[nd] η Functionen von der Zeit t sind, so hat man zwei Gleichungen zwischen t und ψ , aus denen beide Grössen bestimmt werden müssen. Die indirecte Methode wird dazu am bequemsten sein. Um also erst genäherte Werthe zu erhalten, darf man $b = a$ und den Weg des Mondes geradlinig und der Zeit proportional beschrieben ansehen. ξ u[nd] η haben also die Form

$\xi = A + Bt$ } wo man auch der Bequemlichkeit wegen $A = 0$ setzen kann,
 $\eta = C + Dt$ }

also $D\xi - B\eta = DA - BC$ oder

$$D(a + \delta) \cos \psi - B(a + \delta) \sin \psi = DA - BC,$$

woraus ψ leicht folgt, und damit auch t . Nachdem die genäherten Werthe gefunden sind, darf man, wenigstens innerhalb der kleinen Zwischenzeit zwischen

diesen genäherten Zeitmomenten u[nd] den wahren, ξ u[nd] η linearisch durch t bestimmt oder in der Form $\xi = A' + B't$, $\eta = C' + D't$ enthalten ansehen. Hier thut man nun besser, t von der Zeit der genäherten Zeitmomente des Anfangs u[nd] Endes (versteht sich, dass für jedes eine eigne Rechnung geführt werden muss) an zu zählen, wo also A' u[nd] C' den ersten genäherten Werthen von ξ u[nd] η gleich sind und B' , D' durch Interpolation oder auf andere Weise leicht mit äusserster Schärfe gefunden werden.

Wenn man dann für ξ u[nd] η ihre Werthe aus 9) u[nd] 10) in der Gleichung $D'\xi - B'\eta = D'A' - B'C'$ substituirt, so erhält man eine Gleichung, in der bloss ψ unbekannt, und also aus ihr durch leichte Rechnung gefunden werden kann. Aus ψ folgt dann leicht Polhöhe, Stundenwinkel, ξ und t , und aus t u[nd] Stundenwinkel die Länge des Orts*). . . .

*) Offenbar bezeichnet ψ die Richtung der geraden Linie vom Berührungspunkt bis zum Mittelpunkte des \mathcal{C} , und die Richtung der geraden Linie vom Mittelpunkte der Erde bis zum Berührungspunkte hat zur Tangente $\frac{y}{x}$, jener Winkel aber $\frac{aay}{bbx}$.

[7.]

[LÄNGENBESTIMMUNG AUS STERNBEDECKUNGEN.]

[Aus Handbuch De (19), Seite 71.]

Bedeckung des Aldebaran 1812 Oct. 22.

Aus der Connaissance des tems.

W[ahre]Z.	St[ern]. Z.	Stund. W.	Länge des C	Breite des C	Aeq. H. Parallaxe	Halbm[esser]
10 ^h 40 ^m 0 ^s	0 ^h 29 ^m 15 ^s .1	20 ^h 4 ^m 3 ^s .3	65° 47' 27".9	-5° 0' 17".3	3622",56	
12 40 0	2 29 34,1	22 4 22,3	67 1 23,3	-4 59 12,5	3618,72	993",7
14 40 0	4 29 53,1	24 4 41,3	68 15 8,3	-4 57 59,6	3614,89	

Aldebaran : AR = 66° 17' 56",7 Länge 67° 10' 28",2 Obl. Ecl. 23° 27' 42",4

D = 16 7 20,7 Breite -5 28 45,5 [p =] 9 15 5,9

Zur Berechnung der Coordinaten des Mondes

Länge des Mondes λ Länge des Sterns l Breite des Mondes β Breite des Sterns b Positionswinkel p

$$[1] \quad \frac{\tan \beta}{\cos(\lambda-l)} = \tan \beta^* \quad \beta^* = \beta + \frac{\sin 2\beta \cdot (\lambda-l)^2}{4 \times 206265}$$

$$[2] \quad \frac{\tan(\lambda-l) \cos \beta^*}{\sin(\beta^*-b)} = \tan u \quad \tan u = \frac{\lambda-l}{\beta^*-b} \cos \beta^* \sqrt{\sec(\lambda-l)^2 \cdot \sec(\beta^*-b)}$$

$$[3] \quad \frac{206265 \sin(\lambda-l) \cos \beta}{\sin u} = A = \frac{(\lambda-l) \cos \beta \cdot \sin(\text{par. c.})}{\sqrt{\sec(\lambda-l) \cdot \sin u \sin(\text{par.})}}$$

$$[4] \quad \left. \begin{aligned} x &= A \sin(u-p) \\ y &= A \cos(u-p) \end{aligned} \right\} \text{in Beziehung auf den Aequator.}$$

[Im Beispiel ergibt sich für die beiden äussern Oerter:]

β^*	- 5° 0' 22"	- 4° 58' 3"
u	108 56 30	64 30 58
[log] A	3,71927 n	3,63210
x	- 5164,5	+ 3522,6
y	+ 881,9	+ 2442,4

[Es seien für den]

St[unden]-W[inkel] [die] Coord[inaten des Mondes]

$$\begin{array}{ccc} T & x & y \\ T+t & x' & y' \end{array}$$

 θ Zeit der Zusammenkunft, wo Absc[isse] = 0, Ord[inate] = η ζ Neigung der Bahn, n Bewegung in 1^{er} St[ern]-Z[eit].

$$[5] \quad \frac{y'-y}{x'-x} = \tan \zeta \quad \frac{x'-x}{t \cos \zeta} = \frac{y'-y}{t \sin \zeta} = n$$

$$[6] \quad y - x \tan \zeta = \eta$$

$$[7] \quad \theta = T - \frac{\pi t}{x'-x}$$

$$[8] \quad \text{Zeit der Zusammenkunft in Länge} = \theta - \frac{\eta \sin p}{n \cos(\zeta-p)}$$

[Die Rechnung ergibt]

$$\zeta = 10^\circ 11' 0'' \quad \log n = 9,78627 \quad \eta = +1809,6$$

$$[\theta =] \text{ } \theta \text{ in AR } 22^{\text{h}} 27^{\text{m}} 6,7 \quad \theta \text{ in Long. } 22^{\text{h}} 19^{\text{m}} 10,7$$

Coordinaten eines Punkts der Erde, wo Stundenwinkel des Sterns h , verbesserte Polhöhe $[\varphi]$, verbesserte Horizontalparallaxe P

$$\text{I. } \begin{cases} a = P \cos \varphi \sin h & = P \sin z \sin M \\ b = P \sin \varphi \cos \delta - P \cos \varphi \sin \delta \cos h & = P \sin z \cos M \end{cases}$$

$$\text{II. } \begin{cases} \text{Es sei } b - \eta = q \sin \mu & \text{Halbmesser [des] } \zeta = \rho. \\ a = q \cos \mu \end{cases}$$

Bei der Berührung Richtung der Linie vom projicirten Ort des P[un]kts der Erde zum projicirten Ort des Mondsmittelp[unkts] = $\zeta + 90^\circ + \nu$; Zeit = $\theta + \delta$, also

$$[9] \quad \begin{aligned} n \delta \cos \zeta - q \cos \mu &= -\rho \sin(\nu + \zeta) \\ n \delta \sin \zeta - q \sin \mu &= \rho \cos(\nu + \zeta). \end{aligned}$$

Hieraus

$$\text{III.} \quad \cos v = \frac{q \sin(\zeta - \mu)}{p}$$

$$\text{IV.} \quad \theta = \frac{q}{\cos v} \cdot \frac{\cos(\zeta - \mu + v)}{n} = \frac{q}{n} \cos(\zeta - \mu) - \frac{p}{n} \sin v.$$

Da aus II. zwei Werthe für v folgen, so gilt im Allgemeinen der, wofür $\sin v$ positiv ist, für einen Eintritt, der andere für einen Austritt.

Die Bedeutung von μ , v , ζ ist am leichtesten so zu übersehen:

In der Projection sind drei Punkte

1. Ort des Mondsmittelpunkts zur Zeit θ ,
 2. Ort des Mondsmittelpunkts zur Zeit $\theta + \theta$,
 3. Ort des Beobachtungsorts oder des Punkts im Mondsrande, wo die Berührung geschieht,
- 1.2 Länge = $n\theta$ Richtung ζ gegen die Abscissenlinie
 - 1.3 Länge = q Richtung μ » » »
 - 3.2 Länge = p Richtung $\zeta + 90^\circ + v$ gegen die Abscissenlinie.

Ferner ist $90^\circ - M$ die Richtung der Linie von der Projection des Mittelpunkts der Erde zum Punkt 3.

Die Richtungen von grössten Kreisen durch den Stern werden also folgendermassen dargestellt

- 0 Parallel mit dem Aequator nach Osten
 90° nach dem Nordpol des Aequators
 p Parallel mit der Ekliptik nach Osten
 $90^\circ - M$. . . Vertical nach oben
 $\zeta + 90^\circ + v$. . nach dem Mondsmittelpunkt [durch den Punkt 3].

Man kann also ohne Bedenken die Richtungen von grössten Kreisen durch den Mittelpunk[t] des schein[aren] Mondsorts setzen

- 0
 90°
 p
 $90^\circ - M$
 } wie oben

$\zeta - 90^\circ + v$. . nach dem Stern [Punkt 3],
 immer von Osten nach Norden zu gezählt.

Der Stern erscheint also vom süd[lichen] Mondsrande

- $\zeta + v$ nach Osten in Bez[ug] auf Aequator
 $\zeta + v - p$ » » » » » Ekliptik
 $\zeta + v + M$ » » » » » den untersten Punkt.

Beispiel	Eintritt in Göttingen	Austritt in Göttingen
[Beobachtungszeit]	22 ^h 7 ^m 45 ^s .3	23 ^h 11 ^m 18 ^s .0
[=]	331 ^o 56' 20"	347 ^o 49' 30"
[log a =]	3,02575 n	2,67734 n
[b - η =]	346 ^s .9	287 ^s .3
[μ =]	161 ^o 53' 46"	148 ^o 52' 13"
[log q =]	3,04780	2,74487
[v =]	122 ^o 9' 59"	- 111 ^o 40' 0"
[θ =]	- 298 ^s .7	+ 827 ^s .8
[$\theta + \theta$ =]	21 ^h 37 ^m 22 ^s .6	22 ^h 40 ^m 54 ^s .5
[Beobachtung:]	22 7 45,3	23 11 18,0
[also Länge]	30 ^m 22 ^s .7	30 ^m 23 ^s .5
	[im Mittel	30 ^m 23 ^s .1].

BEMERKUNGEN.

GAUSS entnimmt aus der Mondephemeride drei Orter, aus deren Daten er die Bewegung des Mondes gegen den Stern ableitet. Jedoch benutzt er in der vorstehenden Notiz nur die beiden äusseren Orter; vermuthlich sollte der dritte dazu dienen, die zweiten Differenzen der Mondbewegung, wenn nötig, zu berücksichtigen. Man denke sich um den Erdmittelpunkt eine Kugel gelegt und projicire den Vorgang auf die an den Ort des Sterns gelegte Tangentialebene; den Radius der Kugel, d. h. die Längeneinheit nimmt GAUSS gleich der Entfernung des Mondes vom Erdmittelpunkt im mittleren Ort und die Zeit zählt er durch den Stundenwinkel des Sterns.

Den Bogen zwischen dem Stern und dem Mondmittelpunkt berechnet GAUSS aus dem Dreieck »Pol der Ekliptik — Mond — Stern« durch Einführung der Hilfsgrössen

- β^* . . . Breite des Fusspunkts des vom Mondort auf den Breitenkreis des Sterns gefällten Lotes,
 u . . . Winkel am Stern,

wodurch man die Gleichungen [1] und [2], sowie für den Sinus dieses Bogens

$$\sin \alpha = \frac{\sin(\lambda - h) \cos \beta}{\sin u}$$

erhält. Die Projection A des Abstandes Δ des Mondes vom Erdmittelpunkt auf die Tangentialebene ist $= \Delta \sin \alpha$, also in der gewählten Längeneinheit und in Sekunden verwandelt

$$A = 206265 \frac{\sin \pi_0}{\sin \pi} \sin \alpha$$

entsprechend der Gleichung [3], wenn π die dem Zeitmoment entsprechende Parallaxe des Mondes und π_0 seine Parallaxe für den mittleren Ort ist. Legt man nun in der Tangentialebene ein rechtwinkliges Koordinatensystem durch den Sternort, die y -Axe nach dem Nordpol des Aequators, die x -Axe nach Osten, so sind die Polarkoordinaten des Mondmittelpunkts in dieser Ebene A und $u-p$, wenn p den »Positionswinkel«, d. h. den Winkel am Stern im Dreieck »Pol der Ekliptik — Pol des Aequators — Stern« bedeutet, hieraus folgen seine rechtwinkligen Koordinaten, wie in Gleichung [4].

Die Ausdrücke [5] bis [6] für die Neigung ζ der Mondbahn und die Ordinaten η zur Zeit der Konjunktion in AR ergeben sich leicht. Die allgemein in der Zeit t_2-t_1 vom Mond durchlaufene Strecke ist $n(t_2-t_1)$ und ihre Komponenten

$$\begin{aligned}x_2-x_1 &= n(t_2-t_1) \cos \zeta \\y_2-y_1 &= n(t_2-t_1) \sin \zeta\end{aligned}$$

Für $x_1 = 0$, $x_2 = x$, $y_2 = y$, $y_1 = 0$ erhält man den Wert [7] von

$$\theta = T - \frac{x}{n \cos \zeta} = T - \frac{y - \eta}{n \sin \zeta} = T - \frac{x}{x' - x''} t.$$

Zählt man die Zeit von der Konjunktion, so hat man allgemein für die Koordinaten X, Y des Mondes zur Zeit τ :

$$\begin{aligned}X &= n(\tau - \theta) \cos \zeta \\Y - \eta &= n(\tau - \theta) \sin \zeta.\end{aligned}$$

Die Abszisse des Mondmittelpunkts, bei der die Konjunktion in Länge stattfindet, ist gleich

$$\frac{\eta \cos \zeta \sin p}{\cos(\zeta - p)},$$

und hieraus folgt der Ausdruck [8] in der Notiz.

Die »verbesserte« Horizontalparallaxe des Mondes, d. h. der Radius des Beobachtungsortes, ausgedrückt in der gewählten Längeneinheit und in Sekunden, ist

$$P = \frac{206265 \sin \pi_0}{R},$$

wenn R der Radius des Beobachtungsortes ist. Damit folgen für die rechtwinkligen Koordinaten a und b der Projektion des Beobachtungsortes die Ausdrücke I.

Bezeichnet man mit $\zeta + \nu$ den Positionswinkel für den Ein- und Austritt, gezählt vom Südpunkt des Mondes nach Osten, so sind die Koordinaten für den entsprechenden Zeitpunkt $(\theta + \delta)$ einerseits

$$\begin{aligned}X &= a - \rho \sin(\zeta + \nu) \\Y &= b + \rho \cos(\zeta + \nu)\end{aligned}$$

und andererseits

$$\begin{aligned}X &= n\delta \cos \zeta \\Y - \eta &= n\delta \sin \zeta,\end{aligned}$$

woraus unmittelbar die Gleichungen [9] folgen.

Aus der beobachteten Zeit, d. h. dem Stundenwinkel h des Ein- oder Austritts finden sich durch die Gleichungen I. bis IV. die Grössen $\zeta + \nu$ und δ . $\theta + \delta$ ist die Zeit der Berührung für den Nullmeridian (im Beispiel Paris) und $\theta + \delta - h$ demnach die Längendifferenz.

Aus dem Zahlenbeispiel in der Handschrift sind nur die wichtigsten Zahlen abgedruckt und ein Rechenfehler in den letzten Decimalen verbessert worden; die geänderten Ziffern sind kursiv gesetzt. Das Beispiel scheint ein fingiertes zu sein, da diese Bedeckung des Aldebaran anscheinend in Göttingen nicht beobachtet worden ist. Das Original der Rechnung ergibt für Ein- und Austritt genau das gleiche Ergebnis für die Länge, nämlich $30^m 22^s.6$, was die eben ausgesprochene Vermutung bestätigen dürfte. Nach den neuesten Bestimmungen ist die Längendifferenz $30^m 35^s.4$.

BRENDEL.

[8.]

TAFELN ZUR BERECHNUNG DER ABERRATION, PRAECESSION, LUNAR- UND SOLARNUTATION FÜR STERNZEIT EINGERICHTET.

Halftafeln zu Zeit- und Breitbestimmungen, herausgegeben von H. C. SCHUMACHER, Kopenhagen 1820.

[Die folgenden Tafeln zur Berechnung der Aberration, Praecession, Lunar- und Solar-Nutation sind von GAUSS, dessen gütige Mittheilung ich sie verdanke. Sie setzen keine Ephemeride voraus, und ihr eigentlicher Zweck ist: Gruppen von Beobachtungen, d. h. mehrere in einem Jahre gemachte Meridianbeobachtungen zusammen zu reduciren, wo man nur das Mittelresultat, ohne die einzelnen besonders verlangt. Bei einzelnen Beobachtungen wird ihr Vortheil gegen die bisher bekannten nicht entschieden sein.]

Die Argumente der Tafeln finden sich auf folgende Art. Es sei

f . . . das Datum,

g . . . die Sternzeit in Decimalen des Tages,

h . . . die Länge des Orts westlich von Göttingen, den ganzen Umfang als Einheit angesehen;

endlich ist

$$\left. \begin{aligned}i &= 0 \text{ vom Anfange des Jahrs bis zu} \\ &\text{dem Tage wo AR } \odot = g \\ i &= 1 \text{ von da bis zu Ende des Jahrs} \\ &\text{und so respective} \\ i &= -1 \text{ oder } 0 \text{ wenn } g > 18^h 40^m\end{aligned} \right\} \text{ wenn } g < 18^h 40^m$$

und

1817	$k = +0,75847$
1818	0,51621
1819	0,27395
1820	0,03168 (+1,03168 nach dem Februar)
1821	0,78942

dann ist das Argument für Tafel I

$$= f + g + h + i + k.$$

Es sei ferner f' Datum vom Anfang des Jahrs an gezählt (d. i. den 1^{sten} Januar als 1 in gemeinen, als 0 in Schaltjahren) und

1817	$k' = 2189,25024$
1818	2555,25024
1819	2921,25024
1820	3288,25024
1821	3654,25024
1822	4020,25024
1823	4386,25024

&c.

dann ist das Argument für Tafel II

$$= f' + g + h + i + k'.$$

Mit diesen Argumenten nimmt man aus den Tafeln A, B, C, D, E, F .

Es sei nun

a = grader Aufsteigung

ϵ = Schiefe der Ekliptik

$$a = \frac{\cos a}{\cos \delta}$$

$$b = \frac{\sin a}{\cos \delta}$$

$$c = 46^{\circ}0175 + 20^{\circ}044 \cdot \sin a \cdot \tan \delta$$

$$d = \tan \delta \cdot \cos a$$

$$a' = \cos \delta \cdot \tan \epsilon - \sin \delta \cdot \sin a$$

$$b' = \sin \delta \cdot \cos a$$

$$c' = 20^{\circ}044 \cdot \cos a$$

$$d' = -\sin a.$$

Dann ist

Inbegriff der Aberration, Praecession, Lunar- und Solar-Nutation

$$\text{für } AR = aA + bB + c(C + E) + d(D + F)$$

$$\text{für } \delta = a'A + b'B + c'(C + E) + d'(D + F).$$

Die zweite Tafel ist noch nicht vollständig, aber in bei weitem grösserer Aus-

dehnung, als der Gebrauch für dieses Jahr erheischt. Sie soll vollständig im nächsten Jahrgang erscheinen[*].

Die beiden ersten Theile geben die Aberration, wobei LINDENAU'S Constante zum Grunde liegt (20^o61). Wer DELAMBRES Constante vorzieht, hat bei den Logarithmen dieser Theile nur 0,00755 abzuziehen.

Die Coefficienten c, c' sind die jährliche Praecession, es kann also jeder nach Gutdünken die darin vorkommenden Constanten wählen. Südliche Declinationen werden bei dem Gebrauche dieser Tafel als negative angesehen.}

[Folgen die Tafeln, die 8 Druckseiten umfassen.]

BEMERKUNGEN.

In seinem Exemplar der SCHUMACHER'Schen Hälftafeln, in denen die vorstehenden Tafeln veröffentlicht sind, hat GAUSS eine längere »Notiz für den Gebrauch meiner Specialtafeln« handschriftlich eingetragen, was darauf hindeutet, dass er diese Tafeln zur Reduktion seiner Beobachtungen benutzt hat. Die früher (1808) in der Monatlichen Correspondenz erschienenen »Allgemeinen Tafeln für Aberration und Nutation« sind bereits Werke VI, S. 123 f. abgedruckt.

BRENDEL.

[*] Ein weiterer Jahrgang der Hälftafeln ist nicht erschienen; vgl. die Bemerkungen Seite 362.]

[9.]

[ZUR PRAECESSION DER NACHTGLEICHEN.]

[Handschriftliche Eintragung in GAUSS' Exemplar von BESSELS Preisschrift
Untersuchung der Grösse und des Einflusses des Vorrückens der Nachtgleichen, Berlin 1815.]

[I.]

Die bequemste Art, Rectascension und Declination von einer Epoche auf eine andere zu übertragen, scheint folgende zu sein:

$$\begin{aligned}
 \sin \frac{1}{2} q \sin \frac{1}{2} (\lambda' + \lambda + r - p) &= \cos \frac{1}{2} (\Psi' - \Psi) \sin \frac{1}{2} (V' - V) = \sin x \sin y \\
 \sin \frac{1}{2} q \cos \frac{1}{2} (\lambda' + \lambda + r - p) &= \sin \frac{1}{2} (\Psi' - \Psi) \sin \frac{1}{2} (V' + V) = \sin x \cos y \\
 \cos \frac{1}{2} q \sin \frac{1}{2} (\lambda' - \lambda + r + p) &= \sin \frac{1}{2} (\Psi' - \Psi) \cos \frac{1}{2} (V' + V) = \cos x \sin z \\
 \cos \frac{1}{2} q \cos \frac{1}{2} (\lambda' - \lambda + r + p) &= \cos \frac{1}{2} (\Psi' - \Psi) \cos \frac{1}{2} (V' - V) = \cos x \cos z.
 \end{aligned}$$

Nachdem hieraus p, q, r bestimmt sind, hat man

Zur Kontrolle:

$$\begin{aligned}
 1) \quad \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos (\alpha + p)} &= \operatorname{tg} u & 4) \quad \sin (\alpha + p) \cos \delta &= \sin (\alpha' - r) \cos \delta' \\
 [B] \quad 2) \quad \frac{\cos u}{\cos (u + q)} \operatorname{tg} (\alpha + p) &= \operatorname{tg} (\alpha' - r) & & \text{oder} \\
 3) \quad \cos (\alpha' - r) \operatorname{tg} (u + q) &= \operatorname{tg} \delta' & \frac{\cos u}{\cos (u + q)} &= \frac{\cos (\alpha + p)}{\cos (\alpha' - r)} \frac{\cos \delta}{\cos \delta'}
 \end{aligned}$$

Nach BESSELS Zahlen

$$\begin{aligned}
 p &= \lambda + z - y & y &= 0^{\circ}101251 (t + t') \\
 q &= 2x & z &= \{23^{\circ}08759 - 0^{\circ}00005585844 (t + t')\} (t' - t) \\
 r &= -\lambda' + z + y & [C] \quad q &= \{20^{\circ}05039 - 0^{\circ}0000485102 (t + t')\} (t' - t) \\
 & & \lambda &= 0^{\circ}17926 (t' - t) - 0^{\circ}0002660394 (t' - t)^2.
 \end{aligned}$$

[Eintragungen in Handbuch Bf (21), Seite 15 und 24.]

[II.]

Praecession.

[Methode zur Bestimmung der Constanten der Praecession.]

Es sei α Rectascension, δ Declination und

$$\begin{aligned}
 \frac{d\alpha}{dt} &= m + n \operatorname{tang} \delta \sin \alpha \\
 \frac{d\delta}{dt} &= n \cos \alpha.
 \end{aligned}$$

Das Integral dieser Gleichungen wird, wenn man Kürze halber $m = \theta \cos \varepsilon$, $n = \theta \sin \varepsilon$ [setzt und diese Grössen als constant ansieht],

$$\begin{aligned}
 \sin \delta &= \cos A \sin \varepsilon \sin (B + \theta t) + \sin A \cos \varepsilon \\
 \cos \delta \sin \alpha &= \cos A \cos \varepsilon \sin (B + \theta t) - \sin A \sin \varepsilon \\
 \cos \delta \cos \alpha &= \cos A \cos (B + \theta t).
 \end{aligned}$$

Die Werthe der vier Constanten $A, B, \varepsilon, \theta$ sind aus zwei Oertern bestimmbar. Man hat nämlich

$$\begin{aligned}
 \cos \frac{1}{2} (\delta' + \delta) \cdot \sin \frac{1}{2} (\delta' - \delta) &= \cos A \cdot \cos (B + \frac{1}{2} \theta (t + t')) \cdot \sin \frac{1}{2} \theta (t' - t) \cdot \sin \varepsilon \\
 \cos \frac{1}{2} (\delta' + \delta) \cdot \cos \frac{1}{2} (\delta' - \delta) \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) \cdot \sin \frac{1}{2} (\alpha' - \alpha) &\} = \\
 - \sin \frac{1}{2} (\delta' + \delta) \cdot \sin \frac{1}{2} (\delta' - \delta) \cdot \sin \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha' - \alpha) &\} = \\
 \cos A \cdot \cos (B + \frac{1}{2} \theta (t + t')) \cdot \sin \frac{1}{2} \theta (t' - t) \cdot \cos \varepsilon & \\
 \cos \frac{1}{2} (\delta' + \delta) \cdot \cos \frac{1}{2} (\delta' - \delta) \cdot \sin \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) \cdot \sin \frac{1}{2} (\alpha' - \alpha) &\} = \\
 + \sin \frac{1}{2} (\delta' + \delta) \cdot \sin \frac{1}{2} (\delta' - \delta) \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha' - \alpha) &\} = \\
 \cos A \cdot \sin (B + \frac{1}{2} \theta (t + t')) \cdot \sin \frac{1}{2} \theta (t' - t) & \\
 \cos \frac{1}{2} (\delta' + \delta) \cdot \cos \frac{1}{2} (\delta' - \delta) \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha' - \alpha) &\} = \\
 + \sin \frac{1}{2} (\delta' + \delta) \cdot \sin \frac{1}{2} (\delta' - \delta) \cdot \sin \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) \cdot \sin \frac{1}{2} (\alpha' - \alpha) &\} = \\
 \cos A \cdot \cos (B + \frac{1}{2} \theta (t + t')) \cdot \cos \frac{1}{2} \theta (t' - t). &
 \end{aligned}$$

Man setze demnach

$$\begin{aligned}
 \operatorname{cotg} \frac{1}{2} (\delta' - \delta) \cdot \cos \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) &= M \cos \psi \\
 \operatorname{tang} \frac{1}{2} (\delta' + \delta) \cdot \sin \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) &= M \sin \psi,
 \end{aligned}$$

so wird

$$\begin{aligned}
 \operatorname{cotg} \varepsilon &= M \sin (\frac{1}{2} (\alpha' - \alpha) - \psi) \\
 \operatorname{tang} (\frac{1}{2} \theta (t' - t)) &= \frac{\operatorname{tang} (\frac{1}{2} (\alpha' - \alpha) - \psi)}{\cos \varepsilon}
 \end{aligned}$$

und [setze] demnächst

$$\frac{\tan \delta}{\sin \alpha} = \tan \omega,$$

[so wird]

$$\frac{\cos(\omega - \epsilon)}{\cos \omega} \tan \alpha = \tan(B + \theta t)$$

$$\tan(\omega - \epsilon) \cdot \sin(B + \theta t) = \tan A.$$

Für den Polarstern setzen wir für 1750: $\delta = 87^{\circ} 58' 27,40$ $\alpha = 10^{\circ} 41' 0,10$

$$1812: \delta' = 88 18 18,81 \quad \alpha' = 13 46 22,50.$$

Hieraus

$$\epsilon = 22^{\circ} 22' 56'' \quad 31 \theta = 27' 14,0 \quad \theta = 52,71 \quad m = 48,738 \quad n = 20,071$$

$$A = 67^{\circ} 9' 28'' \quad B \text{ für } 1781 \dots 85^{\circ} 18' 9''.$$

[III.]

[Methode zur Reduction des Ortes polnaher Sterne.]

Setzt man $87^{\circ} 39' 4,67 + 26,355 (t - 1781) = \Delta$ und

$$(7,6034309) \sin \Delta = \sin \zeta \sin P \quad \text{und} \quad \delta = 90^{\circ} - 2\zeta$$

$$(9,5848893) \cos \Delta = \sin \zeta \cos P \quad \text{und} \quad \alpha = P - Q$$

$$(9,9652617) \cos \Delta = \cos \zeta \sin Q$$

so wird von selbst

$$(9,9999965) \sin \Delta = \cos \zeta \cos Q.$$

So findet sich [für den Polarstern]

α	δ
1690 $8^{\circ} 25' 27,67$	$87^{\circ} 38' 14,74$
1790 $12 33 47,08$	$88 11 8,84$
1800 $13 5 42,84$	$88 14 24,54$
1801 $13 9 57,91$	$88 14 48,80$
1804 $13 18 58,42$	$88 15 42,69$
1754 $10 51 20,75$	$87 59 21,44.$

[IV.]

Zusatz zu der Methode [Notiz I], die Praecession zu berechnen.

Man setze

$$\frac{\tan \frac{1}{2} (\alpha' - \alpha) \cdot \cos \frac{1}{2} (\beta' + \beta)}{\sin \frac{1}{2} (\beta' - \beta)} = \tan p, \quad \frac{\tan \frac{1}{2} (\alpha' + \alpha) \cdot \sin \frac{1}{2} (\beta' - \beta)}{\cos \frac{1}{2} (\beta' + \beta)} = \tan q$$

[und

$$2M = 90^{\circ} - (A + \epsilon) \quad 2u = 90^{\circ} + B + \theta t$$

$$2N = 90^{\circ} - (A - \epsilon) \quad 2u' = 90^{\circ} + B + \theta t'.]$$

Man kann dann M, N, u, u' aus folgenden Gleichungen bestimmen, wo $\delta + \pi = \delta' + \pi' = 90^{\circ}$:

$$\sin M \sin u = \sin \frac{1}{2} \pi \sin \frac{1}{2} (p - q + \alpha) \quad \sin M \sin u' = \sin \frac{1}{2} \pi' \sin \frac{1}{2} (p + q + \alpha')$$

$$\sin N \cos u = \sin \frac{1}{2} \pi \cos \frac{1}{2} (p - q + \alpha) \quad \sin N \cos u' = \sin \frac{1}{2} \pi' \cos \frac{1}{2} (p + q + \alpha')$$

$$\cos N \cos u = \cos \frac{1}{2} \pi \sin \frac{1}{2} (p - q - \alpha) \quad \cos N \cos u' = \cos \frac{1}{2} \pi' \sin \frac{1}{2} (p + q - \alpha')$$

$$\cos M \sin u = \cos \frac{1}{2} \pi \cos \frac{1}{2} (p - q - \alpha) \quad \cos M \sin u' = \cos \frac{1}{2} \pi' \cos \frac{1}{2} (p + q - \alpha')$$

Für den Polarstern setzen wir mit verbesserten Datis

$$\alpha = 10^{\circ} 55' 34,380 \quad \delta = 87^{\circ} 59' 41,12 \quad (1755)$$

$$\alpha' = 13 57 7,656 \quad \delta' = 88 19 17,21 \quad (1815),$$

[woraus man findet]

$$p = 16^{\circ} 34' 55,92 \quad [M =] 0^{\circ} 13' 44,56 \quad [u =] 87^{\circ} 31' 52,93$$

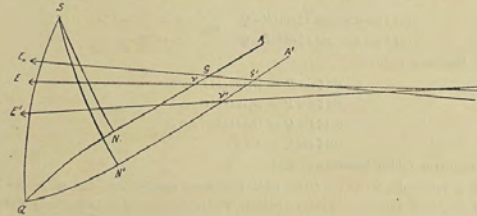
$$q = 1 7 15,10 \quad [N =] 23 17 55,78 \quad [u' =] 87 57 29,41$$

Motus in 60 annis [: 60 θ =] $25^{\circ} 36,48.$

BEMERKUNGEN.

Die vorstehenden Notizen dürften durch BESSELS Preisschrift (1815) veranlasst sein; im besonderen ist die Notiz I. in das Deckblatt von GAUSS' Exemplar dieser Schrift eingetragen.

Zu Notiz I: Die Bedeutung der von GAUSS gewählten Bezeichnungen ergibt sich aus der nebenstehenden Figur, die die Ansicht vom Zentrum der Himmelskugel aus darstellt. Es seien E_0 die Fundamentalebene der festen Ekliptik zur Zeit t_0 , E und E' die Lage der Ekliptik und A und A' die des Aequators zu den Zeiten t und t' und S der Ort eines Sterns, so ist nach BESSELS Bezeichnung





- der Bogen $G\gamma = \lambda$ } Präzession durch die Planeten
- " " $G'\gamma' = \lambda'$ }
- " " $GG' = \Psi' - \Psi$ Lunisolarpräzession
- " Winkel $AGE_0 = V$ = Schiefe der festen Ekliptik zur Zeit t
- " " $AG'E_0 = V'$ = " " " " " " " " t' .

Des weiteren bezeichnet GAUSS

- den Bogen $Q\gamma$ mit $90^\circ - p$ auserdem ist
- " " $Q\gamma'$ mit $90^\circ + r$ $N\gamma = \alpha$
- " Winkel AQA' mit q $N'\gamma' = \alpha'$
- " " SQA mit u $SN = \delta$
- " " " " " " $SN' = \delta'$.

Es ergeben sich dann im Dreieck GQG' die Formeln A) und in den rechtwinkligen Dreiecken SQN und SQN' die Formeln B). Der Kürze halber bezeichnet GAUSS noch

- $\frac{1}{2} q$ mit x
- $\frac{1}{2} (\lambda' + \lambda + r - p)$ mit y
- $\frac{1}{2} (\lambda' - \lambda + r + p)$ mit z .

Die Zahlenwerte C) folgen aus den von BESSEL auf Seite 45 seiner Preisschrift angegebenen Zahlen, was durch Nachrechnen bestätigt wurde. Bei der Anwendung der Formeln kann die Präzession allein, wie auch zugleich die Nutation berücksichtigt werden.

Zu Notiz III: Die Art und Weise, wie GAUSS die Grössen ζ, P, Q einführt, ist nicht leicht zu übersehen: Setzt man $B + \theta t = 2\Delta - 2\delta$ und schreibt man

$$\begin{aligned} \cos \delta \sin \alpha &= -\cos A \cos \epsilon \cos 2\Delta - \sin A \sin \epsilon = \cos(A + \epsilon) \sin^2 \Delta - \cos(A - \epsilon) \cos^2 \Delta \\ \cos \delta \cos \alpha &= \cos A \sin 2\Delta = \left(\frac{\cos(A + \epsilon) \cos(A - \epsilon)}{\cos A + \sin \epsilon} + \cos A + \sin \epsilon \right) \sin \Delta \cos \Delta, \end{aligned}$$

setzt man weiter

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cos(A + \epsilon) \sin \Delta &= \sin \zeta \sin P \\ \frac{1}{2} (\cos A + \sin \epsilon) \cos \Delta &= \sin \zeta \cos P \\ \frac{\cos(A - \epsilon)}{\cos A + \sin \epsilon} \cos \Delta &= \cos \zeta \sin Q \\ \sin \Delta &= \cos \zeta \cos Q \end{aligned}$$

so wird:

$$\begin{aligned} \cos \delta \sin \alpha &= \sin 2\zeta \sin(P - Q) & \delta &= 90^\circ - 2\zeta \\ \cos \delta \cos \alpha &= \sin 2\zeta \cos(P - Q) & \alpha &= P - Q. \end{aligned}$$

Die numerische Rechnung ergibt

$$\begin{aligned} \sin \zeta \sin P &= (7,6034274) \sin \Delta \\ \sin \zeta \cos P &= (9,5848857) \cos \Delta \\ \cos \zeta \sin Q &= (9,9652653) \cos \Delta \\ \cos \zeta \cos Q &= \sin \Delta, \end{aligned}$$

wobei die eingeklammerten Zahlen Logarithmen sind.

Die etwas abweichenden Werte von GAUSS erhält man, wenn man bemerkt, dass die Grössen $\cos \zeta \sin Q$ und $\cos \zeta \cos Q$ mit einem konstanten Faktor versehen werden können. Der Logarithmus dieses Faktors

bei GAUSS' Werten findet sich aus der Vergleichung mit den obigen zu 9,999965; möglicherweise ist dies die Grösse $\cos \frac{31}{2} \theta$, die bei der Reduktion des Arguments Δ von 1781 auf 1750 aufgetreten sein könnte.

Es ist nämlich:

$$2\Delta - 90^\circ = B_{1781} + \theta(t - 1781) = B_{1750} + 31\theta + \theta(t - 1781) = B_{1781} - 31\theta + \theta(t - 1750).$$

Zu Notiz IV: Zur Erleichterung der Uebersicht der Formeln mögen noch die folgenden angeführt werden:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(p - q) &= \frac{\sin \alpha' \cos \delta \cos \delta' + \sin \alpha \sin \delta \sin \delta' - \sin \alpha}{(\sin \delta' - \sin \delta) \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha \cos \delta \cos \delta' + \sin \alpha' \sin \delta \sin \delta' - \sin \alpha'}{(\sin \delta - \sin \delta') \cos \alpha'} \\ \sin(N + M) \sin 2u &= \cos \delta \cos \alpha & \sin(N + M) \sin 2u' &= \cos \delta' \cos \alpha' \\ \frac{\cos(N + M)}{\sin(N - M)} &= \frac{\sin A}{\sin \epsilon} = \frac{\sin \alpha' \sin \delta \cos \delta' - \sin \alpha \cos \delta \sin \delta'}{\sin \delta' - \sin \delta} \\ \frac{\cos(N + M)}{\cos(N - M)} &= \frac{\sin A}{\cos \epsilon} = \frac{\sin \alpha' \sin \delta \cos \delta' - \sin \alpha \cos \delta \sin \delta'}{\cos \delta' \sin \alpha' - \cos \delta \sin \alpha} \end{aligned}$$

BRENDEL.



[10.]

[ÜBER DIE GRÖSSENORDNUNGEN DER FIXSTERNE.]

[WILHELM OLBERS, *Sein Leben und seine Werke*, II 2, Berlin 1909.

GAUSS AN OLBERS, Göttingen, 18. März 1821.

.....

Was die Grössenordnungen der Fixsterne betrifft, so kann ich nicht leugnen, dass es mir immer am zweckmässigsten erschienen hat, das Normallicht der einzelnen Ordnungen in geometrischer Progression abnehmen zu lassen. Denn die Natur schneidet keine Ordnungen ab, sondern lediglich unsere Willkür. LALANDE hat dieses Prinzip auch ausdrücklich ausgesprochen, indem er den Exponenten = $\frac{1}{4}$ setzt, welches aber wohl etwas zu viel, d. i. der Nenner zu gross ist, Conn[aissance] des tems XV. p. 383. Es scheint mir auch natürlich, dass diejenigen, die zuerst Ordnungen für die mit blossen Augen sichtbaren [Sterne] festgesetzt haben, wohl ein solches Prinzip eigentlich befolgt haben, wengleich ohne sich desselben klar bewusst zu sein. Uebrigens gebe ich Ihnen gern und um so lieber zu, dass der Lichtabfall von den Sternen 6. bis 7. Grösse geringer sei als von der 1. zur 2., da ich hierin Ihrem geübtern Auge mehr traue als meinem eignen, so wie auch mein eignes Auge eben so urtheilen würde, wenn auch die hellern Sterne, die man zur ersten Grösse zählt, mit zugezogen werden. Dagegen würde ich wirklich das Durchschnittsverhältniss der Sterne 2. zur 3., das der 3. zur 4. etc. ungefähr für das nämliche gehalten haben, wie das der 7. zur 8., indem ich nämlich die Vorstellung der Sterne 7. u[nd] 8. Grösse aus der Bezeichnung der *hist[oire] cé[este]*, die hierin gleichsam die Gesetzgeberin war, annehme. Gewiss würde es recht wünschenswerth sein, wenn man durch wirkliche pho-

tometrische Messungen über das Lichtverhältniss der Sterne mehr ins Klare käme u[nd] dann würde ich der Meinung sein, dass es am vortheilhaftesten wäre

$$\sqrt{\frac{\text{Licht der Sterne, die unbestritten zur 2. Klasse gehören}}{\text{Licht der Sterne, die zur 6. Klasse gezählt sind}}} = w$$

gesetzt, die nächste ganze Zahl zu

$$2 + \frac{\log \frac{\text{Normallicht der 2. Klasse}}{\text{Licht eines Sterns}}}{\log w}$$

als die Ordnungszahl zu betrachten, alle zur ersten Klasse zählend, wo der Werth dieser Formel $< 1\frac{1}{4}$ wäre. Salvis melioribus



[11.]

ÜBER DIE FREQUENZ VON OPTISCHEN DOPPELSTERNEN.]

[Handschriftliche Eintragung in Handbuch Bd (19), Seite 260.]

Doppelsterne, wo die Distanz nicht über λ Secunden.

Auf einem Theile der Himmelskugel, dessen Fläche = 4πk, befinden sich kM Sterne ohne Regel zerstreut.

Die Wahrscheinlichkeit, dass darunter sich befinden

Doppelsterne	ist:	
0	$e^{-\omega}$	
1	$\omega e^{-\omega}$	
2	$\frac{1}{2} \omega \omega e^{-\omega}$	$\text{wo } \omega = \frac{\lambda \lambda M M k}{8.206265^2}$
3	$\frac{1}{6} \omega^3 e^{-\omega}$	
4	$\frac{1}{24} \omega^4 e^{-\omega}$	

u. s. w.

Mittlere zu erwartende Anzahl = ω.

BEMERKUNGEN.

Wenn zunächst Ein Stern auf der gegebenen Himmelsfläche vorhanden ist, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zweiter innerhalb eines mit dem Radius λ um den ersten beschriebenen Kreises fällt, gleich $\alpha = \frac{\lambda^2}{4k}$. Zur Vereinfachung der Aufgabe werde weiterhin angenommen, dass Sterne, deren Abstand kleiner als λ ist, zusammenfallen und dass jeder neu hinzukommende Stern, der kein Doppelstern ist, eine Fläche vom Inhalt Mπ besetzt. Unter dieser Annahme wird bei Hinzukommen eines weiteren Sterns die besetzte Fläche zu klein angenommen, wenn dieser ein Doppelstern ist, dagegen zu gross, wenn er keiner ist. Doch kommt dieser Fehler nicht in Betracht, wenn die gegebene Himmelsfläche nicht äusserst dicht mit Sternen besetzt ist, also Doppelsterne nicht übermässig häufig sind. Die Gauss'schen Formeln beanspruchen für diesen Fall keine Gültigkeit. Die Wahrscheinlichkeit, dass unter i Sternen sich kein Doppel-

stern befindet, ist daher

$$W_0 = (1-\alpha)(1-2\alpha)(1-3\alpha) \dots \{1-(i-1)\alpha\}$$

Die Wahrscheinlichkeit dagegen, dass alle Sterne zusammenfallen, dass also ein i-facher Stern vorhanden ist, der als gleichbedeutend mit i-1 Doppelsternen gezählt wird, wäre

$$W_{i-1} = \alpha^{i-1}$$

welche Formel aber aus dem angegebenen Grunde nicht Stich hält.

Um den allgemeinen Ausdruck abzuleiten, denke man sich der Reihe nach je einen Stern hinzutretend; dann wird die Wahrscheinlichkeit, dass

- a) ein dritter Stern zum Doppelstern wird,
 - 1) und die beiden ersten zusammenfallen α^3
 - 2) und die beiden ersten nicht zusammenfallen . . . $(1-\alpha)2\alpha$
- b) der dritte Stern kein Doppelstern ist,
 - 1) und die beiden ersten zusammenfallen $\alpha(1-\alpha)$
 - 2) und die beiden ersten nicht zusammenfallen . . . $(1-\alpha)(1-2\alpha)$.

Beim Hinzukommen eines vierten Sterns wird die Wahrscheinlichkeit, dass dieser ein Doppelstern:

- im Falle a1) . . . α^4
- " " a2) . . . $(1-\alpha)2\alpha^3$
- " " b1) . . . $\alpha(1-\alpha)2\alpha$
- " " b2) . . . $(1-\alpha)(1-2\alpha)3\alpha$

und die Wahrscheinlichkeit, dass der vierte kein Doppelstern

- im Falle a1) . . . $\alpha^4(1-\alpha)$
- " " a2) . . . $(1-\alpha)2\alpha(1-2\alpha)$
- " " b1) . . . $\alpha(1-\alpha)(1-2\alpha)$
- " " b2) . . . $(1-\alpha)(1-2\alpha)(1-3\alpha)$.

Dehnt man die Betrachtung auf i Sterne aus, so findet man die Wahrscheinlichkeit, dass sich darunter Ein Doppelstern befindet, gleich

$$W_1 = (1-\alpha)(1-2\alpha)(1-3\alpha) \dots \{1-(i-2)\alpha\} \{i-1\}\alpha$$

$$+ (1-\alpha)(1-2\alpha)(1-3\alpha) \dots \{1-(i-3)\alpha\} \{i-2\}\alpha \{1-(i-2)\alpha\}$$

$$+ (1-\alpha)(1-2\alpha)(1-3\alpha) \dots \{1-(i-4)\alpha\} \{i-3\}\alpha \{1-(i-3)\alpha\} \{1-(i-2)\alpha\}$$

$$+ \dots$$

$$+ \alpha(1-\alpha)(1-2\alpha)(1-3\alpha) \dots \{1-(i-2)\alpha\}$$

$$= (1-\alpha)(1-2\alpha)(1-3\alpha) \dots \{1-(i-2)\alpha\} \alpha(1+2+3+\dots+(i-1)).$$

Die weitere Entwicklung gibt für das Vorhandensein von 2, 3, 4, . . . n Doppelsternen die Wahrscheinlichkeiten

$$W_2 = (1-\alpha)(1-2\alpha) \dots \{1-(i-3)\alpha\} \alpha^2 k_2^{i-2}$$

$$W_3 = (1-\alpha)(1-2\alpha) \dots \{1-(i-4)\alpha\} \alpha^3 k_3^{i-3}$$

$$\dots$$

$$W_n = (1-\alpha)(1-2\alpha) \dots \{1-(i-n+1)\alpha\} \alpha^n k_n^{i-n}$$

wo die k_n^i die Kombinationen der Elemente 1, 2, 3, . . . (v-1) zur n. Klasse mit Wiederholung bedeuten und zwar aufgefasst als Produktschritte, also



$$\begin{aligned}
K_1^i &= 1 + 2 + 3 + \dots + (v-1) \\
K_2^i &= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + \dots + 1 \cdot (v-1) \\
&\quad + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + 2 \cdot (v-1) \\
&\quad + 3 \cdot 3 + \dots + 3 \cdot (v-1) \\
&\quad + \dots + \dots \\
&\quad + (v-1)^2 \\
&\text{u. s. w.}
\end{aligned}$$

Die vorstehenden Ausdrücke sind, unter den gemachten Voraussetzungen, streng. Da aber i eine grosse Zahl bedeuten soll, so sind sie zur Rechnung ungeeignet und können näherungsweise, wie folgt, umgeformt werden, wobei sich die von GAUSS aufzeichneten Formeln ergeben.

