ZUR BESTIMMUNG

DER CONSTANTEN DES BIFILARMAGNETOMETERS.

Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. 1840. I.

1.

Zum richtigen und sichern Gebrauche des Bifilarmagnetometers ist die Kenntniss der Zahlenwerthe gewisser Grössen erforderlich, die sich auf bedingungsweise wie constant zu betrachtende Verhältnisse der Theile des Apparats beziehen, und von denen als wesentlichen Elementen die nach den verschiedenen Stellungen der beweglichen Theile zu beobachtenden Gleichgewichtslagen und Schwingungszeiten abhängen. Diese Elemente sind vier, nemlich

1) die Stellung, welche der Index der Spiegelalhidade haben muss, damit die Normale gegen den Spiegel mit der optischen Axe des Beobachtungsfernrohrs in Eine Verticalebene falle, wenn die beiden Aufhängungsdrähte in einer Verticalebene sind; diese Stellung (so verstanden, dass die reflectirende Fläche des Spiegels dem Fernrohre zugekehrt sei) soll mit P bezeichnet werden.

2) die Stellung, welche bei eben dieser Lage der Aufhängungsdrähte dem Index des Schiffchens gegeben werden muss, damit die magnetische Axe des Magnetstabes sich in natürlicher Lage im magnetischen Meridiane befinde; ich bezeichne diese Stellung mit Q.

Es bedarf keiner Erinnerung, dass wenn jede der beiden Alhidaden mehr als einen Index hat, einer davon immer (nach Belieben) als Hauptindex zu wählen ist.

3) das Verhältniss der magnetischen Directionskraft zu der aus der Aufhängungsweise entspringenden, welche letztere die statische Directionskraft heissen mag: dieses Verhältniss soll durch $R:1$ ausgedrückt werden.

4) die statische Schwingungsdauer des Apparats, d. i. diejenige, welche bloss in Folge der Aufhängungsart oder ohne Einwirkung des Erdmagnetismus auf den Magnetstab, Statt finden würde: ich bezeichne das Quadrat dieser Schwingungsdauer mit S.

Es erhellt hieraus, dass $\frac{S}{R}$ das Quadrat der reinmagnetischen Schwingungsdauer ausdrückt, d. i. derjenigen, die bei der Aufhängung des Apparats an einem einfachen Faden ohne Torsion Statt haben würde.

2.

Es ist nun zuvörderst zu entwickeln, wie das, was am Bifilarmagnetometer unmittelbar beobachtet wird, mit der Stellung der beiden Alhidaden und diesen vier Elementen zusammenhängt.

Bei der Stellung der Alhidade des Spiegels auf A, der Alhidade des Schiffchens auf B, bezeichne t die Schwingungsdauer, und p den in Bogentheile verwandelten Abstand des der Gleichgewichtslage entsprechenden Skalentheils von demjenigen Punkte der Skale, der mit der optischen Axe des Beobachtungsfernrohrs in derselben Verticalebene ist, und durch den von der Mitte des Objectivs herabhängenden Lothfaden kenntlich gemacht wird. Um die Vorstellungen zu fixiren, nehme ich an, dass die Theilungen sowohl am Kreise als an der Skale von der Linken nach der Rechten laufen, und beziehe positive Zeichen von p auf den Fall, wo die auf dem Fadenkreuze des Fernrohrs beobachtete Zahl grösser ist, als die Zahl am Lothfaden. Bei jener Gleichgewichtslage befindet sich also das Bifilarmagnetometer um $A-P-p$ rückwärts, d. i. von der Rechten nach der Linken gedreht gegen diejenige Lage, wo die Aufhängungsdrähte parallel waren, oder $A-P-p$ ist der Winkel zwischen der geraden Linie durch die beiden untern Enden der Aufhängungsdrähte und einer Parallele mit der die beiden obern Enden verbindenden. Das durch die Aufhängungsweise hervorgebrachte Drehungsmoment ist zwar nicht in völliger Schärfe, aber hinlänglich genau für die Ausübung, dem Sinus dieses Winkels proportional; wir setzen dasselbe $= D \sin(A-P-p)$, wo also D die statische Directionskraft ausdrückt: die positiven Werthe des Drehungsmoments beziehen sich auf Drehung von der Linken nach der Rechten.

In derselben Lage des Apparats macht die magnetische Axe des Magnetstabes mit dem magnetischen Meridiane den von der Rechten nach der Linken gezählten Winkel $A-P-p-B+Q$, und das aus der Einwirkung des Erdmagnetismus auf den Magnetstab entspringende von der Linken nach der Rechten positiv gerechnete Drehungsmoment ist $= RD\sin(A-P-p-B+Q)$. Wir haben mithin die Gleichung (1)

$$0 = \sin(A-P-p) + R\sin(A-P-p-B+Q)$$

Wird der ganze Apparat aus der Gleichgewichtsstellung um den Winkel z von der Rechten nach der Linken gedreht, so wirkt im entgegengesetzten Sinn das Drehungsmoment

$$D\sin(z+A-P-p) + DR\sin(z+A-P-p-B+Q)$$

welcher Ausdruck nach Entwicklung der beiden Sinus und unter Berücksichtigung der Gleichung (1) in

$$D\sin z(\cos(A-P-p) + R\cos(A-P-p-B+Q))$$

übergeht, also dem Sinus von z proportional ist. Man hat also

$$D(\cos(A-P-p) + R\cos(A-P-p-B+Q))$$

wie die Directionskraft zu betrachten, die aus der Verbindung der statischen und magnetischen resultirt, und wir haben daher (2)

$$\frac{S}{tt} = \cos(A-P-p) + R\cos(A-P-p-B+Q)$$

Indem man in den beiden Gleichungen (1), (2) auf beiden Seiten quadrirt, und addirt, findet man (3)

$$\frac{SS}{t^4} = 1 + 2R\cos(Q-B) + RR$$

Bezeichnet man mit e die Basis der hyperbolischen Logarithmen und mit i die imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$, so lassen sich die beiden Gleichungen (1), (2) bequem in Eine zusammenziehen

$$\frac{S}{tt} = e^{i(A-P-p)} + Re^{i(A-P-p-B+Q)}$$

oder noch einfacher in folgende (4)

$$1 = \frac{S}{tt}e^{i(P+p-A)} - Re^{i(Q-B)}$$

welche die beiden

$$1 = \frac{S}{tt}\cos(P+p-A) - R\cos(Q-B)$$

$$\frac{S}{tt}\sin(P+p-A) = R\sin(Q-B)$$

unter sich begreift.

Für die natürliche Lage, wo $Q = B$, wird

$$tt = \frac{S}{1+R}$$

für die verkehrte hingegen, wo $Q = B + 180^0$,

$$tt = \frac{S}{1-R}$$

3.

Die transversale Stellung, im engern Sinne, erfordert, dass

$$A-P-p-B+Q = \pm 90^0$$

wird, wo das obere Zeichen sich auf den Fall bezieht, wo der Nordpol des Magnetstabs auf der Westseite des magnetischen Meridians sein soll, das untere auf die östliche Lage. Es wird also nach (1)

$$\sin(A-P-p) = \mp R$$

Bezeichnet man demnach mit φ den spitzen Winkel, dessen Sinus $= R$ ist, so wird für die westliche Stellung des Nordpols

$$A = P+p-\varphi, \quad B = Q-\varphi-90^0$$

für die östliche hingegen

$$A = P+p+\varphi, \quad B = Q+\varphi+90^0$$

Damit die Gleichgewichtsstellung dem durch den Lothfaden bezeichneten Skalenpunkte selbst entspreche, muss also die Spiegelalhidade auf $P-\varphi$ für den ersten Fall, und auf $P+\varphi$ für den zweiten gestellt werden.

Für die der Transversalstellung entsprechende Schwingungsdauer ergibt die Formel (2) sogleich

$$\frac{s}{tt} = \cos\varphi$$

oder

$$tt = \frac{s}{\sqrt{(1-RR)}}$$

Die Schwingungsdauer für die Transversalstellung ist demnach die mittlere Proportionale zwischen den Schwingungszeiten für die natürliche und für die verkehrte Stellung.

4.

Um klar übersehen zu können, in wiefern die Elemente veränderlich sind, müssen wir dieselben auf ihren Ursprung zurückführen.

Die Winkel P und Q sind jeder aus drei Theilen zusammengesetzt. Es besteht nemlich P aus dem Winkel zwischen dem nach dem Nullpunkte des Kreises gehenden Radius und der die beiden untern Enden der Aufhängungsdrähte verbindenden geraden Linie; dem Winkel zwischen der die beiden obern Enden der Aufhängungsdrähte verbindenden geraden Linie und der optischen Axe des Fernrohrs (oder vielmehr zwischen den Projectionen dieser geraden Linie auf eine Horizontalebene, was auch bei allen andern Winkelschenkeln, die nicht selbst horizontal sind, oder unmittelbar einander nicht schneiden, stillschweigend verstanden wird); dem Winkel zwischen der Normale gegen den Spiegel und dem nach dem Hauptindex der Spiegelalhidade gehenden Radius.

Der erste Bestandtheil von Q ist einerlei mit dem ersten Bestandtheile von P; der zweite ist der Winkel zwischen der die beiden obern Enden der Aufhängungsdrähte verbindenden geraden Linie und dem magnetischen Meridian; der dritte der Winkel zwischen der magnetischen Axe des im Schiffchen liegenden Magnetstabes und dem nach dem Hauptindex der Alhidade des Schiffchens gehenden Radius.

Alle diese fünf Winkel sind von der Linken nach der Rechten zu zählen. Es erhellt aus dieser Analyse, dass, insofern die Aufhängung des Instruments, die Verbindung des Spiegels mit seiner Alhidade und die Stellung des Beobachtungsfernrohrs unverrückt bleiben, P ganz unveränderlich sein wird; dass aber Q wegen seines zweiten Bestandtheils gerade dieselben Veränderungen erleidet, wie die magnetische Declination, die von der Linken nach der Rechten gehenden Veränderungen als positiv betrachtet.

Die statische Directionskraft wird durch die Formel

$$D = \frac{fgG}{4h}$$

ausgedrückt, wo G das Gewicht des Apparats (d. i. die durch die Schwerkraft multiplicirte Masse), f den Abstand der Aufhängungsdrähte bei den untern, g bei den obern Enden, h die Höhe der obern Befestigung über der untern bedeutet; wenigstens insofern man die kleine Vergrösserung bei Seite setzt, welche jene Kraft noch durch die Reaction der einzelnen Aufhängungsdrähte gegen die Torsion erhält, was hier, wo zunächst nur von der Veränderlichkeit der ganzen Kraft die Rede ist, füglich geschehen kann. Bezeichnet man noch das Trägheitsmoment in Beziehung auf die verticale Drehungsaxe mit K, so wird, π in üblicher Bedeutung genommen,

$$S = \frac{\pi\pi K}{D} = \frac{4\pi\pi h K}{fgG}$$

Es erhellt nun, dass die einzelnen Factoren f, g, h, K in Folge des Temperaturwechsels Veränderungen erleiden, die freilich theils an sich sehr gering sind, theils wie weiter unten gezeigt werden wird, in dem Werthe von S sich fast vollkommen compensiren. Als ganz unmerklich kann diejenige Ungleichheit angesehen werden, die aus dem ungleichen Gewichtsverlust in Folge ungleicher Luftdichtigkeit entspringt.

Die magnetische Directionskraft ist $= TM$, wenn T die Intensität des horizontalen Erdmagnetismus, M das Moment des Magnetismus im Magnetstabe ausdrückt; wir haben demnach

$$R = \frac{TM}{D} = \frac{4TMh}{fgG} = \frac{STM}{\pi\pi K}$$

Die Veränderlichkeit von R beruht also auf einem dreifachen Grunde.

Erstlich auf der fortwährenden Veränderlichkeit von T; zweitens auf der Veränderlichkeit der Temperatur, welche nicht allein die Lineargrössen f, g, h afficirt, sondern zugleich den Stabmagnetismus M; drittens auf der Veränderlichkeit von M unabhängig von dem jedesmaligen Temperaturzustande.

In Beziehung auf die dritte Ursache sind unsere Kenntnisse bisher noch ziemlich unvollkommen. Bei den im 2. Bande der *Resultate* mitgetheilten Versuchen des Hrn. Prof. Weber wurde der durch künstliche Erwärmung erlittene Verlust durch die nachherige Abkühlung niemals vollkommen ersetzt, sondern es blieb nach Wiederherstellung der anfänglichen Temperatur ein bedeutender nachhaltiger Verlust. Von der andern Seite lehrt die Erfahrung, dass Magnetnadeln ohne neue Bestreichung doch eine lange Reihe von Jahren, trotz der täglichen und jährlichen Abwechslung der Temperatur, einen bedeutenden Grad von Magnetismus behalten, woraus man also auf einen äusserst langsamen progressiven Verlust schliessen muss*). Es würde von grosser Wichtigkeit sein, die Bedingungen genau zu kennen, unter welchen der Temperaturwechsel den möglich kleinsten nachhaltigen Kraftverlust bewirkt. Ausser der Beschaffenheit und Härtung des Stahls, und einer kräftigen ursprünglichen Magnetisirung, wird es wahrscheinlich hauptsächlich darauf ankommen, dass seit dieser erst eine gewisse Zeit verflossen sein muss, dass die Temperaturänderungen gewisse Grenzen nicht überschreiten, und dass sie immer nur sehr langsam und allmählig erfolgen. Unter solchen Bedingungen wird es verstattet sein müssen, den magnetischen Zustand eines Magnetstabes — wenn wir mit dieser Benennung sein auf eine bestimmte Normaltemperatur reducirtes magnetisches Moment bezeichnen — während einer mässigen Zeit, z. B. einiger Tage, wie constant zu betrachten, und wenn nach einem längern Zeitraume eine entschiedene Abnahme gefunden wird, für die Zwischenzeit eine stetige Verminderung in geometrischer Progression zum Grunde zu legen. Die Ausführung des sinnreichen, von Hrn. Prof. Weber in dem weiter unten folgenden Aufsatze mitgetheilten Vorschlage scheint vorzüglich dazu geeignet, über diesen interessanten Gegenstand Licht zu verbreiten.

5.

Damit nun die Aufgabe, die Zahlenwerthe der Elemente eines Bifilarmagnetometers durch Versuche auszumitteln, eine präcise Bedeutung erhalte, verstehen wir unter den zu suchenden Werthen der veränderlichen Elemente diejenigen, die sich auf eine bestimmte Declination, eine bestimmte horizontale Intensität, eine bestimmte Temperatur und denjenigen magnetischen Zustand des

*) An der Nadel einer Bussole, die sich an einer im Jahre 1769 verfertigten Sonnenuhr der hiesigen Sternwarte befindet, konnte 1841 durch neue Bestreichung bis zur Sättigung der Magnetismus nur auf das Dreifache erhöhet werden; an einer andern von 1603 nur auf das Fünffache. In der sehr wahrscheinlichen Voraussetzung, dass beide seit ihrer Verfertigung niemals neu gestrichen waren, und wenn man zugleich annimmt, dass sie ursprünglich auch bis zur Sättigung magnetisirt gewesen sind, und dass die Kraft allmählig in geometrischer Progression abgenommen hat, beträgt der jährliche Verlust bei der erstern $\frac{1}{78}$, bei der zweiten $\frac{1}{150}$, und noch weniger, falls die ursprüngliche Magnetisirung die Sättigung nicht erreicht hatte.

Magnetstabes beziehen, welcher ihm zur Zeit dieser Versuche zukommt, wobei also die Veränderungen, welche letzterer nach längerer Zwischenzeit erleiden mag, gar nicht in Frage kommen. Wir bezeichnen diese Normalwerthe der veränderlichen Elemente mit Q^0, R^0, S^0 (indem P schon für sich constant ist), und setzen allgemein

$$Q = Q^0 + q, \quad R = rR^0, \quad S = sS^0$$

Auf gleiche Weise mögen f^0, g^0, h^0, K^0, T^0, M^0 die Normalwerthe der veränderlichen Grössen f, g, h, K, T, M bezeichnen. Wir haben also sofort

$$s = \frac{f^0 g^0 h K}{f g h^0 K^0}, \qquad r = \frac{f^0 g^0 h M T}{f g h^0 M^0 T^0}$$

Um bei der Bestimmung der Elemente die während der dazu erforderlichen Operationen Statt findenden Veränderungen in der Richtung und Stärke der erdmagnetischen Kraft berücksichtigen zu können, muss natürlich ein Hülfsapparat zu Gebote stehen, am besten ein Unifilarmagnetometer, an welchem gleichzeitig Schwingungsdauer und Stand beobachtet werden. Zugleich dient dieses Hülfsmagnetometer dazu, die zu wählende Normaldeclination und Normalintensität nachweisbar zu machen, zunächst dadurch, dass man jene einem bestimmten Skalenpunkte, diese einer bestimmten Schwingungsdauer für die Normaltemperatur entsprechen lässt, wobei man dann auch in seiner Gewalt hat, beide Normalgrössen nach bekannten Methoden auf absolutes Maass zu bringen. Hiernach ist ohne weiteres q der in Bogentheile verwandelte Unterschied des am Hülfsmagnetometer beobachteten Standes vom Normalstande. Bezeichnet man ferner, was am Bifilarmagnetometer M, K, t ist, für das Hülfsmagnetometer mit m, k, θ, und die Normalwerthe dieser Grössen mit m^0, k^0, θ^0, so wird

$$\frac{\theta\theta}{\theta^0\theta^0} = \frac{k m^0 T^0}{k^0 m T}$$

und folglich

$$r = \frac{f^0 g^0 h k m^0 M \theta^0 \theta^0}{f g h^0 k^0 m M^0 \theta\theta} = \frac{s k K^0 m^0 M \theta^0 \theta^0}{k^0 K m M^0 \theta\theta}$$

Von den sieben Factoren $\frac{f^0}{f}$, $\frac{g^0}{g}$, $\frac{h}{h^0}$, $\frac{k}{k^0}$, $\frac{K^0}{K}$, $\frac{m^0}{m}$, $\frac{M}{M^0}$, welche in den Ausdrücken für s und r vorkommen, wird man die fünf ersten nach der Ausdehnung, welche die betreffenden Metalle durch die Temperatur erleiden, die beiden letzten hingegen nach der besten Kenntniss, die man vom Einfluss der Temperatur auf den Stabmagnetismus besitzt, zu berechnen haben, indem das, was wir den magnetischen Zustand genannt haben, bei beiden Magnetstäben während der hier in Rede stehenden Operationen wie constant betrachtet wird. Wir fügen in Beziehung auf diese Rechnung noch einige Entwickelungen bei.

Indem wir zur Normaltemperatur den Gefrierpunkt wählen, bezeichnen wir mit c und c' die Temperatur im Kasten des Bifilar- und des Hülfsmagnetometers, mit c'' die Temperatur bei der obern Befestigung der Aufhängungsdrähte des erstern; ferner, für Einen Grad Wärmezunahme, die Ausdehnung des Stahls mit α, des Messings mit δ, und die Abnahme des Stabmagnetismus für die Stäbe der beiden Apparate mit γ und γ'. Da die Veränderung des Trägheitsmoments der beiden Apparate dem bei weitem grössten Theile nach von der Ausdehnung der Magnetstäbe selbst herrührt, so wird man ohne Bedenken

$$\frac{K}{K^0} = (1+\alpha c)^2, \qquad \frac{k}{k^0} = (1+\alpha c')^2$$

setzen; für die Ausdehnung der Aufhängungsdrähte, wenn sie, wie am hiesigen Apparate, Stahldrähte sind, wird man denselben Coëfficienten α beibehalten, und für ihre Temperatur $\frac{1}{2}(c+c'')$ annehmen können, so dass

$$\frac{h}{h^0} = 1+\tfrac{1}{2}\alpha(c+c'')$$

wird. Wir haben mithin (1)

$$s = \frac{(1+\alpha c)^2(1+\frac{1}{2}\alpha(c+c''))}{(1+\delta c)(1+\delta c'')}$$

wofür man auch, hinlänglich genau,

$$s = 1+(3\alpha-2\delta)c-(\delta-\tfrac{1}{2}\alpha)(c''-c)$$

setzen kann. Da nun, der Erfahrung zufolge, sehr nahe $\delta = \frac{3}{2}\alpha$ ist, so wird, sehr nahe, (2)

$$s = 1-\alpha(c''-c)$$

d. i. die Veränderung des Elements S ist nur von der Ungleichheit der untern und obern Temperatur abhängig, so dass in der Regel S wie ganz constant betrachtet werden kann.

Wir haben ferner (3)

$$r = \frac{s\vartheta^0\vartheta^0}{\vartheta\vartheta}\cdot\frac{1-\gamma c}{1-\gamma' c'}\cdot\left(\frac{1+\alpha c'}{1+\alpha c}\right)^2$$

oder wenn die Temperaturänderungen auf beide Stäbe gleichen Einfluss haben, d. i. wenn $\gamma' = \gamma$ ist, hinlänglich genau,

$$r = \frac{s\vartheta^0\vartheta^0}{\vartheta\vartheta}(1+(\gamma+2\alpha)(c'-c))$$

oder in Gemässheit von (2), eben so genau (4)

$$r = \frac{\vartheta^0\vartheta^0}{\vartheta\vartheta}(1+(\gamma+2\alpha)(c'-c)-\alpha(c''-c))$$

Endlich muss noch der Umstand bemerkt werden, dass durch die Vergleichungsbeobachtungen am Unifilarmagnetometer nicht der für einen bestimmten Augenblick geltende Werth von $\frac{T}{T^0}$ abgeleitet werden kann, sondern nur der Mittelwerth für die ganze Zeit, welche die Schwingungsbeobachtungen umfassen. Es versteht sich also von selbst, dass auch alle die andern Grössen, mit denen jene Schwingungsbeobachtungen als gleichzeitige unmittelbar oder mittelbar combinirt werden sollen, sich gleichfalls als Mittelwerthe auf denselben Zeitraum beziehen müssen.

6.

Die kunstloseste Art, die vier Elemente auszumitteln, ist folgende:

Bei willkürlicher Stellung des Schiffchens legt man anstatt des Magnetstabes einen nicht magnetischen Stab, ungefähr von gleichem Gewicht, in dasselbe, und gibt dem Spiegel eine solche Stellung, dass in der Gleichgewichtslage das Bild irgend eines Punkts der Skale auf dem Fadenkreuz des Beobachtungsfernrohrs erscheint, wo dann, A und p in der obigen Bedeutung genommen, $P = A-p$ wird. Um das Resultat von einer sehr genauen Kenntniss des Werthes der Skalentheile oder von einer sehr scharfen Reduction derselben auf Bogentheile unabhängiger zu machen, mag man die Operation, wenn das erstemal p noch sehr gross ausgefallen ist, mit einer neuen sehr genäherten Stellung des Spiegels wiederholen. Am meisten geeignet für diese Operation ist ein mit Blei belasteter Holzstab; das ungefähr gleiche Gewicht wird deswegen erfordert, um eine kleine Torsion, welche bei der Gleichgewichtsstellung des Ganzen die Aufhängungsdrähte für sich genommen möglicherweise haben könnten, unschädlich zu machen.

Ohne nun die Stellung des Spiegels weiter zu ändern, legt man anstatt der vorigen Belastung den Magnetstab in das Schiffchen, welches dann so gestellt werden soll, dass dem Ruhestande derselbe Skalenpunkt entspreche, wie zuletzt bei der nicht magnetischen Belastung. Man gelangt dazu, indem man durch Versuche zwei verschiedene Stellungen des Schiffchens ermittelt, zwischen welche die gesuchte fällt, und auf die bei jenen sich ergebenden Ablesungen an der Skale ein einfaches Interpolationsverfahren anwendet. Man kann sich hiebei entweder der natürlichen oder der verkehrten Lage des Magnetstabes bedienen; im ersten Falle ist das sich für B (die Stellung der Alhidade des Schiffchens) ergebende Resultat $= Q$, im zweiten $= Q \pm 180^0$. Die Anwendung der verkehrten Lage hat den Vorzug grösserer Schärfe, weil einer kleinen Änderung von B eine grosse Änderung der Skalentheile entspricht, die Anwendung der natürlichen Lage hingegen ist in so fern etwas bequemer, als man dabei dem Schiffchen eine nicht über die Grenzen der Skale hinausgehende Lage leichter geben kann. Man thut daher wohl, zur Vermeidung beschwerlichen Herumtastens, mit der natürlichen Lage anzufangen, das gefundene Resultat aber nur wie eine Vorbereitung zu betrachten, um bei den Versuchen in verkehrter Lage auf zwei nahe zusammenliegende Theilstriche einstellen zu können.

Das gefundene Resultat für Q bezieht sich auf diejenige Lage des magnetischen Meridians, welche derselbe in oder zwischen den beiden letzten Versuchen gehabt hat, und mehr als eine solche schwankende Bestimmung ist nicht zu fordern, wenn man keinen Hülfsapparat zu vergleichenden Beobachtungen anwenden kann. Steht aber ein Hülfsapparat zu Gebote, so geben gleichzeitige Standbeobachtungen an demselben die jenen beiden Beobachtungen correspondirenden Werthe von q und das obige Interpolationsverfahren auf die beiden Werthe von $B-q$ angewandt ergibt dann den Werth von Q^0 oder $Q^0 \pm 180^0$.

Endlich beobachtet man die Schwingungsdauer sowohl in der natürlichen als in der verkehrten Lage; man stellt zu dem Ende die Alhidade des Schiffchens so genau man kann auf denjenigen Werth von Q (und beziehungsweise von $Q+180^0$), der eben beim Anfang der Schwingungsbeobachtungen gilt. Die Schwingungsdauer in der natürlichen Lage sei t', in der verkehrten t''; kann man gleichzeitig Schwingungen am Hülfsmagnetometer beobachten, so erhält man dadurch die correspondirenden Werthe von r, die mit r', r'' bezeichnet werden mögen; will man auch die Veränderlichkeit von S berücksichtigen, so mögen s', s'' die correspondirenden Werthe von s sein. Die kleinen Veränderungen in der Lage des magnetischen Meridians während der Schwingungsbeobachtungen

werden in der Regel keinen merklichen Einfluss auf die Resultate haben. Die beiden Gleichungen am Schluss des 2. Artikels werden demnach

$$t't' = \frac{s'S^0}{1+r'R^0}$$
$$t''t'' = \frac{s''S^0}{1-r''R^0}$$

woraus durch Elimination folgt

$$R^0 = \frac{s't''t''-s''t't'}{r''s't''t''+r's''t't'}$$
$$S^0 = \frac{(r'+r'')t't't''t''}{r''s't''t''+r's''t't'}$$

Nach der im 5. Art. gemachten Bemerkung kann man füglich S wie constant betrachten, oder $s'=s''=1$ setzen, wodurch die Formeln in

$$R^0 = \frac{t''t''-t't'}{r''t''t''+r't't'}$$
$$S = \frac{(r'+r'')t't't''t''}{r''t''t''+r't't'}$$

übergehen. Kann man aber keine Vergleichungsbeobachtungen an einem Hülfsapparat zuziehen, so bleibt nichts übrig, als geradezu

$$R = \frac{t''t''-t't'}{t''t''+t't'}$$
$$S = \frac{2t't't''t''}{t''t''+t't'}$$

zu setzen, und es ist klar, dass der so gefundene Werth von R nur eine Art von Mittel zwischen den für die beiden Schwingungssätze geltenden bedeuten, S aber mit einer kleinen von der Ungleichheit der letztern abhängenden Unrichtigkeit behaftet bleiben wird.

7.

Die allgemeinere Auflösung unsrer Aufgabe gründen wir auf die gleichzeitigen Beobachtungen von Schwingungsdauer und Gleichgewichtsstand des Bifilarmagnetometers bei zwei beliebigen ungleichen Stellungen des Schiffchens. Wir bezeichnen die bestimmten Werthe der Grössen A, B, p, Q, R, S, t

für den ersten Satz der Beobachtungen mit $A', B', p', Q^0+q', r'R^0, s'S^0, t'$;

für den zweiten Satz mit $A'', B'', p'', Q^0+q'', r''R^0, s''S^0, t''$.

Anstatt aus den vier Gleichungen, welche die Substitution dieser Werthe in den beiden Gleichungen (1) und (2) Art. 2 ergibt, die unbekannten Elemente P, Q^0, R^0, S^0 durch Elimination abzuleiten, gelangen wir zu demselben Ziele viel leichter durch Benutzung des Calculs der imaginären Grössen, indem wir in Folge der Formel (4) Art. 2 von den beiden Gleichungen

$$1 = \frac{s'S^0}{t't'}\,e^{i(P+p'-A')} - r'R^0 e^{i(Q^0+q'-B')}$$
$$1 = \frac{s''S^0}{t''t''}\,e^{i(P+p''-A'')} - r''R^0 e^{i(Q^0+q''-B'')}$$

ausgehen, die sich, wenn wir zur Abkürzung

$$\frac{s'}{t't'}\,e^{i(p'-A')} = a'$$
$$\frac{s''}{t''t''}\,e^{i(p''-A'')} = a''$$
$$r'e^{i(q'-B')} = b'$$
$$r''e^{i(q''-B'')} = b''$$
$$S^0 e^{iP} = x$$
$$R^0 e^{iQ^0} = y$$

setzen, in folgende verwandeln

$$1 = a'x - b'y$$
$$1 = a''x - b''y$$

woraus man

$$x = \frac{b''-b'}{a'b''-a''b'} = \frac{\frac{b''}{b'}-1}{\frac{b''}{b'}-\frac{a''}{a'}}\cdot\frac{1}{a'}$$

$$y = \frac{a''-a'}{a'b''-a''b'} = \frac{\frac{a''}{a'}-1}{\frac{b''}{b'}-\frac{a''}{a'}}\cdot\frac{1}{b'}$$

erhält. Es ergeben sich hieraus folgende entwickelte Rechnungsvorschriften. Man setze (I)

$$\frac{t't'}{s'}\cdot\frac{s''}{t''t''}\cdot\cos(A'-A''-p'+p'') = \mathfrak{A}$$
$$\frac{t't'}{s'}\cdot\frac{s''}{t''t''}\cdot\sin(A'-A''-p'+p'') = \mathfrak{A}_1$$
$$\frac{r''}{r'}\cdot\cos(B'-B''-q'+q'') = \mathfrak{B}$$
$$\frac{r''}{r'}\cdot\sin(B'-B''-q'+q'') = \mathfrak{B}_1$$

wodurch also

$$\frac{a''}{a'} = \mathfrak{A} + i\mathfrak{A}_1$$
$$\frac{b''}{b'} = \mathfrak{B} + i\mathfrak{B}_1$$

wird. Man bestimme ferner die sechs Grössen u, U, v, V, w, W aus den Gleichungen (II)

$$\mathfrak{A} - 1 = u\cos U$$
$$\mathfrak{A}_1 = u\sin U$$
$$\mathfrak{B} - 1 = v\cos V$$
$$\mathfrak{B}_1 = v\sin V$$
$$\mathfrak{B} - \mathfrak{A} = w\cos W$$
$$\mathfrak{B}_1 - \mathfrak{A}_1 = w\sin W$$

und zwar so, dass u, v, w positiv werden. Es wird dann

$$\frac{b''}{b'} - 1 = v e^{iV}$$
$$\frac{a''}{a'} - 1 = u e^{iU}$$
$$\frac{b''}{b'} - \frac{a''}{a'} = w e^{iW}$$

und folglich

$$x = \frac{t't'}{s'}\cdot\frac{v}{w}\,e^{i(V-W+A'-p')}$$
$$y = \frac{u}{r'w}\,e^{i(U-W+B'-q')}$$

woraus man leicht schliesst, dass (III)

$$P = V - W + A' - p'$$
$$Q^0 = U - W + B' - q'$$
$$R^0 = \frac{u}{r'w}$$
$$S^0 = \frac{t't'}{s'} \cdot \frac{v}{w}$$

Die vierzehn Formeln I, II, III enthalten die vollständige möglich einfachste Auflösung unsrer Aufgabe.

Es verdient noch bemerkt zu werden, dass für $r' = r''$, (sei es, dass die vergleichenden Beobachtungen diese Gleichheit ergeben, oder dass man in Ermangelung solcher Beobachtungen die Veränderlichkeit von R während der beiden Beobachtungssätze zu berücksichtigen nicht im Stande ist)

$$V = \tfrac{1}{2}(B' - B'' - q' + q'') \pm 90^0$$
$$v = \pm 2 \sin \tfrac{1}{2}(B' - B'' - q' + q'')$$

wird, wo die obern oder die untern Zeichen gelten, je nachdem

$$\sin \tfrac{1}{2}(B' - B'' - q' + q'')$$

positiv oder negativ ist.

8.

Zur Erläuterung dieser Vorschriften fügen wir noch die vollständige Berechnung eines Beispiels bei. Die Rechnung ist mit siebenzifrigen Logarithmen geführt, also viel schärfer, als für die Ausübung nöthig ist, wo fünfzifrige Logarithmen immer zureichen.

Am 24. März 1841 wurde die Schwingungsdauer des Bifilarmagnetometers aus Beobachtungen, welche $1^{St}\,21'$ umfassten (wie sich von selbst versteht, nach gehöriger Reduction auf unendlich kleine Schwingungen) $= 28''89071 = t'$ gefunden; die Stellung der Spiegelalhidade war $154^0\,20'\,30'' = A'$, die der Alhidade des Schiffchens $= 27^0\,40'\,25'' = B'$. Im Mittel aus mehrern über jenen Zeitraum gleichförmig vertheilten Bestimmungen war der Stand 994.33 Skalentheile, also da der Lothfaden der Skalenzahl 1000 entspricht, und ein Skalentheil $21''5835$ beträgt, $p' = -2'\,2''38$. Aus ganz gleichzeitigen Beobachtungen fand sich die Schwingungsdauer des Unifilarmagnetometers im magnetischen

Observatorium $= 20''72725$, und der Stand im Mittel $= 881.80$ Skalentheile. Als Normalstand wurde der mittlere Stand aus den täglichen Aufzeichnungen im Februar 888.40 gewählt (welchem übrigens die absolute Declination $18^0\,11'\,54''$ entspricht); da ein Skalentheil am Unifilarmagnetometer $21''3489$ beträgt, so findet sich daraus $q' = -2'\,20''90$.

Der mittlere Thermometerstand (aus Aufzeichnungen unmittelbar vor dem Anfange und gleich nach dem Schluss der Beobachtungen) war im Kasten des Bifilarmagnetometers $+6^0 96$, bei der obern Befestigung der Aufhängungsdrähte $+7^0 6$, im Kasten des Unifilarmagnetometers $+7^0 45$, alles nach Réaumur.

Auf gleiche Weise war für einen zweiten Satz von Beobachtungen am folgenden Tage

$$t'' = 108''\,17$$
$$A'' = 151^0\,27'\,30''$$
$$B'' = 185\;\;59\;\;35$$
$$p'' = -\;\;24'\,33''07$$
$$q'' = +\;\;2\;\;42.04$$

die Schwingungsdauer des Unifilarmagnetometers $= 20''73117$, die Thermometerstände in derselben Ordnung wie oben $+6^0 36$, $+7^0 0$, $+7^0 1$.

Zur Berechnung des Einflusses der Temperatur setze ich

$$\alpha = 0.000016, \quad \delta = 0.000024, \quad \gamma = \gamma' = 0.000765$$

den letztern Werth nach Hansteen, da eigne entscheidende Bestimmungen zur Zeit noch fehlen. Es folgt hieraus nach den Formeln (1) und (3) des 5. Art., wenn wir $20''72 = 0^0$ zur Normalschwingungsdauer des Unifilarmagnetometers wählen,

$$\log r' = -0.0001376$$
$$\log s' = -0.0000043$$
$$\log r'' = -0.0002155$$
$$\log s'' = -0.0000044$$

In Folge der abgekürzten Formeln (2) und (4) a. a. O. würde man setzen können

$$\log s = -\alpha k(c'' - c)$$
$$\log r = 2 \log \tfrac{\theta^0}{\theta} + (\gamma + 2\alpha)k(c' - c) - \alpha k(c'' - c)$$

wenn k den Modulus der briggischen Logarithmen bezeichnet, also mit obigen Werthen von α, β, γ

$$\log s = 0.00000695\,(c''-c)$$
$$\log r = 2\log\tfrac{g^*}{g} + 0.0003461\,(c'-c) - 0.00000695\,(c''-c)$$

woraus für unsre Beobachtungen folgt

$$\begin{aligned}\log r' &= -0.0001386\\ \log s' &= -0.0000044\\ \log r'' &= -0.0002169\\ \log s'' &= -0.0000044\end{aligned}$$

also kaum merklich von obigen Werthen verschieden.

Nach diesen Vorbereitungen sind die Hauptmomente der Rechnung selbst folgende:

$$\begin{aligned}A'-A''-p'+p'' &= +\;\;2^0\,30'\,29''31\\ B'-B''-q'+q'' &= -158\;\;14\;\;\;7.06\\ \log\tfrac{t'\,t'\,s''}{s'\,t''\,t''} &= 8.8524525\\ \log\tfrac{r''}{r'} &= 9.9999221\end{aligned}$$

Hieraus nach I

$$\begin{aligned}\log\mathfrak{A} &= 8.8520363\\ \log\mathfrak{A}_1 &= 7.4935432\\ \log\mathfrak{B} &= 9.9678043\,\mathrm{n}\\ \log\mathfrak{B}_1 &= 9.5690569\,\mathrm{n}\end{aligned}$$

woraus ferner

$$\begin{aligned}\log(\mathfrak{A}-1) &= 9.9679562\,\mathrm{n}\\ \log(\mathfrak{B}-1) &= 0.2852304\,\mathrm{n}\\ \log(\mathfrak{B}-\mathfrak{A}) &= 9.9998589\,\mathrm{n}\\ \log(\mathfrak{B}_1-\mathfrak{A}_1) &= 9.5726915\,\mathrm{n}\end{aligned}$$

Hienach ergeben die Formeln II

$$\begin{aligned}U &= 179^0\,48'\,28''15\\ V &= 190\;\;52\;\;52.91\\ W &= 200\;\;30\;\;14.79\\ \log u &= 9.9679586\\ \log v &= 0.2931101\\ \log w &= 0.0282829\end{aligned}$$

und endlich die Formeln III

$$\begin{aligned}P^0 &= 144^0\,45'\,10''50\\ Q^0 &= \;\;\;7\;\;\;0\;\;59.26\\ \log R^0 &= 9.9398133\\ \log S^0 &= 3.1863476\end{aligned}$$

9.

Noch mehr lässt sich die Aufgabe generalisiren, indem man *vier verschiedene* Beobachtungssätze zum Grunde legt, zwei für den Stand, zwei für die Schwingungsdauer, wobei man zugleich die Voraussetzung fahren lässt, dass diese und jene beziehungsweise denselben Werthen von B entsprechen. Man hat dabei zwar den Vortheil, die Beobachtungen für den Stand des Bifilarmagnetometers nach dem in den *Resultaten* für 1836. II. [S. unten] beschriebenen Verfahren bei einem beinahe ganz beruhigten Zustande des Magnetstabes machen zu können: allein dieser Vortheil verliert seinen Werth durch den Umstand, dass man genöthigt bleibt, für alle vier Sätze am Hülfsmagnetometer Schwingungsdauer und Stand zugleich zu beobachten, also letztern doch aus Elongationen bestimmen muss. Es erhellt also, dass diese Methode doppelt so viele Arbeit verursacht, als die des 7. Art., welche ausserdem den Vorzug einer so sehr einfachen Berechnung hat, während die directe Bestimmung der Elemente aus vier getrennten Beobachtungssätzen bei weitem weitläufiger ausfällt, daher wir auch ihre in mathematischer Beziehung nicht uninteressante Entwickelung lieber auf einen andern Ort versparen.

10.

Es verdient noch bemerkt zu werden, dass wenn man bei der Bestimmung des Standes aus beobachteten Elongationen das [S. unten] *Resultate* 1836 II angezeigte Verfahren schlechthin anwendet, die ungleiche Geltung der Skalentheile in Bogentheilen einen Fehler erzeugt, der desto grösser ist, je weiter der Stand von der Mitte der Skale abliegt. Verlangt man also ganz scharfe Resultate, so muss man jenes Verfahren nicht unmittelbar auf die in den Elongationen abgelesenen Skalentheile, sondern auf die nach strenger Formel in Bogentheile verwandelten Abstände der Elongationen von der Mitte der Skale anwenden. Ist der Stand nahe bei der Mitte, so ist allerdings jener Fehler unerheblich, und man wird daher immer die Stellung des Spiegels oder den Werth von A so wählen, dass der Stand von der Mitte wenig abweiche, oder dass p klein werde. Bei der ersten Bestimmung der Elemente ist dies freilich nur durch einen vorläufigen Versuch (auf ähnliche Art wie im Art. 6) zu erreichen: besitzt man aber schon eine genäherte Kenntniss der Elemente P, Q, R, so wird man zu diesem Zweck lieber eine Rechnung anwenden, welcher man am bequemsten folgende (aus Art. 2. Formel (1) oder (4) leicht abzuleitende) Gestalt gibt. Man bestimme einen Winkel ψ durch die Formel

$$\operatorname{tang}\psi = \frac{1-R}{1+R}.\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(Q-B) = \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\varphi^2.\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(Q-B)$$

und zwar so, dass ψ in demselben Quadranten gewählt wird, in welchem $\tfrac{1}{2}(Q-B)$ liegt, und setze dann

$$A = \psi + P - \tfrac{1}{2}(Q-B)$$

11.

Es bleibt nun noch übrig, den Zusammenhang zu entwickeln, in welchem die Beobachtungen am Bifilarmagnetometer in der Transversalstellung mit den Veränderungen der Elemente stehen.

Es wird vorausgesetzt, dass die nach der Vorschrift von Art. 3 bestimmte Transversalstellung sich auf die Normalwerthe der Elemente beziehe: das Schiffchen ist also so gestellt, dass beim Ruhestande die magnetische Axe des Magnetstabes einen rechten Winkel mit dem magnetischen Normalmeridian macht, wenn das Verhältniss der magnetischen Richtungskraft zur statischen wie R^0 zu 1 ist; der Spiegel hingegen so, dass bei jener Stellung das Bild des durch den Lothfaden bezeichneten Skalenpunkts auf dem Fadenkreuze des Beobachtungsfernrohrs erscheint. Es ist also, wenn wir die unter jenen Umständen Statt findende Schwingungsdauer mit t^0 bezeichnen,

$$\begin{aligned} \sin\varphi &= R^0 \\ A &= P \mp \varphi \\ B &= Q^0 \mp (90^0 + \varphi) \\ \frac{S^0}{t^0 t^0} &= \cos\varphi \end{aligned}$$

wo die doppelten Zeichen sich auf die westliche oder östliche Stellung des Nordpols des Magnetstabes beziehen. Indem wir nun die Zeichen

$$p,\quad Q = Q^0 + q,\quad R = rR^0,\quad S = sS^0,\quad t$$

in der bisherigen allgemeinen Bedeutung beibehalten, geben die Formeln (1) und (6) des 2. Art.

$$\begin{aligned} \sin(\varphi \pm p) &= rR^0 \cos(p-q) \\ \frac{sS^0}{tt}\sin(\varphi \pm p) &= rR^0 \cos(\varphi \pm q) \end{aligned}$$

oder

$$r = \frac{\sin(\varphi \pm p)}{\sin\varphi\cos(p-q)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

$$\frac{st^0t^0}{tt} = \frac{\cos(\varphi \pm q)}{\cos\varphi\cos(p-q)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

12.

Die wichtigste Anwendung des Bifilarmagnetometers ist die Bestimmung der Veränderungen der horizontalen Intensität, mit welchen die Veränderungen von R durch die oben (Art. 5) gegebene Formel

$$r = \frac{f^0 g^0 h M T}{f g h^0 M^0 T^0}$$

zusammenhängen. Man muss sich hiebei erinnern, dass T^0 die Anfangs gewählte Normalintensität, M^0 das auf die Normaltemperatur reducirte magnetische Moment des Magnetstabes nach dessen magnetischem Zustande zur Zeit der Bestimmung der Constanten ausdrückt. Bezeichnen wir das eben so auf die Normaltemperatur reducirte magnetische Moment für eine unbestimmte Zeit mit $\mathfrak{M}$, und setzen

$$\frac{\mathfrak{M}}{M^0} = \lambda,\quad \frac{T^0}{\lambda} = \mathfrak{T}$$

so wird unter den im 4. Art. besprochenen Bedingungen λ ein für eine mässige

Zeit, z. B. für Einen Tag, wie constant zu betrachtender Coëfficient sein, und so wie dieser zugleich mit $\mathfrak{M}$ allmählig sehr langsam abnimmt, wird $\mathfrak{T}$ allmählig zunehmen und stets diejenige horizontale Intensität ausdrücken, bei welcher unter der Normaltemperatur das Verhältniss der magnetischen und der statischen Richtungskraft dem Verhältnisse $R^0 : 1$ gleich wird. Da nun obige Gleichung die Form

$$T = \frac{\mathfrak{M} f g h^0}{M f^0 g^0 h} . r \mathfrak{T}$$

annimmt, wo der erste Factor $\frac{\mathfrak{M} f g h^0}{M f^0 g^0 h}$ bloss von der Temperatur abhängt, und (wenn wir die Bezeichnungen des 5. Art. beibehalten) durch

$$1 + (\gamma + 2\beta - \alpha) c + (\beta - \tfrac{1}{2}\alpha)(c'' - c)$$

ausgedrückt werden kann; r hingegen durch combinirte gleichzeitige Standbeobachtungen am Bifilarmagnetometer in der transversalen Stellung für p, und am Unifilarmagnetometer für q, nach Formel (1) des vorhergehenden Art. für jeden Augenblick bestimmbar ist: so erhellt, dass sich auf diese Weise die Veränderungen der Intensität in den kleinsten Zeitfristen mit grösster Schärfe verfolgen lassen, so lange es nur darauf ankommt, die veränderten Intensitäten während eines mässigen Zeitraumes, z. B. während eines vierundzwanzigstündigen Termins, oder während der zu einer absoluten Intensitätsbestimmung vermittelst des Unifilarmagnetometers erforderlichen Zeit, *unter sich* zu vergleichen. Indem man bei einer solchen absoluten Intensitätsbestimmung zu den Reductionen der einzelnen Operationen auf einerlei Normalintensität (vergl. *Intensitas vis magneticae* Art. 10 und 22) die gleichzeitigen Beobachtungen am Bifilarmagnetometer verwendet (was auch an sich vortheilhafter ist, als der a. a. O. empfohlene Gebrauch eines zweiten Unifilarmagnetometers), erhält man zugleich die Kenntniss des für diese Zeit gültigen Werths von $\mathfrak{T}$ in absolutem Maasse. Wenn man nun solche absolute Bestimmungen von Zeit zu Zeit wiederholt, so bleibt man fortwährend von den etwaigen allmähligen Veränderungen von $\mathfrak{T}$ in Kenntniss, und kann dieselben für die Zwischenzeit nach geometrischer Progression durch Interpolation ohne merklichen Fehler ansetzen, und sonach sämmtliche Veränderungen der Intensität nach allen ihren Abwechslungen in absolutem Maasse angeben. Übrigens versteht sich von selbst, dass, wenn nach längerer Zwischenzeit, in Folge der Säcularänderungen der magnetischen Declination und horizontalen In-

tensität, oder beträchtlicher Schwächung des Stabmagnetismus, p und q aufhören innerhalb mässiger Grenzen zu bleiben (wozu aber die Fälle grosser ausserordentlicher Anomalien nicht gerechnet werden müssen), man eine zweckmässige Abänderung an der Stellung des Schiffchens, des Spiegels, und wenn man es rathsam findet auch des Abstandes der Aufhängungsdrähte vornehmen, und so eine neue Reihe von Beobachtungen mit veränderten Elementen anfangen wird.

13.

So lange p und q nur klein sind, wird man für alle Zwecke, wo die grösste Schärfe nicht gefordert wird, anstatt der strengen Formel (1) eine abgekürzte anwenden können, wo q ganz herausfällt, also gleichzeitige Beobachtungen am Unifilarmagnetometer gar nicht gebraucht werden: dies gilt namentlich von den gewöhnlichen Terminsbeobachtungen. Anstatt jener Formel kann man nemlich setzen

$$r = 1 \pm \operatorname{cotang} \varphi . \operatorname{tang} p \quad \text{oder auch} \quad r = 1 \pm \tfrac{1}{2} \operatorname{cotang} \varphi . \operatorname{tang} 2p$$

Da nun, wenn n den Unterschied des abgelesenen Skalentheils von demjenigen, auf welchen der Lothfaden sich bezieht, und d die horizontale Entfernung der Mitte des Spiegels von letzterm Punkte in Skalentheilen gemessen, bedeutet,

$$\operatorname{tang} 2p = \frac{n}{d}$$

ist, so verwandelt sich diese Formel in

$$r = 1 \pm \frac{n}{2 \operatorname{tang} \varphi . d}$$

und es wird dann zugleich, hinlänglich genau,

$$T = \mathfrak{T}\left(1 \pm \frac{n}{2 \operatorname{tang} \varphi . d} + (\gamma + 2\beta - \alpha) c\right)$$

wenn man das geringfügige Glied $(\beta - \tfrac{1}{2}\alpha)(c'' - c)$ weglässt. Bei dem hiesigen Apparate ist $d = 4778{,}3$ Millimeter, und nach den Resultaten der im 8. Art. als Beispiel geführten Rechnung ergibt sich $\varphi = 60^0\, 31'\, 37''9$, also $2 d \operatorname{tang} \varphi = 16910$. Mit den daselbst gebrauchten Werthen von α, β, γ erhält man also

$$T = \left(1 + \frac{n + 13{,}65\, c}{16910}\right) \mathfrak{T}$$

wenn der Nordpol des Magnetstabes auf der Westseite, und

$$T = \left(1 - \frac{n - 13{,}65\,e}{16910}\right)\mathfrak{T}$$

wenn er auf der Ostseite sich befindet.

Übrigens bedarf es keiner Erinnerung, dass die Berücksichtigung der Temperatur bei den Terminsbeobachtungen füglich ganz unterbleiben kann, so lange man nur darauf ausgeht, die Gestaltung der einzelnen in kurzen Zeitfristen wechselnden Anomalien zu erkennen.

14.

Wie bei der Transversalstellung des Bifilarmagnetometers die Veränderungen der Intensität in ihrer ganzen Stärke, die der Declination hingegen kaum merklich den Stand afficiren, so haben gerade umgekehrt auf die Schwingungsdauer die letztern Veränderungen den bedeutendsten, die erstern hingegen nur einen äusserst geringen Einfluss. In sofern p, q und die Abweichung des Elements S von dem Normalwerthe nur klein sind, wird ohne erheblichen Fehler anstatt der Formel (2) Art. 11 gesetzt werden können

$$\frac{t^0 t^0}{tt} = 1 \mp q \operatorname{tang} \varphi \quad \text{oder auch} \quad t = t^0 (1 \pm \tfrac{1}{2} q \operatorname{tang} \varphi)$$

wenn q in Theilen des Halbmessers, und folglich

$$t = t^0 \pm \frac{t^0 \operatorname{tang} \varphi}{412530} \cdot q$$

wenn es in Bogensecunden ausgedrückt ist. Aus den Resultaten des oben berechneten Beispiels folgt $t^0 = 55{,}871$ Zeitsecunden, wonach also in Bogensecunden

$$q = \pm (t - 55{,}871)\, 4172''8$$

wird. Die ganz scharfe Transformation der Formel (2) zur Berechnung von q ist folgende

$$\pm \operatorname{tang} q = \frac{tt - s t^0 t^0 \cos p}{tt \operatorname{tang} \varphi \pm s t^0 t^0 \sin p}$$

Übrigens bedarf es keiner Erinnerung, dass auf diese Weise durch Schwingungsbeobachtungen nicht der für einen bestimmten Augenblick gültige Werth von q, sondern nur der Mittelwerth für die Dauer jener Beobachtungen bestimmt werden kann.

VORSCHRIFTEN ZUR BESTIMMUNG DER MAGNETISCHEN WIRKUNG WELCHE EIN MAGNETSTAB IN DER FERNE AUSÜBT.

Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. 1840. II.

Wenn man mehrere magnetische Apparate zugleich aufgestellt hat, dürfen die gegenseitigen Einwirkungen nicht unbeachtet bleiben. Die verschiedenen Apparate in so grossen Entfernungen von einander aufzustellen, dass diese Einwirkungen unbesehens für ganz unmerklich geachtet werden können, ist ein nicht überall anwendbares, und jedenfalls mit der Aufopferung mancher sonstigen Vortheile und Bequemlichkeiten verknüpftes Auskunftsmittel. Kann man aber die Wirkungen, welche ein Apparat an dem Platze eines andern ausübt, durch Rechnung mit Schärfe bestimmen, und also von den am zweiten Apparate gemachten Beobachtungen abtrennen, so behält man die vollkommenste Freiheit, bei der Wahl der Aufstellungsplätze jeder andern Rücksicht ihr Recht widerfahren zu lassen, und die Entwickelung der zu diesen Rechnungen dienenden Formeln scheint daher hier einen Platz wohl zu verdienen.

1.

Die Lage des Punktes, für welchen die Wirkung eines Magnetstabes berechnet werden soll, werde durch drei rechtwinklige Coordinaten, x, y, z bestimmt, deren Anfang wir hier in den Mittelpunkt des Magnetstabes selbst setzen; um die Vorstellungen zu fixiren, nehmen wir an, dass die beiden ersten Coordinatenaxen horizontal sind, und zwar die erste im wahren Meridiane, die dritte also vertical, und rechnen positiv x nach Süden, y nach Westen, z nach oben. Zugleich setzen wir

$$\sqrt{(xx+yy+zz)} = r, \quad x = r\cos f\cos g, \quad y = r\cos f\sin g, \quad z = r\sin f$$

so dass g das Azimuth der von der Mitte des Stabes nach dem fraglichen Punkte gezogenen geraden Linie, und f ihre Neigung gegen die Horizontalebene bedeutet.

Wir bezeichnen ferner mit M das absolute magnetische Moment des Magnetstabes; mit F die Neigung seiner magnetischen Axe, positiv wenn der Nordpol höher liegt; mit G das Azimuth dieser Axe. Zur Abkürzung schreiben wir

$$\cos F\cos G = A, \quad \cos F\sin G = B, \quad \sin F = C$$

wodurch also die magnetischen Momente des Magnetstabes relativ gegen die drei Coordinatenaxen beziehungsweise MA, MB, MC werden.

Die von dem Magnetstabe in dem Punkte x, y, z ausgeübte magnetische Kraft zerlegen wir parallel mit den drei Coordinatenaxen in die partiellen Kräfte ξ, η, ζ.

Die ganze Intensität der reinen erdmagnetischen Kraft an diesem Orte bezeichnen wir mit U; ihren verticalen Theil mit Z; den horizontalen Theil T zerlegen wir parallel mit den beiden ersten Coordinatenaxen in die partiellen Kräfte X und Y. Alle diese Kräfte $\xi, \eta, \zeta, T, U, X, Y, Z$ sind homogene Grössen.

Endlich sei i die magnetische Inclination, D die Declination, wobei wir, um uns dem gewöhnlichen Gebrauche zu conformiren, D von Norden nach Westen zählen, und i wie positiv betrachten, wenn der Nordpol der Magnetnadel nach unten geneigt ist. Wir haben demnach

$$\begin{aligned} X &= -T\cos D = -U\cos i\cos D \\ Y &= T\sin D = U\cos i\sin D \\ Z &= -T\operatorname{tang} i = -U\sin i \end{aligned}$$

2.

Die Wirkung des Magnetstabes in dem Platze x, y, z besteht in geringen Veränderungen der Bestimmungsstücke der erdmagnetischen Kraft, welche wir, da sie wegen ihrer Kleinheit unbedenklich nach den Regeln der Differentialrech-

nung behandelt werden können, durch die vorgesetzte Charakteristik d bezeichnen wollen. Da nun

$$\mathrm{d}X = \xi, \quad \mathrm{d}Y = \eta, \quad \mathrm{d}Z = \zeta$$

so wird

$$\begin{aligned} \xi &= T\sin D.\mathrm{d}D - \cos D.\mathrm{d}T \\ \eta &= T\cos D.\mathrm{d}D + \sin D.\mathrm{d}T \\ \zeta &= -T\sec i^2 \mathrm{d}i \quad - \mathrm{tg}\, i.\mathrm{d}T \end{aligned}$$

woraus

$$\begin{aligned} \mathrm{d}D &= \tfrac{\sin D}{T}.\xi + \tfrac{\cos D}{T}.\eta \\ \mathrm{d}T &= -\cos D.\xi + \sin D.\eta \\ \mathrm{d}i &= -\tfrac{\cos i^2}{T}.\zeta - \tfrac{\sin 2i}{2T}.\mathrm{d}T \end{aligned}$$

Endlich wird

$$\mathrm{d}U = \cos i.\mathrm{d}T - \sin i.\zeta$$

oder

$$\frac{\mathrm{d}U}{U} = \frac{\cos i^2}{T}.\mathrm{d}T - \frac{\sin 2i}{2T}.\zeta = \frac{\mathrm{d}T}{T} + \operatorname{tang} i.\mathrm{d}i$$

3.

Das Potential der in dem Magnetstabe enthaltenen magnetischen Flüssigkeiten, in dem Punkte x, y, z, lässt sich in eine nach den Potenzen von $\frac{1}{r}$ fortschreitende Reihe entwickeln, von welcher für unsern Zweck bloss das Hauptglied beibehalten zu werden braucht, welches von der Ordnung $\frac{1}{rr}$ ist. Bezeichnen wir dies Potential mit V, so sieht man leicht, dass unter dieser Einschränkung

$$V = \frac{M(Ax + By + Cz)}{r^3}$$

wird. Bekanntlich erhält man ξ, η, ζ durch die partiellen Differentialquotienten von V nach x, y, z; es ist nemlich

$$\xi = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}, \quad \eta = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}y}, \quad \zeta = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z}.$$

folglich, wenn man, um abzukürzen,

$$\frac{Ax+By+Cz}{r} = k$$

setzt, und erwägt, dass die partiellen Differentialquotienten $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}x}, \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}y}, \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}z}$ beziehungsweise $= \frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}$ sind,

$$\xi = \frac{3Mkx}{r^4} - \frac{MA}{r^3}$$
$$\eta = \frac{3Mky}{r^4} - \frac{MB}{r^3}$$
$$\zeta = \frac{3Mkz}{r^4} - \frac{MC}{r^3}$$

Substituirt man also für x, y, z, A, B, C ihre Werthe, so erhält man

$$k = \cos f \cos F \cos(G-g) + \sin f \sin F$$
$$\mathrm{d}D = \frac{M}{Tr^3}(3k \cos f \sin(D+g) - \cos F \sin(D+G))$$
$$\frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{M}{Tr^3}(-3k \cos f \cos(D+g) + \cos F \cos(D+G))$$
$$\mathrm{d}i = -\tfrac{1}{2}\sin 2i \,.\, \frac{\mathrm{d}T}{T} - \frac{M}{Tr^3} \,.\, \cos i^2 (3k \sin f - \sin F)$$
$$\frac{\mathrm{d}U}{U} = \cos i^2 \,.\, \frac{\mathrm{d}T}{T} - \frac{M}{2Tr^3} \,.\, \sin 2i (3k \sin f - \sin F)$$

welche Formeln die vollständige Auflösung unsrer Aufgabe enthalten. Ohne unser Erinnern sieht man, dass $\mathrm{d}D$ und $\mathrm{d}i$ hier in Theilen des Halbmessers ausgedrückt sind, und also den Werthen noch der Factor $206265''$ beigefügt werden muss, um jene Änderungen in Bogentheilen zu erhalten. Der Werth von $\frac{M}{T}$ wird übrigens durch Versuche nach der in der *Intensitas vis magneticae terrestris* gelehrten Methode bestimmt werden müssen.

4.

In der Ausübung sind solche Fälle die häufigsten, wo unsre allgemeinen Formeln durch specielle Verhältnisse eine bedeutende Vereinfachung erhalten. Es verdienen hier besonders die beiden folgenden bemerkt zu werden.

I. Wenn der Magnetstab vertical, also $F = \pm 90^0$ ist, so nehmen die allgemeinen Formeln folgende Gestalt an:

$$k = \pm \sin f$$
$$\mathrm{d}D = \pm \frac{3M}{2Tr^3} \sin 2f \sin(D+g)$$
$$\frac{\mathrm{d}T}{T} = \mp \frac{3M}{2Tr^3} \sin 2f \sin(D+g)$$
$$\mathrm{d}i = -\tfrac{1}{2}\sin 2i \,.\, \frac{\mathrm{d}T}{T} \mp \frac{M}{Tr^3} \cos i^2 (3 \sin f^2 - 1)$$
$$\frac{\mathrm{d}U}{U} = \cos i^2 \,.\, \frac{\mathrm{d}T}{T} \mp \frac{M}{2Tr^3} \sin 2i (3 \sin f^2 - 1)$$

Liegt zugleich der Punkt x, y, z mit der Mitte des Magnetstabes in gleicher Höhe, so wird $z = 0$, $f = 0$ und folglich

$$\mathrm{d}D = 0$$
$$\mathrm{d}T = 0$$
$$\mathrm{d}i = \pm \frac{M}{Tr^3} \cos i^2$$
$$\frac{\mathrm{d}U}{U} = \pm \frac{M}{2Tr^3} \sin 2i$$

Es erhellt daraus, dass die Beobachtungen an einem Unifilar- oder Bifilarmagnetometer durch einen in demselben Locale befindlichen zweiten Magnetstab gar nicht gestört werden, so lange derselbe in verticaler Stellung und seine Mitte in derselben Höhe mit dem Stabe des Magnetometers erhalten wird.

II. Ist der Magnetstab horizontal, oder $F = 0$, so gehen unsre Formeln in folgende über:

$$k = \cos f \cos(G-g)$$
$$\mathrm{d}D = \frac{M}{Tr^3}(3 \cos f^2 \cos(G-g) \sin(D+g) - \sin(D+G))$$
$$\frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{M}{Tr^3}(-3 \cos f^2 \cos(G-g) \cos(D+g) + \cos(D+G))$$
$$\mathrm{d}i = -\tfrac{1}{2}\sin 2i \,.\, \frac{\mathrm{d}T}{T} - \frac{3M}{2Tr^3} \cos i^2 \sin 2f \cos(G-g)$$
$$\frac{\mathrm{d}U}{U} = \cos i^2 \,.\, \frac{\mathrm{d}T}{T} - \frac{3M}{4Tr^3} \sin 2i \sin 2f \cos(G-g)$$

Ist zugleich der Magnetstab im magnetischen Meridian (also $G = 180^0 - D$ für die natürliche Lage), oder senkrecht gegen denselben (also $G = 90^0 - D$ oder $= 270^0 - D$, jenachdem der Nordpol auf der Westseite oder auf der Ostseite sich befindet), so erhalten offenbar die Formeln für $\mathrm{d}D$ und $\mathrm{d}T$ noch weitere Vereinfachung; diese Fälle treten ein, wenn der Stab, dessen Wirkung in der Ferne gesucht wird, den Bestandtheil eines Unifilar- oder eines Bifilarmagnetometers in transversaler Stellung ausmacht.

5.

Wenn man die Wirkung eines Magnetstabes in verschiedenen horizontalen Lagen unter einander vergleichen will, so kann man jeder der im vorhergehenden Artikel II gegebenen Formeln leicht eine dazu zweckmässige Gestalt geben. Bestimmt man z. B. zwei Grössen p, P durch die Gleichungen

$$p\cos P = (3\cos f^2 - 1)\sin(D+g)$$
$$p\sin P = \cos(D+g)$$

so verwandelt sich die Formel für $\mathrm{d}D$ in folgende

$$\mathrm{d}D = \frac{Mp}{Tr^3}\cos(G-g+P)$$

woraus erhellt, dass $\mathrm{d}D$ für $G = g-P$ oder für $G = 180^0+g-P$ seinen grössten Werth $\frac{Mp}{Tr^3}$ mit positivem oder negativem Zeichen erhält, hingegen für $G = 90^0+g-P$ und für $G = 270^0+g-P$ verschwindet. Auf gleiche Weise wird, wenn man

$$q\cos Q = (3\cos f^2 - 1)\cos(D+g)$$
$$q\sin Q = \sin(D+g)$$

setzt,

$$\frac{\mathrm{d}T}{T} = -\frac{Mq}{Tr^3}\cos(G-g-Q)$$

woraus für den Maximumwerth und das Verschwinden ähnliche Bestimmungen hervorgehen.