Man hat, wenn $sa < 1$ ist:

$$(1-a)(1-2a) \dots (1-sa) = e^{-2R_1^{(s)} - \frac{1}{2} a^2 R_2^{(s)} - \frac{1}{4} a^3 R_3^{(s)} - \dots}$$

wo $R_i^{(s)} = \sum_{n=1}^s n^i$ die BERNOULLISCHEN Polynome sind, also

$$R_1^{(s)} = \frac{s(s+1)}{2}, \quad R_2^{(s)} = \frac{s}{6}(2s^2 + 3s + 1) \text{ u. s. w.}$$

Die Reihe im Exponenten konvergiert für $sa < 1$, wird aber divergent (asymptotisch), wenn man nach Potenzen von s ordnet.

Ist sa klein, so ist genähert:

$$(1-a)(1-2a) \dots (1-sa) = e^{-\frac{1}{2} s^2 a}$$

Ist ferner, wie vorausgesetzt, a sehr klein, i gross, aber ia klein ($i^2 a$ von endlicher Grössenordnung) und n klein im Vergleich mit i , so kann man setzen:

$$(1-a)(1-2a) \dots \{1-(i-n-1)a\} = e^{-\frac{1}{2} i^2 a}$$

Mit der Bezeichnung von GAUSS ist $\frac{1}{2} i^2 a = \omega$, also

$$W_0 = e^{-\omega}$$

und zunächst

$$W_n = a^n e^{-\omega} k_n^{i-n}$$

Zur Entwicklung der Produktschritte k_n^{i-n} kann man die Funktionen betrachten:

$$\begin{aligned}
f_1(m, v) &= m + (m+1) + (m+2) + \dots + (v-1) \\
f_2(m, v) &= m f_1(m, v) + (m+1) f_1(m+1, v) + \dots + (v-1)^2 \\
f_3(m, v) &= m f_2(m, v) + (m+1) f_2(m+1, v) + \dots + (v-1)^3 \\
&\text{u. s. w.,}
\end{aligned}$$

wonach

$$f_i(m, v) = \frac{v(v-1) \dots (v-m+1)}{2}$$

und mit Hilfe der EULERSCHEN Summenformel

$$f_n(m, v) = \sum_{x=0}^{v-1} x^n f_{n-1}(x, v) = \int_0^v x^n f_{n-1}(x, v) dx - \left[\frac{1}{2} y - \frac{B_2}{2!} y' + \frac{B_4}{4!} y''' - \dots \right]_0^v$$

wo $y = x f_{n-1}(x, v)$ gesetzt ist.

Die strenge Entwicklung dieser Ausdrücke gibt der Reihe nach

$$\begin{aligned}
f_1(m, v) &= \frac{1}{2} v \{ 3(v^2 - m^2)^2 - 2(v-m)(v^3 - 2vm - 5m^2) - 3(v-m)(v+3m) + 2(v-m) \} \\
f_2(m, v) &= \frac{1}{4} v \{ (v^2 - m^2)^3 + (v-m)(v^4 - m^3)(v^2 + 4vm + 7m^2) - (v-m)(3v^3 + 5v^2m - 7vm^2 - 17m^3) \\
&\quad - (v-m)(v^2 + 6vm - 17v^2) + 2(v-m)(v+3m) \} \\
&\text{u. s. w.}
\end{aligned}$$

Wird v als sehr gross vorausgesetzt, so dass nur die höchste Potenz in diesen Ausdrücken berücksichtigt zu werden braucht, so kann, weil $m < v$ ist, gesetzt werden:

$$f_n(m, v) = \int_0^v x^n f_{n-1}(x, v) dx,$$

womit man die Näherungswerte erhält:

$$\begin{aligned}
f_1(m, v) &= \frac{1}{2} (v^2 - m^2) \\
f_2(m, v) &= \frac{1}{2 \cdot 4} (v^2 - m^2)^2 \\
&\dots \\
f_n(m, v) &= \frac{1}{n!} \left(\frac{v^2 - m^2}{2} \right)^n, \\
&\text{also} \\
f_n(0, v) &= \frac{1}{n!} \left(\frac{v^2}{2} \right)^n.
\end{aligned}$$

Da nun $k_n^{i-n} = f_n(0, i-n-1)$, so wird, wenn wieder n klein im Vergleich mit i angenommen wird,

$$k_n^{i-n} = \frac{1}{n!} \left(\frac{i^2}{2} \right)^n$$

also

$$W_n = \frac{1}{n!} \omega^n e^{-\omega}$$

und dies ist die GAUSSSCHE Formel.

Für die «mittlere zu erwartende» d. h. die wahrscheinlichste Anzahl von Doppelsternen, entsprechend dem Maximum von W_n ergibt sich $n = \omega$; die Rechnung bei Annahme von $kM = 100000$ Sternen führt in den HERSCHELSCHEN Klassen zu den Werten:

λ	n
1"	0,03
2"	0,12
4"	0,47
8"	1,88
12"	4,23
16"	7,92
24"	16,02
32"	30,00

BRENDEL.

[12.]

[ÜBER EIN MIKROMETER
ZUR BEOBACHTUNG VON KOMETEN AM MERIDIANKREISE.]

[Briefwechsel zwischen GAUSS und SCHUMACHER, Band IV. V., Altona 1862/63.]

SCHUMACHER AN GAUSS, Altona, 8. October 1844.

{ Ich muss es in meinem Briefe vergessen haben, zu bemerken, dass sie [eine Beobachtung des Kometen 1844 I am Altonaer Meridiankreise] an den beiden letzten Fäden gemacht ist, weil da erst der Comet sichtbar ward. Bei den anderen Beob[achtungen] ist er nicht an den Fäden beobachtet, weil er gar keine Beleuchtung wegen des Mondscheins ertrug, sondern an einem sehr kleinen Kreismicrometer, das der seelige RERSOLD in das Feld des Meridiankreises gesetzt hat, und das auch im dunklen Felde sichtbar ist, und in dessen Mitte man zur Declinationsbestimmung den Cometen scharf einstellen kann. Die AR wird aus An- und Austritten am äussern und innern Rande beobachtet und beruht also im Allgemeinen auf 4 Zeitmomenten. Ich glaube, diese Beob[achtungen] sind bedeutend sicherer als die RÜMKERSCHEN, der ebenso wenig in seinem Meridiankreise den Cometen mit Beleuchtung, und die Fäden ohne Beleuchtung sehen kann. Er hilft sich damit, dass er abwechselnd beleuchtet und verdunkelt, und das Bild des Cometen ohne Beleuchtung auf die Fäden mit Beleuchtung bezieht }

GAUSS AN SCHUMACHER, Göttingen, 14. October 1844.

Ich danke Ihnen für die Erläuterung der Art, wie die Cometenbeobachtungen in Altona angestellt werden. Hoffentlich geben Sie in dem expromittirten Artikel in den nächsten A[stronomischen] N[achrichten] eine

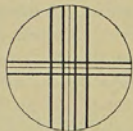
detaillirte Nachricht über die Art, wie Ihr Kreismikrometer angebracht ist, und über die Dimensionen, oder, wenn dies nicht an jenem Orte geschehen wird, theilen Sie mir eine solche Nachricht gelegentlich mit. Wenn dies Mikrometer nicht ganz unabhängig vom Fadensysteme sein soll, so würde bei meinem Meridiankreis es einige Schwierigkeiten haben, es in derselben Ebene, worin die Fäden sind, anzubringen, und würde, um Platz zu gewinnen, der äusserste Faden wohl weggenommen werden müssen. Für schickliche Dimensionen würde ich halten, die Metallbreite des Ringes etwa 1 Millimeter gross zu nehmen, und eben so gross den innern Durchmesser. Bei meinem Instrument werden 2 Bogenminuten etwa durch $\frac{7}{8}$ Millimeter repräsentirt. Uebrigens ist mir noch nicht klar, wie es möglich ist, auf diese Art gute Rectascensionen zu erhalten. Dass man mit vieler Schärfe beurtheilen kann, ob der Komet in der Mitte eines sehr kleinen Kreises ist, begreife ich wohl, aber da man, um dies möglichst scharf zu haben, doch wenigstens eine Nachhülfe machen muss, wenn der Komet schon im innern Raum ist, so passen die beiden ersten Appulse nicht zu dem 3 und 4 ten. Ich habe gedacht, ich wollte in meinem Instrument anstatt eines kleinen Kreises lieber zwei verticale Streifen, jeden 1 Millimeter breit, den einen vor dem ersten, den andern nach dem letzten Faden anbringen; dies gäbe auch 4 Appulse für die Rectascension, und wäre es dabei gleichgültig, ob schon genau auf die Höhe gestellt ist oder nicht. Die Declination dünkte ich, müsste sich bei einem lichtstarken Kometen auch ohne Lampenbeleuchtung beobachten lassen, indem der Comet selbst die beiden horizontalen Fäden (zumal wenn sie nicht gar zu fein sind), während er auf ihnen bleibt, nothdürftig sichtbar machen sollte. Ich werde nächstens versuchen, ob dies bei dem jetzigen Cometen der Fall ist. Jedenfalls hätte dann dies das Angenehme, dass zwischen den einzelnen Operationen, aus denen eine vollständige Beobachtung besteht, hinlänglich Zeit bleibt, so dass nichts übereilt zu werden braucht

GAUSS AN SCHUMACHER, Göttingen, 18. Juni 1845.

. Wenn Sie zufällig meinen Brief aufgehoben haben, werden Sie die Stelle, wo ich meine Idee für das Cometenocular angegeben habe, leicht finden. Er muss um oder nach der Mitte October 1844 geschrieben sein.



Denn Ihr Brief vom 25. October bezieht sich darauf, indem Sie sagen, Sie wollen sie selbst bald ausführen lassen. Meine Vorrichtung ist nichts als ein Gitterwerk. Die Metallstreifen haben eine Breite von $1\frac{1}{4}$ Minute, die verticalen Zwischenräume sind $2'50''$, und ebenso gross der horizontale, so dass 3[*] quadratische Oeffnungen erscheinen. Ausserdem geht durch das Centrum ein verticaler und ein horizontaler Spinnenfaden; bei Tage, oder bei Nacht, wo das Feld beleuchtet ist, hat man für Rectascension 9 Phasen. Für Cometen, wenn die Fäden sich nicht erkennen lassen, 8. In solchem Falle wird man den Cometen mit aller hinreichenden Schärfe doch auf die horizontale Mitte bringen können, da sich auch ohne Beleuchtung doch die Fensterchen erkennen lassen. Bei unserm Cometen konnte ich, obgleich ich keine Beleuchtung gebrauchte, doch nothdürftig auch die Fäden erkennen. Ich habe schon bemerkt, dass ich eine besondere, mit allem Zubehör versene Röhre für diese Vorrichtung habe machen lassen, sie hat aber dieselben Gewinde, wie das Originalrohr, so dass ich, ausser dem neu von MEYERSTEIN angefertigten Ocular, auch die 4 ursprünglichen nach Belieben einschrauben kann. Es beobachtet sich recht angenehm daran. Wollen Sie sich selbst einen ähnlichen Apparat machen lassen, so können Sie ohne Nachtheil die zwei horizontalen Metallstreifen etwas schmaler machen lassen, als die verticalen. Sonst halte ich die von mir gewählten Dimensionen für recht schicklich.



[*] GAUSS schreibt 4.]

Göttingische gelehrte Anzeigen, 45. Stück, 17. März 1828.

Bei Vandenhoeck & Ruprecht: *Theorie der astronomischen Strahlenbrechung* von Dr. J. C. EDUARD SCHMIDT, Privatdozenten auf der Universität zu Göttingen. VI und 102 Seiten in 4. 1828.

Die Bestimmung der wahren Grösse der Refraction, welche ein von einem Gestirn zur Erde gelangender Lichtstrahl bei seinem Durchgang durch die Luft erleidet, ist bei der Reduction der astronomischen Beobachtungen ein so wichtiges Element, dass ein Beitrag zu den von den berühmtesten Mathematikern über diesen Gegenstand angestellten Untersuchungen den Astronomen immer willkommen sein wird. Der Verf. der vorliegenden Schrift ist bei seinen Untersuchungen vorzüglich darauf ausgegangen, die Refractionen bloss aus solchen Bestimmungen herzuleiten, die ohne vorhergegangene astronomische Beobachtungen sich darstellen liessen; denn die Refractionen constanten, welche DELAMBRE aus astronomischen Beobachtungen berechnet hat, lässt sich gleichfalls, wie BIOT und ARAGO gethan haben, aus dioptrischen Versuchen herleiten.

Indem der Verf. den Satz zum Grunde legt, dass die Brechung der Lichtstrahlen aus einer Anziehung der brechenden Materie auf das Licht, die nur in unmerklichen Entfernungen wirkt, hervorgebracht wird, beweist derselbe zuerst, dass die Summe aller einzelnen Anziehungen der einzelnen Theile der brechenden Materie immer nach der Linie gerichtet sein wird, welche durch das angezogene Lichttheilchen gelegt ist und senkrecht auf der brechenden Oberfläche steht. Aus dieser Eigenschaft wird dann die Differentialgleichung der Bahn des Lichttheilchens in Polarcordinaten und der Differentialausdruck der Refraction abgeleitet, dessen Integration sogleich in dem Fall bewerkstelligt werden kann, wenn die Erde als eben angenommen wird, weil dann die Abnahme der Dichtigkeit der Atmosphäre nicht weiter in Betracht kommt.

Um nun aber die Differentialformel der Refraction in demjenigen Fall,



welcher in der Natur stattfindet, integriren zu können, muss man nothwendigerweise das Gesetz bestimmen, welches die Abnahme der Dichtigkeit in den verschiedenen Höhen über der Erdoberfläche befolgt. Diese Dichtigkeit hängt von der Temperatur und dem Druck ab, der in den verschiedenen Luftschichten stattfindet, und der Verf. nimmt für den Ausdruck der Temperatur die Formel

$$\frac{1 + 0,00375 t}{1 + 0,00375 t'} = 1 - \frac{z}{b}$$

an, wo t die Temperatur nach dem Centesimalthermometer in der Entfernung z von der Oberfläche der Erde, t' die Temperatur an der Oberfläche selbst, und b die Höhe der Atmosphäre bedeutet. Diese Formel leistet allen Beobachtungen, die man über die Abnahme der Temperatur in höhern Luftschichten angestellt hat, im allgemeinen Genüge, indem die Abnahme der Temperatur gleichförmig gefunden wird, und sie ausserdem bei grösserer Kälte am Erdboden langsamer von Statten geht als bei höhern Temperaturen. Indem dieses Gesetz mit den allgemeinen Gesetzen des Gleichgewichts flüssig elastischer Körper verbunden wird, findet der Verf. das durch ω bezeichnete Verhältniss der Dichtigkeit der Luft in der Entfernung z von der Erdoberfläche zu der Dichtigkeit an der Oberfläche selbst vermittelst der Formel

$$\log. \omega = m \log. \frac{a(b-z)}{b(a+2z)} - \log. \frac{b-z}{b},$$

wo a den Halbmesser der Erde = 6366198 Meter bedeutet und

$$m = \frac{6,063976}{1 + 0,00375 t'}$$

genommen wird. Die noch übrig bleibende unbekannte Grösse b findet der Verf. aus den von GAY LUSSAC bei seiner Luftschiffahrt über Barometer und Thermometer angestellten Beobachtungen

$$= 49100 \text{ Meter,}$$

welche Zahl die Höhe der Atmosphäre ausdrückt. Hierauf folgen einige Vergleichungen der nach dieser Formel berechneten Dichtigkeiten mit denjenigen, welche man auf den Gipfeln verschiedener Berge beobachtet hat, und beide Resultate stimmen im Allgemeinen bis auf den 400sten Theil mit einander überein. Nur die Beobachtung auf dem Chimborasso macht eine Ausnahme, wo sich der Unterschied auf $\frac{1}{4}$ beläuft. Dieser in der heissen Zone liegende

Berg musste aber, wie man leicht vorausschen konnte, eine andere Höhe der Atmosphäre geben als in der gemässigten Zone, und man findet für die heissen Gegenden eine Höhe der Atmosphäre von 57500 Meter, so dass also nach dem Aequator hin die Höhe zunimmt.

Die in den folgenden Paragraphen über die Ableitung der Höhe der Atmosphäre aus der Dämmerung angestellten Untersuchungen geben, jenachdem man die verschiedenen Bestimmungen der Astronomen über die Dauer der Dämmerung zum Grunde legt, sehr von einander abweichende Resultate, indem aus diesen die Höhe der Atmosphäre zwischen 31900 und 67800 Meter folgt, die aber doch im Mittel wieder auf die frühere Höhe zurückweisen.

Nachdem der Verf. die terrestrische Refraction betrachtet hat, geht derselbe zu der eigentlichen Entwicklung der Differentialformel für die astronomische Refraction über, deren Auseinandersetzung von § 13 bis § 22 dargestellt ist. Die dabei angewandten analytischen Transformationen und Integrationen, welche in völliger Allgemeinheit durchgeführt sind, so dass die gefundenen Formeln sich für jede beliebige Höhe der Atmosphäre anwenden lassen, übergehen wir, und bemerken nur dass in dem Fall der Horizontalrefraction sich die Reihe, welche die Refraction ausdrückt, durch die vom Herrn Hofrath GAUSS in der Abhandlung *Disquisitiones gen. circa Seriem inf. Commentt. recent. Soc. Gott. Vol. II* [*] eingeführte merkwürdige Function Hz angeben lässt. Der Verf. findet ihren Werth bei einem Barometerstande von 76 Centimeter und $+2^{\circ}8$ nach dem Centesimalthermometer = $36'4''8$.

Hierauf stellt der Verf. die gefundenen allgemeinen Formeln, vermöge der angegebenen Höhe der Atmosphäre von 49100 Meter, numerisch dar und berechnet daraus eine Tafel, welche bis zu 70° Zenithdistanz von Grad zu Grad, bis 80° durch halbe Grad, und von da bis 90° von zehn zu zehn Minuten durchgeführt ist. Dabei sind noch zwei Tabellen, die zur Correction der Refraction wegen des Barometers und Thermometers dienen, hinzugefügt, und ein darauf folgendes Beispiel erläutert den Gebrauch der Tafeln. Die hiebei gebrauchte Beobachtung ist bei einer scheinbaren Zenithdistanz von $85^{\circ}59'41''$, bei einer Temperatur von -45° Fahrenheit, und Barometerstand von $29^{\circ}32$ englisches Mass, gemacht, und die beobachtete Refraction beträgt

[*] Werke III, S. 123 ff.]



14'56", während die aufgestellte Theorie 14'54"34 also nur einen unmerklichen Unterschied gibt. Zur bessern Übersicht der Übereinstimmung der Theorie mit den Beobachtungen hat der Verf. eine Reihe beobachteter Refractionen in grossen Zenithabständen von BRADLEY und GROOMBRIDGE aufgestellt, und es ergibt sich daraus, dass die Unterschiede mit abwechselnden Vorzeichen immer nur gering sind.

Die in den folgenden Paragraphen angestellten Untersuchungen enthalten eine Formel, die den Logarithmen der Refraction mittelst der Logarithmen der Tangente der scheinbaren Zenithdistanz und einer zuzufügenden Correction angibt, nebst einer zweiten Formel, welche die Refraction ohne Rücksicht auf das Gesetz der Abnahme der Dichtigkeit bis zu einer ziemlich grossen Zenithdistanz darstellt. Hieran schliessen sich allgemeine Untersuchungen über die durch die Veränderung der Höhe der Atmosphäre hervorgebrachten Aenderungen der Refraction, wo der Verf. die Nothwendigkeit ausspricht, für jeden Beobachtungsort eine andere Tafel, wenigstens für die nahe am Horizont stattfindenden Refractionen, zu berechnen.

Das Ganze schliesst mit einer analytischen Untersuchung über die Aenderungen der Strahlenbrechung, wenn die Luftschichten das von PICTET und SIX gefundene Gesetz der Temperatur beobachten, indem anfangs in geringen Höhen über der Erdoberfläche nach Sonnenuntergang die Temperatur zunimmt, und dann so abnimmt, dass in einer Höhe von 73 Meter die Wärme der an der Erde wieder gleichkommt. Das vom Verf. gewählte Beispiel in Zahlen zeigt, dass, wenn man an der Oberfläche und in der Höhe von 73 Meter die Temperatur = 0, in einer Höhe von 36,5 Meter die Temperatur = +2° annimmt, die Horizontalrefraction um 7'8"1 grösser ausfällt als im gewöhnlichen Zustand der Atmosphäre, so dass in dem Theil der Luft von der Erdoberfläche bis zu einer Höhe von 73 Meter eine positive Refraction von 753"1 und eine negative von 102"2 stattfindet. In grössern Höhen wird der Unterschied unmerklich.

BEMERKUNGEN.

Die in den Göttingischen Gelehrten Anzeigen erschienenen Besprechungen wissenschaftlicher Veröffentlichungen tragen nicht den Namen des Referenten; bei der Herausgabe der ersten sechs Bände dieser Werke hat SCHERINO daher die Urheberchaft der von GAUSS verfassten Rezensionen durch die Rechnungs-

bücher der K. Gesellschaft der Wissenschaften feststellen müssen (Werke VI, S. 654). Seitdem ist in den Nachrichten der Gesellschaft aus dem Jahre 1887 als Ergänzungsheft ein Aufsatz von F. WUSTENFELD, „Die Mitarbeiter an den G. G. A. in den Jahren 1801 bis 1830“ erschienen, in dem ein Verzeichnis der Verfasser aller Aufsätze und Besprechungen bis 1830 zusammengestellt ist. In diesem Verzeichnis ist auch die im Vorstehenden abgedruckte, im VI. Bande der Werke nicht aufgenommene, Besprechung GAUSS zugeschrieben, während andererseits als Verfasser der Werke VI, S. 489 abgedruckten Anzeige von ZACH, *Tabulae speciales aberrationis et nutationis*, nicht GAUSS, sondern HARDING angegeben ist.

Indessen scheint in dem Register von WUSTENFELD das Vorkommen von Irrthümern nicht ganz ausgeschlossen, da darin die Anzeigen von OLMANS, *Conspectus longitudinum et latitudinum geographicarum* (G. G. A. 1808, S. 1928, Werke VI, S. 559) und die von MOLLWEIDE, *De methodo ab Archimede adhibita etc.* (G. G. A. 1808, S. 42, Werke IV, S. 357), die anscheinend auch von GAUSS herrühren, ganz fehlen.

BRENDL.



BEWEGUNG DES SONNENSYSTEMS.



A) VERÖFFENTLICHUNGEN UND BRIEFWECHSEL.

[1] HAUPTPREISFRAGE¹⁾ DER GÖTTINGER SOCIÉTÄT DER WISSENSCHAFTEN VOM JAHRE 1819 FÜR DEN NOVEMBER 1822, BETREFFEND DIE BEWEGUNG DES SONNENSYSTEMS²⁾.]

Notum est astronomos nonnullos ex observatis motibus fixarum propriis suspicatos esse motum proprium systematis nostri solaris versus signum Herculis.

Nuperiores quidem aliorum disquisitiones etsi cum motum neutiquam confirmarint, rem tamen nondum ad liquidum deduxerunt, et quamquam id doceant, in motibus istis propriis hactenus observatis effectus motus proprii systematis nostri solaris nullatenus praevalere quidem, spem tamen non adimunt, fore ut inquisitione accuratiore, calculo probabilium nixa, utique in istis motibus fixarum vestigia quoque hujus solaris motus agnoscere liceat.

Desiderat ergo R[egia] S[ocietas] S[cientiarum]

novam eamque accuratam indaginem observatorum in stellis fixis motuum propriorum, ad eruendam, si licebit, directionem verisimillimam motus systematis nostri solaris.

Bekanntlich haben einige Astronomen in den beobachteten eignen Bewegungen der Fixsterne eine Bewegung unsers Sonnensystems, gegen das Sternbild des Hercules zu, zu erkennen^[**] geglaubt.

Neuere Untersuchungen anderer Astronomen haben zwar diess nicht bestätigt, erschöpfen jedoch den Gegenstand nicht, und obgleich sie zeigen, dass in den beobachteten eignen Bewegungen die Wirkung der eignen Bewegung unsers Sonnensystems nicht überwiegend vorherrsche, schliessen sie die Hoffnung nicht aus, dass eine strengere Untersuchung, gestützt auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung, in jenen noch die Spuren von dieser^[***] erkennen könne.

Die Kön. Societät wünscht demnach: Eine neue sorgfältige Discussion der beobachteten eignen Bewegungen der Fixsterne, um wo möglich die wahrscheinlichste Richtung der Bewegung unsers Sonnensystems auszumitteln.

[1] Bemerkungen und fortlaufend nummerierte Anmerkungen siehe in Teil C am Schluss dieser Abtheilung.
[2] Diese Hauptpreisfrage wurde in den *Göttingischen Gelehrten Anzeigen* dreimal veröffentlicht (1819, S. 1933; 1820, S. 1933; 1821, S. 1897); laut *Gött. Gel. Anz.* 1822, S. 1939, hat sich jedoch bis zum letzten Einlieferungstermin, dem 30. Sept. 1822, niemand um den ausgesetzten Hauptpreis von fünfzig Dukaten beworben.]

[**] Abweichende Lesart: Statt »des Hercules zu, zu erkennen« steht im Jahrgang 1821, S. 1898 nur »des Hercules zu erkennen.«]

[***] Im Originaltext steht hier in allen drei Jahrgängen »die Spuren von diesen«; es sollte aber, wie der lateinische Text zeigt, »die Spuren von dieser« heissen.]

[II] STÜCKE AUS DEM BRIEFWECHSEL ZWISCHEN BESSEL, GAUSS
UND OLBERS IN DEN JAHREN 1821 BIS 1826 (S. 406—432)].

[WILHELM OLBERS, Sein Leben und seine Werke, II 2, Berlin 1909. Briefwechsel zwischen OLBERS
und BESSEL, 2. Band, Leipzig 1862. Briefwechsel zwischen GAUSS und BESSEL, Leipzig 1856.]

OLBERS an GAUSS. Bremen, 25. November 1821.

. . . Ich hoffe, Sie haben sich nun von den Beschwerden Ihres mühsamen Messungs-Geschäfts erholt und die Unruhen des kurzen königlichen Besuchs überstanden, und so darf ich es wohl wagen, Sie um Ihren Rath und Ihre Belehrung bei einer kleinen Untersuchung zu bitten, der ich in diesen Tagen mehrere Stunden gewidmet habe.

Bekanntlich hatten PREVOST und HERSCHEL aus den ihnen bekannten eigenen Bewegungen der Fixsterne ungefähr die Richtung zu bestimmen gesucht, worin sich unsere Sonne bewegt, und ein ziemlich übereinstimmendes Resultat bloss aus allgemeinen geometrischen Betrachtungen gefunden. WURM, BURCKHARDT und BIOT fanden indess, wie sie die Analyse auf diese Frage anwandten, die HERSCHELSCHE Angabe keinesweges bestätigt. Durch BESSEL sind uns die eigenen Bewegungen der Fixsterne viel genauer bekannt geworden; allein auch er glaubt aus den eigenen Bewegungen von 71 Sternen, die über 22" in 45 Jahren betragen, schliessen zu müssen, dass sich noch nichts über die Richtung der eigenen Bewegung unserer Sonne daraus schliessen lasse (Fund. Astron. Sect. XII[*]). Wie ich diese 71 Sterne, und noch 6 andere, also 77 Sterne, deren eigene Bewegung am grössten und also am zuverlässigsten bekannt ist, näher untersuchte, so war doch in den Bewegungen nach der Rectascension wenigstens eine Beziehung auf gewisse Punkte unverkennbar. Es waren nämlich von diesen 77 Sternen

[vgl. [*], S. 412]

[1]	}	im 1. Quadr. 20, davon gehen 12 vorwärts und 8 rückwärts
		» 2. » 16, » » 1 » » 15 »
		» 3. » 21, » » 4 » » 17 »
		» 4. » 20, » » 15 » » 5 »

Es hat also doch wohl keinen Zweifel, dass sich unsere Sonne ungefähr gegen den 270° des Aequators bewegt. Es kam nun darauf an, dies näher zu bestimmen.

[*] Zitat siehe Seite 411, Fussnote; die Liste der 71 Sterne S. 432—433.]

Wenn man die Rectascension des Punkts, gegen den sich unsere Sonne bewegt, = A , die Declination desselben = D und dann[*]

$$[2] \quad \cotang D \cdot \cos A = P \text{ und } \cotang D \cdot \sin A = Q$$

setzt, so erhält man für jeden Stern leicht eine Gleichung von der Form

$$[3] \quad a \cdot P + b \cdot Q - c = \epsilon.$$

Hier sind a , b , c bekannte Grössen; ϵ aber hängt von der eigenthümlichen Bewegung des Sterns ab. Wäre der Stern selbst unbeweglich und seine beobachtete Bewegung bloss scheinbar durch die Fortrückung unsers Sonnensystems hervorgebracht, so würde freilich

$$[4] \quad \epsilon = 0$$

sein, und man könnte aus zwei Sternen P und Q bestimmen. So, oder auf eine ähnliche Art, ist man bisher verfahren: man hat P und Q aus 2 oder höchstens aus dem Mittel von ein paar Sternen bestimmt und dann freilich gefunden, dass andere Sterne nicht mit diesen Werthen von P und Q stimmen wollten. Es kann schlechterdings nicht erlaubt sein, $\epsilon = 0$ zu setzen. Aber da ϵ innerhalb gewisser Grenzen alle möglichen positiven und negativen Werthe, so viel wir bisher wissen, mit gleicher Wahrscheinlichkeit haben kann, so wird die Summe aller ϵ bei einer grossen Anzahl von Sternen nahe = 0 oder doch sehr klein sein. Ich habe also für alle 77 Sterne die Coefficienten a , b und c der Gleichung $a \cdot P + b \cdot Q - c = \epsilon$ berechnet. Nun scheint es mir, und darüber möchte ich gern Ihre Belehrung haben, dass man hier nicht die Methode der kleinsten Quadrate anwenden müsse, um P und Q zu bestimmen. Denn nicht die Summe aller Quadrate von ϵ soll ein Minimum werden, sondern die Summe der ϵ selbst nach ihren algebraischen Zeichen genommen = 0. Gebraucht man die Methode der kleinsten Quadrate nicht, so wird sich das Willkürliche, was dann in der Bestimmung von P und Q bleibt, dadurch heben, dass man die 77 Gleichungen in zwei Gruppen theilt, wovon die eine alle die enthält, bei denen c positiv, die andere alle die, bei denen c negativ ist. So erhält man zwei Gleichungen, in denen Σc sehr gross ist, und da der positive oder negative Werth von ϵ von dem von c ganz unabhängig ist, so wird doch $\Sigma \epsilon$ für jede Gruppe sehr klein sein. — Sagen

[*] Genauere Angaben über OLBERS' Apexberechnung siehe S. 414.]



Sie mir doch mit ein paar Worten, lieber GAUSS, ob ich hier auf dem rechten Wege bin.}

OLBERS an GAUSS. Bremen, 11. December 1821.

{. . . . Sie werden einen Brief von mir[*]] vorgefunden haben, worinnen ich von einigen Untersuchungen sprach, die ich über die Richtung der eigenen Bewegung unserer Sonne angestellt habe. Sehr bald darauf sah ich aus den G. G. A., dass die Societät eine Preisfrage[**] über diese Richtung aufgestellt hat. Damit werden denn meine Rechnungen ganz unnütz: denn Sie können leicht denken, dass ich mich nicht um einen solchen Preis bewerben werde, und dass ich weder Lust noch Geschick habe, die feinen Untersuchungen anzustellen, die wir hoffentlich dieser Preisfrage[**] zu verdanken haben werden. — Aber doch möchte ich die Bitte wiederholen, ob Sie nicht die Güte haben wollen, mich mit ein paar Worten zu belehren, wie man hier die Wahrscheinlichkeitsrechnung am besten anwendet, um so mehr, da die Methode der kleinsten Quadrate mir ein ziemlich abweichendes Resultat von der anderen, die ich vorziehen geneigt wäre, gibt. . . . }

GAUSS an OLBERS. Göttingen, den 18. Dezember 1821 [***].

. . . . Sehr interessant sind mir Ihre Rechnungen über die eigne Bewegung der Sonne. Die Aufgabe ist übrigens, auf meine Veranlassung, schon vor 2 Jahren aufgegeben [S. 405], und das Wenige, was ich damals selbst erst in Beziehung auf dieselbe gearbeitet hatte, ist nicht aufbewahrt, und mir aus dem Gedächtniss gekommen. Es wird nicht ganz leicht sein, die ächte Auflösung bloss aus den Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung abzuleiten; und ich bin in diesen Tagen viel zu sehr mit ganz heterogenen, zum Theil sehr unangenehmen Dingen beschäftigt gewesen, als dass ich daran nur hätte denken können. Darf ich aber auf einen gewissen vorgreifenden Tact einiges Gewicht legen,

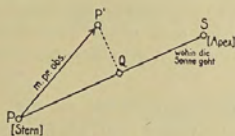
[*] OLBERS meint seinen auf S. 406—408 abgedruckten Brief vom 26. November 1821.

[**] Die Preisfrage ist oben S. 405 abgedruckt.

[***] GAUSS' Brief vom 18. December 1821 ist sein erster Brief über den Gegenstand, wird daher im Folgenden als sein »erster Apexbrief« bezeichnet und hat, wie aus der Erwähnung der Preisfrage hervorgeht, sich mit OLBERS' Brief vom 11. December 1821 gekreuzt; vgl. die Bemerkungen und fortlaufend nummerierten Anmerkungen in Teil C am Schluss dieser Abtheilung.

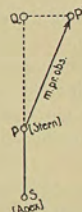
so wird eine solche Auflösung am Ende zusammenfallen müssen mit der, wo man mit der angenommenen Richtung der \odot Bewegung so viel als möglich von den eignen beobachteten Bewegungen der Sterne weg erklären kann [[30a], S. 421], oder die Summe der Quadrate der eignen Bewegungen, von denen man nichts mehr wegerklären kann, muss ein Minimum werden[2]. In dieser Beziehung sind dann 2 Fälle zu unterscheiden. Wenn die eigne beobachtete Bew[egung] auf der Himmelskugel PP' mit der Richtung PS einen spitzen Winkel macht [Fig. 1], so lässt sich gar nichts wegerklären, und solche Sterne müssen daher ganz aus der Rechnung wegfallen[3].

Ist hingegen jener Winkel stumpf [Fig. 2], so kann PQ Folge der eignen



[Figur 1*]:

Auszuschliessender, ungünstiger, rückläufiger oder retrograder Stern P , der sich dem Apex S nähert.]



[Figur 2*]:

Günstiger, d. h. vom Apex S sich entfernender Stern P]

Bew[egung] der \odot sein, und QP' ist die kleinste wirkliche eigne Bewegung, die nicht wegerklärt werden kann. In der Fig[ur] 1 war dies nicht der Fall, und eigentlich ist da die wirkliche eigne Bew[egung] grösser als PP' , obwohl man wegen des unbekanntes Verhältnisses der Entfernung zu der Geschwindigkeit der \odot nicht weiss, wie viel; je grösser jene gedacht wird, desto geringer wird die Vergrösserung. Ich meine also, man soll den Punkt S da auf die Himmelskugel setzen[**], wo die Summe aller $(P'Q)^2$, die im Fall der Fig[ur] 2 sind, ein Minimum wird[*] = s . Für ein anderes S , dem vorigen

[*] In beiden Figuren: PP' = beobachtete Eigenbewegung an der Sphäre nach Grösse und Richtung; PS = Grosskreisbogen vom Stern P zum Apex S ; $P'Q$ senkrecht zu PS .

[**] Erste Apexdefinition: Quadratsumme der Lote $P'Q$ aller günstigen Sterne gleich Minimum. Vgl. BESSELS Apexdefinition S. 427 unten.]



unendlich nahe, wird dann jene Summe der Quadrate die Form bekommen

$$[5] \quad s + a(dA)^2 + 2b(dD)(dA) + c(dD)^2$$

und die Coefficienten a und c werden dann mit den Gewichten der Bestimmung von A u[nd] D in einen einfachen Zusammenhang treten. So ahne ich die Auflösung. Die Rechnungsformeln habe ich nicht entwickelt^[5], sie können aber wohl nicht sehr schwierig sein. Die eigentliche Schwierigkeit liegt aber dann darin, dass man, so lange S noch unbekannt ist, noch nicht weiss, welche Sterne auszuschliessen sind. Man wird also wohl die Rechnung mehr als einmal machen müssen. Einmal vielleicht, indem man gar keine Sterne ausschliesst. Nachdem man die auszuschliessenden Sterne jetzt erkannt hat, macht man die 2. Rechnung, die ein etwas verändertes Resultat geben u[nd] vielleicht zu einer 3. nöthigen wird, indem einige der das 2. Mal ausgeschlossenen Sterne wieder aufgenommen u[nd] andere ausgeschlossen werden. Eine 4. Rechnung wird schwerlich nöthig sein^[6]. Diese Methode hat wenigstens die Präsumtion für sich, dass alle Willkürlichkeit wegfällt, u[nd] dass, welche Fundamentalebene auch gewählt wird, bei einerlei Datis auch einerlei Resultat herauskommen muss.

Uebrigens glaube ich, dass das Endresultat wohl nicht viel von dem verschieden sein wird, was Ihre 2. Methode gibt. Genau kann ich über diese nicht urtheilen, da Sie die Fassung der Grössen a , b , c , ε nicht angegeben haben^[7]; denn völlig bestimmt scheinen sie nicht, da ein beliebiger Factor hinzugedacht werden kann. Ich vermuthete^[7a], dass Ihr $\varepsilon = \frac{\sin \Delta}{\sin D} \cdot P'Q$, wo $\Delta = PS$. Ihre erste Methode scheint aus der Ursache der zweiten nachzustehen, weil sie ein grösseres D ungerechterweise begünstigt^[7b]. Ich bin neugierig, ob dies so im Erfolg ist. Beide Methoden involviren insofern eine Willkürlichkeit, als sie von der Wahl des Aequators als Fundamentalebene abhängen, ebenso wie die Abtheilung in 2 Gruppen bei der 2. Methode auch etwas Willkürliches implicirt. In praktischer Rücksicht wird dies jedoch wohl nicht viel bedeuten.

Doch ich muss Ihre gewohnte Nachsicht in Anspruch nehmen, dass ich mein unreifes Geschwätz neben Ihre Untersuchung zu stellen wage, und nur Ihr ausdrückliches Verlangen, über diese Aufgabe meine Vorstellung Ihnen

anzuzeigen, hat mich dazu vermocht, da ich etwas Reifes jetzt nicht schreiben kann.

Uebrigens bemerke ich noch, dass die obige Auflösungsart, wenn sie überhaupt die richtige ist, es doch nur bei dem gegenwärtigen Zustande unserer Kenntnisse ist, wo wir nur von einer kleineren Anzahl eigner beobachteter Bewegungen auf der Himmelskugel die Richtung etwas genau kennen. Nach 100 oder mehreren Jahren, wenn dies erst von viel mehr Sternen gilt (indem die absolute beobachtete Bew[egung] viel grösser geworden), wird man die Sache anders angreifen u[nd] bloss die beobachteten Richtungen benutzen müssen. Jetzt scheint es mir aber damit noch zu früh, und so wird freilich jetzt auf die Sterne, die grosse eigne Bew[egung] zeigen u[nd] die uns näher stehen mögen, verhältnissmässig zu viel Gewicht gelegt^[8]. Wollte man das andere Verfahren jetzt anwenden, so würden die Beobachtungsfehler noch zu viel an den Richtungen verderben, bei Sternen, wo die ganze Bewegung mässig ist. Doch noch einmal Ihre Verzeihung.

OLBERS AN BESSEL. Bremen, 24. December 1821^[*].

. . . . Ich hatte ganz vergessen, dass die Gött[inger] Societät für künftiges Jahr einen Preis auf die Bestimmung der Richtung der eigenen Bewegung der \odot gesetzt hat (S. 405): sonst würde ich das Resultat ruhig abgewartet, und mich selbst nicht haben verleiten lassen, ein paar Tage darüber zu rechnen. Da ich neulich zufällig HERSCHEL'S erste Abhandlung über diesen Gegenstand wieder durchlief, war es mir sehr auffallend, dass durch allgemeine Betrachtungen die beiläufige Richtung der Bewegung unserer Sonne so gut erwiesen schien, und dass doch alle, die sie auf analytischem Wege näher haben bestimmen und verificiren wollen, nichts als Widerspruch und Ungewissheit gefunden haben. Zu den 71 Sternen, die Sie in den *Fund[amentis]***) geben, fügte ich noch 6 Fundamentalsterne, deren Bewegung zwar kleiner als $20''$ in

[*] Zu diesem Brief von OLBERS vgl. die Bemerkungen in Teil C am Schluss dieser Abtheilung.

[**] FR. W. BESSEL, *Fundamenta Astronomiae pro anno 1755 deducta ex obs. viri incompar. J. Bradley, Regiomonti 1818*, p. 310. Ein Verzeichniss dieser 71 BESSEL'schen Sterne siehe S. 452—453.



45 Jahren, aber doch sehr sicher bestimmt ist, und von den Sternen, die CACCIATORE nach PLAZZIS Astronomie, 1. Band^[9], in ähnlicher Absicht gebraucht hat, noch diejenigen 5, die BRADLEY entweder gar nicht, oder nicht vollständig beobachtet hat. Als ich diese 82 Sterne ordnete, war doch eine Beziehung auf die Bewegung unserer \odot sehr auffallend. Es fanden sich nämlich nach den Fortrückungen in AR: [vgl. (1), S. 400]

[6]	{	im 1. Quadranten 16 rechtläufig, 8 rückläufig
		" 2. " 1 " 15 "
		" 3. " 4 " 18 "
		" 4. " 15 " 5 "

Es scheint also ganz offenbar, dass sich unsere Sonne nahe gegen den Colur der Wintersonnenwende bewegt.

Dies suchte ich nun näher durch Rechnung zu bestimmen. Wenn A die Rectascension und D die Declination des Punktes ist, gegen den sich unsere \odot bewegt, und man [vgl. die Parallelstelle S. 414—415]

$$[7] \quad \begin{cases} \cotang D \cdot \cos A = P, \\ \cotang D \cdot \sin A = Q \end{cases}$$

setzt, so erhält man für jeden Stern leicht eine Gleichung von der Form^[9a]

$$[8] \quad a \cdot P + b \cdot Q + c = \varepsilon.$$

Hier ist ε eine unbekante, von der eigenthümlichen Bewegung jedes Sterns abhängende Grösse. Entstände der sogenannte motus proprius der Fixsterne bloss scheinbar aus der Fortrückung unserer Sonne, so wäre $\varepsilon = 0$. Allein dies lässt sich schlechterdings nicht annehmen: vielmehr ist ε eine Grösse von eben der Ordnung wie c . Da aber alle positive und negative Werthe von ε innerhalb gewisser Grenzen gleich möglich sind, so wird für eine grosse Anzahl von Sternen die Summe aller ε sehr klein sein. Mir schien hier die Methode der kleinsten Quadrate nicht so ganz passend, da nicht die Summe aller Quadrate von ε ein Minimum, sondern die Summe aller ε selbst $= 0$ werden soll. Ich entwickelte also die Coefficienten a , b , c obiger Gleichung für alle 82 Sterne und theilte sie in zwei Gruppen, wovon die erste alle die, worin c positiv, die andere diejenigen befasste, worin c negativ war. So wurde die Summe aller c in jeder Gruppe sehr gross, und da das Zeichen von ε von dem von c ganz unabhängig ist, die Summe aller ε wahrscheinlich sehr

klein. Den sich so ausnahmslich stark bewegenden Sternen d [40 σ^2] Eridani, μ Cassiopejæ und δ Cygni legte ich nur $\frac{1}{2}$, und ϵ Eridani den halben Werth bei. So erhielt ich die beiden Gleichungen

$$[9] \quad \begin{cases} 208,152 \cdot P - 177,950 \cdot Q - 738,667 = \Sigma \varepsilon \text{ aus 36 Sternen,} \\ 174,633 \cdot P + 294,203 \cdot Q + 1008,068 = \Sigma \varepsilon' \text{ aus 46 Sternen,} \end{cases}$$

und damit

$$[10] \quad A = 276^{\circ} 23', \quad D = 15^{\circ} 9'. \quad \text{[vgl. (21), S. 415]}$$

Der mittlere Werth eines ε ist $= \pm 21,3$. Nun ist es nicht wahrscheinlich, dass in $\Sigma \varepsilon$ und $\Sigma \varepsilon'$ die Menge der positiven und negativen ε die der entgegengesetzten um 6 übertreffen wird. Ich setzte also:

$$[11] \quad \Sigma \varepsilon = \Sigma \varepsilon' = \pm 127,8$$

und erhielt daraus die Grenzen für die Werthe von P und Q , und

$$[12] \quad \begin{cases} A = 274^{\circ} 33' & 277^{\circ} 45' \\ D = 17 \ 37 & 13 \ 26. \end{cases}$$

Ich bin indessen weit entfernt, die Grenzen von A und D für so sicher zu halten, und getraue mir noch weiter nichts zu behaupten, als dass sich unsere \odot ungefähr gegen den Colur der Wintersonnenwende in einer nördlichen Richtung bewegt. Ich sehe wohl, dass das Problem noch eine viel feinere Anwendung der Wahrscheinlichkeits-Rechnung erfordert: wie denn auch die Methode der kl[einsten] Quadr[ate] ein in der Declin[ation] ganz abweichendes Resultat gibt. Nach dieser erhält man nämlich die beiden Gleichungen:

$$[13] \quad \begin{cases} 42371,104 \cdot P - 2611,727 \cdot Q - 842,546 = 0 \\ - 2611,727 \cdot P + 35168,085 \cdot Q + 13724,126 = 0 \end{cases}$$

und damit

$$[14] \quad A = 269^{\circ} 23', \quad D = 68^{\circ} 40' \dots \dots \dots \text{ [vgl. (26), S. 415]}$$

OLBERS AN GAUSS. Bremen, 29. December 1821^[*].

{ Sehr danke ich für die Belehrung wegen der Methode, die wahrscheinlichste Richtung des mot[us] propr[us] unserer Sonne aus den beobachteten

[*] Zu diesem Brief von OLBERS vgl. die Bemerkungen in Teil C am Schluss dieser Abtheilung.



Veränderungen der Fixsterne zu finden. Ich sehe nun wohl, dass hier eine viel feinere Anwendung des Probabilitäts-Calculs erforderlich ist, als ich angewandt habe. Indessen will ich Ihnen doch mittheilen, was mir meine Rechnung gegeben hat. Erst die Formeln:

Wenn der Punkt, nach dem die Bewegung unserer \odot gerichtet ist, die Rectasc[ension] A und die Declination D hat, die scheinbaren beobachteten Veränderungen eines Fixsterns da und $d\delta$ sind, dessen Rectascension a und Decl[ination] δ ist, und die eigenthümliche Bewegung des Fixsterns nach den bekannten 3 Coordinaten dx , dy , dz ist, so erhält man, wenn man der Kürze wegen

$$[15] \quad \begin{cases} \cotang D. \cos A = P \\ \cotang D. \sin A = Q \end{cases}$$

$$[16] \quad R = \text{Abstand des Fixsterns von unserer } \odot$$

$$[17] \quad \frac{\cos a. dy - \sin a. dx}{R} = m$$

$$[18] \quad \frac{\cos \delta. dz - \cos a. \sin \delta. dx - \sin a. \sin \delta. dy}{R} = n$$

setzt, die Gleichung [19]:

$$(\cos \delta. \sin \delta. \cos a. da - d\delta. \sin a). P + (\sin \delta. \cos \delta. \sin a. da + d\delta. \cos a). Q - \cos \delta^2. da = (m. \cos a. \sin \delta - n. \sin a). P + (m. \sin \delta. \sin a + n. \cos a). Q - m. \cos \delta.$$

Das, was auf das Gleichungszeichen folgt, ist, was ich ϵ nenne, und würde nur dann = 0 sein, wenn m und n = 0 wären, oder der Stern gar keine eigene Bewegung hätte. Aber m und n sind höchst wahrscheinlich im Mittel ebenso gross als da und $d\delta$.

Zu den 77 Sternen, deren ich in meinem vorigen Schreiben erwähnte, habe ich noch aus den Sternen, die PIAZZI im ersten Bande seiner Astronomie[*] zu dieser Untersuchung anführt[**], die 5 genommen, die BESSEL nicht hat, weil sie BRADLEY entweder gar nicht oder nicht vollständig beobachtet hatte. Alle übrigen sind unter den 77 Sternen enthalten, oder ihre von PIAZZI angegebene scheinbare Bewegung wird durch den BRADLEY-BESSELSCHEN Catalog widerlegt. Von diesen 82 Sternen habe ich die Coefficienten von P und Q entwickelt, aber den sich so anomalisch stark bewegenden Sternen μ Cassiop[ei]ae, d [40 σ^2]

[*] G. PIAZZI, *Lezioni elementari di astronomia etc.*, 2 vol., Palermo 1817; deutsch von J. H. WESTPHAL, Berlin 1822 u. d. Titel: JOSEPH PIAZZI, Lehrbuch der Astronomie, mit einer Vorrede von GAUSS.]

Erid[ani] und 61 Cygni nur $\frac{1}{2}$ und ϵ Eridani nur $\frac{1}{4}$ des Werths der übrigen Sterne beigelegt und dann die Gleichungen zusammengezählt, in denen $-\cos \delta^2. da$ positiv, und diejenigen, worin es negativ wurde. So erhielt ich die beiden Gleichungen

$$[20] \quad \begin{cases} 208,152. P - 177,950. Q - 738,667 = \Sigma \epsilon \text{ aus 36 Sternen} \\ 174,653. P + 294,203. Q + 1008,068 = \Sigma \epsilon' \text{ aus 46 Sternen} \end{cases}$$

und hieraus

$$[21] \quad A = 276^{\circ} 23\frac{1}{4}' \text{ und } D = 15^{\circ} 9', \quad [\text{OLBERS' 1. Ergebnis}]$$

wenn ich

$$[22] \quad \Sigma \epsilon, \Sigma \epsilon' = 0$$

setzte. Der mittlere Werth von ϵ ist = $\pm 21,73$.

Nun ist es schon nicht mehr wahrscheinlich, dass $\Sigma \epsilon$, $\Sigma \epsilon'$ grösser als 6 ϵ sein sollten. Setzt man also

$$[23] \quad \Sigma \epsilon = \Sigma \epsilon' = \pm 127,8,$$

so erhält man die wahrscheinlichen Grenzen für A und D

$$[24] \quad \begin{cases} A = 274^{\circ} 33' & D = 17^{\circ} 36\frac{1}{4}' \\ A = 277^{\circ} 45' & D = 13^{\circ} 26\frac{1}{4}' \end{cases}$$

Ich bin weit entfernt, die Grenzen der Unsicherheit von A und D für so eng zu halten, weil ich ganz wohl weiss, dass dies nur eine sehr rohe unsichere Art ist, sie zu bestimmen.

Behandle ich hingegen die 82 Gleichungen, unter denselben Voraussetzungen für die 4 oben bezeichneten Sterne, nach der Methode der kleinsten Quadrate, so ergeben sich die beiden Gleichungen:

$$[25] \quad \begin{cases} +42371,104. P - 2611,727. Q - 842,546 = 0 \\ -2611,727. P + 35168,085. Q + 13724,126 = 0. \end{cases}$$

Diese beiden Gleichungen geben

$$[26] \quad A = 269^{\circ} 23' 8'', \quad D = 68^{\circ} 39' 56''. \quad [\text{OLBERS' 2. Ergebnis}]$$

Dies so grosse D , vermöge dessen die Sonne sich fast senkrecht von der Ebene der Ekliptik gegen Norden bewegen würde, kommt mir deswegen etwas unwahrscheinlich vor, weil so die Bewegung der \odot in der Ebene des Aequators gegen den Kolor der Wintersonnenwende, die doch so deutlich in den



$d\alpha$ erscheint, sehr unbedeutend sein müsste. Auf der Ebene der Ekliptik bewegte sich nach dieser Bestimmung von D sogar unsere Sonne gegen den Kolor der Sommersonnenwende.

Das endliche Resultat aller meiner Rechnungen wird also wohl nichts mehr lehren, als was sich schon ohne allen Calcul aus der blossen Ansicht von den + und - Werthen von $d\alpha$ und $d\delta$ in den verschiedenen Quadranten von selbst ergibt: dass nämlich unsere Sonne ungefähr gegen den Kolor des Steinbocks unter einer nördlichen Richtung fortrückt.

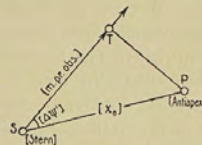
Verzeihen Sie, lieber GAUSS, dass ich Ihnen ein so Langes und so Breites über diese zu nichts Gewissem führenden Rechnungen vorgeplaudert habe. — Wir müssen nun wohl erwarten, ob Ihre Preisfrage nicht einem geschicktern Astronomen Veranlassung gegeben hat, durch Anwendung der von Ihnen angedeuteten Methode und mehrerer Sterne zu einem sicherern Resultate zu gelangen. . . . }

GAUSS AN OLBERS. Göttingen, 15. Januar 1822 [*].

Herzlichen Dank für Ihren letzten gütigen Brief, und für die gefällige Mittheilung Ihrer interessanten Rechnungen über die eigne Bewegung unsers Sonnensystems. Ich habe mich nicht enthalten können, auch wieder einige Tage auf diesen Gegenstand zu verwenden. Ich habe die zweite Methode, deren ich in meinem letzten Briefe erwähnte, etwas weiter ausgeführt, wobei nicht die Grösse, sondern bloss die Richtung der beobachteten eignen Bewegung der Sterne auf der Himmelskugel in Anwendung kommt. Ich habe zwar dieselbe nicht streng an die Wahrscheinlichkeitsrechnung geknüpft, was auch nicht so ganz leicht sein möchte; doch ist mir nicht unwahrscheinlich, dass diese Verknüpfung nur eben dahin führen wird. Ist PT auf der Himmelskugel auf die Richtung der beobachteten eignen Bewegung senkrecht, so soll $\Sigma \sin PT^2$ ein Minimum werden^[10], wobei aber eigentlich diejenigen Sterne ausgeschlossen werden müssen, für welche PST stumpf ist, wenn nämlich P den P[un]kt bedeutet, von welchem unsere Sonne

[*] Gauss' zweiter Apexbrief (Hauptträgheitsachsenmethode); vgl. die Bemerkungen.

[**] Den Fusspunkt des vom Antiapex auf den Grosskreis der E.-B. gefällten Lotes nennt GAUSS am 15. Januar Q , am 23. Januar T , am 29. Januar wieder Q ; statt dessen ist hier überall T gesetzt.



[Figur 3*]

sich wegbewegt. Das lässt sich nicht ohne wiederholte Rechnung erreichen, bei der ersten ignoriert man die Bedingung ganz. Die Auflösung ist dann von mathematischer Seite vieler Eleganz fähig und eigentlich, mathematisch zu reden, einerlei mit der Bestimmung der 3 freien Axen eines Körpers, oder der

[*] Der Grosskreisbogen ST stellt in Figur 3 die Richtung (nicht aber die Grösse) der beobachteten Eigenbewegung des Sterns S auf der Himmelskugel dar.

Statt T schreibt GAUSS hier Q , vgl. die zweite Fussnote S. 416.

PT = sphärisches Lot vom Antiapex P auf den Bogen ST ;

$PST = \Delta\psi'$ ist bei den »günstigen« Sternen S (S. 409) ein spitzer Winkel, bei den »ungünstigen« (retrograden) Sternen S dagegen ein stumpfer Winkel.

Figur 3 veranschaulicht folgende Apexdefinitionen, in denen

n die Anzahl der ungunstigen (retrograden) Sterne,

$\Sigma(g)$ die Summation über sämtliche Sterne,

$\Sigma(g)$ die Summation über alle günstigen Sterne,

$\Sigma(u)$ die Summation über alle ungunstigen Sterne bedeuten soll:

GAUSS' 2. Apexdefinition (S. 416, 15. Januar 1822):

$$\Sigma(g) \sin^2(PT) = \text{Minimum}$$

führt auf die GAUSS-KOBOLD-HARZERSCHE Hauptträgheitsachsen-Methode (S. 417—418);

GAUSS' 3. Apexdefinition (1. Fussnote S. 420, 22. Januar 1822):

$$n = \text{Minimum}$$

führt (S. 422, 22. Januar 1822) auf GAUSS' graphisch-abzählende Methode (S. 431);

GAUSS' 5., bald wieder verworfene Apexdefinition (S. 421, Formel [31]):

$$\Sigma(g) \sin^2(PT) + n = \text{Minimum};$$

GAUSS' 6. Apexdefinition (S. 423, Formel [32], 29. Januar 1822; wiederholt im Jahre 1858, S. 438):

$$\Sigma(g) \sin^2(PT) + \Sigma(u) \sin^2(SP) = \text{Minimum};$$

GAUSS' 8., erst 1838 von ihm erwähnte Apexdefinition (S. 436, Formel [44]):

$$\Sigma(u) \sin^2 \chi_0 = \text{Minimum};$$

ARGLANDERS Apexdefinition von 1837 (Astr. Nachr. Bd. 16 (1839), p. 45; vgl. S. 433):

$$\Sigma(\Delta\psi' \cdot \sin \chi_0)^2 = \text{Minimum};$$

KOBOLDS Apexdefinition (Astr. Nachr. Bd. 132 (1893), p. 314; vgl. Teil C, Anm. 10):

$$\Sigma \sin^2(PT) = \text{Minimum}.$$

Über GAUSS' 1., 4. und 7. Apexdefinition vgl. die Fussnoten S. 409, S. 420 und S. 424.



3 Hauptaxen eines Ellipsoids. Die von andern gegebene Aufl[ösung] dieser Aufgabe ist noch beträchtlicher Vervollkommnung fähig, und von der meinigen sehen Sie eine einen etwas speciellern Fall betreffende Probe in meiner Abhandl[ung] über die Attraction elliptischer Ringe^[11]. Die Natur der Sache bringt es hier aber mit sich, dass der P[un]kt, von dem die Sonne kommt, von dem, wohin sie geht, in der Auflösung noch nicht unterschieden wird (wie es auch bei der Ihrigen der Fall ist, die die beiden entgegengesetzten Punkte nicht unterscheidet). Man muss hinterdrein die einzelnen Sterne vergleichen und den P[un]kt P für den P[un]kt, wohin die Sonne geht, wählen, von welchem sich die Mehrzahl der Sterne entfernen.

Ich habe die Auflösung auf 70 Sterne aus BESSELS Tafel angewandt (die ich zu zehnen nach der abnehmenden Grösse von Δs gruppirt hatte^[12]) und so den 71^{sten} weglass) und für die beiden P[un]kte gefunden

$$[27] \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 79^{\circ} 40' \\ \delta = +3^{\circ} 49' \end{array} \right\} \left\| \begin{array}{l} 259^{\circ} 40' \\ -3^{\circ} 49' \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{[Ergebnis der zweiten Apex-} \\ \text{definition (Hauptträgheits-} \\ \text{achsen-Methode)]} \end{array}$$

Die P[un]kte treten sehr bestimmt hervor, indem für dieselben jenes

$$[28] \quad \Sigma \sin PT^2 = 14,2$$

wird, während dessen Maxima 90° davon (u[nd] unter sich) entfernt beinahe gleich u[nd] resp. 28,4 und 27,4 werden.

Mit der Sonderung der Sterne habe ich heute angefangen, u[nd] nach einem Ueberschlage finde ich, dass unter den 30 Sternen, die die grössten scheinbaren Bewegungen haben, 19 sind, die sich dem ersten, und 11, die sich dem zweiten P[un]kte nähern, so dass der letztere als der angesehen werden muss, auf den die \odot zu geht. Mich soll wundern, wie die Scheidung aller 71 ausfallen wird, u[nd] dann werde ich auch die Wiederholung noch vornehmen^[13]. Sollte das Verhältniss bei der Gesamtzahl nicht viel ungleicher ausfallen, so darf man schon schliessen, dass die wirkliche Bewegung der Sonne im Raum bedeutend langsamer ist, als die mittlere wirkliche Geschwindigkeit der Sterne. Ich finde nach einer etwas flüchtigen Rechnung, dass, wenn alle Sterne u[nd] die Sonne gleiche wirkliche Geschwindigkeit, aber ganz unabhängige Richtungen hätten, bei einer sehr grossen Anzahl von Sternen nur etwa $\frac{1}{9}$ aller sich auf der Himmelskugel dem Punkte nähern dürften, auf den die Sonne

zu geht (genau: $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}$); hätten die Sterne aber alle gleiche Geschwindigkeit = a , grösser als die der $\odot = 1$, so wäre statt jenes Bruches $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8a}$ zu setzen (für $a < 1$ muss eine ganz andere Formel^[14] Formel [39], S. 431) genommen werden), so dass, wenn jener Bruch = μ , man $\frac{\pi}{4-8\mu}$ für eine Art mittlere Geschwindigkeit der Sterne annehmen könnte^[15].

Es scheint mir bemerkenswerth, dass jenes $\Sigma \sin PT^2$ zugleich die Summe der Quadrate der kleinsten wirklichen Bewegungen der Sterne ist, womit man die beobachteten erklären kann, die der $\odot = 1$ gesetzt; es würde aber für meinen heutigen Brief viel zu weitläufig werden, dies umständlicher zu entwickeln^[16].

GAUSS AN OLBERS. Göttingen, 22. Januar 1822[*].

Ich kann nicht unterlassen, Ihnen noch einiges von meinen fernern seit Absendung meines letzten Briefes über die eigne Bewegung der Sterne angestellten Rechnungen mitzutheilen. Die tabellarische Zusammenstellung der beobachteten e[igenen] B[ewegungen] liess es mir doch als sehr auffallend erscheinen, dass unter 71 Sternen sich 48 nach Süden und nur 23 nach Norden bewegen^[17]. Mein gefundenes Resultat, wonach der Punkt, wohin die Sonne geht, sogar noch etwas südlich vom Aequator liegen sollte, wurde mir dadurch doch etwas verdächtig, und ich beschloss daher, zuerst die Sache noch auf eine ganz andere Art anzugreifen^[18]:

Es sei Q der, in dem grössten Kreise auf der Himmelskugel, in welchem die Bewegung eines Sterns erscheint, 90° von dem Sterne in dem Sinn der Bewegung entfernte Punkt^[19]; P der Punkt, von welchem unsere Sonne wegrückt. Man sieht leicht, dass, wenn der Stern sich dem P nähern soll, die Bedingung die sein wird, dass $PQ < 90^{\circ}$, oder wenn man sich einen grössten Kreis denkt, der P zum Pol hat, u[nd] also die Kugelfläche in zwei Hälften theilt, so soll Q in derjenigen Halbkugel liegen, worin P sich befindet. Es kommt demnach darauf an, [dritte Apexdefinition:] alle 71 auf der Kugelfläche zerstreut liegende Punkte Q durch einen grössten Kreis so ungleich wie mög-

[*] GAUSS' dritter Apexbrief (S. 419—422); vgl. die Bemerkungen in Teil C am Schluss dieser Abtheilung.]



lich zu scheiden [*][20]. Ich habe mich begnügt, (vierte Apexdefinition:) nur den gemeinschaftlichen Schwerpunkt aller Q 's (im Innern der Kugel) zu suchen [**][21]; der dadurch gezogene Radius, fortgesetzt, wird, wo nicht genau, doch sehr nahe das vorteilhafteste P auf der Kugel geben. Ich finde auf diese Weise [22]

$$[29] \begin{cases} \text{AR von diesem } P \dots 84^{\circ} 31' \\ \text{Declination} \dots - 33^{\circ} 50' \\ \text{Abstand jenes Schwer-} \\ \text{p[un]kts vom Centrum } 0,38768 \end{cases} \quad \left[\begin{array}{l} \text{[Siehe die Berichtigung [30] in der Nach-} \\ \text{schrift vom 23. Januar 1822, S. 421} \end{array} \right]$$

Der Punkt P gegenüber, wohin unsere Sonne sich bewegt, läge also in $264^{\circ} 31'$ AR u[nd] $33^{\circ} 50'$ Nördl. Declination, und ich finde (freilich meistens nur überschläglich), dass unter den 71 Sternen 59 sich dem P nähern und nur 12 davon entfernen [23].

Dass die [Hauptträgheitsachsen-]Methode, wonach ich, wie in meinem letzten Briefe erzählt, früher gerechnet habe, richtig angewandt, so viel von diesem Verfahren differiren soll, ist mir ziemlich unwahrscheinlich, u[nd] es lassen sich mehrere Ursachen denken:

1. habe ich dabei die Positionen [a, d] der Punkte [BESSELSchen Pole, S. 432], die resp. von jedem Stern u[nd] seinem Q um 90° entfernt sind, nach BESSELS Tafel, BRADLEY p. 310, schlechthin zum Grunde gelegt, und es wäre doch möglich, dass darin hin und wieder einige Rechnungs- oder Druckfehler wären.

2. In meiner oder vielmehr grösstentheils Herrn SCHNÜRLEINS Rechnung von den 6 Grössen [24]

$$[29a] \quad xx, yy, zz, yz, xz, xy, \text{ wo } \begin{cases} x = \cos a \cos d \\ y = \sin a \cos d \\ z = \sin d, \end{cases}$$

welche sich auf BESSELS erwähntes Tableau gründen, könnte wohl hie und da ein Rechnungsfehler eingeschlichen sein, besonders wo ein + mit - verwechselt oder eine Logarithmen-Charakteristik um eine Einheit unrichtig angesetzt wäre.

3. Sollten aber auch beide Voraussetzungen ungegründet sein, so wäre es doch möglich, dass die erste Rechnung nach jener frühern [Hauptträgheits-

[*] Aus dieser dritten Apexdefinition (Anzahl der ungünstigen Sterne = Minimum) entwickelt GAUSS später (S. 422, S. 423, S. 434 und S. 445) sein graphisch-abzählendes Verfahren.

[**] Diese vierte, vektorielle Apexdefinition (Schwerpunkt aller Q) ersetzt GAUSS später (S. 424) durch seine siebente Apexdefinition [34], die ihn auf die BRAVAIS-ATRYsche Methode führt.

achsen-]Methode, wobei noch gar kein Stern ausgeschlossen ist, ein von der Wahrheit zu stark abweichendes Resultat gegeben hätte, wodurch denn die auszuschliessenden Sterne selbst grossentheils unrichtig gewählt werden. In der That werden dadurch 23 Sterne als auszuschliessen bezeichnet, u[nd] nachdem diese ausgeschlossen waren, gab die neue Rechnung [25] ein nicht mehr ganz so markirt hervortretendes Resultat für das bewusste Minimum, als ich vor dem Ausschluss gehabt hatte. Ich bin daher im Begriff, die Rechnung nach der ersten [Hauptträgheitsachsen-]Methode zu wiederholen, indem ich diejenigen 12 Sterne ausschliesse [25], die die andere [den Schwerpunkt der Q ermittelnde] Methode bezeichnet hat.

Den 23. Januar. Ich habe die erwähnte Rechnung so weit geführt, um gewiss zu sein, dass nach Ausschluss jener Sterne ein Resultat kommt, das dem obigen [[29]] sich wenig nähert. In diesem habe ich dabei einen kleinen Rechnungsfehler bemerkt, nach dessen Verbesserung ich statt der obigen Zahlen

$$[30] \quad \begin{cases} 86^{\circ} 18' - 34^{\circ} 48' \\ 266^{\circ} 18' + 34^{\circ} 48' \end{cases} 0,37814 \quad \left[\begin{array}{l} \text{[Ergebnis der vierten Apex-} \\ \text{definition [Schwerpunkte-} \\ \text{methode] von S. 419-420} \end{array} \right]$$

finde.

Jenes Paradoxon ist indessen doch nur scheinbar. Das bei der [Hauptträgheitsachsen-]Methode des vorigen Briefes zum Grunde gelegte Princip ist an sich unverfänglich, nämlich

$$[30a] \quad \begin{cases} \text{den P[un]kt } P \text{ [Antiapex] auf der Himmelskugel so zu wählen, dass sich} \\ \text{die beobachteten eignen Bewegungen mit dem geringsten Aufwand} \\ \text{wahrer eignen Bewegungen der Sterne erklären lassen [vgl. S. 409],} \end{cases}$$

allein die Summe, die ein Minimum werden soll, ist eigentlich [26][*]

$$[31] \quad \Sigma (\sin PT)^2 + n, \quad \left[\begin{array}{l} \text{[fünfte Apexdefinition, berichtigt durch [32], S. 423]} \end{array} \right]$$

wo n die Anzahl der Sterne, die sich von [dem Antiapex] P entfernen, bedeutet und T den dem P nächsten P[un]kt in der beobachteten Richtung (ich glaube in meinem vorigen Briefe mit Q bezeichnet [**]) derjenigen Sterne, die sich dem P nähern. Es enthält nun gar keinen Widerspruch, dass an einer ganz

[*] Später, S. 423, verwirft GAUSS diese fünfte Apexdefinition [31] zugunsten seiner 6. Definition [32].

[**] Figur 3, S. 417. Über die Benennung Q oder T vgl. die zweite Fussnote S. 416.



andern Stelle, als dem P , wo diese Summe [nämlich $\Sigma \sin PT^2$] nach ihrem wahren Sinn ein Minimum ist, das Aggregat

$$[31] \quad \Sigma (\sin PT)^2 + n$$

ein Minimum wird, insofern man dieselbe Scheidung der Sterne hier gelten lässt, die bei jenem P galt, was aber nicht erlaubt ist. Die Summe nach ihrem wahren Sinn ist eigentlich auf der Kugelfläche eine *functio discontinua* und ändert sich sprunghaft von einer Figur zur andern; indem man sich nämlich die ganze Kugelfläche durch die 71 grössten Kreise, die durch die einzelnen Sterne senkrecht auf deren beobachteter Bewegung [gezogen werden], in eine ungeheuer grosse Anzahl Dreiecke und andere Polygone zerlegt denkt. Es wird aber nicht schwer sein, das wahre P aufzufinden, wenn man sich die Mühe geben will, die Lage von etwa 6 oder 10 derjenigen dieser 71 grössten Kreise zu bestimmen, die am nächsten bei dem oben gefundenen P [un]kte vorbeigehen^[27]. Ich habe einen kleinen Anfang damit gemacht (*w* Herculis^[27]) u[nd] *b* Aquilae gehören dazu), zweifle aber, dass ich Zeit haben werde, diese Rechnung jetzt selbst zu vollenden. Vermuthlich lässt sich von den oben erwähnten 12 Sternen, die sich von P entfernen, noch einer oder ein Paar abdingen^[28]. Denn ich bin jetzt mit der Aufstellung des Zenith-sectors beschäftigt, der nächstens beobachtungsfertig sein u[nd] einen grossen Theil meiner Zeit in Anspruch nehmen wird. Uebrigens ist auch zu präsumiren, dass ein so berechnetes P wenig von dem obigen abliegen werde u[nd] weniger, als ohnehin schon bei der Unzuverlässigkeit der beobachteten eignen Bewegung an Unsicherheit zurückbleiben muss.

Sollte die hiesige Societät keine, oder keine angemessene Preisschrift^[29] erhalten, so werde ich in Zukunft diese Untersuchung selbst einmal ausführen, u[nd] wenn ich hier wieder zu anhaltenden Beobachtungen am Meridiankreise komme, die eigne Bewegung dieser u[nd] anderer Sterne zu einem besondern Gegenstand machen^[30] (wie ich es im Jahre 1820 schon bei vielen gethan habe).

.....

[*] Das Ergebnis dieser graphisch-abzählenden Methode siehe in der 1. Fussnote S. 424. Vgl. Anmerkung 34) in Teil C am Schluss dieser Abtheilung.]

GAUSS an OLBERS. Göttingen, den 29. Januar 1822^[*].

[a] Sechste Apexdefinition [32] von GAUSS.

Fast muss ich mich schämen, Sie so oft mit meinem Geplauder über die eigne Bewegung der Fixsterne zu ermüden; aber noch einmal muss ich Ihre Nachsicht in Anspruch nehmen und eine Unrichtigkeit in meinem letzten Briefe [22.—23. Januar 1822, S. 421, Formel [31]] verbessern.

Bei dem Princip nämlich, die beobachteten eignen Bewegungen mit dem absolut geringsten Aufwande wahrer eigner Bewegung der Sterne selbst zu erklären, muss, wenn S einen Stern, P den P[un]kt, von dem die \odot wegrückt, ST die beobachtete Richtung der eignen Bewegung, PT ein Perpendikel auf ST bedeuten, nicht $\Sigma \sin TP^2 + n$ ein Minimum werden, sondern^[**]

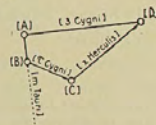
$$[32] \quad \Sigma \sin TP^2 + \Sigma \sin SP^2, \quad \text{[sechste Apexdefinition, vgl. Figur 3, S. 417]}$$

wo der erste Theil für die Sterne gilt, bei denen S spitz, der zweite, wo S stumpf ist^[25].

[b] Ergebnis der auf der dritten Apexdefinition von S. 419 beruhenden graphisch-abzählenden Methode.]

Die genauere Prüfung des berechneten P meines letzten Briefes hat ergeben, dass nicht 12 sondern 13 Sterne sich von diesem P[un]kte entfernen^[32], dass man aber zwei abhandeln kann, wenn man P in das Viereck^[33] setzt, wo Rectascensionen und Declinationen der vier Ecken auf der äussern H[im]mels-K[ugel] diese sind: (für Aeq[ui]nox 1777 $\frac{1}{2}$)^[34]

$$[33] \quad \begin{cases} [A] & 78^{\circ} 40' - 30^{\circ} 40' \\ [B] & 78 \quad 42 - 30 \quad 57 \\ [C] & 79 \quad 13 - 31 \quad 9 \\ [D] & 80 \quad 4 - 30 \quad 32. \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{[Ergebnis der} \\ \text{graphisch-ab-} \\ \text{zählenden} \\ \text{Methode]} \end{array} \right.$$



[Figur 4 ***]

[*] GAUSS' vierter Apexbrief (S. 423—425); vgl. die Bemerkungen in Teil C am Schluss dieser Abtheilung.]

[**] Diese sechste Apexdefinition [32] kehrt bei GAUSS auffallenderweise unter dem Namen »Beste Methode« in einer handschriftlichen Notiz aus dem Februar 1828 (S. 438) wieder, ohne dass jedoch GAUSS je nach dieser Definition den Apex berechnet zu haben scheint. In praxi gibt GAUSS später (S. 465) stets der bequemern 7. Apexdefinition [34], S. 424, den Vorzug. — Vgl. ferner die zweite Fussnote S. 416.]

[***] Man muss in Fig. 4 den Antispex P in das Innere des Vierecks $ABCD$ auf der Himmelskugel legen, wenn sich möglichst wenige Sterne (11 von 71) von ihm entfernen sollen. Vgl. GAUSS' Zeichnung, S. 481.]



Weniger als 11 Sterne scheinen sich von keinem Punkte der Himmelskugel zu entfernen[*]. Jene sind:

$$[33a] \begin{cases} w \text{ Herculis, } 33 \text{ Virginis, } \gamma \text{ Draconis, } z \text{ Sagittae, } b^1 \text{ Cygni,} \\ 54 \text{ Piscium, } \sigma \text{ Draconis, } \beta \text{ Virginis, } \varepsilon \text{ Eridani, } \delta \text{ Eridani, } \tau \text{ Ceti}^{[23]}. \end{cases}$$

[e] Siebente Apexdefinition, Methode von GAUSS-BRAVAIS-AIRY.

Uebrigens ist die Methode meines letzten Briefes[**] noch grosser Vollkommenheit fähig, wodurch sie wohl am Ende die ächte und am ungewungensten mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu verknüpfende[***] sein wird. Zugleich empfiehlt sie sich dann durch ihre grosse Einfachheit. Das wesentliche wäre folgendes[26]:

Es seien x, y, z die drei Coordinaten des P[un]ktes P auf der Kugelfläche (also $xx + yy + zz = 1$); ferner seien a, b, c die Coordinaten eines Sterns und A, B, C die Coordinaten des in der Richtung der beobachteten eignen Bewegung 90° vom Sterne entfernten P[un]ktes (alle 6 auf der Kugelfläche). Man bestimme ξ, η, ζ aus den Gleichungen[***]

$$[34] \begin{cases} \Sigma A = \xi \Sigma(bb + cc) - \eta \Sigma ab - \zeta \Sigma ac \\ \Sigma B = -\xi \Sigma ab + \eta \Sigma(aa + cc) - \zeta \Sigma bc \\ \Sigma C = -\xi \Sigma ac - \eta \Sigma bc + \zeta \Sigma(aa + bb). \end{cases} \quad \text{[GAUSS' siebente Apexdefinition]}$$

Sodann hat man

$$[35] \quad x = \frac{\xi}{\sqrt{\xi\xi + \eta\eta + \zeta\zeta}}, \quad y = \frac{\eta}{\sqrt{\xi\xi + \eta\eta + \zeta\zeta}}, \quad z = \frac{\zeta}{\sqrt{\xi\xi + \eta\eta + \zeta\zeta}}.$$

Wären alle Sterne, deren Anzahl = m , gleichförmig auf der H[immels]kugel vertheilt, so würde

$$[36] \quad \Sigma ab = \Sigma ac = \Sigma bc = 0$$

[*] Das Endergebnis der auf der 3. Apexdefinition (S. 420, erste Fussnote) aufgebauten, in Anmerkung 34 zu erläuternden, graphisch-abzählenden Methode besteht darin, dass der Antiapex P innerhalb des (S. 423) durch [33] definierten, in Figur 4 veranschaulichten Vierecks auf der Himmelskugel liegt. Vgl. die Parallelstelle S. 435, ENCKES Glosse S. 445, GAUSS' Erwiderung S. 446 und GAUSS' Zeichnung S. 451.]

[**] Als »Methode meines letzten Briefes« bezeichnet GAUSS in diesem Briefe seine erste vektorielle oder Schwerpunkts-Methode von S. 420, nämlich die dort als vierte Apexdefinition bezeichnete Aufsuchung des »Schwerpunkts aller Q 's«. Vgl. Anm. 21) in Teil C am Schluss dieser Abtheilung.]

[***] Über das seiner 7. Apexdefinition [34] zugrundeliegende Minimalprinzip spricht sich GAUSS weder hier, noch später aus; auch der Nachlass enthält darüber keinerlei Andeutungen. Vgl. hierzu Anm. 36) in Teil C am Schluss dieser Abtheilung. — Über die praktische Durchführung vgl. S. 465.]

und

$$[37] \quad \Sigma(bb + cc) = \Sigma(aa + cc) = \Sigma(aa + bb) = \frac{2}{3}m$$

werden und dann der P[un]kt P so kommen, wie ihn die Methode meines letzten Briefes[*] gibt, welche schlechtweg $\Sigma A, \Sigma B, \Sigma C$ den x, y, z proportional setzt[27]; allein diese Voraussetzung ist schon deswegen nicht erlaubt, weil unser Catalog die südlichen in Europa unsichtbaren Sterne nicht mit enthält, auch bei denjenigen, die wenig über unsern Horizont kommen, verhältnissmässig zu dürftig sein mag. Mein Sohn soll nach und nach zu seiner Uebung die sechs Summen $\Sigma(bb + cc)$ etc. berechnen, u[nd] dann werde ich, da ich $\Sigma A, \Sigma B, \Sigma C$ schon habe, das Resultat nochmals verbessern. Der Quotient

$$[38] \quad \frac{\sqrt{\xi\xi + \eta\eta + \zeta\zeta}}{m} \quad [**]$$

wird dann zugleich die mittlere Geschwindigkeit der Fixsterne mit der unserer Sonne zu vergleichen dienen[28][***].

OLBERS AN GAUSS. Bremen, 2. Februar 1822 [†].

[Sie haben mir durch Ihre 3 letzten Briefe eine sehr grosse Freude gemacht. Ich habe sie mit ebenso viel Interesse als Belehrung gelesen, und es ist mir äusserst angenehm, Sie gewissermaassen zur Untersuchung dieser so wichtigen Materie veranlasst zu haben. Nach der letzten Modification Ihrer Methode scheint mir nichts mehr zu wünschen übrig, sowohl was die Leichtigkeit der Rechnung, als die zu erreichende Sicherheit des Resultats betrifft.]

[*] Siehe die zweite Fussnote S. 424.]

[**] Mit m hat GAUSS auf S. 424 und in Formel [37] die Anzahl der Sterne bezeichnet. Dagegen soll in Formel [38] der Nenner m , dem Zusammenhange nach, wohl eine andere Bedeutung haben, die GAUSS hier nicht angibt. Auch in der von GAUSS veranlassten und von ihm selbst vermuthlich auch weiter benutzten, in der nächsten Fussnote erwähnten Abschrift seines obigen Briefes lässt GAUSS den Nenner m in Formel [38] unverändert stehen.]

[***] GAUSS hat einer im Juli 1826 von ihm selbst veranlassten, S. 431, 3. Zeile v. o. erwähnten Abschrift seiner vorstehend (S. 408—425) abgedruckten vier ersten »Apexbriefe« an OLBERS aus dem Winter 1821—22 später, und zwar frühestens im Juli 1826 bzw. im Februar 1838, noch zwei Notizen angefügt, die weiter unten (S. 431 und S. 440) an den den beiden letzteren Daten entsprechenden Stellen abgedruckt werden.]

[†] Mit diesem Brief beantwortet OLBERS GAUSS' 2., 3. und 4. Apexbrief, S. 416—425, vgl. die Bemerkungen in Teil C am Schluss dieser Abtheilung.]



Ich hoffe, Sie werden uns auf alle Fälle diese Untersuchungen gedruckt geben, wenn auch, wie ich doch jetzt kaum glaube, auf die Preisfrage der Societät [S. 405] eine nicht unwürdige Abhandlung eingehen sollte. Sie werden diese Untersuchungen vielleicht als ein Beispiel mit Ihrer so sehnlich erwarteten neuen Darstellung der Wahrscheinlichkeitsrechnung in Verbindung bringen können.

HERSCHELN scheint doch in seiner zweiten Abhandlung über die eigene Bewegung unserer Sonne [S. 449, Fussnote] eine ähnliche Idee mit der, worauf Ihre erste Methode^[29] gegründet war, vorgeschwebt zu haben: nur misslang freilich die Ausführung. Ueberhaupt halte ich den alten H[ERSCHEL] für einen guten mathematischen Kopf, dem es aber gar zu sehr an aller wissenschaftlichen Ausbildung fehlte. Seine so zu sagen natürliche Mathematik leitete ihn mehrentheils richtig.

Gern würde ich Ihrem H[err]n Sohn meine Hilfe anbieten und einen Theil der zur Formirung der 6 Summen $\Sigma(bb+cc)$ etc. nöthigen Rechnungen übernehmen, wenn ich nicht gerade jetzt anderweitig beschäftigt wäre. }

GAUSS AN BESSEL. Göttingen, 15. November 1822[*].

Unsere Societät hatte vor drei Jahren die Bestimmung der Richtung der Bewegung unseres Sonnensystems als Preisfrage^[40] [S. 405] aufgegeben; der Termin ist abgelaufen und nichts eingegangen. Ich habe im vorigen Winter selbst Untersuchungen darüber angestellt^[41], aber nichts davon gegen Sie erwähnt^[42], weil ich es für möglich hielt, dass Sie uns mit einer Abhandlung beehren würden^[43], und Ihnen nicht vorgreifen wollte. Künftig werde ich daher diese Arbeit wieder vornehmen^[44], allein erst, wenn ich mehr Zeit habe, und dann wünsche ich auch alle beobachteten eigenen Bewegungen erst neu zu bestimmen^[45], wozu ich erst wieder in anhaltendes Beobachten kommen muss, was vor 1824 schwerlich geschehen kann. Sehr vieles findet sich freilich schon in meinen Beobachtungen von 1820, was aber grösstentheils noch nicht berechnet ist. Vielleicht unterstützen Sie mich dabei demnächst mit Ihren Beobachtungsergebnissen. Bei der Behandlung habe ich einen besonderen

[*] Zu diesem Brief von GAUSS vgl. die Bemerkungen in Teil C am Schluss dieser Abteilung.]

Weg^[46] genommen, und die eigene Bewegung der Sonne scheint sich doch ziemlich prononcirt zu zeigen. Für den Augenblick sind mir jedoch meine eigenen Untersuchungen und ihre, so viel ich mich erinnere, nicht ganz uninteressanten Resultate ganz fremd geworden.

BESSEL AN GAUSS. Königsberg, [ohne Datum, Winter 1822/1823*].

{ Dass keine Antwort auf Ihre Preisfrage [S. 405] eingegangen ist, wird sich verschmerzen lassen, wenn Sie dadurch veranlasst werden, selbst diesen Gegenstand zu untersuchen. Ich hatte bei der Bearbeitung der *Fundamenta Astronomiae*^[**] die Absicht, eine erschöpfendere Abhandlung über die eigenen Bewegungen auszuarbeiten, oder vielmehr eine solche zu versuchen; allein bei näherer Ansicht schien es mir, dass die kleinen Bewegungen nicht eher in die Rechnung gezogen werden dürften, als bis alle Zweifel über constante Unterschiede der verglichenen Cataloge gehoben wären; — solche Zweifel aber hatte ich in der That und fand sie dadurch bestätigt, dass die Rectascensionen eine andere Präcession gaben als die Declinationen, wovon später ein Grund bekannt geworden ist, welchen ich damals nicht für möglich hielt, indem ich zu fest auf die Uebereinstimmung der Fundamental-Cataloge von Greenwich und Palermo baute. — Ich glaubte daher nur die grösseren eigenen Bewegungen zu Rathe ziehen zu dürfen, indem eine Verschiedenheit von einigen Secunden bei diesen wenigstens keine totale Veränderung hervorbringt; diese aber gaben mir keine Gegend des Himmels zu erkennen, welche der Concurrentz viel günstiger wäre als die übrigen, und daher begnügte ich mich, dieses Resultat anzuzeigen. — Es ist zwar nicht schwer, denjenigen Punkt zu finden, welcher das Maximum der Projectionen der Bewegungen auf die nach den Sternen gezogenen grössten Kreise gibt^[***]; — aber ohne ihn näher aufgesucht zu haben, glaube ich, nach der Auftragung der in den *Fundamentis*^[**] gegebenen Bestimmung der Pole auf einen Globus, doch nicht, dass das Maximum vom Minimum so sehr verschieden sein würde, dass die Bewegung nach einer Richtung mit grosser Wahrscheinlichkeit daraus folgte. — Desto erfreulicher

[*] Zu diesem Brief von BESSEL vgl. die Bemerkungen in Teil C am Schluss dieser Abteilung.]

[**] Zitat von BESSELS *Fundamenta Astronomiae* siehe S. 411, zweite Fussnote.]

[***] BESSEL schwebt anscheinend GAUSS' 1. Apexdefinition von S. 409 vor.]



wird es mir aber sein, wenn Ihre genaueren, und wahrscheinlich von ganz anderen Gesichtspunkten ausgehenden Untersuchungen mich eines Besseren belehren.}

OLBERS AN GAUSS. Bremen, 30. Mai 1823[*].

{. . . . Ihre Briefe [S. 408—425] . . . über die eigene Bewegung unserer Sonne habe ich wieder hervorgesucht und noch einmal mit vielem Interesse und vieler Belehrung gelesen. Es sind in allem 4. Sie haben nur zu fehlen, wann und wohin ich sie schicken soll^[17].

Bei meinen damaligen Untersuchungen über diesen Gegenstand [S. 406—416] wurde ich veranlasst, das von BESSEL in den *Fundamenta Astronomiae* [**] gegebene BRADLEYSche Sternverzeichnis und besonders die Vergleichung mit dem PIAZZISchen genauer durchzugehen, und da war es mir auffallend, dass die negativen Differenzen beider Verzeichnisse in allen Punkten der Rectascension so sehr vorherrschen [***]. Dies deutet doch wohl dahin, dass die von BESSEL aus einer bestimmten Zahl der beiden Verzeichnissen gemeinschaftlichen Sterne abgeleitete Präcession doch noch wohl etwas zu klein sei. Wenn der daraus entstehende constante Fehler aller eigenen Bewegungen der Fixsterne auch keinen sehr merklichen Einfluss auf die daraus zu findende Richtung der Bewegung unserer Sonne hat, so glaube ich doch, dass sich alles am Ende noch besser in Harmonie bringen lassen würde, wenn dieser Umstand beseitigt werden könnte. . . . }

OLBERS AN GAUSS. Bremen, 11. October 1823[*].

{Ich benutze die Gelegenheit, . . . Ihnen einliegend Ihre trefflichen 4 Briefe, die eigene Bewegung unserer Sonne betreffend, Ihrem Verlangen gemäss wieder zu schicken: doch unter der ausdrücklichen Bedingung, dass Sie mir dieselben alle 4 nach gemachtem Gebrauch unfehlbar wieder einhändigen. Ich habe meine Rechnungen über diesen Gegenstand

[*] Zu diesen Briefen von OLBERS vgl. die Bemerkungen in Teil C am Schluss dieser Abteilung.

[**] Zitat von BESSELS *Fundamenta Astronomiae* siehe S. 411, zweite Fussnote.

[***] In BESSELS auf S. 453—454 abgedruckter Katalogvergleichung (PIAZZI-BRADLEY) von 71 Sternen findet man in Spalte 4 bei Δ_2 bzw. Δ_3 43 bzw. 47 Minuseichen und nur 28 bzw. 24 Plusseichen. Wegen der systematischen Katalogfehler vgl. die Parallelstellen S. 427 (BESSEL), S. 430 (OLBERS) und S. 444 (GAUSS).

nicht weiter fortgesetzt, da sie, wenn von Ihnen das Ganze nach Ihrer vollkommeneren Methode abgehandelt wird, keinen Werth behalten können. Gern möchte ich mal durch einen wirklichen Versuch praktisch sehen, wie genau sich wohl die Richtung der Bewegung unserer Sonne aus den eigenen Bewegungen der Fixsterne durch irgend eine Methode bestimmen liesse, wenn dieser Versuch nicht gar zu ausgedehnte und langweilige Rechnungen erforderte.

Wenn man nämlich voraussetzte, dass alle die 125 Cometen, deren Bahnen jetzt berechnet sind, in dem nämlichen Augenblick, z. B. den 1. Jan. 1824, 0^h, durch ihre Sonnennähe gingen, und man nun für einen und denselben Zeitpunkt 60 oder 80 Tage nach diesem Perihel den geocentrischen Ort und die geocentrische scheinbare stündliche Bewegung eines jeden dieser Cometen berechnete, so würde man alsdann sehen können, wie genau sich wieder die Richtung der Bewegung unserer Erde, die man während einer Stunde ohne Bedenken als geradlinig ansehen kann, aus einer bestimmten Zahl oder allen 125 dieser stündlichen Bewegungen wieder herausbringen liesse. Der Fall wäre wenigstens, wie mich dünkt, dem, worin wir uns in Ansehung unserer Sonne in Bezug auf die Fixsterne befinden, völlig analog, nur dass bei letztern auch die gewiss sehr häufigen Fehler und Unzuverlässigkeiten in den angegebenen eigenen Bewegungen in Betrachtung kommen.}

GAUSS AN OLBERS. Göttingen, 2. November 1823.

. Ferner habe ich Ihnen für die gütige Communication der Briefe über die eigne Bewegung der Fixsterne zu danken: ich werde sie Ihnen, wenn Sie einen Werth darauf legen, demnächst [*] wieder zustellen. Sinnreich und treffend ist Ihre Parallele mit den geocentrischen Cometenbewegungen, und es würde immer interessant sein, das was die Wahrscheinlichkeitsrechnung a priori lehrt, faktisch daran nachzuweisen.

[*] Erst im Juli 1826 kam GAUSS, durch ein Erinnerungsschreiben von OLBERS (S. 430) gemahnt, dazu, seine vier ersten Apexbriefe (S. 408—425) abschreiben zu lassen und die Originalbriefe wieder an OLBERS zurückzuschicken, vgl. S. 431, 1. Fussnote.]



GAUSS AN BESSEL. Göttingen, 5. November 1823[*].