6.

Die hiesigen Einrichtungen bieten zu einer mehrfachen Anwendung der gegebenen Vorschriften Gelegenheit dar, bei Bestimmung der wechselseitigen Einwirkung der Magnetstäbe des Unifilar- und des Bifilarmagnetometers auf einander, und der Wirkungen beider Stäbe an einem dritten Platze, wo auf einem festen Steinpostamente mit andern Apparaten von Zeit zu Zeit magnetische Beobachtungen im Freien gemacht werden. Die in Metern ausgedrückten auf die Mitte

der Axe des Reichenbachschen Meridiankreises, und rücksichtlich der dritten Coordinate auf den Fussboden der Sternwarte bezogenen absoluten Coordinaten dieser drei Plätze sind folgende:

(I) Mitte des fünfundzwanzigpfündigen Magnetstabes des Bifilarmagnetometers, für welchen, das Meter als Längeneinheit angenommen, $\frac{M}{T} = 2.63318$ ist,

$$x = -3.391, \quad y = +6.708, \quad z = +0,661$$

(II) Mitte des vierpfündigen Magnetstabes des Unifilarmagnetometers, für welchen $\frac{M}{T} = 0.48592$

$$x = -23.618, \quad y = +69.206, \quad z = -2.235$$

(III) Mitte des Steinpostaments, und rücksichtlich der Höhe, Platz welchen die Mitte der Nadel eines Robinsonschen Inclinatoriums einnimmt,

$$x = -21.546, \quad y = +56.979, \quad z = -1,665$$

Hier mögen nur die Endresultate einer vierfachen Rechnung Platz finden, in welcher für D und i die Werthe $18^0 11' 54''$ und $67^0 36'$ zum Grunde gelegt sind. Die Veränderlichkeit dieser Grössen, so wie der Werthe von $\frac{M}{T}$ für die beiden Magnetstäbe kommt für den gegenwärtigen Zweck nicht in Betracht.

(1) und (4) Wirkungen des Magnetstabes des Unifilarmagnetometers, jene an dem Platze (III), diese an dem Platze (I).

(2) und (3) Wirkungen des Magnetstabes des Bifilarmagnetometers an den Plätzen (III) und (II), indem jener Stab in der transversalen Lage, Nordpol im Westen vorausgesetzt wird.

	$\mathrm{d}D$	$\mathrm{d}T$	$\mathrm{d}i$	$\mathrm{d}U$
(1)	$+64''72$	$-0.0000884\,T$	$+6''91$	$-0.0000071\,U$
(2)	$+\ 3.04$	$+0.0000250\,T$	-1.76	$+0.0000043\,U$
(3)	$+\ 1.82$	$+0.0000132\,T$	-0.93	$+0.0000023\,U$
(4)	$+\ 0.50$	$+0.0000001\,T$	-0.00	$+0.0000001\,U$

Die Zahlen für (2) und (3) verändern bloss ihre Zeichen, wenn im Bifilarmagnetometer der Stab die transversale Lage Nordpol Ost hat. Es beträgt also die ganze Störung an dem Platze III durch beide Apparate

	Nordpol im Bifilarmagnetometer. West	Ost
dD	$+67''76$	$+61''68$
dT	$-0.0000634\,T$	$-0.0001134\,T$
di	$+\;5''15$	$+\;8''67$
dU	$-0.0000028\,U$	$-0.0000114\,U$

7.

Schliesslich soll hier noch der Zusammenhang der im 2. Art. für die Wirkung eines Magnetstabes in der Ferne gegebenen Formeln mit einer einfachen schon im 2. Bande der *Resultate* [1837. II.] erwähnten Construction gezeigt werden. Eine Figur kann man entweder nach den folgenden Angaben sich leicht selbst entwerfen, oder a. a. O. nachsehen.

Es sei A der Mittelpunkt des Magnetstabes, n ein beliebiger anderer Punkt seiner durch A gelegten magnetischen Axe auf der Seite des magnetischen Nordpols, s ein ähnlicher Punkt auf der Seite des Südpols, C der Punkt, für welchen die magnetische Wirkung des Magnetstabs auf die daselbst concentrirt gedachte Einheit des nördlichen magnetischen Fluidums bestimmt werden soll. Die partiellen Kräfte ξ, η, ζ werden nach Art. 2 durch die Formeln ausgedrückt

$$\xi = \frac{3Mkx}{r^4} - \frac{MA}{r^3}$$
$$\eta = \frac{3Mky}{r^4} - \frac{MB}{r^3}$$
$$\zeta = \frac{3Mkz}{r^4} - \frac{MC}{r^3}$$

wo, wie man leicht sieht, k dem Cosinus des Winkels zwischen An und AC gleich ist. Die ersten Theile von ξ, η, ζ vereinigen sich offenbar in Eine Kraft $\frac{3Mk}{r^3}$, die abstossend in der Richtung der geraden Linie AC wirkt, wenn k positiv ist, anziehend oder in der entgegengesetzten Richtung CA, wenn k negativ ist. Eben so werden die zweiten Theile von ξ, η, ζ zu Einer Kraft $\frac{M}{r^3}$ zusammengesetzt, deren Richtung immer mit ns parallel ist. Für den speciellen Fall, wo AC mit der magnetischen Axe einen rechten Winkel macht, also $k = 0$ ist, verschwindet die erste Kraft, und die zweite allein stellt also die

ganze Wirkung dar. In jedem andern Falle sei in der Ebene, in welcher n, A, s, C liegen, CB eine Normale gegen CA, B ihr Durchschnittspunkt mit der magnetischen Axe, und [D derjenige Punkt auf der Geraden AB, für welchen] $AD = \frac{1}{3}AB$. Für den Fall der Figur im 2. Bande der *Resultate*, wo AC mit An einen stumpfen Winkel macht, also D und B auf der Seite des Südpols liegen, sind die beiden oben angegebenen Kräfte den geraden Linien CA und AD offenbar proportional, und der Richtung nach die erste mit CA zusammenfallend, die andere mit AD parallel; die Richtung ihrer Resultante wird also CD und die Stärke derselben $= \frac{CD}{AD} \cdot \frac{M}{r^3}$ sein. Für den andern in der Figur a. a. O. nicht gezeichneten Fall, wo AC mit An einen spitzen Winkel macht, also B und D auf der Seite des Nordpols liegen, findet dasselbe Resultat bloss mit dem Unterschiede Statt, dass die Richtung des Winkels des Magnetstabes auf ein Element nördlichen Fluidums nicht durch CD, sondern durch DC ausgedrückt wird, was mithin a. a. O. zur Vervollständigung noch hinzugefügt werden muss.

ÜBER DIE ANWENDUNG DES MAGNETOMETERS ZUR BESTIMMUNG DER ABSOLUTEN DECLINATION.

Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. 1841. I.

Es ist nicht meine Absicht, den in der Überschrift bezeichneten Gegenstand, über welchen bereits im 2. Bande der *Resultate* [1837. VII.] ein sehr ausführlicher Aufsatz mitgetheilt ist, hier noch einmal vollständig abzuhandeln. Ich werde vielmehr mich hier auf Eine Hauptaufgabe beschränken, in Beziehung auf welche die a. a. O. S. 121—124 gegebene Entwicklung als ungenügend erscheint: diese Aufgabe betrifft die Bestimmung des Azimuths derjenigen Verticalebene, in welcher sich die optische Achse des Beobachtungsfernrohrs befindet.

Die in Rede stehende Verticalebene ist festgestellt durch die Marke und einen festen Punkt der Scale, welcher durch den über der Mitte des Objectivs des Beobachtungsfernrohrs herabhangenden Lothfaden bestimmt wird. Von dem Standpunkte des Beobachtungsfernrohrs aus muss ein entfernter Gegenstand sichtbar sein, dessen Azimuth anderweitig schon bekannt ist, und es kommt also zunächst darauf an, den auf den Horizont projicirten Winkel zwischen diesem Gegenstande und der Marke zu bestimmen. Ich nehme an, dass zu diesem Geschäft ein Theodolith nach der bekannten von Reichenbach eingeführten Construction angewandt wird, ohne darum zugleich vorauszusetzen, dass derselbe Theodolith auch zu den magnetischen Beobachtungen gebraucht werde, wozu vielmehr füglich ein besonderes Ablesungsfernrohr verwandt werden kann.

Der gewöhnliche Gebrauch solcher Theodolithen bezieht sich auf Winkelmessungen zwischen Gegenständen in so grossen Entfernungen, dass eine geringe

Abweichung von mehrern der Idee des Instruments zum Grunde liegenden Bedingungen in der Ausführung seines Baues einen merklichen Fehler nicht hervorbringen kann, wie denn in der That absolute Vollkommenheit in keiner mechanischen Arbeit erreichbar ist. Allein wenn die Gegenstände (oder wie im vorliegenden Falle einer derselben) vergleichungsweise sehr nahe sind, so wird es allerdigs nothwendig, es mit solchen Abweichungen schärfer zu nehmen, und namentlich müssen hier folgende Umstände in Erwägung kommen.

I. Die verticale Drehungsachse, die horizontale Drehungsachse und die optische Achse des Fernrohrs sollten einander in Einem Punkte schneiden. In so fern dieser Bedingung vollkommen nicht genügt ist, wird eine dreifache Abweichung vorkommen. Es seien A, B resp. die beiden Punkte in der verticalen und der horizontalen Drehungsachse, wo diese einander am nächsten sind; imgleichen C, D die ähnlichen Punkte der horizontalen Drehungsachse und der optischen Achse. Man bezeichne die Entfernungen AB, BC, CD mit α, β, γ, unter beliebiger Bestimmung rücksichtlich der Zeichen; man mag z. B. α positiv setzen, wenn A auf derselben Seite der horizontalen Drehungsachse liegt wie das Ocular des Fernrohrs; β positiv, wenn für den am Ocular stehenden Beobachter der Punkt C rechts von B fällt; γ positiv, wenn D oberhalb C fällt.

II. Die optische Achse des Fernrohrs sollte normal gegen die horizontale Drehungsachse sein. Dieser Bedingung kann man zwar mit aller nöthigen Schärfe Genüge leisten: allein da man, um nach der Beobachtung eines entfernten Gegenstandes einen nahen deutlich sehen zu können, nothwendig die Ocularröhre weiter *) herausziehen, also dem Fadenkreuze eine veränderte Stellung gegen das Objectiv geben muss, so ist man nicht berechtigt vorauszusetzen, dass beiden Stellungen der Ocularröhre einerlei optische Achse entspreche, sondern muss darauf gefasst sein, dass die für eine Stellung gemachte Berichtigung bei der andern wieder verloren gehe. Grösserer Allgemeinheit wegen mag man voraussetzen, dass für keine von beiden Stellungen die Berichtigung genau gemacht sei, und den Collimationsfehler für die erste Stellung mit c, für die zweite mit c' bezeichnen: als positiv mag man dieselben annehmen, wenn die optische Achse mit dem dem Beobachter rechts liegenden Arme der horizontalen Achse einen spitzen Winkel macht.

*) Bei den weiter unten anzuführenden Beobachtungen etwa 20 Millimeter.

Offenbar werden auch, wenn die Grössen β, γ der erstern Ocularstellung angehören, etwas veränderte Werthe bei der zweiten an ihre Stelle treten, die mit β', γ' bezeichnet werden mögen.

Es ist nun zwar leicht, den Einfluss aller dieser Abweichungen auf die Messung sowohl des horizontalen Winkels zwischen den beiden Gegenständen, als ihrer Elevationen (wenn der Theodolith zugleich einen Höhenkreis hat) in strengen Gleichungen darzustellen, aus welchen die Resultate vermittelst einer biquadratischen Gleichung abzuleiten sein würden; allein da die sieben Grössen α, β, γ, β', γ', c, c' alle nur sehr klein sein können, so kann man unbedenklich alle Grössen, welche in Beziehung auf jene von der zweiten oder höherer Ordnung sind, vernachlässigen, und das Resultat ihres Einflusses in sehr einfache Form bringen. Aber selbst dieser Darstellung können wir hier überhoben sein. Man sieht nemlich leicht ein, dass, wenn man das Fernrohr auf gehörige Art umlegt, sämmtliche sieben Abweichungen, ohne ihre Grösse zu ändern, bloss die entgegengesetzten Zeichen annehmen, und dass mithin dasselbe auch von den Fehlern der Messungen gelten wird, die man bei den zwei verschiedenen Arten des Einliegens anstellt. Das Mittel aus diesen beiden Messungen ist folglich von dem Einflusse dieser Fehler, ohne dass man die einzelnen Bestandtheile davon zu kennen braucht, von selbst befreit, und man erhält dadurch den wahren Werth des Winkels zwischen den beiden in der Verticalachse des Instruments sich schneidenden Verticalebenen, in denen die beiden Gegenstände liegen. Dasselbe gilt von den Elevationen, welche sich dann auf den Punkt A beziehen, aber für unsern gegenwärtigen Zweck unnöthig sind.

Das Umlegen muss so geschehen, dass die Zapfen wieder in dieselben Pfannen zu liegen kommen, während die obere Seite des Fernrohrs zur untern wird und das Objectiv an die Stelle des Oculars kommt: es ist also dies Umlegen dasselbe, was eine halbe Umdrehung um die horizontale Achse sein würde, welche auszuführen die Stützen nur nicht hoch genug sind. Wollte man anstatt dieser Art das Umlegen so verrichten, dass die Zapfen in die andern Pfannen gelegt würden, während das Objectivende auf derselben Seite bliebe (was geometrisch betrachtet einerlei ist mit einer halben Umdrehung um die Achse des Fernrohrs), so würden nicht alle sieben Grössen α, β, γ, β', γ', c, c' in dem Fall sein, schlechthin die entgegengesetzten Zeichen anzunehmen, sondern dies würde nur von γ, γ', c, c' gelten. Man hat nemlich keine Sicherheit, dass die Stützen *genau*

gleich weit von der Verticalachse abstehen, und es würden daher, nach solchem Umlegen, der Punkt B ein anderer sein können als vorher, mithin auch β und β' andere Werthe annehmen. Dass zugleich α das entgegengesetzte Zeichen nicht annimmt, sondern ganz den vorigen Werth behält, ist übrigens allerdings hier unwesentlich, weil in dem linearen Ausdruck für den Fehler der horizontalen Winkelmessung α gar nicht vorkommt.

Wie nun eine solche Winkelmessung für den beabsichtigten Zweck zu benutzen sei, wird sich am einfachsten durch ein Beispiel zeigen lassen, wozu ich die letzte am 11. März d. J. ausgeführte Anwendung des Verfahrens wähle.

In dem hiesigen magnetischen Observatorium dient zur Anknüpfung der Beobachtungen an den wahren astronomischen Meridian ein Stadtkirchthurm, dessen Knopfstange an dem Platze des Beobachtungsfernrohrs durch das geöffnete nordliche Fenster frei sichtbar ist*), und zwar von der Mitte der Säule aus, welche seit Julius 1837 an die Stelle des früher gebrauchten hölzernen Stativs getreten ist, in dem Azimuth $173^0\ 35'\ 25''5$. Gefunden war dieses Azimuth, indem man einen Theodolithen an einer andern Stelle des Saales aufstellte, die Verticalachse genau im Allignement der Mitte der Säule und des Kirchthurms, und die Winkel zwischen letzterm und zweien andern daselbst sichtbaren Kirchthürmen maass; die Lage dieser verschiedenen Thürme gegen den Nullpunkt in der Sternwarte war durch frühere an die Gradmessung geknüpfte Messungen genau bekannt, und das in Rede stehende Azimuth liess sich daher aus jenen Winkelmessungen leicht berechnen.

Es wurde nun ein achtzolliger Ertelscher Repetitionstheodolith auf der Säule so aufgestellt, dass seine Verticalachse so genau wie möglich mit der Mitte der Säule zusammenfiel, und der horizontale Winkel zwischen der Marke und der Knopfstange des Thurms bei den beiden verschiedenen oben bezeichneten Arten des Einliegens des Fernrohrs, jedesmal durch 25 Repetitionen, gemessen. In der ersten Lage fand sich der Winkel

$$= 11^0\ 40'\ 54''\ 50$$

*) Auf der ersten Tafel des ersten Bandes der *Resultate* [1838. I.] ist dieser Thurm angedeutet, ungefähr so, wie er bei nicht geöffnetem Fenster von dem Theodolithenplatz aus erscheint: an dem Orte des Auges, welcher der perspectivischen Zeichnung eigentlich zum Grunde liegt, wird der Thurm durch die Wand links vom Fenster verdeckt.

in der zweiten

$$= 11^{0}\ 41'\ 36''\ 18$$

Der wahre Werth des Winkels, seinen Scheitel in die Verticalachse des Theodolithen gesetzt, ist folglich

$$= 11^{0}\ 41'\ 15''\ 34$$

mithin das Azimuth der durch diese Verticalachse und die Marke gelegten Verticalebene

$$= 161^{0}\ 54'\ 10''\ 16$$

Mit dieser Operation war eine andere verbunden, deren Zweck war, auszumitteln, in welchem Punkte die Scale von dieser Verticalebene geschnitten wird.

Auf dem Objectivende des Theodolithenfernrohrs ist ein Ring aufgesteckt, der auf seiner Vorderfläche zwei einander diametral gegenüber liegende zarte Einschnitte und diesen correspondirend auf der äussern runden Fläche zwei Häkchen hat, in welche nach der verschiedenen Lage des Fernrohrs ein feiner mit einem Gewichte beschwerter Goldfaden eingehängt wird. Der Ring wird so gedreht, dass der durch die Einschnitte gehende Diameter gegen die horizontale Drehungsachse des Fernrohrs normal ist: man erkennt die Erfüllung dieser Bedingung, wenn der in dem obern Einschnitte einliegende Lothfaden zugleich genau dem untern entspricht, zu welchem Ende man das Fernrohr nahe horizontal stellen muss, nemlich nur so wenig nach unten geneigt, dass der Faden noch eben frei vor dem Ringe spielen kann: die Coincidenz wird mit einer Loupe geprüft. Der Lothfaden spielt in einer sehr geringen Entfernung vor der Scale, und es kommt nun darauf an, die correspondirenden Punkte der Scale in den beiden verschiedenen Lagen des Fernrohrs, indem es jedesmal auf die Marke, oder vielmehr in deren Verticalebene gerichtet ist, zu notiren. Genau genommen, sind damit diejenigen Punkte der Scale gemeint, welche in der durch die Marke und den Lothfaden gehenden Verticalebene liegen, und man kann dies unmittelbar in dem Spiegel des Magnetometers erkennen, wenn der Theodolith selbst die Bestimmung hat, als Ablesungsfernrohr zu dienen, also die Scale sich in einer dieser Bestimmung angemessenen Höhe befindet. Es ist wohl überflüssig zu erinnern, dass es in diesem Falle nothwendig werden kann, den Magnetstab

des Magnetometers vermittelst eines aus der Ferne wirkenden Ablenkungsstabes erst in eine solche Stellung zu bringen, dass der betreffende Scalenpunkt nahe am Fadenkreuz des Theodolithenfernrohrs erscheint. Im hiesigen magnetischen Observatorium, wo jetzt die magnetischen Beobachtungen mit einem besondern Ablesungsfernrohre angestellt werden, welches sich in einer geringern Höhe über der Säule befindet als das Theodolithenfernrohr, ist mit diesem das Bild der in einer der Lage des Ablesungsfernrohrs angemessenen Höhe angebrachten Scale im Spiegel des Magnetometers nicht sichtbar. Ich habe daher zur Bestimmung des dem vom Theodolithenfernrohr herabgehenden Lothfaden correspondirenden Scalenpunktes das Ablesungsfernrohr selbst gebraucht, welches zu diesem Zweck nahe an der Marke in der betreffenden Verticalebene aufgestellt wurde: dass man nicht nöthig hat, wegen letzterer Bedingung gar zu ängstlich zu sein, in sofern der Lothfaden, wie schon bemerkt ist, in geringer Entfernung von der Scale spielt, leuchtet von selbst ein. Es fand sich auf diese Weise der Lothfaden correspondirend

dem Scalenpunkte 850.8 bei der ersten Lage des Theodolithenfernrohrs, und
dem Punkte 849.4 bei der zweiten Lage,

woraus man schliessen darf, dass die durch die Marke und die Verticalachse des Theodolithen gehende Verticalebene, deren Azimuth oben bestimmt ist, die Scale in dem Punkte 850.1 schneidet.

Die Bestimmung des Azimuths derjenigen Verticalebene, in welcher sich die optische Achse des Beobachtungsfernrohrs befindet, hat nun weiter keine Schwierigkeit. Correspondirt der vor der Mitte des Objectivs desselben herabhängende Lothfaden dem Scalenpunkte $850.1 + n$, so reicht es hin (weil die Scale als normal gegen jene Ebene gestellt vorausgesetzt wird), das Product $n.206265''$ mit der horizontalen Entfernung der Scale von der Marke, in Scalentheilen ausgedrückt, zu dividiren, und den Quotienten mit seinem Zeichen zu $161^{0}\ 54'\ 10''\ 16$ hinzuzufügen. Gegenwärtig ist jene Entfernung $= 9638.7$. Diente also der Theodolith selbst, und zwar bei der ersten Lage des Fernrohrs, zum Beobachten, so wäre dieses Azimuth

$$= 161^{0}\ 54'\ 25''\ 1$$

bei der zweiten Lage hingegen

$$= 161^{0}\ 53'\ 55''\ 2$$

Da aber, wie schon bemerkt ist, zum Beobachten ein besonderes Ablesungsfernrohr dient, welches nach der Beendigung der obigen Operationen so aufgestellt wurde, dass, bei der Richtung der optischen Achse auf die Verticale der Marke, der Lothfaden dem Punkte 850.0 entsprach, so ist das verlangte Azimuth

$$= 161^0\ 54'\ 8''\ 0$$

Es mögen über das hier behandelte Geschäft noch ein Paar Bemerkungen hier beigefügt werden.

I. Wenn die horizontale Achse in ihren Lagern einigen Spielraum in dem Sinn ihrer Länge hat, so muss man Sorge tragen, dass sie bei den einzelnen Winkelmessungen immer gleiche Lage gegen die Stützen habe, etwa dadurch, dass man jedesmal den Spielraum auf Einer Seite durch einen leichten Druck gegen das Ende eines bestimmten Zapfens zum Verschwinden bringt. Ohne diese Vorsicht würde man nicht darauf rechnen können, dass die oben mit σ bezeichnete Grösse in der ersten Lage des Fernrohrs bei allen Repetitionen immer denselben, und in der zweiten immer genau den entgegengesetzten Werth behält.

II. Dass die optische Achse des Theodolithenfernrohrs für eine der beiden Ocularstellungen genau berichtigt, d. i. gegen die horizontale Drehungsachse normal sei, ist nicht nöthig für die hier beschriebenen Operationen; dient aber der Theodolith zugleich als Ablesungsfernrohr, so muss allerdings vor solchem Gebrauch diese Berichtigung gemacht sein, und zwar für diejenige Stellung der Ocularröhre, bei welcher beobachtet wird, oder wo Marke und Spiegelbild der Scale deutlich erscheinen. Bekanntlich prüft man die Normalität der optischen Achse zur horizontalen Drehungsachse durch Umlegen, und zwar gerade durch dasjenige Umlegen, welches bei obigen Winkelmessungen *nicht* angewandt werden durfte [S. 439 d. B.], nemlich indem man die Zapfen in die entgegengesetzten Lager legt, ohne den Sinn der Richtung des Fernrohrs zu verändern. Gewöhnlich bezieht sich eine solche Prüfung auf diejenige Stellung der Ocularröhre, wobei man sehr entfernte Gegenstände deutlich sieht, und in diesem Falle ist allerdings weiter nichts nöthig, als dass ein solcher Gegenstand vor und nach dem Umlegen auf dem Fadenkreuze erscheine: in dem gegenwärtigen Falle aber muss man, wenn nach dem Umlegen der vor der Mitte des Objectivs herabhangende Lothfaden eine andere Lage hat als vorher, einen zweiten Zielpunkt neben dem ersten in eben so viel veränderter Lage anwenden. Offenbar muss auch ein an-

statt des Theodolithen angewandtes besonderes Ablesungsfernrohr derselben Berichtigung unterworfen werden, und also eine dazu taugliche Aufstellung haben; von selbst versteht sich, dass auch die horizontale Drehungsachse gehörig nivellirt sein muss. Die beiden bei den hiesigen Magnetometern gebrauchten Ablesungsfernröhre haben, bei einer bedeutend stärkern optischen Kraft, als man den Theodolithenfernröhren zu geben pflegt, fast ganz dieselbe Aufstellung, wie Theodolithen, nur ohne getheilte Kreise.

Übrigens mag noch bemerkt werden, dass der *Einfluss* eines Fehlers der Collimation auf das Azimuth der optischen Achse von dem Collimationsfehler selbst nur ein sehr kleiner Bruchtheil ist, welcher durch den Unterschied der Secanten der beiden Neigungen bestimmt wird, indem das Fernrohr einmal gegen die Marke, und dann gegen den Spiegel gerichtet ist. Bei dem hiesigen Unifilarmagnetometer sind diese Neigungen $1^0\ 55'$ und $5^0\ 16'$: der Unterschied der Azimuthe der optischen Achse, bei der Richtung auf Marke und Spiegel, beträgt folglich nur $\frac{1}{244}$ des Collimationsfehlers selbst. Unter ähnlichen Umständen wird man sich daher gewöhnlich damit begnügen können, die Collimation an einem entfernten Gegenstande zu berichtigen: denn wenn nicht in Folge solcher Berichtigung das Fadenkreuz weit aus der Mitte der Ocularröhre gekommen ist, wird das weitere Herausziehen der letztern schwerlich einen Collimationsfehler erzeugen können, der mehr als einen kleinen Bruchtheil einer Bogenminute betrüge, so dass der Einfluss davon durchaus unmerklich bleibt.

III. Der Zweck, warum man den Lothfaden am Beobachtungsfernrohre fortwährend hängen lässt, besteht darin, dass eine zufällige Verrückung der Scale sofort erkennbar werden soll. Hat eine solche Statt gefunden, so mag man entweder die Scale wieder in ihre vorige Stellung bringen, oder auch in der Rechnung von dem Punkte der Scale, welcher dem Lothfaden nach der Veränderung entspricht, eben so zählen, wie vorher von dem frühern. Bei der gegenwärtig im magnetischen Observatorium angewandten Befestigungsart der Scale an der Säule kommen übrigens zufällige Verschiebungen gar nicht mehr vor.

BEOBACHTUNGEN

DER MAGNETISCHEN INCLINATION IN GÖTTINGEN.

Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. 1841. II.

1.

Das Inclinatorium, mit welchem die hier mitzutheilenden Beobachtungen angestellt sind, ist von ROBINSON; es war das letzte Instrument dieser Art, welches der ausgezeichnete Künstler geliefert hat.

Der verticale Kreis hat im Lichten den Durchmesser 241.169 Millimeter und ist von zehn zu zehn Minuten getheilt; der Abstand zweier Theilstriche an ihren innern Enden beträgt daher 0.351 Millimeter. Die Theilstriche erscheinen auch im Mikroskop unter beträchtlicher Vergrösserung sehr edel; ihre Breite habe ich durch die an mehrern gemachten Messungen = 0.024 Millimeter gefunden, so dass einer nahe 41 Secunden deckt.

Der Durchmesser des horizontalen Kreises, da gemessen, wo die Theilstriche von dem Ende des Indexstriches getroffen werden, ist 148 Millimeter; die Theilung geht durch halbe Grade und der Vernier gibt einzelne Minuten: es findet nur Eine Ablesung Statt.

Die Grade des Verticalkreises sind von beiden Endpunkten eines horizontalen Durchmessers an nach oben und nach unten bis 90 gezählt, eine Einrichtung, welche vielleicht in den gewöhnlichen Beobachtungsfällen bequem scheinen mag, aber leicht Verwirrung hervorbringt, wenn man sich einer absichtlich belasteten Nadel bedient, und diese dadurch in einen andern Quadranten tritt, oder wenn man auch Beobachtungen in einer gegen den magnetischen Meridian rechtwinkligen Verticalebene anstellt: wenigstens macht diese Einrichtung in sol-

chen Fällen eine etwas beschwerlichere und weniger übersichtliche Protocollführung nothwendig. Ich würde daher eine in unverändertem Sinne von 0 bis 360° oder zweimal von 0 bis 180° fortlaufende Graduirung vorziehen, und habe mich gewöhnt, immer im untern Quadranten auf der linken, oder im obern auf der rechten Seite anstatt der gravirten Zählung sofort die Ergänzung zu 180° niederzuschreiben; auf diese Art sind in gegenwärtigem Aufsatze alle Ablesungen angegeben. Am horizontalen Kreise laufen die Zahlen zweimal in einerlei Sinn von 0 bis 180°; natürlicher und bequemer wäre eine ununterbrochene Durchzählung bis 360°, und in dieser Form habe ich die hier vorkommenden Ablesungen angesetzt.

An der Libelle entspricht ein Ausschlag von einem Millimeter einer Neigung von 9 Secunden.

2.

Zu dem Instrumente gehören vier Nadeln, die ich durch die Zahlen 1, 2, 3, 4 unterscheide: die beiden letzten haben drehbare Achsen, auf welche Einrichtung ich weiter unten zurückkommen werde. An allen acht Zapfen hat die mikroskopische Abmessung keinen Unterschied der Dicke erkennen lassen; ich habe diese Dicke = 0.590 Millimeter gefunden. Die Nadeln 1 und 2 wiegen jede 16.5 Gramme, die beiden andern jede 20.5 Gramme.

In den Längen der einzelnen Nadeln finden sich kleine Unterschiede; die Messung ergibt

für 1	. . . .	240.931 Millimeter
2	. . . .	240.866 —
3	. . . .	240.938 —
4	. . . .	240.954 —

Die kürzeste der Nadeln ist also nur um 0.303, und die längste nur um 0.215 Millimeter kürzer, als der Durchmesser des Kreises im Lichten. Dieser Umstand ist nun zwar dem schärfern Ablesen förderlich, hat aber zugleich die Folge, dass schon eine sehr geringe Excentricität die freie Bewegung der Nadel stören kann, und dass es daher schwer ist, diejenigen Theile des Instruments, von deren Stellungen die Excentricität abhängt, auf eine ganz befriedigende Art zu reguliren, zumal da die Stellungen noch vier andern, zusammen also *sechs* Bedingungen Genüge leisten sollen.

3.

Diese sechs Bedingungen sind folgende:

Die beiden Achatplatten, auf deren obern Rändern die Zapfen der Nadel beim Beobachten zu liegen kommen, sollen durch die beiden Schraubenpaare, auf welche sie sich stützen, so regulirt sein, dass

1) ihre obern Ränder in Einer Ebene liegen,

2) dass diese Ebene normal gegen die Ebene des Verticalkreises ist, und

3) unterhalb des Mittelpunkts dieses Kreises liegt, mit einem der halben Zapfendicke gleichkommenden Abstande,

4) dass die Durchschnittslinie jener beiden Ebenen mit der Verticalachse einen rechten Winkel macht.

Es müssen ferner die Pfannen, vermittelst welcher man die Nadel von den Achatplatten abhebt und wieder auflegt, und die auf dem Hebelrahmen mit einiger Verschiebbarkeit aufgeschraubt sind, so regulirt sein, dass nach dem Auflegen der Nadel

5) ihre Achse normal gegen die zuletzt (in 4) genannte Durchschnittslinie wird (mithin in Verbindung mit der Bedingung 2 auch normal gegen die Ebene des Verticalkreises) und zugleich

6) den verticalen Durchmesser des Kreises trifft.

Die Bedingungen 1, 2, 4 zusammengenommen vertreten die Stelle der einen, dass bei genau senkrechter Stellung der aufrechten Drehungsachse eine horizontale Ebene die Ränder der beiden Achatplatten der Länge nach oder in zwei Linien berühren soll, insofern vorausgesetzt wird, dass die Ebene des Verticalkreises mit jener Drehungsachse parallel ist, also mit ihr zugleich senkrecht wird: man kann dies als die siebente Bedingung betrachten, welche man stillschweigend im Vertrauen auf die Geschicklichkeit des Künstlers vorauszusetzen pflegt, und zu deren Prüfung und, eventuell, Berichtigung das Instrument, wie es ist, keine Mittel darbietet.

4.

Bei den in diesem Aufsatze anzuführenden Beobachtungen war ich in Beziehung auf die Prüfung der angegebenen Bedingungen, in Ermangelung anderer Mittel, auf folgende Art zu Werke gegangen.

Zur Prüfung der *ersten* Bedingung gebrauchte ich das Planglas eines sogenannten künstlichen Horizonts, welches (nachdem vorher der Rahmen mit den Pfannen weggenommen war) so auf die Achatläger gelegt wurde, dass die mattgeschliffene Rückseite nach oben gekehrt war. Wenn die Bedingung nicht erfüllt ist, wird immer nur *eine* Achatplatte nach der ganzen Länge, die andere am einen Endpunkte berührt werden, was man, wenn der Fehler nicht sehr gering ist, schon mit dem Auge erkennt; mehr Genauigkeit und Sicherheit gibt eine auf die Glasplatte gestellte Libelle, welche zeigt, ob diese zwei verschiedene Berührungslagen hat oder nur eine. Man sieht leicht, dass mit Hülfe dieser Libelle nach Erfüllung der ersten Bedingung auch die *zweite* und *vierte* geprüft werden kann.

Zur Prüfung der *fünften* Bedingung muss die Nadel in zwei verschiedene Gleichgewichtsstellungen gebracht werden, und zwar solche, wo bei gleicher Lage der Zapfen auf den Lägern (oder indem dieselbe Nadelfläche vorne ist) die Nadel nur eine mässige Neigung gegen die Horizontallinie hat, aber das Ende, welches in der einen Lage auf der linken Seite war, bei der andern rechts zu stehen kommt. Man verschafft sich diese beiden Stellungen am bequemsten vermittelst angemessener Belastungen der Nadel, und erkennt das Erfülltsein der in Rede stehenden Bedingung daran, dass von der Schärfe jedes Nadelendes in der einen Stellung eben so viel vor den Rand des Kreises vortreten muss, wie in der andern. In Gegenden, wo nur eine mässige Inclination Statt findet, würden die betreffenden beiden Lagen schon durch blosse halbe Umdrehung des Instruments, so dass die Kreisfläche beidemal nahe am magnetischen Meridian ist, zu erhalten sein.

Eine ähnliche Prüfungsart lässt sich übrigens auch für die *zweite* Bedingung anwenden, nur dass dabei zwei entgegengesetzte nahe verticale Stellungen der Nadel hergestellt sein müssen, wovon die eine sich von selbst ergibt, wenn man die Kreisebene nahe rechtwinklig gegen den magnetischen Meridian bringt, die andere entweder durch eine angemessene Belastung, oder durch Umkehren der Pole. Man sieht aber leicht, dass dieses Verfahren mit dem oben erwähnten vermittelst der Libelle nur dann gleichgeltend ist, wenn die siebente Bedingung erfüllt ist, und dass man also durch Verbindung beider Methoden eine Art von Prüfung dieser Bedingung selbst erhält, die freilich nur eine sehr unvollkommene sein kann, da sich das gleiche Vortreten der Nadelschärfe vor den Kreisrand nur schätzungsweise beurtheilen lässt.

Dieselben combinirten Stellungen der Nadel dienen zugleich zur Prüfung der beiden übrigen Bedingungen; die *sechste* Bedingung ist erfüllt, wenn jedes Nadelende in der ersten nahe horizontalen Stellung eben so weit von der innern Fläche des Kreises absteht, wie in der zweiten; für die *dritte* Bedingung gilt ähnliches bei den nahe verticalen Stellungen. Offenbar würde zu der Prüfung hinreichen, die Abstände beider Nadelenden von der innern Kreisfläche unter sich bei Einer nahe horizontalen und Einer nahe verticalen Stellung zu vergleichen, wenn die beiden Nadelhälften genau gleich lang wären, aber bei unserm Instrumente, wo die Zwischenräume überhaupt so sehr klein sind, genügt dies nicht, und selbst eine sehr geringe Ungleichheit in den beiden Nadelhälften wird dabei schon bemerkbar.

5.

Wie schwer es ist, auf solche Art allen Bedingungen zugleich Genüge zu thun, erhellt schon aus dem Umstande, dass die zwei Schrauben, auf welchen jede Achatplatte ruht, nur acht Millimeter von einander abstehen, so dass, da die Weite eines Schraubengewindes 0,283 Millimeter beträgt, schon eine halbe Umdrehung einer Schraube die betreffende Achatplatte um einen Grad wendet.

Sehr erleichtert wird aber das Geschäft durch eine eigne Vorrichtung, die ich erst später habe anfertigen lassen, und die dazu dient die Ränder der Achatplatten in Eine Ebene zu bringen und diese horizontal zu machen; ich halte mich aber jetzt nicht bei einer Beschreibung derselben auf, da sie für die gegenwärtigen Beobachtungen *) noch nicht hatte benutzt werden können. Eine zweite gleichfalls erst nach dem Schluss der Beobachtungen fertig gewordene Vorrichtung dient zu einer scharfen Bestimmung der Abweichung des Hauptkreises von der verticalen Lage. Sie hat diese Abweichung zu *zehn Minuten* ergeben, aber die Wegschaffung der Abweichung wird erst eine Abänderung am Instrumente erfordern. Übrigens kann der Einfluss dieser Abweichung auf die Inclinationen nicht einmal eine Secunde betragen.

Überhaupt darf ich nicht unbemerkt lassen, dass kleine Fehler in den verschiedenen Berichtigungen nur einen kaum merklichen Einfluss auf die Inclinationsbestimmungen haben können. Der Einfluss, welchen auf die Stellung der Nadel ein Theil der Fehler hat, ist in Beziehung auf diese nur eine Grösse der zweiten Ordnung, und die Wirkung der andern, namentlich einer Excentricität, und einer Neigung der die Achatplatten berührenden Ebene in dem Sinn parallel mit der Ebene des Kreises (Fehler gegen die Bedingungen 3, 6 und 4) werden durch die Combination der einzelnen Beobachtungsstücke völlig eliminirt. Ich kann daher dem Urtheil Horner's, dass *vor allem* auf die Wegschaffung dieses letzten Fehlers zu sehen sei (Physik. Wörterb. 5. Band, S. 759) nicht beistimmen, sondern betrachte diesen Fehler als denjenigen, an dessen vollkommener Wegschaffung am wenigsten gelegen ist.

*) Mit Ausnahme der vom 23. September.

6.

Die hier aufzuführenden Inclinationsbeobachtungen sind sämmtlich im Freien an dem in den *Resultaten* 1840. II. [S. 433 d. B.] bezeichneten Platze angestellt; ein Schirmdach hielt die Sonnenstrahlen von dem Instrumente ab. Dieses wurde auf dem Steine so aufgestellt, dass die gerade Linie durch zwei Fussspitzen nahe senkrecht gegen den magnetischen Meridian wurde, für welche Stellung die Plätze der drei Füsse bezeichnet waren. Die genaue magnetische Orientirung des Instruments wurde durch eine demselben beigegebene Hülfsnadel erhalten, die mit einem Achathütchen auf eine Spitze aufgehängt wird; der Träger dieser Spitze hat zwei kurze cylindrische Seitenarme, die in die beiden Pfannen eingelegt werden, wodurch sich die Spitze in Folge des Gewichts des frei herabhängenden Theils des Trägers von selbst vertical stellt. Ich habe öfters mit dieser Orientirungsart auch die sonst übliche durch correspondirende Neigungen in zwei nahe gegen den magnetischen Meridian senkrechten Stellungen des Verticalkreises verbunden und immer nur ganz unerhebliche Unterschiede gefunden, woraus hervorgeht, dass die Hülfsnadel hinlänglich empfindlich ist und keine constante Abweichung hervorbringt. Eine geringe Abweichung der Verticalebene, in welcher man beobachtet, von dem ohnehin während der Beobachtungen nicht ganz unveränderlichen magnetischen Meridian hat übrigens auf die Neigung der Inclinationsnadel nur einen als ganz unmerklich zu betrachtenden Einfluss von der zweiten Ordnung.

7.

Das Zusammenfallen des Schwerpunkts einer Nadel mit der Drehungsachse können die geschicktesten Künstler nur näherungsweise bewirken: es bleibt fast immer eine Abweichung zurück, deren Einfluss auf die Einstellung der Nadel durch die Combination von Beobachtungen unter mehrfach gewechselten Umständen ermittelt oder eliminirt werden soll: zu diesen abgeänderten Umständen gehört wesentlich die Umkehrung der Pole der Nadel. Unter sonst gleichen Umständen ist jener Einfluss desto stärker, je schwächer die Nadel magnetisirt ist; da man aber nicht befugt ist, anzunehmen, dass die Stärke des Nadelmagnetismus nach dem Umkehren der Pole wieder eben so gross wird, wie vorher, so ist eine genaue Reduction der Beobachtungen von der Kenntniss des Verhältnisses dieser Stücke abhängig. Man gelangt dazu durch Beobachtung der Schwingungsdauer der Nadel: ich habe aber aus mehrern Gründen *horizontalen* Schwingungen den Vorzug gegeben, und zu deren Beobachtung einen besondern von Hrn. Inspector MEYERSTEIN verfertigten Apparat angewandt. Die Nadel schwingt in einem hölzernen Kasten mit verglasten Deckeln, und liegt dabei auf einem leicht gearbeiteten Bügel, der an einem 270 Millimeter langen von einer Glasröhre gegen Luftzug geschützten Seidenfaden hängt, und ihre Enden spielen während der Schwingungen an zwei Gradbogen, deren jeder 40 Grad umfasst, in halbe Grade getheilt ist, und 5 Minuten mit Sicherheit zu schätzen verstattet. Die Schwingungsdauer jeder Nadel wurde vor und nach dem Umstreichen jedesmal aus 150 in drei Sätze vertheilten Schwingungen bestimmt, die nach gehöriger Reduction auf unendlich kleine Bögen stets vortrefflich übereinstimmende Resultate geben. Angefangen wurde gewöhnlich mit einem Schwingungsbogen von etwa 36 Grad, und es verdient hier wohl bemerkt zu werden, dass, im Gegensatz gegen die in den *Resultaten* 1837. IV [S. 385 d. B.] erwähnten Erfahrungen an schwereren Stäben, die Abnahme des Schwingungsbogens an allen Tagen und Nadeln mit fast gleicher Geschwindigkeit erfolgte, so dass die Zeit, innerhalb welcher der Bogen auf seinen vierten Theil herabkam, mit geringen Schwankungen 14 Minuten betrug. Übrigens wurden diese Schwingungsbeobachtungen immer in der Sternwarte auf einem Steinpostamente angestellt, indem es dabei nicht sowohl auf die absolute Dauer, als auf das Verhältniss ankommt, welches von den kleinen in diesem Local möglicherweise Statt findenden fremden Einflüssen nicht merklich afficirt werden kann.

8.

Bei den im Sommer 1842 angestellten Inclinationsbeobachtungen bezweckte ich ausser der Feststellung der für diese Zeit geltenden magnetischen Inclination zugleich die Bestimmung des Grades der Genauigkeit, welche mit dem angewandten Instrument erreicht wird. Es schien mir nicht genügend, die Zuverlässigkeit der Endresultate, auf welche so mancherlei Umstände Einfluss haben, nach den Unterschieden abzuschätzen, die sich in den Einstellungen der Nadel bei wiederholtem Abheben *vermittelst des Pfannenhebels* ergeben; eben so wenig aber kann zu diesem Zwecke die blosse Vergleichung der Resultate dienen, die man für die Inclination aus den Beobachtungen verschiedener Tage erhält, da sich dabei die zufälligen dem Instrument beizumessenden Beobachtungsfehler mit den wirklichen Schwankungen der Inclination selbst vermischen. Ich war ferner begierig zu erfahren, ob meine vier Nadeln übereinstimmende, oder wie es einigen Beobachtern begegnet ist*), entschieden und bedeutend ungleiche Resultate geben würden.

Diese Rücksichten haben mich bewogen, eine von der gewöhnlichen etwas abweichende Anordnung der Beobachtungen zu wählen; das Wesentliche des Unterschiedes ergibt sich aus folgendem.

Gewöhnlich beobachtet man den Stand der Nadel, d. i. die Stellung beider Spitzen gegen die Theilung des Kreises, in vier verschiedenen Combinationen der Stellung des Kreises und der Art des Einliegens der Nadel, indem die getheilte Fläche des erstern und die gezeichnete Fläche der letztern nach Osten oder Westen, nach gleicher oder nach entgegengesetzter Weltgegend gekehrt sein können. Dieselben Combinationen werden nach dem Umkehren der Pole wiederholt, so dass zusammen 16 Ablesungszahlen vorliegen, aus welchen man, in so fern sie nicht in Folge einer starken Abweichung des Schwerpunkts der Nadel von ihrer Zapfenachse grosse Verschiedenheiten darbieten, das einfache arithmetische Mittel für die Inclination annimmt, oder im entgegengesetzten Falle eine künstlichere Rechnung anwendet. Es versteht sich, dass jede der 16 Zahlen

*) Das auffallendste Beispiel dieser Art wird in dem *Fifth Report of the British association for the advancement of Science* S. 142 angeführt, wo acht Nadeln, mit welchen Capitaine Ross in London die Inclination bestimmte, Unterschiede bis zu 11 Minuten ergaben, obgleich die Beobachtungen mit jeder einzelnen Nadel zahlreich und unter sich gut übereinstimmend waren. Die Ursache dieser sonderbaren Erscheinung, über welche näheres Detail nicht mitgetheilt ist, hat man in England der nicht vollkommen cylindrischen Gestalt der Zapfen beigemessen, und gerade deshalb drehbare Zapfen versucht.

selbst schon das Mittel aus einer kleinern oder grössern Anzahl von Einstellungen sein kann, die man in jeder Combination durch wiederholtes Aufheben erhält.

Hievon unterscheidet sich das von mir befolgte Verfahren dadurch, dass ich an jedem Tage mit zwei Nadeln beobachtet habe, ohne zwischen den Beobachtungen die Pole umzukehren; das Umkehren der Pole geschah zwischen zwei auf einander folgenden Beobachtungen und zwar wechselsweise immer nur an einer Nadel. Man sieht, dass auf diese Art die Beobachtungen von vier Tagen alle Combinationen der verschiedenen Polarisirungen beider Nadeln umfassen, wie dies mit den Nadeln 1 und 3 vom 6. bis 9. Julius, und mit den Nadeln 2 und 4 vom 17. bis 20. Julius geschehen ist. Eine Fortsetzung ähnlich combinirter Abwechslungen durch acht Beobachtungstage, wie mit den Nadeln 1 und 2 vom 20. Mai bis 5 Junius, und mit den Nadeln 3 und 4 vom 8. bis 25. Junius ausgeführt ist, gab also jede Combination der Polarisirungen zweimal. Die Beobachtungen an jedem Tage wurden so geordnet, dass die Resultate aus beiden Nadeln, so viel thunlich, gleichzeitig wurden. Dies wurde dadurch erreicht, dass zuerst die oben erwähnten vier Combinationen an der einen Nadel durchbeobachtet wurden, und zwar jede mit viermal wiederholter Auflegung; sodann die ähnlichen Combinationen an der zweiten Nadel unter achtmal wiederholter Auflegung; endlich wiederum an der ersten Nadel dieselben Combinationen, aber in verkehrter Ordnung und unter viermal wiederholter Auflegung.

Bei dieser Einrichtung geben die Beobachtungen Eines Tages für sich allein noch keine Inclinationsbestimmung; allein wenn damit die Beobachtungen des folgenden Tages verbunden werden, so lässt offenbar die nicht umgestrichene Nadel erkennen, um wie viel die Inclination an den beiden Tagen ungleich war, und die einseitigen Beobachtungen an der andern können danach auf Einen Zeitpunkt reducirt, und also vollständig gemacht werden. Zu einer strengern die Gesammtheit der Beobachtungen von allen 24 Tagen umfassenden Behandlung wird aber erst das gegenseitige Verhalten der partiellen Beobachtungsresultate näher erörtert werden müssen.

9.

Diese in mehr als einer Beziehung wichtige Entwickelung wird sich am bequemsten an ein Beispiel anknüpfen lassen, entnommen von einer auf die ge-

wöhnliche Art angestellten Beobachtung, dergleichen von mir auch an mehrern Tagen gemacht sind.

Ich wähle dazu die Beobachtung mit der Nadel 1 vom 23. September 1842 Vormittags von 8½ bis 11 Uhr. Die magnetische Orientirung wurde auf die im 6. Art. angezeigte Art mit der Hülfsnadel erhalten, und der Index des Azimuthalkreises (dessen von der Linken nach der Rechten wachsende Grade ich, wie schon oben bemerkt ist, von 0 bis 360° durchzähle) zeigte bei der Stellung des Verticalkreises im Meridian, die getheilte Seite nach Osten gekehrt, 90° 5'.

Ausser den gewöhnlichen acht Combinationen im magnetischen Meridian machte ich an diesem Tage noch eben so viele in der gegen denselben normalen Verticalebene: ich nehme diese Beobachtungen hier mit auf, da sie zu mehrern Erörterungen Gelegenheit geben. Die Nadel ist (eben so wie die drei andern) auf einer Seite mit den Buchstaben *A*, *B* an den Enden gezeichnet, wodurch die Polarisirung und Einlegungsart bequem unterschieden werden kann. In jeder der 16 Combinationen wurde die Nadel fünfmal mit dem Pfannenhebel auf die Achatplatten gelegt: in der folgenden Übersicht gebe ich aber nur die Mittelwerthe aus den zusammengehörigen Einstellungen.

Nadelende B Nordpol.

Azimuthal Kreis	Bezeichnete Nadelfläche			
	vorne		hinten	
	unten	oben	unten	oben
90° 5'	67° 27' 54"	67° 29' 36"	67° 45' 39"	67° 44' 51"
180 5	89 52 39	89 52 51	90 12 30	90 10 30
270 5	112 18 39	112 16 45	112 38 51	112 33 54
0 5	89 58 33	89 57 48	90 13 27	90 10 54

Nadelende A Nordpol.

90° 5'	68° 2' 51"	68° 2' 33"	67° 35' 15"	67° 37' 0"
180 5	90 14 48	90 12 21	89 51 12	89 51 36
270 5	112 27 21	112 22 33	112 7 6	112 5 33
0 5	90 16 15	90 14 0	89 53 54	89 54 18

Die Dauer einer horizontalen Schwingung wurde gefunden

vor den Beobachtungen . . . . 5"83555
nach den Beobachtungen 5.87416

10.

Ich verweile nun zuerst bei den Unterschieden zwischen den Ablesungen der untern und obern Spitze, welche davon abhängen, dass die Zapfenachse weder durch den Mittelpunkt der Theilung, noch durch die die beiden Spitzen der Nadel verbindende gerade Linie geht. Bezeichnen wir mit x, y die Coordinaten des Schnittes der Zapfenachse mit der Kreisebene relativ gegen den Mittelpunkt der Theilung, ausgedrückt in Bogentheilen der innern Kreisperipherie, und zwar x parallel mit dem Diameter durch die beiden Nullpunkte und positiv nach der rechten, y parallel mit dem Diameter durch die beiden 90^0 Punkte und positiv nach oben; ferner mit $180^0 - z$ den Winkel zwischen den beiden durch die Zapfenachse und die Spitzen A und B gelegten Ebenen, so verstanden, dass, indem man sich die Nadel horizontal und die gezeichnete Seite nach oben gekehrt denkt, in dem Sinne von der linken nach der rechten von A nach B gezählt wird; endlich mit l das Mittel zwischen den beiden Ablesungen: so wird der Unterschied derselben (so verstanden, dass die untere Ablesung von der obern abgezogen wird)

$$= 2x \sin l + 2y \cos l \pm z$$

wo das obere Zeichen gilt, wenn zugleich die gezeichnete Fläche vorne und A oben (also hier Südpol), oder jene hinten und B oben ist, das untere Zeichen in den beiden andern Fällen.

Die obigen Beobachtungen geben so 16 Gleichungen, aus welchen nach der Methode der kleinsten Quadrate gefunden wird

$$x = -38''3$$
$$y = +153.2$$
$$z = +75.4$$

Die Vergleichung gibt dann, wenn man nach der Grösse von l ordnet,

l	Beobachtung	Rechnung	Fehler
67° 28′ 45″	+102″	+122″	−20″
67 36 7	+105	+121	−16
67 45 15	− 48	− 30	−18
68 2 42	− 18	− 32	+14
89 51 24	+ 24	0	+24
89 52 45	+ 12	− 1	+13
89 54 6	+ 24	− 1	+25
89 58 10	− 45	− 1	−44
90 11 30	−120	−153	+33
90 12 10	−153	−153	0
90 13 34	−147	−153	+ 6
90 15 7	−135	−153	+18
112 6 19	− 93	−111	+18
112 17 42	−114	−112	− 2
112 24 57	−288	−264	−24
112 36 22	−297	−264	−33

Die Summe der Quadrate der übrig bleibenden Fehler ist 7924, woraus man schliesst, dass der mittlere Fehler der Differenz zweier Mittel aus fünf Ablesungen

$$= \sqrt{\tfrac{7924}{13}} = 24''7$$

und der mittlere Fehler der einfachen Ablesung Einer Spitze

$$= \sqrt{\tfrac{5}{2} \cdot \tfrac{7924}{13}} = 39''0$$

angenommen werden kann, eine in der That sehr befriedigende Genauigkeit, welche durch ähnliche Discussion der Beobachtungen von andern Tagen nicht nur bestätigt, sondern zuweilen noch übertroffen wird. Es mag jedoch dabei bemerkt werden, dass die Erreichung einer solchen Übereinstimmung wesentlich von dem Umstande abhängt, dass das Abheben der Nadel immer nur dann geschieht, wenn sie in Ruhe oder ihrer Ruhestellung nahe ist. Ohne diese Vorsicht würde die Nadel, deren Schwingung in einem Rollen der Zapfen auf dem Lager besteht, an einer andern Stelle des Lagers, als wo sie niedergelegt wird, zur Ruhe kommen, und also das Excentricitätselement x ein veränderliches sein.

Man erhält auf die hier angegebene Art allerdings die Werthe der Excentricitätselemente x und y mit vieler Genauigkeit, allein diese Werthe können nicht ohne Weiteres dazu dienen, uns zu belehren, ob und wie viel die Läger und Pfannen noch verrückt werden müssen, um den Bedingungen 3 und 6 im 3. Art. Genüge zu leisten, indem diese sich auf den Mittelpunkt des innern Kreises, jene aber auf den Mittelpunkt der Eintheilung beziehen, welche beide etwas verschieden sein können, und an dem in Rede stehenden Instrumente auch wirklich verschieden sind. In der That waren vor den hier angeführten Beobachtungen die betreffenden Berichtigungen mit aller möglichen Sorgfalt ausgeführt.

Die mit z bezeichnete Grösse ist offenbar für jede Nadel unveränderlich, und eine ähnliche Behandlung der Beobachtungen von andern Tagen hat nahe denselben Werth ergeben. Für die drei andern Nadeln habe ich gefunden

für Nadel 2	. . . .	$+3'\ 18''$
3	. . . .	$-1\ \ 4$
4	. . . .	$+1\ \ 2$

Obwohl die Kenntniss dieser Werthe kein besonderes praktisches Interesse hat, so gibt doch ihre Kleinheit ein rühmliches Zeugniss für die von dem ausgezeichneten Künstler auf die Bearbeitung der Nadeln verwandte Sorgfalt.

11.

Das Mittel der Ablesungen der beiden Spitzen gibt uns die Neigung der diese Spitzen verbindenden geraden Linie oder einer Parallele mit derselben gegen den mit 0 bezeichneten Diameter des Verticalkreises. Ich stelle diese 16 Mittel hier paarweise zusammen.

Nadelende B Nordpol

Azim. Kr.	Bez. Nadelfl. vorne	Azim. Kr.	Bez. Nadelfl. hinten
90° 5′	67° 28′ 45″	270° 5′	112° 36′ 23″
180 5	89 52 45	0 5	90 12 11
270 5	112 17 43	90 5	67 45 15
0 5	89 58 10	180 5	90 11 30

Nadelende A Nordpol

Azim. Kr.	Bez. Nadelfl. vorne	Azim. Kr.	Bez. Nadelfl. hinten
90° 5′	68° 2′ 42″	270° 5′	112° 6′ 20″
180 5	90 13 34	0 5	89 54 6
270 5	112 24 57	90 5	67 36 7
0 5	90 15 8	180 5	89 51 24

Nebeneinander stehen hier diejenigen Einstellungen, bei welchen in entgegengesetzter Lage des Verticalkreises die Zapfenachse gleiche Lage (gegen die Weltgegenden) hatte. Der Zusammenhang zweier solcher Zahlen l und l' ist ein sehr einfacher, wenn die Läger so berichtigt sind, dass eine gegen die verticale Drehungsachse normale Ebene sie berührt. In dieser Voraussetzung liegt in beiden Einstellungen die Zapfenachse auf einer horizontalen Ebene und der Ruhestand der Nadel ist daher offenbar derselbe, d. i. wenn wir unter L die Neigung der von der obern zur untern Spitze gezogenen geraden Linie gegen denjenigen horizontalen Radius des Kreises verstehen, der jedesmal auf der rechten Seite der gezeichneten Nadelfläche liegt, so wird L in beiden Einstellungen gleiche Werthe haben. Diese Neigung ergibt sich aber

$$\text{in der ersten Einstellung} = l - \alpha$$
$$\text{und in der zweiten} = 180^0 - (l' - \alpha)$$

wenn α den Fehler des Nullpunkts (d. i. die Ablesung an demjenigen Kreisradius, der mit der Verticalachse einen rechten Winkel macht) bedeutet. Wir haben also unter obiger Voraussetzung

$$\alpha = \tfrac{1}{2}(l + l') - 90^0, \quad L = \tfrac{1}{2}(l + 180^0 - l')$$

Aus den Beobachtungen vom 23. Sept., wo diese Berichtigung mit Hülfe der im 5. Art. erwähnten Vorrichtung auf das sorgfältigste ausgeführt war, erhalten wir also acht verschiedene Bestimmungen von α, nemlich

$+2'\ 34''$
2 28
1 29
4 50
4 31
3 50
0 32
3 16

Die Summe der Quadrate der in Secunden ausgedrückten Abweichungen von dem Mittelwerthe $2'\ 56''$ findet sich $= 57214$; wenn man also diese Abweichungen wie ganz zufällige betrachtet, so ergeben sie den mittlern Fehler des

Resultats aus einem Paar coordinirten Einstellungen $=\sqrt{\frac{57214}{7}} = 90''4$. Man sieht, dass bei diesem Instrumente die Anomalien der Einstellung viel beträchtlicher sind, als die reinen Ablesungsfehler.

12.

Anders verhält es sich aber, wenn die vorausgesetzte genaue Berichtigung der Läger nicht Statt findet. Nehmen wir an, dass zwar die Ränder derselben in Einer Ebene liegen, aber nicht in einer gegen die Verticalachse normalen, so ist in den beiden Einstellungen diese Ebene auf entgegengesetzte Art gegen die Horizontalebene geneigt. Hier kommt indessen nur die Neigung in dem Sinn der Lagerränder oder parallel mit der Kreisebene in Betracht, indem eine kleine Neigung in der Querrichtung oder in dem Sinn der Nadelachse keinen merklichen Einfluss auf die Ruhestellung der Nadel hat. Es bezeichne nun L diejenige Neigung der Nadel (eben so verstanden wie oben), welche bei dem Aufliegen auf einem vollkommen horizontalen Lager Statt finden würde; δ die entsprechende Richtungskraft, d. i. den Coëfficienten, in welchen der Sinus einer Ablenkung von der Ruhestellung multiplicirt werden muss, um das Drehungsmoment der die Nadel nach dieser Stellung zurücktreibenden Kraft auszudrücken; endlich sei $L+\sigma$ die in der ersten Einstellung auf dem geneigten Lager wirklich Statt findende Neigung. Es lässt sich dann leicht zeigen, dass

$$\delta \sin \sigma = p\rho \sin \gamma$$

wird, wo p das Gewicht der Nadel, ρ den Halbmesser der Zapfen und γ die Neigung des Lägers gegen die Horizontallinie bedeuten, letztere Grösse positiv genommen, wenn das Lager auf der rechten Seite der gezeichneten Nadelfläche niedriger ist. Offenbar muss nun aber in der zweiten Einstellung $-\gamma$ anstatt γ gesetzt werden, wodurch σ in $-\sigma$ übergeht, daher in dieser zweiten Einstellung die Neigung der Nadel $L-\sigma$ wird. Wir haben also

$$l-\alpha = L+\sigma, \quad 180^0-(l'-\alpha) = L-\sigma$$

und folglich, eben so wie im vorhergehenden Art.

$$\tfrac{1}{2}(l+180^0-l') = L$$

hingegen anstatt der andern dortigen Gleichung jetzt

$$\tfrac{1}{2}(l+l')-90^0 = \alpha+\sigma$$

Liegen aber die Ränder der Achatplatten gar nicht in Einer Ebene, so werden eben diese beiden Formeln auch noch hinlänglich genau gültig bleiben, wenn man nur für γ das Mittel der Neigungen der beiden Kanten annimmt, vorausgesetzt, dass der Schwerpunkt der Nadel von den beiden aufliegenden Punkten der Zapfen nahe gleich weit absteht. Genau genommen entsteht zwar noch eine kleine Modification aus dem Umstande, dass dann die gerade Linie, welche die beiden Berührungspunkte der Zapfen und Läger verbindet, in den beiden Einstellungen nicht ganz gleiche Azimuthe hat; der Einfluss dieses Umstandes auf die Stellung der Nadel wird aber auch da, wo er am stärksten ist, nemlich bei Beobachtungen in der gegen den magnetischen Meridian normalen Ebene, wie ganz unmerklich betrachtet werden dürfen.

13.

Da es nicht uninteressant ist, übersehen zu können, in welchem Verhältnisse bei nicht berichtigtem Zustande der Läger die Neigung derselben auf die Einstellung der Nadel wirkt, so füge ich hier noch das dazu nöthige für die am 23. Sept. gebrauchte Nadel bei. Zu dem Zweck, ihr Trägheitsmoment zu bestimmen, hatte ich schon früher horizontale Schwingungen derselben beobachtet, theils ohne, theils mit Auflegung eines Ringes, dessen eignes Trägheitsmoment sich aus Gewicht und Dimensionen mit hinlänglicher Schärfe berechnen liess. Es war am 21. September

Schwingungsdauer ohne Ring	5″88431	
— mit Ring	7.32835	
Gewicht des Ringes	19.2385	Gramme
Innerer Durchmesser	75.525	Millimeter
Äusserer Durchmesser	79.767	—

Hieraus folgt, Gramm und Millimeter als Einheit angenommen,

Trägheitsmoment des Ringes	29019
— der Nadel*)	52662

*) Eigentlich ist es die Summe der Trägheitsmomente der Nadel und des Bügels; beide von einander zu scheiden ist theils unthunlich, theils überflüssig, da keine andere Schwingungen als horizontale mit diesem Bügel gebraucht werden.

Hieraus verbunden mit den oben Art. 9 angegebenen Schwingungszeiten vom 23. September, und die Länge des einfachen Secundenpendels in Göttingen zu 994.126 Millimeter angenommen, ergibt sich auf bekannte Weise

horizontale magnetische Richtungskraft
vor dem Umstreichen 1.5556
nach dem Umstreichen 1.5352

Diese Zahlen gelten, genau genommen, zunächst nur für den Platz, wo die Schwingungen beobachtet sind, und schliessen also die daselbst etwa statt findenden localen Einflüsse ein: für den gegenwärtigen Zweck kommt dieser jedenfalls nur geringe Einfluss nicht in Betracht.