..... Ich habe die Absicht, sobald Musse und Geistesheiterkeit es erlauben, meine Untersuchungen über die eigene Bewegung unseres Sonnensystems weiter auszubilden. Bei der Anwendung möchte ich aber PIAZZIS Katalog lieber ausschliessen^[48], theils weil die Vergleichung neuer Beobachtungen mit BRADLEY schon an sich mehr Schärfe gibt, theils weil PIAZZIS Beobachtungen schon deswegen nicht ganz befriedigend sind, da das Jahr der einzelnen Bestimmungen unbekannt ist [Parallelstelle S. 435, Z. 6 v. u.]. Ich möchte, soweit es die Umstände erlauben, alle Sterne, deren jährliche eigene Bewegung über 0^o5 beträgt, (etwa 71 Stück) selbst neu beobachten^[49], werde es aber mit Dank anerkennen, wenn Sie mir gelegentlich, was Sie selbst in dieser Beziehung bestimmt haben, in den Resultaten mittheilen wollten.

OLBERS AN GAUSS. Bremen, 12. Juni 1826[*].

{..... Darf ich Sie wohl erinnern, lieber GAUSS, mir gelegentlich, wenn Sie sie nämlich nicht mehr brauchen, Ihre beiden Briefe über die eigene Bewegung unserer Sonne wieder zu schicken^[47]? Da jetzt nach BESSELS Untersuchungen die Präcession grösser angenommen werden muss, so hat dies auf die Resultate unserer^[**] Rechnungen keinen unbedeutenden Einfluss, da sich nun die Grösse und Richtung der eigenen Bewegung der Fixsterne sehr merklich ändert.}

GAUSS AN OLBERS. Göttingen, 14. Juli 1826[*].

Lange . . . habe ich vergeblich nach den Briefen gesucht, auf die Ihre freundschaftliche Güte einen solchen Werth legt, dass Sie solche zurückverlangen^[47]. Ich wusste, dass sie von mir wohl aufgehoben waren, ja ich erinnerte mich, sie noch vor nicht gar langer Zeit gesehen zu haben, aber nirgends konnte ich sie finden. Endlich habe ich sie nebst einigen andern auf die eignen

[*] Zu dem Briefwechsel von 1823 und 1826 vgl. die Bemerkungen in Teil C am Schluss dieser Abteilung.

[**] OLBERS' Rechnungs-Resultate sind auf Seite 413 und Seite 415 unter [10], [14], [21] und [26] angegeben.

Bewegungen der Sterne Bezug habenden Papieren in BESSELS *Bradley* vor ein paar Tagen aufgefunden; ich habe geeilt, da die Sachen mir selbst wieder fremd geworden waren, das Erheblichste abschreiben zu lassen^[*] und war schon im Begriff, sie mit der Post an Sie abzuschicken, als Hr. KRAUT zu mir kam und sich erbot mitzunehmen, was ich etwa an Sie schicken wollte. So übergebe ich demselben also diese Briefe und zugleich Ihre mir gütigst geliehenen Exemplare von KRAYENHOF[F]'s *Précis*^[**] und MÜLLERS Karte mit verbindlichem Danke.

[Eine nachträgliche, vielleicht 1826 verfasste handschriftliche Notiz ohne Datum zu dem am 15. Januar 1822 an OLBERS gesandten Briefe, betreffend eine Formel [39] bzw. [47] für die Anzahl der »ungünstigen« (d. h. dem Apex sich nähernden) Sterne im Falle überwiegender Pekuliargeschwindigkeit der Sonne*].

Diese Formel ist

$$[39] \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \cos \varphi - \frac{\varphi}{2 \cdot \sin \varphi}, \quad \text{[berichtigt durch [47], S. 437***]}$$

[*] Wie G. in seinem Briefe an OLBERS vom 14. Juli 1826 erwähnt (S. 431 Z. 3 v. o.), hat er sich aus seinen vier ersten »Apexbriefen« an OLBERS vom 18. Dezember 1821 und 15., 22. und 29. Januar 1822, die er sich im Jahre 1823 zurückerbeten hatte, alle die Apexberechnung betreffenden, S. 408 bis S. 425 abgedruckten Stellen im Juli 1826 vor der Rückgabe dieser Briefe an OLBERS abschreiben lassen. Diese Abschrift hat sich in GAUSS' Nachlass vorgefunden und trägt von GAUSS' Hand zwei nachträgliche, in den Originalbriefen nicht vorkommende Notizen. Diese Notizen, die nicht datiert sind, kommen, weil sie frühestens im Juli 1826 bzw. im Februar 1828 geschrieben sein können, erst hier bzw. auf S. 440 zum Abdruck.

[Die erste, oben (S. 431—432) abgedruckte Notiz ist eine von GAUSS zu den Worten »eine ganz andere Formel genommen werden« seines Briefs vom 15. Januar 1822 (S. 419, Zeile 3 v. o.) unter dessen Abschrift gesetzte Fussnote.]

[**] C. R. T. v. KRAYENHOF, *Précis historique des opérations géodésiques et astronomiques faites en Hollande*, la Haye 1815.

[***] Eine Parallelstelle in GAUSS' Brief an AEGELANDER vom 16. Februar 1828 (S. 437, Formel [47]) gibt folgende Aufschlüsse: In [39] ist der Nenner des letzten Gliedes in $4 \sin \varphi$ zu berichtigen; durch Formel [39] bzw. [47] stellt GAUSS die procentuale Anzahl der »ungünstigen« (d. h. dem Apex sich nähernden) Sterne (Fig. 1, S. 409), also die Wahrscheinlichkeit retrograder Bewegungen dar für den Idealfall, dass alle Sterne gleichförmig über die Himmelskugel verbreitet sind und eine Pekuliargeschwindigkeit von gleichem linearem Betrage $a = \sin \varphi$ und zufälliger Richtung im Raume haben, die Pekuliargeschwindigkeit der Sonne gleich Eins gesetzt. Voraussetzung: $a \leq 1$. Eine Herleitung der GAUSS'schen Formel [39] bzw. [47] siehe in der zu S. 419 gehörigen Anm. 15) in Teil C am Schluss dieser Abteilung; bei ihr tritt als Zwischenresultat auch GAUSS' umstehende Formel [41] auf.]

wenn

$$[40] \quad a = \sin \varphi.$$

Ist A der Abstand des Punkts [Apex] vom Stern, so ist

$$[41] \quad \begin{cases} n \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\sin A}{2a} \right) & \text{die Anzahl solcher sich [dem Apex] nähernder,} \\ n \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin A}{2a} \right) & \text{sich entfernender Sterne.} \end{cases}$$

[Es folgt dann in GAUSS' Handschrift unter Formel [41] noch in roter Tinte der Vermerk:]

S. die Anmerkung am Schluss.

[Die Anmerkung, auf die GAUSS hier verweist, hat er an den Schluss der Abschrift des Briefes vom 29. Januar 1822 gesetzt, da vorher kein Platz mehr in der Abschrift war; sie ist — wie aus der Erwähnung der ARGELANDERSCHEN Schrift vom Jahre 1837 hervorgeht — erst nach deren Erscheinen und Empfang (Februar 1838, laut S. 433) abgefasst und wird dementsprechend erst an späterer Stelle — S. 440 — abgedruckt.]

(III) STÜCKE AUS VERÖFFENTLICHUNGEN, BRIEFEN UND NOTIZEN AUS DEN JAHREN 1838 BIS 1850 (S. 433—450).]

GAUSS AN ARGELANDER. Göttingen, 16. Februar 1838[*].

Für das Geschenk, welches Sie mir mit Ihrer Schrift über die Bewegung des Sonnensystems^[30]**] gemacht haben, und für Ihren gütigen Brief habe ich Ihnen meinen verbindlichsten Dank abzustatten. Jene habe ich mit grossem Vergnügen gelesen: ich glaube nicht, dass Sie einen einzigen Leser haben, der an dem Gegenstande ein lebhafteres Interesse nimmt, als ich. Ich glaube Ihnen mein Interesse nicht besser beweisen zu können, als wenn ich einiges von meinen eigenen frühern Versuchen über dieselbe Frage beifüge.

Sie wissen, dass 1819 (auf meine Veranlassung) dieselbe Untersuchung von der hiesigen Societät d[er] W[issenschaften] als Preisfrage [S. 405] aufgegeben war^[31]. Der Termin war Michaelis 1822. Zum Theil in der Absicht, mich im Voraus auf diesem Gebiete zu orientiren, um etwa einlaufende Concurrenzschriften gründlich beurtheilen zu können, zum Theil durch eine andere äussere Veranlassung^[32], beschäftigte ich mich im Anfang dieses Jahres 1822 selbst mit Rechnungen darüber, nach den Daten, die damals zu Gebote standen; ich kam auf eine nicht unbeträchtliche Anzahl verschiedener Methoden, nach denen das Problem sich behandeln liess, und habe in Beziehung auf mehrere die Rechnung wenigstens provisorisch ausgeführt^[33]. Vieles von [den] meinigen damaligen

[*] Da das Original dieses Briefes nicht mehr vorhanden ist, ist hier der in den *Astronomischen Nachrichten*, Bd. 183, No. 4280, Dezember 1909, Seite 185—188 veröffentlichte Brieftext ohne Vergleichung mit dem Originalbrief abgedruckt. Vgl. die Bemerkungen in Teil C am Schluss dieser Abteilung.]

[**] FR. ARGELANDER, *Über die eigene Bewegung des Sonnensystems, hergeleitet aus den eigenen Bewegungen der Sterne* (lu le 3 février 1837), Mémoires présentés à l'Académie des Sciences de St. Pétersbourg par divers savants, Pétersbourg 1837, S. 561—605. Berichtigungen zu dieser Arbeit siehe Anm. 50 in Teil C am Schluss dieser Abteilung; ARGELANDERS Apexdefinition siehe S. 417 unten; sein Resultat S. 450; seinen Nachtrag in den *Astr. Nachr.*, S. 437, 3. Fussnote; GAUSS' abfällige Kritik S. 441.]

[***] Von GAUSS' Ergebnissen für den Apex sind aus dem Januar 1822 die folgenden bekannt; sie be-



Untersuchungen habe ich, gewissermassen unmittelbar wie sie entstanden, dem Dr. OLBERS in Briefen (S. 403—425) mitgetheilt: allein leider sind meine meisten Papiere darüber entweder nicht aufbewahrt, oder wenigstens jetzt nicht aufzufinden. Ich wurde bald durch andere Geschäfte genöthigt, diese Untersuchungen abzubrechen, die ich obnehin damals nur wie provisorische^[25] betrachtete, und mein Vorsatz blieb, später erst selbst alle Sterne von stärkern eigenen Bewegungen neu zu beobachten, also eine ähnliche Arbeit auszuführen, wie Sie in Helsingfors ausgeführt haben. Aber freilich habe ich im Drange anderer Arbeiten keine Musse finden können, und Ihre Beobachtungen machen sie auch jetzt überflüssig. Aber gewiss würde ich diese Ihre Beobachtungen sobald thunlich selbst zu dem in Rede stehenden Zwecke bearbeitet haben, wenn Sie nicht zuvorgekommen wären.

Aus den wenigen Notizen, die mir von meinen frühern Rechnungen jetzt zur Hand sind, will ich wenigstens eine anführen, wobei die kunstloseste Methode^[*] von allen zu Grunde liegt und die zugleich die höchste Anschaulichkeit hat.

Wenn die Sonne auf den Punkt Q der Himmelskugel zu rückt, so müssen (obgleich bei jedem einzelnen Sterne das zusammengesetzte Resultat dieser Bewegung und seiner wirklichen Bewegung allemal eine scheinbare Bewegung in jedem Sinn zulässt) doch bei einer grossen Anzahl die Sterne überwiegen, die von dem Punkt Q sich (scheinbar) entfernen, und derjenige Punkt hat die meisten Ansprüche für Q zu gelten, von dem sich die grösste Zahl entfernt^[**].

ruhen alle auf den 71 BESSEL'Schen Sternen (S. 453—454) und gelten im Äquinox 1777,5:

Methode	Sterne	Rekt.	Dekl.	Belegstelle	Ungünstig
Hauptträgheitsachsen-Methode (KOBOLD-HARZER)	70	259° 40'	— 3° 49'	[27], S. 418	23 von 71
		261° 22'	— 1° 24'	Anm. 13), in Teil C	?
		265° 18'	+ 34° 48'	[50], S. 421	13 von 71
Schwerpunkt der Q	71	265° 18'	+ 34° 48'	Anm. 13), in Teil C	?
Hauptträgheitsachsen-Methode	59	?	?	[33], S. 423	11 von 71
Zeichnung S. 451	71	Viereck bei		[33], S. 423 und [42], S. 435	11 von 71
		259° 10'	+ 36° 50'		
Hierzu tritt im April 1835 als Endergebnis aus ARGELANDERS 390 Aboer Sternen (Äquinox 1792,5)	390	261° 51'	+ 27° 0'	[63], S. 444	77 von 390
BRAVAIS-ARY					

[*] GAUSS schildert nun ARGELANDER seine aus dem 3. und 4. Apexbrief (S. 422 und S. 423) bekannte graphisch-abzählende Methode.]

[**] Hier, sowie S. 435, Zeile 14 v. o., fasst GAUSS seine dritte Definition des Antiapex (Mindestzahl ungünstiger Sterne) noch schärfer, als in seinem 3. Apexbrief an OLBERS (S. 420, erste Fussnote).]

Ist S der Platz eines Sterns, und SS' ein Element seiner scheinbaren Bewegung, so schneidet offenbar derjenige grösste Kreis durch S , der gegen SS' normal ist, die Kugelfläche in zwei Hälften, wo die eine die Punkte enthält, von denen sich S entfernt, die andere diejenigen, denen S sich nähert. Zieht man diese grössten Kreise für alle in Frage kommenden (71^[*]) bei meiner Arbeit) Sterne, so wird dadurch die ganze Kugelfläche in eine ungeheuer grosse Anzahl von Figuren (Dreiecke und andere Polygone) getheilt; innerhalb jeder Figur sind alle Punkte insofern gleichgültig, als die Anzahl der Sterne, die sich von ihnen entfernen (ich nenne sie günstige Sterne), dieselbe ist. Es ist nun freilich unmöglich, diese Figurirung für die ganze Kugelfläche auszuführen, aber für ein mässiges Stück geht es sehr leicht an. Ich habe damals eine solche Zeichnung (S. 451—452) für die Gegend gemacht, wohin das Resultat^[**] einer meiner anderen Methoden den Punkt Q (Apex) versetzt hatte, und hier liess sich nun leicht diejenige Figur herausfinden, für welche die kleinste Zahl ungünstiger Sterne^[***] gilt. Es ist dies das Viereck, dessen Ecken durch folgende Zahlen bestimmt werden^{[24]†)}

[42]	[A]	$\alpha = 258^{\circ} 40'$	$\delta = 30^{\circ} 40'$	eigentlich Position
	[B]	258 42	30 57	für 1777 $\frac{1}{2}$
	[C]	259 13	31 9	also für 1800 die Rectascension
	[D]	260 4	30 32	etwa 13' grösser.

Sie werden mit Vergnügen bemerken, wie nahe diese Bestimmung aus 71 Sternen (und eigentlich unsichern Datis, weil man nicht weiss, für welches Jahr PIAZZIS Positionen gelten (Parallelstelle S. 450, Z. 8 v. o.) der Ihrigen (260° 50' 5 + 31° 17' 3 (1800,0), S. 450) aus 390 kommt und dass der Unterschied weit unterhalb der von Ihnen angesetzten Grenzen der Unsicherheit fällt; für jenes Polygon sind 11 Sterne ungünstig und 60 günstig, erstere sind^{[33]††)}

[43]	w Herculis, 33 Virginis, γ Draconis, z Sagittae, b^1 Cygni,
	54 Piscium, σ Draconis, β Virginis, ϵ Eridani, δ Eridani, τ Ceti.

[*] Die kleine Rangliste dieser 71 BESSEL'Schen Sterne siehe Seite 453—454.]

[**] Nämlich das Resultat der Schwerpunktmethode [50], S. 421: Rekt. 260° 18', Dekl. + 34° 48'.

[***] Siehe die letzte Fussnote S. 434.]

[†] Das in [42] angegebene Viereck gilt für den Apex, liegt daher dem in Figur 4, S. 423 dargestellten, für den Antiapex gültigen Viereck auf der Himmelskugel diametral gegenüber.]

[††] In der kleinen Rangliste der von GAUSS im Jahre 1822 benutzten 71 BESSEL'Schen Sterne (S. 453—454)



In der Umgebung kommen vor Polygone mit 12, 13, 14, 15 bis 16 ungünstigen Sternen^[46], und ich glaube nicht, dass irgendwo ein zweites mit 11, noch weniger mit 10 etc. existirt.

Dieses Resultat ist eines von denen, die ich damals (S. 423—424) OLBERS mitgetheilt hatte^[46].

Diese 71 Sterne sind übrigens nicht ganz identisch mit den 71 Ihrer 1. und 2. Classe, denn δ^1 Cygni gehört bei Ihnen zur dritten; welcher andere unter jenen nicht enthaltenen dafür unter Ihre 71 gekommen ist, oder ob vielleicht noch mehrere sich umtauschen, habe ich, da das Zusammensuchen ziemlich zeitraubend ist, noch nicht ermittelt. Unter Ihren 71 Sternen sind übrigens 12 mit Winkeln über 90 Grad angesetzt (für $\psi' - \psi$), was dasselbe bedeutet, als wenn ich sie ungünstig gegen den Platz Ihres Q nenne. Es würden 13 sein, wenn ich δ^1 Cygni mit dazuzähle. Die 2, die ich da weniger habe, sind γ Herculis und η Serpentis. Bei γ Herculis liegt die Ursache in der kleinen Verschiedenheit der Daten und unserer beiderseitigen Resultate für den Apex Q . Bei η Serpentis hingegen, wie ich beim Nachrechnen gefunden habe, in einem Rechnungsfehler Ihres Tableaus. Sie setzen (Ihre No. 424) [den Positionswinkel der Eigenbewegung] $\psi = 317^\circ 52'$, während der richtige Werth $222^\circ 8'$ ist (S. 466), also $\psi' - \psi$ nicht $-155^\circ 14'$, sondern $-59^\circ 30'$.

Ich will noch bemerken, dass es naturgemässer wäre, nicht die Anzahl der ungünstigen Sterne, sondern

$$[44] \quad \Sigma \sin^2 \chi \quad [\text{s. Apexdefinition **}]$$

für die ungünstigen Sterne zu einem Minimum zu machen^[47], wodurch deren ungleichem Gewicht nach Maassgabe der Entfernung [Apexdistanz^{****}]

$$[45] \quad \chi = QS$$

treten die in [43] angeführten elf ungünstigen Sterne unter den Rangnummern 26, 52, 51, 53, 67 sowie 59, 6, 30, 19, 28 und 5 auf und sind in der 7. Spalte durch ein U gekennzeichnet. Vgl. die Parallelstelle [33 a], S. 424 sowie die letzte Fussnote S. 454.]

[*] Vgl. GAUSS' Zeichnung, S. 451—452.]

[**] Formel [44] ist GAUSS' achte (letzte) Apexdefinition; vgl. die auf S. 417 gegebene Zusammenstellung.]

[***] GAUSS bezeichnet oben mit χ (und S. 432 mit A) die Apexdistanz, S. 417 dagegen mit χ_0 (und S. 438 mit θ) die Antiapexdistanz eines Sterns S . In allen späteren Zahlenrechnungen von GAUSS, z. B. auch S. 462—465, bedeutet θ dagegen laut [67 a], S. 456 die Apexdistanz des Sterns.]

sein Recht widerführe. Ich hatte diese Rechnung^[48] damals angefangen, aber noch nicht vollendet, als ich die Arbeit abbrechen musste. Es könnte so wohl sein, dass der Punkt [Apex] Q nach diesem Princip in ein anderes Polygon fiel, wenn z. B. zwei vorher günstige Sterne mit kleinem χ ungünstig, und dagegen ein vorher ungünstiger mit grossem χ (rectius mit grossem $\sin \chi$) günstig würde.

In Ihrer ganzen Zahl 390 finde ich übrigens, wenn ich recht gezählt habe und unter Berichtigung des Rechenfehlers bei η Serpentis, 70 ungünstige, 320 günstige Sterne^{[**] [48]}.

Hätten übrigens alle Sterne gleiche absolute Geschwindigkeit im Raum = a , die der $\odot = 1$ gesetzt, und wären alle beobachteten Sterne gleichförmig über die Himmelskugel verbreitet, so würden nach einer theoretischen, damals schon von mir ausgeführten Untersuchung^[49] unter einer grossen Zahl (n) Sterne

$$[46] \quad \frac{1}{2} \cdot n - \frac{\pi}{8 \cdot a} \cdot n \quad [\text{Parallelstelle S. 419, Zeile 2 v. o.}]$$

ungünstige sein, insofern $a > 1$; für $a < 1$ gilt aber eine ganz andere Formel, nämlich $a = \sin \varphi$ gesetzt [vgl. die Parallelstelle [39], S. 431]

$$[47] \quad \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \cos \varphi - \frac{\varphi}{4 \cdot \sin \varphi} \right) \cdot n.$$

Sowohl aus Ihrem als aus meinem Resultate darf man daher schliessen, dass die Geschwindigkeit unserer Sonne nicht zu den grössern gehört, sondern noch etwas unter den Mittelwerth fällt. [Parallelstellen S. 418, Zeile 6 v. u. und S. 442, Zeile 8 v. o.]^[****]

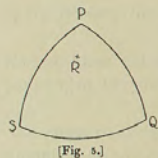
[*] Die von GAUSS hier erwähnte, auf seiner s. Apexdefinition [44] sich aufbauende, als unvollendet abgebrochen bezeichnete Rechnung konnte im Nachlass nicht aufgefunden werden.]

[**] Nach einer (vermutlich) späteren Rechnung von GAUSS (S. 439 links) sind von den 390 Sternen 72 für ARGELANDERS Antiapex ($80^\circ 50' S - 310^\circ 17' O$ [1800,0]) ungünstig und 318 günstig.]

[***] GAUSS fügt dann noch hinzu, wie H. KOBOLD in den *Astronomischen Nachrichten* Bd. 183, No. 4389, Dez. 1909, Seite 188 erwähnt, dass er die Kürze der die zugrunde liegenden Daten der ARGELANDERSchen Arbeit (S. 433, 2. Fussnote) betreffenden Angaben bedaure, und äussert den Wunsch nach einer Vervollständigung derselben, der durch ARGELANDER in seinem in den *Astronomischen Nachrichten* Bd. 16 (1838—1839), No. 363—364, Seite 43—56 veröffentlichten Nachtrag erfüllt wurde.]



[Erste handschriftliche Notiz*], vermutlich aus dem Februar 1838; sie betrifft GAUSS' »Sechste Apexdefinition« vom 29. Januar 1822, vgl. S. 429, Formel [32], sowie die Fussnote auf S. 417, Z. 9 v. u. (**).]



[Fig. 5.]

S Ort eines Sterns
 SP Richtung der beobachteten Bewegung
 $SP = SQ = PQ = 90^\circ$
 R Punkt von wo unsere Sonne sich ab bewegt
 $\psi = RSP \quad SR = \vartheta \quad n$ Anzahl aller Sterne (**).

Beste Methode [Parallelstelle [32], S. 423]

$$[48] \quad \begin{cases} \Sigma \sin \vartheta^2 \cdot \sin \psi^2 & \text{für die } \alpha \text{ Sterne wo } \psi < 90^\circ \\ + \Sigma \sin \vartheta^2 & \text{für die } \beta \text{ Sterne wo } \psi > 90^\circ \end{cases} \text{ soll ein Minimum werden}$$

$$[49] \quad = \begin{cases} \Sigma \cos RQ^2 & \text{für alle Sterne} \\ + \Sigma \cos RP^2 & \text{für diejenigen wo } \psi > 90^\circ \text{ oder } \cos PR \text{ negativ} \end{cases}$$

$$[50] \quad (\alpha + \beta = n)$$

$$[51][***] \quad = n - \cos RS^2 - \cos RP^2 \quad \text{für alle für die[enigen] wo } \psi < 90^\circ$$

$$[52][***] \quad = \beta + \cos RQ^2 - \cos RS^2 \quad \text{für } \psi < 90^\circ \text{ für } \psi > 90^\circ.$$

[*] Zu dieser ersten Notiz von GAUSS vgl. Anmerkung 60 in Teil C am Schluss dieser Abteilung.]

[**] Zur Abfassungszeit seiner vier ersten Apexbriefe hatte GAUSS, wie aus S. 409 und S. 417 ersichtlich ist, andere Bezeichnungen angewandt, als hier in Figur 5, und zwar hatte er damals den Apex mit S (S. 417 hingegen mit P), den Antiapex mit P statt R , die Antiapexdistanz eines Sterns S mit χ , statt ϑ (S. 436, 3. Fussnote), den Positionswinkelunterschied der parallaktischen und der beobachteten Bewegung eines Sterns mit $\Delta\psi'$ statt ψ (in allen späteren Rechenmanuskripten ([67 n], S. 456) aber mit ω oder $\psi - \psi'$), und die Anzahl der (im Sinne der Figur 1, S. 409) »ungünstigen« Sterne mit n statt β bezeichnet. Der Punkt P der Figur 5 hieß früher, bei Aufstellung der »Schwerpunktmethode« (S. 419–420) Q , während der Punkt Q der Figur 5 den S. 420 und S. 453–454 erwähnten »BESSEL'schen Pol« des Sterns S bedeutet. LAUT ([67 a], S. 466 haben ϑ und ψ im späteren Nachlass andere Bedeutung.)

[***] In [51] und [52] hat man sich zum 2. und 3. Gliede der rechten Seite Summenzeichen hinzudenken.]

[Zweite handschriftliche Notiz*], vermutlich aus dem Februar 1838; sie betrifft die Abweichungen ($\omega = \psi - \psi'$) der beobachteten Eigenbewegungen Positionswinkel ψ' der 390 von ARGELANDER zur Apexberechnung verwandten Sterne von deren parallaktischen, d. h. auf den ARGELANDER'schen Antiapex (***) gerichteten Bewegungen (Positionswinkel ψ).

ARGELANDER'S Endresultat
 (ist) ungünstig (d. h. $|\omega| > 90^\circ$) bei
 [folgenden] 71 [72 ***]) Sternen [.]

[Nummern im Aboer Katalog, S. 458–461:]

	459 [***])		
5	155	369	460
11	162	371	504
13	179	376	526
14	206	382	527
21	207	394	529
26	236	401	531
32	246	406	538
33	250	412	539
47	265	414	546
51	266	417	549
52	286	423	553
67	299	427	
90	303	428	
95	329	429	
111	345	436	
140	352	445	
144	356	448	
147	361	449	
151	364	450	
153	368	457	

Zwischen $\pm 80^\circ$ und 100° liegen
 (bei ARGELANDER die Werte $\psi' - \psi = \omega$ für)
 folgende 23 [Sterne:]

[ARGELANDER'S Apex]		[GAUSS' Apex]	
[Abo]	[ω]	[GAUSS]	[ω]
495	$-80^\circ 13'$	[162]	$[-83^\circ 40'$
486	$+81^\circ 3'$	69	$+75^\circ 15'$
18	$-81^\circ 4'$	220	$-85^\circ 30'$
96	$-81^\circ 5'$	54	$-91^\circ 22'$
438	$-81^\circ 6'$	365	$-88^\circ 36'$
298	$-81^\circ 29'$	19	$-77^\circ 1'$
441	$+83^\circ 14'$	21	$+76^\circ 58'$
2	$-83^\circ 20'$	190	$-87^\circ 27'$
73	$-84^\circ 4'$	256	$-89^\circ 17'$
118	$+84^\circ 14'$	49	$+82^\circ 3'$
443	$-84^\circ 40'$	44	$-94^\circ 20'$
451	$-85^\circ 14'$	91	$-94^\circ 10'$
355	$+86^\circ 45'$	108	$+91^\circ 27'$
514	$-88^\circ 0'$	263	$-90^\circ 57'$
369	$+90^\circ 21'$	137	$+98^\circ 47'$
526	$-91^\circ 1'$	228	$-94^\circ 29'$
286	$+92^\circ 9'$	55	$+96^\circ 37'$
527	$-93^\circ 1'$	124	$-97^\circ 1'$
250	$-94^\circ 33'$	236	$-90^\circ 10'$
162	$+96^\circ 4'$	319	$+103^\circ 3'$
67	$-97^\circ 12'$	126	$-101^\circ 52'$
13	$-98^\circ 20'$	156	$-102^\circ 24'$
207	$+98^\circ 28'$	318]	$+101^\circ 34'$

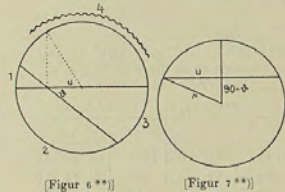
[*] Zu dieser zweiten Notiz von GAUSS vgl. Anmerkung 61 in Teil C am Schluss dieser Abteilung.]

[**] ARGELANDER'S Antiapex liegt bei $80^\circ 50'$ Rekt., $-31^\circ 17' 3''$ Dekl. (1800,0); vgl. die 1. Fussnote S. 450; Zitat siehe S. 433, zweite Fussnote. Von den 390 Aboer Sternen sind, nach GAUSS, nur obige 71 bzw. 72 Sterne für ARGELANDER'S Antiapex ($80^\circ 50' 5'' - 31^\circ 17' 3''$ (1800,0)) ungünstig, aber 77 oder 78 Sterne für GAUSS' Antiapex ($81^\circ 51' - 27^\circ 6'$ (1792,5), S. 471) ungünstig. Die letzteren 77 Sterne sind in Spalte 9 der Grossen Rangliste, S. 462–463 durch ein ω gekennzeichnet.]

[***] Den Stern Abo 459 (= b^1 Cygni = No. 83, S. 462, vgl. S. 436, Z. 13 v. o.) hat GAUSS hier anscheinend erst übersehen und nicht mitgezählt, später aber nachgetragen.]



[Dritte handschriftliche Notiz*], frühestens aus dem Februar 1838;
sie betrifft eine stellarstatische Wahrscheinlichkeitsformel [53].



[Figur 6**]

[Figur 7**]

Für den ersten Fall, wo $a > 1$, ist die allgemeine Formel folgende: Es sei

$$[53] \quad \frac{\sin \gamma}{a} = \cos u.$$

Dann ist die Anzahl der Sterne, wo die Differenz $\psi - \psi'$ in ARGELANDERS Sinn [S. 439] zwischen

$$[54] \quad \begin{cases} 0 \text{ und } \vartheta & \text{liegt, proportional dem Theil der Kugelfläche } 3 \\ 0 \text{ und } 180 - \vartheta & [\text{ » } , \text{ » } \text{ » } \text{ » } \text{ » } \text{ » }] 4 \\ 1 \text{ und } 4 & \text{bilden eine Halbkugel, 2 und 3 gleichfalls, also } 2\pi. \end{cases}$$

Die Formel für [den Flächeninhalt des Kugeloberflächenstücks] 1 ist [62]

$$[55] \quad 2 \text{ Arc. tang } \sin u \text{ tang } \vartheta - 2 \cos u \sin \vartheta \text{ Arc. tang } \frac{\text{tang } u}{\cos \vartheta}.$$

[WILHELM OLBERS, Sein Leben und seine Werke, II, 2.]

GAUSS an OLBERS. Göttingen, 4. März 1838.

..... Vor 16 Jahren habe ich einmal mit Ihnen über die eigene Bewegung der Fixsterne correspondirt[***]. Ich bin jetzt durch ARGELANDERS

[*] Obige Notiz nebst den beistehenden Figuren 6 und 7 hat GAUSS, wie auf S. 431 u. S. 432 erwähnt, ohne Datum an den Schluss der von ihm im Juli 1826 veranlassten Abschrift seines »vierten Apexbriefes« vom 29. Januar 1822 gesetzt. Diese Notiz kann — wie aus der Erwähnung von ARGELANDERS Arbeit vom Jahre 1837 gefolgert werden kann — erst nach deren Erscheinen und Empfang, also frühestens im Februar 1838, abgefasst sein. Vgl. Anm. 39) in Teil C am Schluss dieser Abteilung.]

[**] Figur 6 stellt eine Kugel, und Figur 7 denjenigen Querschnitt (Kleinkreis) dieser Kugel vor, der in Figur 6 als die unter dem Winkel ϑ nach links ansteigende Sehne des Umriskreises der Kugel sich darstellt. Der Mittelpunkt der Figur 7 steht daher (auch bei GAUSS) auf gleicher Höhe mit dem Mittelpunkt der Sehne der Figur 6, und der Kreisdurchmesser der Figur 7 ist gleich der Länge der Sehne der Figur 6 gemacht. Vgl. die Erläuterungen in Anm. 62) in Teil C am Schluss dieser Abteilung.]

[***] Siehe den Briefwechsel GAUSS-OLBERS von November 1821 bis Februar 1822, S. 406—426.]

Schrift[**] veranlasst, etwas wieder auf diese Sachen zurückzukommen, und nicht abgeneigt, unter Benutzung der neuern Data die Untersuchung selbst vorzunehmen.

Unter uns, die Nachrechnungen, die ich bisher gemacht habe, zeigen, dass ARGELANDERS Arbeit eine höchst lüderliche[**] ist. Auf sein Tableau pag. 33 bis 38 [393—398 in der Originalpaginierung] ist gar nichts zu rechnen, da es von Rechnungsfehlern wimmelt.

OLBERS an GAUSS. Bremen, 10. März 1838.

{ Ihre Belehrung über ARGELANDERS Arbeit war mir ebenso neu als unerwartet. Führen Sie doch ja Ihren Entschluss aus, die neuern, wie es mir scheint, jetzt sehr reichhaltigen und zuverlässigen Data zu benutzen, um uns die wahrscheinlichste Richtung der Bewegung unserer Sonne kennen zu lehren. Gewiss eines der interessantesten Probleme der neuern Astronomie. }

GAUSS an OLBERS. Göttingen, den 5. April 1838[***].

..... Ich habe eine erste Rechnung über die eigne Bewegung der Sonne jetzt beendet. Ich habe die nämlichen 390 Sterne, die ARGELANDER gebraucht hatte, zum Grunde gelegt. Alle Vorarbeiten habe ich aber erst neu machen müssen[†], theils weil sein Tableau gar zu dürftig und unzureichend, theils weil es, wie ich Ihnen schon gemeldet habe, ein wahrer Augiasstall[**] ist.

Ich habe zuerst die sämtlichen Sterne ganz scharf nach der Grösse der beobachteten eignen Bewegung rangirt[††]. Es finden sich (seinem eignen

[*] Über ARGELANDERS Apexberechnung vgl. die 2. Fussnote Seite 433.]

[**] GAUSS' scharfe Ausdrücke (»höchst lüderlich« und »wahrer Augiasstall.«) beziehen sich wohl nur auf ARGELANDERS Flüchtigkeitsfehler; an ARGELANDERS Methode setzt GAUSS nichts aus.]

[***] Zu diesem Brief vgl. die Bemerkungen in Teil C am Schluss dieser Abteilung.]

[†] GAUSS hat die Eigenbewegungen aller 390 ARGELANDERSchen Sterne neu berechnet (S. 456—457), insbesondere auch den Positionswinkel ψ^0 jeder Eigenbewegung und den dekadischen Logarithmus ihres Betrags (in Bogensekunden pro Jahr); die letzteren beiden Werte sind S. 458—461 abgedruckt.]

[††] GAUSS' grosse »Rangliste« der 390 Äoer Sterne ist S. 462—466 aus GAUSS' nachgelassenen Pa-
XI.



Princip zuwider) 8 darunter[*]) deren eigne Bewegung unter $0^{\circ},1$ in Einem Jahr ist, die kleinste bei γ Herculis = $0^{\circ},08573$.

Ich habe sie hienach in 39 Decaden getheilt. Ich habe jede Decade zuerst einzeln behandelt, nach einer Methode [GAUSS-BRAVAIS-AIRYSche Methode **]), die von der ARGELANDERSchen ganz verschieden ist, und wobei ein willkürfreies Princip eine ganz directe Bestimmung des Endresultats gibt.

Da die wirkliche eigne Bewegung der Sterne im Raume von derselben Ordnung wie die unsrer Sonne, und im Ganzen (nach meinen Resultaten) eher grösser[***]) ist, so war natürlich, dass bei einer so kleinen Zahl von Sternen wie 10, die letztere oft fast gar nicht hervortritt, sondern fast ganz verdunkelt wird, und ich war gefasst, unter diesen 39 partiellen Resultaten viele zu finden, die einen fast ganz entgegengesetzten Punkt geben würden. So arg ist es aber doch lange nicht geworden. Sämmtliche 39 Punkte [†]) liegen in Einer Halbkugel, oder vielmehr in einem Stück der Kugelfläche, welches noch merklich kleiner als die Halbkugel ist. Ich setze auf jeder Seite die Extreme her

[56]	Kleinste Rectascension	175° 43'	13 ^{te} Decade
		213 0	14 ^{te} Decade
[57]	Grösste Rectascension	312 35 [††])	36 ^{te} Decade
		302 6	25 ^{te} Decade
		Nördlichste Declination	+ 73 22
		+ 59 30	13 ^{te} Decade
	Südlichste Declination	- 58 39	24 ^{te} Decade
		- 20 1	35 ^{te} Decade.

pieren zusammengestellt; die GAUSSschen Rangnummern 1 bis 390 sind dort (und auch schon S. 458-461) kursiv gedruckt.

[*) Die acht oben von GAUSS erwähnten Aboer Sterne, deren jährliche E. B. $< 0^{\circ},1$, bilden naturgemäss den Schluss (Nr. 389-390) der grossen GAUSSschen Rangliste, S. 465; vgl. S. 458, Fussnote.]

[**] Die GAUSS-BRAVAIS-AIRYSche Apexmethode, für die sich GAUSS nun endgiltig entscheidet, besteht in der Anwendung der Formeln [34] und [35] von S. 424 bzw. [73] bis [75] von S. 467; vgl. deren Herleitung in Anm. 36) in Teil C am Schluss dieser Abtheilung und ihre Resultate S. 469 und S. 471.]

[***] Vgl. die Parallelstellen S. 415, Zeile 6 v. u. und S. 437, Zeile 2 v. u.]

[†] Die Liste dieser 39 einzelnen partiellen Resultate (Dekaden-Apices) ist S. 469 in Spalte 16-17 aus dem Nachlass abgedruckt; desgleichen die Liste der Apices aus je 30 Sternen usw., Seite 471.]

[††] Den Wert $312^{\circ}35'$ bei der 36. Dekade berichtigt GAUSS später (S. 469, Spalte 16) in $313^{\circ}14'$.

Ich habe sodann 13 Gruppen von je 30 Sternen (immer genau nach der Grössenrangirung) gemacht. Natürlich darf man hier nicht das Mittel aus den vorigen Bestimmungen nehmen, sondern muss die Rechnungen ganz von neuem machen.

Hier liegen die Resultate[*]) schon weit enger zusammen. Die Extreme für

[58]	{ die Rectascension sind	218° 55'	5 ^{tes} Dreissig
		287 23	8 ^{tes} Dreissig
[59]	{ für die Declination	+ 48 40	5 ^{tes} Dreissig
		- 1 55	10 ^{tes} Dreissig.

Nachher habe ich auf ähnliche Weise 6 Gruppen gebildet, die 5 ersten à 60, die letzte zu 90 Sternen. Die Resultate sind[*])

[60]	{	I	251° 58'	+ 37° 50'	[5,140 > E.-B. > 0,540]
		II	260 10	+ 33 45	[0,540 > E.-B. > 0,302]
		III	256 53	+ 41 46	[0,302 > E.-B. > 0,281]
		IV	273 47	+ 16 56	[0,281 > E.-B. > 0,220]
		V	248 54	+ 16 17	[0,220 > E.-B. > 0,174]
		VI	270 46	+ 11 45.	[0,174 > E.-B. > 0,085]

Nochmalige Zusammenfassung in 3 Gruppen[*])

[61]	{	1-120	256° 22'	+ 35° 26'	[5,140 > E.-B. > 0,302]
		121-240	267 15	+ 29 52	[0,302 > E.-B. > 0,220]
		241-390	263 5	+ 14 32.	[0,220 > E.-B. > 0,085]

Alle schlechthin in Ein System zusammengefasst geben[*])

[62]	1-390	261° 44' 6"	+ 29° 39' 23" [***].
------	-------	-------------	----------------------

Dies ist freilich wenig von ARGELANDERS Endresultat[**]) verschieden. In dessen ist die Vereinigung der drei letzten Gruppen in Eine nicht recht zu

[*) Aquinox 1792,9. Ausführlichere Angaben über die Resultate [60] bis [63] siehe S. 471 unten Spalte 16-17.]

[**] G. berichtigt obiges Gesamtergebnis [62] im nächsten Briefe, S. 444 unten, in

[63] 1-390 261° 21' 7" + 27° 5' 52" (1792,9.)

[***] ARGELANDERS Endresultat aus denselben 390 Sternen war (vgl. S. 456, 1. Fussnote)

[62 m] 260° 30' 8" + 31° 17' 3" (1800,0.)



lässig, erstlich weil an sich die kleinen Bewegungen geringere Zuverlässigkeit geben und daher den folgenden Gruppen ungleiches Gewicht beigelegt werden müsste, dessen richtige Taxirung aber eigenthümliche Schwierigkeiten hat. Zweitens aber, was unendlich wichtiger ist, weil (cf. die obigen 6 Gruppen) die letztern Gruppen so unverkennbar einen südlichen Punkt indiciren, was den gegründeten Verdacht erregt, dass eine constante Ursache im Spiel ist. Eine solche constante Ursache wäre, wenn durchschnittlich BRADLEYS Declinationen zu südlich, oder ARGELANDERS zu nördlich wären, oder beides zugleich Statt fände. Offenbar werden dadurch die Resultate verfälscht (im Sinn der Declination) und desto mehr, je kleiner die beobachtete eigne Bewegung ist. Nach einem freilich sehr rohen und sehr precären Ueberschlage, schätze ich, dass, [um] diese Discordanz wegzuschaffen, man annehmen müsste, die beobachtete 75 jährige Declinationsbewegung sei eben durchschnittlich 4" zu gross (zu nördlich). Ich möchte die Möglichkeit von $-2''{,}5$ bei BRADLEY und $+1''{,}5$ constanten Durchschnittsfehler bei ARGELANDER nicht unbedingt leugnen. Auch könnte vielleicht eine strengere Rechnung, die aber fast unüberwindliche Arbeit erfordern würde, etwas weniger als 4" geben. Wäre die Erklärung die richtige, so dürfte die wahre Declination wohl 40° erreichen[*].

GAUSS an OLBERS. Göttingen, 11. April 1838.

. In der allerletzten Rechnung, deren Resultat [[62]] ich Ihnen in meinem vorigen Briefe anzeigte, habe ich einen Rechnungsfehler gefunden. Das Resultat, wenn man pure alle 390 Sterne zusammen nimmt, ist

[63][**] $261^\circ 51' 7''$ und $+27^\circ 5' 52''$, [Äquinox 1792,5]

also doch etwas mehr vom ARGELANDERSCHEN [***] abweichend. . . .

[*] Hierauf bezieht sich vielleicht folgende handschriftliche Notiz in GAUSS' Nachlass (S. 471 unten):

[62 b] Dekl. $40^\circ 25'$ 8,67263

(im übrigen hat sich über diese Überschlagsrechnung von GAUSS nichts ermitteln lassen.)

[**] Auf den in [63] angegebenen Apex bezieht GAUSS hinfort die Berechnung der Apexdistanzen und der parallaktischen Bewegungen der Sterne (vgl. [67 a], S. 456). Bei einer späteren Neuberechnung aus denselben Sternen nach der gleichen Methode erhielt er (Teil B III S. 4) den nur wenig verschiedenen Wert

[63 a] $261^\circ 31' 15''$ $+27^\circ 20' 16''$ (1792,5)

[***] ARGELANDER hatte $260^\circ 50' 5'' + 31^\circ 17' 3''$ (1800,0); vgl. S. 459, 1. Fussnote.]

OLBERS an GAUSS. Bremen, 17. April 1838.

{Den herzlichsten innigsten Dank . . . für Ihre beiden lieben Briefe vom 5. und 11. April [S. 441—444]. Sehr interessant war mir das Resultat Ihrer Rechnung über die eigene Bewegung unserer Sonne, mit welchem Problem, wie Sie wissen, ich mich auch früher [S. 406—416] beschäftigt habe. Ich hoffe, Sie werden das Umständlichere darüber in den *Astr[onomischen] Nachrichten* bekannt machen . . . }

[ÜBER EINEN VERSCHOLLENEN BRIEF VON GAUSS AN
A. V. HUMBOLDT*].

[a] ENCKE IN DEN ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN, 1848.]

[ENCKE, *Über die Études d'Astronomie stellaire* (von F. G. W. STRUVE),
Astronomische Nachrichten, Band 26 (1848), No. 622, Seite 348.]

1847.

{. Ueberhaupt möchte ich mir hier erlauben, eine Darstellung von GAUSS anzuführen, die er gelegentlich in einem Briefe an H[errn] v. HUMBOLDT[*] im Jahre 1828 gab, und welche die Unbestimmtheit, die in der Bestimmung der Richtung der Sonnenbewegung für jetzt noch liegt, und wahrscheinlich noch lange liegen wird, mir klarer hervorhebt, als die sogenannten wahrscheinlichen Fehler. GAUSS hat die 71 Sterne in BESSELS *Fundamentis*[**], welche starke eigene Bewegungen haben, untersucht, und bestimmt dadurch ein Viereck[***] am Himmel, von kleinen Dimensionen, was sehr nahe mit ARGELANDERS Bestimmung [S. 459, 1. Fussnote] zusammentrifft. Er fügt nun hinzu:}

»Wählt man innerhalb desselben irgend einen Punkt als den aus, auf welchen die Richtung der Sonnenbewegung zugeht, so entfernen sich den Beobachtungen zufolge von den 71 Sternen ihrer 60 von demselben, während nur 11 sich nähern infolge der wirklichen eigenen Bewegung. Jedem andern Punkte ausserhalb des Vierecks werden sich mehr als 11 nähern.«

[*] Über diesen Brief von GAUSS an A. v. HUMBOLDT ist weiter nichts bekannt, als was hier ENCKE und später [S. 459 bei [60]] A. v. HUMBOLDT im »*Kosmos*« darüber berichten.]

[**] Zitat von BESSELS *Fundamenta Astronomiae* siehe S. 411, 2. Fussnote; Sternliste S. 453—454.]

[***] Über das GAUSSsche Viereck für den Apex oder Antiapex, sowie die 11 ungünstigen Sterne vgl. die Figuren auf S. 451—452, sowie die auf S. 452 unten aufgeführten Parallelstellen und Erklärungen.]