Mit Neigung $67^0\ 40'\ 54''$ folgt hieraus ferner

ganze magnetische Richtungskraft,
vor dem Umstreichen 4.0965
nach dem Umstreichen 4.0429

verticale magnetische Richtungskraft
vor dem Umstreichen 3.7897
nach dem Umstreichen 3.7401

Diese vier Zahlen können, wenn man die kleine Modification, welche die magnetische Richtungskraft der Nadel durch die Excentricität des Schwerpunkts erhält, nicht berücksichtigt, als die Werthe von δ betrachtet werden, je nachdem die Beobachtung im magnetischen Meridian oder in der dagegen normalen Ebene gemacht ist. Da σ und γ immer klein genug sind, um diese Grössen selbst an die Stelle ihrer Sinus setzen zu können, also

$$\sigma = \frac{p\rho}{\delta}\cdot\gamma$$

so ergibt sich hieraus, je nachdem die Stärke der Magnetisirung, wie sie vor oder wie sie nach dem Umstreichen war, zum Grunde gelegt wird

für Beobachtungen im magnetischen Meridian

$$\sigma = 1{,}1882\,\gamma \quad \text{oder} \quad \sigma = 1{,}2039\,\gamma$$

für Beobachtungen in der gegen den magnetischen Meridian normalen Ebene

$$\sigma = 1{,}2844\,\gamma \quad \text{oder} \quad \sigma = 1{,}3014\,\gamma$$

Übrigens sind zwar die bisher betrachteten Relationen zwischen den einzelnen Beobachtungsstücken nicht wesentlich, insofern es nur gilt, aus allen die magnetische Inclination abzuleiten; allein sie sind nicht unwichtig für die Prüfung und Befestigung des Resultats, indem das rechte Vertrauen in das Ganze erst aus der klaren Einsicht in die befriedigende Übereinstimmung der Theile erwachsen kann.

14.

Die Ausbeute der Beobachtungen ist nunmehr auf die acht Werthe von L zurückgeführt, welche erklärt werden können als die Neigungen der von der Südpolspitze der Nadel nach der Nordpolspitze gezogenen geraden Linie gegen den auf der rechten Seite der gezeichneten Nadelfläche liegenden horizontalen Kreisradius im Zustande des Gleichgewichts, insofern die Nadelzapfen auf einer horizontalen Fläche aufliegend gedacht werden, oder, was in statischer Rücksicht offenbar ganz dasselbe ist, insofern die Nadel als nur um die Achsenlinie der Zapfen drehbar angenommen wird. Mit andern Worten, die Werthe von L sind die verbesserten d. i. vom Einfluss des Fehlers des Nullpunkts und der Nichthorizontalität der Läger befreieten Werthe der im 11. Art. unter der Überschrift *Bezeichnete Nadelfläche vorne* aufgeführten Zahlen

Werthe von L.

Az. Kr.	B Nordpol	A Nordpol
$90^0\ 5'$	$67^0\ 26'\ 11''$	$67^0\ 58'\ 11''$
180 5	89 50 17	90 9 44
270 5	112 16 14	112 24 25
0 5	89 53 20	90 11 52

Um nun den Zusammenhang der Werthe von L mit den Elementen, von welchen er abhängt, in einer Gleichung auszudrücken, bediene ich mich folgender Bezeichnungen.

V Stellung des Azimuthalkreises für die Beobachtung.

V^0 Stellung des Azimuthalkreises, bei welcher der Verticalkreis im magnetischen Meridian, und die getheilte Seite nach Osten gerichtet ist.

i magnetische Inclination.

m das Product des magnetischen Moments der Nadel in die ganze Intensität der erdmagnetischen Kraft, wobei die Schwere als Einheit der beschleunigenden Kräfte angenommen wird.

q das Gewicht der Nadel multiplicirt in die Entfernung des Schwerpunkts von der Zapfenachse.

c der spitze Winkel zwischen der die Spitzen der Nadel verbindenden geraden Linie und der magnetischen Achse derselben, positiv, wenn letztere rechts liegt, indem die Nadel mit der gezeichneten Seite nach oben horizontal liegend gedacht wird.

Q der Winkel zwischen der geraden Linie von der Südpolspitze der Nadel nach der Nordpolspitze einerseits und der geraden Linie von der Zapfenachse nach dem Schwerpunkt andererseits, so verstanden, dass man von der ersten anfangend bei derselben Lage der Nadel wie für c von der Linken nach der Rechten zählt.

δ die Richtungskraft.

Zerlegt man die erdmagnetische Kraft in einen verticalen und einen horizontalen Theil, so entsteht aus dem ersten das Drehungsmoment, positiv genommen in dem Sinn wachsender L,

$$m \sin i \cos(L+c)$$

aus dem andern

$$-m \cos i \cos(V-V^0) \sin(L+c)$$

Die Schwere hingegen bewirkt das Drehungsmoment

$$q \cos(L+Q)$$

Da L die Gleichgewichtsstellung ausdrückt, so wird die Summe dieser drei Momente $=0$; woraus wir die Hauptgleichung erhalten

$$-\sin i \cos(L+c) + \cos i \cos(V-V^0) \sin(L+c) = \tfrac{q}{m} \cdot \cos(L+Q)$$

Schreiben wir in der Summe der drei Momente $L+z$ anstatt L, so erhalten wir das Drehungsmoment, welches bei einer Ablenkung z von der Gleichgewichtsstellung Statt findet; entwickelt man diesen Ausdruck in zwei Theile mit den Factoren $\cos z$ und $\sin z$, so verschwindet der erste vermöge der Hauptgleichung, und der zweite wird in Folge des Begriffs der Richtungskraft $= -\delta \sin z$.

Wir haben also für δ die allgemeine Formel

$$\delta = m \sin i \sin(L+c) + m \cos i \cos(V-V^0) \cos(L+c) + q \sin(L+Q)$$

Für die drei speciellen Hauptfälle finden wir hieraus:

I. Für $V = V^0$

$$\sin(L+c-i) = \tfrac{q}{m} \cos(L+Q)$$
$$\delta = m \cos(L+c-i) + q \sin(L+Q)$$
$$= \frac{m \cos(Q+i-c)}{\cos(L+Q)} = \frac{q \cos(Q+i-c)}{\sin(L+c-i)}$$

II. Für $V = V^0 + 180^0$

$$\sin(L+c+i) = -\tfrac{q}{m} \cos(L+Q)$$
$$\delta = -m \cos(L+c+i) + q \sin(L+Q)$$
$$= -\frac{m \cos(Q-c-i)}{\cos(L+Q)} = \frac{q \cos(Q-c-i)}{\sin(L+c+i)}$$

III. Übereinstimmend für $V = V^0 + 90^0$ und $V = V^0 + 270^0$

$$\sin i \cos(L+c) = -\tfrac{q}{m} \cos(L+Q)$$
$$\delta = m \sin i \sin(L+c) + q \sin(L+Q)$$
$$= -\frac{m \sin i \sin(Q-c)}{\cos(L+Q)} = \frac{q \sin(Q-c)}{\cos(L+c)}$$

Unser Beispiel gibt für die beiden letzten Fälle anstatt gleicher Werthe von L Ungleichheiten von resp. 3′ 3″ und 2′ 8″, welche theils in den zufälligen Beobachtungsfehlern, theils in der Conspiration mehrerer Umstände ihren Grund haben: in einer kleinen Unsicherheit der anfänglichen magnetischen Orientirung; in der Veränderlichkeit der magnetischen Declination und also des Werthes von V^0 im Laufe der Beobachtungen; in einer kleinen Excentricität des Horizontalkreises, welche in Ermangelung einer doppelten Ablesung nicht controllirt werden kann; endlich darin, dass die Rechtwinkligkeit der Zapfenachse gegen die Kreisebene durch die Auflegung vermittelst der Pfannen nur auf eine unvollkommene Art erhalten werden kann. Alle diese Umstände werden, so viel thunlich, unschädlich gemacht, indem man aus beiden Einstellungen die Mittel nimmt, also

für B Nordpol . . . . . . $L = 89^0\ 51'\ 49''$
für A Nordpol . . . . . . $L = 90\ \ 10\ \ 48$

setzt. Indessen wird man dieser Umstände wegen immer dem Resultate für die Einstellung bei einer gegen den magnetischen Meridian normalen Lage eine etwas geringere Zuverlässigkeit beilegen müssen, als bei den Lagen im Meridian selbst, wo der Einfluss jener Ursachen als unmerklich betrachtet werden kann.

15.

Die aus den 32 ursprünglichen Zahlen uns übrig gebliebenen sechs mögen fortan auf folgende Art bezeichnet werden:

Werthe von L	für $V - V^0 =$
f, f'	0
$180^0 - g,\ 180^0 - g'$	180^0
$h,\ h'$	90^0 und 270^0

wo die nicht accentuirten Zeichen sich auf B Nordpol, die accentuirten auf A Nordpol beziehen sollen. Offenbar sind so f, f', g, g' für die Stellungen im magnetischen Meridian die Neigungen der von der Südpolspitze der Nadel nach der Nordpolspitze gezogenen geraden Linie sämmtlich unter der nordlichen Horizontallinie, und zwar die beiden ersten für die Stellung, wo die gezeichnete Nadelfläche nach Osten gekehrt ist, die beiden andern für die entgegengesetzte; h, h' hingegen sind, für die Stellungen in der gegen den magnetischen Meridian normalen Ebene, die Neigungen derselben geraden Linie gegen die östliche oder westliche Horizontallinie, je nachdem die gezeichnete Nadelfläche nach Süden oder nach Norden gekehrt ist.

Was die Elemente betrifft, von welchen diese sechs Grössen abhängen, so ist q ganz constant, und i muss für alle als gleich angenommen werden, insofern wir die im Laufe der Beobachtungen etwa Statt habenden kleinen Schwankungen doch nicht berücksichtigen können; Q, m, c hingegen ändern nach dem Umstreichen ihre Werthe, und zwar Q genau um 180^0, m und c aber so, dass weiter kein bestimmter Zusammenhang mit den frühern Statt findet, als dass wir wenn zum Umkehren der Pole eine gleichförmige Streichmanipulation und kräftige Streichstäbe angewandt werden, versichert sein dürfen, dass der Unterschied und für c auch die absoluten Werthe nicht sehr beträchtlich sein können. Indem ich nun fortan die nicht accentuirten Zeichen Q, m, c die bestimmten für die Beobachtungen mit B Nordpol geltenden Werthe bedeuten, und für die Beobachtung mit A Nordpol, $Q + 180^0$, m', c' an ihre Stelle treten lasse, verwandeln sich die allgemeinen Gleichungen des vorhergehenden Art. in folgende sechs:

$$\sin(f + c - i) = \tfrac{q}{m}\cos(f + Q) \quad \ldots \quad (1)$$
$$\sin(g - c - i) = \tfrac{q}{m}\cos(g - Q) \quad \ldots \quad (2)$$
$$\sin i \cos(h + c) = -\tfrac{q}{m}\cos(h + Q) \quad \ldots \quad (3)$$
$$\sin(f' + c' - i) = -\tfrac{q}{m'}\cos(f' + Q) \quad \ldots \quad (4)$$
$$\sin(g' - c' - i) = -\tfrac{q}{m'}\cos(g' - Q) \quad \ldots \quad (5)$$
$$\sin i \cos(h' + c') = \tfrac{q}{m'}\cos(h' + Q) \quad \ldots \quad (6)$$

16.

Theoretisch betrachtet reichen diese sechs Gleichungen hin, um die sechs unbekannten Grössen $c, c', \frac{q}{m}, \frac{q}{m'}, Q, i$ zu bestimmen, und es mag der Auflösung dieser Aufgabe ein Platz hier vergönnt sein, obgleich sie gar keinen praktischen Werth hat, da der enorme Einfluss der unvermeidlichen Beobachtungsfehler auf die Endresultate dieses Verfahren ganz unbrauchbar macht.

Multiplicirt man die Gleichungen 1, 2, 3 resp. mit

$$\sin(g + h), \quad \sin(f - h), \quad \sin(f + g)$$

und addirt, so erhält man nach einigen leichten Reductionen

$$\sin(f + c) . \sin(g + h) = \sin(g - c) . \sin(h - f)$$

woraus sich c leicht bestimmen lässt, am bequemsten vermittelst der Formel

$$\operatorname{tang}(c + \tfrac{1}{2}f - \tfrac{1}{2}g) = -\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(f + g)^2 . \operatorname{cotang}(h - \tfrac{1}{2}f + \tfrac{1}{2}g)$$

Auf ähnliche Art erhält man aus den Gleichungen 4, 5, 6

$$\operatorname{tang}(c' + \tfrac{1}{2}f' - \tfrac{1}{2}g') = -\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(f' + g')^2 . \operatorname{cotang}(h' - \tfrac{1}{2}f' + \tfrac{1}{2}g')$$

Die Zahlen unsers Beispiels sind

$$f = 67^\circ\,26'\,11'' \qquad f' = 67^\circ\,58'\,11''$$
$$g = 67\;\;43\;\;46 \qquad g' = 67\;\;35\;\;35$$
$$h = 89\;\;51\;\;49 \qquad h' = 90\;\;10\;\;48$$

woraus nach obigen Formeln folgt

$$c = +\,12'\,21'' \qquad c' = -\,14'\,18''$$

Werthe, deren Grösse schon fast die Wahrscheinlichkeit überschreitet, und deren geringe Zuverlässigkeit sichtbar wird, wenn man den Einfluss entwickelt, welchen kleine Fehler in den ihnen zum Grunde liegenden Zahlen auf sie haben. Man kann der dazu dienenden Differentialformel mehrere Formen geben; eine derselben ist folgende:

$$\mathrm{d}c = -\frac{\sin(g-c).\sin(h+c)}{\sin(h-f).\sin(f+g)}\,\mathrm{d}f + \frac{\sin(f+c).\sin(h+c)}{\sin(g+h).\sin(f+g)}.\mathrm{d}g + \frac{\sin(f+c).\sin(g-c)}{\sin(h-f).\sin(h+g)}.\mathrm{d}h$$

Für $\mathrm{d}c'$ gilt dieselbe Formel, wenn man nur f, g, h mit f', g', h' vertauscht. Auf unsere Rechnung angewandt, ergeben sie

$$\mathrm{d}c = -3{,}435\,\mathrm{d}f + 3{,}441\,\mathrm{d}g + 5{,}876\,\mathrm{d}h$$
$$\mathrm{d}c' = -3{,}499\,\mathrm{d}f' + 3{,}494\,\mathrm{d}g' + 5{,}993\,\mathrm{d}h'$$

Erwägt man also, dass die Werthe von h und h' selbst nur eine geringere Zuverlässigkeit haben und füglich Fehler von einer oder ein Paar Minuten einschliessen können, so erhellt, dass die gefundenen Werthe von c und c' kein Vertrauen verdienen

Der Vollständigkeit wegen lasse ich hier noch die Art, wie die übrigen unbekannten Grössen gefunden werden können, folgen.

Aus der Verbindung der Gleichungen (1) und (2) folgt

$$\cos i = -\frac{q}{m}.\frac{\sin(f+g)\sin(Q-c)}{\sin(2c+f-g)} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

und also unter Zuziehung von Gleichung (3)

$$\mathrm{tang}\,i = \frac{\sin(2c+f-g)}{\sin(f+g).\cos(h+c)}.\frac{\cos(Q+h)}{\sin(Q-c)}$$

Auf ganz ähnliche Weise geben die Gleichungen 4 — 6

$$\mathrm{tang}\,i = \frac{\sin(2c'+f'-g')}{\sin(f'+g').\cos(h'+c')}.\frac{\cos(Q+h')}{\sin(Q-c')}$$

Es wird folglich, wenn man zur Abkürzung

$$\frac{\sin(2c'+f'-g').\sin(f+g).\cos(h+c)}{\sin(2c+f-g).\sin(f'+g').\cos(h'+c')} = k$$

schreibt,

$$\cos(Q+h).\sin(Q-c') = k\cos(Q+h').\sin(Q-c)$$

Diese Gleichung nimmt, wenn man

$$\cos(h-c') - k\cos(h'-c) = A\sin B$$
$$\sin(h-c') - k\sin(h'-c) = A\cos B$$
$$\frac{\sin(h+c') - k\sin(h'+c)}{A} = C$$

setzt, die einfache Form an

$$\cos(2Q-B) = C$$

wodurch Q bestimmt wird; sodann findet sich i aus einer der beiden Gleichungen für $\mathrm{tang}\,i$; endlich $\frac{q}{m}$ und $\frac{q}{m'}$ aus (1) oder (2) und aus (4) oder (5). Über diese Rechnungen ist noch folgendes zu bemerken.

I. Um die numerische Rechnung nach obigen Formeln mit Schärfe führen zu können, müssen c und c' mit viel mehr Genauigkeit berechnet sein, als ihre absolute Unzuverlässigkeit an sich verdient; im entgegengesetzten Falle würde die doppelte Bestimmung für i, $\frac{q}{m}$, $\frac{q}{m'}$ geringe Übereinstimmung geben*). Es lassen sich übrigens für jene Formeln andere diesem Übelstande nicht unterworfene, aber etwas weniger einfache substituiren, die ich mit Übergehung der nicht schweren Ableitung hieher setze.

$$\mathrm{tang}\,i = -\frac{2\sin(f+c).\sin(g-c)}{\sin(f+g).\sin(h+c)}.\frac{\cos(Q+h)}{\sin(Q-c)}$$
$$= -\frac{2\sin(f'+c').\sin(g'-c')}{\sin(f'+g').\sin(h'+c')}.\frac{\cos(Q+h')}{\sin(Q-c')}$$
$$k = \frac{\sin(f+g).\sin(f'+c').\sin(g'-c').\sin(h+c)}{\sin(f'+g').\sin(f+c).\sin(g-c).\sin(h'+c')}$$

*) Alle in diesem Aufsatze vorkommenden Berechnungen sind zwar mit grösster Schärfe geführt, aber beim Abdruck die Bruchtheile der Secunden weggelassen. Wer also mit den abgekürzten Zwischenzahlen weiter rechnet, wird zuweilen etwas abweichende Resultate finden.

II. Die Gleichung $\cos(2Q - B) = C$ hat, den speciellen Fall wo $C = \pm 1$ ist ausgenommen, immer vier verschiedene Auflösungen oder zwischen 0 und 360^0 liegende Werthe von Q, welche paarweise um 180^0 verschieden sind. Solche zwei Werthe von Q gehören zu einerlei Werth von i, aber zu entgegengesetzten sonst gleichen Werthen von $\frac{q}{m}, \frac{q}{m'}$: da nun letztere Grössen ihrer Natur nach positiv sein müssen, so fällt dadurch in jedem Paare ein Werth von Q von selbst weg. Gibt aber ein Werth von Q die Zeichen von $\frac{q}{m}, \frac{q}{m'}$ unter sich entgegengesetzt, so ist offenbar das ganze Paar zu verwerfen, und wenn dasselbe bei beiden Paaren Statt finden sollte, so ist daraus weiter nichts zu schliessen, als dass die Beobachtungsfehler die Combination der Gleichungen 1—6 zur Bestimmung der unbekannten Grössen ganz untauglich machen. In unserm Beispiele gibt die Rechnung folgende zwei Systeme von Werthen:

Erstes System

$$Q = \begin{cases} 12^0\ 44'\ 41'' \\ 192\ \ 44\ \ 41 \end{cases}$$

$$i = 67\ \ 41\ \ 33$$

$$\frac{q}{m} = \mp 0.0051395$$

$$\frac{q}{m'} = \mp 0.0042073$$

Zweites System

$$Q = \begin{cases} 179^0\ 57'\ 42'' \\ 359\ \ 57\ \ 42 \end{cases}$$

$$i = 60\ \ 2\ \ 11$$

$$\frac{q}{m} = \mp 0.3443905$$

$$\frac{q}{m'} = \pm 0.3563855$$

Hier ist offenbar das zweite System ganz, und im erstern der obere Werth von Q zu verwerfen, also der Werth $Q = 192^0\ 44'\ 41''$ allein zulässig. Dass aber damit ein recht guter Werth von i verbunden, und dass die schon sehr starke Abweichung des Verhältnisses der Werthe von $\frac{q}{m}$ und $\frac{q}{m'}$, von dem Verhältnisse der Quadrate der Schwingungszeiten (Art. 9), denen jene proportional sein sollten, nicht noch viel grösser ist, hat man bloss einer zufälligen Compensation der Beobachtungsfehler zuzuschreiben. In der That bringt schon die blosse Vergrösserung des Werthes von h' um Eine Minute (bei unveränderten Werthen

der fünf übrigen Grössen f, g, h, f', g') ganz untaugliche Resultate hervor, indem die nach obiger Methode geführte Rechnung zwei Systeme von Auflösungen ergibt, in welchen die Neigung resp. $68^0\ 17'\ 40''$ und $66^0\ 23'\ 12''$ wird, während in beiden Systemen die Werthe von $\frac{q}{m}, \frac{q}{m'}$ entgegengesetzte Zeichen erhalten, ein schlagender Beweis, dass die Rechnung nicht auf solche Combinationen gegründet werden darf.

17.

Lassen wir nun aber die Beobachtungen in der gegen den magnetischen Meridian rechtwinkligen Ebene fahren, so müssen diese entweder durch andere Data ersetzt werden, oder man muss gewisse willkürliche Voraussetzungen, die nicht strenge richtig sind, zum Grunde legen, und sich mit dem Grade von Genauigkeit begnügen, welchen man auf diese Weise den Resultaten verschaffen kann. Bei meinen Beobachtungen ist durchgängig ein neues Datum aus den vor und nach dem Umkehren der Pole bestimmten Schwingungszeiten zu entnehmen, deren Quadrate als den Grössen $\frac{q}{m}, \frac{q}{m'}$ proportional betrachtet werden können. Derselbe Apparat, mit welchem diese Schwingungszeiten beobachtet werden, kann zwar auch zu einer unmittelbaren Bestimmung der Grössen c und c' dienen, wenn man bei zwei Einlegungen der Nadel in den Bügel (die gezeichnete Seite einmal oben, das andere mal unten) die Stellung der Spitzen gegen den Gradbogen beobachtet, und von den etwaigen Declinationsänderungen vermittelst gleichzeitiger Beobachtungen am Unifilar-Magnetometer Rechnung trägt. Allein jener Apparat verträgt keine so scharfen Ablesungen, als zu *dieser* Anwendung (für welche er nicht bestimmt ist) erforderlich sein würden. Wäre aber ein solcher Apparat viel genauer getheilt, für eine unverrückbare Aufstellung gesorgt, und geschähe etwa die Ablesung mit Mikroskopen, so würde es allerdings möglich sein, c und c' mit aller nur zu wünschenden Schärfe direct zu bestimmen, und wir hätten dann sogar ein Datum mehr als nöthig, so dass durch eine angemessene Ausgleichung die Genauigkeit des Resultats noch erhöhet werden könnte.

Ich ersetze sonach einstweilen das fehlende Datum durch die Voraussetzung, dass die magnetische Achse der Nadel durch die Umkehrung der Pole nicht verändert ist, oder dass $c' = c$. Diese Voraussetzung haben alle Beobachter gemacht, welche die Inclination durch eine strengere Rechnung, als nach der sonst allgemein gebräuchlichen Formel $i = \frac{1}{4}(f + g + f' + g')$ zu bestimmen versucht haben, und man hat allerdings Grund anzunehmen, dass sie nicht leicht *viel* fehlen wird, wenn man das Streichen immer mit grosser Sorgfalt, mit einerlei Streichstäben, und bei einerlei Lage der Nadel in einem zweckmässig construirten Troge ausführt. Inzwischen zeigen meine eignen Erfahrungen, dass trotz dieser Vorsicht doch nicht unbedeutende Ungleichheiten in der Lage der magnetischen Achse der Nadel vorkommen können, und auch in den Angaben anderer Beobachter erkennt man oft sichere Spuren davon. (So geben z. B. Ermans Beobachtungen vom 13. Oct. 1829, nach seinen eignen Grundsätzen behandelt, die Abweichung der magnetischen Achse an der einen Nadel 36′ 24″, während sie zu andern Zeiten sehr klein gewesen zu sein scheint). Glücklicherweise kann übrigens selbst eine beträchtliche Unrichtigkeit bei jener Voraussetzung, unter solchen Umständen wie hier Statt finden, nur einen sehr geringen Einfluss auf das Resultat haben.

18.

Nach dieser Grundlage ergibt sich die Auflösung der Aufgabe auf folgende Art. Mit der schon oben gebrauchten Gleichung (7)

$$\frac{\cos i \,.\, \sin(2c+f-g)}{\sin(f+g)} = -\frac{q}{m} \,.\, \sin(Q-c)$$

verbinde ich die auf ähnliche Art aus (4) und (5) folgende, indem ich darin c anstatt c', und $\frac{\lambda q}{m}$ anstatt $\frac{q}{m'}$ schreibe,

$$\frac{\cos i \,.\, \sin(2c+f'-g')}{\sin(f'+g')} = -\frac{\lambda q}{m} \,.\, \sin(Q-c) \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

also

$$\lambda \sin(f'+g') \sin(2c+f-g) = \sin(f+g) \,.\, \sin(2c+f'-g')$$

wodurch c bestimmt wird, am besten vermittelst der Formel (9)

$$\operatorname{tang}\left(2c-\tfrac{1}{2}(g+g'-f-f')\right) = \frac{\lambda \sin(f+g) - \sin(f'+g')}{\lambda \sin(f+g) + \sin(f'+g')} \,.\, \operatorname{tang}(f-g-f'+g')$$

Es folgt ferner aus (1) und (2)

$$2\cos i \,.\, \sin(f+c) \sin(g-c) - \sin i \,.\, \sin(f+g) = \frac{q}{m} \,.\, \cos(Q-c)$$

also, durch Verbindung mit (7)

$$\operatorname{cotang}(Q-c) = \frac{\sin(f+g)}{\sin(2c+f-g)} \,.\, \operatorname{tang} i - \frac{2\sin(f+c) \,.\, \sin(g-c)}{\sin(2c+f-g)}$$

Auf ähnliche Weise wird aus (4), (5) und (8) abgeleitet

$$\operatorname{cotang}(Q-c) = \frac{\sin(f'+g')}{\sin(2c+f'-g')} \,.\, \operatorname{tang} i - \frac{2\sin(f'+c) \,.\, \sin(g'-c)}{\sin(2c+f'-g')}$$

Schreibt man zur Abkürzung

$$\operatorname{cotang}(f+c) = F \qquad \operatorname{cotang}(f'+c) = F'$$
$$\operatorname{cotang}(g-c) = G \qquad \operatorname{cotang}(g'-c) = G'$$

so erhalten diese beiden Gleichungen die Form

$$\operatorname{cotang}(Q-c) = \frac{G+F}{G-F} \,.\, \operatorname{tang} i - \frac{2}{G-F}$$
$$\operatorname{cotang}(Q-c) = \frac{G'+F'}{G'-F'} \,.\, \operatorname{tang} i - \frac{2}{G'-F'}$$

woraus endlich sich ergibt

$$\operatorname{tang} i = \frac{G'-F'-G+F}{G'F-GF'}$$
$$\operatorname{cotang}(Q-c) = \frac{G'+F'-G-F}{G'F-GF'}$$

Nachdem i und Q gefunden sind, kann man $\frac{m}{q}$ aus irgend einer der Gleichungen 1, 2, 4, 5, 7, 8 bestimmen.

In unserm Beispiele haben wir

$$\lambda = \left(\frac{5,87416}{5,83555}\right)^2$$

und die weitere Rechnung ergibt

$$\begin{aligned}
c &= -0^0\ 1'\ 13''\\
i &= 67\ 40\ 54\\
Q-c &= 145\ 17\ 10\\
Q &= 145\ 15\ 57\\
\tfrac{q}{m} &= 0.0055111\\
\tfrac{q}{m'} &= 0.0055843
\end{aligned}$$

Die nach diesen Elementen *berechneten* Werthe von h, h' finden sich

$$\begin{aligned}
h &= 89^0\ 49'\ 30''\\
h' &= 90\ 12\ 59
\end{aligned}$$

von welchen mithin die beobachteten um $+2'\ 19''$ und $-2'\ 11''$ abweichen.

19.

In Ermangelung einer directen Bestimmung des Verhältnisses von $\frac{q}{m}$, $\frac{q}{m'}$ ist man genöthigt, anstatt Einer willkürlichen Voraussetzung zwei zu machen. Folgende zwei Arten sind bei den Beobachtern zur Anwendung gekommen.

I. Man nimmt an, dass zugleich $c = 0$ und $c' = 0$, wonach wir für i die Formel haben

$$\operatorname{tang} i = \frac{\operatorname{cotg} g' - \operatorname{cotg} f' - \operatorname{cotg} g + \operatorname{cotg} f}{\operatorname{cotg} g' \operatorname{cotg} f - \operatorname{cotg} f' \operatorname{cotg} g}$$

Es ist dies das gewöhnliche Verfahren, wenn man nach MAYERS Vorgang die Nadel vorsätzlich mit einem kleinen Seitengewicht belastet hat. Da man auf diese Weise Einstellungen der Nadel an ganz andern Stellen des Limbus erhält, als ohne Belastung, so gewinnt man, wenn keine bedeutend abweichende Resultate sich ergeben, einige Beruhigung darüber, dass der Limbus keine selbstmagnetische Theile enthalte. Es ist übrigens rathsam, sich auf mässige Belastung zu beschränken, weil im entgegengesetzten Falle die Beobachtungsfehler einen ungebührlich vergrösserten Einfluss auf das Resultat erhalten, und auch von den vernachlässigten c, c' eine merklich nachtheilige Wirkung zurückbleiben würde.

II. Man setzt voraus, dass $m = m'$ und $c = c'$. Man sieht, dass dies nur ein specieller Fall von dem im vorhergehenden Art. abgehandelten ist, und kann also die dortigen Formeln ohne weiteres anwenden, indem man $\lambda = 1$ setzt. Die Formel (9) für c nimmt dann eine noch etwas einfachere Gestalt an, nemlich

$$\operatorname{tang}(2c - \tfrac{1}{2}(g + g' - f - f')) = \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(f + g - f' - g') \cdot \operatorname{tang}\frac{1}{2}(f - g - f' + g')}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(f + g + f' + g')}$$

Für den Fall, dass man c nicht mit verlangt, sondern bloss i bestimmen will, findet sich eine elegante Rechnungsvorschrift in ERMANS Reise, 2. Abtheilung 2. Band, S. 22.

20.

Die bisher entwickelten Relationen der Beobachtungen zu der Inclination und den übrigen Elementen sind allgemein gültig, möge die Abweichung des Schwerpunkts von der Zapfenachse gross oder klein sein. Der letztere Fall wird aber immer Statt finden bei Nadeln, die von einem tüchtigen Künstler herrühren, so lange sie nicht durch fremde Ursachen (z. B. Rostflecken, Abschleifen, Herausnehmen der Zapfen oder vorsätzlich angebrachte Zusatzgewichte) verändert werden, und dann verstatten die Formeln eine höchst wesentliche Vereinfachung. So lange $\frac{q}{m}$ oder $\frac{q}{m'}$ den Werth 0.03 nicht überschreitet, kann der Unterschied zwischen den Sinussen von $f+c-i$, $g-c-i$, $f'+c'-i$, $g'-c'-i$ und den Bögen selbst noch nicht den Betrag einer Secunde erreichen, und man wird also in Betracht des mässigen Grades von Genauigkeit, welchen Beobachtungen mit dem Inclinatorium verstatten, die Vertauschung des Bogens und Sinus selbst noch bei bedeutend grössern Werthen von $\frac{q}{m}$, $\frac{q}{m'}$ ohne Bedenken sich erlauben dürfen. Bei den vier Nadeln des ROBINSONschen Inclinatoriums liegen die Werthe in noch viel engern Grenzen, und ich werde daher die hier mitzutheilenden Beobachtungen nach einem solchen abgekürzten Verfahren behandeln, vorher aber demselben das bisher betrachtete Beispiel unterwerfen.

21.

Wenn wir zur Abkürzung

$$\frac{206265'' q \cos Q}{m} = t$$

$$\frac{206265'' q \sin Q}{m} = u$$

setzen, so nehmen unter der Voraussetzung, dass

$$f+c-i, \quad g-c-i, \quad f'+c'-i, \quad g'-c'-i$$

klein genug sind, um mit ihren Sinussen vertauscht werden zu können, die Gleichungen 1, 2, 4, 5 des 15. Art. folgende Gestalt an:

$$i = f + c - t\cos f + u \sin f$$
$$i = g - c - t\cos g - u \sin g$$
$$i = f' + c' + \lambda t \cos f' - \lambda u \sin f'$$
$$i = g' - c' + \lambda t \cos g' + \lambda u \sin g'$$

Die fünf unbekannten Grössen i, c, c', t, u lassen sich nun zwar nicht durch vier Gleichungen bestimmen, aber wohl durch Eine unbestimmt bleibende Grösse ausdrücken, und wählt man dazu $c'-c$, so erkennt man auf diese Weise auf das Klarste, in welchem Maasse man befugt ist, sie zu vernachlässigen. Die Elimination selbst führt man in jedem einzelnen Falle am bequemsten erst nach der Substitution der Zahlwerthe der Beobachtungsdata aus.

In unserm Beispiele werden die vier Gleichungen

$$
\begin{aligned}
i &= 67^0\ 26'\ 11'' + c - 0{,}3837\,t + 0{,}9234\,u\\
i &= 67\ \ 43\ \ 46 - c - 0{,}3790\,t - 0{,}9254\,u\\
i &= 67\ \ 58\ \ 11 + c' + 0{,}3801\,t - 0{,}9393\,u\\
i &= 67\ \ 35\ \ 35 - c' + 0{,}3862\,t + 0{,}9368\,u
\end{aligned}
$$

woraus man durch Elimination findet

$$
\begin{aligned}
i &= 67^0\ 41'\ \ 54'' - 0{,}0006\,(c'-c)\\
t &= -\ \ 934 + 0{,}0002\,(c'-c)\\
u &= +\ \ 648 + 0{,}5369\,(c'-c)\\
\tfrac{1}{2}(c'+c) &= -\ \ 73 + 0{,}0037\,(c'-c)
\end{aligned}
$$

Man erkennt daraus, dass die willkürliche Voraussetzung der Gleichheit von c und c' zwar eine sichere Bestimmung von u unthunlich macht, aber auf die Werthe von i und t keinen merklichen, und selbst auf die Bestimmung des Mittelwerths von c und c' nur einen geringen Einfluss hat.

Das Mittel aus den vier Gleichungen ist

$$i = 67^0\ 40'\ 56'' + 0{,}0009\,t - 0{,}0011\,u$$

wo der absolute Theil das einfache Mittel aus f, g, f', g' ist, und füglich ohne weiteres für die Inclination hätte angenommen werden können. Dies ist in der That das gewöhnliche Verfahren, welches auch immer in denjenigen Fällen unbedenklich ist, wo die Werthe von f, g, f', g' keine grossen Ungleichheiten darbieten.

22.

Ehe ich das bisher behandelte Beispiel verlasse, will ich noch bemerken, dass die Gleichungen 3 und 6 eine ganz ähnliche Abkürzung verstatten, wie die andern. Man kann nemlich setzen

$$
\begin{aligned}
c &= 90^0 - h + \frac{\cos h}{\sin i}\,.\,t - \frac{\sin h}{\sin i}\,.\,u\\
c' &= 90^0 - h' - \frac{\lambda \cos h'}{\sin i}\,.\,t + \frac{\lambda \sin h'}{\sin i}\,.\,u
\end{aligned}
$$

Bei der numerischen Berechnung kann hier unbedenklich für i der Werth

$\frac{1}{4}(f+g+f'+g')$ substituirt werden, wonach in unserm Beispiele diese Gleichungen sich so stellen:

$$
\begin{aligned}
c &= +491'' + 0{,}0026\,t - 1{,}0810\,u\\
c' &= -648 + 0{,}0034\,t + 1{,}0953\,u
\end{aligned}
$$

Da die Werthe von h und h' auf doppelt so vielen Einstellungen beruhen, als die Werthe von f, g, f', g', so würde man, wenn es nur auf die Anzahl der Einstellungen ankäme, jeder dieser Gleichungen das Gewicht $2\sin i^2$ beilegen müssen, das Gewicht jeder der vier Gleichungen des vorhergehenden Art. $= 1$ gesetzt: allein aus den oben (Art. 14) angeführten Gründen haben die Bestimmungen von h, h' eine bedeutend geringere Zuverlässigkeit, und es mag daher zur Vereinfachung der Rechnung das Gewicht aller sechs Gleichungen gleich angenommen werden. Wenn man auf diese Weise aus denselben die fünf unbekannten Grössen nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, so findet sich

$$
\begin{aligned}
i &= 67^0\ 40'\ \ 55''\\
t &= -\ \ 934\\
u &= -\ \ 211\\
c &= +\ \ 719\\
c' &= -\ \ 880
\end{aligned}
$$

durch welche Werthe den sämmtlichen Gleichungen bis auf 1″ und 2″ Genüge geschieht, ein Grad von Übereinstimmung, der freilich nur als zufällig betrachtet werden muss, da die Data viel grössere Unzuverlässigkeit einschliessen. Die Werthe von u, c, c' verdienen auch kein Vertrauen, da überhaupt bei so grossen Inclinationen wie in unsern Gegenden, die Data zu einer nur einigermaassen zuverlässigen Scheidung jener Grössen gar nicht geeignet sind.

23.

Nach dieser Musterung der verschiedenen Rechnungsmethoden gehe ich zu dem Hauptgegenstande über, und stelle zuerst die auf die im 8. Art. beschriebene Art angestellten Beobachtungen tabellarisch zusammen. Ich führe hier nur die mit f, g, f', g' bezeichneten Grössen auf, mit Weglassung der partiellen Resultate, aus welchen sie auf die in den Artt. 11—13 angegebene Art abgeleitet sind, theils des Raumes wegen, theils weil die Elemente, womit sie zusammenhängen, wegen oftmaliger Veränderungen an den Lägern und Pfannen an den verschiedenen Tagen nicht gleiche Werthe gehabt haben. Meistens sind die Beobachtungen in den Vormittagsstunden zwischen 8 und 11 Uhr angestellt; am 16. 22. 25. Juni und 17. 20. Juli aber Nachmittags zwischen 4 und 6 Uhr.

Die einzelnen Columnen geben an: das Zeichen des Nordpolendes der Nadel, die Werthe von f und g oder von f' und g', je nachdem B oder A der Nordpol gewesen, und die Dauer der horizontalen Schwingung.

Beobachtungen mit Nadel 1.

Mai 20	*B*	67° 11′ 0″	67° 58′ 46″	5″87152
21	*A*	57 1	35 14	5.81508
22	*A*	56 29	36 45	5.82044
24	*B*	16 45	45 48	5.81557
31	*B*	18 1	49 41	5.82075
Juni 2	*A*	53 55	33 9	5.85778
4	*A*	56 38	32 10	5.86442
5	*B*	24 13	46 44	5.83615
Juli 6	*A*	59 41	35 21	5.83716
7	*A*	58 7	37 51	5.83818
8	*B*	20 8	44 47	5.89602
9	*B*	20 43	44 25	5.90035

Beobachtungen mit Nadel 2.

Mai 20	*A*	67° 40′ 57″	67° 20′ 37″	5″72416
21	*A*	41 8	21 5	5.72453
22	*B*	43 28	50 45	5.65355
24	*B*	41 43	54 32	5.66875
31	*A*	43 34	18 29	5.67439
Juni 2	*A*	41 46	18 12	5.67665
4	*B*	42 42	46 57	5.68010
5	*B*	44 53	50 24	5.68890
Juli 17	*B*	45 20	50 17	5.70183
18	*A*	40 26	22 50	5.68692
19	*A*	40 21	22 10	5.69677
20	*B*	40 40	54 19	5.66585

Beobachtungen mit Nadel 3.

Juni 8	*B*	67° 47′ 58″	67° 48′ 52″	6″17149
9	*B*	40 55	42 28	6.18077
11	*A*	30 58	32 35	6.18080
16	*B*	40 0	42 40	6.17046
18	*B*	43 13	47 40	6.18005
22	*A*	27 33	39 19	6.16591
23	*A*	29 46	41 8	6.16948
25	*A*	29 3	41 7	6.17663
Juli 6	*A*	32 38	40 37	6.18305
7	*B*	45 56	42 12	6.17982
8	*B*	46 59	43 37	6.18339
9	*A*	30 42	39 42	6.23905

Beobachtungen mit Nadel 4.

Juni 8	*A*	67° 45′ 9″	67° 27′ 3″	5″96200
9	*B*	22 56	68 8 28	5.91653
11	*B*	23 16	7 48	5.94665
16	*A*	49 54	67 12 8	6.01785
18	*B*	27 48	68 8 45	5.93204
22	*B*	26 46	3 56	5.94065
23	*A*	50 19	67 15 37	5.93939
25	*A*	50 4	15 22	5.94731
Juli 17	*A*	50 13	15 43	5.96850
18	*A*	49 57	14 48	5.96931
19	*B*	22 43	68 9 18	5.92673
20	*B*	22 41	10 19	5.92783

24.

Bei der Berechnung dieser Beobachtungen werde ich anstatt der oben (Art. 21. 22) gebrauchten t, u etwas modificirte Hülfsgrössen einführen. Wenn man für eine der Nadeln die Dauer einer horizontalen Schwingung mit n, die Summe der Trägheitsmomente der Nadel und des Bügels in Beziehung auf die bei diesen Schwingungen verticale Drehungsachse mit k, und die Länge des einfachen Secundenpendels mit l bezeichnet, so ist bekanntlich

$$lmnn \cos i = k$$

Man wähle eine Normalschwingungsdauer N und eine Normalinclination, die zwischen den vorgekommenen Werthen von n und i ungefähr das Mittel halten, und bezeichne den entsprechenden Werth von m mit M, so dass

$$tMNN\cos I = k$$

wird. Endlich sei

$$x = \frac{q\cos Q \,.\, \cos I \,.\, 206265''}{M}$$
$$y = \frac{q\sin Q \,.\, \sin I \,.\, 206265''}{M}$$

welche Grössen also für alle Beobachtungen mit dieser Nadel constant sind. Die Gleichungen werden dann

$$i = f + c - \frac{nn\cos f}{NN\cos I} \cdot \frac{\cos i}{\cos I} \cdot x + \frac{nn\sin f}{NN\sin I} \cdot \frac{\cos i}{\cos I} \cdot y$$
$$i = g - c - \frac{nn\cos g}{NN\cos I} \cdot \frac{\cos i}{\cos I} \cdot x - \frac{nn\sin g}{NN\sin I} \cdot \frac{\cos i}{\cos I} \cdot y$$

wenn B der Nordpol ist; für den Fall, wo A der Nordpol ist, hat man nur den x und y enthaltenden Gliedern die entgegengesetzten Zeichen zu geben.

Diese Form hat den Vortheil, dass die Coëfficienten von x und y immer wenig von der Einheit verschieden sind, und in der That kann man bei so geringer Excentricität des Schwerpunkts, wie die vier in Rede stehenden Nadeln haben, und bei so mässigen Schwankungen von n, anstatt jener Coëfficienten füglich die Einheit annehmen, welches ich die abgekürzte Rechnung nenne. Indessen habe ich mir doch die Mühe gegeben, die 192 Coëfficienten genauer zu berechnen und nur den Factor $\frac{\cos i}{\cos I}$ weggelassen, wenn auch der Nutzen davon hauptsächlich nur darin besteht, die Zulässigkeit der abgekürzten Rechnung desto anschaulicher zu machen. Fortan sollen die nichtaccentuirten Buchstaben N, x, y sich auf die Nadel 1 beziehen, und die Werthe für die drei andern Nadeln der Reihe nach durch einen, zwei und drei Accente unterschieden werden. Gewählt sind für gegenwärtige Rechnung die Werthe

$$\begin{aligned} I &= 67^0\ 40'\ 0'' \\ N &= 5''847785 \\ N' &= 5{,}686867 \\ N'' &= 6{,}181742 \\ N''' &= 5{,}949567 \end{aligned}$$

Die Rechnungen selbst werde ich, um den Raum zu schonen, hier nicht in extenso aufnehmen, sondern nur so viel davon mittheilen, als nöthig ist, um dem Gange im Allgemeinen folgen zu können. Übrigens sind die von der Einheit am meisten abweichenden Werthe der Coëfficienten 0,96895 und 1,04324, welche am 9. und 16. Juni bei Nadel 4 vorkommen.

25.

Aus den beiden Gleichungen, welche die Beobachtungen mit einer Nadel an jedem Tage liefern, bilden sich, indem man sowohl ihre Summe als ihre Differenz halbirt, zwei andere, die mit I und II bezeichnet werden mögen. Es entstehen also 48 Gleichungen I, und eben so viele II, von denen ich die ersten als Probe hersetze. Die ursprünglichen Gleichungen aus den Beobachtungen vom 20. Mai mit Nadel 1 sind

$$i = 67^0\ 11'\ \ 0'' + c - 1{,}02880x + 1{,}00460y$$
$$i = 67\ \ 58\ \ 46 - c - 0{,}99473x - 1{,}01038y$$

woraus die abgeleiteten entstehen

$$i = 67^0\ 34'\ 53'' - 1{,}01176x - 0{,}00289y \quad \ldots \quad \text{(I)}$$
$$c = +\ 1433'' + 0{,}01703x - 1{,}00749y \quad \ldots \quad \text{(II)}$$

Um die im 8. Art. angedeutete Prüfung anstellen zu können, habe ich aber den Gleichungen I noch ein Glied beigefügt, indem ich $i+e$ anstatt i schreibe, so dass e den etwanigen constanten*) Fehler der Nadel 1 ausdrückt; bei den Nadeln 2, 3, 4 soll der präsumtive constante Fehler mit e', e'', e''' bezeichnet werden.

Auf diese Weise schliessen also die 48 Gleichungen I zusammen 36 unbekannte Grössen ein, nemlich die Inclinationen an den 24 Beobachtungstagen, und die 12 Grössen x, y, e, x', y', e', x'' u. s. w. Es muss aber zuvörderst bemerkt werden, dass die Glieder, welche y, y', y'', y''' enthalten, alle nur sehr kleine Coëfficienten haben, und in der abgekürzten Rechnung ganz fehlen: der grösste dieser 48 Coëfficienten ist eben 0,00289 in der obigen Probegleichung. Will

*) Es bedarf keiner Erinnerung, dass ein solcher Fehler, der, wenn er überhaupt reell ist, nur einer Abweichung der Zapfen von der cylindrischen Gestalt zugeschrieben werden kann, nur in sofern constant ist, als immer dieselben Stellen der Zapfen zum Aufliegen kommen, also bei einer ganz andern Inclination auch einen ganz verschiedenen Werth haben könnte.

man aber einmal den geringen nur wenige Secunden betragenden Einfluss berücksichtigen, so muss man zuvor die Werthe dieser y, y', y'', y''' anderswoher abgeleitet haben; wo aber jedenfalls grob genäherte Werthe zu diesem Zweck schon zureichend sind.

26.

Zu dieser Ableitung stehen uns nun nur die Gleichungen II zu Gebote. Allein wenn man erwägt, dass in den 12 Gleichungen dieser Abtheilung, welche sich auf Eine Nadel beziehen, der Buchstab c ungleiche Werthe repräsentirt, indem bei jedem Umstreichen der Werth verändert werden kann, so erkennt man leicht, dass es unmöglich ist, diese c aus den Gleichungen zu eliminiren, und dass man also *gezwungen* ist, eine etwas precäre Hypothese zu Hülfe zu nehmen. Die meinige besteht in Folgendem. Da, bei allen bedeutenden Schwankungen von c, doch unter Anwendung eines immer gleichen Streichverfahrens ein Mittelwerth von c sich herausstellen wird, so nehme ich an, dass der Mittelwerth für die eine Lage der Pole derselbe ist wie für die andere. Freilich wird nur eine sehr unvollkommene Compensation zu erwarten sein, wenn nur eine geringe Anzahl von Umstreichungen Statt gefunden hat, und der auf diese Weise abgeleitete Werth von y wird also wenig Sicherheit haben; allein dieser Unsicherheit ist gar nicht auszuweichen, wenn man nicht die Werthe von c durch einen besondern Apparat ausmittelt (S. oben Art. 17). Zur Benutzung jenes Princips wird man also bei jeder Nadel zuerst die Gleichungen II, welche sich auf B Nord beziehen, von denen trennen, wo A Nord war; dann die erstern und die letztern in so viele Gruppen zerlegen, als veränderte magnetische Zustände Statt gefunden haben; aus den zu derselben Gruppe gehörenden Gleichungen (in sofern mehrere in Eine Gruppe kommen) das Mittel, und aus diesen partiellen Mitteln wieder das Mittel nehmen; indem man dann die so hervorgehenden Mittelwerthe einander gleich setzt, erhält man die Gleichung, durch welche y bestimmt wird. Zur Erläuterung setze ich die *abgekürzte* Rechnung für Nadel 1 her, bei welcher ich *zu diesem Zwecke* obigen 12 Beobachtungen auch noch drei andere*) vom 1. August, 7. August, 23. September benützt habe. Während des ganzen Zeit-

*) Die vom 23. September ist die, welche oben Art. 9—22 als Beispiel gedient hat; die beiden andern werden unten Art. 30 angeführt.

raumes war die Nadel neunmal umgestrichen, so dass zehn verschiedene Zustände Statt gefunden haben, wovon fünf auf jede Lage der Pole kommen.

Nadel 1, *B Nord*

	$c+y=$	
Mai 20	. . .	$+1433''$
24	$+871''$	$+910$
31	$+950$	
Juni 5	. . .	$+675$
Juli 8	$+739$	
9	$+711$	$+723$
Aug. 1	$+720$	
7	$+584$	$+556$
Sept. 23	$+528$	
Mittel	$c+y=$	$+859''$

Nadel 1, *A Nord*

Mai 21	$-653''$	$-623''$
22	-592	
Juni 2	-623	-678
4	-734	
Juli 6	-730	-669
7	-608	
Aug. 1	-720	-752
7	-785	
Sept. 23	. . .	-680
Mittel	$c-y=$	-680

woraus also $y = +769''$ folgt. Die nicht abgekürzte Rechnung ergab

$$\text{für } B \text{ Nord,} \quad c = +859 + 0.00102\,x - 1.00290\,y$$
$$\text{für } A \text{ Nord,} \quad c = -680 + 0.00082\,x + 0.99915\,y$$

woraus

$$y = +769'' + 0.00097\,x$$

folgt. Auf gleiche Weise findet sich für die drei andern Nadeln

$$y' = +\ 456'' - 0.00192\,x'$$
$$y'' = -\ 101 + 0.00134\,x''$$
$$y''' = +1107 + 0.00224\,x'''$$

Die Schwankungen in den Werthen von c gehen bei der Nadel 1 auf $14\frac{1}{2}$ Minuten, bei den Nadeln 2 und 3 auf $4\frac{1}{2}$ Minuten, bei der Nadel 4 auf 10 Minuten. Damit man übrigens dem Umstande, dass gerade an dem ersten Beobachtungstage der am meisten abweichende Werth bei der Nadel 1 vorkommt, nicht eine besondere Wichtigkeit beilege, will ich noch bemerken, dass sowohl an dieser, wie an den übrigen Nadeln die Pole vor den hier mitgetheilten Beobachtungen schon oft und immer mit derselben Sorgfalt und denselben Streichmitteln umgekehrt gewesen waren.

27.

Nachdem die Werthe von y, y', y'', y''' in den Gleichungen I substituirt sind, bleiben in denselben noch 32 unbekannte Grössen, und wenn man dann immer die beiden Gleichungen, welche für die Beobachtungen eines und desselben Tages gelten, von einander abzieht, so bilden sich 24 neue Gleichungen, welche nur die acht unbekannten Grössen $x, x', x'', x''', e, e', e'', e'''$ enthalten. Die vier letzten kommen aber nur in den Differenzen von je zweien vor, so dass man, wenn man

$$e' - e = d'$$
$$e'' - e = d''$$
$$e''' - e = d'''$$

setzt, nur sieben unbekannte Grössen behält. Die Coëfficienten von d', d'', d''' sind darin alle $+1$ oder -1, und die Coëfficienten von x, x', x'', x''' alle von $+1$ oder -1 sehr wenig verschieden. Zur Bestimmung der Werthe der sieben unbekannten Grössen vermittelst der Methode der kleinsten Quadrate wird man, Behuf der Bildung der auf x, x', x'', x''' sich beziehenden Normalgleichungen, die Multiplication mit den respectiven Coëfficienten ohne Bedenken unterlassen können, so dass zur Bildung sämmtlicher sieben Normalgleichungen nichts als einfache Addition erforderlich ist. Auf diese Art haben sich folgende Normalgleichungen ergeben:

$$0 = +4804'' + 12.00266\,x - 0.00708\,x' + 0.01900\,x''$$
$$0 = -5806 + 0.01559\,x + 12.01005\,x' - 0.00072\,x''$$
$$0 = -3228 + 0.00145\,x + 12.00544\,x'' + 0.04561\,x'''$$
$$0 = -5267 + 0.01786\,x' - 0.00489\,x'' + 12.00343\,x'''$$
$$0 = -\ 297 + 0.02717\,x + 0.11088\,x' - 0.04723\,x''' - 12\,d' + 4\,d'''$$
$$0 = -\ 241 + 0.06326\,x + 0.05839\,x'' - 0.08085\,x''' - 12\,d'' + 8\,d'''$$
$$0 = +\ 254 - 0.02682\,x' - 0.02676\,x'' + 0.12808\,x''' + 4\,d' + 8\,d'' - 12\,d'''$$

und hieraus die Werthe

$$x = -400''$$
$$x' = +484$$
$$x'' = +267$$
$$x''' = +438$$
$$d' = -\ 22$$
$$d'' = -\ 23$$
$$d''' = +\ 1$$

Anstatt der drei letzten kann man auch, indem man

$$\tfrac{1}{4}(e + e' + e'' + e''') = \varepsilon$$

setzt, schreiben

$$e = +11'' + \varepsilon$$
$$e' = -11 + \varepsilon$$
$$e'' = -12 + \varepsilon$$
$$e''' = +12 + \varepsilon$$

wo der gemeinschaftliche Theil ε offenbar aus den zu Gebote stehenden Daten nicht bestimmbar ist. Die Substitution der gefundenen Werthe von x, e, x', e' u. s. w. in den (von y, y' u. s. w. bereits befreiten) Gleichungen I gibt uns nun, unter Weglassung von ε, folgende 48 Inclinationen:

		Nadel		Nadel	
Mai	20	1	67° 41′ 25″	2	67° 39′ 12″
	21		39 21		39 31
	22		39 51		39 22
	24		37 43		40 21
	31		40 17		39 17
Juni	2		36 39		38 16
	4		37 31		37 0
	5		41 56		39 48
	8	3	44 12	4	43 14
	9		37 27		38 15
	11		36 27		38 1
	16		37 6		38 17
	18		41 12		40 48
	22		38 5		37 51
	23		40 6		40 2
	25		39 45		39 49
Juli	6	1	40 42	3	41 17
	7		41 11		39 49
	8		39 5		41 3
	9		39 12		39 57
	17	2	39 55	4	40 7
	18		39 56		39 31
	19		39 35		38 32
	20		39 43		39 1

28.

Die Ungleichheiten zwischen den beiden Bestimmungen der Inclination an jedem Tage werden uns nun den Maassstab für die Unsicherheit der Beobachtungen selbst geben müssen. Die grösste Ungleichheit (am 24. Mai) beträgt 2′ 38″, und die Summe der Quadrate aller 24 Unterschiede, die Secunde als Einheit angenommen, ist 124389. Aus den Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist leicht abzuleiten, dass wenn wir den Beobachtungen mit den einzelnen vier Nadeln gleiche Zuverlässigkeit beilegen (von welcher Voraussetzung abzugehen keine Gründe vorhanden sind), die mittlere Unsicherheit eines aus den Beobachtungen gefundenen und unsern Rechnungen untergelegten Werthes von $\frac{1}{2}(f+g)$ oder $\frac{1}{2}(f'+g')$, so weit sich darüber nach unsern Zahlen urtheilen lässt,

$$= \sqrt{\frac{124389}{34}} = 60''5$$

gesetzt werden muss, insofern nemlich nur von den zufälligen oder regellosen Beobachtungsfehlern die Rede ist. Das Mittel aus zwei solchen auf von einander unabhängige Beobachtungen gegründeten Zahlen wird folglich mit der mittlern Unzuverlässigkeit

$$= \sqrt{\frac{124389}{68}} = 42''8$$

behaftet sein, und dies kann auch wie der mittlere Fehler einer auf die gewöhnliche Art (d. i. mit Einer Nadel aber in *beiden* Lagen der Pole) bestimmten Inclination betrachtet werden, insofern die kleine zu $\frac{1}{4}(f+g+f'+g')$ hinzukommende Correction entweder für ganz unmerklich gilt, oder auf sonst schon feststehende Bestimmung von u oder y gegründet werden kann (vergl. Art. 21). Es versteht sich von selbst, dass diese Fehlerschätzung zunächst nur für dieses Instrument und für solche Beobachtungen gilt, die unter ganz ähnlichen Umständen gemacht sind, wie die zum Grunde liegenden. Bei einer geringern Anzahl von Einstellungen, als acht in jeder Combination, würde die Zuverlässigkeit geringer sein, obwohl ich nicht behaupten möchte, dass der mittlere Fehler des Endresultats genau im verkehrten Verhältnisse der Quadratwurzel aus der Zahl der mit Pfannen vervielfältigten Einstellungen stehe. Von der andern Seite darf ich nicht unbemerkt lassen, dass während der ganzen Dauer obiger Beobachtungen die Läger nicht so vollkommen berichtigt werden konnten, wie ich wünschte, und nachher durch Anwendung des oben (Art. 5) erwähnten Apparats wirklich erreichte: die aus einer unvollkommenen Lagerberichtigung möglicher Weise entspringende Vergrösserung der Beobachtungsfehler (wobei an einen Einfluss von constanter Grösse um so weniger zu denken ist, weil sehr oft an den Lägern Veränderungen gemacht wurden) ist demnach in obiger Zahl schon mit begriffen, und ich habe daher Grund zu erwarten, dass künftige Beobachtungen mit demselben Instrument eher noch kleinere Fehler zeigen werden.

Eine besondere Untersuchung, deren Einzelnes ich hier übergehe, hat übrigens ergeben, dass die mittlere Unsicherheit der im vorhergehenden Art. angegebenen 48 Inclinationen nicht viel von der mittlern Unsicherheit der $\frac{1}{2}(f+g)$ verschieden ist, und dass den im 30. Art. zusammenzustellenden Mitteln aus jedem zusammengehörenden Paare nahe das doppelte Gewicht, also der mittlere Fehler 42″8, beigelegt werden muss.

29.

Als ein besonders merkwürdiges und willkommenes Resultat erscheint die Kleinheit der für e, e', e'', e''', oder vielmehr zunächst für ihre Unterschiede von ihrem Mittel ε gefundenen Werthe. Eine besondere Untersuchung hat das Gewicht dieser Bestimmungen $\frac{96}{11}$ mal grösser als das Gewicht von $\frac{1}{2}(f+g)$ ergeben, folglich die mittlere daran haftende Unsicherheit $= 60''5\sqrt{\frac{11}{96}} = 20''5$, woraus erhellt, dass sogar die Realität von Ungleichheiten zwischen e, e', e'', e''' ganz zweifelhaft bleibt. Da es nun höchst unwahrscheinlich ist, dass bei vier Nadeln constante Fehler von fast genau gleicher Grösse Statt finden sollten, so ist man berechtigt anzunehmen, dass dieselben gar keine oder doch nur ganz unmerkliche constante Fehler haben, und es möchte daher fast unnöthig scheinen, von der Drehbarkeit der Achsen an zweien derselben zu weitern Proben einen Gebrauch zu machen.

Für eine der Nadeln, nemlich für Nr. 4, geben wirklich schon einige frühere Beobachtungen eine Verstärkung dieses Schlusses. Es waren nemlich an vier Tagen vom 15.—19. Mai mit den Nadeln 3 und 4 ähnlich combinirte Beobachtungen gemacht, wie später vom 8.—25. Junius, nur mit dem Unterschiede, dass jedes partielle Resultat nicht auf acht, sondern nur auf vier Einstellungen beruhte; an der Nadel 3 waren die Zapfen in derselben Lage wie später, aber an der Nadel 4 standen sie anders, indem nach dem 19. Mai eine Drehung von etwa einem Quadranten vorgenommen ist. Die Beobachtungen, eben so geschrieben wie im 23. Art., sind folgende:

Beobachtungen mit Nadel 3.

Mai 15	*B*	67° 41′ 26″	67° 44′ 53″	6″16166
17	*B*	43 52	45 52	6.20333
18	*A*	33 56	39 15	6.17781
19	*A*	36 8	37 8	6.19566

Beobachtungen mit Nadel 4.

Mai 15	*A*	67° 14′ 28″	67° 47′ 49″	5″94332
17	*B*	68 5 39	36 36	5.92034
18	*B*	3 30	36 13	5.94235
19	*A*	67 3 4	59 47	5.94663

Die Beobachtungen sind alle in den Vormittagsstunden gemacht.

Zur Berechnung sind bei Nadel 3 die oben gefundenen Werthe von x'', y'', e'' angewandt; bei Nadel 4 mussten hingegen die Werthe von x''', y''', e''', so gut es angeht, aus diesen Beobachtungen selbst abgeleitet werden, wobei gefunden wurde

$$y''' = -1103''$$
$$x''' = +\ 556''$$
$$e''' - \varepsilon = +\ 24''$$

Die Bestimmung von y''', auf so wenige Beobachtungen gegründet, ist allerdings sehr unsicher, allein der Einfluss davon auf die Reduction von $\frac{1}{2}(f+g)$ bleibt ganz unbedeutend, indem der grösste Coëfficient von y''' in den Gleichungen I nur 0.00341 ist. Die Resultate für i stehen dann so:

	Nadel 3	Nadel 4
Mai 15	67° 38′ 57″	67° 40′ 0″
17	40 36	41 36
18	41 15	40 15
19	41 19	40 16

Das Gewicht der Bestimmung von $e''' - \varepsilon$ wird hier nur doppelt so gross, als das Gewicht von $\frac{1}{2}(f+g)$, und da die Beobachtungen selbst eine bedeutend geringere Genauigkeit haben, als die spätern, so erhellt, dass der jetzt gefundene Werth eben so wenig für die Realität eines constanten Fehlers spricht, als der aus den spätern Beobachtungen abgeleitete.

Die starke Abweichung der Werthe von x''' und y''' von den oben (Art. 26. 27) gefundenen, beweist nur, dass der drehbare Theil der Nadel für sich betrachtet seinen Schwerpunkt nicht in der Zapfenachse hat, woran übrigens auch wenig gelegen ist.

30.

Ich stelle nun noch die Endresultate für die Inclination aus den sämmtlichen behandelten Beobachtungen zusammen, und nehme unter dieselben auch die Resultate der schon oben erwähnten Beobachtungen vom 1. und 7. August mit auf, welche mit der Nadel 1 ganz auf dieselbe Art wie am 23. September gemacht sind. Diese Beobachtungen selbst waren folgende:

	August 1	August 7
f	67° 20′ 12″	67° 22′ 41″
g	44 11	42 8
f'	59 53	68 1 56
g'	35 53	67 35 46

Inclinationsbestimmungen

1842 Mai 15	67° 39′ 28″	Juni 18	67° 41′ 0″
17	41 6	22	37 58
18	40 45	23	40 4
19	40 47	25	39 47
20	40 18	Juli 6	41 0
21	39 26	7	40 30
22	39 36	8	40 4
24	39 2	9	39 34
31	39 47	17	40 1
Juni 2	37 27	18	39 44
4	37 15	19	39 4
5	40 52	20	39 22
8	43 43	Aug. 1	39 57
9	37 51	7	40 26
11	37 14	Sept. 23	40 54
16	37 42		

Das Mittel aus allen 31 Bestimmungen, ohne einen Gewichtsunterschied zu berücksichtigen, wird

$$67^0\ 39'\ 44''$$

und mag als für den 21. Junius gültig angesehen werden. Das Mittel aus den 24 Bestimmungen vom 20. Mai bis 20. Julius allein, dem als mittlerer Zeitpunkt der 19. Junius entspricht, ist

$$67^0\ 39'\ 31''$$

31.