{Diese Darstellung, wobei man nicht vergessen muss, dass *das Nähern und Entfernen im weitesten Sinne zu nehmen ist* [*], *keineswegs als ein Durchkreuzen oder Vorübergehen an dem Viereck zu verstehen*, zeigt sehr klar, wie eine auf eine grössere Anzahl von Sternen gegründete Bestimmung auf diesem Wege doch eigentlich nur die Überzeugung von dem Vorhandensein der Sonnenbewegung verstärken kann, nicht aber in demselben Maasse scharf den Punkt angeben, wohin die Sonne sich bewegt. Fände ein fehlerzeigendes Dreieck statt, um einen Ausdruck der Feldmesser zu gebrauchen, durchschnitten sich alle eigenen Bewegungen gehörig verlängert ganz in der Nähe des Punktes, so wäre der Fall anders. Aber da man immer, so viel bis jetzt wenigstens ermittelt ist, nur auf ein Nähern und Entfernen einer gewissen Anzahl der eigenen Bewegungen hinauskommt, so bleibt ein Spielraum, der nicht zu einer ganz scharfen Bestimmung führen kann. }

GAUSS AN SCHUMACHER. 27. October 1847 [**].

[Briefwechsel GAUSS-SCHUMACHER, 5. Band***.]

. Dass ich jemals das, was er [ENCKE] aus einem Briefe von mir an HUMBOLDT anführt, an diesen geschrieben hatte, war meinem Gedächtniss ganz entfallen. Ich habe gar nichts dagegen, dass diese Mittheilung, so wie hier geschieht, veröffentlicht werde. Was aber ENCKE de Suo beifügt, ist für mich etwas dunkel gehalten (wie mehreres in dem Aufsätze). So z. B. der Zusatz, dass *das Nähern keineswegs als ein Kreuzen oder Vorübergehen an dem Viereck zu verstehen sei*, scheint mir die Sache, anstatt sie weiter aufzuklären (was sie auch nicht nöthig hat), nur zu verwirren, warum soll man vor etwas warnen, was einzumischen (da es, so viel ich sehe, gar keinen Sinn hat,) niemandem einfällt.

[*] Zu dieser Bemerkung ENCKES betreffend die Bedeutung der Worte »Nähern« und »Entfernen« in GAUSS' Sprachgebrauch vgl. die nachfolgende scharfe Entgegnung von GAUSS (S. 446—447) in seinem Briefe an den Herausgeber der *Astronomischen Nachrichten*, H. C. SCHUMACHER, der ihm ENCKES Manuscript für die A. N. vor dem Abdruck zugesandt hatte.]

[**] GAUSS' Entgegnung auf ENCKES vorstehende Kritik (S. 445—446); vgl. die vorige Fussnote.]

[***] Briefwechsel zwischen C. F. GAUSS und H. C. SCHUMACHER, herausgegeben von C. A. F. PETERS, fünfter Band, Altona 1863, S. 384—386, im Brief No. 1201.]

Ich wurde hier unterbrochen, und fahre nach einer Zwischenzeit von mehrern Stunden fort. Nochmaliges Betrachten des ENCKESchen Passus hat mich bald erkennen lassen, was er gemeint hat. Er bemerkt ganz recht, dass das »Annähern« im weitesten Sinne zu nehmen sei (eigentlich nur im wahren Sinne, nämlich man soll nichts hineinlegen, was nicht schon darin liegt). Es bedeutet nämlich weiter nichts, als dass, wenn *P* irgend ein Punkt innerhalb jenes Vierecks, *S* der Platz eines Sterns (jetzt) auf der Himmelskugel, *T* der Platz in einem (nahen) künftigen Augenblick bedeutet, der sphärische Winkel zwischen den grössten Kreisbögen *SP* und *ST* [*] ein spitzer ist. Das Wort »nahe künftiger Augenblick« ist so zu verstehen, wie es in Beziehung auf Fixsternbewegungen sein muss, also meinethalben nach einem Jahr, oder nach hundert, ja tausend Jahren. Aber von selbst versteht sich, dass, wenn man sich vorstellt, der Stern ginge immer in dem Grössten-Kreis-Bogen *ST* fort, durch das: »der Stern nähert (sic im praesens) sich dem Punkt *P*« nicht ausgeschlossen wird, dass nach 20 000 oder 100 000 Jahren eine Zeit kommen kann, wo er sich wieder entfernt. Ich setzte natürlich voraus, dass in jeder Sache stillschweigend ein schicklicher Maassstab für Zeiträume verstanden wird. Ein ganz anderer Maassstab gilt z. B. von der Bewegung eines Schiffs, wenn man sagt, es nähere sich einer Insel, während es lavirt, also, solange es einerlei Cours behält, wo jener Winkel vielleicht 85 Grad betragen könnte, und dann das Schiff bald, bei gleichem Cours, sich entfernen würde. Das ungefähr hat ENCKE im Sinne gehabt, wenn er seine Erläuterung hinsetzt, dass mit dem Annähern gar nicht gesagt sei, die Richtung der Bewegung gehe wirklich direct auf die Insel zu, so dass, fortgesetzt, sie die Insel kreuzen würde. Für Leser, die halb im Schläfe lesen, mag immerhin jene Warnung gut sein (falls sie sie überhaupt verstehen), für einen aufmerksamen Leser hingegen, ist sie natürlich ganz überflüssig. Dies Alles geht übrigens mich nichts an, und Sie lassen ENCKES Aufsatz ganz ungeändert drucken.

[*] Winkel *SPP'* in Figur 1, S. 409.]



[b] A. V. HUMBOLDT IM »KOSMOS« 1850.]

[ALEXANDER VON HUMBOLDT, *Kosmos, Entwurf einer physischen Weltbeschreibung*, dritter Band. Stuttgart und Tübingen 1850. (Theil A. Ergebnisse der Beobachtung aus dem uranologischen Theile der physischen Weltbeschreibung. α. Astrognosie (Fixsternhimmel), 5. Abschnitt: Eigene Bewegung der Fixsterne etc.), p. 279—280 und p. 287.]

{ Wenn sorgfältig abgezogen wird, was dem Vorrücken der Nachtgleichen, der Nutation der Erdachse, der Abirrung des Lichts und einer durch den Umlauf um die Sonne erzeugten parallactischen Veränderung angehört, so ist in der übrig bleibenden jährlichen Bewegung der Fixsterne noch immer zugleich das enthalten, was die Folge der Translation des ganzen Sonnensystems im Weltraume und die Folge der wirklichen Eigenbewegung der Fixsterne ist. In der herrlichen Arbeit BRADLEY's über die Nutation[*], in seiner grossen Abhandlung vom Jahre 1748, findet sich die erste Ahndung der Translation des Sonnensystems und gewissermassen auch die Angabe der vorzüglichsten Beobachtungs-Methode.

[For if our own solar system be conceived to change it's place, with respect to absolute space; this might, in process of time, occasion an apparent change in the angular distances of the fixed stars; and in such a case, the places of the nearest stars being more affected, than of those that are very remote; their relative positions might seem to alter; tho' the stars

»Wenn man erkennt«, heisst es dort**), »dass unser Planctensystem seinen Ort verändert im absoluten Raume, so kann daraus in der Zeitfolge eine scheinbare Variation in der Angular-Distanz der Fixsterne sich ergeben. Da nun in diesem Falle die Position der uns näheren Gestirne mehr als die der entfernteren theiligt ist; so werden die relativen Stel-

[*] JAMES BRADLEY, a letter . . . concerning an apparent Motion observed in some of the fixed Stars; London Phil. Trans. 1748, S. 1 = Phil. Trans. Abridged vol. 10, London 1756, S. 32—53. Da A. v. HUMBOLDT die Äusserung BRADLEY's etwas frei übersetzt, ist hier der englische Originaltext zum Vergleich beigelegt.]

[**] ARAGO hat (*Annuaire pour 1842*, p. 383) zuerst auf diese merkwürdige Stelle BRADLEY's aufmerksam gemacht. Vgl. in demselben *Annuaire* den Abschnitt über die Translation des ganzen Sonnensystems p. 389—399. [Anmerkung A. v. HUMBOLDT's.] [Das erste Zitat soll heissen: *Annuaire pour l'an 1842, présenté au roi par le Bureau des Longitudes*, 2. éd., Paris 1842, p. 388, nicht 383; im zweiten Zitat muss es heissen p. 385—399.]

themselves were really immoveable. And on the other hand, if our own system be at rest, and any of the stars really in motion, this might likewise vary their apparent positions; and the more so, the nearer they are to us, or the swifter their motions are, or the more proper the direction of the motion is, to be rendered perceptible by us. Since then the relative places of the stars may be changed from such a variety of causes, considering that amazing distance at which it is certain some of them are placed, it may require the observations of many ages, to determine the laws of the apparent changes, even of a single star: much more difficult therefore must it be, to settle the laws relating to all the most remarkable stars.]

lungen beider Classen von Gestirnen zu einander verändert scheinen, obgleich eigentlich alle unbewegt geblieben sind. Wenn dagegen unser Sonnensystem in Ruhe ist und einige Sterne sich wirklich bewegen, so werden sich auch ihre scheinbaren Positionen verändern: und zwar um so mehr, als die Bewegungen schneller sind, als die Sterne in einer günstigen Lage und in kleinerer Entfernung von der Erde sich befinden. Die Veränderung der relativen Position kann von einer so grossen Zahl von Ursachen abhängen, dass vielleicht viele Jahrhunderte hingehen werden, ehe man das Gesetzliche erkennen wird.«

Nachdem seit BRADLEY bald die blosser Möglichkeit, bald die grössere oder geringere Wahrscheinlichkeit der Bewegung des Sonnensystems in den Schriften von TOBIAS MAYER, LAMBERT und LALANDE erörtert worden war, hatte WILLIAM HERSCHEL[*] das Verdienst, zuerst die Meinung durch wirkliche Beobachtung (1783, 1805 und 1806) zu befestigen. Er fand, was durch viele spätere und genauere Arbeiten bestätigt und näher begrenzt worden ist: dass unser Sonnensystem sich nach einem Punkte hinbewegt, welcher nahe dem

[*] Über die Bewegung des Sonnensystems hat WILLIAM HERSCHEL in den Jahren 1783, 1805 und 1806 in den Philosophical Transactions of the Royal Society folgende drei Abhandlungen veröffentlicht:

- 1) *On the proper Motion of the Sun and Solar System*, Phil. Trans. 73, London 1783, pp. 217 bis 283 = *Scientific papers*, vol. 1, p. 108;
- 2) *On the Direction and Velocity of the Motion of the Sun and Solar System*, Phil. Trans. 1805, pp. 233—250 = *Scientific papers*, vol. 2, p. 317;
- 3) *On the Quantity and Velocity of the Solar Motion*, Phil. Trans. 1806, pp. 205—237 = *Scientific papers*, vol. 2, p. 338.]



Sternbild des Hercules liegt, in RA. $260^{\circ}44'$ und nördlicher Decl. $26^{\circ}16'$ (auf 1800 reducirt).

ARGELANDER fand[*] (aus Vergleichung von 319 Sternen und mit Beachtung von LUNDAHL'S Untersuchungen)

[64]	{	für 1800: RA. $257^{\circ}54',1$, Decl. $+28^{\circ}49',2$;
		für 1850: RA. $258^{\circ}23',5$, Decl. $+28^{\circ}45',6$.

OTTO STRUVE[**] (aus 392 Sternen)

[65]	{	für 1800: RA. $261^{\circ}26',9$, Decl. $+37^{\circ}35',5$,
		für 1850: RA. $261^{\circ}52',6$, Decl. $+37^{\circ}33',0$.

Nach GAUSS[***] fällt die gesuchte Stelle in ein Viereck, dessen Endpunkte sind:

[66]	{	RA. $258^{\circ}40'$ Decl. $+30^{\circ}40'$	}	[†]
		$258^{\circ}42'$ $+30^{\circ}57'$		
		$259^{\circ}13'$ $+31^{\circ}9'$		
		$260^{\circ}4'$ $+30^{\circ}32'$		

[*] ARGELANDER'S Apexberechnung vom Jahre 1837 aus 390 (nicht 319) Sternen hatte das Ergebnis

[64a]	$260^{\circ}50',8$	$+31^{\circ}17',3$	(1800,0)	(l. e. S. 433, 2. Fussnote),
-------	--------------------	--------------------	----------	------------------------------

an welches GAUSS in seinem Brief vom 16. Februar 1838 (S. 435 unten bei [42]) und wohl auch ENCKE in seiner Kritik (S. 445, Zeile 6 v. u.) anknüpft; HUMBOLDT'S Zitat [64] hingegen bezieht sich auf die Apexberechnung von G. LUNDAHL, deren Ergebnis

[64b]	$257^{\circ}49',7$	$+28^{\circ}49',7$	(1792,5),	oder
	$257^{\circ}54'$	$+28^{\circ}49'$	(1800,0)	

ARGELANDER in den Astr. Nachr. Bd. 17 (1840), No. 398, p. 209 veröffentlichte.]

[**] OTHON STRUVE, *Mémoire sur l'évaluation numérique de la constante de la précession des équinoxes, eu égard au mouvement propre du centre de gravité du système solaire dans l'espace*, Astr. Nachr. Bd. 21 (1843), No. 485, gibt p. 73 als Apex an: $261^{\circ}23' + 37^{\circ}36'$ (1792,5).

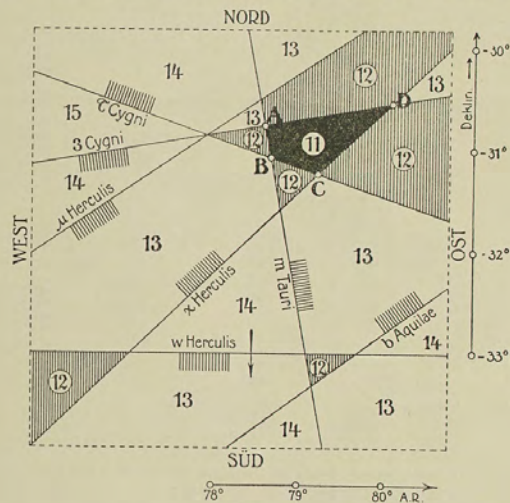
[***] Nach einem Briefe an mich, s. SCHUM. Astr. Nachr. No. 622, S. 348. [Anmerkung von A. VON HUMBOLDT.]

[Dies Zitat A. V. HUMBOLDT'S bezieht sich auf den weiter oben, S. 445—446 auszugsweise wiederabgedruckten Aufsatz ENCKE'S.]

[†] Zu dem in [66] im Äquinox 1777,5 angegebenen GAUSS'Schen Viereck für den Apex vgl. GAUSS' Zeichnung für den Antipex S. 452, sowie die dort angeführten Parallelstellen und Erläuterungen.]

B) (S. 451—480:) ZEICHNUNGEN UND TABELLEN AUS DEM NACHLASS.

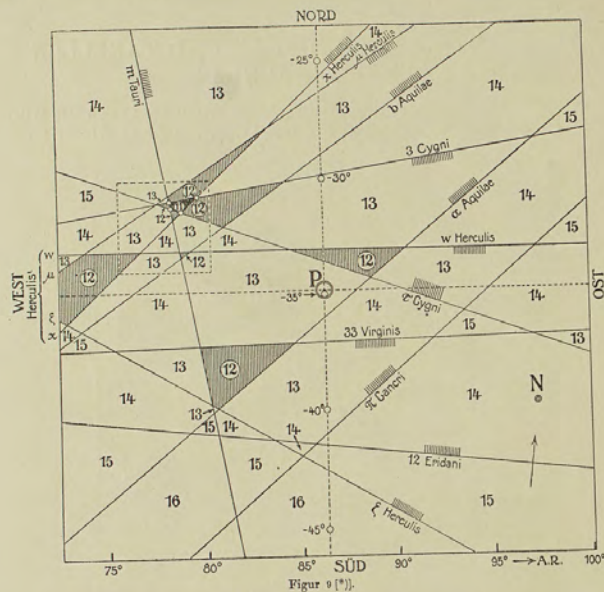
[I] S. 451—452: GAUSS' ZEICHNUNG VOM JANUAR 1822 ZUR GRAPHISCH-ABZÄHLENDE APEX-ERMITTLUNG AUS 71 STERNEN[*].



Figur 8.

[*] Das schwarze Viereck ABCD auf der äusseren Himmelskugel bei $79^{\circ}19' - 30^{\circ}50'$ (vgl. [33], S. 423) ist nach GAUSS' 3. Apexdefinition (letzte Fussnote S. 434) der wahrscheinlichste Bereich für den Antipex, weil von den 71 Bessel'schen Sternen (S. 453—454) sich nur elf Sterne auf der Himmelskugel von diesem Viereck entfernen und die übrigen 60 Sterne sich dem Viereck nähern, wogegen von jedem ausserhalb des Vierecks ABCD gelegenen Punkte N der Himmelskugelfläche sich mehr als elf Sterne entfernen. GAUSS hat in jedes Teilpolygon seiner Figuren S. 451—452 die Anzahl (11 bis 16) der sich von ihm entfernenden Bessel'schen Sterne eingeschrieben.]

[GAUSS' vollständige Zeichnung ist S. 452 wiedergegeben, und zwar auf den halben Masstab ver-



kleinert und mit einigen erläuternden Zutaten des Bearbeiters versehen; das in Fig. 8, S. 451 vergrößert dargestellte quadratförmige Teilstück der GAUSS'schen Zeichnung ist in Fig. 9, S. 452 in deren linkem oberen Quadranten vom Bearbeiter durch Umrahmung kenntlich gemacht.]

[*] Zu dieser graphisch-abzählenden Methode der Ermittlung des Antipex vgl. folgende Briefstellen:

GAUSS, Brieftext, S. 422 Mitte, 22.—23. Januar 1822 (3. Apexbrief),

GAUSS, [33] und [39 a], S. 423—424, 29. Januar 1822 (4. Apexbrief),

GAUSS, [42] und [43], S. 435, 16. Februar 1838 (an ARGELANDER),

Kritik von ENCKE, S. 445—446, 1847,

GAUSS' Entgegnung, S. 446—447, 27. Oktober 1847,

(v. HUMBOLDT), [66], S. 450, 1850;

ferner die Erläuterungen S. 451 und in Anm. 34) in Teil C am Schluss dieser Abteilung.]

[II] S. 453—454: KLEINE RANGLISTE DER 71 VON GAUSS IM JANUAR 1822 ZUR APEXBERECHNUNG SETZT BENUTZTEN »BESSELSCHEN STERNE« MIT GROSSER EIGENBEWEGUNG*.)

Nr. bei GAUSS	Name	Nummer bei BRADLEY	PIAZZI—BRADLEY			BESSELScher Pol (1777,4)		Nummer	
			$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	45. E.-B.	a	d	Äbo	Boss
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	δ 61 Cygni	2744	+ 233'6 + 148'9	2307'21	186°56' + 38°12'				
2	α 10 δ Eridani ¹⁾	578	— 99,9 — 132,7	181,84	156 26 — 32 34	R	481	5433	
3	μ 30 Cassiopeae	118	+ 257,1 — 67,8	166,22	164 26 + 32 37		103	984	
4	α 16 Bootis	1847	— 54,6 — 87,1	101,03	289 50 — 28 22		23	244	
5	ϵ 52 Ceti	233	+ 81,5 + 41,3	88,16	264 24 — 57 36	R U	321	3662	
6	δ 61 Draconis	2605	+ 53,9 — 82,1	84,28	35 27 + 4 35	R U	47	391	
7	δ 61 Virginis	1763	— 50,7 — 45,7	66,61	43 59 — 44 4		448	5099	
8	β 43 Comae	1755	— 47,6 + 43,0	59,85	130 31 — 37 28		301	3448	
9	δ 55 Pegasi	3198	+ 38,5 — 48,7	59,60	104 58 + 31 31		298	3424	
10	α 9 Can. Major.	994	— 22,8 — 53,8	58,07	195 24 — 21 11	R	558	6172	
11	γ 41 Serpentina	2923	+ 16,8 — 54,7	57,02	331 18 + 15' 44	R	148	1732	
12	α 10 Can. Minor.	1106	— 29,8 — 44,2	53,28	205 47 — 33 45		373	4055	
13	δ 25 Ursae Major.	1332	— 73,8 — 27,4	52,47	177 4 — 31 8	R	158	2098	
14	γ 0 p Ophiuchi	2271	+ 10,6 — 50,5	51,60	359 6 + 11 59	R	197	2552	
15	α 36 Ophiuchi	2176	— 19,3 — 48,4	51,40	354 25 — 17 35		421	4571	
16	γ 24 Cassiopeae	79	+ 83,3 — 21,2	49,99	159 40 + 29 53		—	4370	
17	δ 8 Trianguli	317	+ 57,1 — 10,8	48,99	188 27 + 54 43		13	168	
18	β 1 b Aquilae	2452	+ 32,2 + 33,5	46,02	187 58 + 42 13		66	514	
19	ϵ 15 Eridani	493	— 44,2 — 2,5	43,57	212 40 — 79 16	R U	441	4950	
20	γ 10 Herculis ²⁾	2199	+ 4,3 — 43,0	43,15	350 41 + 4 2	R U	30	814	
21	δ 3 Leonis	1568	— 37,8 + 11,3	39,46	92 41 — 72 48		406	4403	
22	η 58 Serpentina	2298	— 27,2 — 27,1	38,37	5 24 — 45 0	R	253	3014	
23	ϵ 26 Herculis	2237	— 22,9 — 32,3	38,12	338 7 — 28 0	R	424	4638	
24	η 3 Cephei	2698	— 9,5 + 36,7	36,70	220 37 — 0 11		416	4497	
25	β 12 Eridani ⁴⁾	454	+ 21,6 + 31,5	36,65	332 9 + 26 18		478	5346	
26	δ 55 Ursae Major.	1553	— 27,0 — 27,9	35,97	232 48 — 32 3		—	733	
27	δ 8 Can. Venat.	1688	— 43,8 + 15,2	35,66	150 55 — 41 46		248	2984	
28	δ 23 Eridani	515	— 1,7 + 35,4	35,44	322 39 — 2 39	U	281	3279	
29	λ 15 Aurigae	731	+ 26,3 — 29,1	35,41	189 51 + 25 56		95	848	
30	β 5 Virginis	1696	+ 33,0 — 12,5	35,25	272 51 + 69 1	R U	122	1259	
							268	3105	

[*] Nur die Spalten 1 und 2 dieser Rangliste sind im Nachlass noch vorhanden. Vgl. zu dieser Rangliste die Briefstellen auf S. 418—420, sowie S. 435 (mit der letzten Fussnote), und bezüglich der »BESSELSCHEN POLE« die Erläuterungen in Anm. 10) in Teil C am Schluss dieser Abteilung.]

[1] α 10 Eridani, Nr. 2 obiger Liste, wird von FLAMSTEED, BESSEL, GAUSS, ARGELANDER mit d Eridani, von AIRY und BOSS mit δ Eridani bezeichnet.]

[2] Bei γ Serpentina, No. 11 obiger Liste, schreibt GAUSS, statt $d = + 15' 44''$, versehentlich $d = + 54' 44''$ aus BESSELS Tabelle (*Fund. Astr.* p. 319) ab und rechnet mit diesem fehlerhaften Werte von d weiter.]

[3] Nr. 20 obiger Liste = γ 12 Herculis ist bei BESSEL, *Fund. Astr.* p. 234 fälschlich als γ 14 Herculis bezeichnet.]

[4] Nr. 25 obiger Liste = 12 Eridani heisst auch α Fornacis.]

[5] Zu Spalte 7 vgl. die letzte Fussnote auf S. 454.]



Nr. bei GAUSS	Name	Nummer bei BRADLEY	PIAZZI-BRADLEY			BESSELscher Pol (1772.5)		Nummer	
			$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	45.-E.-B.	a	d	Äbo	BoSS
1	2	3	4	5	6	7 ⁹⁾	8	9	
31	11 Leonis Min.	1343	-42.7	-10.5	34.42	219°32' - 52°41'	198	2573	
32	θ 5 Centauri	1831	-20.0	-29.7	33.89	316 2 - 23 10	—	3623	
33	20 Leonis Min.	1397	-32.4	-19.0	32.15	184 57 - 43 25	214	2681	
34	γ 6 Piscium	3082	+33.1	+ 1.2	35.10	211 42 + 57 4	542	5988	
35	68 ^a Ceti	208	+33.1	- 1.8	33.09	72 34 + 85 21	65	504	
36	α 50 Aquilae	2524	+25.5	+20.5	32.51	194 58 + 50 11	452	5062	
37	γ 1 Herculis	2021	+18.8	+28.6	31.72	128 5 + 18 26	371	4042	
38	ζ 40 Herculis	2127	+24.6	+23.6	31.50	183 20 - 34 10	392	4246	
39	δ 15 Leporis	858	+10.4	-29.6	31.15	188 45 + 16 56	135	1436	
40	104 m Tauri	705	+32.3	+ 3.1	30.82	271 24 + 70 49	118	1212	
41	2 Arietis ¹⁾	229	-15.3	-26.4	30.10	102 25 - 26 58	R	46 382	
42	β 78 Geminorum	1112	-33.4	- 2.6	29.45	123 20 - 61 3	160	2031	
43	ε 20 Scorpii	2132	-31.1	-14.0	29.37	24 44 - 46 53	—	4272	
44	3 Cygni	2459	-10.8	-27.4	29.11	10 35 - 17 53	R	443 4961	
45	20 Sextantis	1419	-27.7	+ 5.1	28.60	30 4 - 77 47	217	2717	
46	1 Orionis	663	+28.3	- 1.0	27.94	332 8 + 83 8	112	1140	
47	π 81 Cancri	1298	-23.2	+16.5	27.76	65 20 - 50 40	190	2480	
48	ι 17 Piscium	3148	+19.8	-18.7	27.21	86 47 + 40 57	552	6077	
49	τ 65 Cygni	2767	+ 6.2	+26.7	27.15	219 50 + 8 21	486	5460	
50	10 Can. Venat.	1765	-33.4	+ 5.8	26.79	161 20 - 46 9	285	3321	
51	γ 44 Draconis	2337	+72.7	-15.4	26.61	59 38 + 14 5	RU	428 4672	
52	33 Virginis	1706	+15.4	-21.1	25.96	286 24 + 34 55	RU	246 3326	
53	15 ε Sagittae ²⁾	2568	-24.0	-10.2	25.61	355 22 - 61 36	RU	457 5146	
54	70 Virginis	1780	- 9.0	-23.3	25.19	283 20 - 21 31	R	505 3487	
55	α ² 27 Eridani	530	- 5.4	-24.3	24.80	149 2 - 10 20	R	96 873	
56	θ 23 Bootis	1867	-24.7	-19.8	78	273 26 - 21 17	—	326 3704	
57	ι 9 Urs. Major. ³⁾	1260	-31.8	-13.2	72	170 56 - 33 46	—	185 2404	
58	44 i Bootis	1923	-37.3	+ 6.8	71	221 38 - 41 27	—	344 3647	
59	54 Piscium	58	-22.2	-12.5	57	65 43 - 53 45	RU	14 133	
60	ε 53 Cygni	2689	+17.9	+19.4	51	196 24 + 30 47	—	476 5336	
61	α 7 Crateris ⁴⁾	1525	-24.5	+ 6.9	24.41	27 16 - 66 27	—	239 3925	
62	ε 19 Pegasi	3020	+23.7	+ 5.8	14	218 59 + 73 40	—	520 5594	
63	ε 4 Bootis	1810	-25.1	+ 3.9	10	176 57 - 69 15	—	311 3558	
64	5 Serpentis	1937	- 0.5	-24.0	01	316 56 - 1 12	R	547 3895	
65	γ 29 Virginis	1698	-23.2	- 2.3	23.31	279 52 - 84 20	—	284 3307	
66	γ 13 Leporis	837	-17.0	-17.1	21	193 11 - 38 40	R	130 1420	
67	27 δ ¹ Cygni	2573	-22.1	-14.3	01	353 25 - 39 42	RU	459 5157	
68	10 Tauri	497	- 7.6	-21.3	22.63	141 50 - 10 33	R	92 825	
69	β 11 Cassiopeae	3216	+38.4	- 9.6	54	159 18 + 28 43	—	1 12	
70	29 Ceti	133	+ 6.2	-21.1	21.99	104 23 + 16 22	—	25 251	
71	42 α ²⁰ Comae	1748	-22.1	+ 6.3	21.86	151 37 - 65 9	—	293 3412	

[1] 2 Arietis, Nr. 41 obiger Liste, synonym mit 107 Piscium, vgl. FLAMSTEED-BAILY, British Catalogue of stars, London 1825, p. 645.

[2] 15 Sagittae, Nr. 53 obiger Liste, wird von BESSEL, GAUSS, ANGELANDER als ε Sagittae bezeichnet, vgl. FLAMSTEED-BAILY, British Catalogue of stars, London 1825, p. 628.

[3] Nr. 37 obiger Liste = Jota Ursae Maj. ist bei BESSEL, Fund. Astr. p. 310 fälschlich als lateinisch i Ursae Maj. bezeichnet.

[4] Statt α Crateris, Nr. 61 obiger Liste, schreibt GAUSS α Hydrae.

[5] R, U in Spalte 7. Die 23 mit R bezeichneten Sterne sind nach GAUSS inberug auf den nach der Haupttrigonalischen-Methode bei der ersten Näherungsberechnung gefundenen AntiapeX 79°40' AR. + 3°49' Dekl. (S. 424 f. Fußnote), die 11 mit U bezeichneten inberug auf den bei 79°10' AR. - 3°50' Dekl. gelegenen graphisch-abzählend ermittelten AntiapeX (S. 451-452) ungünstig (retrograd, S. 409).

[III] S. 455-480: TABELLARISCHE ÜBERSICHT ZUR APEX-BERECHNUNG AUS 390 STERNEN NACH DER GAUSS-BRAVAIS-AIRYSCHEN METHODE (FRÜHJAHR 1838*.)]

[Äquinox 1792,5*.]

[a] Gauss' Bezeichnungen in seinen Berechnungen und Tabellen vom Frühjahr 1838**.)

[t] Allgemeine Bezeichnungen für beide Apexberechnungen.]

[Sternort = α, δ (Äquinox 1792,5, siehe Beispiel S. 456 bei [68]) bzw. x, y, z auf der heliozentrischen Einheitskugel (aus a und δ berechnet nach den Formeln [72], S. 467);

Eigenbewegung eines Sterns in einem Jahre (vgl. die Beispiele [69] und [69 a], S. 457) = ε_x, ε_z

bzw. ihr Betrag = Δs (S. 471 r genannt), ihr Positionswinkel = ψ⁰;

Hilfsgrößen u und h definiert durch [71], S. 467;

Richtungs-cosinusse der Eigenbewegung eines Sterns = ξ, η, ζ (berechnet nach den Formeln [71], S. 467);

[67] lineare Geschwindigkeit der Sonne = R, ihre Komponenten = -X, -Y, -Z, in Teilen der mittleren zum Visionsradius senkrechten linearen Eigenbewegungskomponente der benutzten Sterne. X, Y, Z werden durch Elimination aus den GAUSS-BRAVAIS-AIRYSCHEN Apexformeln [73], S. 467 erhalten.

AntiapeX = A, D } (1792,5) berechnet nach [74], S. 467.

Apex = 180° + A, -D } (1792,5) berechnet nach [74], S. 467.

1. bis 39. »Dekade« der nach abnehmendem Betrage Δs ihrer Eigenbewegung geordneten 390 Sterne laut deren Rangliste, S. 462-465;

m = Anzahl der jeweils benutzten Sterne (S. 471 unten, Spalte 18 a); Q = Quadratsumme der übrigbleibenden (als Pekuliarbewegungen der Sterne gedeuteten) Fehler (vgl. [75], S. 467, u. S. 480).

[*] Im Gegensatz zu den vorläufigen Apexberechnungen im Jahre 1822 legt GAUSS im Jahre 1838 allen Apexberechnungen das Äquinox 1792,5 zugrunde, vgl. die Bemerkungen zu [68], S. 466.

[**] In seinem 4. Apex-Briefe, S. 424, benützt GAUSS andere Bezeichnungen.]



[2] Sonderbezeichnungen für die zweite Apexberechnung (S. 475—480), bei welcher GAUSS die 390 Sterne je nach ihrem Abstände δ von dem bei der ersten Berechnung (S. 444 und 471) erhaltenen Apex $261^{\circ} 51' 7'' + 27^{\circ} 5' 52''$ (Äquinox 1792,5) in fünf parallaktische Zonen*, sog. »Classen**), gruppiert:

$$\begin{cases}
 [\delta = \text{Apexdistanz eines Sterns}^*]; \\
 \psi^0 = \text{Positionswinkel seiner beobachteten Eigenbewegung}; \\
 \psi = \text{Positionswinkel seiner zum Antiapex gerichteten »parallaktischen Bewegung}^*]; \\
 \omega = \psi - \psi^0; \\
 \text{»Classe 1—5« eines Sterns}^*] \text{ je nach dem absoluten Betrage } |90^{\circ} - \delta| \text{ seiner »parallaktischen Breite}^*].
 \end{cases}
 \quad \left[\begin{array}{l}
 \text{bezogen auf} \\
 \text{den Apex} \\
 261^{\circ} 51' 7'' \\
 + 27^{\circ} 5' 52'' \\
 (1792,5).
 \end{array} \right.$$

[b] Gauss' Berechnung der Eigenbewegungsgrößen Δs und ψ^0 für jeden Stern.

[Rechnungsbeispiel: δ Cassiopeae.]

[Epoche und Äquinox Katalog-No.]	[Rektaszension]	[Deklination]
[1830,0]	$\left\{ \begin{array}{l} 1^h 14^m 45^s.91 \\ = 18^{\circ} 41' 28''.7 \end{array} \right.$	$+ 59^{\circ} 20' 54''.1$
[(Äbo No. 36)]		
[1755,0]	$17^{\circ} 30' 6''.0$	$+ 58^{\circ} 57' 8''.1$
[(Bradley No. 180)]		
[1792,5 (Mittelwert)]	$\alpha = 18^{\circ} 5' 47''$	$\delta = + 59^{\circ} 9' 1''$
[jährliche E.-B. (Äbo)]	$\varepsilon_2 = + 0''.6345$	$\varepsilon_3 = - 0''.044$

[Bemerkungen zu [68]:

Als Äquinox benutzt GAUSS bei seinen Apexberechnungen jeweils das arithmetische Mittel aus den Äquinoktien der beiden Sternkataloge, aus deren Vergleichung die Eigenbewegungen der Sterne erhalten worden sind. Im Jahre 1822 benutzt GAUSS die Kataloge von BRADLEY-BESSEL (Äquinox 1785,0) und PIAZZI (Äqu. 1800,0), berechnet also den Apex im Äquinox 1777,5, wie er in seinen Briefen S. 423 und S. 435 selbst erwähnt. Im Jahre 1838 hingegen vergleicht er BRADLEY-BESSEL mit ARGELANDERS Äboer Katalog (Äquinox 1830,0) und bezieht dementsprechend den Apex auf das Äquinox 1792,5.

Rektaszension und Deklination der Sterne reduziert GAUSS auf Epoche und Äquinox 1792,5, indem er zwischen beiden Katalogorten des Sterns das arithmetische Mittel nimmt. Die Komponenten der Eigenbewegung ε_2 und ε_3 entnimmt GAUSS in der Regel unverändert dem Äboer Sternkatalog; bei einigen wenigen Sternen nimmt er jedoch kleine Abänderungen an den Äboer Eigenbewegungen vor, vielleicht durch

[*] Nach modernem Sprachgebrauch.]

[**] Nähere Angaben über GAUSS' »Classen« siehe in der Fussnote auf den Seiten 478—479.]

ARGELANDERS dem Äboer Katalog beigegebene »Annotations« veranlasst. GAUSS' ausführlicher Katalog der $\alpha, \delta, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ der 390 Äboer Sterne befindet sich in seinem handschriftlichen Nachlass im Oktavheft No. 35. b, betitelt »Beobachtungen und Rechnungen XI. b«, S. 4—10, und kann hier nicht zum Abdruck kommen.]

[Aus $\varepsilon_2, \varepsilon_3$ und ε_3 berechnet GAUSS nach bekannten Formeln ψ^0 und Δs beispielsweise für δ Cassiopeae wie folgt*]:

$$\begin{array}{l}
 [\log \cos \delta (1792,5)] \\
 \log \varepsilon_2 \text{ in Bog.-Sek. pro Jahr} \\
 \log (\varepsilon_2 \cdot \cos \delta = \Delta s \cdot \sin \psi^0) \\
 \log (\varepsilon_3 = \Delta s \cdot \cos \psi^0) \\
 \log \sin \psi^0 \\
 \log \Delta s \text{ (Bogen-Sek. pro Jahr)}
 \end{array}
 \quad \left[\begin{array}{l}
 9.70994 \\
 9.80243 \\
 9.51237 \\
 8.64345 n \\
 9.99607 \\
 97.42. 6 \\
 9.51630
 \end{array} \right.$$

[In dieser Weise verfährt GAUSS bei jedem der 390 schon von ARGELANDER zur Apexbestimmung ausgewählten stärksten Äboer Sterne. Nachstehend ein Ausschnitt aus GAUSS' Originalrechen*, der zugleich einen Rechenfehler** veranschaulicht:

BRADLEY-BESSEL No.	3128	3143	3148	3152
Äbo No.	530	551	552	553
δ (1792,5)	$+ 38.8.63$	$+ 45.20.7$	$+ 43.0.12$	$+ 76.28.30$
ε_2 in Zeit-Sek. pro Jahr	$- 0''.0236$	$- 0''.0164$	$- 0''.0282$	$- 0''.0193$
ε_3 in Bog.-Sek. pro Jahr	$- 0''.071$	$- 0''.412$	$- 0''.441$	$- 0''.161$
Äbo No.	a	b	c	d
$\log \cos \delta$ (1792,5)	9.89595	9.84693	9.90866	9.36598
$\log \varepsilon_2$ in Bog.-Sek. pro Jahr	9.54900	9.39094	9.62634	9.46165 n
$\log (\varepsilon_2 \cdot \cos \delta = \Delta s \cdot \sin \psi^0)$	9.44495	9.23787	9.62500	8.83063 n
$\log (\varepsilon_3 = \Delta s \cdot \cos \psi^0)$	8.85126 n	9.61490 n	9.64444 n	9.20653
$\log \sin \psi^0 $ brw. $\log \cos \psi^0 $	9.98633	9.66476	9.85899	9.96464
$\psi^0 = \text{arc tang (d:e)}$	104.17.54	67.13.61**	136.16.55	337.11.30
$\log (\Delta s = d :f \text{ bzw. } = e :f)$	9.45862	9.65014	9.78545	9.24219
GAUSS' Rangnummer für die grosse »Rangliste« (S. 462—465)	175	85	47	299

Die wahlweise Beschriftung der Zeile f in obigem Schema ist natürlich so zu verstehen, dass GAUSS hier von Fall zu Fall den grösseren der beiden Absolutwerte $|\sin \psi^0|$ oder $|\cos \psi^0|$ der Logarithmentafel entnimmt, damit ein Fehler im Werte von ψ^0 möglichst wenig Einfluss auf den errechneten Wert von Δs gewinnt. Die von GAUSS nach dem Rechenschema [69a] neu errechneten Eigenbewegungsgrößen ψ^0 und $\log \Delta s$ sind in nachstehendem Eigenbewegungskatalog (S. 458—461) zusammengestellt, und in der mit GAUSS überschriebenen Spalte ist die dem Betrage von $\log \Delta s$ entsprechende GAUSS'sche Rangnummer jedes Sterns für die Rangliste (S. 462—465) in Kursdruck beige setzt.]

[*] Nur das in [69] und [69a] mit einer Doppellinie Umräumte steht in GAUSS' Papieren; was ausserhalb der umrahmten Tafelchen steht, ist also lediglich erläuternder Zusatz des Bearbeiters.]

[**] Beim Stern Äbo No. 551 irrt sich GAUSS beim Niederschreiben des Positionswinkels ψ^0 um 96° (vgl. S. 461, 3. Fussnote) und rechnet (S. 461 links) mit dem falschen Werte $67^{\circ} 13' 51''$ (statt $157^{\circ} 13' 51''$) weiter.]



[c] Gauss' Katalog der jährlichen Eigenbewegungen von 390 Äboer Sternen (S. 458-461)*.]

Table with 4 columns of data for three angular ranges: [35° ≤ α < 26°], [26° ≤ α < 67°], and [67° ≤ α < 121°]. Each column contains Åbo, ψ°, log E.-B., and GAUSS values for 390 stars.

*] Aquinox 1792,5. Eigenbewegungen über 1½ jährlich sind durch Fettdruck des Logarithmus, Eigenbewegungen unter 0,1 durch Fettdruck der Kenniffer (s) des Logarithmus hervorgehoben. Über die letzten Sterne, die dem Programm nach eigentlich auszuschliessen waren, vgl. GAUSS' Brief vom 5. April 1838, S. 442, Zeile 1 von oben. Die von GAUSS auf volle Bogensekunden und fünf Dezimalstellen berechneten Werte von ψ° und log E.-B. sind hier zwecks Raumerparnis auf Zehntelbogenminuten und drei Dezimalstellen abgerundet. Die Rangnummern der Sterne für die GAUSSsche Rangliste (S. 462-463) sind stets kursivgedruckt.]

[c] Gauss' Katalog der jährlichen Eigenbewegungen von 390 Äboer Sternen (Fortsetzung).]

Table with 4 columns of data for three angular ranges: [121° ≤ α < 155°], [155° ≤ α < 182°], and [182° ≤ α < 217°]. Each column contains Åbo, ψ°, log E.-B., and GAUSS values for 390 stars.

*] Bei dem Stern Åbo No. 320 (γ Virginis) lauft GAUSS ein Rechenfehler unter, der, obwar in seiner Wirkung geringfügig, seiner Besonderheit wegen hier angemerkt werden soll:

Table with 3 columns: Wert bei ARGELANDER, Falscher Wert bei GAUSS, and Richtiger Wert. It shows the correction for star Åbo No. 320.

Anscheinend ist GAUSS bei diesem Stern, als er zum log tang ψ° (0,01953 n) den zugehörigen Winkel ψ° auf-



(c) GAUSS' Katalog der jährlichen Eigenbewegungen von 390 Äboer Sternen (Fortsetzung)*.)

Table with 4 columns: Åbo, ψ°, log E.-B., GAUSS. It is divided into three sections based on declination: [217° < α < 250°], [250° < α < 294° 5'], and [294° 5' < α < 339° 09'].

schlug, aus der Tangens-Spalte seiner Logarithmentafel in die Cotangens-Spalte abgeirrt, weil in beiden Spalten zufällig auf derselben Seite dieselbe Mantisse (61953), nur mit verschiedenen Kennnummern, vorkommt. ANGELANDER hat für ψ° nahezu den richtigen Wert. Wenn GAUSS den Widerspruch seines Wertes für ψ° mit demjenigen ANGELANDERS überhaupt bemerkt hat, hat er den Fehler wahrscheinlich ANGELANDER zur Last gelegt; jedenfalls rechnet GAUSS mit dem falschen Werte (174° 32' 20'') für ψ° weiter (Rangnummer 101, S. 463). *) Schluss des E.-B.-Kataloges siehe S. 461. Über die Bedeutung fettgedruckter Werte der Eigenbewegung siehe S. 458, Fussnote. Weitere Erläuterungen siehe in Teil C am Schluss dieser Abteilung.]

(c) GAUSS' Katalog der Eigenbewegungen (Schluss).

Table with 4 columns: Åbo, ψ°, log E.-B., GAUSS. It is divided into two sections based on declination: [339° 09' < α < 359° 5'] and a continuation of the previous section.

(d) Einer der Vorordnungszettel, mittels deren GAUSS die Aufstellung seiner nachfolgenden Grossen Rangliste (S. 462—465) vorbereitet.]

[GAUSS teilt seinen vorstehenden Katalog der Eigenbewegungen (S. 458—461) in Abschnitte von je 35 (zuletzt 40) Sternen und ordnet zunächst in jedem Abschnitt für sich die Sterne nach ihrem »Range« um, d. h. nach abnehmendem Betrag ihrer Eigenbewegung. Nachstehend als Stichprobe, und zugleich als Beispiel zweier Flüchtigkeitsfehler*)**) der Vorordnungszettel mit den letzten 40 Sternen (Äbo No. 506—540) des Eigenbewegungskatalogs in ihrer Rangordnung (nur das Umrahmte steht bei GAUSS):]

Table with 4 columns: Åbo No., [log E.-B.], Åbo No., [log E.-B.]. It shows a list of stars with their original and sorted positions. A bracket labeled [70] highlights a specific row.

*) Bei dem Stern Äbo No. 540 (= Bradley 3077, von GAUSS »Anonyma« genannt), dessen log E.-B. = 0.31634, nimmt GAUSS in obigem Vorordnungszettel, ausser an der ihm zukommenden Stelle an der Spitze der Liste, versehentlich noch einmal mit falscher Kenniffer (9.31634) an der am Rande mit F bezeichneten Stelle auf. Infolgedessen erscheint dieser Stern auch fälschlich zweimal in GAUSS' grosser Rangliste, nämlich unter den Rangnummern 5 (richtig) und 261 (falsch) (S. 462 und 464).

) Der Stern Äbo No. 546, dessen log E.-B. = 0.26092, müsste auf dem obigen Vorordnungszettel [70] seinem Range nach an der mit einem kurzen Strich gekennzeichneten Stelle zwischen den Sternen Äbo No. 560 und 553 stehen. GAUSS übersieht ihn hier jedoch, sodass dieser Stern auch in GAUSS' Rangliste fehlt und für GAUSS' Apexberechnung verloren geht. Seinem Range nach müsste er in GAUSS' grosser Rangliste (S. 464) zwischen den Sternen mit den Rangnummern 289 und 290 stehen; der Bearbeiter bezeichnet ihn deshalb im obigen Eigenbewegungskatalog mit 289 A. (*) Bei dem Stern Äbo No. 551 (= λ Andromedae) setzt GAUSS (wie aus [69 a], S. 457 ersichtlich ist) den Positionswinkel ψ° der E.-B. um einen rechten Winkel falsch an, und rechnet mit dem falschen Werte (67° 13' 51'') weiter. Der richtige Wert ist gleich ψ° = 157° 13' 51''.



(e) Gauss' grosse „Rangliste“ der 390 stark bewegten Sterne (Frühjahr 1838) (Äquinox 172.5) (S. 462-465.)

Table with columns for decade (I.-5. Dekade), star name, position (Right Ascension, Declination, Parallax), and magnitude. Includes stars like 451 5433 61, 103 984 40, 321 3662 16, etc.

(*) Erläutert in der Fussnote S. 465.

(e) Gauss' grosse „Rangliste“ der 390 stark bewegten Sterne (Fortsetzung.)

Table with columns for decade (II.-15. Dekade, 16.-20. Dekade, 0°322 > E.-B. > 0°255), star name, position, and magnitude. Includes stars like 320 3060 99, 105 541 5981, 110 64 5006, etc.