Die Unterschiede der Inclinationen für die einzelnen 31 Tage von ihrem Mittel sind zusammengesetzt aus der noch nachbleibenden Wirkung der Beobachtungsfehler und den wirklichen Ungleichheiten der Inclination selbst. Für die

einzelnen Tage lassen sich zwar diese Bestandtheile nicht von einander scheiden, allein eine Abschätzung eines Mittelwerths der wirklichen Schwankungen mag bei einer so zahlreichen Reihe wohl versucht werden. In dieser Absicht habe ich zuvörderst die Inclinationen unter Voraussetzung einer regelmässigen jährlichen Abnahme von 3 Minuten auf den 21. Junius reducirt, und dann die Quadrate der Differenzen von dem Mittelwerthe addirt; diese Summe 220184 mit 30 dividirt gibt 7339.5 als Quadrat des mittlern Fehlers, dem man sich aussetzt, wenn man aufs Gerathewohl eine jener 31 Inclinationen als die mittlere für die Zeit der Beobachtung gültige ansehen wollte. Soll die ungleiche Zuverlässigkeit der drei Beobachtungsgruppen berücksichtigt werden, so ergeben die Grundsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung, indem man den mittlern Fehler für die vier ersten Beobachtungen mit m', für die drei letzten mit m'', und für die 24 übrigen mit m, das mittlere Schwanken der Inclination selbst aber mit M bezeichnet, folgende Gleichung:

$$7339,5 = \frac{24mm + 4m'm' + 3m''m''}{31} + MM$$

Für mm ist oben der Werth 1829.25 gefunden, oder es kann wenigstens diese Zahl wie eine hinlängliche Annäherung angesehen werden, für die sieben andern Beobachtungen mag in Ermangelung eines sichern Maassstabes die Zahl der Einstellungen, woraus die Resultate abgeleitet sind, zum Grunde gelegt, also

$$m'm' = 2mm, \quad m''m'' = \tfrac{8}{5}mm$$

gesetzt werden. Dadurch wird

$$MM = 7339,5 - \tfrac{184}{155} . 1829,25 = 5168$$

und $M = 71''9$.

32.

Mit demselben Instrumente und an demselben Platze hatte ich auch schon im vorigen Jahre eine Reihe von Inclinationsbeobachtungen gemacht, von denen ich jedoch nur die Endresultate hieher setze.

1841 Sept.	22	67° 40′ 20″
	24	40 53
	27	46 41
Oct.	2	42 57
	7	42 14
	10	42 40
	12	43 15
	20	44 2
	20	42 5
	22	42 52
Mittel, Oct.	8	67° 42′ 48″

Die ersten acht Beobachtungen sind auf ähnliche Art angestellt, wie die diesjährigen, indem an jedem Tage, ohne die Pole zwischen den Beobachtungen umzukehren, zwei Nadeln (Nr. 1 und 2) angewandt wurden; die beiden letzten hingegen wurden auf die gewöhnliche Art gemacht, die zweite vom 20. Oct. mit Nadel 4, die vom 22. mit Nadel 3. Die Zeit war am 27. Sept. und 10. Oct. Nachmittags zwischen 3 und 5 Uhr, bei allen übrigen Vormittags. Jede dieser 10 Inclinationen beruhete auf 16 Einstellungen, und es wird ihnen aus diesem Grunde auch nur ein verhältnissmässig kleineres Gewicht zuzuerkennen sein, als den Inclinationen von 1842, die resp. auf 32, 64 und 40 Einstellungen beruheten.

33.

Sämmtliche bisher angeführte Inclinationen bedürfen noch einer kleinen gemeinschaftlichen Correction wegen des Einflusses, welchen an dem Beobachtungsplatze die Magnetstäbe der Magnetometer in der Sternwarte und im magnetischen Observatorium ausüben. Um die Resultate davon zu befreien, muss durchgehens 5″15 abgezogen werden (vergl. *Resultate* für 1840. II. Art. 6) [S. 433 d. B.]

Die *absolute* Zuverlässigkeit der Inclinationsbestimmungen bleibt übrigens noch abhängig von der Richtigkeit der Voraussetzung, dass das Instrument selbst keine Theile enthält, die eine magnetische Wirkung auf die Nadel haben können. Ein Grund zu einer solchen Befürchtung ist bei dem von mir gebrauchten Instrumente nicht vorhanden; einige Beobachtungen, die ich nach der im 18. Art. erwähnten Art mit einer belasteten Nadel anstellte, haben immer nur Abweichun-

gen von ein Paar Minuten gezeigt, die sich aus den unvermeidlichen zufälligen Beobachtungsfehlern und den wirklichen Anomalien der Inclination selbst ganz ungezwungen erklären lassen. Auch die hinlänglich befriedigende Übereinstimmung der Werthe, welche im 11. Art. für die daselbst mit α bezeichnete Grösse gefunden sind, spricht gegen das Vorhandensein von solchen Störungen. Zur Erkennung ganz kleiner Einflüsse sind freilich solche Prüfungen nicht geeignet, und ich muss mir daher die weitere Prüfung durch mehr durchgreifende Mittel vorbehalten.

34.

Zum Schluss stelle ich noch meine Resultate mit einigen ältern Bestimmungen zusammen.

1805 Dec.		69° 29′	von Humboldt
1826 Sept.		68 29 26″	
1837 Juli	1	67 47 0	Forbes
—	—	67 53 30	
1841 Oct.	8	67 42 43	
1842 Juni	21	67 39 39	

Die beiden ersten Beobachtungen habe ich aus den *Additions* zu dem XIII. Bande der *Voyage aux régions équinoxiales* entlehnt (S. 152); die erste ist mit einem Inclinatorium von Lenoir, die zweite mit einem Instrument von Gambey angestellt; letztere beruhet auf den Beobachtungen mit zwei Nadeln, deren Resultate a. a. O. zu 68° 30′ 7″ und 68° 28′ 15″ angegeben werden, womit das ebendaselbst angesetzte Mittel nicht übereinstimmt; vermuthlich ist die Zahl für die zweite Nadel durch einen Druckfehler um 30″ zu klein angesetzt. Der Beobachtungsplatz 1805 ist mir nicht bekannt; 1826 war er im freien Felde einige hundert Schritte östlich von der Sternwarte.

Forbes Beobachtungen sind in den *Transactions of the Royal Society of Edinburgh* Vol. XV, Part. 1, S. 31 und 32 abgedruckt; sie wurden an einem Robinsonschen Instrument von kleinern Dimensionen als das hiesige mit zwei Nadeln von 6 engl. Zoll Länge im Garten der Sternwarte angestellt; die zweite Nadel hält der Beobachter selbst für die bessere.

Ich habe unter diese Beobachtungen die von Mayer im März 1814 angestellten und in den *Commentationes recent. Soc. Gotting.* T. III, S. 36 u. 37 angeführten nicht einreihen wollen, da dieselben gar kein Vertrauen verdienen. Wie sehr unvollkommen das von Mayer gebrauchte Instrument war, zeigt die von ihm selbst S. 35 gegebene Probe, wo bei bleibender Stellung des Instruments zehn wiederholte Einstellungen Differenzen von mehr als einem Grade gaben. Seine Resultate für die Inclination selbst, von zwei verschiedenen Tagen, weichen um einen halben Grad von einander ab.

Eben so wenig verdiente meine eigne Beobachtung vom 23. Juni 1832, die in der *Intens. vis magneticae terrestris* art. 27 angeführt ist, hier einen Platz, sowohl wegen der Unvollkommenheit des Instruments, als wegen des Locals in der Sternwarte, wo nicht sehr entferntes Eisenwerk das Resultat bedeutend afficiren, und zwar nachweislich eine Vergrösserung der Inclination hervorbringen musste.

Die angeführten Inclinationen lassen sich nun zwar sehr gut durch die Annahme einer jährlichen gleichförmigen Verminderung von 3 Minuten oder genauer $3' \, 2'' 3$ vereinigen, wenn man bei Forbes Beobachtungen sich an das Resultat der zweiten Nadel hält, und es bleiben nur Abweichungen übrig, die füglich dem Conspiriren der Beobachtungsfehler und der Schwankungen der Inclination zugeschrieben werden können. Da jedoch nach Hansteens Untersuchungen über die Beobachtungen an andern europäischen Orten die jährliche Abnahme allmählig langsamer geworden ist, so wird man die angegebene Zahl nur wie einen mittlern etwa für 1829 gültigen Werth zu betrachten, und die Bestätigung und genauere Festsetzung der Ungleichförmigkeit erst von künftigen Beobachtungen zu erwarten haben.

A U F S Ä T Z E

ÜBER VERSCHIEDENE GEGENSTÄNDE

DER MATHEMATISCHEN PHYSIK.

FUNDAMENTALGLEICHUNGEN

FÜR DIE BEWEGUNG SCHWERER KÖRPER

AUF DER ROTIRENDEN ERDE.

Benzenberg. Versuche über das Gesetz des Falls. 1804.

Brief von Gauss an Benzenberg.

Braunschweig 1808. Februar 2.

— — — In der Theorie unsres Freundes Olbers ist eine Voraussetzung, die mir nicht zulässig scheint. Nemlich: *dass der Körper während des Falls in einer Ebene bleibe.* Allein dies darf man, meiner Meinung nach, *nicht* voraussetzen, wenn man den Widerstand der Luft in Betracht zieht, den man hier *nothwendig* in Betracht ziehen muss, weil die geschlossene Abweichung nach Süden lediglich darauf beruht. Eine leichte Betrachtung zeigt nemlich folgendes: die Ebene (A), in welcher der Körper sich ursprünglich zu bewegen anfängt, geht durch den Mittelpunkt der Erde (oder allgemeiner, der Attraction), und steht auf derjenigen Ebene (B) senkrecht, in der der Meridian des Beobachtungsorts beim Anfang des Falls war. Allein man sieht leicht, dass die Lufttheile an allen Stellen der Ebene A schief dadurch gehen, bloss die gerade Linie ausgenommen, wo A von B geschnitten wird. Die Luft wirkt daher dem Körper nicht in dieser Ebene A entgegen, sondern treibt ihn daraus weg nach Norden, und es schien mir, dass der Effect davon gerade so gross sein würde, dass er die aus der Verspätung des Falls geschlossene Abweichung nach Süden aufhöbe.

Nachdem ich durch Ihren letzten Brief veranlasst war, aufs Neue an diese Materie zu denken, betrachtete ich in einer müssigen halben Stunde die Sache auf eine ganz verschiedene Art, und entwickelte die analytischen Gleichungen, die die relative Bewegung des Körpers gegen die bewegte Erdoberfläche in sich fassen, aus den ersten Fundamentalsätzen der Dynamik, und hier fand ich zu meiner Verwunderung

1) die Abweichung nach Süden wiederum 0 oder ganz unvermerklich;

2) die Abweichung nach Osten nur $\frac{2}{3}$ von dem, was Dr. Olbers gefunden hat. Nemlich in Dr. Olbers Zeichen, wenn man den Widerstand der Luft vernachlässigt,

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi \cos\psi \,.\, at}{86164}$$

oder wenn man ihn mit in Betrachtung zieht, nach einer hier zureichenden Näherung

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi \cos\psi \,.\, t}{86164}\left(\tfrac{3}{2}a' - \tfrac{1}{2}a\right)$$

wo a die Höhe ist, durch die der Körper in der Zeit t im leeren Raume fallen würde, also $= \frac{1}{2}g'tt$ [wo ferner ψ die Polhöhe des Beobachtungsortes und a' die wirkliche Fallhöhe bezeichnet].

Hienach finde ich für Ihre Versuche, indem ich die Pendellänge für Hamburg $= 440.75$ Linien (woraus g' fast eben so kommt, wie Dr. Olbers es annimmt), *die Abweichung nach Osten* 3.951 *pariser Linien*; welches sehr genau mit Ihren Versuchen übereinstimmte, — da hingegen die Abweichung nach Süden nicht zu meinen Resultaten passt.

Diese Verschiedenheit in Ansehung der Abweichung nach Osten — veranlasste mich, Dr. Olbers Schlüsse darüber aufmerksamer durchzugehen, und die Ursache davon nachzuspüren. Wie mir scheint, liegt sie darin, dass Dr. Olbers die wirkliche Bewegung des Körpers gegen Osten *bloss* aus seiner tangentiellen ursprünglichen Geschwindigkeit ableitet, und von der daraus entspringenden Bewegung die gleichzeitige Bewegung des Fusses des Thurms abzieht, um die scheinbare Bewegung nach Osten zu haben. — Allein wenn die Fläche des Papiers die obige Ebene A vorstellt, C den Mittelpunkt der Erde, mM die wirkliche Bewegung des Körpers: so darf man, meiner Meinung nach, nicht ausser Acht lassen, dass selbst die Anziehung nach C während die Bewegung nicht mit mC parallel ist, und eben da-

her die Geschwindigkeit nach Osten wirklich vermindert wird, daher der Körper, wenn er in M anlangt, nicht so weit nach Osten gekommen ist, als er mit der ursprünglichen Geschwindigkeit gekommen sein würde. Nach darüber geführter Rechnung finde ich auch, dass durch diese Betrachtung die scheinbare Bewegung nach Osten wirklich um den dritten Theil vermindert wird.

Brief von Gauss an Benzenberg.

Braunschweig 1803. März 8.

— — — — An unsern Freund Olbers habe ich vor acht Tagen einen kleinen Aufsatz über die Abweichung fallender Körper eingesandt. Heute erhalte ich darauf die Antwort:

1) die Abweichung nach Osten sei nur $\frac{2}{3}$ von der, die er berechnet hätte;

2) dass er meinen Schlüssen, dass die Abweichung nach Süden $= 0$ sei, nichts entgegenzusetzen habe, aber zu wissen wünsche, *worin* eigentlich *sein* Raisonnement fehlerhaft sei.

Ich bemerke hiebei noch folgendes:

Vorausgesetzt, dass meine Schlüsse in Ansehung der Abweichung nach Süden gewiss sind, so scheint mir der Grund von der von Dr. Olbers herausgebrachten Abweichung noch immer darin zu liegen, dass er voraussetzt, der Körper *bleibe* auch bei widerstehender Luft in der auf den Meridian senkrechten, und durch den Mittelpunkt der Erde gehenden Ebene. Es scheint mir, dass diese Voraussetzung nothwendig gerechtfertigt werden müsse, aber ich zweifle, ob sie sich rechtfertigen lasse. Die kegelförmige Bewegung der Luft macht, dass die Lufttheile, worin der Körper ist, sobald die Erde aus ihrer ersten Lage gekommen, in einem Winkel durch jene Ebene gehen, den man nicht vernachlässigen darf, und wodurch es geschieht, dass der Körper, dem die Luft nicht in der Richtung dieser Ebene widersteht, aus der Ebene gegen Norden heraustritt: und ich bin noch immer der Meinung, dass sie aus der Verzögerung dadurch vollkommen compensirt wird. Es ist mir auch wahrscheinlich, dass Guglielmini eben dies hat sagen wollen, und dass er nur deswegen Olbers Beifall nicht erhalten hat, weil er sich nicht bestimmt genug erklärt. Ich hoffe indess zuversichtlich, dass entweder ich mit Dr. Olbers, oder Dr. Olbers mit mir vollkommen zu einerlei Überzeugung kommen werden. — — —

Fundamentalgleichungen für die Bewegung schwerer Körper auf der rotirenden Erde.

Die Lage eines Punkts wird auf eine doppelte Art bestimmt.

Erstens durch seine senkrechten Abstände X, Y, Z, von drei auf einander senkrechten *festen* Ebnen. Den gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt dieser Ebnen, C, setzen wir in einen beliebigen Punkt der Erdaxe; die Ebene der Z legen wir dem Aequator parallel; die Ebene der Y in denjenigen Meridian, worin sich der anfängliche Ort des Körpers befindet; endlich die Ebne der X in den auf den vorigen senkrechten Meridian. Die Z sind positiv auf der Nordseite; die X auf der Seite des anfänglichen Orts des Körpers, die Y auf derjenigen Seite, wohin dieser anfängliche Ort durch die Rotation geführt wird.

Zweitens durch die senkrechten Abstände x, y, z, von drei auf einander senkrechten *beweglichen* d.i. gegen die Erde ruhenden und mit ihr rotirenden Ebnen. Am schicklichsten setzen wir den gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt derselben in den anfänglichen Ort des Körpers. Die Ebne der z setzen wir senkrecht auf die scheinbare Richtung der Schwere; die der y in den Meridian: dadurch ist die auf beide senkrechte der x von selbst bestimmt; Pole dieser drei Ebnen sind also resp. das scheinbare Zenith, der Ostpunkt, der Südpunkt, und *diese* Pole sollen zugleich diejenigen Seiten der Ebnen bezeichnen, wo die Abstände z, y, x positiv genommen werden.

Es sei jetzt für den Punkt C, $x = a$, $(y = 0)$, $z = -c$; ferner die (scheinbare, nördliche) Polhöhe des Beobachtungsorts φ, und der Winkel, um den sich die Erde nach der Zeit t gegen Osten bewegt hat, θ. Unter diesen Voraussetzungen ergeben sich leicht folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} x &= X\sin\varphi\cos\theta + Y\sin\varphi\sin\theta - Z\cos\varphi + a \\ y &= -X\sin\theta + Y\cos\theta \\ z &= X\cos\varphi\cos\theta + Y\cos\varphi\sin\theta + Z\sin\varphi - c \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots [1]$$

$$\left.\begin{aligned} X &= (x-a)\sin\varphi\cos\theta - y\sin\theta + (z+c)\cos\varphi\cos\theta \\ Y &= (x-a)\sin\varphi\sin\theta + y\cos\theta + (z+c)\cos\varphi\sin\theta \\ Z &= -(x-a)\cos\varphi + (z+c)\sin\varphi \end{aligned}\right\} \quad \ldots [2]$$

Die Coordinaten X, Y, Z lassen sich einerseits als Functionen von t allein, anderseits aber auch als Functionen der vier veränderlichen Grössen θ, x, y, z betrachten, und haben also in letzterer Hinsicht vier partielle Differentiale. Es ist demnach

$$\mathrm{d}X = \left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t}\right)\mathrm{d}t = \left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}\theta}\right)\mathrm{d}\theta + \left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}x}\right)\mathrm{d}x + \left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}y}\right)\mathrm{d}y + \left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}z}\right)\mathrm{d}z$$

$$\mathrm{d}Y = \text{etc.}$$

Die Geschwindigkeit des Körpers zerlegt sich, wie seine Bewegung, in drei partielle auf die Ebnen der X, Y, Z senkrechte Geschwindigkeiten, die mithin $\left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t}\right)$, $\left(\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t}\right)$, $\left(\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t}\right)$ sind. Die Geschwindigkeiten des Luftelements hingegen, in welchem er sich jedesmal befindet, in Beziehung auf dieselben Ebnen sind offenbar $\left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}\theta}\right)\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$, $\left(\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}\theta}\right)\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$, $\left(\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}\theta}\right)\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$. Folglich die *relativen* Geschwindigkeiten des Körpers nach diesen drei Richtungen

$$\left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}x}\right)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}y}\right)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \left(\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}z}\right)\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \xi = \sin\varphi\cos\theta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - \sin\theta\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \cos\varphi\cos\theta\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}x}\right)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \left(\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}y}\right)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \left(\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}z}\right)\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \eta = \sin\varphi\sin\theta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \cos\theta\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \cos\varphi\sin\theta\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}x}\right)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \left(\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}y}\right)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \left(\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}z}\right)\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \zeta = -\cos\varphi\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \sin\varphi\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$

Die totale relative Geschwindigkeit ist folglich $= \sqrt{(\xi\xi + \eta\eta + \zeta\zeta)} = u$, welches, wie die Entwickelung aus obigen Werthen leicht zeigt, $= \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x^2}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\mathrm{d}y^2}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\mathrm{d}z^2}{\mathrm{d}t^2}\right)}$ wird. Der Widerstand der Luft ist dem Quadrate davon proportional, wir setzen ihn daher $= Muu$, und zerlegen ihn nach obigen drei Richtungen in $Mu\xi$, $Mu\eta$, $Mu\zeta$.

Wir sehen hier die Erde als ein Revolutions-Sphäroid an; die Richtung der Schwere geht daher durch die Erdaxe. Der Punkt, wo sie diese schneidet, liege um q über C, oder es sei für denselben $Z = q$.

Setzt man nun ferner die Stärke der Gravitation $= p$ und

$$XX + YY + (Z-q)^2 = rr$$

so ist nach den Grundsätzen der Dynamik

$$\left.\begin{aligned}
0 &= \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t^2} + \frac{pX}{r} + Mu\xi \\
0 &= \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t^2} + \frac{pY}{r} + Mu\eta \\
0 &= \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t^2} + \frac{p(Z-q)}{r} + Mu\zeta
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots [3]$$

Aus obigen Werthen von X, Y, Z in [2] findet man, wenn man für $\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$, welches beständig ist, n schreibt, folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t^2} &= \sin\varphi\cos\theta\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t^2} - \sin\theta\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t^2} + \cos\varphi\cos\theta\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t^2} \\
&\quad - 2n\sin\varphi\sin\theta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - 2n\cos\theta\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} - 2n\cos\varphi\sin\theta\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} - nnX \\
\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t^2} &= \sin\varphi\sin\theta\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t^2} + \cos\theta\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t^2} + \cos\varphi\sin\theta\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t^2} \qquad [4] \\
&\quad + 2n\sin\varphi\cos\theta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - 2n\sin\theta\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + 2n\cos\varphi\cos\theta\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} - nnY \\
\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t^2} &= -\cos\varphi\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t^2} + \sin\varphi\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t^2}
\end{aligned}$$

Multiplicirt man die drei Gleichungen [3] resp. mit $\sin\varphi\cos\theta$, $\sin\varphi\sin\theta$, $-\cos\varphi$ und addirt die Producte; multiplicirt man zweitens eben diese Gleichungen mit $-\sin\theta$, $\cos\theta$, 0; und drittens mit $\cos\varphi\cos\theta$, $\cos\varphi\sin\theta$, $\sin\varphi$, und addirt beidemale die Producte: so erhält man, nachdem man statt $\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t^2}$, $\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}t^2}$, $\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t^2}$ ihre Werthe aus [4], statt X, Y, Z die aus [2], und statt ξ, η, ζ die ihrigen substituirt hat, folgende drei neue:

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t^2} - 2n\sin\varphi\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + (x-a)\left(\frac{p}{r} - nn\right) + \cos\varphi\left(\frac{pq}{r} - nnZ\right) + Mu\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\
0 &= \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t^2} + 2n\sin\varphi\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 2n\cos\varphi\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} + y\left(\frac{p}{r} - nn\right) + Mu\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \\
0 &= \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t^2} - 2n\cos\varphi\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + (z+c)\left(\frac{p}{r} - nn\right) - \sin\varphi\left(\frac{pq}{r} - nnZ\right) + Mu\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}
\end{aligned}$$

Ist also der Körper gegen die Erde in Ruhe, oder $\mathrm{d}x = \mathrm{d}y = \mathrm{d}z = 0$, so scheint er senkrecht auf die Ebnen der x, y, z von den Kräften

$$\begin{gathered}
(x-a)\left(\frac{p}{r} - nn\right) + \cos\varphi\left(\frac{pq}{r} - nnZ\right) \\
y\left(\frac{p}{r} - nn\right) \\
(z+c)\left(\frac{p}{r} - nn\right) - \sin\varphi\left(\frac{pq}{r} - nnZ\right)
\end{gathered}$$

sollicitirt zu werden. Ein schon in Bewegung begriffener Körper hingegen wird anders afficirt. Denn ausser dem Widerstande der Luft, der den Körper nach diesen Richtungen wie Kräfte, deren Maass $Mu\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, $Mu\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$, $Mu\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ ist, treibt und folglich auf der rotirenden Erde völlig eben so wirkt, als er auf der ruhenden wirken würde, kommen nach jenen Richtungen noch die drei Kräfte

$$-2n\sin\varphi\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}, \quad 2n\sin\varphi\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 2n\cos\varphi\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}, \quad -2n\cos\varphi\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$$

hinzu, und diese sind es allein, wodurch die Rotation der Erde an fallenden Körpern sichtbar wird. Die bisherigen Schlüsse und Folgerungen sind streng und allgemein richtig.

Bei *Versuchen*, die in dieser Hinsicht angestellt werden, geschieht allemal die Bewegung des Körpers in einem so kleinen Raume, dass man die Stärke der auf ruhende Körper wirkenden scheinbaren Schwere innerhalb desselben, als unveränderlich $= g$, und ihre Richtung als immer parallel, also senkrecht auf die Ebne der z annehmen kann. Es wird also ohne Bedenken erlaubt sein, statt der obigen drei Grössen

$$\begin{gathered}
(x-a)\left(\frac{p}{r} - nn\right) + \cos\varphi\left(\frac{pq}{r} - nnZ\right) \\
y\left(\frac{p}{r} - nn\right) \\
(z+c)\left(\frac{p}{r} - nn\right) - \sin\varphi\left(\frac{pq}{r} - nnZ\right)
\end{gathered}$$

respective $0, 0, g$ zu substituiren. Dadurch werden die drei Fundamentalgleichungen

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t^2} - 2n\sin\varphi\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + Mu\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\
0 &= \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t^2} + 2n\sin\varphi\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 2n\cos\varphi\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} + Mu\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \\
0 &= \frac{\mathrm{d}\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t^2} - 2n\cos\varphi\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + g + Mu\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}
\end{aligned}$$

Die Integration dieser Gleichungen ist leicht, wenn man den Widerstand der Luft vernachlässigt, oder $M = 0$ setzt. Man findet nemlich

$$x = \mathfrak{A} - \mathfrak{D}\cos\varphi . t + \tfrac{1}{2n}\mathfrak{E}\sin\varphi\cos(2nt + \mathfrak{F}) + \tfrac{1}{2}\sin\varphi\cos\varphi . gtt$$
$$y = \mathfrak{B} - \tfrac{1}{2n}\mathfrak{E}\sin(2nt + \mathfrak{F}) + \tfrac{1}{2n}\cos\varphi . gt$$
$$z = \mathfrak{C} + \mathfrak{D}\sin\varphi . t + \tfrac{1}{2n}\mathfrak{E}\cos\varphi\cos(2nt + \mathfrak{F}) - \tfrac{1}{2}\sin\varphi^2 . gtt$$

Auch ist es leicht, folgende Werthe der arbiträren Grössen zu entwickeln, wenn man voraussetzt, dass der Körper anfänglich gar keine scheinbare Geschwindigkeit hat:

$$\mathfrak{A} = -\tfrac{g}{4nn}\cos\varphi\sin\varphi, \quad \mathfrak{B} = 0, \quad \mathfrak{C} = -\tfrac{g}{4nn}\cos\varphi^2$$
$$\mathfrak{D} = 0, \quad \mathfrak{E} = \tfrac{g}{2n}\cos\varphi, \quad \mathfrak{F} = 0$$

Also

$$x = \tfrac{g}{2n}\cos\varphi\sin\varphi\left(ntt - \tfrac{1}{2n} + \tfrac{1}{2n}\cos 2nt\right)$$
$$y = \tfrac{g}{2n}\cos\varphi\left(t - \tfrac{1}{2n}\sin 2nt\right)$$
$$z = -\tfrac{1}{2}gtt + \tfrac{g}{2n}\cos\varphi^2\left(ntt - \tfrac{1}{2n} + \tfrac{1}{2n}\cos 2nt\right)$$

Diese Integration ist freilich nicht *allgemein* zulässig, da obige Voraussetzung nur in so fern erlaubt ist, als der Körper sich von seinem anfänglichen scheinbaren Orte nicht weit entfernt. Für diesen Fall aber können wir die trigonometrischen Functionen in Reihen auflösen, und so wird

$$x = \tfrac{1}{6}\cos\varphi\sin\varphi . gnnt^4 \ldots$$
$$y = \tfrac{1}{3}\cos\varphi . gnt^3 \ldots$$
$$z = -\tfrac{1}{2}gtt + \tfrac{1}{6}\cos\varphi^2 . gnnt^4 \ldots$$

Da die Zeit des Falls nur wenige Secunden, also nt höchstens einige Raumminuten beträgt, und (weil Radius $= 1$) $1' = \tfrac{1}{3438}$, so wird x und der zweite Theil von z ganz unmerklich, also $y = -\tfrac{2}{3}z\cos\varphi . nt$. Bei Dr. Benzenbergs Versuche im Michaelisthurme war $z = -235$ Fuss, $\varphi = 53^0\, 33'$, $t = 4''$ Sonnenzeit, also $nt = \tfrac{366}{365}$ Raumminuten. Hieraus wird $y = 3{,}91$ Linien.

Wenn man bei der Integration obiger Gleichungen den Widerstand der Luft mit in Betrachtung ziehen will, so wird man sich mit Näherungen begnügen müssen; die Entwickelung der Werthe von x, y, z in Reihen nach den Potenzen von n und M ist alsdann sehr leicht. Das höchste Glied von x wird wie vorhin $= \tfrac{1}{6}\cos\varphi\sin\varphi . gnnt^4$, und ist also von gar keiner Bedeutung; für y und z findet man mit Vernachlässigung der Quadrate und höhern Potenzen von n und M folgende Werthe:

$$y = \tfrac{1}{3}\cos\varphi . gnt^3 - \tfrac{1}{12}\cos\varphi . Mggnt^5$$
$$z = -\tfrac{1}{2}gtt + \tfrac{1}{12}Mggt^4.$$

Setzen wir also $-z$, den wirklichen Fall, $= f$; $\tfrac{1}{2}gtt$ oder den Fall im luftleeren Raume $= f + \delta$, so ist

$$y = \tfrac{2}{3}\cos\varphi . nt(f + \delta) - \cos\varphi . nt\delta = \tfrac{2}{3}\cos\varphi . nt(f - \tfrac{1}{2}\delta)$$

Für die Versuche in St. Michael, wo $f + \delta = 241{,}47$ Fuss war, erhalten wir daher die Abweichung nach Osten $y = 3{,}86$ Linien.

ÜBER DIE ACHROMATISCHEN DOPPELOBJECTIVE
BESONDERS IN RÜCKSICHT DER VOLLKOMMENERN AUFHEBUNG DER FARBENZERSTREUUNG.

Zeitschrift für Astronomie und verwandte Wissenschaften
herausgegeben von B. von Lindenau und Bohnenberger. Bd. IV. N. XXX. 1811. December.

Der schöne Aufsatz des Hrn. Prof. Bohnenberger über die achromatischen Objective im ersten Bande dieser Zeitschrift hat das Verdienst, einen für diese Theorie wichtigen Umstand zuerst zur Sprache gebracht zu haben. Ich bin dadurch veranlasst, einige frühere Untersuchungen wieder vorzunehmen und weiter zu entwickeln, deren Resultate ich hier mittheilen werde.

Man begnügte sich bisher bei den Doppelobjectiven, die Farbenzerstreuung für die der Axe unendlich nahen Strahlen, und die Abweichung wegen der Kugelgestalt für die Strahlen von mittlerer Brechbarkeit zu heben, wobei also für die Randstrahlen noch eine kleine Farbenzerstreuung zurückbleiben kann. Bei dieser Einrichtung ist die Berechnung des achromatischen Objectivs eine unbestimmte Aufgabe, d. i., zu jeder Kronglaslinse von positiver Brennweite, wie auch immer das Verhältniss der Halbmesser der Flächen sein mag, lässt sich eine Flintglaslinse berechnen, die mit jener vereinigt ein in obiger Bedeutung achromatisches Objectiv gibt. So viel ich weiss, haben bisher alle Optiker beide Flächen der Kronglaslinse convex angenommen: allein für das Verhältniss der beiden Halbmesser haben die Theoretiker sehr verschiedene Werthe in Vorschlag gebracht, je nachdem sie von diesem oder jenem Princip ausgingen. Will man mit Euler die Abweichung wegen der Gestalt bei der Kronglaslinse zu einem Kleinsten machen, so müssen die Halbmesser ungefähr in dem Verhältniss von

1 zu 7 stehen; sie müssen einander gleich sein, wenn man, wie Klügel in der analytischen Dioptrik, die möglich kleinsten Krümmungen zu haben wünscht; sollen die Brechungen selbst die möglich kleinsten werden, wie derselbe Schriftsteller in einer spätern Abhandlung sich vorsetzt, so müssen diese Brechungen einander gleich sein, und die Halbmesser nahe in dem Verhältniss von 1 zu 3 stehen. Es scheint nicht, dass alle diese verschiedenen Vorschläge hinlänglich motivirt sind. Klügels Augenmerk ist besonders die Abweichung wegen der Kugelgestalt gewesen, welche für *alle* Strahlen in mathematischer Schärfe zu heben bekanntlich unmöglich ist: bei Eulers Behandlung dieser Rechnungen ist diese Abweichung eigentlich nur für die der Axe nächsten Strahlen gehoben, und es bleibt eine sehr nahe dem Biquadrat des Abstandes von der Axe proportionale, also für die Randstrahlen am meisten merkliche Abweichung zurück; oder wenn man mit Klügel die Rechnung so führt, dass die Abweichung für die Randstrahlen verschwindet, so kommt sie wieder bei den Zwischenstrahlen zum Vorschein, am merklichsten bei denen, deren Entfernung nahe $\frac{7}{10}$ von dem Halbmesser der Öffnung ist. Diese unvermeidlich übrigbleibende Abweichung wegen der Gestalt so unschädlich wie möglich zu machen, war Klügels Absicht bei der Wahl des Verhältnisses der beiden ersten Halbmesser: es erhellt jedoch nicht klar genug weder, dass wirklich dieser Zweck bei dem gewählten Verhältniss am allerbesten erreicht werde, noch, dass dieser Zweck wichtig genug sei, um ihn vorzugsweise allein zur Grundlage der Bestimmung dieses Verhältnisses zu machen. Finden nemlich noch *andere* Unvollkommenheiten bei einem solchen Objectiv statt, die beträchtlich grösser sind als die von der nicht ganz zu hebenden Abweichung wegen der Gestalt herrührenden, so ist es offenbar wichtiger, jene als diese zu berücksichtigen.

Aus dieser Ursache wird es vortheilhafter sein, die Freiheit, die man in der Bestimmung des Verhältnisses der beiden ersten Halbmesser hat, zur Verminderung oder Wegschaffung der Farbenzerstreuung bei den Randstrahlen zu benutzen. In der That hat Hr. Prof. Bohnenberger durch Rechnung gezeigt, dass in dieser Beziehung das Verhältniss 2 zu 3 dem Verhältnisse 1 zu 3 vorzuziehen ist, indem bei dem ersten eine beträchtlich kleinere Farbenzerstreuung der Randstrahlen bewirkt wird, ohne dass die übriggebliebene Abweichung wegen der Kugelgestalt erheblich geworden wäre. Inzwischen bleibt auch bei Hrn. Prof. Bohnenbergers Einrichtung noch eine Farbenzerstreuung der Randstrahlen zurück, die noch mehr zu vermindern oder ganz wegzuschaffen sehr wünschenswerth wäre. Da Hr. Prof. Bohnenbergers zu diesem Zwecke angestellte Versuche, der Äusserung S. 392 zufolge, ohne Erfolg gewesen sind, und die Vermuthung zu begründen scheinen könnten, dass dies unmöglich sei, so hat mich dies zu einer besondern Untersuchung veranlasst, aus der sich, was mir sehr merkwürdig scheint, das Gegentheil ergeben hat.

Die vollkommne Wegschaffung der Farbenzerstreuung bei den Randstrahlen und den der Axe nächsten Strahlen ist nemlich allerdings möglich, oder bestimmter, es lässt sich ein Objectiv berechnen, welches alle Strahlen von zwei bestimmten Farben, sowohl diejenigen, welche in einer bestimmten Entfernung von der Axe, als die, welche unendlich nahe bei derselben (und zwar, wie hier immer vorausgesetzt wird, mit ihr parallel) auffallen, in Einem und demselben Punkt vereinigt. Dies Objectiv erhält eine von den bisher ausschliesslich angewandten ganz abweichende Form, so dass beide Linsen convex-concav werden und die convexen Flächen dem Gegenstande zukehren. Inzwischen obgleich hierdurch grössere Brechungen vorkommen als bei andern Einrichtungen, ist dennoch die übrig bleibende unvermeidliche Abweichung wegen der Gestalt noch sehr unbedeutend, und also die Vereinigung *aller* auf das Objectiv parallel mit der Axe auffallenden Strahlen vollkommener als bei irgend einer andern Einrichtung. Es wäre daher wohl der Mühe werth, dass geschickte Künstler diese neue Form versuchten. Es kann vielleicht sein, dass gegenwärtig dabei noch *practische* Schwierigkeiten statt finden; eine davon wird die sein, dass die Glasstücken, aus denen die Linsen geschliffen werden sollen, eine grössere Dicke haben müssen. Allein bei der immer fortschreitenden Vollkommenheit des technischen Theils der Dioptrik steht zu hoffen, dass Schwierigkeiten der Art zu besiegen sein werden, und dann ist es an der Mathematik, das Ideal der Form zur vollkommensten Vereinigung zu geben.

Die von mir geführte Rechnung soll übrigens bloss als Beispiel dienen, das Gesagte zu bestätigen, nicht aber dazu, dass Künstler diese Maasse genau befolgen sollen. Es ist unumgänglich nothwendig, dass für die Glasarten, aus denen ein vollkommenes Objectiv geschliffen werden soll, die Brechungs- und Zerstreuungsverhältnisse erst besonders mit möglichster Schärfe bestimmt, und die Maasse des Objectivs diesem gemäss von Neuem berechnet werden. In meiner Rechnung habe ich genau dieselben Zahlen zum Grunde gelegt, nach denen Hr.

Prof. Bohnenberger gerechnet hat: auch dieselbe Dicke und Entfernung der Linsen habe ich beibehalten*). Da aber bei der neuen Einrichtung die convexe Fläche der Flintglaslinse eine stärkere Krümmung hat, als die concave der Kronglaslinse, so können beide Linsen einander näher kommen (welches auch in einer andern hier nicht weiter auszuführenden Rücksicht vortheilhafter sein wird); ja, wenn die Künstler sonst keine Bedenklichkeit dagegen haben, kann der Zwischenraum ganz wegfallen, oder die Linsen können einander in der Axe berühren. Es versteht sich, dass dies einige Modification der Krümmungshalbmesser nach sich ziehen wird.

Es gehört nicht zu meiner Absicht, den mathematischen Theil dieser Untersuchung hier zu entwickeln. Ich bemerke nur, dass die Aufgabe, wenn man die Abweichung wegen der Gestalt nach Eulers Art betrachtet, und Dicke und Entfernung der Glaslinse bei Seite setzt, auf eine Gleichung des vierten Grades führt, welche zwei reelle Wurzeln hat. Die hieraus sich ergebende genäherte Auflösung dient zur Grundlage einer indirecten Rechnung, durch welche alles genau in Übereinstimmung gebracht wird. Für Mathematiker wird diese Andeutung hinreichen. Die eine reelle Wurzel jener Gleichung muss übrigens verworfen werden, weil mit ihr zu starke Krümmungen der Glasflächen zusammenhängen, und die unvollkommene Aufhebung wegen der Gestalt zu sehr fühlbar machen würden.

Das Resultat meiner Rechnung ist nun folgendes:

Wenn die Halbmesser der Reihe nach zu

$$+3415{,}287; \quad -10133{,}007; \quad +4207{,}421; \quad -2807{,}320$$

angenommen werden, so vereinigen sich die rothen und violetten Strahlen, sowohl die, welche unendlich nahe bei der Axe, als die, welche in der Entfernung 1083,687 auffallen, alle in Einem Punkt der Axe, dessen Entfernung von der letzten Fläche = 28293,3 wird. Wird jene Entfernung von der Axe, bei welcher der Einfallswinkel 18° 30′ ist, als Halbmesser der Öffnung angenommen, so ist der Durchmesser der Öffnung sehr nahe $\frac{1}{12}$ der Brennweite. Um beurthei-

*) [Dicke der ersten Linse = 200; der zweiten = 80 Abstand zwischen beiden Linsen = 50.

Exponenten der Brechungsverhältnisse bezüglich für Kronglas und Flintglas]	1.525976	1.62173	viol. Strahlen
	1.515162	1.60177	mittl. —
	1.504348	1.58184	rothe —

len zu können, wie gross die noch übrig bleibende Abweichung wegen der Gestalt für die Strahlen zwischen dem Rande und der Axe wird, habe ich die Vereinigungsweiten für den Einfallswinkel 13° berechnet und gefunden

28289,3 für die rothen
28290,0 für die violetten Strahlen.

Ich kann nicht umhin, hier noch eine Erinnerung über eine Äusserung des Hrn. Prof. Bohnenberger in dem erwähnten Aufsatze beizufügen. Ich halte nemlich dafür, dass es am vortheilhaftesten ist, die Abweichung wegen der Gestalt genau für die Randstrahlen zu heben. Hr. Prof. Bohnenberger hat S. 279 dieses Verfahren wie mir deucht mit Unrecht getadelt. Man könnte, sagt er, wenn die Abweichung für die Randstrahlen genau gehoben sei, die Öffnung ohne Schaden der Deutlichkeit bis dahin vergrössern, wo die Abweichung wieder der grössten Abweichung der Zwischenstrahlen gleich werde, und es sei daher am vortheilhaftesten, die Abweichung nicht für die Randstrahlen, sondern für Strahlen zwischen dem Rande und der Axe zu heben. Dies würde allerdings wahr sein, wenn die übrigbleibende Abweichung jenseits und diesseits der Entfernung, für welche sie gehoben ist, *einerlei Zeichen* hätte, was aber nicht der Fall ist. Man könnte zwar hiegegen mit einigem Schein einwenden, dass es bei der Längenabweichung auf das Zeichen gar nicht ankomme, und dass positive und negative Abweichungen eine und dieselbe Undeutlichkeit im Auge hervorbringen. Allein hiebei nähme man offenbar stillschweigend an, dass das Ocular immer genau für das deutliche Sehen desjenigen Bildes gestellt sei, welches durch die der Axe nächsten Strahlen hervorgebracht wird, und dies kann doch nicht eingeräumt werden. Man mag dies Bild immerhin das Hauptbild nennen: es fällt mit dem von den Randstrahlen hervorgebrachten Bilde zusammen, wenn die Abweichung für diese gehoben ist, und alle übrigen Bilder werden dann (wenigstens allgemein zu reden) jenseits oder diesseits des Hauptbildes liegen. Da man nun das Ocular immer so stellt, dass die Undeutlichkeit so klein wie möglich wird, so sieht man gerade das Hauptbild am wenigsten deutlich, und jede Vergrösserung der Öffnung vergrössert auch die Undeutlichkeit. Eine ausführlichere Erörterung dieses Umstandes würde mich hier zu weit abführen.

Gehler's Physikalisches Wörterbuch. 1831. Artikel:
Linsenglas, Berechnungen über achromatische und aplanatische Linsengläser aus zwei Glaslinsen.

Brief von Gauss an Brandes.

Auf Veranlassung Ihres Briefes habe ich eine freie Stunde auf den in jenem Aufsatze*) am Ende kurz erwähnten Umstand gewandt. Der eigentliche Sinn der dortigen Bemerkung scheint nicht von allen ganz richtig aufgefasst zu sein, aber auch meine Angabe bedarf einer kleinen Modification. Ich finde nemlich jetzt durch eine *tiefer eindringende* Untersuchung, dass die Undeutlichkeit, die in dem Ausdrucke für die Längen-Abweichung von der vierten Potenz des Abstandes der auffallenden Strahlen von der Axe abhängt, den möglich kleinsten Total-Einfluss hat, wenn man das Objectiv so construirt, dass diejenigen Strahlen, die unendlich nahe bei der Axe einfallen, und diejenigen, die in einer Entfernung $= R.\sqrt{\tfrac{4}{5}}$ auffallen würden, (wo $R =$ Radius des Objectivs ist) in *einem* Punkte A sich vereinigen, wobei das Ocular dann so steht, dass man denjenigen Punkt der Axe, wo die Strahlen, die in der Entfernung $= (\tfrac{3}{5} - \tfrac{\sqrt{6}}{10})R$ und $= (\tfrac{3}{5} + \tfrac{\sqrt{6}}{10})R$ von der Axe aufgefallen sind, sich alle vereinigen, deutlich sieht. Denken Sie Sich nemlich durch diesen Punkt eine auf die Axe senkrechte Ebene, so ist das Bild desto undeutlicher, je grösser der Kreis um A ist, den die von einem Punkte des Objects auf das Objectivglas gefallenen Strahlen füllen, doch so, dass die Intensität der Strahlen an jeder Stelle dieses Kreises mit berücksichtigt werden muss. Hiebei ist nun einige Willkürlichkeit; ich halte für das zweckmässigste, hier nach denselben Principien zu verfahren, die der Methode der kleinsten Quadrate zum Grunde liegen. Ist nemlich ds ein Element dieses Kreises, ρ die Entfernung des Elements von A, und i die Intensität der Strahlen daselbst, so nehme ich an, dass $\int i\rho\rho ds$ als das Maass der Total-Undeutlich-

*) [Über die achromatischen Doppelobjective besonders in Rücksicht der vollkommnern Aufhebung der Farbenzerstreuung.]

keit zu betrachten sei, und mache dies zu einem Minimum. Ich finde dabei folgende Resultate: 1. Construirte man das Objectiv so, dass dasjenige Glied der Längen-Abweichung, welches von dem Quadrate der Entfernung von der Axe abhängt, $= 0$ wird, und setzte das Ocular so, dass A dahin fällt, wo die der Axe unendlich nahen Strahlen diese schneiden, so sei der Werth dieses Integrals $= E$. 2. Stellte man aber *bei derselben Einrichtung* das Ocular so, dass das Integral so klein wird, wie es bei dieser Einrichtung werden kann (wobei A der Vereinigungspunkt der in der Entfernung $= R\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$ auffallenden Strahlen sein wird), so ist das Integral $= \frac{1}{4}E$. 3. Dagegen ist bei der obigen Einrichtung und der vortheilhaftesten Stellung des Oculars das Integral $= \frac{1}{100}E$, als absolutes Minimum. Obiges Resultat, dass nemlich mit dem Vereinigungspunkte der der Axe unendlich nahen Strahlen ein bloss *fingirtes* Bild (von Strahlen aus grösserer Distanz von der Axe als der Halbmesser des Objectivs) vereinigt werden soll, ist anfangs sehr überraschend und paradox scheinend; aber bei näherer Betrachtung sieht man den eigentlichen Grund leicht ein. Jenes erste *sogenannte* Hauptbild (von Strahlen sehr nahe bei der Axe) ist nemlich dabei gleichsam das Unwichtigste wegen seiner geringen Intensität, viel wichtiger ist, dass die Strahlen von den der Peripherie näheren Ringen des Objectivs *unter sich* besser zusammen gehalten werden, was bei jener Einrichtung am besten erreicht wird. Es thut mir leid, dass die Grenzen eines Briefes jetzt grössere Ausführlichkeit nicht gestatten; der scharfe Calcül lässt sich nichts abstreiten und bei einem vagen Raisonnement übersieht man leicht einen wesentlichen Umstand; allein für den Kenner werden diese Winke schon zureichen.

Allgemein finde ich, dass immer *bei der vortheilhaftesten Stellung des Oculars* jenes Integral $= \frac{1}{4}E(1 - \frac{8}{5}\mu\mu + \frac{2}{3}\mu^4)$ wird, wenn das Objectiv so construirt ist, dass Strahlen aus der Entfernung μR von der Axe sich mit dem (oben sogenannten) Hauptbilde in einem Punkte vereinigen. Dies ist ein Minimum für $\mu = \sqrt{\frac{6}{5}}$ und ist dann $= \frac{1}{100}E$; für $\mu = 1$ wäre es nur $= \frac{1}{60}E$ und für $\mu =$ unendlich klein, $= \frac{1}{4}E$. Nicht allein hat also hienach BOHNENBERGER Unrecht, sondern auch ich habe damals Unrecht gehabt, aber insofern, als ich noch nicht weit genug von BOHNENBERGER abgewichen bin. Ich hatte damals bloss die *ganze Grösse* des undeutlichen Bildes berücksichtigt, ohne auf die ungleiche Intensität der einzelnen Theile Rücksicht zu nehmen.

[BERICHTIGUNG DER SCHNEIDEN EINER WAAGE.]

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1837 März 13.

In der Sitzung der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften vom 28. Januar nahm der Hofr. GAUSS von der Vorlesung des Hrn. Prof. WEBER, über welche im 22. Stücke dieser Blätter Bericht abgestattet ist, Veranlassung, einen Vortrag über einen nahe verwandten Gegenstand zu halten, von welchem wir den Hauptinhalt hier zur Anzeige bringen.

Er betrifft eine neue Berichtigungsmethode zur Erfüllung einer wesentlichen Bedingung bei den feineren Hebelwaagen, deren Wichtigkeit bisher nicht genug gewürdigt zu sein scheint. Solche Waagen haben drei prismatische Schneiden; die eine nach unten gekehrte, in der Mitte des Waagebalkens, ruht auf einem harten horizontalen Lager von Stein oder Stahl, und dient als Drehungsaxe bei dem Spiel des Waagebalkens; die beiden andern an den Enden des Waagebalkens sind aufwärts gerichtet, und auf jeder derselben schwebt das Tragestück, woran die Waageschale hängt. Die Tragestücke selbst sind von gehärtetem Stahl, und ihre unteren, auf den Schneiden aufliegenden Flächen vollkommen plan und hochpolirt.

Eine wesentliche Bedingung ist nun, dass diese beiden äussern Schneiden mit der mittleren parallel sein sollen. In der That, da vor jedem Umtausch der Gewichte in einer Schale die Waage erst gehemmt und dabei das Tragestück von der Schneide abgehoben wird, so ist nie darauf zu rechnen, dass sich nach Aufhebung der Hemmung das Tragestück *genau* wieder eben so auf die Schneide legt, wie zuvor: dies ist zwar unschädlich, wenn die betreffende Schneide mit der mittleren parallel ist, verursacht aber ein verändertes Moment, wenn eine Divergenz der Schneiden statt findet. Eine unvollkommene Berichtigung in dieser Beziehung ist eine Hauptursache, warum bei oft wiederholten Wägungen zuweilen bedeutend grössere Abweichungen in den Resultaten sich zeigen, als man sonst von der vortrefflichen Arbeit und der Empfindlichkeit einer Waage erwarten sollte.

Die Mittel, deren sich die Künstler zur Berichtigung des Parallelismus der Schneiden bisher gewöhnlich bedient haben, sind nicht geeignet, alle zu wünschende Schärfe zu geben; auch ist es, bei feinen Waagen wie bei astronomischen Instrumenten, nicht der Verfertiger, von dem man die feinste Berichtigung zu fordern hat, sondern diese kommt dem zu, der die Waage gebraucht.

Das Verfahren, dessen sich der Hofr. Gauss zu dieser Berichtigung mit dem besten Erfolge bedient hat, beruht auf folgenden Gründen.

Bei den Schwingungen des Waagebalkens verändert die zu prüfende äussere Schneide zwar ihre Lage im Raume; diese verschiedenen Lagen sind aber alle unter einander parallel, wenn diese Schneide mit der (ruhenden) mittleren parallel ist. Anders verhält es sich dagegen, wenn die äussere Schneide der mittleren nicht parallel ist. Nehmen wir, um die Vorstellung zu fixiren, an, dass die äussere Schneide zwar mit der mittleren in Einer Ebene liege, dass aber die Richtungen der beiden Schneiden abwärts vom Beobachter divergiren. In diesem Falle wird bei dem Spiele des Waagebalkens die äussere Schneide sich auf einer Kegelfläche bewegen; ihr abwärts gekehrtes Ende wird, relativ gegen das nähere Ende, steigen oder sinken, so wie der Hebelarm, an welchem diese Schneide sich befindet, steigt oder sinkt. Dasselbe wird von dem die Schneide stets berührenden Tragestücke gelten.

Welcher von beiden Fällen nun statt finde, lässt sich erkennen, wenn auf dem Tragestücke ein Planspiegel befestigt ist. Am vortheilhaftesten ist es, diesen Spiegel so anzubringen, dass seine Ebene nahe senkrecht zu der Schneide ist, obwohl man darin nicht zu ängstlich zu sein braucht. In dem ersten der beiden Fälle bleibt der Spiegel, während des Spiels des Waagebalkens, sich selbst parallel, im zweiten nicht; im ersten Falle wird also das Bild eines in schicklicher Entfernung vor dem Spiegel sich befindenden Gegenstandes unverrückt bleiben, im zweiten hingegen (wie man leicht übersieht), mit dem betreffenden Hebelarme steigen oder sinken. Das umgekehrte würde statt finden, wenn die beiden Schneiden austatt abwärts vom Beobachter zu divergiren, convergiren, es würde dann nemlich mit dem Steigen des Waagebalkenarmes ein Sinken des Bildes, und umgekehrt, verbunden sein.

Nun lässt sich, wenn der Spiegel ein sehr vollkommner ist, selbst eine

äusserst kleine Verrückung des Bildes sicher und scharf mit einem Fernrohre erkennen. Der Hofr. Gauss gebrauchte als Gegenstand eine etwa 5 Meter vor dem Spiegel vertical aufgerichtete, in Millimeter eingetheilte Scale; das 35 mal vergrössernde Fernrohr stand in nahe eben so grosser Entfernung. Es erschien so das Bild eines Millimeters etwa 20 Secunden gross, wovon man noch Zehntel schätzen kann. So lange die Schneide noch nicht vollkommen berichtigt war, ging das Bild der Scale an dem Fadenkreuze des Fernrohrs auf das regelmässigste auf und ab, wie der Waagebalken seine Schwingungen machte.

Für mathematisch gebildete Leser bedarf es blos der Andeutung, dass auf diese Weise nicht blos erkannt werden kann, nach welcher Seite eine Divergenz statt findet, sondern auch, hinreichend genau, wie gross dieselbe ist, wodurch, verbunden mit der Kenntniss der Weite der Gewinde der Correctionsschrauben, das Correctionsgeschäft in einen sichern Gang gebracht wird.

Der Vollständigkeit wegen mögen noch ein Paar andere Umstände hier erwähnt werden.

Wenn man einen etwas grossen Spiegel anwendet (der vom Hofr. Gauss gebrauchte, auf das Tragestück vermittelst einer eigenen Vorrichtung befestigte, hat 75 Millimeter Höhe), so ist es nothwendig, die Schalen mit hinlänglich schweren Gewichten zu belasten, weil sonst das Tragestück seitwärts umschlagen würde.

Es ist oben vorausgesetzt, dass die zu prüfende äussere Schneide mit der mittleren in Einer Ebene liege, also, wenn man die mittlere genau horizontal gestellt hat, bei horizontalem Stande des Waagebalkens gleichfalls horizontal sei, und nur etwa seitwärts divergire. Gewöhnlich wird aber diese Voraussetzung auch nicht in äusserster Schärfe statt finden, sondern, die äussere Schneide bei jener Stellung etwas geneigt, oder das eine Ende etwas höher sein können als das andere. Man erkennt dies, bei der beschriebenen Prüfungsmethode, daran, wenn beim Steigen des Waagebalkenarmes das Spiegelbild sich zugleich seitwärts, und beim Sinken nach der entgegengesetzten Seite bewegt. Inzwischen muss bemerkt werden, dass dieser Fehler, wenn er vorhanden ist, an einer Waage von einem geschickten Künstler jedenfalls viel zu klein sein wird, um einen noch merklichen Fehler in den Resultaten der Wägungen hervor zu bringen, und dass man daher auch bei den besten Waagen keine Correctionsmittel zur Wegschaffung dieses Theils des Nicht-Parallelismus angebracht hat.

PHYSIKALISCHE

BEOBACHTUNGEN.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1831. Februar 28.

Herr Prof. Gerling in Marburg hat der Königl. Societät eine Notiz über seine Wahrnehmung

des am 7. Januar d. J. gesehenen Nordlichts

vorgelegt, welche zwar im Allgemeinen mit dem, was von andern Orten her bereits bekannt geworden ist, übereinstimmt, aber daneben noch einen, besonderer Aufmerksamkeit werthen, und wie es scheint bisher noch nicht hinlänglich gewürdigten Umstand berührt, daher wir hier einen Auszug aus derselben mittheilen.

Das Phänomen war in Marburg schon von 6 Uhr an gesehen. Herr Gerling erhielt aber erst um 8 Uhr eine Benachrichtigung davon, und damals war am ganzen nordlichen Himmel, so tief herab wie die Aussicht aus den Fenstern seiner Wohnung reichte, gar nichts Ungewöhnliches zu erkennen. Allein gegen 9 Uhr zeigten sich wieder auffallende rothe Streifen am nordlichen Himmel, und Herr Gerling begab sich sogleich auf den eine freie Aussicht beherrschenden Schlossberg, um noch so viel thunlich von der Erscheinung wahrzunehmen.

Zuerst wurden in einer Ausdehnung von etwa 50—60 Grad zwischen N.O. und N.W. blos rothe Streifen und Flecken am Himmel bemerklich, welche sich ohne vollständige Continuität in dem angegebenen Bogen im Azimuth und im Mittel etwa bis zu 45 Grad Höhe erstreckten. In der Mitte jenes Azimuthalbogens um den Meridian herum und nach einer Schätzung etwa in 30—40 Grad Azimuthalausdehnung zeigten sich schwarze Flecke am sonst heitern Himmel, dem Ansehn nach mit nichts anderm als schwarzen Wölkchen zu vergleichen. Diese Flecke vermehrten sich allmählich, und bildeten endlich zusammenlaufend das dunkle Segment, welches nach allen Beschreibungen bei dem Nordlicht characteristisch zu sein scheint, indem zu gleicher Zeit die ersterwähnten rothen Flecken an Intensität zunahmen, und sich strahlenförmig gegen das schwarze Segment gruppirten, von welchem aus zwischen den rothen Strahlen dann auch weisse und gelbliche erschienen, die ohne auffallend plötzliches Fortschiessen sich auf etwa 50 Grad in der Höhe erstrecken mochten.

'So weit, fährt Herr Gerling fort, scheint diese Beobachtung mit dem, was andere Beobachter zu gleicher Zeit und bei früheren Nordlichtern gesehen haben, ganz übereinzustimmen, und würde also kaum eine Erwähnung verdienen, wenn nicht ein Umstand dabei mir aufgefallen wäre, welcher meines Wissens weder bei Gelegenheit dieses jetzigen Nordlichts, noch, so viel ich habe auffinden können, sonst zur Sprache gekommen ist. Nemlich, nicht bloss die Sterne des Schwans, über welchen die weissen und rothen Strahlen mit ihrer grossen Intensität hinweggingen, sondern auch der Stern α in der Leyer, *welcher tief im schwarzen Segment stand*, verloren an Sichtbarkeit und scheinbarer Helligkeit augenfällig gar nichts. Diese Thatsache scheint über die räthselhafte Frage, welche Bewandtniss es mit dem dunkeln Segment eigentlich habe, wenigstens das negative Resultat zu geben, dass es *keine gewöhnliche Wolke* ist, weil solche für das Sternlicht nicht permeabel sein könnte.'

Schon bei dem Nordlicht vom 22. October 1804 bemerkte Wrede, allein ohne diesen Grund beizufügen, dass man das dunkle Segment *unrichtig* eine Wolke nenne, während Gilbert den Ausdruck in Schutz nimmt, und hinzusetzt, er habe im dunkeln Segment nichts bemerkt, was ihn hätte auf den Gedanken bringen können, dass er dort etwas anderes als eine dunkele Wolke sähe. Auch die Meinung Mayers im Handbuch der physischen Astronomie, dass die dichtere mit Dünsten erfüllte Luft des Horizonts hinlänglich sei, das dunkle Segment zu erklären, scheint sich mit der von Herrn Gerling bemerkten Thatsache nicht vereinigen zu lassen.

Herr Gerling fügt noch bei, dass in den frühern Stunden, wo das in seiner Ausdehnung veränderliche Segment sich sehr hoch erstreckte, ein glaubwürdiger Zeuge den Stern α Leyer *in dem Segmente* so hell wie zu irgend einer andern Zeit glänzen gesehen, und ein anderer, zu einer Zeit, wo das dunkle Segment sich noch nicht bis zu jenem Sterne erstreckte, *andere Sterne in dem Segment* erblickt habe.

Herr Gerling hat noch einen Auszug aus seinem meteorologischen Journal vom 5.—9. Januar beigefügt, welcher jedoch ausser einem dreiviertel Zoll betragenden Steigen des Barometers vom 6. Januar Nachmittags bis 7. Januar Abends nichts auffallendes darbietet. Der Wind ging am 7. Januar aus Norden.

Die hier in Göttingen von Herrn Prof. Harding an diesem Nordlichte gemachten Wahrnehmungen stimmen im Wesentlichen mit den von andern Orten bekannt gewordenen überein, doch verdient der Umstand erwähnt zu werden, dass während der Dauer des Phänomens die Magnetnadel um etwa dreiviertel Grad von ihrer gewöhnlichen Stellung nach Norden ging, und am andern Morgen wieder auf dieselbe zurückgekommen war.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1834. August 9.

Wir verdanken der Huld unserer Regierung ein neues, einem wichtigen Theile der Naturwissenschaften gewidmetes Institut, ein eignes

für die magnetischen Beobachtungen und Messungen
errichtetes Observatorium.

Obgleich der Bau desselben bereits im vorigen Herbst, und die innere Einrichtung seit Anfang dieses Jahrs so weit vollendet ist, dass seit den ersten Monaten tägliche Beobachtungen angestellt werden konnten, so haben wir doch bisher Anstand genommen, in diesen Blättern einen Bericht davon zu geben, weil wir erst einige Resultate der Beobachtungen damit verbinden zu können gewünscht haben. Die nach neuen Principien construirten magnetischen Apparate, welche im Jahre 1832 in der hiesigen Sternwarte aufgestellt sind, haben wir bereits früher in diesen Blättern [Anzeige d. *Intensitas v. m.*] ausführlich beschrieben, und die damit erreichbare Schärfe ist aus dem dort Angeführten hinreichend ersichtlich: allein um diese Schärfe *ganz* zu erreichen, war eine Ausführung in grösserm Maassstabe, und um den Resultaten eine vollkommene Reinheit von fremden Einflüssen zu verschaffen, war ein besonderes eisenfreies Gebäude unumgänglich nöthig.

Das magnetische Observatorium, auf einem freien Platze, etwa hundert Schritt westlich von der Sternwarte errichtet, ist ein genau orientirtes längliches Viereck von 32 Par. Fuss Länge und 15 Fuss Breite, mit zwei Vorsprüngen an den längeren Seiten; der westliche Vorsprung bildet den Eingang, und dient zugleich bei gewissen Beobachtungen als Erweiterung des Hauptsaals; der östliche Vorsprung, vom Hauptsaal ganz geschieden, dient zum Aufenthalt des Nachtwächters der Sternwarte. Im ganzen Gebäude ist ohne Ausnahme alles, wozu sonst Eisen verwandt wird, Schlösser, Thürangeln, Fensterbeschläge, Nägel u.s.w. von Kupfer. Für Abhaltung alles Luftzuges ist nach Möglichkeit gesorgt. Die Höhe des Saals ist etwas über 10 Fuss.

Der magnetische Apparat stimmt im Wesentlichen mit den oben erwähnten überein, daher wir uns darauf einschränken, nur die Verschiedenheiten anzugeben. Der Magnetstab ist aus Uslarschem Gussstahl, welcher sich zu magnetischen Versuchen vortrefflich qualificirt; es wird von Zeit zu Zeit mit verschiedenen Stäben gewechselt, die alle nahe gleiche Grösse haben, nemlich eine Länge von 610, Breite von 37, Dicke von 10 Millimetern; das Gewicht gegen vier Pfund. Der Spiegel ist 75 Millimeter breit und 50 hoch. Aufgehängt ist der Stab von der Mitte der Decke des Saals an einem 200fachen 7 Fuss langen ungedrehten Seidenfaden; der Torsionskreis ist aber nicht wie früher am obern Ende des Fadens, sondern am untern, und mit dem Schiffchen, welches den Stab trägt, drehbar verbunden. Seidene Aufhängungsfäden haben vor metallenen, wie bereits in der Abhandlung des Hofr. Gauss (*Intensitas vis magneticae terrestris* Art. 9.) bemerkt ist, den grossen Vorzug, dass ihre Torsionskraft sehr klein ist; bei dem gegenwärtigen Tragfaden ist diese nur der Neunhundertste Theil der horizontalen Directionskraft des Magnetstabes, während die Torsionskraft eines Metallfadens von gleichem Tragvermögen etwa zehnmal stärker sein würde. Dagegen haben Seidenfäden, besonders wenn ihr Tragvermögen das an ihnen hangende Gewicht nicht weit übersteigt, die Inconvenienz, sich in den ersten Wochen, oder bei bedeutend verstärkter Belastung, beträchtlich zu verlängern; inzwischen wird dieser Inconvenienz hier durch den sinnreichen von Herrn Prof. Weber angegebenen an der Decke befindlichen Aufhängungsapparat abgeholfen, womit der Faden leicht, so viel nöthig, wieder aufgewunden werden kann, ohne seinen Platz zu verändern; zugleich aber kann dieser Apparat eben so leicht an der Decke verschoben werden, wenn im Lauf der Zeit die Veränderung der magnetischen Declination dies nöthig machen wird. Der Theodolith steht bisher auf einem sehr solide gearbeiteten hölzernen Stativ über einem besondern steinernen Fundament, und von dem Platze desselben ist durch das nördliche Fenster einer der Stadtthürme sichtbar, dessen Azimuth auf das genaueste bestimmt ist. Als Berichtigungsmarke für die unverrückte Stellung des Theodolithen dient blos ein zarter verticaler Strich an der gegenüberstehenden nördlichen Wand. Zum gewöhnlichen Gebrauch dient eine in Millimeter getheilte Scale von 4 Fuss Länge; für einige Beobachtungen wird dieselbe mit einer zwei Meter langen vertauscht. Der Werth eines Scalentheils ist 21"3. Für nächtliche Beobachtungen wurde bisher die Scale mit starken Wachskerzen beleuchtet; in Zukunft werden dazu Argand-sche Lampen gebraucht werden.

Eine der Hauptanwendungen des Apparats besteht nun in der scharfen Bestimmung der magnetischen Declination und ihrer Veränderung in verschiedenen Tagesstunden, Monaten und Jahren. Alle Tage wird die Aufzeichnung zweimal zu bestimmten Stunden gemacht: man hat dazu die Vormittagsstunde 8 Uhr, und die Nachmittagsstunde 1 Uhr gewählt, mit welchen Zeiten bei regelmässigem Verlauf der täglichen Variationen die kleinste und die grösste Declination, wenigstens in den ersten Monaten des Jahrs, ungefähr zusammenfallen: dieser Aufzeichnung allemal genau bei derselben Uhrzeit hat man, aus wichtigen hier nicht weiter auszuführenden Gründen, vor dem jedesmaligen Abwarten des Minimum und Maximum unbedingt den Vorzug geben müssen. Diese Aufzeichnungen haben zwar schon seit dem 1. Januar den Anfang genommen: allein da zuerst ein schwächerer Aufhängungsfaden angewandt war, dessen allmähliche Verlängerungen eine öftere Aufwindung nöthig machten, wobei nicht unbeträchtliche, Anfangs nicht genug beachtete Veränderungen des Nullpunkts der Torsion eingetreten sind, so hat man die ersten drittehalb Monate lieber ausgeschlossen. Die seitdem erhaltenen Mittelwerthe für die westliche Declination der Magnetnadel sind folgende gewesen:

	8 Uhr. Vorm.	1 Uhr Nachm.
März, zweite Hälfte	18° 38′ 16″0	18° 46′ 40″4
April	36 6.9	47 3.8
Mai	36 28.2	47 15.4
Junius	37 40.7	47 59.5
Julius	37 57.5	48 19.0

Ferner werden an gewissen bestimmten Tagen im Jahre 44 Stunden hindurch ununterbrochen in kurzen Zeitfristen die Veränderungen der Declination beobachtet. Man hat dazu dieselben bereits vor mehreren Jahren durch Herrn von Humboldt festgesetzten Tage gewählt, an welchen nach Verabredung schon an vielen zum Theil sehr entlegenen Plätzen ähnliche Aufzeichnungen mit Gambeyschen Apparaten gemacht werden. Bis jetzt sind hier diese Beobachtungen dreimal angestellt, nemlich den 20. 21. März; 4. 5. Mai; 21. 22. Junius, und es haben daran Theil genommen ausser dem Hofr. Gauss die Herren Prof. Weber, Prof. Ulrich, Dr. Weber, Dr. Goldschmidt, Dr. Listing, Sartorius, Deahna und Wilh. Gauss. Der Zweck dieser Beobachtungen ist, theils den regelmässigen Verlauf nach und nach immer vollständiger kennen zu lernen, theils die Bewandtniss, welche es mit den so häufig dazwischen kommenden, zuweilen, besonders bei Nordlichtern, ungemein beträchtlichen ausserordentlichen Anomalien hat, durch Vergleichung der gleichzeitigen Beobachtungen an verschiedenen Orten zu erforschen. Die Aufzeichnungen geschahen hier, im März von 20 zu 20 Minuten, und zum Theil in halb so grossen Zwischenzeiten; im Mai von 10 zu 10 Minuten und zum Theil in doppelt engen Grenzen; im Junius durchgehends von 5 zu 5 Minuten. Anomalien wurden hier bemerkt, ein Paar auffallend grosse in der Nacht vom 20. zum 21. März; sehr bedeutende und zahlreiche in den Nächten vom 4. und 5. Mai; und einige zwar nicht grosse aber doch bestimmt hervortretende am 21. Junius, während den ganzen 22. Junius der Verlauf überaus regelmässig war. Von denjenigen correspondirenden Beobachtungen, welche, wie schon erwähnt, Herrn von Humboldt ihre Veranlassung verdanken, sind uns bisher keine bekannt geworden, als die Berliner vom 29. 21. März, welche jedoch nur von Stunde zu Stunde aufgezeichnet waren, und daher keine besondere Resultate geben konnten, obwohl sie doch eine Andeutung der in Göttingen bemerkten und verfolgten Anomalien enthielten. Dagegen wurden von Herrn Sartorius mit einem zwar kleinern aber nach denselben Principien wie

der hiesige construirten Apparate die correspondirenden Beobachtungen vom 4. und 5. Mai auf einem Gute in Baiern, einige Meilen südlich von Meiningen sehr vollständig angestellt; woraus eine wahrhaft bewundernswürdige Übereinstimmung mit den hier beobachteten grossen Anomalien, nach Zeit, Grösse und Wechsel derselben hervorgeht, so dass man in den graphischen Darstellungen die eine beinahe als eine Copie der andern mit allen barocken durch jene Anomalien hervortretenden Figuren ansehen möchte. Ein eben so schöner Erfolg hat sich am 21. und 22. Junius gezeigt, wo correspondirende Beobachtungen in Berlin zum ersten Male mit einem dem hiesigen ähnlichen obwohl kleinern Apparate von Herrn Prof. Encke unter Beistand von Herrn Poggendorff, Mädler und Wolfers angestellt wurden. Auch dort waren keine andere Anomalien, als die hier beobachteten, aber diese fast treu copirt, und eben dasselbe zeigten die von Herrn Sartorius dasmal in Frankfurt am Main gemachten Beobachtungen. Diese Resultate können bereits als eine schöne Frucht der verabredeten Beobachtungen angesehen werden, da daraus auf das klarste hervorgeht, dass kleinere und grössere Anomalien der Magnetnadel, die zuweilen in ziemlich kurzen Fristen wechseln, nicht locale, sondern kräftige, weithin wirkende Ursachen haben müssen, was man in Beziehung auf sehr grosse mit Nordlichtern in Verbindung stehenden Unregelmässigkeiten auch schon früher bemerkt hatte. So wie in Zukunft die Theilnahme an diesen verabredeten Beobachtungen mit den eben so scharfen als bequemen Apparaten sich immer weiter ausbreiten wird, wozu schon die schönsten Aussichten vorhanden sind, wird es nicht fehlen, dass wir über diese höchst merkwürdigen und räthselhaften Erscheinungen umfassende Aufklärungen erhalten.

Übrigens werden hier solche Beobachtungen auch ausser den bestimmten Zeiten häufig gemacht, wobei zuweilen ganz auffallende Anomalien vorgekommen sind. So nahm z. B. am 14. Januar Abends zwischen 8 und 9 Uhr die Declination innerhalb Einer Viertelstunde um 13 Minuten mit grösster Regelmässigkeit ab, und kehrte dann allmählich auf ihren vorigen Stand zurück. Dergleichen Wahrnehmungen können indess keine weitere Resultate geben, da ohne Verabredung correspondirende Beobachtungen höchst selten zu erwarten sind.

Von Zeit zu Zeit wird in dem hiesigen magnetischen Observatorium auch die Bestimmung der absoluten Intensität des Erdmagnetismus wiederholt werden. Da, um diese Operation mit grösster Schärfe auszuführen, erst verschiedene Vorkehrungen getroffen werden mussten, so hat sie das erste Mal erst im Julius gemacht werden können. Drei Bestimmungen mit verschiedenen Stäben gaben

17. Julius	. . . . . .	1.7743
20. „	. . . . . .	1.7740
21. „	. . . . . .	1.7761

als Werth der horizontalen Kraft, wobei, wie bei den frühern Bestimmungen mit kleinern Stäben, deren geringe Verschiedenheit von den gegenwärtigen man mit Vergnügen bemerken wird, die Zeitsecunde, das Millimeter und das Milligramm als Einheiten zum Grunde liegen.

Eben so, wie mit dem frühern in der Sternwarte aufgestellten Apparate, hat man nun auch mit dem gegenwärtigen im magnetischen Observatorium Vorrichtungen zu electro magnetischen Versuchen und Messungen verbunden. Der aufgehängte Magnetstab ist von einem aus 200 Umwindungen bestehenden Multiplicator umgeben, dessen Construction die Anwendung von nichtbesponnenem Draht erlaubte; die Drahtlänge beträgt 1100 Fuss. Mit Hülfe eines sehr einfach construirten Commutators kann der Beobachter, ohne sein Auge vom Fernrohr zu entfernen, jeden Augenblick die Richtung des galvanischen Stroms umkehren, oder den Strom ganz unterbrechen.

Wir können hiebei eine mit den beschriebenen Einrichtungen in genauer Verbindung stehende grossartige und bisher in ihrer Art einzige Anlage nicht unerwähnt lassen, die wir unserm Herrn Prof. Weber verdanken. Dieser hatte bereits im vorigen Jahre von dem physikalischen Cabinet aus über die Häuser der Stadt hin bis zur Sternwarte eine doppelte Drahtverbindung geführt, welche gegenwärtig von der Sternwarte bis zum magnetischen Observatorium fortgesetzt ist. Dadurch bildet sich eine grosse galvanische Kette, worin der galvanische Strom, die an beiden Endpunkten befindlichen Multiplicatoren mitgerechnet, eine Drahtlänge von fast neuntausend Fuss zu durchlaufen hat. Der Draht der Kette ist grösstentheils Kupferdraht von der im Handel mit 3 bezeichneten Nummer, wovon eine Länge von einem Meter acht Gramm wiegt; der Draht des Multiplicators im magnetischen Observatorium ist übersilberter Kupferdraht Nr. 14, wovon auf ein Gramm 2,6 Meter kommen. Diese Anlage ist ganz dazu geeignet, zu einer Menge der interessantesten Versuche Gelegenheit zu geben. Man be-

merkt nicht ohne Bewunderung, wie ein einziges Plattenpaar am andern Ende hineingebracht, augenblicklich dem Magnetstabe eine Bewegung ertheilt, die zu einem Ausschlage von weit über tausend Scalentheilen ansteigt; noch auffallender aber findet man wenigstens anfangs, dass ein Plattenpaar von sehr geringer Grösse, z. B. Einen Zoll im Durchmesser, und unter Anwendung von blossem Brunnen- oder selbst destillirten Wasser eine nicht viel kleinere Wirkung hervorbringt, als ein sehr grosses Plattenpaar mit starker Säure. Und doch ist dieser Umstand bei näherer Überlegung ganz in der Ordnung, und dient nur zu neuer Bestätigung der schönen zuerst von Ohm aufgestellten Theorie. Bei Vermehrung der Anzahl der Plattenpaare wächst hingegen die Wirkung, und zwar dieser beinahe proportional. Die Leichtigkeit und Sicherheit, womit man durch den Commutator die Richtung des Stroms und die davon abhängige Bewegung der Nadel beherrscht, hatte schon im vorigen Jahre Versuche einer Anwendung zu telegraphischen Signalisirungen veranlasst, die auch mit ganzen Wörtern und kleinen Phrasen auf das vollkommenste gelangen. Es leidet keinen Zweifel, dass es möglich sein würde, auf ähnliche Weise eine unmittelbare telegraphische Verbindung zwischen zweien eine beträchtliche Anzahl von Meilen von einander entfernten Örtern einzurichten: allein es kann natürlich hier nicht der Ort sein, Ideen über diesen Gegenstand weiter zu entwickeln.

Beobachtungen der magnetischen Variation in Göttingen und Leipzig am 1. und 2. October 1834.

Poggendorff. Annalen der Physik und Chemie. 1834. Bd. 33.

Die in meinem Aufsatze über das hiesige magnetische Observatorium erwähnten Beobachtungen der magnetischen Variation an den verabredeten Tagen sind seitdem hier noch zwei Mal angestellt, am 6. und 7. August, und am 23. und 24. September. Im ersten Termin kamen recht starke und merkwürdige Anomalien vor, und es ist daher um so mehr zu bedauern, dass zufällige Ursachen die Anstellung correspondirender Beobachtungen an andern Orten gehindert haben. Die September-Beobachtungen sind hingegen ganz vollständig auch in Leipzig und Berlin und beinahe vollständig in Braunschweig angestellt; ausserdem auch zur Hälfte in Copenhagen, wo durch Versehen der 24. und 25. September anstatt des 23. und 24. genommen wurden. Die vollständige Bekanntmachung dieser Beobachtungen würde jedoch geringeres Interesse haben, da der Verlauf an diesen beiden Tagen sehr regelmässig war, obgleich mehrere an sich sehr kleine Anomalien in den ersten 24 Stunden an allen vier Plätzen eine bewundrungswürdige Harmonie gezeigt haben. Merkwürdig bleibt indessen, dass, einer Zeitungsnachricht zufolge, am 23. September Abends in Glasgow ein sehr starkes Nordlicht gesehen worden ist, welches mithin ganz entschieden, wenigstens keinen sich bis Norddeutschland erstreckenden Einfluss auf die Magnetnadel gehabt hat.

Die Anwesenheit des Herrn Prof. Weber in Leipzig veranlasste inzwischen, noch einige ausserordentliche Stunden zu gleichzeitigen Beobachtungen in Göttingen und Leipzig festzusetzen, wozu die Tage 1. und 2. October Morgens 7½ bis 8½, Mittags 12½ bis 1½, und Abends 8 bis 10 Uhr gewählt wurden. Abgesehen von einigen kleinen Versäumnissen wurden diese Stunden an beiden Orten inne gehalten; im hiesigen magnetischen Observatorium beobachtete mein Sohn, Wilhelm Gauss, in Leipzig Herr Prof. Weber, Herr Prof. Möbius und Herr Dr. Thieme. — — — Man wird nicht ohne Vergnügen die grosse Übereinstimmung nicht blos in den grossen Bewegungen, welche am Abend des 1. October stattfanden, sondern fast in sämmtlichen kleinen bemerken, so dass deren Quellen sich als auf grosse Ferne hinwirkende, obwohl zur Zeit noch sehr räthselhafte Kräfte, auf das Unverkennbarste ausweisen. In Leipzig waren die Anomalien im Allgemeinen etwas kleiner als in Göttingen; letzterem Orte wird daher der Heerd der wirkenden Kräfte näher gewesen sein. Ich bemerke nur noch, dass während eines Theils jener Stunden ich selbst an einem zweiten in der hiesigen Sternwarte aufgestellten Apparat, wovon ich bald eine ausführlichere Nachricht zu geben gedenke, beobachtet habe, und dass diese Beobachtungen einen fast vollkommenen Parallelismus mit denen des hiesigen magnetischen Observatoriums in den grösseren und kleineren Bewegungen ergeben haben; ein ähnlicher Erfolg hatte auch am 23. und 24. September, so wie bei vielen sonstigen Versuchen, statt, in dem Maasse, dass schon öfters die Uhren an beiden Plätzen blos mittelst der magnetischen Erscheinungen bis auf einen kleinen Bruchtheil einer Zeitminute genau verglichen werden konnten. Dasselbe gelingt mittelst

der grösseren Bewegungen am 1. und 2. October zwischen Göttingen und Leipzig, wo an beiden Orten, die Uhren nur wenige Secunden von der mittleren Ortszeit abwichen.

Durch diese Erfahrungen erhalten nun auch die kleinen, in sehr kurzen Zeitfristen wechselnden Schwankungen der Magnetnadel ein überaus grosses Interesse; man muss wünschen, dass auch diese durch die Beobachtungen an vielen von einander entfernten Plätzen sorgfältig verfolgt werden, und es wird daher unumgänglich nöthig alle Beobachtungen in recht kurzen Zeitintervallen zu machen. Bisher beobachteten wir von 5 zu 5 Minuten: aber auch dieses Intervall ist noch fast zu lang, und wir denken künftig immer von 3 zu 3 Minuten den Stand der Magnetnadel an den verabredeten Tagen zu bestimmen. Ich darf dabei nicht unbemerkt lassen, dass das Verfahren, welches der Herr Herausgeber dieser Annalen (Bd. XXXII. S. 569 bis 572) erklärt hat, von uns nur anfänglich gebraucht, aber schon lange mit einem etwas abgeänderten vertauscht ist. Um den Stand der Magnetnadel für einen Augenblick zu erhalten, beobachten wir sie in sechs verschiedenen, immer um Eine Schwingungsdauer getrennten Momenten, und so, dass der gewünschte Moment in die Mitte fällt. Anstatt der genauen Schwingungsdauer wird die nächste runde Zahl von Secunden (oder vielmehr von Uhrschlägen) gewählt, z. B. im magnetischen Observatorium 20″ anstatt 20″4. Die Beobachtungen am 2. October für $8^h\,15'$ Abends standen daher so:

$8^h\,14'\,10''$	672.6
30	672.3
50	671.3
15 10	671.8
30	669.9
50	670.8

Hieraus ergeben sich fünf Mittel, die eigentlich den beigesetzten Zeiten correspondiren:

$8^h\,14'\,20''$	672.45
40	671.80
15 0	671.55
20	670.85
40	670.35

und daraus das Mittel für $8^h\,15'$ 671.40

Ich habe absichtlich dieses Beispiel gewählt, wo die Nadel schnelle Veränderungen zeigte, die selbst von 20 zu 20 Secunden sich so entschieden darstellen. Wir haben Fälle genug, wo ein ähnlicher Erfolg selbst in halb so grossen Zeitintervallen eintritt. Gewisse Abänderungen in jener Beobachtungsart (die wir öfters anwenden) zu erklären, so wie die Rechtfertigung jener Art das Mittel zu nehmen, die mit gutem Vorbedacht gewählt ist, muss ich mir für eine andere Gelegenheit vorbehalten. Aber unerwähnt lassen darf ich nicht (da der Herr Herausgeber dieser Annalen a. a. O. es nicht ausdrücklich bemerkt hat), dass es eine wesentliche Bedingung für die Zulässigkeit aller dieser Beobachtungsarten ist, die Nadel vorher so viel wie möglich beruhigt zu haben, so dass die Schwingungen nur eine geringe Anzahl von Scalentheilen betragen. Im hiesigen magnetischen Observatorium ist eine solche Beruhigung oder wenigstens eine Wiederholung derselben, im Laufe der Beobachtung selten nöthig. Wer aber in einem weniger günstigen Local beobachtet, darf durchaus nicht unterlassen, dies, so oft es nöthig wird, in der Zwischenzeit mit den bekannten Mitteln zu thun.

Da bei der gegenwärtig als nothwendig sich zeigenden Verengerung der Zwischenzeiten die Beobachtungen sehr viel mühsamer werden als früher, wo die Forderung sich auf die Aufzeichnung von Stunde zu Stunde beschränkte, so ist mehrseitig der Wunsch geäussert, künftig sowohl die Anzahl als die Dauer der Termine etwas zu verkürzen. — — —

Göttingen, den 5. November 1834.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1835 März 7.

In der Sitzung der Königl. Societät am 14. Februar stattete der Hofr. GAUSS einen Bericht über die in dem magnetischen Observatorium, und in Verbindung damit anderwärts gemachten Beobachtungen ab, woraus wir hier einen Auszug mittheilen, der als

eine Fortsetzung der am 9. August 1834 gegebenen Nachricht

betrachtet werden kann.

Die täglich zweimaligen Aufzeichnungen des Standes der Nadel sind ununterbrochen fortgesetzt, und umfassen nun bereits beinahe ein volles Jahr. Die monatlichen Mittel, seit Julius v. J., waren:

	8 Uhr Vorm.	1 Uhr Nachm.
1834 August	18° 38′ 48″1	18° 49′ 11″0
September	36 58.4	46 32.3
October	37 18.4	44 47.2
November	37 38.4	43 4.3
December	37 54.8	41 32.7
1835 Januar	37 51.5	42 14.4

Die verabredeten Beobachtungen an bestimmten Tagen in kurzen ununterbrochenen Zeitfristen, mit deren Einrichtung in den letzten Monaten einige an einem andern Orte bekannt gemachte Abänderungen getroffen sind, haben seit der letzten Nachricht an vier Hauptterminen Statt gefunden, einige ausserordentliche Nebentermine ungerechnet. Die Theilnahme an denselben hat sich bereits weiter ausgebreitet, und wird bald noch weiter verbreitet werden, auch sind daraus schon sehr merkwürdige Resultate hervorgegangen, denen ähnlich, welche in dem frühern Bericht erwähnt wurden. Eine graphische Darstellung der Harmonie unter den Beobachtungen vom 1. und 2. October, und vom 29. und 30. November in Göttingen, Leipzig und Berlin, wird nächstens in POGGENDORFFS Annalen der Physik erscheinen: noch merkwürdiger aber ist die Übereinstimmung der Beobachtungen vom 5. und 6. November in Copenhagen und Mailand in allen zahlreichen und auffallend grossen Schwankungen, von welchen gleichfalls eine Zeichnung an einem andern Orte gegeben werden wird. Wir treten hier in eine Welt von geheimnissvollen Naturkräften, deren wunderbar wechselndes Spiel sich über den halben Durchschnitt von Europa, in gleichem Augenblick, und bis in die kleinsten Nuancen auf gleiche Weise, offenbart, und deren Wirkungskreis zu ermessen diese Standlinie noch viel zu klein erscheint.

Die hiesigen Einrichtungen für magnetische Beobachtungen haben inzwischen mehrere wesentliche Erweiterungen erhalten. Für manche Beobachtungen ist, wenn grosse Schärfe verlangt wird, die Zuziehung eines zweiten Apparats, in einiger Entfernung vom Hauptapparate, unumgänglich nothwendig, um von den stündlichen Veränderungen der magnetischen Kraft Rechnung tragen zu können. Zu diesem Zweck ist seit August v. J., nachdem die im Jahre 1832 gebrauchten Apparate an das physicalische Cabinet abgegeben sind, in der Sternwarte ein grosser Magnetstab aufgehängt, mit übrigens ganz ähnlichem Zubehör, wie der Stab im magnetischen Observatorium. Der Magnetstab in der Sternwarte, gleichfalls aus Uslarschem Gussstahl, ist 4 Fuss lang, fast drei Zoll breit und über einen halben Zoll dick, und wiegt 25 Pfund. Er hängt an einem 16 Fuss langen tausendfachen Seidenfaden*), der oberhalb der Decke des Saals seine Befestigung hat, und durch eine kleine in dieser Decke gemachte Öffnung frei durchgeht. Der nächste Grund zur Wahl eines so schweren Stabes war die Absicht, den Luftzug, welcher in diesem Local nicht immer ganz abgehalten werden kann, und der auf die kleinern Apparate, ungeachtet der Beschützung durch einen umschliessenden Kasten öfters störend einwirkte, unschädlich zu machen. Der Erfolg hat nicht nur *dieser* Erwartung entsprochen, sondern auch die andern rücksichtlich der Genauigkeit aller daran zu machenden Beobachtungen noch weit übertroffen. Nur absolute Beobachtungen der Declination und Intensität bleiben natürlich wegen des in der Sternwarte vielfach vorhandenen Eisens davon ausgeschlossen.

Die grösste Schwingung, welche der den Stab einschliessende Kasten verstattet, beträgt etwa 27 Grad; die grösste, welche auf der Scale unmittelbar noch gemessen werden kann, 9 bis 10 Grad, indem bei grössern die Gesichtslinie des Fernrohrs nicht mehr auf den fast vier Zoll breiten Spiegel trifft. Ist der Stab einmal in Schwingungen gesetzt, so nehmen diese in geometrischer Progression so langsam ab, dass sie oft erst nach 10 oder mehreren Stunden auf die Hälfte herabkommen, obwohl zuweilen auch viel früher, von welchem Umstande unten noch besonders die Rede sein wird. Die Dauer einer Schwingung des jetzt eingehängten Stabes, des stärksten aus einer grössern Zahl, die für das physicalische Cabinet angefertigt sind, beträgt etwas über 42 Secunden, und diese Grösse, welche wegen Temperatur und Veränderlichkeit des Erdmagnetismus einigen, obwohl sehr kleinen Veränderungen unterworfen ist (so wie auch vielleicht im Laufe der Zeit eine bis jetzt noch gar nicht spürbare Veränderung der Kraft des Stabes selbst eintreten kann), wird aus einigen wenigen Schwingungen schon so scharf bestimmt, dass man dann den Stab auf 8 und mehrere Stunden verlassen kann, ohne nachher über die Anzahl der inzwischen vollendeten Schwingungen zweifelhaft zu bleiben.

*) Seit kurzem ist dieser mit einem Stahldraht vertauscht.

Eben so interessant, wie die rein magnetischen Beobachtungen sind die mit diesem Apparat anzustellenden electrodynamischen Versuche. Zu diesem Zweck ist der Stab von einem ähnlichen Multiplicator umgeben, wie der Stab des magnetischen Observatoriums, nur dass jener grössere Dimensionen, und eine Drahtlänge von 2700 Fuss in 270 Umwindungen hat. Dieser Multiplicator ist in die grosse schon in dem frühern Bericht erwähnte Drahtkette gebracht, welche die Sternwarte, das magnetische Observatorium und das physicalische Cabinet verbindet, und in welcher der galvanische Strom zusammen eine Drahtlänge von 11000 Fuss, also fast einer halben geographischen Meile zu durchlaufen hat, und dann drei magnetische Apparate zugleich afficirt, nemlich

I. den 25pfündigen Stab in der Sternwarte,
II. den 4pfündigen Stab im magnetischen Observatorium
(Multiplicator von 200 Umwindungen)
III. den einpfündigen Stab im physikalischen Cabinet
(Multiplicator von 160 Umwindungen).

Einzelne Theile der Kette können in vielfachen Combinationen nach Gefallen mit Leichtigkeit abgesperrt werden.

Von den zahlreichen Versuchen, welche schon jetzt mit diesen Apparaten gemacht sind, führen wir hier nur einige an.

Wenn ein galvanischer Strom mit der Kette in Verbindung gesetzt wird, so erscheinen die Bewegungen der Magnetstäbe in den drei Apparaten so augenblicklich, dass ihr Anfang sich auf einen kleinen Bruch einer Zeitsecunde genau beobachten lässt. Die Vergleichung der Uhren bei den drei Apparaten liefert so vollkommen übereinstimmende Resultate, der Strom möge an dem einen Ende, oder an dem andern, oder in der Mitte erzeugt sein, dass daraus die Unmessbarkeit der Zeit, in welcher der Strom eine halbe Meile durchläuft, vollkommen bestätigt wird. Nach den interessanten Versuchen von Wheatstone, welche neuerlich in den *Philosophical Transactions* für 1834 bekannt gemacht sind, und nach welchen der electrische Strom im Metall eine grössere Geschwindigkeit zu haben scheint, als das Licht im Raume, liess sich freilich ein solcher Erfolg schon vermuthen, obwohl sich daraus doch noch nicht unbedingt auf das Verhalten eines *galvanischen* Stroms, und dessen Einwirkung auf die Magnetnadel schliessen liess.

Die Intensität eines galvanischen Stroms wird durch die Ablenkung der Magnetnadel, also zunächst durch Scalentheile gemessen oder bestimmt, allein offenbar in den drei Apparaten mit verschiedenen Einheiten, welche von den Dimensionen der Multiplicatoren und der Geltung der Scalentheile in Bogensecunden abhangen. Nun zeigen aber zahlreiche angestellte Versuche, dass zwischen den Ablenkungen an den drei Apparaten durch denselben Strom in einerlei Augenblick stets genau ein constantes Verhältniss Statt findet, der Strom möge an dem einen, oder an dem andern Ende, oder in der Mitte erzeugt sein. Es ergibt sich daraus das wichtige Resultat, dass der Strom in seiner ganzen Länge dieselbe Intensität hat, wenigstens nichts merkliches davon verliert. Man wird in Zukunft besonders aufmerksam darauf sein, ob dieses Resultat auch unter eigenthümlichen Umständen, namentlich während starken Regens, seine Gültigkeit behält.

Bei allen drei Apparaten sind Commutatoren (Gyrotrope) mit der Kette verbunden, wodurch man die Richtung des Stroms mit Leichtigkeit umkehren kann. Dem Commutator in der Sternwarte hat der Hofr. Gauss eine eigenthümliche Einrichtung gegeben, wonach diese Umkehrung durch einen einzigen Druck mit dem Finger, also ganz augenblicklich, bewirkt wird. Wenn man diese Umkehrung, immer in so grossen Zeitfristen wie die Schwingungsdauer des Einen Stabes, wiederholt ausführt, so werden die Schwingungen dieses Stabes immer grösser. Man hat dies zu einem Experiment benutzt, wobei eine auffallende mechanische Wirkung hervorgebracht wird. Herr Prof. Weber liess zur Seite des Magnetstabes im physikalischen Cabinet eine leichte Auslösung für einen Wecker oder eine Pendeluhr anbringen. Dieses Auslösen gelingt jedesmal durch den von der Sternwarte aus geleiteten Strom nach ein Paar Schwingungen auf das vollkommenste. Dass man mit dem 25pfündigen Stabe eine noch viel stärkere mechanische Wirkung würde hervorbringen können, leuchtet von selbst ein.

Besonders wichtige Dienste leisten diese Apparate bei der Erforschung der mathematischen Gesetze, nach welchen sich die Erzeugung und die Wirkung der von Faraday entdeckten magneto-electrischen Induction richten, und ihrer Zurückführung auf absolute Maasse, worüber der Hofr. Gauss den Erfolg seiner Untersuchungen zu seiner Zeit an einem andern Orte bekannt machen wird. Von den dabei angewandten Vorrichtungen erwähnen wir hier nur einer, womit diese Induction auf eine eben so einfache als scharf messbare Art dargestellt wird. Um eine hölzerne Rolle ist ein übersponnener Draht mit 1050 Umwindungen geführt, dessen Enden durch den Commutator mit der Kette in Verbindung gebracht werden. Diese Rolle kann über die freistehende Hälfte eines starken Magnetstabes geführt werden, und während dieser Operation geht allemal durch die Kette ein galvanischer Strom, ein starker, aber von kurzer Dauer, oder ein schwächerer von längerer Dauer, je nachdem die Manipulation schneller oder langsamer geschieht, so dass die Gesammtwirkung Eines Aufschiebens von der Schnelligkeit der Operation unabhängig ist. Der Strom an sich dauert immer nur so lange, wie die Bewegung der Rolle. Das Abziehen der Rolle bringt einen entgegengesetzten Strom hervor, eben so das Aufschieben mit dem entgegengesetzten Ende. Geschieht die Bewegung sehr schnell, so ist die Wirkung des Stroms auf die Magnetnadel in einem der mit der Kette verbundenen Multiplicatoren einem augenblicklichen Stosse von bestimmter Stärke gleich zu setzen. Abziehen und verkehrt wieder Aufstecken bewirkt also zwei gleichnamige Impulse der Magnetnadel, und ein neues Abziehen und wieder umgekehrt Aufschieben würde daher zwei unter sich gleiche, aber den vorigen entgegengesetzte Impulse hervorbringen; allein wenn dazwischen der Commutator gewechselt ist, so geschehen auch die letzten beiden Wirkungen in demselben Sinn, wie die beiden ersten. Ein solcher vollständiger Wechsel (Abziehen, Verkehrtaufstecken und Commutatorumstellung) geschieht ganz bequem in zwei Secunden, und man kann daher, wenn man will, während einer Schwingungsdauer des grossen Magnetstabes bequem und tactmässig 21 Wechsel vollenden, und dadurch letztern in so starke Bewegung bringen, dass die ganze Scale aus dem Gesichtsfelde des Fernrohrs geht. Diese Andeutung wird hinreichen zu übersehen wie die Stärke des durch diese Inductionsart entstehenden galvanischen Stroms mit Schärfe gemessen werden kann. Diese Stärke hängt aber zugleich von dem Widerstande ab, welchen die Kette selbst darbietet, und nimmt mehr oder weniger zu, je nachdem mehr oder weniger Stücke der Kette abgesperrt werden. Auf diese Weise ist das Verhältniss des Widerstandes in den einzelnen Bestandtheilen der Kette und den Multiplicatoren mit grosser Schärfe bestimmt, und durch mannigfaltige Combinationen das schöne von Ohm aufgestellte Gesetz, welches die Intensität eines Stroms bei einer Theilung befolgt, auf das vollkommenste bestätigt. Nahe übereinstimmende Resultate sind auch mit hydrogalvanischen Strömen gefunden; indessen eignen sich diese, wegen der Veränderlichkeit ihrer Stärke weniger zu solchen Bestimmungen, und erfordern jedenfalls deshalb noch besondere Vorsichtsmaassregeln bei den Versuchen. Vielleicht ist nicht uninteressant, wenn hier bemerkt wird, dass der ganze Widerstand in der in der Luft geführten doppelten Drahtverbindung zwischen der Sternwarte und dem physikalischen Cabinet, in einer Drahtlänge von mehr als 6000 Fuss nur ungefähr halb so gross ist, als der Widerstand, welchen der Strom bloss in dem Multiplicator des magnetischen Observatoriums (Drahtlänge 1100 Fuss) findet, oder nur den sechsten Theil des Widerstandes in der ganzen Kette beträgt: indessen erklärt sich dies leicht aus der ungleichen Dicke des Drahts, und alle Versuche bestätigen, dass bei Drähten von einerlei Metall der Widerstand immer im geraden Verhältniss der Länge und im umgekehrten der *Fläche* des Querschnitts steht.

Wir haben oben erwähnt, dass die Abnahme des Schwingungsbogens bei der grossen Nadel in verschiedenen Zeiten sehr ungleich gewesen ist. Ähnliche Verschiedenheiten hatten sich schon im Jahr 1832 bei den kleinen Apparaten gezeigt, auch später bei der Nadel im magnetischen Observatorium: allein diese Verschiedenheiten bleiben immer innerhalb viel engerer Grenzen, als bei dem Stabe der Sternwarte, wo die Abnahme des Schwingungsbogens von einer Schwingung zur folgenden in verschiedenen Versuchsreihen zwischen $\frac{1}{5000}$ und $\frac{1}{50}$ schwankte. Diese merkwürdige Erscheinung hat die Aufmerksamkeit des Hofr. Gauss besonders auf sich gezogen, und es scheint dabei ein Zusammentreffen *mehrerer* Ursachen Statt zu finden, die zum Theil noch jetzt räthselhaft bleiben: inzwischen ist es dem Hofr. Gauss gelungen, diejenige Ursache, welche bei weitem den stärksten Einfluss hat, auszumitteln. Er bemerkte nemlich, dass allemal der Schwingungsbogen viel schneller abnahm, wenn die Kette geschlossen, als wenn sie offen war, und so war es leicht, als Ursache jener schnellen Abnahme, die Reaction eines in der Kette durch die Schwingung der Nadel selbst, vermöge der Induction, erzeugten galvanischen Stroms zu erkennen, welcher bei der folgenden Rückschwingung die entgegengesetzte Richtung hat, und stets auf Verminderung des Schwingungsbogens wirkt. Diese Erklärung bestätigte sich vollkommen, indem die Abnahme des Schwingungsbogens am langsamsten war bei offner Kette, schneller bei geschlossener aber vollständiger Kette; noch schneller, wenn einzelne Stücke der Kette abgesperrt waren; und am allerschnellsten (so dass der Schwingungsbogen in einer halben Stunde auf die Hälfte kam), wenn die Kette gleich hinter dem Multiplicator des grossen Stabes geschlossen war. Ja diese Unterschiede richteten sich vollkommen nach der Grösse des wirksam bleibenden Theils der Kette.

Nachdem diese Erklärung gefunden war, war es leicht, den Erfolg einiger Versuche vorauszusehen, welche wohl zu den auffallendsten im Gebiet des Electromagnetismus gerechnet werden dürfen, und selbst die quantitativen Verhältnisse der Erscheinungen im Voraus zu berechnen, welche auch bei den wiederholt angestellten Versuchen stets auf das vollkommenste bestätigt sind. Es sind folgende.

Wenn der Magnetstab in der Sternwarte (I) in Schwingungen gesetzt wird, etwa so grosse wie der Kasten verstattet, so haben diese gar keinen Einfluss auf die Nadeln im magnetischen Observatorium (II) oder im physikalischen Cabinet (III), sondern diese *bleiben* in Ruhe, wenn sie vorher in Ruhe waren, vorausgesetzt, dass die Kette offen, oder wenigstens die die letzten Nadeln einschliessenden Multiplicatoren davon abgesperrt sind. Allein in dem Augenblick, wo die Kette geschlossen oder z. B. der Multiplicator von II in die geschlossene Kette hineingebracht wird, fängt die Nadel II sogleich an mitzuschwingen. Ist die Nadel II schon vorher in Schwingung gewesen, so erhalten die Schwingungen den eigenthümlichen Character *gemischter* Schwingungen, wovon die eine von dem Initialzustande abhängt, und dieselbe Periode hat, wie die Schwingungen dieser Nadel unter dem blossen Einfluss des Erdmagnetismus (20″), während die andere eine Periode von 12″ befolgt (wie die grosse Nadel I), und ihre Grösse dem Schwingungsbogen von I proportional ist (etwa $\frac{1}{200}$, wenn die Kette hinter dem Multiplicator von II abgesperrt ist). Dies ist vollkommen mit den Resultaten der Theorie in Übereinstimmung, eben so wie der stets genau bestätigte Umstand, dass die Schwingungen von I und die inducirten Schwingungen von II, obwohl Perioden von gleicher Dauer, doch nicht gleichen Anfang haben, sondern stets eine halbe Schwingungszeit (21″) in dieser Beziehung differiren, und zwar in dem Sinn, wie es nach den Statt findenden Umständen die Theorie vorausbestimmt. Was hier beispielsweise von der Nadel II gesagt ist, findet auf ganz ähnliche Weise bei der Nadel III Statt, deren natürliche Schwingungsdauer 14″ beträgt, und die unter der Einwirkung der Induction zusammengesetzte Schwingungen von 14″ und 42″ Periode befolgt.

Ein ganz anderer Erfolg muss der Theorie zufolge in dem Fall Statt finden, wenn eine zweite Nadel, deren natürliche Schwingungsdauer genau eben so gross ist, wie die des grossen Magnetstabes, mit einem Multiplicator sich in der Kette befindet, in welcher der grosse Stab schwingt. Jene, so lange vollkommen ruhig, als die Kette offen ist, fängt gleichfalls in dem Augenblick an mitzuschwingen, wo die Kette geschlossen wird, allein diese Schwingungen, von derselben Dauer, wie die natürlichen, nehmen an Grösse beständig zu, bis diese (erst nach sehr langer Zeit) zu einem Maximum kommt, wo der Widerstand der Luft der Vergrösserung durch die Inductionskraft das Gleichgewicht hält. Um diesen merkwürdigen Versuch wirklich anstellen zu können, wurde (da die Aufhängung eines grossen Stabes wegen Mangel eines zweiten dafür passenden Multiplicators jetzt nicht thunlich war) der einpfündige Stab des physicalischen Cabinets durch Verbindung mit einem ähnlichen etwas schwächer magnetisirten auf bekannte Weise astatisch gemacht, oder vielmehr zu einer Doppelnadel, deren natürliche Schwingungsdauer genau auf 42″ 3 gebracht wurde. Der Versuch gelang damit auf das vollkommenste. Der in der Sternwarte schwingende Stab theilte dieser Doppelnadel im physicalischen Cabinet, in dem Augenblick wo die Kette geschlossen wurde, wie durch eine wunderbare Sympathie seine Schwingungen mit, und zwar so, dass jede folgende etwa 50 Scalentheile oder einen halben Grad grösser wurde, als die vorhergehende. Bald ging das ganze Scalenbild aus dem Felde, allein fortwährend konnte man an der immer wachsenden Schnelligkeit, mit welcher das Scalenbild durch das Gesichtsfeld ging, die Zunahme des Schwingungsbogens erkennen. Über eine Stunde wurde dies wunderbar sympathetische Spiel beobachtet.

Es braucht kaum bemerkt zu werden, dass auch der vierpfündige Stab im magnetischen Observatorium in die geschlossene Kette einen Strom inducirt, dessen Dasein an der schnellen Abnahme des Schwingungsbogens auf das bestimmteste erkannt wird, und der daher auch auf die beiden andern Stäbe Wirkungen ausüben muss, denen ähnlich, welche der erstere Versuch gezeigt hat; allein die Rechnung ergibt, und die Erfahrung bestätigt, dass diese Wirkungen zu klein ausfallen, um merklich zu sein. Noch weniger könnte also der schwächste Stab unter den dreien merkliche Wirkungen dieser Art erzeugen.

Beobachtungenen der Variationen der Magnetnadel in Copenhagen und Mailand am 5. und 6. November 1834.

SCHUMACHER. Astronomische Nachrichten Nr. 276. 1835 März 21.

Seit der Vollendung des hiesigen magnetischen Observatoriums werden hier unter andern regelmässig an gewissen im Voraus bestimmten Tagen die Variationen der magnetischen Declination ununterbrochen in kurzen Zeitintervallen beobachtet, wozu anfangs dieselben Termine gewählt waren, welche Herr von Humboldt schon vor mehreren Jahren angeordnet hatte. Seit dem vorigen Frühjahr haben sich schon ziemlich viele Astronomen und Physiker in den Besitz von ähnlichen Apparaten gesetzt, wie der hiesige ist, den ich an einem andern Orte hinlänglich beschrieben habe, und nehmen an jenen verabredeten Beobachtungen Theil. Gleich die ersten auf diese Weise gewonnenen gleichzeitigen Beobachtungen am 4. und 5. Mai, in Göttingen und Waltershausen (einem Gute in der Gegend von Schweinfurt, wo Herr Sartorius mit einem zwar kleinen, aber sonst dem hiesigen ganz ähnlichen Apparat beobachtete), zeigten eine überaus merkwürdige Harmonie in dem vielfach hin und her springenden Gange der Variationen, nicht blos in den grössern sondern auch in den geringern. Ähnliche Erfolge haben sich seitdem in den spätern Terminen, wo Leipzig, Berlin, Braunschweig und Copenhagen Theil genommen haben, schon vielfach wiederholt; einige Proben sind in graphischen Darstellungen in Poggendorffs Annalen mitgetheilt.

So wie sich die Theilnahme an diesen verabredeten Beobachtungen immer weiter verbreiten wird, stehen natürlich immer interessantere und fruchtbarere Resultate zu erwarten. Ich wiederhole daher hier die bereits anderwärts gemachte Anzeige, dass wir, seitdem die Nothwendigkeit, in *sehr* kurzen Zeitintervallen zu beobachten, sich so klar herausgestellt hat, uns veranlasst gefunden haben, mit den Terminen eine Abänderung zu treffen, indem wir die Anzahl der Termine von 8 auf 6 im Jahr, und ihre Dauer von 44 auf 24 Stunden herabgesetzt haben. Die gegenwärtige Bestimmung ist der letzte Sonnabend jedes ungeraden Monats, vom Göttinger Mittag an bis zum Mittag des folgenden Tages. Es kommen zu diesen Hauptterminen noch jedesmal zwei Nebentermine, nemlich am nächstfolgenden Dinstag und Mittwoch Abends von 8 bis 10 Uhr. Umständlichere Nachricht, auch über Beobachtungsweise, findet man in Poggendorffs Annalen Bd. 33. [S. 528 d. B.]

Das merkwürdigste bisher erhaltene Resultat bieten die gleichzeitigen Beobachtungen von Copenhagen und Mailand dar, am 5. und 6. November d. J., einem Termine nach dem frühern Arrangement, von dessen Abänderung die Beobachter an jenen Orten die Nachricht noch nicht erhalten hatten. In Copenhagen, wo jetzt unter Leitung des Herrn Etatsrath Oersted ein dem hiesigen ganz ähnliches magnetisches Observatorium errichtet ist, wurde eine Nadel von derselben Stärke, wie die hiesige, gebraucht (vier Pfund schwer); in Mailand beobachteten auf der dortigen Sternwarte die Herrn Sartorius und Doctor Listing, unter Beistand des Herrn Kreil, Eleven der Sternwarte, mit der schon oben erwähnten kleinern Nadel. Ich gestehe, dass ich, auch nach den vielen schon früher vorgekommenen Erfahrungen ähnlicher Art, doch durch die Grösse der Übereinstimmung an zwei mehr als 150 Meilen von einander entfernten Orten überrascht wurde. Der blosse Anblick der beigefügten graphischen Darstellung spricht hier für sich. Ich begleite dieselbe nur mit einigen Erläuterungen und Bemerkungen.

Da mir anfangs der Werth der Scalentheile in Copenhagen noch unbekannt war, so entwarf ich die Zeichnung nach solchem Maassstabe, dass die Anomalien ungefähr gleich gross erscheinen, was ich erhielt, indem ich der Seite der Netzquadrate neun Scalentheile der Copenhagner, und drei der Mailänder Beobachtungen entsprechen liess. Ein Scalentheil in Copenhagen beträgt übrigens 21″576, einer in Mailand 29″341. In Bogentheilen waren also die Copenhagner Bewegungen etwa 2,2 mal grösser als die Mailänder. Will man hieraus auf das Verhältniss der dabei thätigen Kräfte schliessen, so muss man nicht übersehen, dass diese Erscheinungen nur als Störungen der horizontalen erdmagnetischen Kraft an beiden Orten zu betrachten sind, und dass an einem Orte, wo letztere kleiner ist, eine gleiche störende Kraft grössere Änderungen hervorbringen muss, als an einem andern, wo jene grösser ist. Das Verhältniss der horizontalen Kraft des Erdmagnetismus in Copenhagen und Mailand schätzte ich nach Hansteens schöner Karte im 7. Bande der Astronomischen Nachrichten*) wie

*) Im 9. Bande der Astronomischen Nachrichten hat dieser hochverdiente Naturforscher uns auch mit

1 zu 1,23; danach würde sich also das Verhältniss der störenden Kräfte, die die beträchtlichsten Anomalien an jenen Tagen in Copenhagen und Mailand hervorgebracht haben, etwa wie 1,8 zu 1 schätzen lassen. Wie viel besser werden wir aber in Zukunft über solche räthselhafte Naturkräfte urtheilen können, wenn erst ähnliche gleichzeitige Beobachtungen an vielen weit von einander entlegenen Orten uns zu Gebote stehen werden.

Neben der überraschend grossen Übereinstimmung in dem Gange der Anomalien bemerken wir allerdings auch Verschiedenheiten. Aber es scheint, dass wir nicht über diese uns zu verwundern haben, sondern vielmehr darüber, dass die Unterschiede vergleichungsweise so klein sind. Wir kennen freilich die Ursachen der Erscheinungen noch gar nicht; aber gerade bei dem bunten Spiel ihres Wechsels scheint es unnatürlich, anzunehmen, dass sie alle von Einem Punkt her wirkten: einige Ursachen mögen hier, andere dort ihren Sitz gehabt haben, und so mögen in den 44 Stunden auch wol manche Kräfte von ganz andern Gegenden her, die ein ganz anderes Verhältniss für die beiden Örter hatten, ihr Spiel eingemischt haben. Dass im Allgemeinen die Curve für Mailand viel krauser erscheint, als die für Copenhagen, erklärt sich übrigens von selbst durch den Umstand, dass an ersterm Orte alle 5 Minuten, an letzterm alle 10 Minuten beobachtet wurde; bei den längern Zwischenzeiten mussten folglich manche kleinere und schneller wechselnde Anomalien unbemerkt bleiben.

Wenngleich das Interesse für diese Forschungen einer Verstärkung nicht bedarf, so glaube ich doch noch einen Umstand hervorheben zu müssen, der die Astronomen noch besonders berührt. Ob die bei diesen Bewegungen thätigen Kräfte eine messbare Zeit gebrauchen, um sich durch grosse Räume fortzupflanzen, wissen wir noch nicht; diese interessante Frage wird aber ohne Zweifel in

einer allgemeinen Karte für die *ganze* Intensität beschenkt. So dankbar man diese schöne Arbeit anerkennen muss, so kann ich doch die Bemerkung nicht unterdrücken, dass eine allgemeine Karte für die *horizontale* Intensität in *vielfacher* Hinsicht noch ungleich nützlicher sein würde, namentlich auch in Verbindung mit einer zuverlässigen allgemeinen Declinations-Karte, zu einer durchgreifenden Begründung einer allgemeinen Theorie. Zu *diesem* Zweck ist die Bestimmung der magnetischen Kraft durch Angabe der ganzen Intensität, Inclination und Declination (die man wol als die einfachste Wahl der Elemente zu betrachten gewohnt ist) gerade die am wenigsten brauchbare. Die weitere Entwickelung dieser Behauptung, die vielleicht manchem paradox scheinen könnte, muss ich mir aber für einen andern Ort vorbehalten. Möchte nur jener Naturforscher uns aus der Fülle seiner gesammelten Schätze bald mit jenen Erfordernissen beschenken.

Zukunft ihre Beantwortung finden. Ist die Zeit unmessbar klein, so werden solche Beobachtungen schneller auf- und abgehender Bewegungen zu Längenbestimmungen dienen können, die unter vortheilhaften Umständen selbst den schärfern zur Seite gestellt werden dürfen. Aus vorgekommenen Bewegungen in Göttingen und Leipzig habe ich schon mehreremale unter jener Voraussetzung den Längenunterschied auf eine halbe Zeitminute richtig ableiten können. Allein zuweilen zeigen sich so schnelle Bewegungen, dass daraus noch viel schärfere Zeitbestimmungen abgeleitet werden können. Die stärksten Bewegungen, die mir bisher vorgekommen sind, fanden statt am 7. Februar d. J., wo den ganzen Tag die Nadel überaus unruhig war. Ich beobachtete Bewegungen von 17 Scalentheilen oder 6 Bogenminuten in Einer Zeitminute, einige Minuten regelmässig andauernd, dann nach und nach langsamer werdend, und nachher in die entgegengesetzte übergehend. Dergleichen Erscheinungen an zwei Orten mit guten Apparaten (die selbst in einzelnen Beobachtungen eine Genauigkeit bis auf wenige Bogensecunden geben) sorgfältig verfolgt, könnten, wenn die Wirkung der Kräfte in unmessbar kleiner Zeit geschieht, den Längenunterschied auf eine Zeitsecunde genau geben. Jedenfalls erhellt, wie wichtig es zur Aufklärung des Gegenstandes sein wird, dass alle Beobachter, denen die Mittel dazu zu Gebote stehen, immer für eine gute Zeitbestimmung Sorge tragen.

Schliesslich bemerke ich noch, dass die Beobachter in Mailand die dortige Inclination mit einem Lenoirschen Inclinatorium am 2. November $= 63^\circ\ 55'\ 26''$ gefunden haben.

Brief von Gauss an Schumacher.

Schumacher. Astronomische Nachrichten Nr. 310. 1836. Juni 11.

Göttingen. 1836. April 23.

Es waren heute Morgen ausserordentliche Bewegungen der Magnetnadel, noch grösser als am 7. Februar 1835. Dies veranlasste mich einige Sets in der Sternwarte zu beobachten, während Dr. Goldschmidt im magnetischen Observatorium aufzeichnete. Der gleichförmige Gang bestätigte sich hier so schön, dass ich es wagte den gegenseitigen Uhrstand daraus abzuleiten.

Es fand sich, aus einem schnellen Aufsteigen Campa vor Shelton	4′ 41″1
Aus einem wenige Minuten nachher erfolgten Niedersteigen	4 42.4
Mittel	4′ 41″7

Eine directe Vergleichung der Uhren gab,

1) durch ein Zeichen am Fenster . . . . 4′ 41″5

2) durch einen Inductionsimpuls 4 41.5

Also eine herrliche Bestätigung dessen, was ich Astronomische Nachrichten Nr. 276 [S. 539 d. B.] gesagt habe.

Das in den Beobachtungsterminen anzuwendende Verfahren.

Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. 1836. II.

Die sechs jährlich festgesetzten Termine fallen gegen das Ende der Monate Januar, März, Mai, Julius, September, November; sie fangen an am letzten Sonnabend in jedem dieser Monate, Mittags nach Göttinger mittlerer Zeit, und schliessen am Mittag des folgenden Tages; die bisher jedem Haupttermine hinzugefügten Nebentermine (Abends von 8—10 Uhr am Dinstag und Mittwoch der folgenden Woche) werden künftig wegfallen.

In jedem Termine wird, der Regel nach, der Stand der Magnetnadel von fünf zu fünf Minuten bestimmt, so dass ein Termin 289 Resultate gibt. In Göttingen wird die Uhr vor Anfang jedes Termins genau auf mittlere Zeit gestellt. Da eine nahe Gleichzeitigkeit der einzelnen Bestimmungen an den verschiedenen Beobachtungsorten sehr wünschenswerth ist, so haben die Beobachter an den meisten andern Orten die Gewohnheit, ihre Uhren gleichfalls auf Göttinger mittlere Zeit zu stellen. Wo dies nicht wohl geschehen kann, ist zu empfehlen, dass man zu den Beobachtungsmomenten diejenigen vollen Minuten der Uhr wähle, die den Göttinger Beobachtungszeiten am nächsten kommen. Hätte man z. B. vor

Anfang des Termins ausgemittelt, dass die bei der Beobachtung zu gebrauchende Uhr um 13′ 48″ vor Göttinger mittlerer Zeit voraus sei, so würden die Bestimmungen des Standes der Nadel für die Uhrzeiten $0^h\,14'$ . . . . . $0^h\,19'$ . . . . . $0^h\,24'$ . . . . . $0^h\,29'$ u. s. f. zu machen sein. *Volle* Minuten zu wählen, ist aber jedenfalls anzurathen, weil man sich so die einzelnen Operationen leichter mechanisch macht.

Unter dem Stand der Magnetnadel, welcher für die einzelnen Zeitmomente bestimmt werden soll, ist hier nicht diejenige Stellung verstanden, welche der aufgehängte Magnetstab in dem betreffenden Augenblick wirklich eben hat, sondern diejenige, welche er haben würde, wenn er (oder genauer zu reden, seine magnetische Axe) in diesem Augenblick genau im magnetischen Meridian wäre. Diese Distinction war unnöthig, so lange man sich nur solcher Nadeln bediente, die eine sehr grosse Genauigkeit nicht geben konnten: man brauchte nur dafür zu sorgen, dass die Nadel um die Zeit der Beobachtung in keiner erkennbaren Schwingung begriffen war, und erhielt damit das Gesuchte unmittelbar. Bei den viel grössern Forderungen, die man an die Genauigkeit der Bestimmungen durch die jetzt eingeführten Apparate machen kann und machen muss, kann aber von einer solchen unmittelbaren Bestimmung nicht mehr die Rede sein. Es steht nicht in unsrer Macht, die Nadel des Magnetometers *so* vollkommen zu beruhigen, dass gar keine erkennbaren Schwingungsbewegungen zurückbleiben; wenigstens kann es nicht mit Sicherheit ohne Zeitaufwand, und nicht auf die Dauer geschehen. Es werden daher an die Stelle der unmittelbaren Beobachtung solche mittelbare Bestimmungen treten müssen, zu denen eine vollkommene Beruhigung unnöthig ist.

Die sich zuerst darbietende Methode besteht darin, dass man die Nadel absichtlich im schwingenden Zustande beobachtet, zwei auf einander folgende äusserste Stellungen (ein Minimum und ein Maximum) an der Scale aufzeichnet, und zwischen beiden das Mittel nimmt. Dieses an sich unverwerfliche Verfahren erfordert jedoch, wenn die Schwingungen eine beträchtliche Grösse haben, eine Modification, und ist, wenn die Schwingungen klein sind, nur unter einer einschränkenden Bedingung zulässig. Im ersten Fall nemlich wird selbst von einer Schwingung zur andern die successive Abnahme des Schwingungsbogens nicht unmerklich, daher auch schon die Abweichung vom wirklichen Meridian auf der Maximum-Seite geringer sein, als sie beim vorhergehenden Minimum auf der ent-

gegengesetzten Seite gewesen war, folglich das Mittel aus diesem Minimum und dem folgenden Maximum zu klein werden. Aus derselben Ursache wird das Mittel aus diesem Maximum und dem folgenden Minimum ein zu grosses Resultat geben. Da nun aber die Abnahme des Schwingungsbogens einige Schwingungen hindurch beinahe gleichförmig bleibt, so kann man das Mittel aus zwei solchen Mitteln als hinlänglich genau, und zwar als geltend für den Augenblick der zweiten Elongation betrachten. Oder, um es durch eine Formel auszudrücken, wenn a, b, c die Ablesungen in drei auf einander folgenden Elongationen sind (gleich viel, ob die erste und dritte Minima sind, und die zweite ein Maximum, oder umgekehrt), so stellt $\frac{1}{4}(a+2b+c)$ den im Augenblick der Elongation b Statt findenden Stand des magnetischen Meridians dar.

Bei kleinen Schwingungen ist dieses Verfahren nur dann zulässig, wenn die Declination keinen in kurzer Zeit merklichen Veränderungen unterworfen ist, und man kann dann schon das Mittel aus zwei auf einander folgenden Elongationen, als für den in der Mitte liegenden Augenblick gültig ansetzen: im entgegengesetzten Fall aber, d. i. zu einer Zeit, wo in der Declination schnell beträchtliche Änderungen vorgehen, kann dies Verfahren seine Brauchbarkeit gänzlich verlieren.

Immer aber behält die Methode, den Stand des magnetischen Meridians aus beobachteten Elongationen zu bestimmen, die Unbequemlichkeit, dass die Augenblicke, für welche das erhaltene Resultat gilt, nicht dieselben sind (oder es nur zufällig werden), für welche man den Stand verlangt. Und wenn auch dies in der Mehrzahl der Fälle wenig erheblich sein mag, so verdient doch offenbar ein anderes Verfahren den Vorzug, welches, von jener Inconvenienz frei, Bequemlichkeit, Gleichförmigkeit und alle nur zu wünschende Schärfe in sich vereinigt, und deshalb von sämmtlichen Theilnehmern an den Terminsbeobachtungen befolgt wird.

Dieses Verfahren beruht auf dem Satze, dass das Mittel aus zwei Stellungen der Nadel, die zweien genau um eine Schwingungsdauer von einander abstehenden Augenblicken entsprechen, mit derjenigen Lage des magnetischen Meridians übereinstimmt, welche für das Mittel dieser Zeiten Statt fand, in welche Theile der Schwingungsperiode diese Zeiten auch fallen mögen. Dieser Satz würde in mathematischer Schärfe wahr sein, wenn theils keine äussere Ursachen (wie der Widerstand der Luft u. dergl.) zur successiven Verkleinerung des Schwingungsbogens wirkten, theils die etwanige Veränderung in der Lage des magnetischen Meridians während jener kurzen Zwischenzeit nur als *gleichförmig* betrachtet werden dürfte. Der erstere Umstand hat aber gar keinen merklichen Einfluss, wenn man das Verfahren immer nur auf sehr kleine Schwingungsbewegungen anwendet, und was den zweiten betrifft, so sind die Veränderungen der Declination während einer so kurzen Zwischenzeit in der Regel schon an sich kaum merklich, und um so mehr ist man berechtigt, wenigstens die Gleichförmigkeit der Veränderungen während dieser kurzen Zeit gelten zu lassen*).

Hiemit ist nun die Aufgabe von selbst gelöst. Um den der Declination für die Zeit T entsprechenden Stand der Nadel zu erfahren, braucht man nur, nachdem nöthigenfalls vorher ihre Bewegungen durch angemessene Beruhigungsmittel auf sehr kleine gebracht sind, die wirklichen Stellungen für die Zeiten $T-\frac{1}{2}t$ und $T+\frac{1}{2}t$ zu beobachten, und daraus das Mittel zu nehmen, wo t die Schwingungsdauer bedeutet. Inzwischen, grösserer Genauigkeit und Sicherheit wegen, beschränkt man sich hierauf nicht, sondern macht noch einige ähnliche Bestimmungen für ein Paar Zeitmomente kurz vor, und eben so viele nach T, immer in gleichen Intervallen, unter welcher Voraussetzung, insofern während dieser Zeit die Änderung der Declination als gleichförmig betrachtet werden darf, das Mittel aus allen diesen Resultaten das für die Zeit T geltende *Endresultat* sein wird, und zuverlässiger als die einzelne Bestimmung für T selbst.

Die einfachste Art, dies auszuführen, besteht, wenn z. B. das Endresultat auf fünf partiellen Resultaten beruhen soll, darin, dass man den wirklichen Stand der Nadel für die sechs Zeiten

$$T-\tfrac{5}{2}t,\quad T-\tfrac{3}{2}t,\quad T-\tfrac{1}{2}t,\quad T+\tfrac{1}{2}t,\quad T+\tfrac{3}{2}t,\quad T+\tfrac{5}{2}t$$

aufzeichnet. Sind die aufgezeichneten Zahlen a, b, c, d, e, f, so wird $\frac{1}{2}(a+b)$ das für die Zeit $T-2t$ geltende Resultat sein; eben so

$$\tfrac{1}{2}(b+c),\quad \tfrac{1}{2}(c+d),\quad \tfrac{1}{2}(d+e),\quad \tfrac{1}{2}(e+f)$$

für die Zeiten $T-t$, T, $T+t$, $T+2t$; und das Mittel aus diesen partiellen

*) Zuweilen (obwohl äusserst selten) sind uns allerdings Fälle vorgekommen, die eine Ausnahme davon machten, und wo Spuren von Beschleunigung oder Retardation der Änderung in so kurzen Zwischenzeiten sich doch unverkennbar nachweisen liessen. Mit Ausführlichkeit soll dieser Gegenstand in Zukunft abgehandelt werden.

Resultaten oder der fünfte Theil ihrer Summe wird als berichtigtes Endresultat für die Zeit T anzunehmen sein.

Als Beispiel möge hier das Detail der Beobachtung in Göttingen am 17. August 1836 für $15^h\,30'$ stehen. Der Beobachter war Hr. Dr. Wappäus. Für t war angenommen $20''$.

$15^h\,29'\,10''$	865.2		
30	867.5	866.35	
50	866.2	866.85	
$30\;\,10$	868.0	867.10	867.16
30	867.3	867.65	
50	868.5	867.90	

Die erste Columne enthält hier die Beobachtungszeiten, die zweite die aufgezeichneten Scalentheile, die dritte das Mittel zwischen je zwei auf einander folgenden Aufzeichnungen, mithin die für

$$15^h\,29'\,20'',\quad 15^h\,29'\,40'',\quad 15^h\,30'\,0'',\quad 15^h\,30'\,20'',\quad 15^h\,30'\,40''$$

geltenden partiellen Resultate, und daneben das für $15^h\,30'\,0''$ geltende Endresultat. In diesem Beispiele ist die im Laufe der Beobachtungen fortwährend Statt habende Veränderung der Declination offenbar, und wird auch durch die vorhergehenden und folgenden Resultate bestätigt. Es war nemlich das Resultat

für $15^h\,25'\,0''$ 862.82
$35\;\;0$ 872.32

Gewöhnlicher übrigens, als so beträchtliche Änderungen, ist der während der Zeit, welche ein Beobachtungssatz erfordert, fast stationäre Stand der Declination, und in solchen Fällen dient das kleinere oder grössere Hinundherschwanken der partiellen Resultate als ein Maassstab für die grössere oder geringere Zuverlässigkeit der Beobachtungen selbst, möge sie nun von dem Grad der Geschicklichkeit und Aufmerksamkeit des Beobachters, oder der Güte des Apparats selbst, oder von den mehr oder weniger günstigen äussern Umständen abhängen.