[e] Gauss' grosse „Rangliste“ der 390 stark bewegten Sterne (Fortsetzung).

Table with columns for star number, name, and coordinates. It is divided into two sections: 21.-25. Dekade and 26.-30. Dekade. Each section has sub-columns for G, Abo, Boss, Name, and various coordinate values.

[e] Gauss' grosse „Rangliste“ der 390 stark bewegten Sterne (Schluss*).

Table with columns for star number, name, and coordinates. It is divided into two sections: 31.-35. Dekade and 36.-39. Dekade. Each section has sub-columns for G, Abo, Boss, Name, and various coordinate values.

* Die Spalten 1, 2, 4, 6-9 sind aus verschiedenen Nachlasstücken zusammengestellt. Spalte 3 und 5 sowie das alphabetische Sterneregister S. 466 sind Zutat des Bearbeiters. Für die in Spalte 5 mit H, M, N, P, - oder V gekennzeichneten Sterne wählt GAUSS eine andere, auf S. 473 angegebene Benennung. Rechenfehler und Versehen sind durch Kursivdruck und die Signatur F hervorgehoben und S. 474 berichtigt. Über Ø (Apexdistanz), ω und ω vgl. S. 475; über die „Klasse“ (Spalte 7) S. 478-479 unten. *ue (= ungünstig) bedeutet, das |ω| > 0.6°.

(f) Sternbild-Register zu vorstehender Rangliste (S. 462-465)*.

Table with columns for constellation names (e.g., Andromedae, Canis Minoris, Delphinus) and their corresponding star numbers and magnitudes. Includes a note: 'Die Nummern in der Rangliste sind kursiv gedruckt'.

* Die nach Sternkatalogen benannten Sterne No. 5, 9, 24, 26, 34, 73, 79, 88, 89, 97, 100, 121, 134, 167, 170, 176, 199, 214, 221, 261, 298, 301, 307, 318, 341, 351 der Rangliste sind hier nicht aufgeführt.

(g) Aufstellung der Normalgleichungen zur rangweisen Apexberechnung.

[Bezeichnungen siehe Seite 455. Äquinox 1792,5.]

[Rechnungsbeispiel: δ Cassiopeae**]. Dieser Stern steht infolge eines Versehens (S. 474) zweimal in der Rangliste (S. 462-465), nämlich unter No. 303 und Nr. 141. Aus der Gegenüberstellung beider Berechnungen erkennt man die hier durch Kursivdruck hervorgehobenen Flüchtigkeitsfehler: in der 31. Dekade bei log η, in der 15. Dekade bei α-u, wo G. bei den Bogenminuten u versehentlich von δ statt von α abzieht.

Übersicht. GAUSS berechnet für jeden einzelnen Stern (α, δ) dessen Koordinaten x, y, z, sowie die Richtungskosinusse ξ, η, ζ seiner Eigenbewegung nach untenstehenden Formeln [72] und [71], und dann aus den zehn Sternen jeder Rangdekade (S. 462-465) einen Antipex (A, D) nach untenstehenden Formeln [73] und [74]. Die Koeffizienten und die Resultate aus allen Rangdekaden sind S. 468-469 abgedruckt. Entsprechend behandelt GAUSS Gruppen von je 30, 60, 90, 120, 150, 180 und allen 390 Sternen (S. 470-471).

Table with columns for star numbers (e.g., 31. Dekade [G.-No.] 303) and logarithmic values for various trigonometric functions (cos α, sin α, etc.). Includes labels for logarithmic and numerical values.

Directional cosine formulas: ξ = -h.cos(α-u), η = -h.sin(α-u), ζ = cos δ.cos φ. Includes note: 'h positiv'.

Coordinate formulas: x = cos δ.cos α, y = cos δ.sin α, z = sin δ.

Normal equations: Σξ = X.Σ(y²+z²) - Y.Σxy - Z.Σxz, Ση = -X.Σxy + Y.Σ(x²+z²) - Z.Σyz, Σζ = -X.Σxz - Y.Σyz + Z.Σ(x²+y²).

Directional cosine formulas: X = R.cos D.cos A, Y = R.cos D.sin A, Z = R.sin D.

Zur Theorie vgl. Anmerkung 36) in Teil C am Schluss dieser Abteilung.]

[*] Die Normalgleichungen [73] treten bereits S. 424 bei [34] in anderer Bezeichnung auf und entsprechen denen von BRAVAIS und AIRY. Über die wirkliche Berechnung der Summe der Fehlerquadrate [75] Ω = Minimum = m - XXξ - YΣη - ZΣζ vgl. das Eliminationsbeispiel S. 480.]

[**] Nach dem in der linken Spalte abgedruckten Rechenchema behandelt GAUSS alle Sterne der 7., 12., 19., 27., 31., 36. und der 38. Rangdekade (S. 462-465), während er für die Sterne der 1.-6., 13.-18., 28.-30. und 37.-39. Dekade ein anderes, weniger gedringtes Rechenchema verwendet. Die 38. Dekade hat GAUSS, wohl nur versehentlich, zweimal gerechnet. Die errechneten Dekadensummen Σξ bis Σzy siehe S. 468, die Eliminations-Ergebnisse S. 469, ein Eliminationsbeispiel S. 480. Nur das mit fetten Linien Unwahrscheinlich steht in GAUSS' Papieren; das Übrige auf dieser Seite ist Zutat oder Rekonstruktion des Bearbeiters.]



[h] (S. 468-472) Rangweise Apexberechnung*.)
[h1] Gleichungs-Koeffizienten aus je 10 Sternen der Rangliste (S. 462-465)*.)

ξ, η, ζ = Richtungskosinusse der E.-B. x, y, z = Ort des Sterns. Wegen der Berechnung vgl. S. 467.

Table with 11 columns: Dekade, Σξ, Ση, Σζ, Σxx, Σyy, Σzz, Σyz, Σxz, Σxy. Rows 1-39 contain numerical data for each decade.

(* Einige Fehlergebnisse sind S. 468-471 kursivgedruckt; Näheres S. 470 (Fußnote) u. S. 472 links.)

[h2] Apices (1792,9) aus je 10 Sternen der Rangliste (Briefatelle S. 442)*.)

Table with 21 columns: Dekade, log X, log Y, log Z, 180° + A, -D, log I, Ω Minimum, ΣΩ. Rows 1-39 contain numerical data for each decade.

(*) Erläuterungen S. 467 rechts und S. 472 rechts.)



[h 3] Gleichungs-Koeffizienten aus je 30 Sternen der Rangliste*:]

Table with columns for direction cosines (xi, eta, zeta) and coordinates (x, y, z) for 13 groups of 30 stars. Includes sub-headers for 'Dreissig' and '11'.

[h 5] Gleichungs-Koeffizienten aus je 60 oder mehr (m) Sternen*:]

Table with columns for summation coefficients (Sigma xi, Sigma eta, Sigma zeta, etc.) and 'Nos. der Rangliste' for 11 groups.

*] Bei der 18. und 16. Dekade (S. 448) hat Gauss seine anfänglich errechneten (kuraven) Zahlenwerte der Gleichungskoeffizienten nachträglich berichtigt (aufrechte Ziffern). Diese Berichtigung führt hin...

[h 4] Apices (1792,5) aus je 30 Sternen der Rangliste (Briefstelle S. 443 oben):]

Table for Apices calculation with columns for coordinates, apex values (180+A, -D), and velocities. Includes sub-headers for 'log X', 'log Y', 'log Z' and 'Dreissig'.

[h 6] Apices aus je 60 oder mehr (m) Sternen* (Briefstelle [64] S. 443):]

Table for Apices calculation with columns for group, number of stars, apex values, and other parameters like log R, m, Omega, and M/r.

Decl. 40° 25' 8.67263 (**)

*] Vgl. zu Tabelle h 6) den auf S. 472 rechts unten gegebenen Nachtrag γ.]

**] Zu dieser noch der Aufklärung bedürftigen Fussnote von Gauss vgl. die erste Fussnote S. 444.]



[Bemerkungen zu den Tabellen h 1 bis h 6, S. 468-471:]

[a] Berichtigungen.

[a1] Beim Übertragen der Zahlenwerte aus den einzelnen Rechnungsblättern in die Tabellen h 1 bis h 6, S. 468-471, sind GAUSS die folgenden Versehen untergelaufen:

Table with 4 columns: Seite, Spalte, Dekade, falscher Wert, richtiger Wert. Rows 13-24, 17-20, 17-18.

Table with 4 columns: Seite, Spalte, Dreissig, falscher Wert, richtiger Wert. Rows 2-5, 6-5, 16-4, 17-10.

In Tabelle h 5, S. 470 unten:

Table with 5 columns: Gruppe, Sp., Koeffiz., falscher Wert, richtiger Wert. Rows 61-120, 301-390, 1-180.

Mit den falschen Werten rechnet GAUSS weiter; die falschen Ziffern sind in den Tabellen h 1 bis h 6 (S. 468-471) kursivgedruckt.]

[a2] Über die 18. und 36. Dekade sowie das 6. und 12. Dreissig vgl. die Fussnote S. 470.]

[*] Aus den Eliminationszetteln zusammengestellt.]

[**] Rechenfehler bei der Elimination.]

[†] Auf das Titelblatt der von Dr. med. L. F. GAZERT am 10. März 1838 in Göttingen verteidigten Doktorathesis geschrieben.]

[‡] Im Nachlass stehen nur die Richtungskosinusse

log [X: R] = 9,10096; log [Y: R] = 9,24509; 180° + A = 261° 51' 17"; log [Z: R] = 9,65850; sowie log R = 9,81310; -D = + 27° 5' 32".

[β] Erläuterungen.]

[β1] In den Spalten 16-17 der Tabellen h 2 und h 4 sind diejenigen Rektaszensions- und Deklinationswerte durch ein Sternchen gekennzeichnet, welche GAUSS selbst in seinem Briefe an OLBERS (S. 442-443 bei [56] bis [59]) als Extremwerte besonders hervorhebt.]

[β2] Die Anzahl m der für Tabelle h 5) und h 6), S. 470-471, benutzten Sterne (60 bis 390) ist jeweils aus Spalte 18 a, S. 471, zu ersehen.]

[β3] Bei der Eliminationsrechnung für die 19. bis 21. Dekade sowie für das aus ihrer Vereinigung entstehende *7. Dreissig* wendet GAUSS ausnahmsweise sechstellige (sonst 5-stellige) Logarithmen an; bei der 19. bis 21. Dekade berechnet er den Antipez aus nur 10 Sternen sogar auf Zehntelbogen-

Table with 3 columns: A, D, values. Rows 19. Dekade, 20., 21.

sonst nur auf volle Bogensekunden.]

[γ] Nachtrag zu Tabelle h 6), S. 471 unten:]

Table with 4 columns: [Nos. der Rangliste:], [log X:], [log Y:], [log Z:]. Rows 1-60, 61-120, 121-180, 181-240, 241-300, 301-390.

[i] (S. 473-474) Zusätze zur grossen Rangliste auf S. 462-465.]

[1] Abweichende Benennung einzelner Sterne durch GAUSS.]

Table with 4 columns: GAUSS No., Äbo No., Boss No., Benennung bei GAUSS. Sections: Signatur H*, Mayer**, Signatur M*, Signatur N*.

Table with 4 columns: GAUSS No., Äbo No., Boss No., Benennung bei GAUSS. Sections: Signatur P*, Signatur -, Signatur V*.

[*] Dieselben Signaturen H, M, N, P, -, V sind den betreffenden Sternen in Spalte 5 der grossen Rangliste auf Seite 462-465 beigeaset.]

[**] GAUSS benutzte das alte Sternverzeichnis von TOBIAS MAYER: 'Fixarum Zodiacalium Catalogus novus ex observationibus Göttingensibus ad initium anni 1756 constructus. Auctore TOBIA MAYER, erschienen in: 'TOBIAS MAYERI Opera inedita, vol. 1, Göttingae 1775'. Neben die alten Sternnummern sind hier in eckigen Klammern die durchweg etwas höheren Sternnummern aus folgender Neubearbeitung gesetzt: 'TOBIAS MAYER'S Sternverzeichnis, nach den Beobachtungen auf der Göttinger Sternwarte in den Jahren 1756-1760 neu bearbeitet von ARTHUR AUWERS, Leipzig 1894'.]

[***] Der Stern Äbo No. 10 wird später versehentlich ausgelassen, vgl. S. 474, letzte Fussnote.]

[†] JOSEPH PIAZZI, Praecipuarum stellarum inerrantium positiones mediae inaeunte saeculo XIX ex observationibus habitis in specula Panormitana ab anno 1792 ad annum 1813. Panormi 1814.]

[‡] Äbo No. 540 (Anonyma) = Boss 5976 wird versehentlich zweimal von GAUSS in die Rangliste eingereiht, vgl. S. 461, erste Fussnote.]

[§] 'd Eridani' bedeutet bei GAUSS d Eridani, vgl. S. 453, Fussnote 1.)

[*] δ Vulpeculae wird bei der zonenweisen Apexberechnung (S. 475-480), wohl versehentlich, 'δ Vulpeculae' genannt.]



[12] Rechenfehler.]

[Signatur*]	[GAUSS No.]	[Äbo No.]	[Name**]	[Fehler:]
[76] {	F 85	551	λ And	(ψ ⁰ um 90° zu klein (S. 461, 3. Fussnote).)
	F 101	320	ι Vir	(ψ ⁰ um 31' zu gross (S. 459, Fussnote).)
	F 141	36	ζ Cas	θ im falschen Quadranten. falsch: θ = 108° 54' 22", richtig: θ = 79° 53' 37".

[13] Sonstige Versehen beim Aufstellen der grossen Rangliste (S. 462—465):

[Drei versichtlich doppelt***] aufgenommene Sterne:]

[Signatur*]	[Äbo No.]	[log E.-B.]	[Name**]	[Richtige Stelle]	[Falsche Stelle]	[Belegstelle:]
[77] {	* 36	9,51630	δ Cas***	No. 141	No. 303	[+]
	* 109	9,25041	4 Cam	No. 292	No. 332	[++]
	* 540	9,31634	Br. 3077	No. 5]	No. 261]	[S. 461, 1. Fussn.]

[Drei versichtlich ausgelassene Sterne:]

[Signatur*]	[Äbo No.]	[log E.-B.]	[Name**]	[Stelle, wo der Stern in der Rangliste stehen müsste:]	[Belegstelle:]
[78] {	* 56	9,23545	56 And	als GAUSS No. 303	[+]
	* 10	9,18260	14 Cet	als GAUSS No. 332	[++]
	* 540	9,26095		zwischen GAUSS No. 289 u. No. 290]	[S. 461, 2. Fussn.]

[*] Dieselben Signaturen F und * sind in Spalte 5 der grossen Rangliste (S. 462—465) angewandt.
 [**] Über die Abkürzung der Namen der Sternbilder vgl. S. 466.
 [***] GAUSS übersieht die Doppelaufnahme der drei genannten Sterne und fährt daher für sie alle Rechnungen zweimal, unabhängig von einander, durch. Aus diesem Grunde ist einer von ihnen, δ Casiopeae, auf S. 467 als Beispiel gewählt.
 [+++] In seinen Vorordnungszetteln (vgl. [76], S. 461) schreibt GAUSS beim Ordnen:]

[der 35 Sterne Äbo No. 1—46:] [der 35 Sterne Äbo No. 47—92:] [der 146 Sterne Äbo No. 1—198:]

[Äbo No.]	[log E.-B.]	[Äbo No.]	[log E.-B.]	[Äbo No.]	[log E.-B.]
..	70	9,32231	109	18260 [++]
7	9,59045	76	9,30089	11	9,15959
9	9,57414	84	9,29541	43	9,16358
37	9,59559	81	9,29062	104	9,09546
39	9,54825	82	9,28926	186	9,09574
26	9,54226	91	9,24249	52	9,08577
21	9,52019	96	9,23545 [++]	5	9,04026
[richtig] 36	9,51630 [++]	[falsch] 36	9,23545 [++]	80	9,03944
13	9,49074	63	9,10388	139	9,07743
32	9,46505	52	9,08577	108	9,01588
2	9,43266 [usw.]	80	9,03044 [usw.]		

[Hier entspringen also folgende beide Fehler:]
 (+) In der mittleren Spalte müsste bei 9,23545 Äbo No. 56 (statt No. 36) stehen. Dies Versehen zieht die Doppelaufnahme von Äbo No. 10 und zugleich die Auslassung des Sterns Äbo No. 56 nach sich.
 (++) In der letzten Spalte hat GAUSS, wie oben angedeutet, die Kennziffer 9 des ersten Logarithmus so dicht neben die richtige Sternnummer Äbo No. 10 geschrieben, dass er diese Nummer später fälschlich als Äbo No. 109 liest. Dies Versehen zieht also die Doppelaufnahme des Sterns Äbo No. 109 und zugleich die Auslassung des Sterns Äbo No. 10 nach sich.

[k] (S. 475—476) Vorbereitungen zur zweiten („zonenweisen“) Apexberechnung.]

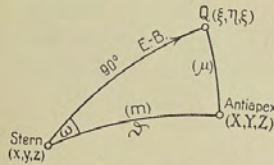
[Bezeichnungen:]

Die Bezeichnungen R (lineare Geschwindigkeit der Sonne), x, y, z (Sternort), ξ, η, ζ (Richtungskosinusse der E.-B.), ψ^0 und ψ (Positionswinkel der beobachteten bzw. der parallaktischen Bewegung), $\omega = \psi - \psi^0$ (Richtungsabweichung der parallaktischen gegen die beobachtete Bewegung), behalten ihre auf S. 455—456 angegebene Bedeutung; dagegen bezeichnet GAUSS hier mit A und D Rechtsazension und Deklination des Apex (nicht mehr des Antiapex) und mit μ den Kosinus der Antiapexdistanz des Punktes Q (Figur 10), wenn Q wieder, wie auf S. 419, den Punkt mit den Koordinaten ξ, η, ζ bedeutet, der auf der heliozentrischen Einheitskugel 90° vom Stern in Richtung seiner E.-B. entfernt liegt; ferner mit X, Y, Z die Richtungskosinusse (statt der Komponenten) der mit umgekehrtem Vorzeichen genommenen Geschwindigkeit der Sonne, also die Koordinaten des Antiapex auf der heliozentrischen Einheitskugel. Ferner bedeutet δ einmal die Antiapexdistanz, ein andermal die Apexdistanz eines Sterns. Δ bedeutet (Fig. 11) die Deklination des Fusspunkts des vom Apex auf den Meridian des Sterns (α, δ) an der Sphäre gefällten Lotes. Äquinox = 1792,5.

[k]: Berechnung von θ, ψ und $\omega = \psi - \psi^0$.]

[Methode der Richtungskosinusse*].]

[Trigonometrische Methode.]

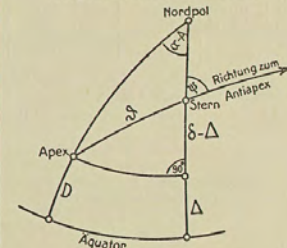


[Figur 10.]

[80] { log X = 9,10995,
 log Y = 9,94509,
 log Z = 9,65850 n
 (S. 472, letzte Fussnote).]

[81] { xi X + eta Y + zeta Z = mu,
 x X + y Y + z Z = m = cos theta,
 cos omega = mu sin theta.]

[*] Die Methode der Richtungskosinusse hat GAUSS nur einmal (bei 61 Cygni) durchgeprobt, sonst aber verworfen, vermutlich, weil es ihm zu ungenau war, δ und ω durch ihren Kosinus zu bestimmen. Auch für den Stern 61 Cygni hat GAUSS, wie es scheint, die Winkel δ und ω zunächst nach der trigonometrischen Methode und erst hinterher, als blosse Rechenkontrolle, noch einmal mittels der Richtungskosinusse berechnet.]



[Figur 11.]

[82] { log R = 9,81310 [laut [63],
 A = 261° 51' 7" S. 471
 D = + 27° 5' 52" unten]

[83] { log tang D = 9,70900
 log cos D = 9,94550
 [tang D . sec (alpha - A) = tang Delta,
 cos Delta . tang (alpha - A) . cosec (delta - Delta) = tang phi,
 tang (delta - Delta) . sec phi = tang theta,
 wo theta die Apexdistanz des Sterns,]
 (und als Rechenkontrolle:]

[84] [sin (alpha - A) . cos D . cosec phi = sin theta.]

[85] { [- 90° <= Delta <= + 90°
 0° <= theta <= 180°]
 [sin (alpha - A) und sin phi haben gleiches Vorzeichen.]
 (omega = psi - psi^0).



[k2] Vergleichung beider Komponenten des Restfehlers (Pekuliargeschwindigkeit *)

Table with columns for Dekade, Σ[(sin ω)²], Σ[(cos ω - R sin θ)²], Übertrag, Σ[(sin ω)²], Σ[(cos ω - R sin θ)²], [Dreissig], Σ[(sin ω)²], Σ[(cos ω - R sin θ)²]. Rows 1-39 with numerical data and some text annotations.

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Fehler zwischen -∞ und -1,0494.e liegt, ist nahe 0,147(±). Man kann also fast 6 gegen 1 wetten, dass

(86) Σ sin(ψ - ψ²)² grösser ist als Σ(cos(ψ - ψ²) - R sin θ)² (±±).

(*) cos ω - R sin θ in Richtung zum Antiapex, sin ω in Richtung senkrecht dazu, (ω = ψ - φ²) beide linear und transversal, in Einheiten der mittleren linearen Eigenbewegung aller 390 Sterne.

(**) Es sei der Restfehler für die i-te Dekade mit w_i bezeichnet; dann ergibt sich

Table with columns for [s7], w_i, Summe, Mittelwert, Abweichung, Σ Quadr., and two columns for 'mittl. Fehler' (m(w) and M(W)). Rows for p1, p2, and p1 - p2.

(***) Unbedeutender Rechenfehler; Richtig wäre hier: Differenz = + 0,367173 = 1,05185.e

(±) 1,0494:√2 = 0,74203; 1 - Φ(0,74203) = 0,1470; Φ(x) = ∫₀ˣ e⁻ᵗ²/√π dt

Die vorerwähnte Berichtigung hätte hier ergeben:

1,05185:√2 = 0,74377; 1 - Φ(0,74377) = 0,1464 statt 0,1470.

(±±) In Wirklichkeit ist allerdings bei 15 von 39 Dekaden das Gegenteil der Fall; sie sind oben mit einem Pfeil gekennzeichnet. Um so auffälliger ist es, dass GAUSS das Ergebnis [86] so stark betont.

[l] (S. 477-480) Zonenweise *) Apexberechnung aus den 390 Äoßer Sternen.

[11] Apices aus den einzelnen Zonendekaden *.)

Large table with columns for Zonen-dekade, [Parallaktische Breite], [Nrn. der Sternliste], [Apex aus zehn Sternen], [log R = Geschwindigkeit der Sonne], [Ω = Mindestwert der Summe der Fehlerquadrate der 10 Sterne], and [Bereich der jährlichen Eigenbewegungen der zehn Sterne]. Rows 1-9 with numerical data and zone labels like [90° 0'], [66° 15'], [43° 50'], [23° 32'], [11° 10'], [0° 0'].

[*) Über die Abgrenzung der fünf «Classen» (parallaktischen Zonen) vgl. die letzte Fussnote auf S. 475.]



(12) Gleichungskoeffizienten *) aus je drei oder mehr Zonendekaden.]

Table with columns for 'Classen', 'Dekade', and various coefficients (Σξ, Ση, Σζ, Σxx, Σyy, Σzz, Σxy, Σyz, Σzx). It lists data for classes I through V and all 390 stars.

Normalgleichungen:
x = cos δ · cos α
y = cos δ · sin α
z = sin δ
h_0 · cos u = sin δ · cos φ^0
h_0 · sin u = sin φ^0
h_0 positiv

(**) Die Schlusszeile liefert für S. 480 aus allen 390 Sternen folgende Koeffizienten:

(59) a = -11,31887 c = -9,45771 e = -148,92764 g = +2,94694 i = +296,29401
b = +217,74888 d = +5,71167 f = +265,95511 h = +85,54618

Table showing 'Classen' and 'Dekaden' with columns for 'in log sin δ' and 'also in Apexdistanz δ' and 'Anzahl der Sterne'.

S. 462-465 ist jedem Stern seine 'Classen' in Spalte 7 als arabische Ziffer beigeschrieben.]

(13) Apices *) aus je drei oder mehr Zonendekaden (**).]

Table with columns for 'Zonendekaden', 'Parallaktische Breite', 'Apex aus m Sternen', 'log R', 'Ω', and 'Bereich der jährlichen Eigenbewegungen'. It lists data for classes I through V and all 390 stars.

(*) Berechnet mittels der Normalgleichungen (S. 478 unten) der GAUSS-BRAVAIS-IRVY'schen Apexmethode aus den auf S. 478 zusammengestellten Gleichungs-Koeffizienten. Beispiel einer Eliminationsrechnung siehe S. 480.]

(**) Zonen-Einteilung nach parallaktischen Zonen ('Classen') siehe S. 478, letzte Fussnote.
(***) Dies das Endergebnis [63] aus allen 390 Aboer Sternen auf Grund der auf Seite 480 abgedruckten Eliminationsrechnung nach der GAUSS-BRAVAIS-IRVY'schen Methode (S. 424 bzw. S. 478 u. 480). Über das frühere Endergebnis [63] aus denselben 390 Sternen nach derselben Methode vgl. S. 444 unten bzw. S. 471 unten.]

(†) Bezeichnet man den Mittelwert der linearen »transversalen« (d. h. zum Visionsradius senkrechten), von der Sonne aus beobachteten Eigenbewegungen der jeweils zur Apexberechnung benutzten Fixsterne mit t, so beträgt die errechnete lineare Geschwindigkeit der Sonne im Raume (Spalte [18] der Tabellen auf S. 469, 471, 477 und 479) = R · t.]



(14) Eliminationsrechnung zu GAUSS letzter Apexberechnung (390 Sterne)

(a) Die Original-Rechnung von GAUSS** nach der GAUSS-BRAVAIS-AIRTSchen Methode (S. 424)

Table with columns for classes (I to V), numerical values, and constants A, D, K. Includes a small table for 'Classe I bis V' and a 'Schlüssel zu obigem Rechenschema von GAUSS'.

(b) Schlüssel zu obigem Rechenschema von GAUSS

Table showing logarithmic relationships between variables b, c, d, a, f, g, h, i, k, Z, Y, X, A, D, R, and their respective logarithmic forms.

(c) Formeln zu obigem Rechenschema von GAUSS

Table of formulas for normal equations, elimination steps, and solar velocity calculations, including equations (I), (II), (III) and their derivatives.

** Aufstellen der Normalgleichungen siehe S. 478.

(**) (ac:b) berechnet GAUSS als Produkt von (a:√b) und (c:√b).

(cc:b) als Quadrat von (c:√b) usw. Die Bezeichnungen a, b, c, ..., e, f, g, h, i, k, h, i, h, i, h, i stehen nicht bei GAUSS. m = Anzahl der Sterne (im Beispiel m = 390).

(***) In X geringfügige, durch Fettdruck hervorgehobene Rechenfehler.

C) BEMERKUNGEN DES BEARBEITERS.

Nach heutigem Sprachgebrauch versteht man unter »Eigenbewegung« (E.-B.) eines Sterns seine Relativbewegung gegen die Sonne; unter »Pekuliarbewegung« seine Relativbewegung gegen das zugrundegelegte Koordinatensystem; unter »Sonnenbewegung« oder »Bewegung des Sonnensystems« die Relativbewegung der Sonne gegen dasselbe Koordinatensystem; und unter »Parallaktischer Bewegung« eines Sterns diejenige Eigenbewegung, die er allein infolge der Sonnenbewegung, bei verschwindender Pekuliarbewegung, hätte. Dabei ist noch zu unterscheiden, ob man die »lineare Bewegung im Raume« meint, oder deren Projektion auf die Sphäre, d. h. auf eine zum Visionsradius senkrechte Projektionsebene (diese Projektion sei im folgenden immer als die »lineare transversale Bewegung« bezeichnet), oder endlich die »anguläre Bewegung« oder »Winkelbewegung«, d. h. den Winkelbetrag der linearen transversalen Bewegung, gemessen von der Sonne aus. »Apexachse« heisst derjenige Durchmesser der Himmelskugel, längs dessen sich die Sonne und das Sonnensystem bewegt; »Apex« und »Antiapex« heissen die Durchstosspunkte der Apexachse mit der heliozentrischen Himmelskugel, und zwar ist die Bewegung des Sonnensystems vom Antiapex zum Apex gerichtet.

»Apexdistanz« und »Antiapexdistanz« eines Sterns ist der von der Sonne aus gemessene Winkelabstand des Sterns vom Apex bzw. vom Antiapex.

»Parallaktischer Äquator« heisst derjenige Grosskreis am Himmel, dessen Ebene auf der Apexachse senkrecht steht, dessen Pole also der Antiapex und der Apex sind.

»Parallaktische Breite« eines Sterns ist der Winkelabstand des Sterns vom parallaktischen Äquator; es ist der Komplementwinkel der Apexdistanz und wird nach dem Apex zu positiv oder nördlich, nach dem Antiapex zu negativ oder südlich gezählt.

»BESSELScher Pol« eines Sterns ist einer der beiden Pole desjenigen Grosskreises auf der heliozentrischen Himmelskugel, auf dem, von der Sonne aus beobachtet, die Eigenbewegung des Sterns vor sich geht; er wird im Einklang mit BEZEL, am deutlichsten durch folgende Schwimmerregel von H. KOBOLD** definiert:

- (1) »Eine in der Richtung der Eigenbewegung mit dem Gesichte dem Mittelpunkte der Sphäre zugewandte schwimmende Figur zeigt mit ausgestreckter Linken auf den BEZELschen Pol.«

Als »günstig« oder »ungünstig« bezeichnet GAUSS einen Fixstern, je nachdem sich der Fixstern, von der Sonne aus beobachtet, dem Antiapex oder dem Apex nähert. (Vgl. etwa S. 409, S. 417, S. 435, S. 437, S. 439, S. 451, S. 454 (letzte Fussnote), S. 465 (Fussnote). Statt »ungünstig« sagt man heute vielfach »rückläufig« oder »retrograd«.

Der »Rang« eines Sterns ist bei GAUSS ein Mass für den Winkelbetrag seiner jährlichen Eigenbewegung im grössten Kreis; in den beiden »Ranglisten« (S. 463—464 für 71 Sterne, S. 462—465 für

** Eine Liste BEZELscher Pole siehe Seite 453, Spalte 6.

** F. W. BEZEL in seinen auf Seite 411 zitierten Fundamenta Astronomiae; H. KOBOLD, Untersuchung der Eigenbewegungen des Auwers-Bradley-Katalogs nach der Besselschen Methode, Nova Acta der kais. Leop.-Carol. deutschen Akademie der Naturforscher, Bd. 64, Nr. 2, S. 221. (Halle 1895.)



390 Sterne) nimmt daher der Fixstern ϵ Cygni die erste Stelle ein. Die Rangliste der 390 Sterne zerschneidet GAUSS in 39 »Dekaden« (S. 442; S. 462—465), die weiterhin als »Rangdekaden« bezeichnet werden sollen, zur Unterscheidung von den sogleich zu nennenden Zonendekaden. Je drei Rangdekaden bilden ein »Dreissig«.

Ein drittes Einteilungsprinzip für die Sterne ist bei GAUSS die Apexdistanz oder deren Komplement, die »parallaktische Breite« der Sterne; durch acht Parallelkreise zum parallaktischen Äquator der heliozentrischen Himmelskugel, die GAUSS in $11^{\circ}19'$, $23^{\circ}32'$, $45^{\circ}50'$ und $66^{\circ}19'$ nördlicher und südlicher parallaktischer Breite gezogen denkt, und Zusammenfassung je zweier zum parallaktischen Äquator symmetrisch gelegener Himmelsstreifen in eine Zone erhält GAUSS im ganzen fünf parallaktische Zonen und nennt die in einer Zone liegenden Sterne eine »Klasse«. Längs des parallaktischen Äquators liegen die Sterne der Klasse V, in der Nähe des Apex oder des Antiapex die Sterne der Klasse I. Als Apex gilt dabei der Ort $261^{\circ}51' : 7'' + 27^{\circ} 5' 52''$ im Äquinox 1792,5 (vgl. etwa S. 456 und S. 478, letzte Fussnote). Bei dieser Einteilung enthält dann Klasse I 30 Sterne, jede der übrigen vier Klassen aber je 90 von den 390 Äboer Sternen. Innerhalb jeder Klasse ordnet GAUSS die Sterne wieder nach ihrem aus der Rangliste, S. 462—465, ersichtlichen Rang und fasst sie wiederum in Dekaden zusammen, die weiterhin »Zonendekaden« genannt werden sollen. Je drei Zonendekaden bilden wieder ein »Dreissig«.

Es erwies sich als nötig, in ausgedehntem Masse auf nachgaussische Arbeiten Bezug zu nehmen, weil GAUSS die beiden Methoden, die wir heute als Methoden von BRAVAIS und AIRY, bzw. von »BESSEL«, KOBOLD und HARZER bezeichnen pflegen, schon im Januar 1822 besessen (vgl. Gleichung [34], S. 424 u. S. 416—418) und letztere 1822 (vgl. Gleichung [27], S. 418), erstere 1828 (S. 442—443) zu umfangreichen Apexberechnungen benutzt hat, ohne etwas darüber zu veröffentlichen. Es erscheint demnach berechtigt, in der Benennung der Methoden zum Ausdruck zu bringen, dass, historisch betrachtet, BRAVAIS und AIRY, KOBOLD und HARZER selbständige Wiedererfinder dieser beiden schon von GAUSS angewandten Methoden zur Apexberechnung gewesen sind. Dementsprechend sind hier für diese beiden modernen Methoden der Apexberechnung die Benennungen »GAUSS-BRAVAIS-AIRYSche Apexmethode« und »GAUSS-KOBOLD-HARZERsche Hauptträgheitsachsenmethode« benutzt.

Bemerkungen zu GAUSS' Brief an OLBERS vom 18. Dezember 1821 (S. 468).

GAUSS erwähnt zunächst seine (leider verloren gegangenen) Vorarbeiten über den Apex aus dem Jahre 1819.

An die Spitze stellt er als Leitmotiv das AIRYSche Postulat (Variationsprinzip): »Der Apex (richtiger gesagt: das Koordinatensystem) soll so gewählt werden, dass von den beobachteten E.-B. möglichst viel durch die Sonnenbewegung wegerklärt wird, oder: »Die Quadratsumme der Pekuliarbewegungen der Sterne soll ein Minimum werden«. In dieser Fassung genügt das AIRYSche Postulat freilich noch nicht; es müssen vielmehr noch Festsetzungen hinzutreten:

a) darüber, ob das Prinzip auf die linearen Bewegungen im Raum angewandt werden soll, oder auf die linearen transversalen Bewegungen, oder auf die angularen Bewegungen oder endlich auf gewisse trigonometrische Funktionen der letzteren;

b) über die Abstände der Gestirne von der Sonne. Denn die Pekuliarbewegung ist gleich der E.-B., abzüglich der parallaktischen Bewegung. Die beiden letzteren sind aber an sich nicht kommensurabel, die E.-B. ist von vornherein nur als Winkelgrösse, die parallaktische Bewegung aber als Streckengrösse gegeben. Man braucht also den Abstand der Sterne, um entweder die E.-B. in lineares Mass, oder die parallaktische Bewegung in Winkelmass umzurechnen.

In seinen nächsten Briefen an OLBERS sucht GAUSS auf diese Fragestellungen a) und b) diejenige Antwort zu finden, zu der sein logisches Gewissen Ja sagen kann. Erst am 29. Januar 1822 erreicht er dies Ziel; im ersten Brief sehen wir nur einen ersten Vorstoss, eine erste Apexdefinition (unten Anm. 4): Sie betrifft die angularen Bewegungen; über die Abstände der Sterne wird so verfügt, dass die transversale Pekuliarbewegung auf der transversalen parallaktischen Bewegung senkrecht steht, also möglichst klein ausfällt. Der Richtungssinn der E.-B. wird bei dieser Definition gar nicht verwandt: GAUSS schliesst darum die »retrograden Sterne« aus, d. h. diejenigen, die sich dem Apex anstatt dem Antiapex nähern. Es ist eine Sackgasse, die er selbst als »unreifes Geschwätz« bezeichnet, und für die er die entsprechenden Rechnungsformeln daher gar nicht erst aufstellt.

Einzelanmerkungen.

1) Diese Preisfrage der Göttinger Societät der Wissenschaften, S. 468, Gott. Gel. Anz. 184. Stück, 4. Dezember 1819, wurde im nächsten Jahre wiederholt, hat aber keinen Bearbeiter gefunden. Vgl. GAUSS' Briefe an OLBERS und ARGELANDER vom 22. Januar 1822, 16. Februar 1828.

2) AIRYSches Postulat, s. oben.

3) GAUSS stellt hier also von vornherein die Schwierigkeiten in den Vordergrund, die gerade die retrograden Sterne bei der Herausarbeitung einer grundsätzlich befriedigenden Definition des Apex der Sonnenbewegung bereiten.

4) GAUSS' erste Apexdefinition lässt sich also etwa so formulieren: Die über sämtliche nicht-retrograden Sterne erstreckte Quadratsumme ihrer zum Grosskreis (Stern-Antiapex) senkrechten E.-B.-Komponenten an der Sphäre soll ein Minimum sein. Die stärksten Sterne, wie ϵ Cygni, erhalten hier also das grösste Gewicht (vgl. jedoch Anm. 8). Über sechs weitere Apexdefinitionen von GAUSS vgl. die Anm. 10, 20, 21, 26 und 31.

5) Zu seinen endgiltigen Formeln für die Apexberechnung gelangt GAUSS in seinen Briefen an OLBERS vom 18. Januar 1822 (Formeln von KOBOLD-HARZER) und vom 29. Januar 1822 (Formeln von AIRY). Später, als er nach langer Pause 1837 seine Untersuchungen wieder aufnimmt, rechnet er nur noch nach den AIRYSchen Formeln, nachdem eine graphisch-abzählende Kontroll-Methode (Anm. 34) zu Gunsten der AIRYSchen Methode entschieden hatte.

6) Diesem Grundsatz, man müsse die retrograden Sterne erst durch sukzessive Näherung herausuchen, um sie dann bei der endgiltigen Apexberechnung auszuschliessen, bleibt GAUSS auch späterhin bei allen Anwendungen der »KOBOLD-HARZERschen Formeln« treu, während er umgekehrt in die »AIRYSchen Formeln« alle beobachteten Eigenbewegungsterne ausnahmslos eingehen lässt.

7) OLBERS holt in seinem Brief an GAUSS vom 29. Dezember 1821 die von GAUSS vermissten näheren Angaben über seine (OLBERS') Apexmethode nach.

7a) Siehe die Ableitung in der Anmerkung 9a).

7b) Siehe die Bestätigung in der Anmerkung 9a).

8) Man beachte GAUSS' Standpunktwechsel um die Jahreswende 1821/22. Am 18. Dezember 1821 hält er es für ein noch nicht vermeidbares Übel, zur Apexdefinition ausser den Richtungen auch die Grössenbeträge der an der Sphäre beobachteten E.-B. mitheranzuziehen; vom 18. Januar 1822 an nimmt er hingegen als Bestimmungsstücke für alle seine Apexdefinitionen ausnahmslos nur noch die Richtungen (Positionswinkel) der beobachteten Eigenbewegungen, nicht mehr Grössenbeträge. Auf die Gefahr, dass beim Vorhandensein systematischer Katalogfehler der benutzten Sternkataloge die beobachteten Eigenbewegungen desto stärker den aus ihnen errechneten Apex der Sonne verfälschen müssen, je kleiner ihr Betrag ist, kommt GAUSS in seinem Briefe an OLBERS vom 5. April 1828 zu sprechen, wo er die



Bemerkungen zu GAUSS' Brief an OLBERS vom 15. Januar 1822 (S. 416).

GAUSS stellt in diesem zweiten Brief ein neues Variationsprinzip für den Apex, nämlich dasjenige von HERRN KOBOLD (siehe das Zitat auf S. 417, sowie die folgende Anm. 10) und gelangt sogleich zu den KOBOLD'schen Apexformeln in der HARZER'schen Fassung. Er befindet sich hier also auf dem Niveau von 1893. Rechnerisch läuft die Methode darauf hinaus, die Hauptträgheitsachsen des Systems der BESSEL'schen Pole (Anm. 10—11) zu berechnen. GAUSS selbst nennt diese Hauptträgheitsachsenmethode später seine »erste Methode«. Er erhält nach ihr bemerkenswerterweise, genau wie KOBOLD, einen dicht am Äquator gelegenen Apex. Aber auch das KOBOLD'sche Variationsprinzip ignoriert den Richtungssinn der einzelnen Eigenbewegungen (KOBOLD 1893); auch diesmal greift GAUSS daher wieder zu dem Gewaltmittel, die widerspenstigen retrograden Sterne einfach auszuschließen. Aber im nächsten Brief reut es ihn schon.

Dann kommt ein theoretischer Abstecher: GAUSS gibt eine Formel an (ohne Beweis), die es gestattet soll, aus der Häufigkeit retrograder Eigenbewegungen bereits einen Rückschluss auf den Betrag der Sonnenbewegung, gemessen an der durchschnittlichen Pekuliargeschwindigkeit der Sterne, zu ziehen. Der Beweis wird in Anm. 15 gegeben.

Der Schlussatz, der das KOBOLD'sche Prinzip anscheinend in Beziehung zum ARNY'schen Prinzip setzen soll, bedarf noch der Aufklärung.

Einzelanmerkungen.

10) GAUSS zweite Definition des Antiapex P lautet demnach (Figur 3, S. 417):

$$(2) \quad \Sigma(\sin PT)^2 = \text{Minimum},$$

wobei die Summe wieder nur über alle nichtretrograden Sterne erstreckt werden soll. Sie bedeutet, dass eine der drei Hauptträgheitsachsen des Systems der BESSEL'schen Pole aller nichtretrograden Sterne auf den Apex zeigt. Unter »BESSEL'schem Pol« (a, d) eines Sterns wird dabei im Anschluss an F. W. BESSEL (*Fundamenta Astronomiae* pro anno 1755 deducta ex observationibus ... JAMES BRADLEY ... 1750—1762 institutis, Regiomonti 1818, Seite 310) derjenige Pol des Grosskreises der beobachteten Eigenbewegung eines Sterns an der Sphäre verstanden, von dem aus gesehen die beobachtete E.-B. des Sterns von rechts nach links vor sich geht. BESSEL hat a. a. O. für 71 Sterne (a, δ) aus deren beobachteten E.-B. $\Delta\alpha, \Delta\delta$ deren BESSEL'sche Pole (a, d) nach folgenden Formeln berechnet:

$$(3) \quad \begin{cases} \Delta\delta = \Delta s \cdot \cos\psi \\ \cos\delta \cdot \Delta\alpha = \Delta s \cdot \sin\psi \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \sin d = \cos\delta \cdot \sin\psi \\ \cos(a-d) = -\text{tang}\delta \cdot \text{tang}d. \end{cases}$$

Vgl. hierüber die Tabelle der BESSEL'schen Sterne und ihrer Pole S. 453—454 und Anm. 12.

Sieht man davon ab, dass GAUSS die Summe (2) grundsätzlich nur über die (erst durch wiederholte Näherung zu ermittelnden) nichtretrograden Sterne erstreckt wissen will, so erkennt man seine zweite Apexdefinition als gleichbedeutend mit der Apexdefinition von KOBOLD und HARZER, vgl. besonders E. ANDING, *Kritische Untersuchung über die Bewegung der Sonne durch den Weltraum*, I, München 1901, Seite 44. ANDING, l. c. S. 45, macht auch auf die Verwandtschaft dieser (GAUSS-)KOBOLD-HARZER'schen Definition des Apex,

$$(5) \quad \Sigma(\sin PT)^2 = \text{Minimum},$$

mit der Definition ARGELANDERS von 1837, nämlich

$$(6) \quad \Sigma(\Delta\psi' \cdot \sin\gamma_0)^2 = \text{Minimum}$$

aufmerksam ($\gamma_0 = SP =$ Distanz des Sterns S vom Antiapex P , Figur 3, S. 417), aus der man die GAUSS-KOBOLD'sche Definition erhält, wenn man den Positionswinkel $\Delta\psi' = \sphericalangle TSP$ der beobachteten E.-B. eines Sterns an der Sphäre, bezogen auf die Richtung seiner parallaktischen Bewegung, durch seinen Sinus ersetzt.

In seinen Briefen an OLBERS vom 22. und 29. Januar 1822 sucht GAUSS seine zweite Definition des Apex durch Mitberücksichtigung der retrograden Sterne zu veredeln, ohne diesen jedoch Gleichberechtigung mit den nichtretrograden Sternen zuzugestehen.

Über ARGELANDERS Arbeit urteilt GAUSS in seinem Briefe vom 16. Februar 1838 an ARGELANDER höflich, in dem vom 5. April 1838 an OLBERS jedoch recht abfällig. Diese Kritik betrifft indessen wohl nicht ARGELANDERS Methode, sondern nur die mangelnde Sorgfalt ihrer Durchführung.

11) GAUSS Werke, Bd. III, S. 331—335 (Determinatio attractionis).

Zu seiner Hauptträgheitsachsenmethode (»ersten Methode«) für die Ermittlung des Apex benutzt GAUSS — wie sich aus seinen nachgelassenen Papieren, insbesondere aus einer Belegstelle in Handbuch Bf (Nr. 21), S. 41—42, vgl. Anm. 13) rekonstruieren liess, genau dasselbe Formelschema, wie P. HARZER l. J. 1893, vgl. über letzteres *Astron. Nachr.* Bd. 133 (1893), Nr. 3173, S. 81, oder E. ANDING *Kritische Untersuchungen* ... (vgl. Anm. 10) (1901), Seite 41. GAUSS wie HARZER berechnet eine der drei reellen Wurzeln λ der kubischen Gleichung

$$(7) \quad \begin{vmatrix} \Sigma xx - \lambda & \Sigma xy & \Sigma xz \\ \Sigma xy & \Sigma yy - \lambda & \Sigma yz \\ \Sigma xz & \Sigma yz & \Sigma zz - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

und löst alsdann die linearen homogenen Gleichungen

$$(8) \quad \begin{cases} X \cdot \Sigma xx + Y \cdot \Sigma xy + Z \cdot \Sigma xz = X \cdot \lambda \\ X \cdot \Sigma xy + Y \cdot \Sigma yy + Z \cdot \Sigma yz = Y \cdot \lambda \\ X \cdot \Sigma xz + Y \cdot \Sigma yz + Z \cdot \Sigma zz = Z \cdot \lambda \end{cases}$$

nach X, Y, Z auf. Hier bedeuten, auf der zum Beobachter (zur Sonne) konzentrischen Einheitskugel

$$(9) \quad X = \cos D \cdot \cos A, \quad Y = \cos D \cdot \sin A, \quad Z = \sin D$$

die rechtwinkligen kartesischen Koordinaten des gesuchten Antiapex (A, D), und

$$(10) \quad x = \cos d \cdot \cos a, \quad y = \sin d \cdot \sin a, \quad z = \sin d$$

die rechtwinkligen kartesischen Koordinaten des in Anm. 10 definierten »BESSEL'schen Pols« (a, d) eines Sterns.