Das beschriebene Verfahren ist dasjenige, welches die meisten Theilnehmer an den Terminsbeobachtungen befolgen. Es setzt die Kenntniss der Schwingungsdauer der Nadel voraus, welche bekanntlich zugleich von der Stärke der

Magnetisirung der Nadel und von der Intensität des horizontalen Theils der erdmagnetischen Kraft abhängig, mithin streng genommen zu verschiedenen Zeiten nicht ganz dieselbe ist. Eine Anleitung zur scharfen Bestimmung der Schwingungsdauer wird in der Folge gegeben werden [S. 374 d. B.], für den gegenwärtigen Zweck ist aber eine sehr genaue Kenntniss nicht nöthig, und man kann daher nicht allein die kleinen Veränderungen, denen sie unterworfen ist, ignoriren, sondern man darf sich sogar verstatten, anstatt des genauen Werths die nächste volle Secunde zu substituiren, um dadurch zu bewirken, dass die Augenblicke, wo der Beobachter die unter dem Verticalfaden des Fernrohrs erscheinende Stelle des Scalenbildes scharf zu fixiren hat, immer auf volle Secunden fallen. Dies geschieht von selbst, wenn die dem wahren Werth der Schwingungsdauer am nächsten kommende ganze Zahl eine gerade ist. Ist sie aber ungerade, so hat man, um diese Bequemlichkeit nicht zu verlieren, die Wahl unter folgenden drei Mitteln.

I. Man hält sich dennoch an die nächste gerade Zahl, und darf dies um so mehr, je weniger ihr Unterschied von dem wahren Werth eine halbe Einheit übersteigt, je grösser überhaupt die Schwingungsdauer ist, und je vollkommner man immer die Nadel im beinahe beruhigten Zustande zu erhalten vermag. Die Nadel im magnetischen Observatorium zu Göttingen z. B. hat gegenwärtig eine Schwingungsdauer von 20"64; allein obgleich die Zahl 21 hier die nächste ist, so kann man sich doch bei den hier obwaltenden Umständen, wo der Schwingungsbogen selten ein Paar Scalentheile übersteigt, meistens unbedenklich an die bequemere Zahl 20 halten, da sich leicht darthun lässt, dass der *daraus* entspringende Fehler in einem partiellen Resultat nicht den zwanzigsten Theil des Schwingungsbogens, und der Fehler des Endresultats nicht den hundertsten Theil übersteigen kann. Dagegen würde einem Beobachter, dessen Nadel die Schwingungsdauer 10"64 hätte, zumal wenn er eine gleich vollkommene Beruhigung nicht in seiner Gewalt hätte, zu empfehlen sein, die Zahl 11 und eine der folgenden Abänderungen zu wählen.

II. Man wählt zwar die ungerade Zahl, nimmt aber die Beobachtungsaugenblicke, die nach obiger Formel auf halbe Secunden fallen würden, entweder alle eine halbe Secunde später, oder alle eine halbe früher, was offenbar weiter keinen Unterschied macht, als dass nun auch die sämmtlichen Endresultate nicht für die volle Minute der Uhrzeit, sondern für eine halbe Secunde mehr oder weniger gelten.

III. Wenn man das Endresultat nicht, wie in dem oben entwickelten Verfahren, auf eine ungerade, sondern auf eine gerade Anzahl partieller Resultate gründet, so fallen die Beobachtungszeiten von selbst auf volle Secunden, die anstatt der wahren Schwingungsdauer angenommene nächste ganze Zahl möge gerade oder ungerade sein. Soll z. B. das Endresultat von sechs partiellen abhängen, so sind die Beobachtungszeiten

$$T-3t,\quad T-2t,\quad T-t,\quad T,\quad T+t,\quad T+2t,\quad T+3t$$

Dies Verfahren, wobei der Einfluss des von der Schwingungsdauer weggelassenen Bruchs im Endresultat noch vollkommner eliminirt wird, als in dem vorhin beschriebenen, ist vorzüglich solchen Beobachtern zu empfehlen, die kleinere Apparate oder Nadeln von vergleichungsweise kurzer Schwingungsdauer gebrauchen.

Es mag noch bemerkt werden, dass, da durch Auflegung eines kleinen Gewichts die Schwingungsdauer der Nadel vergrössert wird, man durch eine schickliche Wahl des Gewichts und der Auflegungsstelle im Stande ist, die Schwingungsdauer äusserst nahe auf eine ganze Zahl von Secunden zu bringen. Dieser Ausweg ist wohl von einigen Beobachtern gewählt, die nicht genug in ihrer Gewalt hatten, etwas grössere Schwingungsbewegungen von ihrer Nadel abzuwehren. Immer aber bleibt dies ein sehr ungenügender Nothbehelf; denn wenn auch unter solchen Umständen das obige Theorem als ganz scharf gilt, so werden doch die Resultate immer einen viel geringern Grad von Genauigkeit haben, weil es unmöglich ist, wenn die Nadel in einer stark augenfälligen Bewegung begriffen ist, den einem bestimmten Secundenschlage entsprechenden Scalentheil, und dessen Bruchtheil, mit derselben Schärfe zu fixiren, als wenn die Langsamkeit der Bewegung eine Veränderung in einer Secunde kaum bemerken lässt. Die Nadel immer gehörig beruhigt zu halten ist daher eine Vorschrift, deren Wichtigkeit nicht genug eingeschärft werden kann.

Gerade dieser Ursache wegen ist es wichtig, dass immer zwischen zwei auf einander folgenden Beobachtungssätzen, nöthigenfalls gehörige Zeit zu einer Beruhigung bleibe. Bei der Nadel des Göttinger magnetischen Observatoriums ist diese Zwischenzeit, unter Anwendung der ersten Methode 3' 20", bei Anwendung der zweiten würde sie 2' 54" sein: in beiden Fällen für Geübte zu obigem Zweck hinreichend. Gewöhnlich benutzen die Beobachter die Zwischenzeit (da das Bedürfniss, zu beruhigen, äusserst selten eintritt), dazu, eine Reinschrift der Beobachtung zu machen, und das Endresultat zu berechnen. Wo hingegen die Nadel eine viel längere Schwingungsdauer hat, und mithin jene Zwischenzeit zwischen zwei Beobachtungssätzen viel kürzer ausfällt, wird eine diesen Übelstand beseitigende Abänderung der obigen Methoden vorzuziehen sein.

Die Abänderung besteht darin, dass man die einzelnen Beobachtungszeiten nicht um eine Schwingungsdauer, sondern um einen aliquoten Theil derselben (die Hälfte, oder den dritten Theil) von einander abstehen lässt. Ausser dem Vortheile, die Aufzeichnungen zu jedem Satz in kürzerer Zeit abzuthun, und also grössere Zwischenzeit zwischen zwei Sätzen zu gewinnen, entgeht man dabei auch der Unannehmlichkeit des erstern Verfahrens, den grössern Theil der Zwischenzeit zwischen zwei Aufzeichnungen unbeschäftigt zu sein. Geübtere Beobachter wenden daher gern das abgeänderte Verfahren selbst da an, wo die Schwingungsdauer nicht eben sehr lang ist. Bei der hiesigen Anstalt machen mehrere Beobachter ihre Aufzeichnungen in Zwischenzeiten von 10″ (als Hälfte von 20″), ja selbst von 7″ (als drittem Theil von 21″). Einige Beispiele werden das weiter dabei zu Bemerkende am besten erläutern.

Beobachtung am 17. *August* 1836, *für* $10^h\,20'$ *durch Herrn Prof. Ulrich.*

$10^h\,19'\,30''$	869.9		
40	871.3	870.80	
50	871.7	871.05	
20 0	870.8	871.35	871.35
10	871.0	871.60	
20	872.4	871.95	
30	872.9		

Die zweite Columne enthält die einzelnen Aufzeichnungen, die dritte die partiellen Resultate, und zwar ist 870.80 das Mittel der ersten und dritten Aufzeichnung und gilt also für $10^h\,19'\,40''$ u. s. f. Man sieht in diesem aus einer Zeit schneller Veränderung der Declination gewählten Beispiele mit Vergnügen, wie ein geübter Beobachter die Veränderungen in 10 Secunden mit Sicherheit erkennen kann.

Beobachtung am 25. *März* 1837, *für* $0^h\,5'$ *durch Herrn Dr. Goldschmidt.*

$0^h\,4'\,32''$	847.3		
39	847.2	848.00	
46	847.8	848.05	
53	848.7	847.95	
5 0	848.9	847.85	847.91
7	848.1	847.90	
14	847.0	847.70	
21	846.9		
28	847.3		

Das erste partielle Resultat entspringt hier aus der Combination der ersten und vierten Aufzeichnung, das zweite aus der zweiten und fünften u. s. w.

In diesen Beispielen war das Submultiplum der zum Grunde gelegten genäherten Schwingungsdauer eine ganze Zahl; wo dies nicht der Fall ist, muss man die Schwingungsdauer in ungleiche Theile zerlegen, was aber keinen Nachtheil hat, wenn man nur die Einrichtung so macht, dass den zu combinirenden Aufzeichnungen immer *derselbe* genäherte Werth der Schwingungsdauer als Zwischenzeit entspreche, und, falls man es der Mühe werth hält, im Protocollauszuge die Zeit, welcher das Endresultat entspricht, mit ihrem Bruchtheile bemerkt. So werden z. B. die Beobachtungen mit dem 25pfündigen Stabe in der Sternwarte, dessen Schwingungsdauer jetzt 43″14 ist, wenn man den dafür zu setzenden genäherten Werth 43″ in vier Theile abtheilen, und das Endresultat auf fünf partielle Resultate gründen will, nach folgendem Schema angestellt:

$0^h\,4'\,17''$		
28		
39	$0^h\,4'\,38''5$	
49	49.5	
5 0	5 0.5	$0^h\,5'\,0''1$
11	10.5	
22	21.5	
32		
43		

Hier enthält die erste Columne die Aufzeichnungszeiten, die zweite die Zeiten, für welche die partiellen Resultate eigentlich gelten, und wo natürlich ganz gleichgültig ist, dass das Endresultat genau genommen auf $0^h\,5'\,0''1$ fällt. Soll das Endresultat auf sechs partielle Resultate gegründet sein, so wird folgendes Schema befolgt:

$0^h\,4'\,12''$		
22		
33	$0^h\,4'\,33''5$	
44	43.5	
55	54.5	$0^h\,5'\,0''$
5 5	5 5.5	
16	16.5	
27	26.5	
38		
48		

Am klarsten tritt der Vortheil der abgeänderten Beobachtungsart hervor, wenn der Gang der magnetischen Declination in engern Zwischenzeiten als von fünf zu fünf Minuten verfolgt werden soll. Diese Zwischenzeiten, ausreichend bei dem gewöhnlichen Hergange der Declinationsveränderungen, sind in der That noch zu gross, um den stärkern und schneller wechselnden Änderungen ganz ihr Recht wiederfahren zu lassen, und gerade diese Rücksicht hatte, weil engere Intervalle nicht wohl zur allgemeinen und durchgängigen Regel für die vierundzwanzigstündigen Termine gemacht werden konnten, die Festsetzung der Nebentermine veranlasst, in welchen jedesmal zwei Stunden von drei zu drei Minuten beobachtet werden sollte. Da indessen die Abhaltung dieser Nebentermine an manchen Orten Schwierigkeiten gefunden, und es sich auch so gefügt hat, dass bisher nur in wenigen beträchtliche Bewegungen vorgekommen sind, so ist beschlossen, sie von jetzt an fallen zu lassen, zumal da derselbe wichtige Zweck auch auf andere Art, und selbst noch besser sich wird erreichen lassen. Die Zwischenzeiten von fünf zu fünf Minuten bleiben nach wie vor die Regel; so oft aber das Vorhandensein schneller Declinationsänderung bemerkt wird, werden die Sätze, so lange es als nöthig erscheint, von $2\frac{1}{2}$ zu $2\frac{1}{2}$ Minuten ausgeführt. Nach dem, was oben entwickelt ist, wird, anstatt aller weitern Erläuterung, genügen, wenn dem obigen Beispiele vom 17. August [S. 548] noch die unmittelbar darauf folgende Beobachtung beigefügt wird:

$10^h\,22'\,0''$	875.0		
10	874.8	875.50	
20	876.0	875.95	
30	877.1	876.40	876.27 für $10^h\,22'\,30''$
40	876.8	876.60	
50	876.1	876.90	
23 0	877.1		

Die sämmtlichen auswärtigen Theilnehmer werden aufgefordert, es in vorkommenden Fällen auf dieselbe Weise zu halten: es lässt sich nicht zweifeln, dass dann immer für alle grössern Bewegungen eine Menge im engen Detail correspondirender Beobachtungen zusammenkommen, und über die Verhältnisse dieser merkwürdigen Erscheinungen interessante Aufschlüsse geben werden.

Für den Fall, wo man sich beim Beobachten nicht einer Secundenpendeluhr, sondern einer Uhr bedient, die andere Zeittheile schlägt, wird eine besondere Anweisung nicht nöthig sein. Man zählt dann, anstatt der Secunden, die Uhrschläge, und ordnet das Geschäft auf ganz analoge Weise so an, dass alle Beobachtungen auf bestimmte Schläge gemacht werden. Es wird aber eine etwas grössere Aufmerksamkeit erfordert, die Schläge eines Chronometers immer richtig zu zählen, als die Schläge einer Pendeluhr, zumal wenn bei jenem der Zeiger einige Excentricität hat, und deswegen nicht an allen Stellen des Zifferblatts, wo er sollte, genau auf die Secundenstriche springt.

Einige allgemeine Vorsichtsmaassregeln, obwohl zum Theil scheinbare Geringfügigkeiten betreffend, verdienen noch hier erwähnt zu werden, da mancher angehende Beobachter, ohne im voraus aufmerksam darauf gemacht zu sein, sie anfangs leicht übersehen könnte.

Das allererste Erforderniss ist, dass die Nadel völlig frei schwingen könne. Solche Hindernisse der freien Bewegung, die sogleich offenbar ins Auge fallen, wird natürlich jeder Beobachter von selbst wegzuräumen wissen; es gibt aber auch andere, dem Auge sich fast entziehende, die gleichwohl die Beobachtungen ganz verderben können.

In der wärmern Jahrszeit findet sich zuweilen wohl eine Spinne im Kasten ein (am leichtesten, wenn die Seitenöffnung vor dem Spiegel stets offen bleibt), knüpft ein Gewebe oder einen einzelnen Faden zwischen dem Magnetstabe oder dessen Zubehör, und dem Kasten, und hemmt dadurch die freie Bewegung des

Magnetstabes. Man thut daher wohl, sich kurz vor jedem Termin erst zu überzeugen, dass der Kasten innen rein ist. Ist der Deckel des Kastens verglaset, so erkennt man die Gegenwart grösserer Insecten oder Gewebe schon von aussen; allein man unterlasse nicht, den Deckel abzuheben und genauer nachzusehen; ja man beruhige sich nicht dabei, wenn man gar keinen Faden sieht, denn in der That reicht, wie öftere Erfahrungen bewiesen haben, auch der allerfeinste dem blossen Auge unsichtbare oder nur unter ganz besonderer Beleuchtung erkennbare Faden schon hin, die freie Bewegung zu hemmen, und die Beobachtungen zu verderben. Um sich gegen solchen, weil unsichtbar gefährlichsten, Feind zu sichern, umfähre man den Magnetstab mit dem Finger, einem Stäbchen oder dergl. auf allen Seiten, rechts, links, vorne, hinten, oben und unten, wodurch ein solcher Faden, wenn einer da war, zerrissen wird. Fast eben so sicher erreicht man dieselbe Wirkung dadurch, dass man den Stab in sehr grosse Schwingungen versetzt. Es verdient noch bemerkt zu werden, dass solche und ähnliche Hindernisse der freien Bewegung allemal mit einer Verminderung der Schwingungsdauer der Nadel verbunden sind, und zwar bewirken selbst äusserst zarte Spinnefäden schon eine sehr bedeutende Verminderung der Schwingungsdauer, wovon unten ein merkwürdiges Beispiel vorkommen wird.

Für die nächtlichen Beobachtungen ist es nothwendig, die Scale zu erleuchten, was in Göttingen in den Terminsbeobachtungen durch zwei Argandsche Lampen geschieht. Über der Lichtflamme findet immer ein Aufströmen erwärmter Luft Statt, und wenn dabei eine der Lampen nahe eben unter dem Fernrohr steht, so hat solche Luftströmung vor dem Objectiv auf die Deutlichkeit des Sehens einen nachtheiligen Einfluss; die Theilstriche der Scale erscheinen zitternd oder wallend. Dieser Übelstand trat in Göttingen bei den ersten Beobachtungen öfters ein, hat aber vollkommen aufgehört, seitdem jede Lampe mit einem seitwärts gebogenen Schorstein aus Kupferblech versehen ist.

Da in die Arbeit zu den Terminsbeobachtungen sich immer eine grössere oder kleinere Zahl von Personen theilen muss, so wird gewöhnlich eine beträchtliche Ungleichheit der Sehweite bei denselben Statt finden: das vollkommen deutliche Sehen ist aber ein durchaus wesentliches Erforderniss für gute Beobachtungen. Wird ein Weitsichtiger, für dessen Auge das Fernrohr zum vollkommen deutlichen Sehen gestellt war, von einem Kurzsichtigen abgelöst, so würde dieser ohne eine Veränderung am Fernrohr gar keine brauchbaren Beobachtungen

anstellen können. Die Zuziehung eines Hohlglases würde unbequem und auch wegen des bedeutenden Lichtverlustes nicht anzurathen sein. Das blosse Einschieben der Ocularröhre reicht nicht hin, weil, wenn gleich dadurch das Scalenbild zur Deutlichkeit gebracht wird, doch das Fadenkreuz undeutlich bleiben und gegen das Bild des Gegenstandes eine Parallaxe erhalten würde. Es müsste daher (bei der Einrichtung, die die zu solchen Beobachtungen angewandten Fernröhre zu haben pflegen) zugleich die das Fadenkreuz tragende innere Hülse in der Ocularröhre verschoben und dem Ocularglase näher gebracht werden, was aber eine geübte Hand erfordert, Zeitaufwand veranlasst, und auch aus andern Gründen für den vorliegenden Fall nicht zu empfehlen ist. Man kann aber dem Bedürfniss auf eine sehr einfache Art abhelfen, wenn man sich folgendes Verfahren zur Regel macht. Die Ocularröhre im Fernrohr und das Fadenkreuz in derselben ist vor Anfang der Beobachtungen so gestellt, dass der Kurzsichtigste unter den Beobachtern Fadenkreuz und Scalenbild zugleich vollkommen deutlich sieht: so oft ein weitsichtiger Beobachter an die Reihe kommt, hat derselbe, ohne die Ocularröhre oder das Fadenkreuz in derselben zu verrücken, nur das dem Auge nächste Glas so weit zurückzuschrauben, dass er das Fadenkreuz vollkommen scharf sieht, womit denn ein völlig deutliches Sehen des Scalenbildes schon von selbst verbunden ist. Ein später eintretender Kurzsichtiger hat dann nur dieses Glas so viel sein Auge erfordert wieder hineinzuschrauben.

Zur Prüfung des unverrückten Standes des Fernrohrs dient eine Marke, die in solcher Entfernung angebracht ist, dass sie bei der zum deutlichen Sehen des Scalenbildes erforderlichen Ocularstellung gleichfalls deutlich erscheint, und im Göttinger magnetischen Observatorium blos in einem feinen verticalen Strich an der nördlichen Wand besteht*).

*) In Beziehung auf diese Einrichtung mag hier noch einiges bemerkt werden. Das Vorhandensein einer Marke zu der erwähnten Prüfung muss als ein unerlässliches Erforderniss für die Zuverlässigkeit der Beobachtungen betrachtet, und also bei der Errichtung eines neuen Gebäudes nothwendig gehörig Bedacht darauf genommen werden. Vor Erbauung des hiesigen magnetischen Observatoriums war auch in Erwägung gekommen, ob es nicht besser sei, diese Marke auf einem eignen besonders fundirten Postament im Innern des Saals anzubringen, als an der von aussen der Witterung ausgesetzten Wand. Man entschied sich für das letztere, da man sonst entweder die Entfernung des Beobachters von der Nadel hätte verringern, oder den Vortheil, Marke und Scale bei einerlei Ocularstellung deutlich zu sehen, aufgeben, oder dem Saale eine noch grössere Länge geben müssen, was auf dem bestimmten Platze nicht einmal thunlich gewesen wäre. Ein künstliches Surrogat anstatt einer Marke anzubringen wurde aus mehrern Gründen für verwerflich gehalten. Auch hielt man die Besorgniss, dass der absolute Ort der Marke, wegen Einflusses

Vor Anfang der Beobachtungen hat man das Fernrohr nach der Marke zu richten, nachher von Zeit zu Zeit die Prüfung zu wiederholen, und sobald sich eine Abweichung zeigt, die optische Axe des Fernrohrs wieder in die vorige Verticalebene zurückzubringen. Hat man neben der Marke auf beiden Seiten noch eine Eintheilung angebracht, so erkennt man dadurch zugleich die Grösse der nöthig gewordenen Correction, wobei jedoch erinnert werden mag, dass jene Theile, wenn sie auch wie die Scalentheile Millimeter sind, genau genommen nicht ganz denselben Werth in Secunden haben werden, wie die letztern. In Ermangelung jener Hülfseintheilung kann man sich jedoch schon begnügen, die Grösse der gefundenen Abweichung in Scalentheilen, blos wie diese erscheinen, nach dem Augenmaass zu schätzen.

Die Beobachtungen werden am verticalen Faden des Fadenkreuzes gemacht, während der horizontale blos dient, ungefähr die Mitte des erstern zu bezeichnen. Damit es keinen Unterschied mache, ob man die Theile der Scale etwas höher oder tiefer im Gesichtsfelde erscheinen lasse, muss das Fadenkreuz eine solche Stellung haben, dass ein festes auf der Kreuzung der Fäden sich abbildendes Object genau auf dem Verticalfaden bleibe, wenn man das Fernrohr etwas auf und nieder bewegt. Auch zu dieser Berichtigung, die übrigens selten wiederholt zu werden braucht, wenn man die Stellung der Ocularröhre unverändert lässt, dient die Marke.

Der von der Mitte des Objectivs herabhängende Lothfaden ist der Scale so nahe, dass das Bild von beiden im Fernrohr mit gleicher Deutlichkeit erscheint, und man also den Theilstrich, welchen jener Faden deckt, sehr scharf beobachten kann. Man bringt die Scale so an, dass jener Punkt der Scale ihre Mitte, oder ein willkürlich dafür angenommener Theilstrich ist. Die Prüfung des unverrückten Standes der Scale ist im Laufe der Beobachtungen von Zeit zu Zeit zu wiederholen; es ist jedoch nicht nöthig, wenn man eine kleine Änderung findet, die Scale wieder in die vorige Stellung zu bringen, sondern es reicht hin, den dem Lothfaden entsprechenden Theilungspunkt im Protocoll zu bemerken.

der Witterung auf die Wand, einer merklichen Änderung unterworfen sein könne, bei einer soliden Ausführung des Baues und bei der sehr geringen Höhe der Marke über der Grundmauer für wenig erheblich, zumal da man in seiner Gewalt hat, so oft man will, die Winkelmessung zwischen der Marke und dem durch das nördliche Fenster sichtbaren Kirchthurme zu wiederholen. Für die Richtigkeit dieser Ansicht spricht jetzt eine dreijährige Erfahrung.

Hiebei ist es jedoch vielleicht nicht überflüssig, auf ein Paar Kleinigkeiten besonders aufmerksam zu machen.

Es wird zwar vorausgesetzt, dass Magnetometer und Fernrohr so aufgestellt sind, dass der mittlere Stand der magnetischen Declination ungefähr der Mitte der Scale entspricht. Allein zur Zeit beträchtlicher Variationen kommt nicht selten diese Mitte ganz aus dem Gesichtsfelde, und man kann so obige Prüfung nicht vornehmen. Hat man zu solcher Zeit Veranlassung zu jener Prüfung, so muss man den Beruhigungsmagnet einen seinem gewöhnlichen Gebrauch gerade entgegengesetzten Dienst leisten lassen, nemlich die Nadel des Magnetometers in solche Schwingungen versetzen, die bis zu der gesuchten Stelle oder ein wenig darüber hinausgehen, wodurch man also Gelegenheit erhält, den Lothfaden in der Mitte des Gesichtsfeldes zu sehen, und zwar in einer solchen Zeit einer Schwingungsperiode, wo die Geschwindigkeit der Bewegung gering, also das scharfe Auffassen des entsprechenden Theilungspunkts nicht gehindert ist. Da man, wenn dergleichen im Laufe der Beobachtungen vorfällt, sogleich wieder zur Beruhigung schreiten muss, um wo möglich den folgenden Beobachtungssatz nicht zu verlieren, so erhellt, wie nützlich es ist, mit dem Gebrauch des Beruhigungsmagnets recht vertraut zu sein.

Im umgekehrten Fall, nemlich so oft die Declination in die Nähe der Mitte der Scale trifft, ist für Ungeübte eine andere Warnung nöthig, nemlich den Lothfaden nicht mit dem Verticalfaden des Fernrohrs zu verwechseln. Am hiesigen Apparat erscheinen in der That beide einander so sehr gleich, dass bei sehr ruhigem Stande der Nadel ohne ein Paar an letzterem Faden haftende Stäbchen eine Verwechslung wohl möglich wäre, und an einem andern Orte ist wirklich früher einmal der Fall vorgekommen, dass ein Beobachter eine halbe Stunde hindurch die Nadel völlig stationär fand, während er immer den unrechten Faden beobachtet hatte. Da bei einer sehr grossen Annäherung beider Fäden das Beobachten immer ein wenig erschwert wird, so thut man wohl, in einem solchen Falle den Lothfaden eine Zeitlang zu beseitigen.

Was die Form der Mittheilung betrifft, so pflegen einige die Beobachtungen ganz *in extenso*, andere die partiellen und die Endresultate, und mehrere blos die letztern einzusenden. In der Voraussetzung, dass vorher die Rechnungen durchgesehen und die mitgetheilten Zahlen collationirt sind, kann dieser Auszug auch genügen: indessen werden die Beobachtungen selbst, um erforderlichen

Falls darauf recurriren zu können, aufbewahrt werden müssen. Für die Zeiten, wo ungewöhnlich starke Bewegungen vorkommen, bleibt jedoch die sofortige vollständige Mittheilung wünschenswerth. Ausser den Beobachtungszahlen sind die sonstigen damit in Verbindung stehenden Umstände, der Werth der Scalentheile (oder die Messungen, auf denen die Bestimmung beruht), die Schwingungsdauer, Stand und Gang der Uhr, Namen der Beobachter, Erläuterungen zu solchen Beobachtungen, die etwa als zweifelhaft bezeichnet werden, u. dergl. beizufügen. Dass endlich immer eine *baldige* Einsendung gewünscht werden muss, bedarf keiner Erinnerung.

Auszug aus dreijährigen täglichen Beobachtungen der magnetischen Declination zu Göttingen.

Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. 1836. III.

Bei dem unaufhörlichen Wechsel kleinerer und grösserer Schwankungen in der magnetischen Declination, die wir unregelmässige nennen, insofern ihr Vorkommen an keine Zeitregel gebunden ist, gibt es zum Ausscheiden des Regelmässigen keinen andern Weg, als eine grosse Menge von Beobachtungen nach einem bestimmten Plane anzustellen, mit beharrlicher Consequenz eine lange Zeit fortzusetzen, und in schicklichen Combinationen Mittelwerthe abzuleiten, aus welchen der Einfluss der das Einzelne stets treffenden Anomalien, so viel zu erreichen möglich ist, verschwindet. Während der Vormittagsstunden nimmt in unsern Gegenden die Declination gewöhnlich zu, aber einen Tag viel, einen andern wenig, ja zuweilen (wenn auch selten) beobachtet man in der Stunde, wo gewöhnlich die Declination am grössten ist, eine kleinere, als in den Frühstunden desselben Tages. Die Ursache der vormittägigen Zunahme mag immerhin an jedem Tage wirksam sein: aber die Wirkung wird durch andere regellos dazwischen kommende Kräfte zuweilen vergrössert, zuweilen vermindert, zuweilen ganz verdunkelt. Wie viel also eigentlich die regelmässige Ursache wirkt, wie sie in den verschiedenen Jahreszeiten ungleich wirkt, lässt sich nicht aus einzelnen oder wenigen Tagen, sondern nur durch Mittelwerthe aus sehr vielen Tagen

erkennen. Auf ähnliche Weise verhält es sich mit den allmählich, aber wenigstens auf sehr lange Zeit in einerlei Sinn fortschreitenden Änderungen, die wir säculare nennen, weil ihre Anhäufung auf viele Grade eine lange Reihe von Jahren erfordert. Einzelne Beobachtungen, die nur einige wenige Jahre von einander entfernt sind, mögen sie immerhin an einerlei Monatstag und zu gleicher Stunde angestellt sein, können uns darüber noch gar keine sichere Belehrung geben: aber consequent gewonnene Mittelzahlen lassen uns das schon nach wenigen Jahren anticipiren, was sonst mit einiger Annäherung erst nach mehrern Jahrzehnden festgestellt werden könnte.

Von diesem Gesichtspunkt ausgehend habe ich unter die im hiesigen magnetischen Observatorium anzustellenden Beobachtungen gleich vom Anfang an die tägliche Bestimmung der absoluten Declination, immer zu denselben Stunden, mit aufgenommen. Um jedoch leichter auf die Thunlichkeit einer langen und ununterbrochenen Fortsetzung rechnen zu können, wodurch Arbeiten dieser Art erst ihren Werth erhalten, habe ich lieber zuerst einen beschränkten Plan wählen, als auf einmal zu viel umfassen wollen. Deshalb werden täglich nur zwei Bestimmungen gemacht, Vormittags um 8 Uhr, und Nachmittags um 1 Uhr nach mittlerer Zeit. Diese mit andern Obliegenheiten am leichtesten vereinbare Stundenwahl empfahl sich auch dadurch, dass bei einem regelmässigen Verlauf der magnetischen Bewegungen der Stand der Nadel um 1 Uhr Nachmittags immer wenig von dem Maximum der Declination, so wie um 8 Uhr Vormittags in dem grössern Theile des Jahres wenig von dem Minimum entfernt ist. Das Beobachten zu bestimmten Stunden *wahrer* Sonnenzeit wäre allerdings an sich noch etwas mehr naturgemäss gewesen, allein die Rücksicht auf die viel grössere Bequemlichkeit einer Anordnung nach mittlerer Zeit musste hier, wo es hauptsächlich nur auf eine consequente Durchführung nach einerlei Princip ankam, überwiegen.

Diese regelmässigen Aufzeichnungen haben mit dem ersten Januar 1834 den Anfang genommen: indessen sind die ersten drittehalb Monate von dem folgenden Auszuge ausgeschlossen, weil während dieser Zeit öfters nöthig gewordene Aufwindungen des Aufhängungsfadens Veränderungen des Nullpunkts der Torsion hervorgebracht hatten, die anfangs nicht genug beachtet wurden. Vom 17. März an ist ein stärkerer (zweihundertfacher) Aufhängungsfaden gebraucht, nachdem dessen Torsions-Nullpunkt vorher genau berichtigt war; so oft später eine Veränderung mit diesem Faden oder in Beziehung auf einen andern mit den Reductionselementen zusammenhängenden Umstand vorgenommen ist, hat man jedesmal die nöthigen Berichtigungen oder die Modificationen der Reductionselemente angebracht. Während der ersten Monate haben verschiedene hinlänglich geübte Beobachter sich mit mir in die Beobachtungen getheilt; vom 1. October 1834 an aber sind sie regelmässig durch Hrn. Doctor GOLDSCHMIDT angestellt, der nur in Behinderungsfällen durch andere geschickte Beobachter vertreten ist.

Die monatlichen Mittel aus diesen Bestimmungen bis Januar 1835 habe ich bereits in den Göttingischen gelehrten Anzeigen 1834 u. 1835 [S. 519 u. S. 528 d. B.] mitgetheilt: hier folgen nunmehr dieselben für drei vollständige Jahrgänge.

Mittelwerth der westlichen magnetischen Declination zu Göttingen.

		8 Uhr Vorm.	1 Uhr Nachm.
1834	März zweite Hälfte	18° 38′ 16″0	18° 46′ 40″4
	April	36 6.9	47 3.8
	Mai	36 28.2	47 15.4
	Junius	37 40.7	47 59.5
	Julius	37 57.5	48 19.0
	August	38 48.1	49 11.0
	September	36 58.4	46 32.3
	October	37 18.4	44 47.2
	November	37 38.4	43 4.3
	December	37 54.8	41 32.7
1835	Januar	37 51.5	42 14.4
	Februar	37 3.5	42 29.4
	März	34 47.5	44 55.2
	April	32 57.7	46 31.6
	Mai	32 13.4	45 17.1
	Junius	32 56.4	44 41.3
	Julius	34 8.0	44 42.8
	August	34 12.4	46 56.8
	September	33 21.2	44 27.6
	October	33 23.0	43 5.3
	November	36 15.3	43 49.5
	December	35 25.9	40 19.1
1836	Januar	35 2.4	40 34.6
	Februar	33 26.7	41 15.2
	März	31 1.4	43 16.4
	April	26 32.9	43 42.6
	Mai	28 0.8	44 37.2

		8 Uhr Vorm.	1 Uhr Nachm.
1836	Junius	18° 27′ 35″1	18° 42′ 52″4
	Julius	26 54.2	42 26.0
	August	25 42.4	41 45.0
	September	26 14.6	40 59.6
	October	27 34.0	40 32.8
	November	29 21.0	36 54.3
	December	29 13.7	35 46.8
1837	Januar	27 35.3	37 46.2
	Februar	27 35.6	36 28.3
	März	25 44.2	39 4.2

Es mögen nun einige Combinationen dieser Beobachtungen hier Platz finden.

Der Unterschied der Vormittags- und Nachmittags-Declination hat in den Mittelzahlen durchgängig einerlei Zeichen; die Abhängigkeit der Grösse dieses Unterschiedes von der Jahreszeit erkennt man in folgender Übersicht:

	1834. 1835	1835. 1836	1836. 1837	Mittel
April	10′ 56″9	13′ 33″9	17′ 9″7	13′ 53″5
Mai	10 47.2	13 3.7	16 36.4	13 29.1
Junius	10 18.8	11 44.9	15 17.3	12 27.0
Julius	10 21.5	10 34.8	15 31.8	12 9.4
August	10 22.9	12 44.4	16 2.6	13 3.3
September	9 33.9	11 6.4	14 45.0	11 48.4
October	7 28.8	9 42.3	12 58.8	10 3.3
November	5 25.9	7 34.2	7 33.3	6 51.1
December	3 37.9	4 53.2	6 33.1	5 1.4
Januar	4 22.9	5 32.2	10 10.9	6 42.0
Februar	5 25.9	7 48.5	8 52.7	7 22.4
März	10 7.7	12 15.0	13 20.0	11 54.2
Mittel	8′ 14″2	10′ 2″8	12′ 54″3	10′ 23″8

Man sieht, dass nicht blos in den Mittelwerthen, sondern auch in jedem einzelnen Jahre der Unterschied im December am kleinsten gewesen ist, und findet dies auch sehr natürlich, da die nach den Tageszeiten wechselnden Änderungen nothwendig einer Einwirkung der Sonne zugeschrieben werden müssen, wenn wir auch für jetzt noch nicht wissen, *wie* diese Einwirkung geschieht. Dass dagegen die in den Sommermonaten ungleich grössern Unterschiede nicht um die

Zeit des Solstitium am grössten, sondern im Junius und Julius kleiner waren, als im April, Mai und August, kann anfangs auffallend scheinen, zumal da die Übereinstimmung aller drei einzelnen Jahre in diesem Umstande eine Präsumtion gibt, dass dies nicht zufällig ist. Indessen darf dabei nicht übersehen werden, dass in den dem Solstitium nächsten Monaten die Zeit des Minimum der Declination schon auf eine frühere Stunde trifft, und daher die ganze Zunahme merklich grösser sein würde, als die Bewegung von 8 Uhr an gerechnet.

Es ist ferner auffallend, dass der Unterschied im zweiten Jahre in allen einzelnen Monaten grösser gewesen ist, als im ersten, und im dritten wieder grösser als im zweiten. Aber die Unterschiede sind viel zu gross, als dass man hierin etwas auf eine Säcularzunahme hinauslaufendes suchen dürfte, und es steht vielmehr zu erwarten, dass bei der Fortsetzung der Beobachtungen durch mehrere Jahre ein Hinundherschwanken nicht ausbleiben werde. Aber jedenfalls lernen wir daraus, dass auch bei dem Einwirken der Sonne auf den Erdmagnetismus ein Jahr vor dem andern ausgezeichnet sein kann, etwa ebenso, wie ein ganzer Sommer oder ein ganzer Winter von andern durch die Witterungsbeschaffenheit bedeutend verschieden ist. Eben deshalb aber wird man zu einer genauen Bestimmung der Mittelwerthe erst durch mehrjährige Beobachtungen gelangen können.

Dass ausnahmsweise an einzelnen Tagen der Unterschied der vormittägigen und nachmittägigen Declination das entgegengesetzte Zeichen haben kann, ist schon oben bemerkt. Die Seltenheit solcher Ausnahmen erhellt daraus, dass während der dreijährigen Beobachtungen nur vierzehn Fälle der Art vorgekommen sind, mithin durchschnittlich unter 79 Tagen einer. Ich setze sie hier her, nebst der Angabe, wie viel jedesmal die Declination 8 Uhr Morgens grösser gewesen ist, als 1 Uhr Nachmittags.

1834	August	15	6′ 8″0	1835	November	8	3′ 42″2
	December	24	3 43.0		December	8	18 35.6
	December	25	0 38.2	1836	Januar	20	0 46.3
	December	26	2 20.3		Julius	20	5 8.8
1835	Januar	30	0 23.8		November	9	11 9.5
	Februar	7	0 32.5	1837	Februar	13	4 1.0
	October	4	0 43.1		März	14	1 22.6

Dass von diesen vierzehn Ausnahmen zwölf auf die Wintermonate und nur zwei auf die Sommermonate fallen, ist ganz in der Ordnung, da die geringe re-

gelmässige Sonnenwirkung in den erstern leichter durch eine anomalische Bewegung überragt werden kann, als die viel grössere in den letztern.

Um zu versuchen, in wie fern sich aus den vorliegenden Beobachtungen die Säcularänderung schon erkennen lasse, sind die monatlichen Mittel des ersten Jahrs mit den entsprechenden des zweiten, und eben so die des zweiten mit denen des dritten verglichen. Unter den 48 auf diese Art hervorgehenden Vergleichungen (denn der unvollständige März 1834 ist von dieser wie von den übrigen Combinationen ausgeschlossen) geben 47 eine Abnahme, und nur eine eine Zunahme, welche deshalb in folgender Übersicht mit dem Minuszeichen bezeichnet ist.

Jährliche Abnahme der Declination.

	Erstes Jahr		Zweites Jahr		
	8 Uhr Vorm.	1 Uhr Nachm.	8 Uhr Vorm.	1 Uhr Nachm.	Mittel
April	3′ 9″2	0′ 32″2	6′ 24″8	2′ 49″0	3′ 13″8
Mai	4 14.8	1 58.3	4 12.6	0 39.9	2 46.4
Junius	4 44.3	3 18.2	5 21.3	1 48.9	3 48.1
Julius	3 49.5	3 36.2	7 13.8	2 16.8	4 14.1
August	4 35.7	2 14.2	8 30.0	5 11.8	5 7.9
September	3 37.2	2 4.7	7 6.6	3 28.0	4 4.1
October	3 55.4	1 41.9	5 49.0	2 32.5	3 29.6
November	1 23.1	—0 45.2	6 54.3	6 55.2	3 36.8
December	2 28.9	1 13.6	6 12.2	4 32.3	3 36.7
Januar	2 49.1	1 39.8	7 27.1	2 48.4	3 41.1
Februar	3 36.8	1 14.2	5 51.1	4 46.9	3 52.2
März	3 46.1	1 38.8	5 17.2	4 12.2	3 43.6
Mittel	3 30.8	1 42.2	6 21.7	3 20.2	3 46.2

Dass die Vergleichung der vormittägigen Mittel hier meistens eine stärkere Abnahme gibt als die Vergleichung der nachmittägigen, ist nichts weiter als eine andere Einkleidung des schon oben bemerkten, dass die täglichen Änderungen im ersten Jahre geringer als im zweiten, und im zweiten geringer als im dritten gefunden waren. Es wird daher jener Unterschied nicht als ein reeller, sondern nur wie ein zufälliger zu betrachten, und bei längerer Fortsetzung der Beobachtungen auch ein Unterschied im entgegengesetzten Sinn zu erwarten sein. In so fern man also keinen hinreichenden Grund hat, dem einen Resultate vor dem andern einen Vorzug zu geben, bleibt nichts übrig, als sich an das Mittel aus beiden zu halten. Dieses Mittel ist beim ersten Jahre 2′ 36″5, beim zweiten 4′ 55″9, und man könnte versucht sein, dies als einen Beweis anzusehen, dass die Abnahme der Declination sich beschleunigt. Dies würde jedoch nichts weiter sein als ein schlechter Grund für eine an sich richtige Sache. Es ist nemlich bekannt, dass die während des vorigen Jahrhunderts in ganz Europa zunehmende Declination im gegenwärtigen ihr Maximum erreicht hat und seitdem wieder zurückgeht. Der Natur der Sache nach muss dieser Übergang eine anfangs unmerkliche und nach und nach stärker werdende Abnahme erzeugen. Allein obgleich in Ermangelung früherer Beobachtungen das Jahr, wo für Göttingen dieser Übergang Statt gefunden hat, sich nicht bestimmt angeben lässt, so muss man doch nach den von andern Orten bekannt gewordenen Beobachtungen dieses Jahr für beträchtlich weiter zurückliegend ansehen, als aus jenen beiden Zahlen folgen würde, wenn man sie als reine Wirkungen der langsamen Bewegung, die wir Säcularbewegung nennen, betrachten wollte. Und eben so ist nach allen sonstigen Erfahrungen eine so starke Änderung wie 2′ 19″4 als regelmässige Zunahme für ein Jahr schlechterdings nicht zulässig. Wir halten daher auch diesen Unterschied grösstentheils für zufällig, so dass vor der Hand und bis weiter reichende Erfahrungen zu Gebote stehen werden, das Mittel 3′ 46″2 als einjährige Abnahme der Declination für 1834 — 1837 gelten muss.

Da der Unterschied der Declinationen für die Vormittags- und die Nachmittagsstunde einer so offenbar mit der Jahreszeit wechselnden Ungleichheit unterworfen ist, so entsteht die Frage, ob nur die eine allein oder vorzugsweise, oder ob beide zugleich an einem von der Jahrszeit abhängenden Wechsel Theil nehmen, und welche Gesetze dabei zum Grunde liegen. Zur Ausmittelung dieser Gesetze wird zwar eine längere Reihe von Jahren noch nothwendiger sein, als für den blossen Unterschied der Declinationen: inzwischen wird man doch gern sehen, was die bisherigen Beobachtungen, so weit sie reichen, aussagen.

Es sind in dieser Absicht zuvörderst die Mittelwerthe aus je zwölf Monaten für die drei Beobachtungsjahre berechnet. Diese sind:

	8 Uhr Vorm.	1 Uhr Nachm.
1834 — 1835	18° 37′ 12″5	18° 45′ 27″0
1835 — 1836	33 42.0	43 44.8
1836 — 1837	27 20.3	40 14.6

Diese Mittelwerthe sind als gültig für den mittleren Tag jedes Rechnungsjahrs zu betrachten, also die ersten für den 1. October 1834 u. s. f.

Die Vergleichung der einzelnen Monate jedes Jahres mit dem zugehörigen Mittelwerthe gibt folgende Unterschiede:

Declination 8 *Uhr Vormittags.*

	Erstes Jahr	Zweites Jahr	Drittes Jahr	Mittel
April	— 1′ 5″9	— 0′ 44″3	— 0′ 47″4	— 0′ 52″5
Mai	— 0 44.6	— 1 28.6	+ 0 40.5	— 0 30.9
Junius	+ 0 27.9	— 0 45.6	+ 0 14.8	— 0 1.0
Julius	+ 0 44.7	+ 0 26.0	— 0 26.1	+ 0 14.9
August	+ 1 35.3	+ 0 30.4	— 1 37.9	+ 0 9.3
September	— 0 14.4	— 0 20.8	— 1 5.7	— 0 33.6
October	+ 0 5.6	— 0 19.0	+ 0 13.7	— 0 0.1
November	+ 0 25.6	+ 2 33.3	+ 2 0.7	+ 1 39.9
December	+ 0 42.0	+ 1 43.9	+ 1 53.4	+ 1 26.4
Januar	+ 0 38.7	+ 1 20.4	+ 0 15.0	+ 0 44.7
Februar	— 0 9.3	— 0 15.3	+ 0 15.3	— 0 3.1
März	— 2 25.3	— 2 40.6	— 1 36.1	— 2 14.0

Declination 1 *Uhr Nachmittags.*

	Erstes Jahr	Zweites Jahr	Drittes Jahr	Mittel
April	+ 1′ 36″8	+ 2′ 46″8	+ 3′ 28″0	+ 2′ 37″2
Mai	+ 1 48.4	+ 1 32.3	+ 4 22.6	+ 2 34.4
Junius	+ 2 32.5	+ 0 56.5	+ 2 37.8	+ 2 2.3
Julius	+ 2 52.0	+ 0 58.0	+ 2 11.4	+ 2 0.5
August	+ 3 44.0	+ 3 12.0	+ 1 30.4	+ 2 48.8
September	+ 1 5.3	+ 0 42.8	+ 0 45.0	+ 0 51.0
October	— 0 39.8	— 0 39.5	+ 0 18.2	— 0 20.4
November	— 2 22.7	+ 0 4.7	— 3 20.3	— 1 52.8
December	— 3 54.3	— 3 25.7	— 4 27.8	— 3 55.9
Januar	— 3 12.6	— 3 10.2	— 2 28.4	— 2 57.1
Februar	— 2 57.6	— 2 29.6	— 3 46.3	— 3 4.5
März	— 0 31.8	— 0 28.4	— 1 10.4	— 0 43.5

Die Zahlen der letzten Columne sind als Mittel aus drei Jahren einigermaassen, wenn auch nur erst sehr unvollkommen, von dem Einflusse der unregelmässigen Anomalien befreit, allein offenbar noch mit der Säcularänderung behaftet. Um diese abzulösen, muss noch der Betrag derselben zwischen der

Mitte jedes Monats und dem 1. October für die ersten sechs Monate mit negativem, für die letzten sechs mit positivem Zeichen angebracht werden. Unter Zugrundlegung des oben bestimmten zwölfmonatlichen Werths 3′ 46″2 erhalten wir so folgende Resultate.

	8 Uhr Vorm.	1 Uhr Nachm.	Mittel
April	— 2′ 35″6	+ 0′ 54″2	— 0′ 50″7
Mai	— 1 55.3	+ 1 10.0	— 0 22.6
Junius	— 1 6 6	+ 0 56.7	— 0 4.9
Julius	— 0 32.0	+ 1 13.6	+ 0 20.8
August	— 0 18.8	+ 2 20.7	+ 1 0.9
September	— 0 43.0	+ 0 41.6	— 0 0.7
October	+ 0 9.3	— 0 11.0	— 0 0.8
November	+ 2 8.0	— 1 24.7	+ 0 21.6
December	+ 2 13.3	— 3 9.0	— 0 27.8
Januar	+ 1 50.3	— 1 51.5	— 0 0.6
Februar	+ 1 21.3	— 1 40.1	— 0 9.4
März	— 0 30.9	+ 0 59.6	+ 0 14.3

In diesen Resultaten zeigt sich schon so viele Regelmässigkeit, wie man von nur dreijährigen Beobachtungen erwarten konnte. Die erste Columne zeigt, wie viel die vormittägige Declination in den einzelnen Monaten von der mittlern vormittägigen Declination abweicht, und eben so gibt die zweite Columne den Unterschied der nachmittägigen Declination in jedem Monat von der mittlern nachmittägigen Declination, wobei man sich erinnern muss, dass die letztere selbst 10′ 23″8 grösser ist, als die mittlere vormittägige.

Merkwürdig scheint nun, dass in allen zwölf Monaten die vormittägige und nachmittägige Declination *auf entgegengesetzten Seiten* über ihre mittleren Werthe hinaus schwanken. In den fünf Wintermonaten vom October bis Februar ist die vormittägige grösser als ihr mittlerer Werth, die nachmittägige kleiner, und beide Umstände tragen also *zugleich* dazu bei, in dieser Jahreszeit die ganze Differenz unter ihren mittlern Werth zu bringen: in den übrigen sieben Monaten findet gerade das Entgegengesetzte Statt. Überdiess sind diese entgegengesetzten Schwankungen durchschnittlich nahe von gleicher Grösse, wovon die Folge ist, dass sie sich in ihrem Mittelwerth, welchen die letzte Columne darstellt, fast aufheben. Mit andern Worten ist dies auch so auszusprechen: das Mittel zwischen der magnetischen Declination Vormittags 8 Uhr und Nachmittags 1 Uhr

enthält neben den unregelmässigen Anomalien und der Säcularabnahme keine erheblichen von der Jahreszeit abhängigen Schwankungen, wenigstens tritt gar kein Unterschied der Sommermonate gegen die Wintermonate mit Sicherheit hervor.

Der mittlere Werth selbst, aus sämmtlichen dreijährigen Beobachtungen abgeleitet, würde für den 1. October 1835

$$= 18^{\circ}\ 37'\ 56''9$$

anzusetzen sein. Übrigens versteht sich von selbst, dass hier nur der Mittelwerth aus den bei unserm Beobachten gewählten Stunden gemeint ist, von welchem der Mittelwerth aus *allen* Stunden des Tages wohl etwas verschieden sein könnte, wenn gleich wahrscheinlich nur wenig. Allein alle bisherigen Untersuchungen zeigen zur Genüge, dass ohne sehr langwierige Arbeiten darüber mit Sicherheit nichts wird festgesetzt werden können.

Bisher ist nur von den monatlichen Mittelzahlen die Rede gewesen. Der vollständige Abdruck der einzelnen Beobachtungen wurde für jetzt für überflüssig gehalten, da dieselben, so lange sie nur von Einem Orte vorliegen, nur in so fern ein Interesse haben könnten, als das unregelmässige Hinundherspringen sich daran erkennen lässt. Dieser Zweck lässt sich jedoch besser, als durch den blossen Anblick der Zahlen, vermittelst einer methodischen Combination derselben erreichen, wodurch die Grösse des Schwankens auf ein bestimmtes Maass zurückgeführt, und der allgemeine Charakter verschiedener Zeiträume, in Beziehung auf stärkeres oder geringeres Schwanken während derselben, genau vergleichbar wird. Ich verstehe hier Kürze halber unter dem Schwanken der magnetischen Declination die Differenz von der des vorhergehenden Tages zu derselben Stunde, und (nach der Analogie der sogenannten mittlern Beobachtungsfehler) unter mittlerm Schwanken während eines beliebigen Zeitraumes die Quadratwurzel aus dem Mittel der Quadrate der einzelnen Schwankungen. Man hat dabei zu bemerken, dass wenn mehrere gleiche oder als gleich betrachtete Zeiträume nachher zu einem einzigen vereinigt werden sollen, man zur Bestimmung des Generalmittels nicht das arithmetische Mittel aus den partiellen mittlern Schwankungen nehmen darf, sondern erst von letztern auf ihre Quadrate zurückkommen, aus diesen das arithmetische Mittel suchen muss, und sich an dessen Quadratwurzel zu halten hat. Die Resultate der auf diese Art über die dreijährigen

Beobachtungen geführten Rechnung enthält folgende Tafel in Secunden ausgedrückt:

Mittleres Schwanken der magnetischen Declination während der drei Jahre 1834 — 1837.

	8 Uhr Vormittag				1 Uhr Nachmittag			
	I	II	III	Mittel	I	II	III	Mittel
April	74	126	205	147	129	101	264	180
Mai	192	124	277	207	158	183	210	185
Junius	172	171	199	181	95	151	217	162
Julius	213	243	287	250	119	184	252	193
August	264	253	269	262	175	165	307	225
September	162	325	207	241	172	143	161	159
October	116	296	216	222	182	202	242	210
November	79	205	308	218	170	173	126	158
December	132	324	71	206	184	206	154	182
Januar	146	274	138	196	174	212	154	181
Februar	116	146	164	143	178	183	129	165
März	100	109	366	228	127	153	246	183
Mittel	157	229	238	211	156	174	213	183

Von den einzelnen Beobachtungen mögen hier noch die *grössten* Schwankungen angeführt werden, die im Laufe der drei Jahre bei den vormittägigen und nachmittägigen Declinationen vorgekommen sind. Jene war am 8. October 1835 um 20′ 1″ grösser als am 7. October, und die nachmittägige Declination am 24. April 1836 um 13′ 0″ grösser als am vorhergehenden Tage. Dagegen ist auch völlige Gleichheit der vormittägigen oder der nachmittägigen Declination an zweien auf einander folgenden Tagen öfters vorgekommen. In den monatlichen Mittelschwankungen rücken natürlich diese Extreme viel näher zusammen; gleichwohl bleibt die grosse Ungleichheit der einzelnen Monate in dieser Beziehung sehr bemerkenswerth, da nach obiger Übersicht das mittlere Schwanken bei der Vormittagsdeclination im März 1837 die Grösse von 6′ 6″ hatte, im December 1836 hingegen nur 1′ 11″ betrug.

Ob im Allgemeinen zu einer Tageszeit grössere Schwankungen vorherrschen als zu einer andern, ist aus den Resultaten für unsere beiden Stunden mit Sicherheit noch nicht zu entscheiden. Im Mittelwerth stehen im ersten Jahre beide

nahe gleich, in den beiden andern überwiegen die Vormittagsschwankungen, aber der Unterschied der Endresultate aus allen drei Jahren 3′ 31″ und 3′ 3″ ist zu klein, als dass man ihn durch so wenige Jahre für festgestellt halten dürfte, wiewohl in den Mittelzahlen für die einzelnen Monate in der vierten und achten Columne zehn Monate eine Differenz in demselben Sinn gegeben haben.

Wirft man Vormittags- und Nachmittagsbeobachtungen zusammen, so erhält man folgende mittlere Schwankungen:

	Jahr I	Jahr II	Jahr III	Mittel
April	108	114	237	164
Mai	176	156	245	196
Junius	139	161	208	172
Julius	173	215	270	223
August	224	214	289	244
September	167	251	185	204
October	152	254	229	216
November	133	190	235	191
December	160	271	120	195
Januar	160	245	146	189
Februar	150	166	148	155
März	114	133	312	206

Mittelwerthe.

	Jahr I	Jahr II	Jahr III	Mittel
Julius — December	170	234	228	213
Übrige Monate	143	167	223	181
Ganzes Jahr	158	204	226	198

Nach den Zahlen der vierten Columne herrschen in den Monaten Julius — December etwas grössere Schwankungen vor, als in den sechs übrigen, aber die Mittelwerthe 3′ 33″ und 3′ 1″ sind doch wohl zu wenig verschieden, um daraus mit Sicherheit schliessen zu können, dass jene Jahreszeit grössere Schwankungen mehr begünstigt, zumal da der Unterschied nur hauptsächlich in dem einen Jahre 1835 — 1836 auf diese Art stark hervorgetreten ist.

Sehr kenntlich ist hingegen die Ungleichheit der Veränderlichkeit in den einzelnen drei Jahren gegen einander gehalten; der Mittelwerth für das dritte Jahr ist fast um die Hälfte grösser, als der Mittelwerth für das erste. Das Generalmittel aus sämmtlichen bisherigen Beobachtungen 3′ 18″ könnte daher nach längerer Fortsetzung wohl noch erhebliche Abänderung erhalten.

Dies sind die Resultate, die sich aus den bisherigen täglichen Aufzeichnungen der magnetischen Declination ziehen lassen. Es ist sehr zu wünschen, dass ähnliche Arbeiten an mehrern Orten ausgeführt werden, und an einigen ist seit kurzem schon der Anfang damit gemacht. Wenn, wie in Mailand geschieht, die Beobachtungen nicht nach der Ortszeit, sondern genau gleichzeitig mit den hiesigen angestellt werden, so bietet die Vergleichung der einzelnen Tage noch zu andern Combinationen Gelegenheit dar, welche, wenn sie erst eine etwas beträchtliche Zeit umfassen können, von grossem Interesse sein werden. Die Beobachter, welche es auf eine ähnliche Weise halten, d. i. ihre Aufzeichnungen zu solchen Zeiten machen, welche mit den hiesigen übereinstimmen, werden daher ersucht, die Resultate aller Tage einzeln mitzutheilen, wobei es jedoch zureicht, sie nur nach Scalentheilen anzugeben, so dass die Verwandlung in Bogentheile erspart werden kann, wenn nur zugleich die nöthigen Reductionselemente bemerkt werden.

Erläuterungen zu den Terminszeichnungen und den Beobachtungszahlen.

[*Im Auszuge.*]

Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. 1836. V.

Es werden hier — — — — — die graphischen Darstellungen der Variationsbeobachtungen von sechs Terminen gegeben, zusammen sechsundvierzig Curven aus vierzehn verschiedenen Beobachtungsörtern: Berlin, Breda, Breslau, Catania, Freiberg, Göttingen, Haag, Leipzig, Mailand, Marburg, Messina, München, Palermo und Upsala.

— — — — — — — — — — — — — — —

Am 28. November 1835 und während der folgenden Nacht wurden die Beobachtungen in Palermo durch einen überaus heftigen Siroccowind sehr gestört, so dass sie einmal sogar auf anderthalb Stunden unterbrochen werden mussten: zu vielen Sätzen konnten nur einzelne unzuverlässige Bestimmungen erhalten werden. Es ist daher zu vermuthen, dass viele der sich ergebenden Schwankungen keine reell magnetische Bewegungen gewesen sind. Wir haben indessen doch diese Curve nicht ausschliessen wollen, da der letzte Theil, vom Vormittage des 29. November, wo der Sturm sich ziemlich gelegt hatte, eine ganz befriedigende Harmonie mit den nordlichen Beobachtungsorten zeigt.

Es mag bei dieser Gelegenheit hier noch bemerkt werden, dass nach allen sonstigen Erfahrungen die heftigsten Sturmwinde ohne alle Wirkung auf die Magnetnadel sind, wenn nur durch Dichtigkeit des Locals und Kastens ihr unmittelbarer mechanischer Einfluss hinlänglich abgewehrt ist. Sehr oft ist im Göttinger magnetischen Observatorium während des heftigsten Sturmes von aussen ein äusserst ruhiges Verhalten der Nadel oder ein sehr gleichförmiges Fortschreiten der Variation beobachtet. Wer jedoch nach solchen Erfahrungen gerade umgekehrt vermuthen wollte, dass Stürme in der Atmosphäre den magnetischen Potenzen lähmend entgegenwirkten, würde durch den Hergang des Januartermins 1836 widerlegt werden. Während dieses Termins herrschte in Göttingen und an mehrern andern Beobachtungsorten ein sehr heftiger Sturm, und mehrere auswärtige Beobachter äusserten bei der Einsendung der Resultate die Besorgniss, dass diesmal jenes Umstandes wegen wohl eine geringe Übereinstimmung in den ungemein starken Bewegungen Statt finden werde: gleichwohl war in diesem Termine, wie die Darstellung — — — — zeigt, die Harmonie der Curven von den verschiedenen Beobachtungsorten so vollkommen, dass man sie bewundernswürdig nennen müsste, wenn sie nicht nach so vielen Erfahrungen etwas Gewohntes geworden wäre. Eben so wenig wie Stürme haben Gewitter, selbst wenn sie nahe waren, nach mehrern hier und an andern Orten vorgekommenen Erfahrungen, einen erkennbaren Einfluss auf die Magnetnadel gezeigt*).

Ein im August 1836 eingelaufenes Schreiben des Hrn. von Humboldt enthielt die Nachricht, dass vom 10 — 18. August zu Reikiavik auf Island die magnetische Variation durch einen geübten französischen Astronomen Hrn. Lottin mit einem Gambeyschen Apparat ununterbrochen von Viertelstunde zu Viertelstunde beobachtet werden würde, und den Wunsch, dass an einem oder einigen jener Tage correspondirende Beobachtungen mit Magnetometern gemacht werden

*) Natürlich ist hier nicht die Rede von dem Falle, wo die atmosphärische Electricität vermittelst eines Zuleitungsdrahts durch einen die Nadel umgebenden Multiplicator zur Erde geführt wird.

möchten. Es wurde dem zu Folge ein ausserordentlicher Termin auf den 17—18. August veranstaltet, und so viel die Kürze der Zeit verstattete, auswärtige Mitglieder unsers Vereins zur Theilnahme eingeladen. Dieser ausserordentliche Termin ist in Upsala, Haag, Göttingen, Berlin, Leipzig und München ganz auf die in den ordentlichen Terminen eingeführte Art abgehalten, und wenn die — — — — — graphisch dargestellten Beobachtungen recht interessante Bewegungen zeigen, so müssen wir nur bedauern, dass der — — — — für die französischen Isländer Beobachtungen offen gehaltene Platz hat leer bleiben müssen, da wir über den Erfolg dieser französischen Beobachtungen Nichts haben in Erfahrung bringen können.

Der Septembertermin bietet eine Erfahrung dar, die hier etwas ausführlich erwähnt werden mag, da sie das oben [S. 552 d. B.] bemerkte auf eine lehrreiche Weise bestätigt. Im Protocoll der Marburger Beobachtungen, die dasmal in Abwesenheit des Hrn. Prof. Gerling ohne dessen persönliche Theilnahme ausgeführt waren, fanden sich für $12^h\,5'$ nur ganz unordentlich laufende Zahlen aufgeführt, die gar kein Resultat geben; für $12^h\,10'$ erscheint auf einmal eine um 30,54 Scalentheile grössere Zahl, als für $12^h\,0'$. — — — — — — — — — — — — Diese Erscheinung erregte die Vermuthung, dass um die Zeit $12^h\,5'$ eine Spinne die freie Bewegung der Nadel durch Anknüpfung eines Fadens gehemmt habe, und diese Vermuthung erhielt noch eine verstärkte Wahrscheinlichkeit durch den Umstand, dass von $12^h\,10'$ bis zu Ende die Bewegungen der Nadel zwar denen, welche die Beobachtungen von andern Orten ergaben, ganz ähnlich, aber verhältnissmässig viel kleiner hervortraten, als man nach den Erfahrungen aus andern Terminen hätte erwarten müssen. Hr. Prof. Gerling wurde deshalb gebeten, nach seiner Zurückkunft nach Marburg eine genaue Besichtigung des Apparats vorzunehmen, wovon das Resultat aus einem Schreiben des Hrn. Prof. Gerling vom 12. November hier noch beigefügt werden mag.

Die Untersuchung wurde am 5. November vorgenommen, bis wohin seit dem Septembertermine Niemand wieder in das Beobachtungszimmer gekommen war. Zuerst wurde der Stand der Nadel bestimmt und gefunden

$3^h\,33'$	445,63 Scalentheile
35	445,73
37	445,71

Hierauf wurde die Nadel mit Hülfe des sogen. Beruhigungsstabes in mässige Schwingungen versetzt, und daraus eine Schwingungsdauer von 17 Secunden gefunden, neun Secunden geringer als die sonst bekannte Schwingungsdauer. Als darauf der Deckel des Kastens vorsichtig abgehoben wurde, bemerkte man an dessen unterer Fläche eine sehr kleine lebendige Spinne; auch glaubte man einen daran hängenden, wiewohl kaum bemerkbaren Faden zu gewahren; man fand ferner im Kasten eine Anzahl kleiner schwarzer punktartiger Körper, die sich unter dem Mikroskop als Mückencadaver erwiesen, imgleichen zuletzt in einer Ecke des Kastens ein förmliches unversehrtes Gewebe, von solcher Feinheit, dass es ohne den Wiederschein der Lichter schwerlich erkennbar gewesen wäre. Nach allen Umständen konnte man nur annehmen, dass die Spinne schon seit längerer Zeit ihren Aufenthalt im Kasten gehabt habe.

Nachdem dann noch der Magnetstab auf allen Seiten mit dem Finger umfahren war, ergaben neue Beobachtungen der Schwingungsdauer genau wieder den alten Werth von 26 Secunden. Auch fand sich der Stand wieder bedeutend kleiner als vorher, nemlich

$4^h\,43'$	431,15 Scalentheile
45	431,46
47	431,12

Indessen können natürlich diese Standbeobachtungen zu einer genauen Bestimmung, um wieviel die Stellung durch das jetzt weggeschaffte Hinderniss verfälscht gewesen war, nicht dienen, da die etwaige Veränderung der Declination während der mehr als eine Stunde betragenden Zwischenzeit unbekannt blieb.