Das Grundsätzlich-Besondere ist hier wieder, dass GAUSS die Summe nur über die nichtretrograden Sterne erstreckt haben will. Wir sehen ihn daher das angegebene Rechenschema in wiederholten Näherungen anwenden (vgl. Anm. 13), jeweils unter Ausschliessung der in bezug auf den letzterrechneten Antiapex retrograden Sterne.

12) GAUSS ordnet die 71 BESSEL'schen E.-B.-Sterne, d. h. diejenigen Sterne, welche BESSEL in seinen *Fundamenta Astronomiae* (l. c. Anm. 10) S. 310 zusammengestellt hat, nach abnehmendem Betrag der beobachteten Eigenbewegung um. Ueber den Zweck dieser Umgruppierung äusserst er sich hier nicht; vermutlich geschieht sie hier aus denselben Erwägungen, denen er in seinem Brief an OLBERS vom 5. April 1838 Ausdruck gibt. Die im Nachlass vorhandene Liste ist auf S. 453—454 abgedruckt, wobei die Spalten 3—9 vom Bearbeiter hinzugefügt sind. Spalte 1 gibt die laufende Nummer, unter der GAUSS selbst den in Spalte 2 genannten Stern führt, die Spalten 3 bis 6 sind BESSEL's *Fund. Astr.* entnommen, und zwar: die Spalten 3 und 4, welche die laufende Nr. bei BRADLEY sowie die Koordinatendifferenzen (PIAZZI minus BRADLEY nach



BESSELS Berechnung] angeben, den Seiten 138 bis 281 des genannten Werks; die Spalten 5 und 6 dagegen (45 facher Betrag der jährlichen E.-B., sowie Rektensionen a und Deklination d des in Anmerkung 10 definierten »BESSEL'Schen Pols« des Sterns im Äquinnox 1777,5) gleichfalls nach BESSELS Rechnung aus Seite 310 der *Fund. Astronomiae*. Als 8. und 9. Spalte ist noch jedem Stern seine Nummer in den Katalogen von ARGELANDER und BOSS beigezsetzt (560 *stellarum fixarum positiones mediae ineunte anno 1830 ex observationibus Aboae habitis deductis* . . . FREDR. GUIL. AUG. ARGELANDER, Helsingforsiae 1835 und *Preliminary General Catalogue of 6166 stars for the epoch 1900* . . ., prepared . . . by LEWIS BOSS, Washington 1910).

13) Wie sich aus GAUSS' Briefen vom 15. und 22.—23. Januar 1822 ergibt, rechnet er nach seiner »Ersten Methode« (KOBOLD-HARZERS Hauptträgheitsachsen-Methode) drei sukzessive Näherungen, über deren Ergebnisse sich nur noch folgendes aus dem Nachlass feststellen lässt:

Näherung	Anzahl der benutzten Sterne	Apex	Anzahl der in bezug auf nebenstehenden Apex retrograden Sterne
Erste	70	$259^{\circ}40' - 3^{\circ}49'$	29 von 71 Sternen
Zweite	49 *)	$261^{\circ}21'51'' - 1^{\circ}24'30''$?
Dritte	59 **)	?	?

Die Originalrechnungen zu den beiden ersten Näherungen, auf je einem losen Folioblatt im Nachlass befindlich, enthalten für jeden Stern die sechs Produkte zx bis yz auf sieben (!) Dezimalen; die in Anm. 11 erwähnte Belegstelle in GAUSS' Handbuch No. 21, S. 41—42 ist eine auf fünf Dezimalstellen gekürzte Reinschrift der zweiten Näherung. Ein Begleitzettel zum Manuskript zur ersten Näherung trägt auch Notizen zur dritten Näherung, doch ohne deren Ergebnisse.

14) Über diese andere Formel siehe S. 431—432. Dass im Nenner der Formel auf S. 431 $4 \sin \varphi$ anstatt $2 \sin \varphi$ stehen muss, geht aus der folgenden Anmerkung 15 (Gleichung 16) hervor; die Formel ist auch im Briefe an ARGELANDER, S. 437, richtig angegeben; die Formeln auf Seite 432 entsprechen der Gleichung (11) der Anm. 15, in der die Apexdistanz mit χ statt A bezeichnet ist.

15) GAUSS' Formel für die Wahrscheinlichkeit retrograder Sterne.

Da sich im Nachlass ausser der in Anm. 14 erwähnten Notiz nichts über die Herleitung der GAUSS'schen Formel für die Wahrscheinlichkeit retrograder Sterne findet, so soll nachstehend versucht werden, eine Rekonstruktion des GAUSS'schen Gedankengangs zu geben.

Annahmen: GAUSS setzt die Pekuliargeschwindigkeit der Sonne gleich eins; von den Sternen bekannter Eigenbewegung macht er die vereinfachende Annahme, dass ihre Pekuliargeschwindigkeiten alle denselben Betrag a haben und sich nur durch ihre räumliche Richtung unterscheiden, und zwar nimmt er weiterhin an, dass — an jeder Stelle des Kosmos für sich betrachtet — die Pekuliargeschwindigkeiten der dort befindlichen Sterne nach allen Richtungen des Raums gleichförmig gestreut seien.

*) $71 - 23 + 1 = 49$ Sterne, da GAUSS den Stern No. 64 (5 Serpentis) erst nachträglich als retrograd erkannt hat; die 23 retrograden Sterne sind in der Tabelle S. 452, 454 mit R gekennzeichnet.

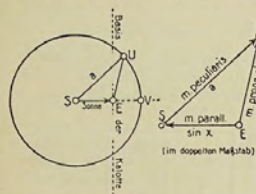
**) $71 - 12 = 59$ Sterne. Ausgeschlossen sind zwölf in bezug auf den Apex $266^{\circ}15' + 34^{\circ}48'$ retrograde Sterne, ein dreizehnter ist übersehen, vgl. Anm. 23.

Fragestellung: Wie gross ist unter den genannten Annahmen die Wahrscheinlichkeit, dass ein Stern, von der bewegten Sonne aus beurteilt, an der Himmelskugel »retrograd« (Figur 1, S. 409), d. h. unter spitzem Winkel mit dem vom Stern zum Apex der Sonne führenden Grosskreisbogen, zu laufen scheint?

Die Antwort, die GAUSS auf diese Fragen gibt, ist in den nachstehenden Formeln (11), (12) und (16) enthalten, und zwar gilt (11) speziell für einen Stern von der Apexdistanz χ , (15) und (16) aber im Durchschnitt über die ganze Himmelskugel, wobei die Sterne, auf die sich der Durchschnittswert beziehen soll, als gleichförmig über die ganze Himmelskugel verstreut vorgestellt werden.

a) Die Formel (11) wird durch folgende Betrachtung erhalten, die sich auf einen bestimmten Stern von der Apexdistanz χ bezieht:

Die Pekuliargeschwindigkeit der Sonne zerlegt man in die beiden Komponenten $\cos \chi$ und $\sin \chi$ parallel und senkrecht zum Visionsradius des Sterns; die letztere Komponente wird in der Zeichnungsebene, die auf dem Visionsradius senkrecht stehen soll, durch einen Pfeil SE von der Länge $\sin \chi$ dargestellt.



Dann ist ES die parallaktische Verschiebung des Sterns an der Sphäre, siehe nebenstehende Figuren. Die Pekuliargeschwindigkeit des Sterns, die nach Voraussetzung die Länge a hat, ist durch irgend einen Radius SU der um S als Mittelpunkt geschlagenen Kugel vom Durchmesser $2a$ gegeben. Offensichtlich ist der Stern S dann und nur dann retrograd, wenn SEU ein stumpfer Winkel ist, da ja der Vektor EU die beobachtbare Eigenbewegung des Sterns S darstellt.

E entweder ist nun

$$a \leq \sin \chi;$$

dann liegt E keinesfalls innerhalb der Kugel um S , der Stern S ist in diesem Fall also sicher nicht retrograd; oder aber es ist

$$a > \sin \chi;$$

dann liegt E im Inneren der Kugel um S , und SEU ist allemal dann ein stumpfer Winkel, wenn der Punkt U auf der Oberfläche der Kugelkante liegt, deren Höhe $EV = a - \sin \chi$.

Der Flächeninhalt dieser Kugelkante, in Teilen der vollen Kugeloberfläche, ist durch die Formel

$$(11) \quad \frac{a - \sin \chi}{2a}, \quad \text{sofern } a \geq \sin \chi,$$

gegeben. Es ist dies der Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmter Stern unter der Bedingung $a \geq \sin \chi$ eine retrograde Bewegung zeigt; im Falle $a < \sin \chi$ ist diese Wahrscheinlichkeit gleich Null.

b) Für die ganze Himmelskugel ist daher die Wahrscheinlichkeit einer retrograden Bewegung durch das bestimmte Integral

$$(12) \quad x = \int_0^\varphi \frac{a - \sin \chi}{2a} \sin \chi \cdot d\chi$$

gegeben; im Falle $a \geq 1$ ist die obere Grenze $\varphi = \frac{\pi}{2}$ zu setzen,

im Falle $a \leq 1$ dagegen aus der Gleichung

$$(13) \quad \sin \varphi - a = 0 \quad \left(0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \right)$$



zu berechnen, da im letzteren Falle (siehe nebenstehende Figur) ein zwischen $\chi = \varphi$ und $\chi = 180^\circ - \varphi$ gelegener »parallaktischer Äquatorgürtel« keine retrograden Sterne enthalten kann. Die Auswertung des Integrals (12) ergibt in jedem Falle

$$(14) \quad \frac{1}{2} \frac{\varphi}{4a} - \frac{1}{2} \cos \varphi + \frac{\sin 2\varphi}{8a^2},$$

also im Falle $a \geq 1$

$$(15) \quad x = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{8a} \quad \text{oder} \quad a = \frac{\pi}{4 - 8x}.$$

im Falle $a = \sin \varphi \leq 1$ hingegen, die Formel S. 431 berichtigend,

$$(16) \quad x = \frac{1}{2} - \frac{\varphi}{4 \sin \varphi} - \frac{1}{4} \cos \varphi.$$

Diese beiden Endformeln für die Wahrscheinlichkeit retrograder Sterne werden von GAUSS explizit richtig in seinem Brief vom 16. Februar 1828 an ARGELANDER, S. 437, angeführt, er hat ihnen also noch 16 Jahre nach ihrer Aufstellung Interesse beigelegt. Aus ihnen ergibt sich folgende Tabelle für den zu erwartenden Prozentsatz x retrograder Sterne:

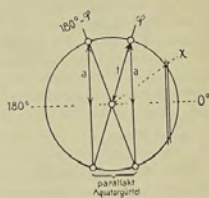
a	x in %	a	x in %	a	x in %
0.0	0.0	0.7	4.5	1.4	22.0
0.1	0.1	0.8	6.0	1.5	23.8
0.2	0.4	0.9	8.0	1.6	25.5
0.3	0.7	1.0	10.7	1.7	26.9
0.4	1.3	1.1	14.3	1.8	28.2
0.5	2.2	1.2	17.3	1.9	29.3
0.6	3.2	1.3	19.8	2.0	30.4

16) Woran hat GAUSS bei dieser auffälligen Schlussbemerkung wohl gedacht? Er kommt später nicht mehr darauf zurück.

Bemerkungen zu GAUSS' Brief an OLBERS vom 22. Januar 1822, S. 419:

Im dritten Brief stellt GAUSS eine dritte, eine vierte und eine fünfte Apexdefinition auf. Die dritte Definition (Ann. 20) enthält ein diskontinuierliches Definitionsprinzip, nämlich die Mindestanzahl retrograder Sterne; ihre Durchführung verschiebt GAUSS jedoch auf den nächsten Brief (vgl. Ann. 34).

Mit der vierten Definition (Ann. 21) kehrt er endlich zum AIRYSCHEN Variationsprinzip zurück. Über die Abstände der Sterne verfügt er dabei (ohne es auszusprechen) so, dass alle Sterne gleiche lineare transversale E.-B. haben; man erkennt das daran, dass er die Richtungskosinus A, B, C dieser linearen transversalen E.-B. einführt und über sie summiert. Die Richtung zum Antiapex erhält er durch Superposition dieser Richtungskosinus (Formel (23)). Dies läuft allerdings darauf hinaus, die Pekuliarbewegung gleich der linearen transversalen Eigenbewegung, abzüglich der linearen räumlichen parallaktischen Bewegung zu setzen. Im nächsten Brief reut GAUSS bereits diese Inkonsistenz, und er verdrängt dort seine vierte Definition durch die AIRYSCHER Methode.



Dann handelt es sich für GAUSS noch darum, das Paradoxon aufzuklären, dass der nach KOBOLDS Methode berechnete Apex so dicht beim Äquator liegt. Er vermutet den Grund hierfür in seiner Ausschliessung der retrograden Sterne und hofft auf ein besseres Ergebnis, wenn er das KOBOLDSCHER Variationsprinzip durch Zusatzglieder veredelt, die sich speziell auf die retrograden Sterne beziehen. So gelangt er zu einer fünften Definition (Ann. 26), und im nächsten Brief zu einer sechsten; aber es ist wohl eine Sackgasse; GAUSS verzichtet darauf, Rechnungsformeln für die fünfte und sechste Definition aufzustellen, und die dritte Definition, durch die Mindestanzahl retrograder Sterne, tritt wieder in den Vordergrund.

Einzelanmerkungen:

17) Das von GAUSS angegebene Abzählresultat, wonach von 71 Sternen 48 nach Süden und nur 23 nach Norden sich bewegen, lässt sich nicht ohne weiteres nachprüfen, da die vom Bearbeiter hinzugefügte Spalte 7 der Tabelle auf S. 453/454 ein etwas abweichendes Resultat ergibt: 47 Sterne laufen nach Süd, 24 nach Nord.

18) Aus Misstrauen gegen seine erste (KOBOLD-HARZERSCHE) Methode tut GAUSS nun die ersten tastenden Schritte in Richtung nach seiner zweiten (AIRYSCHEN) Methode, die er dann eine Woche später (29. Januar 1822) in fertiger Formulierung besitz.

19) Der Punkt Q , den GAUSS hier jedem E.-B.-Stern an der Sphäre zuordnet, ist von ihm dadurch definiert, dass er auf dem Grosskreis der E.-B. des Sterns 90 Grad vor dem Stern voraus liegen soll. Mit anderen Worten: Der von der Sonne nach dem Punkte Q gerichtete Vektor soll parallel und gleichgerichtet sein zu der beobachteten (zum Visionsradius senkrechten Komponente der) E.-B. des Sterns. Um die Punkte Q für die 71 Besselschen Sterne zu berechnen, geht GAUSS nicht auf deren E.-B. selbst zurück, sondern auf die bereits von BESSEL berechneten »BESSELSCHEN POLES« dieser Sterne (vgl. Ann. 10), indem er sich den Umstand zunutze macht, dass die Vektoren von der Sonne zum Stern selbst, zu seinem BESSELSCHEN Pol und zu seinem Punkte Q , auf einander senkrecht stehen. Die von GAUSS hierbei benutzten Rechnungsformeln sind nicht ersichtlich. Sechzehn Jahre später, als er dieselbe AIRYSCHER Methode auf die 390 ARGELANDERSCHEN Sterne anwendet (vgl. Brief an OLBERS vom 5. April 1838, S. 441), bedient er sich zur Berechnung der Punkte Q der nachfolgenden (vom Bearbeiter aus den im Nachlass vorhandenen Zwischenrechnungen rekonstruierten) Formeln (18) bis (21), in denen α, δ die Koordinaten eines Sterns, ϵ_0, δ_0 bzw. $\Delta\epsilon, \psi$ seine beobachtete E.-B., $180^\circ + \alpha - u$ und ρ die gesuchte Rektaszension und Deklination des Punktes Q bezeichnen:

$$(18) \quad \epsilon_0 \cos \delta = \Delta\epsilon \sin \psi$$

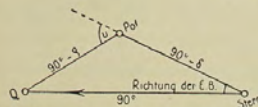
$$(19) \quad \epsilon_0 = \Delta\epsilon \cos \psi \quad \left. \begin{array}{l} (18) \\ (19) \end{array} \right\} \text{hieraus } \Delta\epsilon \text{ und } \psi,$$

$$(20) \quad \text{tang } u = \frac{\sin \psi}{\sin \delta \cos \psi} \quad \left. \begin{array}{l} (20) \\ (21) \end{array} \right\} \text{hieraus } u \text{ und } \rho. \quad (\psi = \text{Winkel am Stern in der Figur.})$$

$$(21) \quad \cos \rho = \frac{\sin \psi}{\sin u}$$

Die Formeln (20) und (21) sind die Fundamentalformeln für das Quadrantendreieck mit den Ecken: Punkt Q , Himmelspol, Stern. u ist in diesem Dreieck der Aussenwinkel am Pol (siehe nebenstehende Figur).

Um Anschluss an die AIRYSCHER Darstellungsform zu erhalten, seien noch die kartesischen Koordinaten A, B, C des Punktes Q mittels der Formeln (18) bis (21) durch die Koordinaten α, δ des Sterns und seine E.-B.-





An zweiter Stelle arbeitet GAUSS aus seiner dritten Apexdefinition (Mindestzahl retrograder Sterne) jetzt ein hübsches und einleuchtendes, in der praktischen Durchführung freilich schwerfälliges graphisch-statistisches Verfahren heraus: durch Abzählungen im Netz der durch jeden Stern senkrecht zu seiner E.-B. gelegten Grosskreise (Ann. 34) gewinnt er nämlich ein bestimmtes sphärisches Viereck am Himmel als wahrscheinlichsten Bereich für den Antiapex. Dies Ergebnis erachtet er als principiell so wichtig, dass er es nicht nur OLBERS, sondern auch A. V. HUMBOLDT und ARGELANDER mitteilt (Ann. 35).

Drittens erfindet GAUSS nun die AIRYSche Methode. Sie ergibt sich ihm vermutlich durch Anwendung des AIRYSchen Variationsprinzips auf die linearen transversalen Bewegungen der Sterne. Über die Abstände der Sterne von der Sonne verfügt er allerdings etwas abweichend von AIRY. Er setzt nämlich — wie man annehmen muss; er spricht sich selbst leider nicht darüber aus — gerade so wie früher bei seiner vierten Apexdefinition, die linearen transversalen E.-B. aller Sterne ihrem Betrage nach gleich einer Konstanten (die in Ann. 36, Formel (38) mit t bezeichnet ist) und operiert dementsprechend auch hier wieder mit der Summe der Richtungskosinus A , B und C der linearen transversalen Eigenbewegungen der Sterne.

Die Normalgleichungen erscheinen bei GAUSS weit durchsichtiger als bei AIRY (Ann. 36), nämlich in kartesischen statt in Polarkoordinaten. Man sieht sofort, dass in den Normalgleichungen als Koeffizienten der Unbekannten die Trägheits- und Deviationsmomente des Sternsystems auftreten, und begreift, warum das so sein muss.

An vierter Stelle sei hier noch auf eine von GAUSS hergeleitete Formel für die Häufigkeitsfunktion der Positionswinkel der Eigenbewegungen der Sterne (Ann. 38) hingewiesen, die auf Seite 438 abgedruckt und bewiesen ist. Sie findet sich zwar nicht im Originalbrief, wohl aber in einer im Nachlass vorhandenen Abschrift desselben vor und zwar ohne Beweis und ohne Anwendung. Vielleicht hat sie GAUSS erst um 1838 dort nachgetragen.

Einselnmerkungen:

31) GAUSS wiederholt hier seine Figur von S. 417 und wählt für den Fusspunkt des vom Antiapex P auf den Grosskreis der Eigenbewegung eines Sterns gefällten Lotes die Bezeichnung Q , die hier aus den in der Fussnote S. 416 erörterten Gründen in T abgeändert wurde.

Über diese sechste Apexdefinition, nämlich das Variationsprinzip

$$\sum \sin TP^2 + \sum \sin SP^2 = \text{Minimum},$$

in dem sich die zweite Summation nur über die retrograden Sterne, die erste Summation nur über die übrigen Sterne erstrecken soll, vergleiche man das in Ann. 26 Gesagte. Indem GAUSS hier aus der fünften Apexdefinition die Anzahl n der retrograden Sterne herausnimmt und durch die Quadratsumme der Sinus der Antiapexdistanzen SP der retrograden Sterne ersetzt, gibt er nicht nur dem einzelnen retrograden Stern das seiner Antiapexdistanz entsprechende Gewicht, sondern beseitigt auch die Diskontinuität, die der fünften Apexdefinition anhaftete.

32) Die Namen dieser in bezug auf den Apex $266^{\circ}18' + 34^{\circ}45'$ retrograden Sterne siehe in Ann. 23.

33) Dasselbe sphärische Viereck als wahrscheinlichsten Bereich für den Antiapex, das GAUSS hier am 29. Januar 1822 OLBERS mitteilt, hat er, wenn ENCKE richtig berichtet (vgl. S. 445), im Jahre 1828 auch in seinem Brief an A. V. HUMBOLDT und am 16. Februar 1838 in seinem Brief an ARGELANDER (vgl. S. 435) genau angeführt; er kommt auch noch am 27. Oktober 1847 in seinem Brief an H. C. SCHUMACHER (vgl. S. 448) auf das genannte Viereck zurück; ferner ist eine Andeutung in GAUSS' Brief vom 15. November 1822 an BESSLER anscheinend auf das genannte Viereck zu beziehen (Ann. 46). Aus alledem erhellt die grosse Wichtigkeit, die GAUSS gerade dieser graphisch-abzählenden Methode der Apex-

bestimmung beigelegt hat; um so bedauerlicher ist es, dass sich im Nachlass darüber weiter nichts vorfindet, als die Originalzeichnung (vgl. die folgende Anmerkung) ohne erläuternden Text.

34) Abzählende graphische Methode der Apexbestimmung von GAUSS.

Man vergleiche hierzu das Zeichnungsblatt von GAUSS (Figur 9, S. 452).

GAUSS benutzte die freie Rückseite eines Sonderabdrucks der in GAUSS' Werken, Bd. VI, S. 246 erwähnten, im 9. Bande von V. ZACHS »Monatlicher Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde«, Gotha, März 1804 von HARDING nach einer Ephemeride von GAUSS veröffentlichten Karte vom »Lauf der Ceres vom 30. April 1804 bis 19. Januar 1805«. In diese Cereskarte ist handschriftlich mit roter Tinte auch noch der Lauf der Juno vom 9. September 1804 bis 19. Januar 1805 eingezeichnet. Diese Ceres-Juno-Karte trägt dazu den Randvermerk »Betreffend die eigene Bewegung der Fixsterne. Januar 1822«. Auf der Rückseite dieses Kartenblatts befindet sich die Zeichnung, mittels der GAUSS das angegebene Viereck als wahrscheinlichsten Ort für den Antiapex ermittelt hat.

Besonders zu beachten ist:

A) Das von GAUSS in der genannten Figur angewandte Projektionsverfahren.

Das Verfahren von GAUSS stützt sich darauf, dass er zuvor schon einen genäherten Ort für den Antiapex P nach anderen Methoden gefunden hatte, nämlich $86^{\circ},3$ Rektaszension, $-34^{\circ},8$ Deklination (Ann. 22). Es kommt mithin nur noch darauf an, die nähere Umgebung dieser Stelle nach einem besseren Antiapex abzusuchen. Diese nähere Umgebung ist in der Zeichnung dargestellt, und zwar ist der Mittelpunkt P der Zeichnung der genäherte Ort des Antiapex, in dem die Zeichnungsebene die Himmelskugel berührt. Die Umgebung von P ist vom Kugelmittelpunkt aus auf die Zeichnungsebene projiziert. Die Himmelskugel hat einen Radius von 25 englischen Zoll = 635 mm. Dies gilt nur für die Originalzeichnung; in der Reproduktion, S. 452, ist ihr Massstab verkleinert.

B) Die zwölf geradlinigen Transversalen in Figur 9.

Jede Transversale entspricht einem bestimmten Stern, nämlich demjenigen, dessen Name ihr beige-schrieben ist und trägt auf einer Seite eine Schraffurierung durch einige dem Namen gegenüber angebrachte kurze Striche. Die Transversale ist das Abbild desjenigen Grosskreises der Himmelskugel, der durch den Stern selbst geht und auf seiner beobachteten E.-B.-Richtung senkrecht steht. Der Stern durchsetzt demnach infolge seiner Eigenbewegung seine Transversale rechtwinklig, und zwar ist die Schraffurierung so gewählt, dass er dabei von der nichtschraffierten Seite auf die schraffierte Seite seiner Transversalen übertritt. Für einen irgendwo in der Figur, beispielsweise im Punkte N willkürlich angenommenen hypothetischen Antiapex N sind dann alle diejenigen Sterne »günstig«, deren Transversalen dem Punkte N ihre schraffierte Seite zukehren; denn sie alle nähern sich ihm; umgekehrt sind alle diejenigen Sterne ungünstig für den Antiapex N , auf deren nichtschraffierter Transversalenseite N liegt; denn sie alle entfernen sich von ihm. Die Figur fasst nur die Transversalen von zwölf Sternen; die der übrigen 59 Sterne bleiben nämlich ganz ausserhalb des Bereichs der Zeichnung, und GAUSS hat sich irgendwo davon Rechenschaft gegeben, dass unter diesen 59 nicht eingezeichneten Sternen genau neun sind, die sich infolge ihrer beobachteten E.-B. vom Bereich seiner Figur entfernen, also als ungünstig in die Wag-schale fallen gegen jeden im Bereich der Zeichnung angenommenen hypothetischen Antiapex.

C) Die Abzählung der retrograden Sterne in Figur 9.

Dem in der Zeichnung angegebenen Punkt N kehren zum Beispiel fünf Transversalen ihre nichtschraffierte Seite zu, nämlich diejenigen von γ Herculis, δ Aquilae, τ Cygni, π Cancri, α Aquilae; dazu kommen die vorerwähnten neun immer ungünstigen Sterne γ Draconis, ζ Sagittae, δ' Cygni, δ Piscium, ζ Draconis, β Virginis, ϵ Eridani, δ Eridani, τ Ceti. Im ganzen sind demnach in bezug auf den Punkt N als Antiapex $9 + 5 = 14$ Sterne retrograd. GAUSS setzt dementsprechend in dasjenige Teilpolygon seiner Figur, das



den Punkt N in sich enthält, die Zahl 14 ein. In entsprechender Weise zählt er für alle Teilpolygone seiner Figur die Anzahl der retrograden Sterne ab, schraffiert die Polygone mit nur zwölf retrograden Sternen und entdeckt schliesslich das von ihm doppelt schraffierte Viereck mit nur elf retrograden Sternen. Den Umstand, dass am Rande seiner Figur schon allenthalben Polygone mit 13 bis 17 retrograden Sternen auftreten, hat er vielleicht im Auge gehabt, als er am 15. November 1822, S. 427, an BESSEL schrieb, die eigene Bewegung der Sonne scheine sich doch „ziemlich prononciert“ zu zeigen. Wie die Figur lehrt, treten für das ausgezeichnete Viereck zu dem schon genannten festen Stamm von neun ungünstigen Sternen nur die folgenden beiden Sterne als ungünstig neu hinzu: 10 Herculis und 33 Virginis. Am Rande seiner Zeichnung hat GAUSS angemerkt:

Hier bleiben ungünstig

(27)	}	20	30	Herculis
		52	33	Virginis
		51	γ	Draconis
		53	[15 z	Sagittae]
		67	[b'	Cygni]
		59	[54	Piscium]
		6	[σ	Draconis
		30	[β	Virginis]
		19	[ε	Eridani]
		28	[β	Eridani]
5	[τ	Ceti]		

Die laufenden Nummern, mit deren Angabe sich GAUSS in der vorstehenden Tabelle bei den letzten acht Sternen begnügt, entsprechen ihrer laufenden Nummer in der S. 453–454 gegebenen Tabelle der BESSEL'schen Sterne.

35) Unter z Sagittae ist bei GAUSS 15 Sagittae zu verstehen, vgl. die Fussnote S. 454.

36) Die AIRYSche Methode bei GAUSS.

a) Variationsprinzip der AIRYSchen Apexmethode. Fehlergleichungen von AIRY.

Das AIRYSche Prinzip lautet:

Die Quadratsumme aller linearen transversalen (d. h. zum Visionsradius senkrechten) Pekuliargeschwindigkeiten der Sterne soll ein Minimum sein.

Dieses Prinzip übersetzt AIRY (in seiner S. 506 zitierten Abhandlung, S. 149) in die folgenden Fehlergleichungen

$$(28) \begin{cases} \sin z \cdot X - \cos z \cdot Y + r \cdot \epsilon_z \cdot \cos \delta = \text{lineare Pekuliargeschwindigkeit im Parallel} \\ \sin \delta \cdot \cos z \cdot X + \sin \delta \cdot \sin z \cdot Y - \cos \delta \cdot Z + r \cdot \epsilon_z = \text{lineare Pekuliargeschwindigkeit in Deklination.} \end{cases}$$

Hier sind diejenigen Terme weggelassen, die von AIRY zur Mithinberücksichtigung etwaiger systematischer Katalogfehler eingeführt werden. Ferner bedeutet $-X, -Y, -Z$ die gesuchte lineare Eigengeschwindigkeit der Sonne in kartesischen Koordinaten, $z, \delta, \epsilon_z, \epsilon_\delta$ Ort und E.-B. eines Sterns an der Sphäre, r den Abstand des Sterns von der Sonne, also die Länge des Visionsradius.

b) Normalgleichungen in Polarkoordinaten α, δ der Sterne (nach AIRY).

Indem AIRY in bekannter Weise die partiellen Ableitungen der Quadratsumme der Fehlergleichungen (28) nach X, Y, Z gleich Null setzt, erhält er (a. a. O. S. 151) folgende Normalgleichungen:

$$(29) \begin{cases} +X \cdot \Sigma (\sin^2 \alpha + \sin^2 \delta \cdot \cos^2 \alpha) - Y \cdot \Sigma \cos^2 \delta \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - Z \cdot \Sigma \sin \delta \cdot \cos \delta \cdot \cos \alpha \\ \quad + \Sigma r \cdot \sin \alpha (\epsilon_z \cdot \cos \delta) + \Sigma r \cdot \sin \delta \cdot \cos \alpha \cdot \epsilon_\delta = 0 \\ -X \cdot \Sigma \cos^2 \delta \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + Y \cdot \Sigma (\cos^2 \alpha + \sin^2 \delta \cdot \sin^2 \alpha) - Z \cdot \Sigma \sin \delta \cdot \cos \delta \cdot \sin \alpha \\ \quad - \Sigma r \cdot \cos \alpha (\epsilon_z \cdot \cos \delta) + \Sigma r \cdot \sin \delta \cdot \sin \alpha \cdot \epsilon_\delta = 0 \\ -X \cdot \Sigma \sin \delta \cdot \cos \delta \cdot \cos \alpha - Y \cdot \Sigma \sin \delta \cdot \cos \delta \cdot \sin \alpha + Z \cdot \Sigma \cos^2 \delta - \Sigma r \cdot \cos \delta \cdot \epsilon_\delta = 0. \end{cases}$$

c) Normalgleichungen der AIRYSchen Methode in kartesischen Koordinaten a, b, c der Sterne (nach GAUSS).

GAUSS benutzt statt der Polarkoordinaten (α, δ) der Sterne deren kartesische Koordinaten a, b, c , also

$$(30) \begin{cases} a = \cos \delta \cdot \cos \alpha \\ b = \cos \delta \cdot \sin \alpha \\ c = \sin \delta \end{cases}$$

und erhält demzufolge die Normalgleichungen in folgender, mit den AIRYSchen Formeln (29) völlig gleichbedeutender Gestalt:

$$(31) \begin{cases} +X \cdot \Sigma (b^2 + c^2) - Y \cdot \Sigma a b - Z \cdot \Sigma a c = \Sigma A \cdot (r \cdot \Delta a) \\ -X \cdot \Sigma a b + Y \cdot \Sigma (c^2 + a^2) - Z \cdot \Sigma b c = \Sigma B \cdot (r \cdot \Delta a) \\ -X \cdot \Sigma a c - Y \cdot \Sigma b c + Z \cdot \Sigma (a^2 + b^2) = \Sigma C \cdot (r \cdot \Delta a), \end{cases}$$

wo A, B, C die in Anm. 19, Formel (22) angegebenen Richtungskosinus der transversalen Eigenbewegung des Sterns (a, b, c) bedeuten sollen.

d) Geometrische Deutung der GAUSS-AIRYSchen Normalgleichungen (29) oder (31).

Die GAUSS-AIRYSchen Normalgleichungen (29) oder (31) lassen folgende einfache geometrische Deutung zu:

Die Vektorsumme der transversalen Pekuliargeschwindigkeiten aller Sterne soll verschwinden. (»transversal« bedeutet wiederum »senkrecht zum Visionsradius«.)

Man verifiziert diese Behauptung am einfachsten an der GAUSS'schen Fassung (31) durch folgende Betrachtung:

Die transversale Pekuliargeschwindigkeit eines Sterns ist, als Vektor aufgefasst, gleich dem E.-B.-Vektor, vermindert um den Vektor der parallaktischen Verschiebung. Auf der rechten Seite der Gleichungen (31) steht nun schon die lineare E.-B. des Sterns fertig unter dem Summenzeichen. Man braucht sich also nur noch davon zu überzeugen, dass auf der linken Seite dieser Gleichungen unter dem Summenzeichen wirklich die parallaktische Verschiebung steht. Um dies einzusehen, fährt man einen Hilfsvektor \mathfrak{h} ein, der auf dem Visionsradius und auch auf dem parallaktischen Verschiebungsvektor senkrecht steht, nämlich das Vektorprodukt aus den Vektoren \mathfrak{r} und \mathfrak{v} , wo

\mathfrak{r} die umgekehrte Sonnengeschwindigkeit (X, Y, Z) (Länge R),

\mathfrak{v} den Visionsradius (a, b, c) (Länge 1),

X die Antipexdistanz des Sterns, also den Winkel zwischen \mathfrak{r} und \mathfrak{v} bedeuten soll.

Der Vektor

$$(32) \quad \mathfrak{h} = [\mathfrak{r}\mathfrak{v}] = (h_1, h_2, h_3) \quad (\text{Länge } R \sin X)$$

hat dann die Komponenten

$$(33) \quad h_1 = Yc - Zb, \quad h_2 = Za - Xc, \quad h_3 = Xb - Ya$$

XI.



und der Vektor p der parallaktischen Verschiebung ist durch das Vektorprodukt p von b und h gegeben:

$$(34) \quad p = [bh] = (p_1, p_2, p_3). \quad (\text{Länge } R \sin X).$$

Für die Komponenten des Vektors findet man:

$$(35) \quad p_1 = bh_2 - ch_3, \quad p_2 = ch_1 - ah_3, \quad p_3 = ah_2 - bh_1$$

oder durch Einsetzen der Formeln (32):

$$(36) \quad \begin{cases} p_1 = +X(c^2 + b^2) - Yba & -Zca \\ p_2 = -Xab & +Y(a^2 + c^2) - Zcb \\ p_3 = -Xac & -Ybc & +Z(b^2 + a^2). \end{cases}$$

Auf der linken Seite der Normalgleichungen (31) steht also unter dem Summenzeichen wirklich der parallaktische Verschiebungsvektor $p = (p_1, p_2, p_3)$ des Sterns mit den kartesischen Koordinaten a, b, c und die Normalgleichungen (31) nehmen jetzt die folgende einfache Gestalt an:

$$(37) \quad \begin{cases} \Sigma [A(r \Delta s) - p_1] = 0 \\ \Sigma [B(r \Delta s) - p_2] = 0 \\ \Sigma [C(r \Delta s) - p_3] = 0. \end{cases}$$

Hiermit ist die folgende eingangs aufgestellte Behauptung bewiesen:

Die Normalgleichungen der GAUSS-AIRYSchen Methode verlangen, dass die Vektorsumme der transversalen Pekuliargeschwindigkeiten aller Sterne verschwinden soll.

e) Mechanische Deutung der Koeffizienten der Normalgleichungen.

Die Formeln (36) besagen, dass die parallaktische Verschiebung eines Sterns gleich ist dem Drehimpuls, den er erführe, wenn er auf der Einheitskugel mit einer der Sonnengeschwindigkeit entsprechenden Winkelgeschwindigkeit um den Antiapex als ruhenden Pol rotieren würde.

Die Koeffizienten von X, Y, Z in den Normalgleichungen (31) sind die Trägheits- und Deviationsmomente des Sternsystems oder, anders ausgedrückt, die Koeffizienten der Gleichung des Trägheitsellipsoids der Sternsamtheit, sofern man alle Sterne als mit derselben Masse (1) begabt und in gleichem Abstände (1) von der Sonne befindlich voraussetzt. Es tritt demnach bei der AIRYSchen Methode das Trägheitsellipsoid der Sterne selbst auf, während bei der KOBOLD-HARZERSchen Methode das Trägheitsellipsoid ankam, die Lage der Hauptachsen zu finden, genügt es bei der AIRYSchen Methode, die Gleichungskoeffizienten des Trägheitsellipsoids zu berechnen, nämlich die Trägheits- und Deviationsmomente, die als Koeffizienten der Unbekannten X, Y, Z in den linearen Bestimmungsgleichungen (31) auftreten.

f) Unterschied in der Weiterbehandlung der Normalgleichungen bei GAUSS und AIRY.

Bis zur Aufstellung der Normalgleichungen (29) bzw. (31) gehen GAUSS und AIRY völlig zusammen. Sie gehen aber auseinander in der Weiterbehandlung der rechten Seite dieser Gleichungen. AIRY setzt für $r \cdot \Delta s$ wirklich die lineare E.-B. des einzelnen Sterns ein, so gut es geht, d. h. er entnimmt den Betrag der E.-B., Δs , den Beobachtungen, und setzt (a. a. O. S. 156) für den Radiusvektor r den seiner Größenklasse entsprechenden hypothetischen (von F. G. W. STRUVE statistisch gewonnenen) Zahlenwert ein. GAUSS hingegen geht mehr summarisch vor: Er ersetzt in den Gleichungen (31) die einzelnen linearen Eigenbewegungen ($r \cdot \Delta s$) durch ihren Mittelwert t :

$$(38) \quad t = \text{durchschnittliche lineare transversale E.-B. der zur Apexermittlung benutzten Sterne,}$$

und führt anstelle der Geschwindigkeitskomponenten X, Y, Z dimensionslose Verhältniszahlen ξ, η, ζ ein, indem er

$$(39) \quad X = \xi t, \quad Y = \eta t, \quad Z = \zeta t$$

setzt. Die Eigengeschwindigkeit der Sonne wird in dieser neuen Bezeichnung ihrem Betrage nach gleich

$$(40) \quad R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = t \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}.$$

Indem GAUSS jetzt die Normalgleichungen (31) durch t kürzt, erhält er sie in ihrer folgenden endgültigen Gestalt:

$$(41) \quad \begin{cases} +\xi \Sigma (b^2 + c^2) - \eta \Sigma ab & -\zeta \Sigma ac & = \Sigma A \\ -\xi \Sigma ab & +\eta \Sigma (c^2 + a^2) - \zeta \Sigma bc & = \Sigma B \\ -\xi \Sigma ac & -\eta \Sigma bc & +\zeta \Sigma (a^2 + b^2) = \Sigma C, \end{cases}$$

in der nur noch Verhältniszahlen ohne physikalische Dimension auftreten. Die drei Unbekannten ξ, η, ζ sind die durch $-t$ dividierten Geschwindigkeitskomponenten der Sonne. Ferner bezeichnet GAUSS auf seinen Rechnungsblättern aus dem Jahr 1838, S. 469-471, (vgl. den Brief an OLBERS vom 5. April 1838, S. 441) mit Ω die Quadratsumme der übrigbleibenden »Fehler«, das heisst also die Quadratsumme der durch die Masseinheit t (vgl. Formel (38)) dividierten linearen transversalen Pekuliargeschwindigkeiten der n benutzten Sterne und berechnet Ω nach einer der bekannten Regeln der Ausgleichsrechnung, beispielsweise gibt er folgende Formel:

$$(42) \quad \Omega = \Sigma \left\{ \left(\frac{\text{lin. transvers. Pek.-Geschw.}}{t} \right)^2 \right\} = n - \xi \Sigma A - \eta \Sigma B - \zeta \Sigma C.$$

Ω ist, im Vergleich zur Anzahl n der benutzten Sterne, der durch Sonnenbewegung nicht mehr wegerklärte Rest der beobachteten Eigenbewegungen der Sterne.

Die vorstehende Entwicklung hat den Zweck, die Wesensgleichheit dieser endgültigen GAUSSschen Apexmethode mit der AIRYSchen Methode ins Licht zu rücken; es wird jedoch nicht behauptet, GAUSS habe seine Methode gerade auf dem angegebenen Wege gewonnen. Insbesondere findet sich für die vermutete Einführung der in (38) definierten Masseinheit t keine Belegstelle in GAUSS' Papieren. Es bleibt vielmehr ungewiss, welcher Gedankengang GAUSS auf seine Apexformeln (41) geführt haben mag. Er spricht sich auffälliger Weise nirgends darüber aus, dass er sie hier als »die ächte und am ungerwungensten mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu verknüpfende Methode« (S. 424) bezeichnet, und dass er sie in seinem Brief an OLBERS vom 5. April 1838 (S. 442) »ein willkürliches Prinzip« nennt, »das eine ganz direkte Bestimmung des Endresultats gibt; dies sind die einzigen Anhaltspunkte, die er uns über die Erfindung der AIRYSchen Methode überliefert hat.

37) Vgl. die Anmerkung 21, Formel (24).

38) Der Nenner n ist hier zu streichen. Der Sachverhalt, den GAUSS hier im Auge hat, ist durch Formel (40) der Anm. 36 klargestellt.

39) Gemeint ist die im Briefe an OLBERS vom 18. Dezember 1821, S. 499-510, aufgestellte Bedingung $\Sigma (P'Q)^2 = \text{Minimum}$; die in demselben Briefe, S. 411, angedeutete Methode, bei der nur die Richtungen der E.-B. berücksichtigt werden, bezeichnet GAUSS in seinem Briefe an OLBERS vom 15. Januar 1822, S. 416, (vorübergehend) als seine zweite Methode.



Bemerkungen zu GAUSS' Briefwechsel mit BESSEL vom Winter 1822—1823,
Seite 426—427.

Dieser Briefwechsel ergibt auf GAUSS' Seite nichts Neues, da GAUSS selbst seine eigenen Apexresultate »ganz fremd« geworden sind; er gibt aber BESSEL Veranlassung, seine abwartende Haltung in der Apexfrage näher zu begründen.

40) Über die Göttinger Preisfrage vom Jahre 1819 vgl. die Anm. 1, S. 483.

41) Vgl. die auf Seite 408 und 416—425 abgedruckten vier ersten Apexbriefe von GAUSS an OLBERS.

42) BESSEL war demnach zwar über OLBERS' Apexberechnung durch OLBERS' Brief vom 24. Dezember 1821, S. 411, unterrichtet, nicht aber über die Apexuntersuchungen von GAUSS.

43) GAUSS spielt hier auf die das Apexproblem betreffende Stelle in BESSELS *Fund. Astron.*, S. 308—310 an. BESSEL spricht sich über die Gründe, die ihm eine Weiterbeschäftigung mit Apexberechnungen nicht rätlich erscheinen liessen, in seinem Antwortbrief, S. 427, aus.

44) GAUSS spricht seinen Vorsatz, seine alten Apexuntersuchungen vom Winter 1821—22 wieder aufzunehmen, am 18. November 1822 und am 5. November 1823 in seinen Briefen an BESSEL, sowie anscheinend auch im Mai 1823 mündlich gegenüber OLBERS (Anm. 47) aus, scheint ihn aber erst 1838 verwirklicht zu haben.

45) Über GAUSS' unausgeführt gebliebenen Plan, selbst Eigenbewegungsbeobachtungen am Meridiankreis anzustellen, vgl. Anm. 30 und 49.

46) Mit dem »besonderen Weg« meint GAUSS vermutlich seine graphisch-abzählende Apexermittlung, Anm. 34; darauf scheint wenigstens der Ausdruck »ziemlich prononcirt« hinzuweisen.

Bemerkungen zu OLBERS' Briefwechsel mit GAUSS in den Jahren 1823 und 1826,
die Apexberechnung betreffend.

Die S. 429—430 abgedruckten Briefstellen betreffen die Hin- und Hersendung von GAUSS' vier ersten Apexbriefen (S. 408, 416—425) und zeigen die besondere Wichtigkeit, die GAUSS und OLBERS diesen Briefen beilegen. OLBERS erörtert den Einfluss der fehlerhaften Präzessionskonstante auf die Apexberechnung und eine interessante Parallele mit dem Apexproblem der geozentrischen Kometenbewegungen.

Einzelanmerkung:

47) Augenscheinlich hat GAUSS, als er in der zweiten Mithälfte 1823 OLBERS in Bremen besuchte, diesen um Rückgabe seiner (GAUSS') vier Apexbriefe aus dem Winter 1821—1822 gebeten; OLBERS hat sie im Oktober 1823 an GAUSS übersandt, und GAUSS hat sie sich im Juni-Juli 1826 abschreiben lassen, ehe er sie an OLBERS zurücksandte. Diese Abschrift der vier ersten Apexbriefe ist noch im Nachlass vorhanden und besonders wichtig durch den von GAUSS an ihrem Schluss angebrachten, im Originalbrief fehlenden, auf Seite 440 abgedruckten Zusatz über die zu erwartende Streuung in den Positionswinkeln der Eigenbewegungen der Sterne.

Bemerkungen zu GAUSS' Brief an BESSEL vom 1. November 1823, S. 430.

Diese Briefstelle gibt Aufschluss über GAUSS' Bemühungen, besseres Eigenbewegungsmaterial als Unterlage zu einer neuen Apexberechnung zu erlangen.

Einzelanmerkungen:

48) GAUSS' Apexberechnungen lag im Winter 1821—22 die von BESSEL in den *Fund. Astron.* gegebene Katalogvergleiche zwischen BRADLEY und PIAZZI zugrunde; nun aber verwirft GAUSS PIAZZI'S Katalog.

49) Wie GAUSS in seinem Briefe vom 16. Februar 1838 an ARGELANDER erwähnt, blieb sein Plan, selbst Eigenbewegungsbeobachtungen am Meridiankreis anzustellen, aus Zeitmangel unausgeführt. Über GAUSS' frühere Bestimmungen von Eigenbewegungen aus eigenen Beobachtungen im Jahre 1826, die er in seinem Briefe an OLBERS vom 22. Januar 1822 (S. 422) erwähnt, siehe S. 343, 345, 354, 355 dieses Bandes.

Bemerkungen zu GAUSS' Brief an ARGELANDER vom 16. Februar 1838, S. 433.

Das Erscheinen von ARGELANDER'S Apexarbeit vom Jahre 1837 gibt GAUSS Veranlassung, ARGELANDER in seine Apexuntersuchungen vom Winter 1821—22 einzuweihen. Dass sich GAUSS hierbei auf seine graphisch-abzählende Methode und seine Formel für die Häufigkeit retrograder Sterne beschränkt, dagegen seine »AIRYSche Methode« gar nicht erwähnt, braucht nicht als Zurücksetzung oder Zurückhaltung der letzteren gedeutet zu werden, sondern kann daran liegen, dass GAUSS die AIRYSche Methode im Februar 1838 als noch nicht erprobt ansah oder seine Notizen über sie gerade nicht zur Hand hatte.

Einzelanmerkungen:

50) ARGELANDER'S Apexuntersuchungen befinden sich an folgenden beiden Stellen:

a) FR. ARGELANDER, *Über die eigene Bewegung des Sonnensystems, hergeleitet aus den eigenen Bewegungen der Sterne* (lu le 3 février 1837, Mémoires présentés à l'Académie des Sciences de St. Pétersbourg par divers savants, Petersbourg 1837, pag. 561—605. GAUSS benutzt offenbar einen Sonderabdruck, der die Seitenzahlen 1 bis 45 trägt. Zu diesem Sonderabdruck war ein Druckfehlerverzeichnis auf besonderem losem Blatt ausgegeben worden. Ein Exemplar dieses Druckfehlerverzeichnisses befindet sich in GAUSS' handschriftlichem Nachlass. Es ist von besonderer Wichtigkeit wegen der handschriftlichen Notizen, zu denen GAUSS die freie Rückseite des Blatts benutzt hat. Einen Abdruck dieser Notizen siehe S. 438—439. Das Druckfehlerverzeichnis selbst sei hier, da wohl nicht allgemein zugänglich, nachstehend abgedruckt:

		statt	lies
pag. 4 = 564	Zeile 17 (nicht 27)	seine	jene
» 11 = 571	Zeile 21	Reibungen	Richtungen
» 13 = 573	Zeile 19	auf den	auf dem
» 14 = 574	Zeile 20	— Cotg d	— Cotg d_1
» 20 = 580	Zeile 20	gewiss	gering
» 21 = 581	Zeile 18	eines	einer
» 27 = 587	Zeile 6	$d\psi \sin \delta$	$d\psi \sin \chi$
» 27 = 587	Zeile 6	Cos Tg D Cotg $(\alpha - A)$	Cos δ Tg D Cotg $(\alpha - A)$
» 27 = 587	Zeile 20	erweitert	erleichtert
» 27 = 587	Zeile 26	Richtungsgleichungen	Bedingungsgleichungen
» 28 = 588	Zeile 1	Zeiten	Zeichen
» 30 = 590	Zeile 9	dritthalb	achtehalb
» 34 = 594	No. 14	Col. ψ	$124^{\circ} 55'$
» 35 = 595	No. 419	Col. ψ	$346^{\circ} 47'$
» 36 = 596	No. 41	Col. $\psi' - \psi$	$37^{\circ} 22'$
» 38 = 598	No. 246	Col. ψ	$223^{\circ} 45'$
» 38 = 598	No. 217	No. 217	No. 277
» 41 = 601	Zeile 18	nah	nahe
» 41 = 601	Zeile 19	undedeutende	unbedeutende
» 42 = 602	Zeile 23	im Raume	im Perseus



b) FR. ARGELANDER, *Über die eigene Bewegung des Sonnensystems*, Astronomische Nachrichten Band 16, Altona 1839, Seite 43–56 (nebst Berichtigung Seite 284) und Band 17 (1840), Seite 209–216.

51) Über die Göttinger Preisfrage vgl. Anm. 1.

52) Die äussere Veranlassung war wohl OLBERS' Apexberechnung S. 406.

53) GAUSS' vier erste Apexbriefe an OLBERS siehe Seite 408, 416–425.

54) Siehe die Figur auf Seite 451.

55) Im Erstabdruck dieses Briefs, Astron. Nachr. Bd. 183, Seite 187, Zeile 30–32 von oben ist zu berichtigen

ω Herculis in ω Herculis
z (ζ?) Sagittae in z Sagittae
γ Ceti in τ Ceti.

Über die Bezeichnung »z Sagittae« vgl. die Fussnote 7, Seite 454.

56) In GAUSS' viertem Apexbrief an OLBERS, Seite 423–424.

57) GAUSS' sechste Apexdefinition vom 29. Januar 1822, die hier wieder anklingt, motiviert er ausführlicher in der auf S. 438 abgedruckten Notiz. Hingegen ist von den hier von GAUSS als »angefangen, aber nicht vollendete« bezeichneten Rechnungen im Nachlass nichts vorhanden.

58) GAUSS' Verzeichnis dieser 72 (nicht 70) für ARGELANDER'S Apex ungünstigen Sterne siehe S. 439.

59) Über GAUSS' Formel für die Wahrscheinlichkeit retrograder Sterne vgl. Anm. 15, Seite 485.

Bemerkungen zu der auf Seite 435–439 abgedruckten Notiz von GAUSS.

60) Diese Notiz befindet sich auf der freien Rückseite des bereits in Anm. 59 erwähnten gedruckten Druckfehlerverzeichnisses. Sie ist als gleichzeitig mit GAUSS' Brief vom 16. Februar 1838 an ARGELANDER entstanden anzusehen und deswegen wichtig, weil sie einen klaren Einblick in den Gedankengang gewährt, der GAUSS bereits am 22. Januar 1822 auf seine merkwürdige sechste Apexdefinition geführt hatte (vgl. Anm. 26). Die Gedankenentwicklung ist wohl ohne weiteres verständlich: P ist der im Grosskreis der beobachteten Eigenbewegung 90° vom Stern vorausgelegene Punkt der Himmelskugel, Q der »BESELSche Pol« der beobachteten Eigenbewegung, R der Antipex, $SR = \theta$ die Antipexdistanz des Sterns, ψ die Positionswinkeldifferenz der beobachteten gegen die parallaktische Bewegung des Sterns S . α ist die Anzahl der günstigen, β die Anzahl der ungünstigen (»retrograden«) Sterne. Für die günstigen ist $\psi < 90^\circ$, für die retrograden $\psi > 90^\circ$. In der Figur 5, S. 438, muss man sich von R aus die Grosskreise nach S , P und Q gezogen denken.

61) Es folgt dann, S. 439, ein Nummernverzeichnis der 72 für ARGELANDER'S Apex ungünstigen (retrograden) Sterne (GAUSS schreibt »71 Sterne«, weil er No. 459 anfänglich übersehen hatte), und schliesslich — und das verdient besondere Beachtung — eine Zusammenstellung derjenigen ARGELANDER'Schen Sterne, deren beobachtete Eigenbewegung auf ihrer parallaktischen Bewegung senkrecht steht (Winkel ψ zwischen beobachteter Eigenbewegung auf ihrer parallaktischen Bewegung ungefähr $\pm 80^\circ$ und $\pm 100^\circ$). (Z. B. findet ARGELANDER für Stern No. 495 den Winkel $\psi - \psi' = -80^\circ 13'$, wie man durch Nachschlagen bei ARGELANDER, in der oben, Anm. 59, unter a) genannten Abhandlung, S. 595, 2. Zeile von unten, leicht bestätigt. Was GAUSS hier ψ nennt, heisst bei ARGELANDER $\psi - \psi'$.) GAUSS erhält das Ergebnis, dass von den 390 ARGELANDER'Schen Sternen 23 einen Positionswinkel ψ zwischen $\pm 80^\circ$ und $\pm 100^\circ$ haben. Von hier führt offenbar eine Gedankenbrücke zu jener GAUSS'Schen Formel [59] für die Wahrscheinlichkeitsfunktion des Positionswinkels der Eigenbewegungen der Sterne, die auf S. 449 abgedruckt und in der folgenden Anmerkung begründet ist. Von einer zahlenmässigen Auswertung jener Formel findet sich allerdings auch hier nichts. Man kann sich aber wohl denken, dass GAUSS sie als Kriterium

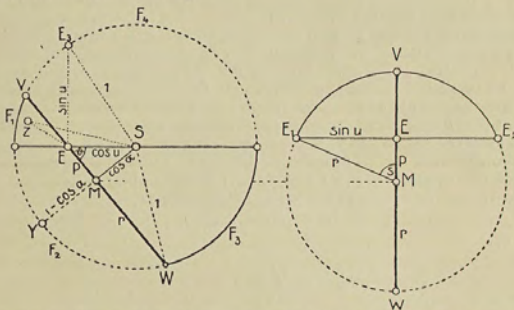
benutzen wollte, um die Hypothese von der zufälligen Verteilung der Pekuliarbewegungen, auf der diese Formel beruht, an der Erfahrung statistisch zu prüfen.

62) Ableitung der GAUSS'Schen Formel für die Häufigkeitsfunktion des Positionswinkels der Eigenbewegung der Sterne.

Es ist nicht bekannt, auf welchem Wege GAUSS seine oben (S. 440) aus dem Nachlass mitgeteilte Formel [61] gefunden hat. Dass diese Formel unter der Voraussetzung

$$(43) \quad 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$$

richtig ist, lässt sich folgendermassen zeigen:



Es sei in der Figur, in der die Zeichnungsebene links senkrecht zum Visionsradius gedacht ist,

$$(44) \quad \overline{ES} = \cos u = \frac{\sin \chi}{a}$$

diejenige parallaktische Verschiebung an der um die Sonne S geschlagenen Einheitskugel, die ein Stern in der Apexdistanz χ erleidet, wenn die Eigengeschwindigkeit der Sonne gleich

$$(45) \quad R = \frac{1}{a}$$

gesetzt wird. Die Pekuliargeschwindigkeit des Sterns sei durch den Vektor \overline{SZ} nach Grösse und Richtung dargestellt. Dann ist \overline{EZ} die beobachtbare Eigenbewegung des Sterns in der zum Visionsradius senkrecht gedachten Zeichnungsebene. Parallel zum Visionsradius denken wir uns durch den Punkt E zwei Ebenen gelegt, die eine \overline{ES} soll durch den Mittelpunkt S der Einheitskugel gehen, die andere \overline{EM} mit der ersteren einen vorgegebenen spitzen Winkel θ bilden, so dass sie die Oberfläche der Einheitskugel in einem Kleinkreis (Figur rechts) VE, WE, E_1 schneidet. Die Spur der letzteren Ebene in der Zeichnungsebene sei mit VW bezeichnet, so dass Winkel $SEW = \theta$ ist. Durch diese beiden Ebenen \overline{ES} und \overline{EW} zerfällt die Einheitskugel in vier, je von einem Grosskreisbogen und einem Kleinkreisbogen begrenzte Zwickel, welche GAUSS mit F_1, E_2, F_3 und F_4 bezeichnet (vgl. auch die Figur Seite 440). F_1 und F_3 sind spitze, F_2 und F_4 stumpfe Zwickel, da ja θ als spitzer Winkel vorausgesetzt wurde. Die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass der Positionswinkel



winkel der beobachteten E.-B. relativ zur Richtung der parallaktischen Bewegung, also die Grösse $\omega = \psi' - \psi$ in ARGELANDERS Sinn, zwischen $\pi - \theta$ und π gelegen sei, ist dann die, dass der Punkt Z im Zwickel F_1 liegt. Sieht man nun jede Raumrichtung als gleichwahrscheinlich für die Pekuliarbewegung an, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass $\omega = \psi' - \psi$ zwischen $\pi - \theta$ und π gelegen sei, durch den Flächeninhalt des Zwickels F_1 in Teilen der gesamten Oberfläche der Einheitskugel gegeben, und es ist also nur noch nötig, den Flächeninhalt des Zwickels F_1 zu berechnen.

Zum Zweck dieser Berechnung lege man unendlich nahe bei \overline{VW} eine Parallelebene zur Schnittebene \overline{VW} und berechne vorerst denjenigen infinitesimalen Streifen ΔF_1 des Zwickels F_1 , der zwischen die beiden unendlich nahe benachbarten Ebenen \overline{VW} fällt. Man kann sich die Parallelebene zu \overline{VW} etwa dadurch entstanden denken, dass der Punkt E um ein infinitesimales Stück $d(\cos u)$ von S wegdrückt und die Ebene \overline{VW} dabei mitnimmt. Die infinitesimale Höhe des gesuchten Zwickelstreifens ΔF_1 lässt sich dann leicht zu $\sin \theta \cdot d(\cos u) : r$ berechnen, wenn r die Hälfte der Sehne VW , also $r = \frac{1}{2} VW = MW$ bedeutet. Die Grundlinie des trapezförmigen Zwickelstreifens ΔF_1 erscheint in ihrer wahren Grösse in Gestalt des Kreisbogens E_1VE_2 der Figur rechts, die die Kugelschnittfläche VEW in die Zeichnungsebene umgelegt zeigt. E_1EE_2 ist eine zum Visionsradius parallele Kugelsehne, und wegen der Rotationsymmetrie der Kugel um den Durchmesser SE sind die Strecken EE_1 und EE_2 der Figur rechts ebenso lang wie die zu SE senkrechte Strecke EE_3 der Figur links also gleich $\sin u$. EM ist in beiden Figuren mit p bezeichnet, der halbe Öffnungswinkel E_1MV des Bogens E_1VE_2 heisse s . Dann hat der Bogen E_1VE_2 die Bogenlänge $2rs$, und der gesuchte Flächeninhalt des Zwickelstreifens ΔF_1 von F_1 beträgt

$$(46) \quad \Delta F_1 = 2rs \sin \theta \cdot d(\cos u) : r.$$

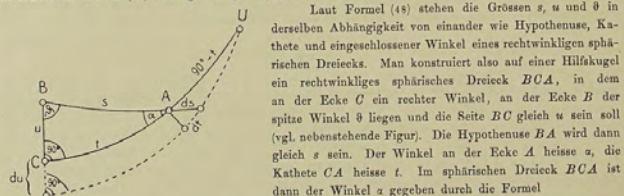
Man hat also

$$(47) \quad \frac{1}{2} F_1 = \int_{\cos u}^1 s \sin \theta \cdot d(\cos u)$$

als Funktion von u und θ zu berechnen, wobei zufolge der Figuren

$$(48) \quad \tan s = \frac{\sin u}{p} = \frac{\tan u}{\cos \theta}$$

zu setzen ist. Die in (47) verlangte Integration gestaltet sich besonders einfach durch folgenden Kunstgriff:



$$(49) \quad \cos \alpha = \sin \theta \cdot \cos u.$$

Daraus folgt, dass der Winkel α auch in der vorigen Figur auftritt, dass dort nämlich die Strecke MS gleich $\cos \alpha$ ist.

Indem man in Formel (47) $\cos \alpha$ durch die Formel (49) einführt und partiell integriert, erhält man zunächst

$$(50) \quad \int s \cdot \sin \theta \cdot d(\cos u) = \int s \cdot d(\cos u) = s \cdot \cos \alpha - \int \cos \alpha \cdot ds.$$

Um das Integral $\int \cos \alpha \cdot ds$ zu berechnen, variiert man das Hilfsdreieck BCA in der Weise, dass man die Seite BC über C hinaus um ein infinitesimales Stück du verlängert, ohne die Winkel bei B und C zu ändern. Die Ecke A wandert dabei in der Verlängerung von BA um ein Stück ds weiter, die Kathete $CA = t$ wächst um ein Stück dt . Eine leichte Zwischenrechnung ergibt das ohnehin plausible Resultat:

$$(51) \quad \cos \alpha \cdot ds = dt.$$

Hiermit ist die in Formel (47) geforderte Integration bereits ausgeführt: Man hat

$$(52) \quad \int s \cdot \sin \theta \cdot d(\cos u) = s \cdot \cos \alpha - t.$$

Die obere Integrationsgrenze ($\cos u = 1$) liefert keinen Beitrag, weil das Hilfsdreieck BCA für $u = 0$ auf einen Punkt zusammenschrumpft; es ergibt sich also als Endformel für F_1

$$(53) \quad \frac{1}{2} F_1 = t - s \cdot \cos \alpha.$$

Das ist bereits die von GAUSS S. 440 angegebene Formel, da ja im Dreieck BCA

$$(54) \quad \tan t = \sin u \cdot \tan \theta$$

$$(55) \quad t = \arctan(\sin u \cdot \tan \theta)$$

und zufolge (48)

$$(56) \quad s = \arctan(\tan u : \cos \theta)$$

ist. Der Flächeninhalt des Zwickels F_2 ergibt sich unmittelbar aus der Formel (53), weil ja F_1 und F_2 zusammen eine Kugelhaube von der Höhe $MY = 1 - \cos \alpha$ bilden. Entsprechend bilden F_3 und F_4 zusammen eine Kugelhaube von der Höhe $1 + \cos \alpha$, und F_1 und F_4 zusammen eine Halbkugel. Die Formeln

$$(57) \quad F_1 + F_2 = 2\pi(1 - \cos \alpha)$$

$$(58) \quad F_1 + F_4 = 2\pi$$

$$(59) \quad F_3 + F_4 = 2\pi(1 + \cos \alpha)$$

liefern also unmittelbar F_2 , F_4 und F_3 , wenn man durch Formel (53) F_1 berechnet hat.

Anstatt die Formeln (57) bis (59) zu benutzen, hätte man den Flächeninhalt der Zwickel F_2 , F_3 , F_4 auch unmittelbar durch ein analoges Integrationsverfahren auswerten können und gefunden:

$$(60) \quad \frac{1}{2} F_2 = \int_{\cos u}^1 (\pi - s) \sin \theta \cdot d(\cos u) + \pi(1 - \sin \theta) = \pi - t - (\pi - s) \cos \alpha,$$

$$(61) \quad \frac{1}{2} F_3 = \int_{-1}^{\cos u} (\pi - s) \sin \theta \cdot d(\cos u) - \pi \sin \theta = t + (\pi - s) \cos \alpha,$$

$$(62) \quad \frac{1}{2} F_4 = \int_{-1}^{\cos u} s \sin \theta \cdot d(\cos u) + \pi = \pi - t + s \cos \alpha.$$



gemeinen: auf dem linken Blatt die Uhrzeiten der Fadendurchgänge, Ablesung der Mikroskope oder Nonien, Barometerstand und Stand zweier Thermometer; auf dem rechten Blatt Mittel der auf dem Mittelfaden reduzierten Durchgänge und andere Reduktionen.

Die Bemerkungen auf Seite 314 des vorliegenden Bandes zum Passageninstrument sind dahin zu ergänzen, dass GAUSS auch noch nach dem *Juli* 1820 (S. 314 Zeile 9 von unten steht versehentlich *März* 1820) mit dem REICHENBACHSchen Passageninstrument bis Mitte Dezember 1822 beobachtet hat.

Die Bemerkungen auf Seite 316 zum REFSOLDSchen Kreise sind dahin zu berichtigen, dass GAUSS vom 1. Mai 1818 bis Januar 1820 an rund 280 Tagen mit dem Instrument beobachtet hat.

Die Bemerkungen zum REICHENBACHSchen Kreise auf Seite 334/87 sind dahin zu ergänzen, dass nach dem aufgefundenen Tagebuche sich noch von November 1820 bis Mai 1821 rund 60 Beobachtungstage, von Januar 1822 bis Januar 1823, sowie aus den Jahren 1835, 1843, 1844 und 1846 noch vereinzelt Beobachtungen an im Ganzen etwa 410 Tagen nachweisen lassen.

Wenn auch GAUSS mit ganz wenigen Ausnahmen die Eintragungen in die aufgefundenen Bücher mit eigener Hand gemacht hat, so ist es doch nicht sicher, ob es sich auch um von GAUSS selbst angestellte Beobachtungen handelt; insbesondere findet sich eine Stelle, an der der Name ENCKE erwähnt ist. Auch rühren einige wenige Eintragungen nicht von GAUSS' Hand her, sondern wahrscheinlich von der GOLDSCHMIDTS.

BRENDEL.

BEMERKUNGEN ZUR ERSTEN ABTEILUNG DES ELFTEN BANDES.

Die vorliegende erste Abteilung des elften Bandes von GAUSS' Werken enthält Nachlassstücke, Briefstellen und kleinere Veröffentlichungen aus den Gebieten der Physik, der Chronologie, der theoretischen und der praktischen Astronomie, die in den früheren Bänden noch nicht abgedruckt sind. Für die redaktionelle Arbeit sind die in der ersten Abteilung des zehnten Bandes befolgten Grundsätze (siehe Bemerkung zu dieser Abteilung, Werke X, 1, S. 576, 577) massgebend geblieben.

Die Nachträge zur Physik hat CL. SCHAEFER bearbeitet, die Chronologie A. LOEWY, die theoretische und die praktische Astronomie M. BRENDEL, bis auf den Teil, der die *Bewegung des Sonnensystems* betrifft, dessen Bearbeitung von O. BIRCK herrührt. Die Redaktion des Bandes lag in den Händen der beiden Unterzeichneten. Bei der Bearbeitung einzelner Teile haben noch H. BOEGERHOLD, G. EBERHARD, G. GOLDSCHMIDT, P. KAHLE, F. KLEIN (\dagger), H. KOBOLD, M. VON ROHR, P. STARCKEL (\dagger) durch Rat und Hilfe mitgewirkt.

Die Aufsätze über GAUSS' wissenschaftliche Tätigkeit auf den genannten Gebieten bilden die zweite Abteilung des elften Bandes. Kleinere Notizen vermischten Inhalts, die sich der in den Werken innegehaltenen Gruppeneinteilung nicht anpassen liessen, sowie Nachträge zu den gedruckten Briefwechseln sollen im zwölften Bande abgedruckt werden.

M. BRENDEL. L. SCHLESINGER.



INHALT.

GAUSS WERKE BAND XI. NACHTRÄGE ZUR PHYSIK, CHRONOLOGIE UND ASTRONOMIE.

PHYSIK.

Nachträge zum Bande V.

Mechanik, Maass und Messen.

Ämtliche Berichte.

I. Bericht über die Darstellung der Hannoverschen Normalfusse	Seite 3
II. Bericht über die Art, wie die Hannoverschen Normalpfunde dargestellt sind	7
Bemerkung	15

Briefwechsel.

A. Prinzipien der Mechanik.

1. GAUSS an GERLING, 1834 Januar 27	16
2. GAUSS an MÖBIUS, 1837 September 29	17
3. GAUSS an OLBERS, 1829 Januar 31	20

B. Maass und Messen.

1. GAUSS an OLBERS, 1817 Dezember 8	23
2. GAUSS an BESSEL, 1827 April 1	24
3. GAUSS an SCHUMACHER, 1836 April 23	24
4. GAUSS an SCHUMACHER, 1836 Mai 14	26
5. GAUSS an SCHUMACHER, 1836 Juli 1	27
6. GAUSS an SCHUMACHER, 1836 Juli 12	29
7. GAUSS an SCHUMACHER, 1836 Juli 24	30
8. GAUSS an SCHUMACHER, 1837 Februar 4	30

C. Nachweis der Erdrotation.

1. GERLING an GAUSS, 1851 Dezember 31	33
2. GAUSS an GERLING, 1852 Januar 17	35
3. GERLING an GAUSS, 1852 Februar 15	36
4. GAUSS an GERLING, 1852 Februar 28	36
5. GERLING an GAUSS, 1852 Oktober 6	38
6. GAUSS an GERLING, 1852 Dezember 30	39
7. GERLING an GAUSS, 1853 Januar 28	42

INHALT.

511

8. GAUSS an GERLING, 1853 April 21	Seite 44
9. GAUSS an ALEXANDER VON HUMBOLDT, 1833 Mai 10	44
Bemerkung	45

D. Vermischtes.

1. GAUSS an BESSEL, 1829 Januar 27	46
2. GAUSS an OLBERS, 1830 Juni 14	48
3. ENCKE an GAUSS, 1842 Mai 24	49
4. GAUSS an ENCKE, 1842 August 15	52
5. GAUSS an SCHUMACHER, 1829 Dezember	53
6. SCHUMACHER an GAUSS, 1829 Dezember 30	53
7. SCHUMACHER an GAUSS, 1836 Januar 5	54

Magnetismus und Galvanismus.

Ämtlicher Bericht.

Vortrag von GAUSS über ein Lokal für magnetische Beobachtungen	55
Berechnung magnetischer Kräfte.	

Nachlass.

1. Zierliche Konstruktion für die magnetische Ablenkung	59
2. Rechnung für die Wirkung eines Magnets in grosser Ferne	60
Bemerkung	61
3. Bedingung zwischen Deklinationen und Intensitäten	61
Bemerkung	61
4. Stärke eines Induktionsstosses	62
5. Ruhige Hinüberführung zu einem andern Gleichgewichtszustand	62
Bemerkung	63
6. Aufgabe	63
7. Induzierte gemischte Bewegung	64
Bemerkungen zu 6. und 7.	65
8. Zurückwerfungsmethode	66
Bemerkungen	67
9. Berechnung gedämpfter Bewegungen der Magnetaedel	67
Bemerkung	68
10. Rotationskommutatoren mit drei Gleisen	68
11. Induktionsversuche	68
Bemerkungen	70
12. Theorem über die Anziehung	71
Bemerkung	71

Briefwechsel.

1. GAUSS an GERLING, 1832 Februar 14	72
2. GAUSS an OLBERS, 1832 Februar 18	72
3. GAUSS an SCHUMACHER, 1832 März 3	73
4. GAUSS an GERLING, 1832 April 2	77
5. GAUSS an ENCKE, 1832 Mai 12	78
6. GAUSS an GERLING, 1832 Juni 20	78
7. GAUSS an OLBERS, 1832 August 2	79



8. GAUSS an ENCKE, 1832 August 18	Seite 83
9. GAUSS an ENCKE, 1833 August 20	85
10. GAUSS an ENCKE, 1834 März 21	86
11. GAUSS an ENCKE, 1834 Juni 14	87
12. GAUSS an ENCKE, 1834 August 8	92
13. GAUSS an ENCKE, 1834 September 14	93
14. GAUSS an ENCKE, 1834 Oktober 13	94
15. GAUSS an GERLING, 1834 Dezember 4	96
16. GAUSS an OLBERS, 1835 Februar	97
17. GAUSS an SCHUMACHER, 1835 August 6	100
18. GAUSS an GERLING, 1835 August 26	101
19. GAUSS an ENCKE, 1836 Januar	102
20. GAUSS an SCHUMACHER, 1836 Januar 17	106
21. GAUSS an OLBERS, 1836 März 1	106
22. GAUSS an OLBERS, 1836 März 18	107
23. GAUSS an SCHUMACHER, 1836 Juni 24	109
24. GAUSS an OLBERS, 1836 Juli 23	110
25. GAUSS an GERLING, 1836 Dezember 19	111
26. GAUSS an OLBERS, 1837 September 2	111
27. GAUSS an OLBERS, 1838 November 20	113
28. GAUSS an ENCKE, 1839 September 8	114
29. GAUSS an HERGER, 1845 Februar 11	114
30. GAUSS an BESSLER, 1851 Dezember 31	116
Dioptrik.	
<i>Nachlass.</i>	
I. Neuer Algorithmus	117
II. Analyse von Fernrohren	120
III. Dioptrik	126
Erläuterungen zu den Abschnitten I. und III.	128
IV. Aufgabe aus der Dioptrik	131
Erläuterungen	132
V. Achromatische Doppelobjektive, ohne Rücksicht auf Dicke und Abstand	135
Erläuterungen	138
VI. Reflexion von der hinteren Fläche einer Linse	142
Erläuterungen	144
<i>Briefwechsel.</i>	
1. SCHUMACHER an GAUSS, 1810 Juni 10	145
2. GAUSS an SCHUMACHER, 1810 Juni 25	146
3. SCHUMACHER an GAUSS, 1810 September	147
4. GAUSS an SCHUMACHER, 1810 Oktober 6	148
5. SCHUMACHER an GAUSS, 1810 November 10	148
6. GAUSS an SCHUMACHER, 1811 Januar 6	149
7. OLBERS an GAUSS, 1813 Juli 10	149
8. GAUSS an OLBERS, 1813 September 13	150
9. GAUSS an SCHUMACHER, 1836 Juni 7	151

16. GAUSS an ENCKE, 1836 Juni 3	Seite 151
11. GAUSS an GERLING, 1840 Januar 19	152
12. GAUSS an ENCKE, 1840 Januar 2	153
13. ENCKE an GAUSS, 1840 Januar 12	154
14. GAUSS an ENCKE, 1840 September 17	154
15. GAUSS an SCHUMACHER, 1840 Oktober 9	155
16. SCHUMACHER an GAUSS, 1840 Oktober 12	159
17. GAUSS an GERLING, 1840 Oktober 24	160
18. ENCKE an GAUSS, 1840 Oktober 30	160
19. GAUSS an ENCKE, 1840 Dezember 23	161
20. ENCKE an GAUSS, 1840 Dezember 31	163
21. GAUSS an GERLING, 1841 Mai 12	163
22. GAUSS an SCHUMACHER, 1846 Juni 27	164
23. GAUSS an OLBERS, 1832 Januar 25	166
24. GAUSS an OLBERS, 1832 Februar 18	167
Anhang zu 23: Preisaufgabe der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften	168
Vermischtes zur Physik.	
<i>Zur Akustik.</i>	
<i>Briefwechsel.</i>	
GAUSS an W. WEBER, 1839 April 2	171
<i>Elektrizität und Magnetismus.</i>	
<i>Briefwechsel.</i>	
1. GAUSS an W. WEBER, 1835 Juli 16	173
2. GAUSS an W. WEBER, 1835 Juli 19	174
3. GAUSS an W. WEBER, 1844 Januar 27	174
<i>Nachlass.</i>	
Zurückführung der Wechselwirkungen zwischen Galvanischen Strömen und Magnetismus	
auf absolute Masse	178
Bemerkung	195
CHRONOLOGIE.	
Nachträge zu Band VI.	
<i>Veröffentlichungen.</i>	
I. Eine leichte Methode, den Ostersonntag zu finden	199
Bemerkung	200
II. Berichtigung zu dem Aufsätze: Berechnung des Osterfestes	201
Bemerkungen	202
III. De calendario ecclesiastico	203
Bemerkungen	205
<i>Nachlass.</i>	
I. Den Wochentag des 1. Januar eines Jahres zu finden. Goldene Zahl. Epakte. Ostergrenze	206
Bemerkungen	207
II. Praecepta universalia ad computandum diem Paschalis anni cuiuslibet dati secundum	211
calendarium tum Gregorianum tum Julianum	



Bemerkungen	Seite 212
III. Berechnung des Neumonds Tisri für jedes jüdische Jahr	— 215
Bemerkungen	— 216

THEORETISCHE ASTRONOMIE.
Nachträge zu den Bänden VI und VII.

Elliptische Bahnbestimmung.

Nachlass.

I. Bestimmung der Bahnen der Himmelskörper	— 231
II. Weiteres zur Bahnbestimmung	— 232
III. Zur Bahnbestimmung der Ceres	— 241
Bemerkungen	— 249
Die GAUSSsche Methode zur Berechnung einer Kreisbahn	— 253

PRAKTISCHE UND SPHÄRISCHE ASTRONOMIE.

Nachträge zu Band VI.

Astronomische Beobachtungen aus der Braunschweiger Zeit.

Veröffentlichungen und Briefwechsel.

I. Längenbestimmung von Braunschweig, Helmstadt und Wolfenbüttel	— 261
II. Beobachtungen von Planeten	— 266
Beobachtungen der Ceres (GAUSS an OLBERS 1804 September 7)	— 266
Beobachtungen der Juno (GAUSS an OLBERS 1804 November 23)	— 267
Beobachtungen der Ceres und der Juno (GAUSS an OLBERS 1804 Dezember 7)	— 267
Beobachtungen der Juno (GAUSS an OLBERS, 1805 Februar 12)	— 268
Bemerkungen	— 268

Verschiedene Beobachtungen in Göttingen.

Nachlass, Veröffentlichungen und Briefwechsel.

Verfinsternis des I. Jupitermondes 1808, Dezember 18	— 269
Bedeckung von λ Geminorum 1809 September 4	— 269
Beobachtungen der Vesta 1809 Oktober 3—4	— 270
Helligkeitschätzung von Mira Ceti	— 271
Bedeckung von β Tauri 1810 August 23	— 271
Bedeckung von α Tauri 1810 September 18	— 271
Beobachtungen der Ceres 1811 Februar 21	— 271
Bedeckung von α Tauri 1811 März 1	— 272
Bedeckung von δ Leonis 1811 März 7	— 272
Beobachtung der Vesta 1811 Mai 11	— 272
Helligkeit von Mira Ceti	— 273
Beobachtung eines unbekanntes bewegten Objekts 1812 Mai	— 273
Beobachtungen der Juno 1812 Juni 3	— 273
Beobachtungen der Juno und des Kometen 1811 April 22—26, Mai 5	— 274
Beobachtungen des Kometen 1811 (GAUSS an ENCKE, 1816 Dezember 1 und 1817 März 3)	— 275
Beobachtungen der Vesta (GAUSS an GERLING 1818 Mai 29)	— 276
Beobachtungen der Pallas (GAUSS an ENCKE 1819 Februar 25)	— 276

Beobachtungen des Kometen 1825 IV (GAUSS an OLBERS 1825 Oktober 9)	Seite 277
Bedeckung von γ Librae (GAUSS an SCHUMACHER 1831 Juni 25)	— 277
Beobachtungen des Kometen 1835 III Halley (GAUSS an SCHUMACHER 1835 September 27)	— 278
Beobachtungen des Kometen 1835 III Halley (GAUSS an OLBERS, 1835 November 11)	— 278
Bedeckung von δ Arietis 1837 Dezember 9	— 279
Beobachtungen des Kometen 1843 III, 1843 Dezember 13	— 279
Beobachtungen des Kometen 1843 III (GAUSS an SCHUMACHER 1844 Januar 10)	— 280
Beobachtungen des Neptun (GAUSS an SCHUMACHER 1846 November 4 und Dezember 1)	— 280
Bemerkungen	— 281
Beobachtungen mit einem 12zölligen REICHENBACHSchen Kreise zur Bestimmung der Polhöhe der alten Göttinger Sternwarte	— 283
Über das Kreismikrometer.	
Briefwechsel.	
GAUSS an OLBERS, 1808 Januar 5 und Februar 11	— 285
GAUSS an OLBERS, 1821 Februar 13	— 287
Bemerkungen	— 288
Über das Heliometer.	
Briefwechsel.	
GAUSS an GERLING, 1814 Juni 17	— 290
GAUSS an OLBERS, 1814 Juli 7 und 1815 April 3 Mai 29	— 291
Bemerkungen	— 293
Berichte und Anträge zur Anschaffung von Instrumenten für die Göttinger Sternwarte.	
Amliche Berichte.	
Pro Memoria, die Anschaffung der Instrumente für die neue Sternwarte in Göttingen betreffend	— 294
Pro Memoria, die Bestellung der astronomischen Instrumente für die neue Sternwarte in Göttingen betreffend	— 303
Bericht über meine Reise nach München und Benedictbeuren wegen der astronomischen Instrumente	— 308
Bemerkungen	— 312
Bestimmungen des Sonnendurchmessers am Mittagsfernrohr.	
Briefwechsel.	
GAUSS an BESSEL, 1820 März 5	— 313
BESSEL an GAUSS, 1820 November 20 und GAUSS an BESSEL, 1821 März 11	— 314
Bemerkungen	— 314
Über den Repsold'schen Meridiankreis.	
Briefwechsel.	
GAUSS an GERLING, 1818 August 25	— 315
Bemerkungen	— 316
Beobachtungen am REICHENBACHSchen Meridiankreis.	
Briefwechsel.	
GAUSS an OLBERS, 1819 Mai	— 317
BESSEL an GAUSS, 1820 März 20	— 318
OLBERS an BESSEL, 1820 April 20	— 319
BESSEL an GAUSS, 1820 April 30	— 319
BESSEL an OLBERS, 1820 Mai 11	— 320



GAUSS an BESSEL, 1820 Mai 12	Seite 320
BESSEL an OLBERS, 1820 Juni 5	— 323
BESSEL an GAUSS, 1820 Juni 1	— 323
GAUSS an BESSEL, 1820 Juni 28	— 323
BESSEL an GAUSS, 1820 Juli 10	— 326
BESSEL an OLBERS, 1820 August 3	— 327
GAUSS an BESSEL, 1820 August 17	— 327
GAUSS an BESSEL, 1820 December 7	— 328
BESSEL an OLBERS, 1821 Februar 8	— 332
GAUSS an BESSEL, 1821 März 11	— 332
BESSEL an OLBERS, 1821 April 9	— 332
BESSEL an GAUSS, 1821 April 19	— 333
OLBERS an GAUSS, 1824 Januar 22	— 333
GAUSS an OLBERS, 1824 Februar 1	— 334
GAUSS an OLBERS, 1824 Februar 2	— 334
GAUSS an OLBERS, 1824 Februar 28	— 337
GAUSS an BESSEL, 1824 März 14	— 338
BESSEL an OLBERS, 1824 März 25	— 339
GAUSS an OLBERS, 1824 Mai 3	— 340
BESSEL an GAUSS, 1824 Juni 14	— 341
GAUSS an BESSEL, 1828 Juli 2	— 341
GAUSS an SCHUMACHER, 1827 Juli	— 342
<i>Nachlass.</i>	
I. Resultate der Beobachtungen am REICHENBACHSchen Kreise für die einzelnen Sterne	— 343
II. Über die Konstanten des REICHENBACHSchen Meridiankreises	— 351
Bemerkungen	— 354
Verschiedenes zur sphärischen und praktischen Astronomie.	
<i>Veröffentlichungen, Nachlass und Briefwechsel.</i>	
1. Tafel um für eine bestimmte Polhöhe aus dem Stundenwinkel und der Deklination, Azimuth, Höhe und parallaktischen Winkel zu berechnen	— 358
2. Methode die Breite aus dem Mittel mehrerer von der Culmination entfernten Zenithdistanzen eines Sterns zu finden	— 360
Bemerkungen	— 362
3. Über die Reduktion von Circummeridianhöhen	— 363
4. Kleinste Zwischenzeit zwischen den Durchgängen durch zwei gegebene Almucantarats, rein analytisch	— 365
5. Berechnung der Dämmerung, deren Dauer der Äquinoktialdämmerung gleich ist	— 369
Bemerkungen	— 370
6. Über die Berechnung von Mondfinsternissen	— 371
GAUSS an GERLING ohne Datum	— 371
7. Längenbestimmungen aus Sternbedeckungen	— 374
Bemerkungen	— 377
8. Tafeln zur Berechnung der Aberration, Präzession, Lunar- und Solarnutation für Sternzeit eingerichtet	— 379
Bemerkungen	— 381

9. Zur Präzession der Nachtgleichen	Seite 382	
Bemerkungen	— 385	
10. Über die Grössenordnungen der Fixsterne	— 388	
GAUSS an OLBERS, 1821 März 18	— 388	
11. Über die Frequenz von optischen Doppelsternen	— 390	
Bemerkungen	— 390	
12. Über ein Mikrometer zur Beobachtung von Kometen am Meridiankreise	— 394	
SCHUMACHER an GAUSS, 1844 Oktober 8	— 394	
GAUSS an SCHUMACHER, 1844 Oktober 14	— 394	
GAUSS an SCHUMACHER, 1845 Juni 18	— 395	
<i>Anzeige:</i>		
E. SCHMIDT, Theorie der astronomischen Strahlenbrechung	— 397	
Bemerkungen	— 400	
BEWEGUNG DES SONNENSYSTEMS.		
A) Veröffentlichungen und Briefwechsel.		
I. <i>Hauptpreisfrage der Göttinger Societät der Wissenschaften, betreffend die Bewegung des Sonnensystems</i>		— 405
II. <i>Briefwechsel.</i>		
OLBERS an GAUSS, 1821 November 25	— 406	
OLBERS an GAUSS, 1821 December 11	— 408	
GAUSS an OLBERS, 1821 December 18	— 408	
OLBERS an BESSEL, 1821 December 24	— 411	
OLBERS an GAUSS, 1821 December 29	— 413	
GAUSS an OLBERS, 1822 Januar 15	— 416	
» » » , 1822 Januar 22—23	— 419	
» » » , 1822 Januar 29	— 423	
OLBERS an GAUSS, 1822 Februar 2	— 425	
GAUSS an BESSEL, 1822 November 15	— 426	
BESSEL an GAUSS, Winter 1822/23	— 427	
OLBERS an GAUSS, 1823 Mai 30	— 428	
» » » , 1823 Oktober 11	— 428	
GAUSS an OLBERS, 1823 November 2	— 429	
GAUSS an BESSEL, 1823 November 5	— 430	
OLBERS an GAUSS, 1826 Juni 12	— 430	
GAUSS an OLBERS, 1826 Juli 14	— 430	
III. <i>Veröffentlichungen, Briefwechsel und Nachlass;</i>		
GAUSS an ANGELANDER, 1838 Februar 16	— 433	
Drei handschriftliche Notizen	— 438	
GAUSS an OLBERS, 1838 März 4	— 440	
OLBERS an GAUSS, 1838 März 10	— 441	
GAUSS an OLBERS, 1838 April 8	— 441	
» » » , 1838 April 11	— 444	
OLBERS an GAUSS, 1838 April 17	— 445	
Über einen verschollenen Brief von GAUSS an A. v. HUMBOLDT	— 445	



GAUSS an SCHUMACHER, 1847 Oktober 27	Seite 446
Aus HUMBOLDTs Kosmos 1850	— 448
B) Zeichnungen und Tabellen.	
<i>Nachlass.</i>	
I. Zeichnung zur graphisch-abzählenden Apex-Ermittlung aus 71 Sternen	— 451
II. Kleine Rangliste der 71 »BESSELSchen« Sterne mit grosser Eigenbewegung	— 453
III. Tabellarische Übersicht zur Apex-Berechnung aus 300 Sternen nach der GAUSS-BRAVAIS-AIRYSchen Methode	— 455
C) Bemerkungen des Bearbeiters	— 481
Bemerkungen zu GAUSS' Brief an OLBERS vom 18. Dezember 1821	— 482
Bemerkungen zu OLBERS' Brief an BESSEL vom 24. Dezember 1821 und zu OLBERS' Brief an GAUSS vom 29. Dezember 1821	— 484
Bemerkungen zu GAUSS' Brief an OLBERS vom 15. Januar 1822	— 486
» » » » » vom 22.—23. Januar 1822	— 490
» » » » » vom 29. Januar 1822	— 493
» » » Briefwechsel mit BESSEL vom Winter 1822/23	— 500
» » » OLBERS' Briefwechsel mit GAUSS in den Jahren 1823 und 1826	— 500
» » » GAUSS' Brief an BESSEL vom 5. November 1823	— 500
» » » » » ARGELANDER vom 16. Februar 1838	— 501
» » » zu der auf Seite 438—439 abgedruckten Notiz von GAUSS	— 502
Verzeichnis der vor- und nachgaussischen Literatur über die Bewegung des Sonnensystems	— 506
Berichtigungen und Ergänzungen zu Band XI 1	— 507
Bemerkungen zu Band XI 1	— 509





C. F. GAUSS WERKE

HERAUSGEGEBEN VON DER GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN
ZU GÖTTINGEN.

IN KOMMISSION BEI JULIUS SPRINGER IN BERLIN.

A. AUSGABE AUF DRUCKPAPIER.

- Band I. DISQUISITIONES ARITHMETICAE. Zweiter Abdruck. 1870.
II. HOHERE ARITHMETIK. Zweiter Abdruck. 1876.
NACHTRAG zum ersten Abdruck des zweiten Bandes. 1876.
III. ANALYSIS. Zweiter Abdruck. 1876.
IV. WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG UND GEOMETRIE. Zweiter Abdruck. 1880.
V. MATHEMATISCHE PHYSIK. Zweiter Abdruck. 1877.
VI. ASTRONOMISCHE ABHANDLUNGEN UND AUFSATZE. 1871.
VII. THEORIA MOTUS UND THEORETISCH-ASTRONOMISCHER NACHLASS. (Parabolische Bewegung, Störungen der Ceres und der Pallas, Theorie des Mondes.) 1806.
VIII. ARITHMETIK, ANALYSIS, WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG, GEOMETRIE.
(Nachträge zu Band I—IV.) 1900.
IX. GEODASIE. (Fortsetzung von Band IV.) 1903.
X. Abteilung 1. NACHLASS UND BRIEFWECHSEL ZUR REINEN MATHEMATIK.
(Nachträge zu Bd. I—IV und VIII.) TAGEBUCH. 1917.
X. Abteilung 2. ABHANDLUNGEN ÜBER GAUSS' WISSENSCHAFTLICHE TÄTIGKEIT
AUF DEN GEBIETEN DER REINEN MATHEMATIK. 1. und 2. Abhandlung. 1922.
X. Abteilung 3, 4. Abhandlung. 1923.
XI. Abteilung 1. NACHLASS UND BRIEFWECHSEL ZUR PHYSIK, ASTRONOMIE
UND CHRONOLOGIE (Nachträge zu Bd. V—VII.) 1927.
XI. Abteilung 2. ABHANDLUNGEN ÜBER GAUSS' WISSENSCHAFTLICHE TÄTIGKEIT
AUF DEN GEBIETEN DER ANGEWANDTEN MATHEMATIK (Geodäsie, Physik,
Astronomie). 1. Abhandlung. 1924. 2. Abhandlung o. f. in Vorbereitung.
Die Bände X 2 und XI 2 bestehen aus einzelnen Abhandlungen (Essays), die besonders
paginiert sind und in der Reihenfolge ihrer Fertigstellung auch gesondert ausgegeben
werden. Mit der letzten Abhandlung eines jeden Bandes wird Titelblatt und Inhalts-
verzeichnis geliefert.
XII. VARIA. ATLAS DES ERDMAGNETISMUS. BIOGRAPHISCHES REGISTER.
Unter der Presse.

B. AUSGABE AUF SCHREIBPAPIER.

Band I—VI (nur vollständig abzugeben).

GÖTTINGEN, GEDRUCKT IN DER DIETERICHSCHEN UNIV.-BUCHDRUCKEREI (W. FR. KAESTNER).