Bei dieser Gelegenheit mag hier noch ein zweiter Vorfall ähnlicher Art erwähnt werden. Die Schwingungsdauer des Magnetstabes in Breslau, welche im März 1836 beinahe 32 Secunden betrug, hatte von da bis zum November ganz allmählich sich vergrössert, und während dieser Zeit zusammen um etwa 0"4 zugenommen. Dies ist ganz in der Ordnung, da alle Magnetstäbe (wenn gleich, nach Maassgabe der ungleichen Härtung des Stahls und anderer Umstände, in sehr ungleichen Verhältnissen) im Laufe der Zeit etwas von ihrer Kraft verlieren. Allein vom November 1836 bis Januar 1837 *) hatte im Gegentheil wieder eine

*) Vermuthlich waren in der *Zwischenzeit* keine Bestimmungen der Schwingungsdauer gemacht.

Abnahme der Schwingungsdauer von 1″27 Statt gefunden, und Hr. Prof. von Boguslawski, welcher mir diesen auffallenden Umstand in einem Schreiben vom 5. März anzeigte, schien geneigt, dies zum Theil auf eine vergrösserte Intensität des Erdmagnetismus zu schieben. Mir jedoch schien nicht zweifelhaft, dass der Grund dieses Phänomens in der nächsten Umgebung des Magnetstabs gesucht werden müsse, wahrscheinlich in nicht ganz freier Beweglichkeit desselben, obwohl von einem Spinnefaden in Gemässheit der Marburger Erfahrungen eher eine bedeutend stärkere Wirkung zu erwarten gewesen sei. Diese Vermuthung fand auch Hr. von Boguslawski bestätigt. Unter dem 21. März erwiederte er: 'Die Ursache der Änderung der Schwingungsdauer haben Sie richtig errathen. Der Kasten war durch Zufall etwas seitwärts geschoben, so dass der Rand des kleinen Loches, durch welches der Faden von oben eintritt, dem letztern nahe gekommen war, jedoch keineswegs bis zur Berührung. Dennoch müssen einige feine Fasern bis zum Rande gereicht haben; denn seitdem der Faden wieder durch die Mitte des Loches geht, ist auch die Schwingungsdauer wieder nahe dieselbe wie früher.'

Über die Bewegungen selbst, die hier aus sechs Terminen dargestellt werden, mögen einige Bemerkungen hier noch Platz finden.

In den drei Sommerterminen — — — — — — — sieht man durch alle grossen Anomalien doch auch die tägliche regelmässige Bewegung durchscheinen, in so fern die Curven in den Nachmittagsstunden aufsteigen, und in den folgenden Vormittagsstunden niedersteigen; in den drei Winterterminen hingegen — — — — — — — ist davon kaum noch etwas zu erkennen. Dass das Regelmässige von dem Unregelmässigen überragt wird, oder ganz darin untergeht, ist in der That nach allen unsern Erfahrungen ein sehr gewöhnlicher Hergang: es sind jedoch in den Jahren 1834 und 1835 auch einige Termine vorgekommen, wo der regelmässige Gang durch gar keine grössere Anomalieen verdunkelt wurde, während kleine nie fehlten.

Was aber die anomalen Bewegungen so merkwürdig macht, ist die ausserordentlich grosse, gewöhnlich bis auf die kleinsten Nuancen sich erstreckende Übereinstimmung an verschiedenen Orten, ja meistens an sämmtlichen Orten, nur in ungleichen Grössenverhältnissen. Es würde ganz unnöthig sein, diese Harmonie im Einzelnen nachzuweisen: der Anblick unserer sechs Termindarstellungen spricht hier schon hinlänglich für sich selbst.

Für jetzt kann es noch gar nicht unser Beruf sein, diese räthselhafte Hieroglyphenschrift der Natur zu entziffern: wir müssen vorerst unser Bestreben nur sein lassen, Abschriften von dem, was sich darbietet, zu sammeln, und denselben immer mehr Zuverlässigkeit, Treue und Mannigfaltigkeit zu verschaffen: reichem Stoff wird, wie wir zuversichtlich hoffen dürfen, dereinst auch die Entzifferung nicht fehlen. Inzwischen wird es verstattet sein, einige Bemerkungen beizufügen, die zu einer richtigern Beurtheilung beitragen können.

Zuvörderst darf nicht vergessen werden, dass alle solche Anomalieen vergleichungsweise nur geringe Abänderungen oder Zusätze zu der grossen erdmagnetischen Kraft sind (oder genau zu reden, zu dem horizontalen Theile derselben); dass wir zwischen jenen und dieser wohl unterscheiden müssen, und dass, wie die Sache bis jetzt steht, Nichts uns nöthigt, beide gleichen oder gleichartigen Ursachen zuzuschreiben. Immerhin mag man es für wahrscheinlich halten — was wir ganz auf sich beruhen lassen — dass jene Anomalieen Wirkungen von electrischen Strömungen oder Ausgleichungen, vielleicht weit ausserhalb der Atmosphäre, sein können: man braucht deshalb doch die ältere Vorstellung noch nicht fahren zu lassen, dass die Hauptkraft in dem festen Theile des Erdkörpers selbst ihren Sitz habe, oder vielmehr die Gesammtwirkung aller magnetisirten Theile des Erdkörpers sei. Wäre, nach der Meinung einiger Naturforscher, das Innere der Erde noch in flüssigem Zustande, so böte die immer fortschreitende Erhärtung und die daraus folgende Verdickung der festen Erdrinde die natürlichste Erklärung der Säcularänderungen der magnetischen Kraft dar.

Wir verlassen jedoch lieber den lockern Boden der Hypothesen, und kehren zu den Thatsachen zurück. Bei weiten die meisten Anomalieen finden wir kleiner an den südlichern Beobachtungsorten, grösser an den nordlichern. So beträgt z. B. das merkwürdige Aufsteigen am 30. Januar 1836 zwischen $9^h 25'$ und $9^h 40'$, auf Bogentheile reducirt, in Catania 6, in Mailand 12, in München $13\frac{1}{2}$, in Leipzig 16, in Marburg 20, in Göttingen 26, im Haag 29 Minuten. Von dieser Ungleichheit ist nun zwar etwas abzurechnen wegen des Umstandes, dass an den nordlichern Punkten, wo der horizontale Theil der erdmagnetischen Kraft selbst eine geringere Intensität hat, als an den südlichern, gleiche störende Kräfte eine stärkere Wirkung hervorbringen müssen als an den letztern: allein der Unterschied der Intensitäten vom Haag bis Catania ist im Vergleich mit den beobachteten Ungleichheiten nur gering, und es steht also fest, dass die Energie der damaligen störenden Kraft desto schwächer war, je weiter nach Süden wir ihre Wirkung verfolgen. Bei aller Unwissenheit, in der wir uns in Beziehung auf das Wesen solcher störenden Kräfte befinden, können wir doch nicht zweifelhaft sein, dass die Quelle einer jeden irgendwo im Raume ihren bestimmten Sitz haben müsse, und so wie wir den Sitz von derjenigen, welche die erwähnten Erscheinungen hervorbrachte, nothwendig nordlich oder nordwestlich von den Beobachtungsorten annehmen müssen (ohne nach so wenigen Datis eine nähere Bestimmung zu wagen), so scheinen überhaupt die nördlichsten Gegenden der Hauptheerd zu sein, von wo die meisten und grössten Wirkungen ausgehen; so weit man nemlich auf Erfahrungen aus einem gegen die ganze Erdfläche doch nur kleinen Umkreise schon derartige Folgerungen stützen darf.

Betrachtet man den bis jetzt vorliegenden Stoff genauer, so finden sich doch bei den verschiedenen Bewegungen, die nach einander vorkommen, rücksichtlich ihrer Grössenverhältnisse an verschiedenen Orten, auch wenn sonst die Ähnlichkeit ganz unverkennbar ist, bedeutende Verschiedenheiten: so ist z. B. oft von zwei kurz nach einander folgenden Hervorragungen an einem Orte die erste die grössere, an einem andern Orte umgekehrt. Wir werden daher genöthigt, anzunehmen, dass an demselben Tage und in derselben Stunde viele Kräfte zugleich thätig sind, die vielleicht ganz von einander unabhängig sein, sehr verschiedene Sitze haben, und deren Wirkungen an verschiedenen Beobachtungsörtern nach Maassgabe der Lage und Entfernung in sehr ungleichen Verhältnissen sich vermengen, oder, indem die eine zu wirken anfängt, bevor die andere aufgehört hat, in einander eingreifen können. Die Lösung der Verwicklungen, welche dadurch in die Erscheinungen an jedem einzelnen Orte kommen, wird unstreitig sehr schwer sein: gleichwohl dürfen wir zuversichtlich hoffen, dass diese Schwierigkeiten nicht immer unüberwindlich bleiben werden, wenn die Theilnahme an den gleichzeitigen Beobachtungen eine noch viel ausgedehntere Verbreitung erhalten haben wird. Es wird der Triumph der Wissenschaft sein, wenn es dereinst gelingt, das bunte Gewirre der Erscheinungen zu ordnen, die *einzelnen* Kräfte, von denen sie das zusammengesetzte Resultat sind, auseinander zu legen, und einer jeden Sitz und Maass nachzuweisen.

Nicht ganz selten findet man auch bei einzelnen Orten eine kleine Aufwallung, wozu an den übrigen Orten sich kein Gegenstück erkennen lässt. Es würde aber zu gewagt sein, dergleichen sofort für eine blos locale magnetische Einwir-

kung zu erklären. Bei einer so grossen Menge von Zahlen kann in der That zuweilen einmal ein Irrthum vorgefallen sein. Öfters sind uns solche Fälle vorgekommen, wo das Nachsehen der Originalbeobachtungen, wenn dieselben in unsern Händen waren, einen Rechnungsfehler in der Reduction oder einen offenbaren Schreibfehler erkennen liess. Zuweilen hat in ähnlichen Fällen, wo wir aber nur den Auszug aus den Beobachtungen zu Händen hatten, die Anzeige eines solchen Verdachts bei dem Einsender einen gleichen Erfolg gehabt. Da jedoch unthunlich ist, alle dergleichen Fälle immer erst durch Briefwechsel zu discutiren, so werden diejenigen Theilnehmer, welche nicht die Originalbeobachtungen selbst einsenden, in Beziehung auf solche Stellen in den ihre Beobachtungen darstellenden Curven, wie z. B. bei Leipzig am 26. November 1836 für $6^h\,15'$ Göttinger Zeit, die Originalbeobachtungen selbst nachzusehen Anlass nehmen können: Berichtigungen, die auf solche Art hervorgehen, sollen dann nachträglich angezeigt werden. Völlige Gewissheit hat man jedoch in Beziehung auf solche Stellen, die nur auf Einem Beobachtungssatze beruhen, auch dann noch nicht, wenn die Originalpapiere keinen Fehler bestimmt nachweisen, da es auch einem nicht ganz ungeübten Beobachter wohl einmal begegnen kann, in demselben Satze wiederholt unrichtige Zehner der Scalentheile niederzuschreiben. Durch eine solche, freilich etwas gewagte Conjectur würde sich z. B. die oben bemerkte Zahl von 11.69 auf 6.69 bringen, also in die übrigen hereintretend machen lassen.

Für local im *engsten* Sinn würde man übrigens eine solche isolirte Aufwallung, auch wo die Thatsache keinem Zweifel mehr unterliegt, immer noch nicht halten dürfen. Wie die Quelle jeder Anomalie irgendwo ihren Sitz haben muss, so kann von dieser oder jener der Sitz auch einmal in der Nähe eines der Beobachtungsörter selbst sein: ist eine solche Kraft an sich nur schwach, so kann ihre Wirkung an dem nächsten Orte, eben wegen der Nähe, augenfällig sein, und verschwindend (d. i. uns nicht mehr erkennbar) an allen übrigen Orten, *wo beobachtet wird*, eben weil diese schon *zu* entfernt sind. Es scheint daher, bis jetzt wenigstens, gar kein Grund vorhanden zu sein, unter den Anomalieen andere als quantitative Verschiedenheiten anzunehmen. Zugleich aber knüpft sich hieran die Folgerung, dass es in manchen Fällen sehr nützlich sein kann, wenn zwei oder mehrere Beobachtungsörter in nur mässiger Entfernung von einander liegen. Es wäre z. B. recht erwünscht gewesen, wenn in Augsburg (wo jetzt regelmässig Theil an den Terminsbeobachtungen genommen wird) schon der Septembertermin

1836 beobachtet wäre; sehr wahrscheinlich hätte sich dann über die zwar an den meisten Orten durchscheinende, aber in München auffallend grössere Bewegung um $2^h\ 10'$ schon mit mehr Sicherheit urtheilen lassen, als jetzt möglich ist.

— — — — — — — — — — — — — — —

Erläuterungen zu den Terminszeichnungen und den Beobachtungszahlen.

[*Im Auszuge.*]

Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. 1837. VIII.

Es sind im Jahre 1837 sieben vierundzwanzigstündige Termine abgehalten, da zu den sechs gewöhnlichen noch ein ausserordentlicher am 31. August hinzugekommen ist. Die in den — — — Tafeln mitgetheilten Zahlen enthalten 80 Beobachtungsreihen für die Variationen der Declination aus 16 verschiedenen Beobachtungsorten, nemlich Altona, Augsburg, Berlin, Breda, Breslau, Copenhagen, Dublin, Freiberg, Göttingen, Leipzig, Mailand, Marburg, München, Petersburg, Stockholm und Upsala. Es sind uns ausserdem noch einige andere Beobachtungsreihen zugekommen, die wegen zu späten Empfangs nicht mit abgedruckt werden konnten.

— — — — — — — — — — — — — — —

Zur Ansetzung eines ausserordentlichen Termins am 31. August gab Veranlassung die Nachricht, dass Hr. Prof. Parrot an diesem Tage (so wie an einigen vorhergehenden) die Variation der magnetischen Declination auf dem Nordcap beobachten würde. Die Einladung zur Theilnahme wurde daher, so weit es die Kürze der Zeit verstattete, verbreitet. Es sind dadurch recht interessante Beobachtungsreihen eingebracht, aber die Beobachtungen vom Nordcap selbst sind bisher nicht zu unsrer Kenntniss gekommen. — — — — — — —

Für den Novembertermin war die sonst befolgte Bestimmung dahin abgeändert, dass er auf den 13. verlegt wurde. Es geschah dies in Folge eines Gesprächs mit Hrn von Humboldt über die Möglichkeit, dass an den Monatstagen, die in mehrern frühern Jahren durch eine ausserordentliche Menge von Sternschnuppen ausgezeichnet gewesen waren, vielleicht auch ungewöhnliche magnetische Bewegungen eintreten könnten. Diese Erwartung hat sich jedoch in sofern nicht bestätigt, als die magnetischen Bewegungen während dieser vierundzwanzig Stunden, wenn gleich sehr beträchtlich, doch nicht grösser als in vielen frühern Terminen zu jeder andern Jahreszeit gewesen sind. Dagegen waren am vorhergehenden und am folgenden Abend an mehrern Orten sehr starke und schnell wechselnde Anomalien in der magnetischen Declination beobachtet, zwischen denen und den Sternschnuppenerscheinungen man aber nicht berechtigt ist, einen Zusammenhang anzunehmen, da jene nur die gewöhnlichen Begleiter von Nordlichtern sind, und sehr glänzende Nordlichter in diesen beiden Nächten wirklich Statt gefunden haben *).

— — — — — — — — — — — — — — —

In den Terminen vom Julius, August und November sind in Göttingen nun auch die Variationen der Intensität mit dem Bifilar-Magnetometer vollständig beobachtet. In die Tafeln sind aber nicht die unmittelbar beobachteten Scalentheile selbst aufgenommen, sondern ihre Differenzen von dem grössten in jedem Termine vorgekommenen Werthe. Da in den beiden ersten Terminen diejenige transversale Lage Statt hatte, für welche wachsenden Scalentheilen abnehmende Intensitäten entsprechen, so zeigen hier die Zahlen an, um wie viel die jedesmalige Intensität grösser war, als die kleinste des Termins, und zwar in solchen Einheiten gemessen, wovon für den Juliustermin 22000 auf die kleinste selbst kommen. Da es für jetzt, so lange dergleichen Beobachtungen nur an Einem Orte gemacht werden, auf die schärfste Angabe des *absoluten* Werthes der Scalentheile eben nicht ankommt, so waren zu dem Ende für den Augusttermin keine neuen Bestimmungen gemacht. Vor dem Novembertermine war dies aber geschehen: die geänderte absolute Zahl steht im Zusammenhange mit dem Verluste, welchen der Magnetismus des Stabes in den vier Monaten erlitten hatte. Nur muss bemerkt werden, dass im Novembertermin die Zahlen die Bedeutung haben,

*) Es sind uns die magnetischen Beobachtungen vom 12. November aus Upsala, Leipzig, Breslau und Mailand, und vom 14. November aus Upsala, Dublin, Berlin, Breslau und Mailand mitgetheilt. Ähnlichkeit der Bewegungen ist hier an einigen Stellen unverkennbar, an andern nur schwach durchscheinend. Aber es wiederholt sich hier die auch schon bei anderer Gelegenheit gemachte Bemerkung, dass unter solchen Umständen die Bewegungen viel zu schnell wechseln, als dass Beobachtungen von fünf zu fünf Minuten, oder gar in noch weitern Zwischenzeiten, ein treues Bild davon geben könnten.

um wie viel die jedesmalige Intensität kleiner ist, als die grösste, diese selbst = 18290 angenommen. Da nemlich in diesem Termine der Stab die entgegengesetzte transversale Lage hatte, für welche Intensität und Scalentheile zugleich wachsen, so hätten, behuf gleichförmiger Bedeutung der Zahlen, die einzelnen unmittelbar beobachteten Scalentheile nicht mit dem Maximum, sondern mit dem Minimum verglichen werden müssen, was durch Versehen nicht beachtet ist.

Auf den Tafeln — — — — sind die beobachteten Intensitätsänderungen graphisch dargestellt. Einmal in Einer Curve, unter welcher die Curve für die gleichzeitigen Declinationsänderungen in Göttingen wiederholt ist, wodurch die oben [S. 365 d. B.] gemachte Bemerkung augenfällig wird, dass nemlich um die Zeit starker Störungen der Declination meistens auch starke Anomalien der Intensität eintreten. Zweitens ist auch der Gang der Veränderungen beider Elemente in Eine Curve zusammengefasst, wodurch man ein anschauliches Bild der Veränderungen des horizontalen Theils der erdmagnetischen Kraft während jedes Termins erhält. Nur haben, um Verwirrung wegen der vielfachen Durchkreuzungen zu vermeiden, die Bewegungen im Julius- und Augusttermin in zwei Stücken, die im Novembertermin in drei Stücken gezeichnet werden müssen, wobei ausserdem zu grösserer Erleichterung der Übersicht jedes Stück zur einen Hälfte in ausgezogenen Linien, zur andern Hälfte punktirt dargestellt ist. Nach dem, was bereits oben [S. 366 d. B.] bemerkt ist, werden diese Darstellungen einer weitern Erläuterung nicht bedürfen.

Über die Ausbeute selbst können hier nur noch einige Bemerkungen Platz finden. Die ausserordentlich grosse Ähnlichkeit der gleichzeitigen Declinationsbewegungen, an verschiedenen Orten, meistens bis zu den kleinsten Schattirungen herab, bestätigt sich hier wieder eben so schön, wie bei den Beobachtungen des vorhergehenden Jahres. Allein, es werden doch auch hin und wieder schon erhebliche Unterschiede kenntlich, besonders in denjenigen Terminen, wo die Beobachtungen sich über einen noch weitern Umfang erstrecken, obwohl diese Ausdehnung noch immer zu klein, und die Anzahl weit von einander entlegener Örter zu gering erscheint, als dass man schon Schlüsse über die Sitze der Ursachen der einzelnen Bewegungen darauf gründen dürfte. Immerhin würde zwar die nähere Betrachtung mancher einzelnen Bewegungen, zumal von denjenigen Terminen, wo in Göttingen zugleich die Intensitätsänderungen beobachtet sind, zu allerlei Bemerkungen und selbst allgemeinen Betrachtungen Anlass geben können, worin wir jedoch unsern Lesern nicht vorgreifen, dagegen aber die Erinnerung beifügen wollen, dass man bei allen erscheinenden Unähnlichkeiten vor allen Dingen die äussern Umstände sorgfältig erwägen muss, ehe man sie zur Grundlage von gewagten Vermuthungen macht. Als ein Beispiel kann die kleine Erhöhung dienen, die man in den graphischen Darstellungen des Augusttermins — — — — für $18^{\mathrm{u}}\,5'$ bei den meisten Beobachtungsorten, am stärksten bei dem nordlichsten, Upsala, bemerkt. Dass dieselbe bei Dublin fehlt, oder nur eine schwache Spur davon sichtbar ist, ist allerdings merkwürdig, da kein Grund vorhanden ist, die Richtigkeit der Beobachtung selbst in Zweifel zu ziehen, und würde uns, zumal in Verbindung mit der vollständigen Erscheinung in Göttingen — — zu interessanten Betrachtungen Anlass geben, wenn es überhaupt angemessen wäre, hier schon in solche uns einzulassen: allein dass diese Erhöhung auch bei Copenhagen fehlt, ist schlechterdings ohne alle Bedeutung, weil in diesem Termin in Copenhagen nur von 10 zu 10 Minuten, also um $18^{\mathrm{u}}\,5'$ gar nicht beobachtet ist.

Über die labyrinthischen Formen, welche die magnetischen Beobachtungen, bei Vereinigung der Declinations- und Intensitätsbewegungen in Einer Curve — — — — — uns vorführen, enthalten wir uns jeder Bemerkung hier nur deswegen, weil gegründete Hoffnung vorhanden ist, dass bald ein viel reicherer Stoff zu Gebote stehen wird. Wer inzwischen sich schon selbst in Betrachtungen über jene versuchen möchte, braucht sich wenigstens durch keine Zweifel an der Realität der durch das Bifilar-Magnetometer angezeigten Intensitätsbewegungen davon abhalten zu lassen. In der That sind solche Zweifel ganz unstatthaft geworden, nachdem bereits im Märztermin des gegenwärtigen Jahres 1838 ausser Göttingen noch an *drei andern Orten* die gleichzeitigen Intensitätsbewegungen mit ähnlichen Bifilarapparaten beobachtet sind, und eine eben so bewundernswürdige Übereinstimmung gezeigt haben, wie wir seit vier Jahren an den Declinationsbewegungen zu finden gewohnt sind. Das Nähere darüber wird aber an die Bekanntmachung der Resultate der Beobachtungen von 1838 geknüpft bleiben müssen.

SCHUMACHER, Astronomische Nachrichten Nr. 417. 1841. Februar 9.

In einem öffentlichen Blatte fand ich unlängst die Nachricht, dass der Amerikanische Marine-Capitain WILKES

dem magnetischen Südpole

ziemlich nahe gekommen sei, und dass er in 67° 4′ südl. Breite und 147° 30′ Länge (ohne Zweifel östlich von Greenwich) die magnetische Abweichung 12° 35′ östlich, und die Neigung 87° 30′ gefunden habe. Nach einer flüchtig angestellten Rechnung würde ich nun hienach einstweilen den wirklichen Pol

in 70° 21′ südlicher Breite, 146° 17′ Länge

setzen. Dieser Platz liegt demjenigen, welchen meine Theorie [S. 163 d. B.] angegeben hat, viel näher, als ich selbst erwartet hatte. Der wirkliche Pol, wie ich dort vermuthet hatte, nordlicher, als der nach der Theorie berechnete; aber der Unterschied in der Breite erreicht nur den dritten Theil von dem, auf welchen ich nach Ansicht der Beobachtungen von Hobarttown gefasst war. Eben so liegt der wirkliche Pol westlicher, als der nach der Theorie berechnete, und hier ist der Unterschied fast genau so gross wie der a. a. O. von mir präsumirte. Übrigens ist unnöthig zu bemerken, dass in diesen hohen Breiten der Unterschied von sechs Längengraden nur eben so viel bedeutet, wie zwei Breitengrade.

ANZEIGEN

NICHT EIGNER

SCHRIFTEN.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1830 December 11.

Ueber die Daltonsche *Theorie, von* J. F. Benzenberg. *Düsseldorf*, 1830. *Bei J. E. Schaub.* (192 Seiten in 8., nebst drei Steindrucktafeln).

Die von Dalton aufgestellte Hypothese, dass die verschiedenen Gasarten, aus welchen die atmosphärische Luft besteht, gar nicht gegenseitig auf einander drücken, sondern eben so viele von einander gleichsam unabhängige Atmosphären ausmachen, hat bei wenigen Physikern bisher Beifall gefunden. Unter diesen zeichnet sich aber Herr Benzenberg durch den unermüdeten warmen Eifer, mit welchem er jene Hypothese seit beinahe zwanzig Jahren in Schutz nimmt, ganz besonders aus. Namentlich hat er in der Daubuissonschen trigonometrisch-barometrischen Messung der Höhe des Monte Gregorio einen wichtigen Grund *für* die Daltonsche Hypothese gefunden. Es ist klar, dass die barometrischen Höhenmessungen, wenn die Daltonsche Hypothese wahr ist, anders berechnet werden müssen, als nach der gewöhnlichen Theorie. Bei dem 5260 Fuss hohen Monte Gregorio fand Herr Benzenberg das Resultat der ersten Rechnung um 16 Fuss kleiner, als nach der andern, und sehr nahe eben so viel übertraf letztere das Resultat der trigonometrischen Messung, welche Differenz mithin nach Herrn Benzenbergs Rechnung durch die Annahme der Daltonschen Hypothese fast vollkommen gehoben werden würde. Herr Benzenberg hat diese Rechnungen zuerst in Gilbert's Annalen der Physik 1812 bekannt gemacht, und ist auch nachher an andern Orten zu wiederholten Malen damit aufgetreten. Auch über andere Abschnitte der Physik, welche mit der Daltonschen Vorstellungsart in Berührung kommen, wie die Akustik und Eudiometrie, hat Herr Benzenberg sich ausgelassen, nicht sowohl, um Gründe *für* jene Hypothese darin zu suchen, als vielmehr, um diejenigen Gründe, welche man daraus gegen dieselbe hernehmen kann und hergenommen hat, zu bekämpfen. In gegenwärtiger Schrift ist alles abermals vereinigt aufgestellt.

Die Anerkennung, welche diese Bemühungen bei den Physikern und Mathematikern gefunden haben, scheint, wenigstens was die ausländischen betrifft, nicht genügend gewesen zu sein. Herr Benzenberg erzählt in der Vorrede seines Buchs, dass er bei seinem Aufenthalt in Paris im Jahre 1815 Gilberts Annalen in der Bibliothek des Instituts gar nicht, und das Exemplar in der grossen Königlichen Bibliothek nicht aufgeschnitten gefunden habe. Mit Laplace habe er von seiner Theorie der Berechnung der Barometerhöhen in Daltons Hypothese gesprochen; allein dieser grosse Geometer sei damals schon alt gewesen.

Den deutschen Physikern kann doch der Vorwurf der Nichtbeachtung nicht mit Recht gemacht werden. Wir lesen in der neuen Ausgabe des physikalischen Wörterbuchs im Artikel Atmosphäre, dass 'Herr Benzenberg der bedeutendste, gründlichste und eifrigste Vertheidiger der Daltonschen Theorie ist, dass mit Anwendung derselben die Höhen genauer, als ohne sie, berechnet werden, und dass darin ein bedeutender Beweis für die Richtigkeit derselben liege.'

Allein *geprüft* scheint der Verfasser dieses Artikels die Benzenbergschen Rechnungen nicht zu haben: alle Zahlen sind nur ohne weiteres aus den Gilbertschen Annalen copirt. Dasselbe gilt von demjenigen, was über jene Rechnungen in dem Artikel Höhenmessung in dem erwähnten Wörterbuche gesagt ist. Vielleicht haben die Verfasser beider Artikel eine Prüfung deswegen für minder wesentlich gehalten, weil sie, den barometrischen Höhenmessungen überhaupt eine geringere Zuverlässigkeit beilegend, als Herr Benzenberg, die Beweiskraft von dessen Rechnungen doch nicht anerkannten, obwohl freilich der Verfasser des ersten Artikels dadurch das vorher angeführte zum Theil wieder aufhebt.

Es kann nicht die Absicht der gegenwärtigen Anzeige sein, unsere eigene Ansicht von der Zulässigkeit oder Unzulässigkeit der Daltonschen Hypothese selbst zu entwickeln, sondern wir beschränken uns auf dasjenige, was Herr Benzenberg zur Unterstützung derselben in vorliegender Schrift von neuem vorgetragen hat, und namentlich auf seine Berechnung der barometrischen Höhenmessungen.

Es schien vor allen Dingen nöthig, erst die Richtigkeit dieser Benzenbergschen Berechnung selbst zu prüfen. Zu unserer Verwunderung ist daraus hervorgegangen, dass diese Berechnung unrichtig ist, und dass eine richtig geführte Rechnung ein ganz entgegengesetztes Resultat gibt.

Es wird nöthig sein, dies hier mit einiger Ausführlichkeit und so weit nachzuweisen, dass jeder in den Stand gesetzt wird, selbst zu urtheilen, um so mehr, da es sich hier nicht sowohl um einen Rechnungsfehler im eigentlichen Sinn, als um einen Irrthum im Räsonnement handelt.

Auf der zweiten und dritten Seite des Buchs finden wir zwei tabellarische Übersichten, jede von drei Columnen, welche wir einzeln durchgehen müssen (dieselben stehen in Gilberts Annalen der Physik, B. 42. S. 163 und 164).

In der ersten Columne wird, nach Dalton, die in 100 Theilen trockner atmosphärischer Luft enthaltene

Stickluft . . .	zu 78.93	Theilen
Sauerstoffluft .	- 21.00	-
Kohlensaure Luft	- 0.07	-

alles dem Raume nach, angegeben (Statt der zweiten Zahl steht im Buche selbst 21.90, welches ein offenbarer Druckfehler ist).

Die zweite Columne setzt die specifischen Gewichte

der Stickluft . . .	0.9691
der Sauerstoffluft . .	1.1148
der kohlensauren Luft	1.5000

das der gemeinen atmosphärischen Luft zur Einheit angenommen. Die erste und dritte Zahl sind von Biot entlehnt; die zweite hat Herr Benzenberg, wie er selbst sagt, so berechnet, 'dass die Mischung genau das von Biot gegebene Gewicht trockner atmosphärischer Luft habe, nemlich $\frac{1}{10495}$ des Quecksilbers bei 0° Reaumur und 28 Zoll Druck.' Man sieht, dass Herr Benzenberg sich selbst nicht klar gemacht hat, was er hier eigentlich hat rechnen wollen, denn das eben angezeigte ist *dieser* Rechnung fremd, und offenbar kam es blos darauf an, der Mischung das specifische Gewicht 1 zu verschaffen. Übrigens hat diese Unklarheit hier weiter keinen Einfluss. Die Rechnung ist aber nicht sehr genau geführt, da aus den angegebenen Datis das specifische Gewicht des Sauerstoffgases nicht 1.1148, sondern 1.11447 folgt. Dieser Fehler ist jedoch ganz unerheblich.

Die dritte Columne gibt die in 100 Theilen trockner Luft *dem Gewichte nach* enthaltenen Theile der einzelnen Gasarten, nemlich

Stickluft . . .	76.49	Theile
Sauerstoffluft .	23.41	-
Kohlensaure Luft	0.10	-

Diese Zahlen sind offenbar nur die Producte der Zahlen der ersten Columne in die dazu gehörigen der zweiten.

Die vierte Columne gibt die Höhe an, auf welcher (unter Voraussetzung der Richtigkeit der DALTONschen Hypothese) jede einzelne Atmosphäre das Barometer halten würde, oder den Antheil an dem Totaldruck, letztern für trockne Luft zu 27.76 Zoll Quecksilberhöhe angenommen. Herrn BENZENBERGS Zahlen sind

für die Stickluft-Atmosphäre . . .	21.2326	Zoll
- - Sauerstoffluft-Atmosphäre .	6.4986	-
- - kohlensaure Luft-Atmosphäre	0.0278	-

Wir werden auf die Berechnung dieser Columne sogleich zurückkommen.

Die fünfte Columne enthält die specifischen Gewichte der Luftarten mit Quecksilber verglichen, beim Gefrierpunkte und 28 Zoll Quecksilberdruck. Diese Zahlen, nemlich resp. $\frac{1}{10830}$, $\frac{1}{9414}$, $\frac{1}{6997}$ sind nichts anderes, als die Producte der Zahlen der zweiten Columne in $\frac{1}{10495}$.

Die sechste Columne hat nur die Überschrift: *Beständige Zahl.* Man sieht aber, dass die sogenannte Subtangente gemeint ist, oder die Höhe, welche eine fingirte Atmosphäre von gleichförmiger und zwar so grosser Dichtigkeit, wie die wirkliche unten hat, haben müsste, um eben so stark zu drücken, wie diese. Für gemeine trockne Luft ist also diese Zahl das Product aus 10495 in 28 Zoll, oder $24488\frac{1}{3}$ Fuss; für die drei einzelnen Atmosphären, in DALTONS Vorstellungsweise, werden die Zahlen eben so die Producte aus 28 Zoll in die Nenner der Brüche der fünften Columne sein, oder einfacher, man findet sie, wenn man 24488.33 Fuss mit den Zahlen der zweiten Columne dividirt. Wir schreiben diese Zahlen

sowohl wie sie Herr BENZENBERG angibt, als wie sie aus einer schärfern Rechnung folgen, hier her

	nach Hr. BENZ.	nach schärf. R.
Stickstoffluft . .	25270 Fuss	25269.15 Fuss
Sauerstoffluft .	21966 -	21973.01 -
Kohlensaure Luft	16326 -	16325.56 -

Alles bisher gegen Herrn BENZENBERG erinnerte ist durchaus unerheblich: wir kommen aber jetzt zu dem wesentlichen Punkte, der Berechnungsart der vierten Columne. Herr BENZENBERG erklärt sich gar nicht darüber, *wie* er diese Berechnung gemacht habe: er sagt blos, dass es Beispiele aus der Gesellschaftsrechnung seien. Man erkennt aber leicht, dass er die Zahlen der vierten Columne denen der dritten schlechthin proportional gesetzt, oder jene aus der Multiplication von 27.76 Zoll mit

0.7649	für Stickstoffluft
0.2341	für Sauerstoffluft
0.0010	für kohlensaure Luft

abgeleitet hat.

Und dies ist unrichtig.

Denn der ganze Druck der Stickstoffluft-Atmosphäre wird sich, in DALTONS Hypothese, zu dem ganzen Druck der Sauerstoffluft-Atmosphäre, nicht wie die Gewichtsantheile, welche diese Gasarten an dem untersten Cubikfuss gemischter Luft haben, verhalten, sondern im *zusammengesetzten* Verhältniss dieser Gewichtsantheile einerseits, und der den beiden Gasarten zukommenden Subtangenten andererseits, stehen, also den *Producten* aus den Zahlen der dritten und sechsten Columne proportional sein müssen, oder was dasselbe ist, den Quotienten, wenn die Zahlen der dritten Columne mit denen der zweiten dividirt werden, also schlechthin den Zahlen der ersten Columne.

Bei einiger Überlegung ist dies auch von selbst klar, denn die Bedeutung der Zahlen der ersten Columne kann auch so ausgesprochen werden: die in einem Volumen von 100 Theilen gemeiner trockner Luft am Boden der Atmosphäre enthaltene Stickluft würde, für sich allein genommen, unter demselben Druck, unter welchem jene steht, nur den Raum von 76.93 Theilen einnehmen, und eben so die andern Gasarten: indem also jede dieser drei Gasarten jetzt in den Raum von 100 Theilen verbreitet ist und von den übrigen unabhängig gedacht wird, verhalten sich die Quecksilberdrucke, denen sie einzeln das Gleichgewicht halten, wie

78.93 für Stickstoffluft
21.00 für Sauerstoffluft
0.07 für kohlensaure Luft.

Man sieht also, dass Herr Benzenberg in seiner vierten Columne den Totaldruck von 27.76 Zoll unrichtig vertheilt hat. Die richtigen Zahlen sind

21.9110 Zoll für Stickstoffluft
5.8296 - - Sauerstoffluft
0.0194 - - kohlensaure Luft.

Die Zahlen der vierten und sechsten Columne sind aber die Elemente, nach denen der Druck der Atmosphäre in jeder Höhe, in der Daltonschen Hypothese berechnet werden muss. Natürlich ergeben sich daher mit den verbesserten Werthen andere Resultate.

Wir haben uns die Mühe gegeben, diese Rechnung für einige Höhen zu führen. Folgende Tafel enthält die Resultate:

Höhe Fuss	Barometer-Höhe in Zollen n. gewöhnl. Theorie	in Daltons Hypothese unsre R.	H. Benz. R.
5000	22.6332	22.6350	22.6179
10000	18.4532	18.4589	18.4314
15000	15.0452	15.0555	15.0221
20000	12.2666	12.2814	12.2458

Die Zahlen für die Barometerhöhe nach der gewöhnlichen Theorie haben wir hier nach unserer eigenen Berechnung angesetzt; die von Hn. Benzenberg für dieselben Höhen auch nach der gewöhnlichen Theorie berechneten (S. 12) weichen davon zum Theil etwas ab. Die Richtigkeit unserer Rechnung können wir verbürgen.

Die Barometerhöhe in der Daltonschen Hypothese weicht also von der Barometerhöhe nach der gewöhnlichen Theorie um folgende Unterschiede ab:

Höhe	Unterschied der Barometerhöhe nach unserer R.	nach H. Benz.
5000 Fuss	+ 0.0018 Zoll	— 0.0153 Zoll
10000 -	+ 0.0057 -	— 0.0218 -
15000 -	+ 0.0103 -	— 0.0231 -
20000 -	+ 0.0148 -	— 0.0208 -

Einer bestimmten Höhe entspricht daher, in Daltons Hypothese, nicht, wie Herr Benzenberg meint, ein kleinerer, sondern ein grösserer Barometerstand, als in der gewöhnlichen Theorie, und eben so wird folglich aus einem bestimmten Barometerstande in jener Hypothese nicht eine kleinere, sondern eine grössere Höhe berechnet werden. Für den Monte Gregorio ist dieser Unterschied nicht — 16 Fuss, sondern + 2 Fuss. Bei kleineren Höhen wird der Unterschied sehr nahe dem Quadrat der Höhe proportional; dies liess sich auch leicht durch eine nahe liegende Betrachtung *a priori* voraussehen, welche wir jedoch Kürze halber hier nicht weiter entwickeln. Herrn Benzenbergs Unterschiede hingegen sind für kleine Höhen diesen nahe proportional, was allein schon zureichte, die Unrichtigkeit derselben zu erkennen. Übrigens ist obige numerische Rechnung nur für trockene Luft geführt: die Berücksichtigung der Wasserdämpfe würde die relativen Unterschiede nur sehr wenig ändern.

Wir fügen dieser Darstellung noch einige Bemerkungen bei.

I. Unser Resultat, dass der Unterschied der Barometerhöhe in Daltons Hypothese von der auf gewöhnliche Weise berechneten *positiv*, und für mässige Höhen deren Quadraten nahe proportional wird, ist allgemein, und von den angenommenen Werthen der specifischen Gewichte der einzelnen Gasarten, aus denen die gemischte Luft besteht, unabhängig. Es würde also vergeblich sein, von andern Werthen dieser specifischen Gewichte ein günstigeres Resultat zu erwarten.

II. Schon im Jahre 1807 hat Tralles eine richtige Darstellung der Berechnung der Barometerhöhen in Daltons Hypothese geliefert, welche man nur oberflächlich anzusehen braucht, um zu erkennen, dass sein Resultat mit dem unsrigen im Wesentlichen ganz übereinstimmt. Man muss sich daher wundern, dass der Verfasser des einen oben erwähnten Artikels des physikalischen Wörterbuchs behauptet, Tralles finde sehr nahe dieselbe Differenz, wie Herr Benzenberg. In der That ist sie im Zeichen und im Gesetz verschieden (für mässige

Höhen dem Quadrate der Höhe, und nicht dieser selbst proportional). Vielleicht hat ein, doch leicht als solcher zu erkennender, Druckfehler an diesem Versehen Schuld, da in dem Aufsatz von TRALLES (GILBERTS Annalen B. 27. S. 445) einmal $\frac{B}{b+\delta}$ anstatt $\frac{b+\delta}{B}$ gesetzt ist: bei der Anwendung auf ein bestimmtes Beispiel (ebendas. unterste Zeile) steht aber doch dieser Bruch wieder richtig, so wie auf der folgenden Seite der Unterschied mit seinem richtigen Zeichen angesetzt ist. Noch mehr aber muss man sich wundern, dass Herr BENZENBERG es unterliess, das Resultat seines als gründlicher Mathematiker bekannten Vorgängers mit dem seinigen, dem es ganz entgegengesetzt ist, zu vergleichen. Man würde in der That vermuthen, dass Herr BENZENBERG diesen Aufsatz gar nicht gekannt habe, wenn er nicht desselben ausdrücklich erwähnte, obwohl nur mit der Abfertigung S. 15, 'Herr TRALLES hat Buchstabenrechnung angewendet. Dieses ist unnöthig. Wenn man die Vorstellung von vier Barometern hat, so kann man es mit der Regel von dreien ausführen, und man gebraucht gar keine Gelehrsamkeit'. Dieser Grundsatz, zu welchem Herr BENZENBERG sich bei vielen Gelegenheiten — wir wollen hier nicht untersuchen, ob allemal bei den rechten — laut bekannt hat, mag übrigens für den vorliegenden Fall eingeräumt werden, und unsere Darstellung, wenn es uns gelungen ist, ihr die erforderliche Klarheit zu geben, dann selbst als Bestätigung dienen.

III. Wenn es nun eine vergebliche Mühe ist, den Unterschied der barometrischen und der trigonometrischen Messung des Monte Gregorio durch DALTONS Hypothese heben zu wollen (in welcher er sogar noch um zwei Fuss vergrössert wird), so steht es als eine entschiedene Thatsache fest, dass eine von beiden, oder beide, nicht diejenige Genauigkeit haben, welche Herr BENZENBERG ihnen beilegen zu können glaubte. Nach unserer Meinung mögen alle drei hier in Frage kommenden Fehlerquellen ihren Antheil daran haben. Erstlich das Schwanken der gemessenen Barometerhöhen selbst. Zweitens die in der Berechnung gebrauchte Constante, welche Herr BENZENBERG auf BIOTS Abwägung der atmosphärischen Luft gegründet hatte, und die wohl viel sicherer aus einer zweckmässigen Benutzung zahlreicher zugleich barometrisch und trigonometrisch gemessener Berghöhen bestimmt werden kann. Aber drittens mag auch die trigonometrische Messung des Monte Gregorio selbst ihren Theil zu dem Unterschiede beigetragen haben, da wir dem Urtheil des Herrn BENZENBERG über ihre unübertreffliche Genauigkeit nicht ganz beipflichten können. Die Bestimmung der Entfernung der Spitze des Berges von dem Standpunkte am Fusse desselben gründete sich nur auf eine kleine Basis. Ihre Länge (670 Meter) scheint zwar mit vieler Sorgfalt gemessen zu sein (man brachte vier Tage damit zu); allein der ihr gegenüber stehende Winkel (nur 6° 14') wurde nicht gemessen, sondern nur aus den beiden andern geschlossen. Ein solches Verfahren erfordert immer selbst bei dem Gebrauch vortrefflicher Werkzeuge grosse Behutsamkeit: allein DAUBUISSONS Winkelmessungs-Instrument, ein LENOIRscher Repetitionskreis von acht Zoll Durchmesser, scheint nur ein sehr mittelmässiges gewesen zu sein, da wir sehen, dass von den zehn Repetitionen, aus welchen die Winkelmessungen an jedem der beiden Standpunkte bestehen, die einzelnen Paare einmal Unterschiede für den einfachen Winkel geben, die über eine Minute gehen. Auch sagt DAUBUISSON nichts über die Beschaffenheit der von ihm zu Zielpunkten gebrauchten Signale, und es lässt sich daher nicht beurtheilen, mit welcher Schärfe sich dieselben einschneiden liessen, und ob nicht dabei eine nachtheilige Beleuchtungsphase Statt finden konnte. Ein Fehler von einer halben Minute in dem geschlossenen dritten Winkel würde die gemessene Höhe schon um sieben Fuss ändern. — Übrigens können wir dies auf sich beruhen lassen, da es für die gegenwärtige Frage ganz gleichgültig ist, wie man den Unterschied erklären will: genug, dass DALTONS Hypothese gar nichts dazu beitragen kann.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1832. September 10.

Practische Anweisung zur vortheilhaften Verfertigung und Zusammenfügung künstlicher Magnete, besonders der Hufeisen, geraden Stäbe, Compass- und anderer Nadeln, so wie die neueste Entdeckung, denselben die höchste Anziehungskraft zu ertheilen, für Naturforscher, Ärzte, Seefahrer, Techniker und alle andere Arten von Metallarbeitern, von FRIEDRICH FISCHER, *Lehrer und practischem Techniker. Heilbronn.* 1833. *In der Classschen Buchhandlung.* (58 S. in 8. Mit zwei lithographirten Tafeln.)

Unter den mannigfaltigen Phänomenen, welche die magnetische Kraft darbietet, zieht das Tragen bedeutender Lasten durch künstliche Magnete, deren Gewicht nur einen sehr kleinen Theil derselben beträgt, vorzüglich die Bewunderung der Liebhaber auf sich, während es in wissenschaftlicher Rücksicht nur ein untergeordnetes Interesse hat, und in dem reichhaltigsten Werke der neuesten Zeit über die Physik kaum mit einigen Worten erwähnt wird. Die Anordnung der für jenen Zweck am meisten geeigneten künstlichen Magnete in Hufeisenform, wird daher weniger als Sache des Physikers betrachtet, sondern ist mehr in den Händen von Personen, die einen Erwerb daraus machen, und zuweilen angeblich neue und eigenthümliche Methoden unter dem Siegel des Geheimnisses zum Verkauf ausbieten. Durch einen neuern Fall dieser Art ist der Verfasser der vorliegenden kleinen Schrift zu eigenen Versuchen veranlasst, und es gereicht ihm zur Ehre, dass er die Resultate derselben ohne Rückhalt und Geheimnisskrämerei veröffentlicht. Bei weitem der grösste Theil der Schrift ist den künstlichen Magneten in Hufeisenform gewidmet; ihre vortheilhaftesten Verhältnisse, die Auswahl und Behandlung des Stahls und die anzuwendenden Streichmethoden werden auf eine fassliche Art beschrieben, und die Liebhaber können versichert sein, dass sie durch Befolgung der gegebenen Vorschriften sich allezeit solche Magnete von sehr grossem Tragvermögen verschaffen.

Referent würde sich auf diese Empfehlung der vorliegenden Schrift beschränken, wenn nicht eben die von dem Verfasser gebrauchten Streichmethoden (die vermuthlich unter der auf dem Titel erwähnten neuesten Entdeckung verstanden sein sollen, obwohl er selbst einräumt, dass solche auch sonst bekannt sein mögen) dem Referenten zu einigen eigenen Bemerkungen Anlass gäben, die als eine nicht unwichtige Ergänzung von Coulombs Erfahrungen über die allen Physikern wohlbekannten Methoden von Knight, Duhamel, Michell, Canton und Aepinus betrachtet werden können.

Der Verfasser bedient sich zur Erregung des Magnetismus in einem anzufertigenden Hufeisenmagnet eines schon vorhandenen Magnets von derselben Form, und sein Verfahren besteht aus zwei nach einander anzuwendenden Operationen, wo immer beide Pole zugleich streichen, aber in der ersten der eine Pol des Streichmagnets dem andern auf seinem Wege folgt, in der zweiten hingegen der eine Pol auf dem einen Arm, der andere auf dem andern von der Krümmung nach dem Ende zu geführt wird. Es ist unnöthig, die dabei erforderliche Ordnung der Pole hier besonders zu bemerken. Vor der zweiten Operation räth der Verfasser noch an, den zu bestreichenden Magnet zu erwärmen, und die Arbeit bis zu erfolgter Abkühlung fortzusetzen.

Man sieht nun leicht, dass die erste Operation mit dem vom Michell erfundenen Doppelstrich ganz einerlei ist. Die zweite Operation kommt hingegen im Wesentlichen mit Duhamels Verfahren überein, nur dass die von Duhamel zum Streichen angewandten getrennten geraden Stäbe (oder Büschel von Stäben) einige Vortheile für kräftigere Erregung gewähren, deren man bei Anwendung Eines Hufeisen-Magnets entbehrt (besonders insofern man nicht von der Mitte der Krümmung ausgehen kann). Da nun bekanntlich Cantons Methode lediglich in einer Verbindung der Methoden von Michell und Duhamel besteht, so ist das Verfahren des Verfassers im Wesentlichen nur das Cantonsche mit den Modificationen, die die Anwendung eines hufeisenförmigen Streichmagnets von selbst mit sich bringt, und enthält daher nichts eigentlich Neues, als die vorgängige Erwärmung, deren Wirksamkeit jedoch wohl erst noch weiterer Bewährung bedürfen wird: Referent hat in einigen von ihm angestellten Versuchen gar keine besondere Wirkung davon gefunden.

Was nun aber hier besonders bemerkt werden muss, ist der Umstand, dass die Physiker, nach Coulombs Vorgange, die Methode von Canton gar nicht als eine Verbesserung gelten lassen, weil, nach dem Urtheil jenes berühmten Physikers, immer nur die zuletzt angewandte Methode die Intensität des erregten Magnetismus bestimme, und daher das Vorangehen von Michells Streichart etwas ganz Überflüssiges sei. Von der andern Seite sieht man aus den Äusserungen unsers Verfassers, dass er die Vereinigung seiner beiden Operationen als wesentlich betrachtet, und Referent erkennt gern an, dass er selbst durch diese Äusserungen, die das Gepräge anspruchsloser Wahrheitsliebe tragen, zuerst veranlasst wurde, die Allgemeingültigkeit des Princips, welches Coulombs Urtheil zum Grunde liegt, in Zweifel zu ziehen: eine zahlreiche Menge von Versuchen, bei denen eigenthümliche, die grösste Schärfe gewährende, an einem andern Orte zu beschreibende Prüfungsmittel angewendet wurden, haben diesen Zweifel vollkommen gerechtfertigt.

Bekanntlich hat diejenige Verbesserung von Michells Streichmethode, welche wir Aepinus verdanken, die ausgezeichnetste Wirksamkeit, so dass bei etwas stärkern Stählen jede andere, und auch die Duhamelsche, bedeutend gegen sie zurücksteht. Coulombs Versuche haben dies ausser allen Zweifel gesetzt, und die Physiker gebrauchen daher zur kräftigsten Magnetisirung solcher Stähle ausschliesslich die Methode von Aepinus. Merkwürdig, und nach den bisher angenommenen Voraussetzungen unerwartet ist daher das Resultat, welches aus den erwähnten Versuchen des Referenten übereinstimmend hervorgegangen ist, dass die nach AEPINUS Methode so stark wie möglich magnetisirten Stähle allemal noch einen bedeutenden Zuwachs von Kraft erhalten, wenn sie *nachher* noch wiederholt nach DUHAMELS Verfahren gestrichen werden, wenn gleich letzteres für sich allein nur eine bedeutend schwächere Kraft entwickeln kann, als AEPINUS Methode. Referent begnügt sich hier, diese Thatsache anzuzeigen, ohne in den Versuch einer übrigens ziemlich nahe liegenden Erklärung einzugehen. Obgleich diese Erfahrungen unmittelbar nur an der Magnetisirung gerader Stäbe gemacht sind, so ist doch nicht zu zweifeln, dass die Verbindung von AEPINUS und DUHAMELS Methode eben so auch in hufeisenförmigen Lamellen die möglich stärkste Entwickelung des Magnetismus hervorbringen muss, nur erfordert dann die Anwendung derselben in ihrer Reinheit, wenn sie mit Bequemlichkeit ausgeführt werden soll, einige besondere Vorkehrungen. Wer diese nicht treffen mag, oder passende gerade Stäbe nicht zur Hand hat, wird, wenn auch bei etwas dickern Lamellen, nicht die höchste erreichbare, doch immer eine sehr grosse Stärke erhalten, wenn er nach des Verfassers Vorschrift einen hufeisenförmigen Streichmagnet anwendet, dessen Handhabung zugleich mit aller Bequemlichkeit geschieht.

Was der Verfasser von der Magnetisirung gerader Stäbe sagt, beschränkt sich auf die Manipulationen, die man anzuwenden hat, wenn man die Bestreichung mit einem Hufeisenmagnet ausführen will. Man erhält dadurch zwar eine grosse, aber nicht eine eben so grosse Stärke, wie durch die oben erwähnte Folge von AEPINUS und DUHAMELS Methoden, die auch in Rücksicht auf Bequemlichkeit nichts zu wünschen übrig lassen.

Die Art, wie der Verfasser magnetisirte gerade Stäbe aufzubewahren empfiehlt, nemlich sie mit den gleichnamigen Polen auf einander zu legen, ist ganz verwerflich, wenn man wünscht, dass sie so viel wie möglich ihre Kraft behalten sollen. Am besten ist es, sie paarweise in geringer Entfernung so neben einander zu legen, dass ungleichnamige Pole zusammenkommen, und Anker aus ganz weichem Eisen von schicklicher Länge daran zu legen.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1837. Junius 29.

Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1836. *Herausgegeben von* CARL FRIEDRICH GAUSS *und* WILHELM WEBER. *Göttingen* 1838. *Im Verlage der Dieterichschen Buchhandlung.* (124 Seiten in 8., nebst 10 Steindrucktafeln.)

Durch den Titel dieses Werks wird nur ein Theil des Inhalts bezeichnet, derjenige nemlich, welcher die nächste Veranlassung dazu gegeben hat. Von dem Vereine, welcher sich seit mehreren Jahren gebildet hat, um diejenigen Erscheinungen des tellurischen Magnetismus, die zu den interessantesten gehören, in bestimmten verabredeten Terminen gleichzeitig zu beobachten, ist schon mehrere Male in diesen Blättern die Rede gewesen (1834. Aug. 9.; 1835. März 7. [S. 518. 529 d. B.]), und es ist daher unnöthig, Bekanntes hier zu wiederholen. Die Theilnahme an diesem Vereine befasst schon eine grosse Anzahl von Örtern innerhalb und ausserhalb Deutschlands, und ist fortwährend im Zunehmen begriffen. Die Mittheilung der immer reichhaltiger werdenden Resultate konnte nicht länger auf einen Privatverkehr durch Briefwechsel beschränkt bleiben, sondern eine Veröffentlichung durch den Druck wurde ein Bedürfniss nicht blos für die unmittelbaren Theilnehmer, sondern auch deshalb, damit die Resultate ein Gemeingut Aller werden können, die ein Interesse an den Naturwissenschaften nehmen. Zugleich aber bietet die Herausgabe die angemessenste Gelegenheit dar, um in besonderen damit zu verbindenden kleinern und grössern Aufsätzen nach und nach zur Sprache zu bringen, nicht allein was in unmittelbarem Zusammenhange mit dem nächsten Gegenstande steht, oder in mittelbarem, wie die Instrumente, ihre Berichtigung und Behandlung, sondern auch Anderes, was nur immer zu strengerer wissenschaftlicher Begründung der Lehre vom Magnetismus und Galvanismus beitragen kann.

Die vorliegende erste Lieferung enthält die graphischen Darstellungen der magnetischen Variationsbeobachtungen von sechs Terminen auf eben so vielen Steindrucktafeln, zusammen 46 Curven aus vierzehn verschiedenen Beobachtungsörtern, auch von den drei letzten Terminen die Beobachtungen selbst in Zahlen. Den grösseren Theil des Werks machen aber ausser einer historischen Einleitung folgende Aufsätze aus. I. Bemerkungen über die Einrichtung magnetischer Observatorien und Beschreibung der darin aufzustellenden Instrumente. Vielen Lesern wird es angenehm sein, dass dabei auch die Kosten und Preise angegeben sind. II. Das in den Beobachtungsterminen anzuwendende Verfahren. III. Auszug aus dreijährigen Beobachtungen der magnetischen Declination zu Göttingen. IV. Beschreibung eines kleinen Apparats für Reisende zur Messung der Intensität des Erdmagnetismus nach absolutem Maasse. V. Erläuterungen zu den (hier gelieferten) Terminszeichnungen und den Beobachtungszahlen.

Die übrigen vier Steindrucktafeln geben einen Situationsplan des Göttingischen magnetischen Observatoriums: eine perspectivische Darstellung des Beobachtungssaales und der darin aufgestellten Instrumente, den Grundriss desselben, und genaue Abbildungen aller einzelnen Theile des Magnetometers.

Göttingische gelehrte Anzeigen. 1842. April 4.

Herr Prof. Gerling in Marburg, Correspondent der königl. Societät, hat in einem Schreiben an Herrn Hofr. Gauss einen Bericht über

die neue Einrichtung des dortigen mathematisch-physikalischen Instituts

mitgetheilt, woraus wir hier einen Auszug um so lieber geben, da bei jener nicht blos auf die gewöhnlichen Bedürfnisse des Unterrichts, sondern auch auf die Wissenschaft selbst Bedacht genommen ist, und die Localität mehrere Eigenthümlichkeiten darbietet.

Das Institut hat seit vorigem Herbst sein Local in einem auf Befehl seiner Hoheit des Kurprinzen und Mitregenten umgebaueten und der Universität überwiesenen Staatsgebäude, dem so genannten Dörnberger Hofe. Das zweite Stockwerk enthält ausser dem Auditorium vier helle Säle, ein kleineres Zimmer, welches zu optischen Versuchen verdunkelt werden kann, und noch zwei besondere Arbeitszimmer. Durch die so geräumige Aufstellung der Instrumente ist bezweckt, dass jedes einzelne Instrument an seinem Platze unmittelbar benutzt werden kann, ohne dass dadurch der gleichzeitige Gebrauch anderer verhindert oder

gestört wird, und dass eigene Übungen solcher Studirenden, die dazu Neigung und hinlängliche Vorbereitung haben, mit Bequemlichkeit geschehen können. Das Institut besitzt übrigens schon einen reichen physikalischen Apparat, der jährlich noch vervollständigt und vermehrt wird. Bei geöffneten Zwischenthüren bietet diese Reihe von Zimmern eine freie gerade Linie von 150 Fuss Länge dar, ein für mancherlei Zwecke in der That sehr schätzbarer Vortheil.

Die Officialwohnung des Directors befindet sich im dritten Stockwerk; auch hat das Institut eine eigene Werkstatt und Schmiede, die in das Erdgeschoss verlegt sind.

Zu Versuchen, die im Freien angestellt werden müssen, findet sich hinlängliche Gelegenheit sowohl in der Umgebung des Gebäudes, als auf der Plattform eines mit diesem in unmittelbarer Verbindung stehenden auf dem Felsen gegründeten Thurms. Dieser bietet zugleich ein bei manchen physikalischen Arbeiten überaus schätzbares Hilfsmittel dar, nemlich eine freie Fallhöhe von etwa 80 Fuss. Um diese zu erlangen, sind die Fussböden in den drei Stockwerken des Thurms so wie über dem Keller (ehemaligem Verlies) mit quadratischen Öffnungen durchbrochen; zugleich befindet sich auf der obern Plattform, zu welcher vom Hausdache aus eine Wendeltreppe führt, ein achteckiger Pavillon von 15 Fuss Durchmesser, in dessen Fussboden eine ähnliche Öffnung ist, die je nach Umständen mit einer Fallthür zugelegt, oder mit einer Gallerie umgeben werden kann. In dem Thurme findet sich auch eine nahe 20 Fuss hohe, sehr feste Mauer, die bei manchen Gelegenheiten wichtige Vortheile gewähren kann.

In Verbindung mit dieser Einrichtung wurde nun auch Abhülfe für ein Bedürfniss gewonnen, welches an einer Universität, die keine Sternwarte besitzt, und wo also z. B. die zu so vielen physikalischen Geschäften jetzt unentbehrlichen Zeitbestimmungen bisher immer blos durch Zeit raubende correspondirende Sonnenhöhen erhalten werden konnten, besonders fühlbar wird. Es war dazu nur nöthig, den Thüren und Fenstern jenes Pavillons eine angemessene Einrichtung zu geben, um denselben zu allen erforderlichen Beobachtungen mit den beweglichen astronomischen Instrumenten brauchbar zu machen, welche das Institut zum Theil schon lange besass. Ein Ertelsches tragbares Passageninstrument z. B. hat von seinem regelmässigen Standpunkte aus einen ganz freien Spielraum, im Meridian von Horizont zu Horizont, und im ersten Vertical vom westlichen Horizont bis zu etwa 11 Grad östlicher Zenithdistanz. Die Lage dieses Platzes ist durch die von Herrn Prof. GERLING ausgeführte, an die hannoversche Gradmessung angeknüpfte trigonometrische Vermessung des Kurfürstenthums, deren ausführlicher Bekanntmachung wir mit Verlangen entgegensehen, gefunden: Breite 50° 48′ 46″9, Länge von Ferro 26° 26′ 2″3.

Endlich muss noch einer Einrichtung Erwähnung geschehen, welche als wesentlich zur Vollendung des ganzen Planes betrachtet wurde. So ganz vorzüglich sich auch das Hauptgebäude für alle übrigen Zwecke eignete, so hatte es doch den Mangel, dass es verhältnissmässig am wenigsten zu meteorologischen Beobachtungen sich benutzen liess, da es von dem bedeutend höhern Schlossberge überragt wird. Ausserdem bleibt es für mancherlei Zwecke sehr wünschenswerth, zwei ziemlich weit von einander getrennte und doch gegenseitig erreichbare Locale bereit zu haben. Diesem zweifachen Bedürfnisse wurde dadurch abgeholfen, dass ein vorhandenes altes Thürmchen auf dem höchsten Punkte des Schlossberges, in gerader Linie 1900 Fuss entfernt und etwa 100 Fuss höher liegend, zu einem meteorologischen Thurm ausgebaut wurde. Hiedurch ist mithin unter andern vermittelt, dass entfernt von der Stadt, und also mit Beseitigung jeder denkbaren Gefahr, ein Blitzableiter zu Beobachtungen vorgerichtet werden kann, und auch die Möglichkeit gegeben ist, demnächst z. B. Versuche, die sich auf magnetische Telegraphie beziehen, hier anzustellen.

HANDSCHRIFTLICHER

NACHLASS.

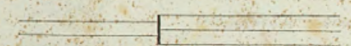
ZUR MATHEMATISCHEN THEORIE

DER ELECTRODYNAMISCHEN WIRKUNGEN.

[1.]

Das allgemeine Grundgesetz für die *Intensität in den einzelnen Theilen eines galvanischen Stromsystems* wird sich auf folgende Ansicht zurückführen lassen:

Man hat nur nöthig, Drähte von gleicher Dicke in Betracht zu ziehen, da man für ungleichförmige durch die Zahl der Drähte aushelfen kann; wäre z. B. ein Draht in einem Theile $= 2$, in einem andern $= 3$ stark, so könnte man dafür das System



substituiren.

So handelt es sich um die Intensität an jeder Stelle eines zu einem Netz verknüpften Systems von Linien

Man braucht statt derselben nur die Punkte, wo mehr als 2 Linien zusammentreffen, und die Kraftsitze zu betrachten. Für jeden Punkt des Systems hat die Intensität *einen* Werth, für die Kraftsitze *zwei*.

Das allgemeine Grundgesetz ist nun, dass wenn A ein beliebiger Punkt ist, A', A'', A'''.. Punkte, die jeder mit A einfach verbunden sind, und es keinen Punkt B gibt, so dass nicht AB entweder ein Stück von AA', AA'', AA'''.. wäre oder umgekehrt, man für jeden Punkt etwas einer Höhe analoges anzunehmen hat, also a im Punkt A; a' im Punkt A' u. s. w., dass dann immer

$$0 = \frac{a'-a}{AA'} + \frac{a''-a}{AA''} + \frac{a'''-a}{AA'''} + \ldots$$

und dass dann immer die einzelnen Theile dieses Aggregats die Stromintensität in den einzelnen Theilen ausdrücken.

Die allgemeine Auflösung obiger Aufgabe besteht in Folgendem: Es seien A^0, A^{n+1} die beiden Pole; A', A'', A''' etc. A^n die einzelnen Knotenpunkte des Systems, $\frac{1}{f^{\alpha,6}}$ der ganze Widerstand auf dem einfachen Wege von A^α nach A^6, wo also der Nenner $= 0$ zu setzen ist, wenn zwischen den Punkten eine directe Verbindung fehlt; man bestimme aus den Gleichungen

$$\begin{aligned}
(f^{1,0}+f^{1,2}+f^{1,3}+\ldots)p' - f^{1,0}p^0 - f^{1,2}p'' - f^{1,3}p''' - \text{etc.} &= 0\\
(f^{2,0}+f^{2,1}+f^{2,3}+\ldots)p'' - f^{2,0}p^0 - f^{2,1}p' - f^{2,3}p''' - \text{etc.} &= 0\\
(f^{3,0}+f^{3,1}+f^{3,2}+\ldots)p''' - f^{3,0}p^0 - f^{3,1}p' - f^{3,2}p'' - \text{etc.} &= 0
\end{aligned}$$

u. s. w. in Verbindung mit folgenden

p^0 willkürlich, $p^{n+1} = p^0 + k$, k die erzeugende Kraft bedeutend,

die Grössen p', p'', p'''.. dann ist Stromkraft zwischen A^α und A^6

$$= f^{\alpha,6}(p^6 - p^\alpha)$$

Noch einfacher lässt sich das Grundprincip folgendermaassen darstellen.

In jedem Punkt findet ein *bestimmter* Druck statt, sobald an *Einem* Punkt dessen Werth willkürlich angenommen ist. Zwei Sätze reichen dann zu, alles in Gleichungen zu bringen.

I. Sind A, B zwei Punkte, zwischen welchen kein Knotenpunkt ist; ist P die Summe der Kräfte zwischen diesen Punkten von A nach B zu geschätzt, ρ der Gesammtwiderstand zwischen diesen Punkten; a, b die Werthe des Drucks für jene Punkte, so ist $\frac{a-b+P}{\rho}$ = Intensität des Stromes von A nach B zu.

II. Die Summe der Intensitäten aller Ströme von Einem Punkte aus gerechnet (mehr als zwei wenn ein Knotenpunkt) ist $= 0$.

[2.]

In dem Schema, seien a, b, c, d, e, f die Widerstände in den bezeichneten Stücken, in a die Stromquelle, ferner

$$\begin{aligned}
(b+c)(d+e)+f(b+d+c+e) &= p\\
bcde\left(\tfrac{1}{b}+\tfrac{1}{c}+\tfrac{1}{d}+\tfrac{1}{e}\right)+f(b+d)(c+e) &= q
\end{aligned}$$

dann ist der Gesammtwiderstand des Systems ohne das Stück a.

$$= \frac{q}{p}$$

die Intensität

$$\begin{aligned}
A &= \frac{(b+c)(d+e)+f(b+c+d+e)}{ap+q} = \frac{p}{ap+q}\\
B &= \frac{cd+ce+cf+ef}{ap+q}\\
C &= \frac{bd+be+bf+df}{ap+q}\\
D &= \frac{be+ce+ef+ef.}{ap+q}\\
E &= \frac{bd+cd+bf+df}{ap+q}\\
F &= \frac{be-cd}{ap+q}
\end{aligned}$$

Das Grundprincip führt zugleich dahin, dass

$$\Sigma rii$$

ein Minimum sein muss, wo r den einem Elemente entsprechenden Widerstand, i die Intensität des Stromes bedeuten. Noch einfacher muss

$$\Sigma \varepsilon vv$$

ein Minimum werden, wo ε ein Element des bewegten Fluidum, v die Geschwindigkeit bedeutet.

Sind in einem Leitungsnetz 0, 1, 2 etc. die Knotenpunkte

r^{01} der Widerstand
i^{01} die Stromstärke von 0 nach 1
p^{01} die bewegende Kraft von 0 nach 1 im Verbindungsstück 01
q^{0} der Druck in 0 u.s.w. so ist

$$\begin{aligned} &\text{I.} \quad q'-q^0 = p^{01}-i^{01}r^{01} \\ &\text{II.} \quad 0 = i^{01}+i^{02}+i^{03}+\text{ etc.} \end{aligned}$$

daraus lassen sich, wenn alle p und r gegeben sind, alle q und i bestimmen.

Es sei $\Omega = \Sigma pi$ durch alle Combinationen, so ist, da aus II.

$$\Sigma(q'-q^0)i^{01} = 0$$

folgt,

$$\Omega = \Sigma iir$$

betrachtet man ein zweites System von Werthen, wo die p ungeändert bleiben, die r unendlich wenig geändert sind, so ist

$$\begin{aligned} \mathrm{d}\Omega &= \Sigma ii\,\mathrm{d}r + 2\Sigma ir\,\mathrm{d}i = -\Sigma ii\,\mathrm{d}r + 2\Sigma i.\mathrm{d}ir \\ &= -\Sigma ii\,\mathrm{d}r - 2\Sigma i^{01}(\mathrm{d}q'-\mathrm{d}q^0) = -\Sigma ii\,\mathrm{d}r \end{aligned}$$

Jede Verminderung eines r, während die andern bleiben, vergrössert also das Ω.

[3.]

Die Wirkung *zweier galvanischer Stromelemente* 0, 1 *auf einander* ist nach meiner übrigens erst noch weiter zu prüfenden Vorstellung folgende.

Es seien die Coordinaten der beiden Stromelemente x, y, z und x', y', z' Distanz $= r$. Die Stromelemente selbst $\mathrm{d}x = \xi$, $\mathrm{d}y = \eta$, $\mathrm{d}z = \zeta$, $\mathrm{d}x' = \xi'$ etc. Die Wirkung, welche das zweite erleidet $\delta\xi' = X'$, $\delta\eta' = Y'$ etc. Dann ist

$$\begin{aligned} r^3X' &= \xi\{(y'-y)\eta'+(z'-z)\zeta'\}-(x'-x)(\eta\eta'+\zeta\zeta') \\ r^3Y' &= \eta\{(z'-z)\zeta'+(x'-x)\xi'\}-(y'-y)(\zeta\zeta'+\xi\xi') \\ r^3Z' &= \zeta\{(x'-x)\xi'+(y'-y)\eta'\}-(z'-z)(\xi\xi'+\eta\eta') \end{aligned}$$

[4.]

Von der *Geometria Situs*, die LEIBNITZ ahnte und in die nur einem Paar Geometern (EULER und VANDERMONDE) einen schwachen Blick zu thun vergönnt war, wissen und haben wir nach anderthalbhundert Jahren noch nicht viel mehr wie nichts.

Eine Hauptaufgabe aus dem *Grenzgebiet* der *Geometria Situs* und der *Geometria Magnitudinis* wird die sein, die Umschlingungen zweier geschlossener oder unendlicher Linien zu zählen.

Es seien die Coordinaten eines unbestimmten Punkts der ersten Linie x, y, z; der zweiten x', y', z' und

$$\iint \frac{(x'-x)(\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z'-\mathrm{d}z\,\mathrm{d}y')+(y'-y)(\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x'-\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z')+(z-z')(\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y'-\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x')}{[(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2]^{\frac{3}{2}}} = V$$

dann ist dies Integral durch beide Linien ausgedehnt

$$= 4m\pi$$

und m die Anzahl der Umschlingungen.

Der Werth ist gegenseitig, d. i. er bleibt derselbe, wenn beide Linien gegen einander umgetauscht werden. 1833. Jan. 22.

[5.]

Gesetz des Galvanischen Stroms:

1. Positiver Strom ist der, welcher an der Wasserberührung in dem Sinn Zink, Wasser, Kupfer fliesst.

2. Es sei RR' ein Strom-Element, wo die Richtung des positiven Stroms von R nach R' geht, P ein Punkt, worin sich ein Element positiven nordlichen magnetischen Fluidums befindet.

Das Strom-Element $RR' = \mu$ übt dann auf P eine Kraft aus, deren Stärke

$$= \frac{\mu.\sin R'RP}{(RR')^2}$$

ist und deren Richtung PQ senkrecht gegen die Ebene durch P, R, R' ist und nach unten geht, in sofern P rechts von RR' oder R' rechts von PR liegt.

3. Der Wirkung eines geschlossenen Stroms $RR'R''R$ kann man magnetische Wirkung auf folgende Art gleich setzen. Es begrenze $RR'R''R$ eine beliebige Fläche, auf welcher man nordlichen Magnetismus nach beliebigem Verhältnisse ausgebreitet denke, mit Dichtigkeit $= \mathfrak{E}$. An jeder Stelle der Fläche errichte man eine unendlich kleine Normale im zusammengesetzten geraden Verhältniss der Intensität des Stromes, des verkehrten von $\mathfrak{E}$ und zwar nach oben oder nach unten gerichtet, je nachdem der Strom beim Umlauf um die Fläche diese rechts oder links hat. Die Endpunkte jener Normalen liegen in einer zweiten Fläche, auf welcher und in deren Theilen man genau ebenso viel südlichen Magnetismus ausbreite, als sich auf der andern und deren correspondirenden Theilen befindet. Diese zwei magnetischen Flächen aequivaliren für jeden ausser ihnen liegenden Punkt jenem galvanischen Strom.

[6.]

Zur mathematischen Theorie der electrodynamischen Wirkungen.

1. Die gegenseitige Wirkung zweier Stromelemente $\mathrm{d}s, \mathrm{d}s'$ auf einander, die Intensität der Ströme durch i, i' bezeichnet, drückt AMPÈRE durch die Formel

$$ii'(\sin\theta\sin\theta'\cos\omega + k\cos\theta\cos\theta')r^n\mathrm{d}s.\mathrm{d}s'$$

aus, indem er voraussetzt, sie habe in der verbindenden geraden Linie Statt, und positive oder negative Zeichen beziehen sich auf Anziehung oder Abstossung. Es bedeuten hier r den Abstand der Elemente von einander, θ und θ' die Winkel der Elemente $\mathrm{d}s, \mathrm{d}s'$ mit r, letztere Linie bei beiden in gleicher Richtung genommen, endlich ω den Winkel der beiden Ebenen durch r und $\mathrm{d}s$ einerseits, und r und $\mathrm{d}s'$ andererseits. Aus seinen Versuchen hat AMPÈRE geschlossen, dass $n = -2$, $k = -\frac{1}{2}$ gesetzt werden müsse. Die gegenseitige Anziehung wird also durch

$$\frac{ii'(\sin\theta\sin\theta'\cos\omega - \frac{1}{2}\cos\theta\cos\theta')\mathrm{d}s.\mathrm{d}s'}{rr}$$

gemessen, und ein negativer Werth dieses Ausdrucks bedeutet eine Abstossung.

2. Wir bezeichnen noch durch a, a' die ganzen Stromlängen, durch ρ die Quadratwurzel aus r, durch x, y, z die Coordinaten eines beliebigen Punkts in s, durch x', y', z' die Coordinaten eines beliebigen Punkts in s', durch ε den

Winkel, welchen zwei Stromelemente $\mathrm{d}s, \mathrm{d}s'$ mit einander machen. Partielle Differentiationen in Beziehung auf s und s' sollen durch die Charakteristiken d, d' unterschieden werden; eben so partielle Integrationen durch die Zeichen $\int, \int'$. Wir haben

$$\mathrm{d}r = 2\rho\,\mathrm{d}\rho = \cos\theta.\mathrm{d}s, \quad \mathrm{d}'r = 2\rho\,\mathrm{d}'\rho = -\cos\theta'.\mathrm{d}s'$$

$$\rho^4 = (x'-x)^2 + (y'-y)^2 + (z'-z)^2$$

$$2\rho^3\mathrm{d}\rho = -(x'-x)\mathrm{d}x - (y'-y)\mathrm{d}y - (z'-z)\mathrm{d}z$$

$$6\rho\rho\,\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho + 2\rho^3\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho = -\mathrm{d}x.\mathrm{d}'x' - \mathrm{d}y.\mathrm{d}'y' - \mathrm{d}z.\mathrm{d}'z' = -\cos\varepsilon.\mathrm{d}s.\mathrm{d}s'$$

$$2\rho^3\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho = (-\cos\varepsilon + \tfrac{3}{2}\cos\theta.\cos\theta')\mathrm{d}s.\mathrm{d}s'$$

$$= -(\sin\theta\sin\theta'.\cos\omega - \tfrac{1}{2}\cos\theta.\cos\theta')\mathrm{d}s.\mathrm{d}s'$$

Der obige AMPÈRESche Ausdruck verwandelt sich also in

$$-\frac{2ii'\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho}{\rho}$$

3. Durch die Charakteristik δ bezeichnen wir die unendlich kleinen Variationen der Grösse, welcher sie vorgesetzt ist, in so fern solche von unendlich kleinen virtuellen Ortsänderungen der Punkte der Reophoren s, s' abhängen. Virtuelle Ortsänderungen sind alle willkürlich gedachte, die mit den Bedingungen verträglich sind, die die Natur der Reophoren und ihre äussern Verhältnisse mit sich bringen.

4. Man hat die ganze Wirkung der Ströme auf einander als bekannt anzusehen, wenn man andere Kräfte, die auf einzelne Punkte derselben in endlicher oder unendlicher Anzahl wirken, angeben kann, die ihnen aequivaliren, d. i. deren entgegengesetzte jenen das Gleichgewicht halten. Es sei W das Aggregat der letztern Kräfte in ihre virtuellen Bewegungen multiplicirt. Es wird dann nach dem Princip der virtuellen Bewegungen

$$W + \int\int'\delta r.\frac{2ii'\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho}{\rho} = W + 4ii'\int\int'\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho.\delta\rho$$

$= 0$ sein müssen, oder wenigstens nicht positiv werden können, für jedes System von virtuellen Bewegungen der Reophoren, welches mit den Statt findenden Bedingungen verträglich ist. Für sich allein hingegen halten die Stromkräfte die Reophoren im Gleichgewicht, wenn $\int\int'\delta\rho\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho}{\rho}$ für alle virtuelle Bewegungen $= 0$ oder negativ ist. Die Integrationen sind hier von $s = 0$ bis $s = a$, und von $s' = 0$ bis $s' = a'$ auszuführen.

5. Um die Natur dieses Integrals kennen zu lernen, entwickeln wir die Variation von $\iint'\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho$. Wir haben

$$\delta\iint'\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho = \iint'\delta(\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho) = \iint'\delta\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho + \iint'\delta\mathrm{d}'\rho.\mathrm{d}\rho$$

Nun aber ist

$$\mathrm{d}\int'\mathrm{d}'\rho\delta\rho = \int'\mathrm{d}\delta\rho.\mathrm{d}'\rho + \int'\delta\rho.\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho$$

oder wenn man von $s=0$ bis $s=a$ integrirt und die Werthe von $\int'\mathrm{d}'\rho.\delta\rho$ für $s=0$ und $s=a$ durch F', G',

$$-F'+G' = \iint'\mathrm{d}\delta\rho.\mathrm{d}'\rho + \iint'\delta\rho.\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho$$

und eben so wenn man die Werthe von $\int\mathrm{d}\rho.\delta\rho$ für $s'=0$, und $s'=a'$ durch F, G bezeichnet

$$-F+G = \iint'\mathrm{d}'\delta\rho.\mathrm{d}\rho + \iint'\delta\rho.\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho$$

Folglich

$$\begin{aligned}-F-F'+G+G' &= \iint'\mathrm{d}\delta\rho.\mathrm{d}'\rho + \iint'\mathrm{d}'\delta\rho.\mathrm{d}\rho + 2\iint'\delta\rho.\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho\\ &= \delta\iint'\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho + 2\iint'\delta\rho.\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho\end{aligned}$$

Es ist also das virtuelle Moment der gegenseitigen Einwirkung der Stromstücke s, s' auf einander

$$\begin{aligned}V = 4ii'\iint'\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho.\delta\rho &= -2ii'\delta\iint'\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho\\ &\quad +2ii'(G+G'-F-F')\end{aligned}$$

6. Eine stromerzeugende oder electromotorische Kraft übt ein Strom nur aus, indem er entsteht oder indem er sich bewegt. Die electromotorische Kraft eines Stromelements $i\mathrm{d}s$ wirkt in jedem Punkt mit einer Stärke, welche der Entfernung r verkehrt, hingegen dem auf diese Linie projicirten Stromelement direct proportional ist, und in der Richtung der Linie r selbst, aber stets im entgegengesetzten Sinn. Man schliesst hieraus leicht, dass das virtuelle Moment der electromotorischen Kraft des Elements $i\mathrm{d}s$ durch

$$+\frac{i\mathrm{d}s}{r}.\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}s}.\delta r$$

ausgedrückt werden kann oder durch

$$4i\mathrm{d}\rho.\delta\rho$$

In dem Rheophorelement $\mathrm{d}s'$ ist also die electromotorische Kraft des Stromelements $i\mathrm{d}s$

$$= 4i\mathrm{d}\rho.\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}s'}.\mathrm{d}s' = 4i\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho$$

Das doppelte Integral $4i\iint'\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho$ ist also die ganze electromotorische Kraft in dem Rheophorstück $s'=0$ bis $s'=a'$, welche durch das Stromstück is, von $s=0$ bis $s=a$ ausgeübt wird. Wir bezeichnen diese mit A. Ferner ist das virtuelle Moment der electromotorischen Kraft, welche dasselbe Stromstück in einem gegebenen Punkte ausübt

$$= 4i\int\mathrm{d}\rho.\delta\rho \qquad \text{von } s=0 \text{ bis } s=a$$

ist diese, in dem Anfang des Rheophorstücks s', $=B$, an dessen Ende $=C$, so ist

$$B = 4iF, \qquad C = 4iG$$

Bedeuten ebenso B', C' die virtuellen Momente der electromotorischen Kraft, welche ein Stromstück $i's'$ von $s'=0$ bis $s'=a'$ in den Punkten Anfang und Ende von s ausübt, so ist $B'=4i'F'$, $C'=4i'G'$.

Wir haben folglich

$$V = -\tfrac{1}{2}i'\delta A - \tfrac{1}{2}i'B + \tfrac{1}{2}i'C - \tfrac{1}{2}iB' + \tfrac{1}{2}iC'$$

[7.]

Das Inductionsgesetz.

(Gefunden 1835. Januar 23. Morgens 7^{u} v. d. Aufst.)

I. Die Stromerzeugende Kraft, welche in einem Punkte P hervorgebracht wird durch ein Rheophorelement γ, dessen Entfernung von P, $=r$, ist während des Zeitelements $\mathrm{d}t$ die Differenz der beiden Werthe von $\frac{1}{r}$, welche den Augenblicken t und $t+\mathrm{d}t$ entsprechen, durch $\mathrm{d}t$ dividirt, wo γ nach Grösse und Richtung zu berücksichtigen ist, was kurz und verständlich durch

$$-\frac{\mathrm{d}\frac{1}{r}}{\mathrm{d}t}$$

ausgedrückt werden kann.

II. Die Stärke eines erzeugten Stroms ist

$$=\frac{\int p\,\mathrm{d}s}{\theta}$$

wo p die Stromerzeugende Kraft in jedem Element $\mathrm{d}s$ des Rheophors, θ der ganze Widerstand.

[8.]

Es seien s, s' zwei geschlossene Rheophoren, r die gegenseitige Distanz zweier Punkte in s und s', $r=\rho\rho$, θ der ganze Widerstand in s'.

Folgendes sind die beiden Grundgesetze:

I. Sind in s und s' galvanische Ströme mit den Intensitäten $\varepsilon, \varepsilon'$, die als positiv betrachtet werden, wenn sie die Rheophoren in dem Sinn durchlaufen, in welchem deren Elemente $\mathrm{d}s, \mathrm{d}s'$ gewählt werden, so ist die abstossende Kraft der Elemente

$$=+\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\rho}\cdot\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}s.\mathrm{d}s'}.\mathrm{d}s.\mathrm{d}s'$$

oder wenn man durch d, d' die partiellen auf beide Ströme sich beziehenden Differentiationen bezeichnet

$$=+\frac{\varepsilon\varepsilon'}{\rho}.\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho$$

Diese Kraft wirkt in der Richtung der geraden Linie r.

II. Entsteht während der sehr kleinen Zeit δt der Strom in s, so ist damit eine oben bemerkte Stromerzeugende Kraft in jedem Punkte begleitet; vom Element $\mathrm{d}s'$ ist das Maass derselben

$$=-\frac{\varepsilon\,\mathrm{d}s.\mathrm{d}s'}{\delta t.r}\cos u$$

wenn u die Neigung der Richtungen $\mathrm{d}s, \mathrm{d}s'$ gegen einander bezeichnet.

Bezeichnet man durch z die Projection von r auf die Richtung von $\mathrm{d}s'$, so ist $\mathrm{d}s.\cos u=\mathrm{d}z$, also jene Formel

$$=-\frac{\varepsilon\,\mathrm{d}z}{\delta t.r}.\mathrm{d}s'$$

oder die ganze aus is in $\mathrm{d}s'$ erregte Stromerzeugende Kraft

$$=-\frac{\varepsilon.\mathrm{d}s'}{\delta t}\int\frac{\mathrm{d}z}{r}$$

Da $\frac{\mathrm{d}z}{r}-\frac{z\,\mathrm{d}r}{rr}$ ein vollständiges Differential, mithin dessen Integral durch den geschlossenen Rheophor s ausgedehnt $=0$ ist, so ist obiges Integral auch

$$=-\frac{\varepsilon\,\mathrm{d}s'}{\delta t}\int\frac{z\,\mathrm{d}r}{rr}$$

oder da $-\frac{z}{r}.\mathrm{d}s'=\mathrm{d}'r$

$$=+\frac{\varepsilon}{\delta t}\int\frac{\mathrm{d}r.\mathrm{d}'r}{r}=+\frac{4\varepsilon}{\delta t}\int\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho$$

oder die ganze Stromerzeugende Kraft $=\frac{4\varepsilon}{\delta t}\iint'\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho$ folglich hat der in s' während der Zeit δt Statt findende Strom die Intensität

$$\frac{4\varepsilon}{\theta\delta t}.\iint'\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho$$

wofür man auch offenbar

$$-\frac{4\varepsilon}{\theta\delta t}.\iint'\rho\,\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho$$

schreiben kann. Es ist nemlich $\int.\int'\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho=\int\rho\,\mathrm{d}\rho-\iint'\rho\,\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho$ und $\int\rho\,\mathrm{d}\rho=0$ indem es durch die ganze Stromlinie s ausgedehnt wird.

[9.]

Induction durch Bewegung.

I. In jedem Punkte des Raumes, dessen Coordinaten x, y, z, bezeichne V den körperlichen Winkel, welchen ein Strom S' in jenem Punkte umspannt.

$V=$ Const. bestimmt daher eine Fläche, deren tangirende Ebene und Normale dasselbe sind, was Ampère Plan directeur, und Directrice nennt.

II. In jedem bewegten körperlichen Molecule μ, dessen partielle Geschwindigkeiten $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$ sind, findet eine electrodynamische *Kraft* Statt, deren partielle Zerlegungen ξ, η, ζ sein mögen. Man hat dann

$$\xi=\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}y}\cdot\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}-\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z}\cdot\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)\mu$$

$$\eta=\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}-\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)\mu$$

$$\zeta=\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}-\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}y}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)\mu$$

III. Geht hingegen durch jenen Punkt ein Element eines Stromkörpers $\mathrm{d}s$, so wird solcher von S sollicitirt, und sind die partiellen Kräfte ξ, η, ζ, so ist, i Intensität des Stroms,

$$\xi = \left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}y}\cdot\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}s} - \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z}\cdot\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}s}\right) i\,\mathrm{d}s$$

etc.

Es ist übrigens

$$V = \int\frac{z'(x'\mathrm{d}y'-y'\mathrm{d}x')}{r'(x'x'+y'y')} = \int\frac{x'(y'\mathrm{d}z'-z'\mathrm{d}y')}{r'(y'y'+z'z')} = \int\frac{y'(z'\mathrm{d}x'-x'\mathrm{d}z')}{r'(z'z'+x'x')}$$

wenn x', y', z' sich auf den *wirkenden* Strom S' beziehen, woraus

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z} = \int\frac{x'\mathrm{d}y'-y'\mathrm{d}x'}{r'^3}$$

welches Ampères Ausdruck ist. Es ist indefinit

$$\int\left\{\frac{z(x\mathrm{d}y-y\mathrm{d}x)}{r(xx+yy)} - \frac{y(z\mathrm{d}x-x\mathrm{d}z)}{r(xx+zz)}\right\} = \text{Arc. tg}\,\frac{yz}{xr}$$

am einfachsten bewiesen indem man es in die Form setzt

$$\frac{-yzrr\mathrm{d}x-xyzx\mathrm{d}x+xzrr\mathrm{d}y-xyzy\mathrm{d}y+xyrr\mathrm{d}z-xyzz\mathrm{d}z}{r(xx+yy)(xx+zz)}$$

Die ganze, von der *Entstehung eines Stroms* herrührende Stromerzeugende Kraft in jedem Punkte des Raums, z. B. in dem Punkte, dessen Coordinaten alle $=0$, wird in drei partielle Kräfte zerlegt, nemlich

$$X = \int\frac{\mathrm{d}x'}{r} \qquad \text{also} \qquad \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}y} - \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}z}$$

$$Y = \int\frac{\mathrm{d}y'}{r} \qquad\qquad \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}z} - \frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}x}$$

$$Z = \int\frac{\mathrm{d}z'}{r} \qquad\qquad \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}y}$$

(Februar 4.) [Späterer Zusatz:] (1836 April 7.)

(Für plane Curve ist z' constant also $Z = 0$. Es sei

$$\int r\,\frac{(x'-x)\mathrm{d}y'-(y'-y)\mathrm{d}x'}{(x'-x)^2+(y'-y)^2} = U$$

$$U = \int r\,\mathrm{d}'\lambda = (z'-z)\int\frac{\mathrm{d}'\lambda}{\sin 6} \quad \text{wenn} \quad z'-z = r\sin 6,\ \frac{y'-y}{x'-x} = \mathrm{tg}\,\lambda$$

dann erhält man

$$X = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}y}$$

$$Y = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}$$

Die Richtung der Kraft, deren Componenten X, Y, Z, fällt also immer in die Fläche, wofür $U =$ const. und zugleich in das Planum, wofür z constant. Diese Linie kehrt also in sich selbst zurück.)

Man hat

$$\xi = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}y}.\mathrm{d}z - \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z}.\mathrm{d}y$$

$$= \int'\frac{((z'-z)\mathrm{d}x'-(x'-x)\mathrm{d}z')\mathrm{d}z-((x'-x)\mathrm{d}y'-(y'-y)\mathrm{d}x')\mathrm{d}y}{r^3}$$

$$= \int'\left\{\frac{\mathrm{d}x'[(x'-x)\mathrm{d}x+(y'-y)\mathrm{d}y+(z'-z)\mathrm{d}z]}{r^3} - \frac{(x'-x)(\mathrm{d}x\mathrm{d}x'+\mathrm{d}y\mathrm{d}y'+\mathrm{d}z\mathrm{d}z')}{r^3}\right\}$$

also

$$\xi\delta x+\eta\delta y+\zeta\delta z = -\int'\frac{\mathrm{d}r}{rr}(\mathrm{d}x'.\delta x+\mathrm{d}y'.\delta y+\mathrm{d}z'.\delta z)$$

$$+\int'\frac{\delta r}{rr}(\mathrm{d}x'.\mathrm{d}x+\mathrm{d}y'.\mathrm{d}y+\mathrm{d}z'.\mathrm{d}z)$$

$$= -\int'\delta.\frac{\mathrm{d}x.\mathrm{d}x'+\mathrm{d}y.\mathrm{d}y'+\mathrm{d}z.\mathrm{d}z'}{r}$$

$$+\int'\left(\mathrm{d}x'.\frac{\delta\mathrm{d}x}{r}+\mathrm{d}y'.\frac{\delta\mathrm{d}y}{r}+\mathrm{d}z'.\frac{\delta\mathrm{d}z}{r}\right)$$

$$-\int'\left(\mathrm{d}x'.\frac{\delta x.\mathrm{d}r}{rr}+\mathrm{d}y'.\frac{\delta y.\mathrm{d}r}{rr}+\mathrm{d}z'.\frac{\delta z.\mathrm{d}r}{rr}\right)$$

die beiden letzten Theile werden

$$\int'\mathrm{d}x'.\mathrm{d}\frac{\delta x}{r}+\mathrm{d}y'.\mathrm{d}\frac{\delta y}{r}+\mathrm{d}z'.\mathrm{d}\frac{\delta z}{r}$$

welches durch ganz S integrirt verschwindet. Man hat also

$$\int\xi\delta x+\eta\delta y+\zeta\mathrm{d}z = -\delta\iint'\frac{\mathrm{d}x.\mathrm{d}x'+\mathrm{d}y.\mathrm{d}y'+\mathrm{d}z.\mathrm{d}z'}{r}$$

Kürzer wird der Beweis so geführt. Man hat

1) $$\delta\iint\rho\,\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho = \iint\delta\rho.\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho+\iint\rho\,\delta\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho$$

2) $$\iint\rho\,\mathrm{d}'\mathrm{d}\delta\rho+\iint\mathrm{d}'\rho.\mathrm{d}\delta\rho = \iint\mathrm{d}'(\rho\,\mathrm{d}\delta\rho) = 0$$

3) $$0 = \iint\mathrm{d}(\delta\rho.\mathrm{d}'\rho) = \iint\mathrm{d}'\rho.\mathrm{d}\delta\rho+\iint\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho.\delta\rho$$

also durch Addition

$$\delta\iint\rho\,\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho = 2\iint\delta\rho.\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho = \iint\delta r.\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho}{\rho}$$

Das unter dem Variationszeichen stehende Doppel-Integral kann auf verschiedene Arten ausgedrückt werden

$$\begin{aligned}\iint\rho\,\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho &= -\iint\mathrm{d}\rho.\mathrm{d}'\rho\\ &= \iint\frac{1}{4r}\cos\theta.\cos\theta'.\mathrm{d}s.\mathrm{d}s'\\ &= \iint\frac{1}{4r}(\cos\theta.\cos\theta'+\sin\theta\sin\theta'\cos\omega)\,\mathrm{d}s.\mathrm{d}s'\\ &= \frac{1}{m}.\frac{1}{2-m}\iint\rho^{2-m}\,\mathrm{d}\mathrm{d}'\rho^{m}\\ &= -\frac{1}{mm}\iint\rho^{2-2m}\,\mathrm{d}\rho^{m}.\mathrm{d}'\rho^{m}\end{aligned}$$

[10.]

Einfachste Ausdrücke für die Wirkungen galvanischer Ströme.

Die Fundamentalebene geht durch das wirkende Stromelement AB und den Punkt auf welchen gewirkt wird C.

Die complexen Grössen, welche die Plätze B, C relativ gegen A bezeichnen, seien β, γ; ferner sei r der Modul von β. Endlich, falls auch in C ein Strom in dessen Element CD bereits vorhanden, sei $\gamma+\delta+i'\zeta$ die complexe Grösse, die den Platz von D gegen A bezeichnet. Man hat dann

I. Wenn in C ein Strom ist, für die Kraft, welche dessen materieller Träger durch AB erleidet

$$\frac{\delta}{r}\ \mathrm{Im.}\ \frac{\beta}{\gamma}$$

II. Wenn in C kein Strom ist, aber eine Bewegung in C Statt findet die durch ε in dem durch BC gehenden Planum bezeichnet wird, die electromotorische Kraft

$$\frac{\beta}{r}\ \mathrm{R}\ \frac{\varepsilon}{\gamma}$$

oder in übersichtlichern Zeichen

G wirkendes Stromelement

$\left.\begin{array}{ll} g & \text{vorhandenes Stromelement} \\ m & \text{vorhandene Bewegung}\end{array}\right\}$ in dem Punkte auf welchen gewirkt wird

$\left.\begin{array}{l}\gamma\\ \mu\end{array}\right\}$ Kraft zur Erregung $\left\{\begin{array}{l}\text{eines Stroms}\\ \text{einer Bewegung}\end{array}\right.$

r Entfernung als Modul der complexen Grösse l

1) $$r\mu = g.\ \mathrm{J}.\ \frac{G}{l}$$

2) $$r\gamma = G.\ \mathrm{R}.\ \frac{m}{l}$$

[11.]

Geradlinige Polygone.

Der Punkt auf welchen gewirkt wird sei der Nullpunkt, dann ist

I. für $$X = \int\frac{\mathrm{d}x}{r}$$

der Betrag aus der ersten Seite PP'

$$\frac{x'-x}{r}\log\frac{\operatorname{cotg}\frac{1}{2}\theta'}{\operatorname{cotg}\frac{1}{2}\theta}$$

wenn θ, θ' die Winkel zwischen PP' und $0P$, $0P'$ sind, PP' in gleicher Richtung verstanden. Die Grösse unter der Characteristik log. ist

$$= \frac{r'+\frac{(x'-x)x'+(y'-y)y'+(z'-z)z'}{PP'}}{r+\frac{(x'-x)x+(y'-y)y+(z'-z)z}{PP'}}$$

$$= \frac{PP'.r'+r'r'-(r',PP')}{PP'.r-rr+(r,PP')}.$$

II. Für V der Betrag aus dem Winkel an P', der Unterschied des Winkels zwischen den Ebenen $0PP'$, $0P'P''$ von 180^0. Der Flächeninhalt eines sphärischen Dreiecks, dessen Seiten a, b, c, $=\omega$ gesetzt ist

$$\sin\tfrac{1}{2}\omega = \frac{6\ \text{Pyramide}\ 0PP'P''}{4rr'r'\cos\frac{1}{2}a.\cos\frac{1}{2}b.\cos\frac{1}{2}c}$$

[12.]

g Intensität eines galvanischen Stroms
μ Dichtigkeit des Magnetismus auf einer durch den Rheophor begrenzten Fläche
ρ Abstand dieser Fläche von einer zweiten negativ magnetisirten

1. $$g = \mu\rho$$

2. Wirkung eines electrischen Elements auf ein anderes, relativ gegen welches der Platz des erstern durch die complexe Grösse u für die Zeit t bestimmt wird. Entfernung $= r$

$$-\frac{u}{r^3} - \frac{\alpha}{ur}\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}\right)^2 - \frac{\beta}{r}\frac{\mathrm{dd}u}{\mathrm{d}t^2}$$

3. Gegenseitige Wirkung zwischen einem electrischen und magnetischen Elemente unter relativer Geschwindigkeit v

$$\frac{\gamma v}{rr}$$

4. In einer galvanischen Strömung von der Intensität g, schiebt sich in der Zeit t durch jeden Querschnitt die positive Electricität $\varepsilon g t$ nach der einen, die negative $-\varepsilon g t$ nach der andern Richtung.

5. Es handelt sich darum die Relationen zwischen $\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$ zu bestimmen, $\gamma = 2\beta\varepsilon$ aus der Induction bei Entstehung eines Stromes während der Zeit θ wobei die Kraft, so lange die Entstehung dauert —

$$= \frac{\gamma\pi hhg}{\theta RR} = \frac{2\beta\pi hh\varepsilon g}{\theta RR} \text{ wird}$$

$$\gamma = 4\alpha\varepsilon, \quad \frac{\gamma\pi hhgv}{R^3} = \frac{4\alpha\pi hh\varepsilon gv}{R^3},$$

$$2\gamma\varepsilon = 1, \quad \alpha = \frac{1}{8\varepsilon\varepsilon} = \tfrac{1}{2}\gamma\gamma, \quad \beta = \frac{1}{4\varepsilon\varepsilon} = \gamma\gamma$$

[13.]

Grundgesetz für alle Wechselwirkungen galvanischer Ströme.

(Gefunden im Juli 1835.)

Zwei Elemente von Electricität in gegenseitiger Bewegung ziehen einander an, oder stossen einander ab, nicht eben so als wenn sie in gegenseitiger Ruhe sind.

e, x, y, z Element und Coordinaten
e', x', y', z'
$(x'-x)^2 + (y'-y)^2 + (z'-z)^2 = rr$

Gegenseitige Wirkung (Abstossung)

$$= \frac{ee'}{rr}\left\{1 + k\left(\left(\frac{\mathrm{d}(x'-x)}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}(y'-y)}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}(z'-z)}{\mathrm{d}t}\right)^2 - \tfrac{3}{2}\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\right)^2\right)\right\}$$

wo $\sqrt{\frac{1}{k}}$ eine bestimmte Geschwindigkeit vorstellt.

[14.]

Auf *andere* Weise stellt sich das *Grundgesetz* folgendermaassen dar.

Es seien P und P' Punkte in zwei Strömen; x, y, z und x', y', z' die Coordinaten dieser Punkte, r ihre Distanz; $\mathrm{d}s, \mathrm{d}s'$ zwei bei jenen Punkten anfangende Stromelemente.

u Winkel zwischen $\mathrm{d}s$ und $\mathrm{d}s'$
q - - $\mathrm{d}s$ und PP'
q' - - $\mathrm{d}s'$ und $P'P$

Mit Weglassung der von der Intensität der Ströme abhangenden Factoren, üben die Elemente $\mathrm{d}s, \mathrm{d}s'$ eine gegenseitige Anziehung auf einander aus, die durch

$$\frac{\mathrm{d}s . \mathrm{d}s' . (\cos u + \tfrac{3}{2}\cos q . \cos q')}{rr}$$

gemessen werden kann.

Setzen wir $\mathrm{d}x = \mathrm{d}y = 0$, so ist diese Kraft

$$= \frac{\mathrm{d}s . \mathrm{d}z'}{rr} - \tfrac{3}{2} . \frac{z'-z}{r^3}\mathrm{d}s . \mathrm{d}s' . \left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}s'}\right)$$

oder die partiellen Kräfte, welche $\mathrm{d}s$ parallel mit den Coordinatenaxen sollicitiren

$$\mathrm{d}s . \left\{\frac{(x'-x)\mathrm{d}z'}{r^3} - \frac{3(x'-x)(z'-z)\mathrm{d}'r}{2r^4}\right\}$$
$$\mathrm{d}s . \left\{\frac{(y'-y)\mathrm{d}z'}{r^3} - \frac{3(y'-y)(z'-z)\mathrm{d}'r}{2r^4}\right\}$$
$$\mathrm{d}s . \left\{\frac{(z'-z)\mathrm{d}z'}{r^3} - \frac{3(z'-z)(z'-z)\mathrm{d}'r}{2r^4}\right\}$$

oder, wenn man die Kräfte

$$-\mathrm{d}s.\mathrm{d}'\frac{(x'-x)(z'-z)}{2r^3}$$
$$-\mathrm{d}s.\mathrm{d}'\frac{(y'-y)(z'-z)}{2r^3}$$
$$-\mathrm{d}s.\mathrm{d}'\frac{(z'-z)(z'-z)}{2r^3}$$

hinzusetzt, was, in sofern $\mathrm{d}s'$ Element eines geschlossenen Stroms ist, erlaubt ist

$$\frac{\mathrm{d}s}{2r^3}((x'-x)\,\mathrm{d}z'-(z'-z)\,\mathrm{d}x')$$
$$\frac{\mathrm{d}s}{2r^3}((y'-y)\,\mathrm{d}z'-(z'-z)\,\mathrm{d}y')$$
$$\frac{\mathrm{d}s}{2r^3}((z'-z)\,\mathrm{d}z'-(z'-z)\,\mathrm{d}z')$$

Die letzte offenbar $=0$. Diesen Kräften aequivaliren aber offenbar folgende, insofern auf $\mathrm{d}s$ gewirkt wird

1. In der Richtung PP' . . . . . $\frac{\mathrm{d}s.\mathrm{d}z'}{2rr}=\frac{\mathrm{d}s.\mathrm{d}s'}{2rr}\cos u$
2. in der Richtung parallel mit $\mathrm{d}s'$ . . . . . $-\frac{\mathrm{d}s.\mathrm{d}s'}{2rr}.\cos q$

welchen man noch beifügen darf

3. in der Richtung $\mathrm{d}s$ . . . . . . $+\frac{\mathrm{d}s.\mathrm{d}s'}{2rr}.\cos q'$

wogegen dann auf $\mathrm{d}s'$ drei diesen genau entgegengesetzte Kräfte wirken werden.

Sind die Coordinaten des wirkenden Stromelements x, y, z, die des Elements, auf welches gewirkt wird $0, 0, 0$; die Richtung und Stärke des ersten und zweiten Elements nach den Coordinaten geschätzt ξ', η', ζ'; ξ, η, ζ, so ist nach Ampère die ganze Kraft anziehend

$$\frac{\xi\xi'+\eta\eta'+\zeta\zeta'}{rr}-\tfrac{3}{2}\frac{(x\xi+y\eta+z\zeta)(x\xi'+y\eta'+z\zeta')}{r^4}$$

also die eine partielle Kraft

$$\frac{x}{r^3}(\xi'\mathrm{d}x+\eta'\mathrm{d}y+\zeta'\mathrm{d}z)-\frac{3x}{2r^4}(x\xi'+y\eta'+z\zeta')\,\mathrm{d}r$$
$$=\tfrac{1}{2}\xi'\mathrm{d}\frac{xx}{r^3}+\tfrac{1}{2}\eta'\mathrm{d}\frac{xy}{r^3}+\tfrac{1}{2}\zeta'\mathrm{d}\frac{xz}{r^3}+\frac{\eta'}{2r^3}(x\,\mathrm{d}y-y\,\mathrm{d}x)+\frac{\zeta'}{2r^3}(x\,\mathrm{d}z-z\,\mathrm{d}x)$$

oder da man vollständige Differentiale weglassen kann

$$\frac{\eta'(x\eta-y\xi)+\zeta'(x\zeta-z\xi)}{2r^3}=\frac{x(\eta\eta'+\zeta\zeta')-y\xi\eta'-z\xi\zeta'}{2r^3}$$

Hier ist es nun erlaubt noch zuzusetzen oder wegzulassen

$$\frac{x\xi\xi'+y\eta\xi'+z\zeta\xi'}{2r^3}$$

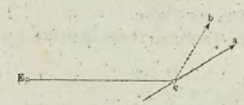
wodurch die Formel symmetrisch in Beziehung auf beide Elemente wird. Wählen wir das letztere, so haben wir die Kraft

$$\frac{x(-\xi\xi'+\eta\eta'+\zeta\zeta')-y(\xi\eta'+\eta\xi')-z(\xi\zeta'+\zeta\xi')}{2r^3}$$

Dies erklärt sich durch eine Kraft, die von den *relativen* Bewegungen α, β, γ abhangt

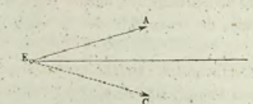
$$=-\frac{x(\alpha\alpha+\beta\beta+\gamma\gamma)-2\alpha(x\alpha+y\beta+z\gamma)}{2r^3}$$

Hier reichen wir nun mit Einer Zusatzkraft aus, die nach eb mit der Stärke $\frac{vv}{kk}ee$ wirkt, wenn ea die Richtung der relativen Bewegung v ist



aeb $=180^0-$aeE, eE positiv

Noch einfacher und ganz allgemein wird das Gesetz folgendermaassen ausgedrückt



Wenn ein electrisches Element E durch die Wirkung eines andern nach der Richtung EA mit der Kraft p sollicitirt wird, insofern beide in gegenseitiger Ruhe sind, so kommt, im Fall einer gegenseitigen Bewegung, deren Richtung in Beziehung auf E, die Gerade EB und Geschwindigkeit $= v$ ist, zu jener Kraft noch eine zweite hinzu, deren

$$\text{Stärke} = \frac{pvv}{kk}, \qquad \text{Richtung} = \text{EC}$$

wobei EA, EB, EC in Einem Planum liegen und EB mitten zwischen EA und EC.

[15.]

Kugelfläche.

Es seien x, y, z die Coordinaten eines Punktes in einer auf der Kugelfläche liegenden in sich selbst zurückkehrenden Linie. $xx + yy + zz = rr$.

Das Integral

$$\int \frac{z(x\,dy - y\,dx)}{r(xx + yy)} = V$$

wird durch die Länge der ganzen Linie genommen verstanden.

Jene Linie scheidet die Kugelfläche in zwei oder mehrere Theile A, B, C u. s. w.

Es wird dann

$$V = \alpha A + \beta B + \gamma C + \ldots$$

sein, wo die Coefficienten $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ folgenden zwei Bedingungen Genüge leisten:

1. Die Coefficienten zweier an einander grenzenden Stücke sind immer um eine Einheit verschieden, und zwar gehört demjenigen Stück der kleinere Coefficient an, welches gegen die Scheidungslinie ebenso liegt, wie der positive Pol der z gegen den grössten Kreis, der vom Pole der x nach dem Pole der y gezogen ist.

2. Die Summe der Coefficienten, welche denjenigen Stücken angehören, in denen die beiden Pole der z liegen, ist $= 0$.

Der Beweis ist leicht geführt, indem man vom negativen zum positiven Pole der z eine unendlich grosse Menge von Halbkreisen zieht.

Der Fall, wo einer der beiden Pole in die Linie selbst fiele, ist durch die Natur des Integrals von selbst ausgeschlossen.

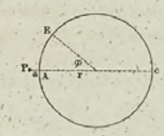
[16.]

Electromotorische Kraft, durch Entstehung eines Stromes.

Electromotorische Kraft in P, vermöge Entstehung des Stromes in $A \ldots B$

$$= \log \frac{x' + \sqrt{(x'x' + yy)}}{x^0 + \sqrt{(x^0x^0 + yy)}}, \quad \text{wenn} \quad 0A = x^0, \quad 0B = x', \quad 0P = y.$$

Electromotorische Kraft in P vermöge Entstehung eines Stromes durch den Kreis



1) durch das Stück AB.. proxime $\log \frac{2r \sin\varphi}{a}$

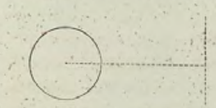
2) durch das Stück BC proxime $-2 - \log \operatorname{tg} \frac{1}{2}\varphi$

Zusammen $\log \frac{8r\varphi}{a} - 2 = \log \frac{8r\varphi}{aee}$

Durch den ganzen Kreis $2 \log \frac{8r}{aee}$

[17.]

Es entstehe durch Umdrehung eines Kreises, dessen Halbmesser $= \rho$ um eine in jener Ebene liegende Axe, von welcher der Mittelpunkt des Kreises die Entfernung $= R$ hat, ein ringförmiger körperlicher Raum der gleichförmig mit einer Rheophorkette ausgefüllt ist. Die Anzahl der Umwindungen sei M. Es wird angenommen, dass ρ gegen R sehr klein sei. Man verlangt die electromotorische Wirkung des Ringes auf einen Punkt, der entweder innerhalb oder sehr nahe am Ringe liegt.



Es sei a die Distanz des Punktes von der Centrallinie des Ringes, so wird die verlangte Wirkung sein

$$2M \log \frac{8R}{aee} = 2M\{\log \frac{8R}{a} - 2\} \quad \text{wenn} \quad a > \rho$$

$$2M(\log \frac{8R}{\rho} - \tfrac{3}{2} - \frac{aa}{2\rho\rho}) \quad \text{wenn} \quad a < \rho$$

Der mittlere Werth für alle *im* Ringe gleichförmig vertheilten Punkte ist

$$2M\{\log\tfrac{8R}{\rho}-\tfrac{7}{4}\}$$

oder die ganze electromotorische Kraft, welche eindem inducirenden Ringe gleichförmig eingewirkter von m Umwindungen erleidet

$$=4\pi mMR\{\log\tfrac{8R}{\rho}-\tfrac{7}{4}\}=E$$

Bei gegebenem Drahtvorrath für jede Kette ist mR, MR und $\frac{m}{\rho\rho}$ gegeben, da nun

$$E=16\pi.\,MR.\,(mR)^{\frac{2}{3}}.\,(\tfrac{m}{\rho\rho})^{\frac{1}{3}}.\,(\tfrac{8R}{\rho})^{-\frac{2}{3}}\,(\log\tfrac{8R}{\rho}-\tfrac{7}{4})$$

so muss, damit E *ein Maximum* werde

$$(\tfrac{8R}{\rho})^{-\frac{2}{3}}\,(\log\tfrac{8R}{\rho}-\tfrac{7}{4})$$

ein Maximum werden, oder $(\frac{8R}{\rho})^{\frac{2}{3}}=x$ gesetzt, muss

$$\frac{\log x^{\frac{3}{2}}-\frac{7}{4}}{x}=\tfrac{3}{2}\{\frac{\log x-\frac{7}{6}}{x}\}$$

ein Maximum werden.

Dies geschieht, wenn $\log x=\frac{13}{6}$

$$\text{oder }\log\tfrac{8R}{\rho}=\tfrac{13}{4}\text{ wird}$$

$$\text{oder }\log\text{Brigg}\,\tfrac{8R}{\rho}=1{,}4114580$$

$$\text{oder }\tfrac{8R}{\rho}=25{,}79$$

$$R=3{,}22\,\rho$$

[18.]

Wenn man zu *den Massen im Innern eines körperlichen Raumes* noch die ihnen für den äussern Raum aequivalirenden auf der Oberfläche mit entgegengesetzten Zeichen beifügt, so erhält man einen Körper als Träger von positiven und negativen Massen, deren Complex auf alle Punkte des äussern Raumes gar keine Anziehungskraft ausübt.

Man beweiset leicht

1. dass in Folge der Reaction äusserer Massen jener Körper auch im Gleichgewicht bleibt

2. dass der Körper, wenn die betreffenden Massen magnetische Fluida sind, auch auf einen Rheophor gar keine Kraft ausübt.

Schwerer aber

3. dass auch trotz der Reaction des Rheophors jener Körper im Gleichgewicht bleibt.

Das letzte beruht auf folgenden Momenten:

Es sei $\mathrm{d}m$ ein Element des Körpers; x, y, z dessen Coordinaten; die Characteristik $\int$ beziehe sich auf alle $\mathrm{d}m$. Es sei ferner $\mathrm{d}s$ ein Element eines galvanischen Stroms, a, b, c; $a+\mathrm{d}a$, $b+\mathrm{d}b$, $c+\mathrm{d}c$ die Coordinaten seiner Endpunkte, wo also a, b, c Functionen von s. Die Intensität des Stromes $=1$. Charakteristik S Summation in Beziehung auf $\mathrm{d}s$.

Sind X, Y, Z die Componenten der ganzen auf $\mathrm{d}m$ wirkenden beschleunigenden Kraft, so sind die Bedingungen des Gleichgewichts bekanntlich

$$\int X\mathrm{d}m,\ \int Y\mathrm{d}m,\ \int Z\mathrm{d}m,\ \int(zY-yZ)\mathrm{d}m,\ \int(xZ-zX)\mathrm{d}m,\ \int(yX-xY)\mathrm{d}m\ \text{alle}=0$$

Es ist $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=rr$ gesetzt (die positiven x, y, z bez. nach vorn, rechts oben gerichtet)

$$X=S\tfrac{(y-b)\mathrm{d}c-(z-c)\mathrm{d}b}{r^3},\quad Y=S\tfrac{(z-c)\mathrm{d}a-(x-a)\mathrm{d}c}{r^3},\quad Z=S\tfrac{(x-a)\mathrm{d}b-(y-b)\mathrm{d}a}{r^3}$$

also

$$\int X\mathrm{d}m=S(\eta\mathrm{d}c-\zeta\mathrm{d}b)$$

$$\int(yX-xY)\mathrm{d}m$$
$$=SV\mathrm{d}c+S\{(\xi c-\zeta a)\mathrm{d}a+(\eta c-\zeta b)\mathrm{d}b+(a\xi+b\eta+c\zeta)\mathrm{d}c\}-\int z\mathrm{d}m\,S\frac{\mathrm{d}\frac{1}{r}}{\mathrm{d}s}\mathrm{d}s$$

[wo $\int\frac{\mathrm{d}m}{r}=V$, $\int\frac{x-a}{r^3}\mathrm{d}m=\xi$ u.s.f. gesetzt sind, welche alle zu Null werden.]

1836 Februar 18.

Viel einfacher wird die Ableitung auf folgende Art gemacht.

Wenn x, y, z; $x+\mathrm{d}x$, $y+\mathrm{d}y$, $z+\mathrm{d}z$ die Coordinaten zweier beliebiger einander unendlich naher Punkte sind, so muss die Variation von

$$\mathrm{d}x^2+\mathrm{d}y^2+\mathrm{d}z^2$$

unabhängig von den Werthen von $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$, $\mathrm{d}z$, $=0$ werden. Zur Abkürzung bezeichnen wir δx, δy, δz mit $\alpha\xi$, $\alpha\eta$, $\alpha\zeta$, wo α einen constanten unendlich kleinen Coëfficienten bedeutet. Man hat also

$$\begin{aligned}\delta(\mathrm{d}x^2+\mathrm{d}y^2+\mathrm{d}z^2) &= 2\alpha(\mathrm{d}x.\mathrm{d}\xi+\mathrm{d}y.\mathrm{d}\eta+\mathrm{d}z.\mathrm{d}\zeta)\\ &= 2\alpha\{\tfrac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}x}.\mathrm{d}x^2+\tfrac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}y}.\mathrm{d}y^2+\tfrac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}z}.\mathrm{d}z^2\\ &\quad+(\tfrac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}y}+\tfrac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}x})\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y+(\tfrac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}z}+\tfrac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}x})\mathrm{d}x\mathrm{d}z+(\tfrac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}z}+\tfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})\mathrm{d}y\mathrm{d}z\}\end{aligned}$$

Offenbar muss also sein

1. $0=\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}x}$
2. $0=\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}y}$
3. $0=\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}z}$
4. $\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}y}=-\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}x}=r$
5. $\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}x}=-\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}z}=q$
6. $\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}z}=-\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}y}=p$

Man hat aus (6) (4) (5) (6), aus (6) (2), aus (6) (3):

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}=\frac{\mathrm{dd}\eta}{\mathrm{d}x\mathrm{d}z}=-\frac{\mathrm{dd}\xi}{\mathrm{d}z\mathrm{d}y}=\frac{\mathrm{dd}\zeta}{\mathrm{d}y\mathrm{d}x}=-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}=0$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y}=\frac{\mathrm{dd}\eta}{\mathrm{d}y\mathrm{d}z}=0$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}=-\frac{\mathrm{dd}\zeta}{\mathrm{d}z\mathrm{d}y}=0$$

also p constant,

ebenso folgt q, r constant

und daher

$$\begin{aligned}\xi &= a+ry-qz\\ \eta &= b+pz-rx\\ \zeta &= c+qx-py\end{aligned}$$

[19.]

Beweis von AMPÈRES *Fundamentalsatze.*

Über eine begrenzte Fläche (I), in der jedem unbestimmten Punkte die Coordinaten x, y, z angehören, sei positives magnetisches Fluidum gleichförmig so verbreitet, dass auf die Flächeneinheit das Quantum magnetischen Fluidums $=k$ komme.

Ein Element eines galvanischen Stroms von der Intensität i erstrecke sich von $0, 0, 0$, bis $0, 0, \zeta$.

Zur Abkürzung schreibe man

$$r=\sqrt{(xx+yy+zz)}$$

Einem Elemente ω der Coordinatenebene der x, y entspricht das Element der Fläche (I) ... $\omega\sqrt{(1+(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x})^2+(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})^2)}$ und das Quantum magnetischen Fluidums $k\omega\sqrt{(1+(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x})^2+(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})^2)}$. Dessen Wirkung auf das Stromelement $i\zeta$ zerlegt sich also in die drei partiellen Kräfte

$$ik\zeta\omega.\frac{y}{r^3}\sqrt{(1+(\tfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x})^2+(\tfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})^2)}$$

$$-ik\zeta\omega.\frac{x}{r^3}\sqrt{(1+(\tfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x})^2+(\tfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})^2)}$$

$$0$$

Nehmen wir jetzt eine zweite Fläche (II) mit (I) parallel in der unendlich kleinen Entfernung ε unter dieser, d. i. jedem Punkte x, y, z, in (I) entspreche in II der Punkt

$$x+\frac{\varepsilon}{\sqrt{(1+(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x})^2+(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})^2)}}.(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x})$$

$$y+\frac{\varepsilon}{\sqrt{(1+(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x})^2+(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})^2)}}.(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})$$

$$z-\frac{\varepsilon}{\sqrt{(1+(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x})^2+(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})^2)}}$$

Über diese zweite Fläche sei negatives magnetisches Fluidum dergestalt verbreitet, dass jeder Flächentheil von II eben so viel negatives Fluidum enthalte, als der entsprechende Flächentheil von I positives. Die Gesammtwirkung derjenigen Fluida, die auf den einander entsprechenden Elementen von I. II enthalten sind, werden demnach

$$\frac{\varepsilon ik\zeta.\omega}{r^5}\{3xy.(\tfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x})+(3yy-rr)(\tfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})-3yz\}=X\omega$$

$$-\frac{\varepsilon ik\zeta.\omega}{r^5}\{(3xx-rr)(\tfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x})+3xy(\tfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})-3xz\}=Y\omega$$

$$0 \qquad\qquad =Z\omega$$

Fangen wir mit der Umformung von ωX an, welches wir zuerst in die Form setzen

$$\omega X = \frac{\varepsilon i k \zeta \omega}{r^5}\{3xy(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}) + (2rr - 3xx - 3zz)(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}) - 3yz\}$$
$$= \frac{\varepsilon i k \zeta \omega}{r^5}\{(x\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x\mathrm{d}y} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})rr - 3(x + z\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x})x\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}$$
$$- (x\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x\mathrm{d}y} - \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})rr + 3(y + z\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})(x\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} - z)\}$$
$$= \varepsilon i k \zeta \omega \{ \frac{\mathrm{d}\frac{x(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})}{r^3}}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}\frac{x(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}) - z}{r^3}}{\mathrm{d}y} \}$$

Soll nun die Totalwirkung parallel mit der Axe der x ermittelt werden, so nennen wir III die Projection von I auf die Ebene der x, y oder den Inbegriff aller ω und haben mithin das Integral $\int \omega X$ über alle ω ausgedehnt aufzusuchen, oder wenn wir $\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ anstatt ω schreiben, haben wir die doppelte Integration von $X\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ auszuführen.

Man hat hiebei

$$\varepsilon i k \zeta \mathrm{d}y.\{\frac{\mathrm{d}\frac{x(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y})}{r^3}}{\mathrm{d}x}.\mathrm{d}x\}$$

und

$$\varepsilon i k \zeta \mathrm{d}x.\{\frac{\mathrm{d}\frac{x(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}) - z}{r^3}}{\mathrm{d}y}.\mathrm{d}y\}$$

besonders zu betrachten. Für ersteres theilt man III in unendlich viele unendlich schmale Streifen parallel mit der Axe der x, für zweites in ähnliche Streifen, aber parallel mit der Axe der y. Daraus folgt dann sehr leicht, dass das Ganze wird

$$\varepsilon i k \zeta \int \frac{x\mathrm{d}z - z\mathrm{d}x}{r^3} = \varepsilon i k \zeta \int \frac{x\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}s} - z\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}s}}{r^3}.\mathrm{d}s$$

durch den ganzen Umfang von III ausgedehnt, indem man diesen in einer solchen Richtung durchläuft, dass III rechts liegt.

Auf ähnliche Weise erhält man für die Summe aller $Y\omega$

$$\varepsilon i k \zeta \int \frac{y\mathrm{d}z - z\mathrm{d}y}{r^3} = \varepsilon i k \zeta \int \frac{y\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}s} - z\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}s}}{r^3}.\mathrm{d}s$$

Hiedurch in Verbindung mit [Nr. 14] ist das Ampèresche Gesetz bewiesen.

[20]

[*C. F. Gauss an W. Weber.*]

Hoch geschätzter Freund.

Seit Anfang dieses Jahrs ist unaufhörlich auf so vielfache Weise meine Zeit in Anspruch genommen und zersplittert, und von der andern Seite mein Gesundheitszustand anhaltenden Arbeiten so wenig günstig gewesen, dass ich bisher gar nicht habe dazu kommen können, den mir von Ihnen gütigst vor zwei Monaten zugesandten kleinen Aufsatz durchzugehen, und dass ich erst jetzt eine flüchtige Durchsicht habe vornehmen können. Diese hat mir aber gezeigt, dass der Gegenstand zu denselben Untersuchungen gehört, mit denen ich mich vor etwa 10 Jahren (ich meine besonders 1834—1836) sehr ausgedehnt beschäftigt habe, und dass um ein gründliches und erschöpfendes Urtheil über Ihren Aufsatz aussprechen zu können, es nicht zureicht *diesen* durchzulesen, sondern dass ich mich erst ganz wieder in meine eignen Arbeiten aus jener Zeit würde hineinstudiren müssen, was einen um so längern Zeitraum erfordern würde, da ich jetzt, bei einer versuchsweise vorgenommenen Papier-Durchmusterung erst einige nur fragmentarische Bruchstücke aufgefunden habe, obwohl wahrscheinlich viel mehr noch vorhanden sein wird, wenn auch nicht in vollständig geordneter Form.

Darf ich aber, jenen Gegenständen seit mehreren Jahren entfremdet, auf den Grund des Gedächtnisses eine Urtheilsäusserung mir verstatten, so würde ich glauben, dass von vorne herein Ampère, lebte er noch, entschieden dagegen protestiren würde, wenn Sie das Ampèresche Fundamentalgesetz durch die Formel

$$-\frac{\alpha\alpha'}{rr} i i' \sin\theta \sin\theta' \cos\varepsilon \qquad \text{(I)}$$

ausdrücken, da jenes ein ganz davon verschiedenes nemlich in der Formel

$$-\frac{\alpha\alpha'}{rr} i i' (\tfrac{1}{2}\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon) \qquad \text{(II)}$$

enthaltenes ist. Ich glaube auch nicht, dass Ampère durch die Zusatznote, deren Sie in einem spätern Briefe erwähnen, befriedigt sein würde, wo Sie nemlich den Unterschied so einkleiden, dass Ampères Formel eine *allgemeinere* sei, eben wie $-\frac{\alpha\alpha'}{rr}(F\cos\theta\cos\theta' + G\sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon)$, wo Ampère aus Versuchen $F = \frac{1}{2}G$ abgeleitet habe, während Sie, weil Ampères Versuche nicht sehr scharf seien, mit demselben Rechte den Werth $F = 0$ in Anspruch nehmen zu können glauben. In jedem andern Falle, als dem vorliegenden, würde ich zugeben, dass ein dritter bei dieser Discordanz zwischen Ihnen und Ampère sich etwa so erklärte:

ob man (mit Ihnen) dies nur als eine Modification des AMPÈREschen Gesetzes ansehen, oder

ob (wie meines Erachtens AMPÈRE die Sache würde ansehen müssen) dies ebenso viel heisse als ein completer Umsturz der AMPÈREschen Fundamentalformel und das Einsetzen einer wesentlich andern

sei doch im Grunde wenig mehr als ein müssiger Wortstreit. Wie gesagt, in jedem andern Fall würde ich dies gern einräumen, da niemand *in verbis facilior* als ich sein kann. Aber in gegenwärtigem ist der Unterschied eine Lebensfrage, denn die ganze AMPÈREsche Theorie der Umtauschbarkeit des Magnetismus mit galvanischen Strömen hängt durchaus von der Richtigkeit der Formel II ab und geht gänzlich verloren, wenn eine andere dafür gewählt würde.

Ich kann Ihnen nicht widersprechen, wenn Sie die Versuche von AMPÈRE für nicht sehr concludent erklären, zumal, da ich AMPÈRES classische Abhandlung nicht zur Hand und die Art seiner Versuche gar nicht im Gedächtniss habe, indessen glaube ich doch nicht, dass AMPÈRE, auch wenn er die Unvollkommenheit seiner Versuche selbst einräumte, die Befugniss, eine ganz andere Formel (I), wodurch seine ganze Theorie zerfiele, zu adoptiren zugeben würde, so lange nicht diese andere Formel durch *ganz entscheidende* Versuche befestigt wäre. Die Bedenken, die ich selbst Ihrem zweiten Briefe zufolge, geäussert habe, müssen von Ihnen misverstanden sein. Ich habe früh die Überzeugung gewonnen und festgehalten, dass die oben erwähnte Vertauschbarkeit *nothwendig* die AMPÈREsche Formel II erfordert und keine andere zulässt, die nicht mit jener, für einen geschlossenen Strom identisch wird, *wenn die Wirkung in der Richtung der die beiden Stromelemente verbindenden geraden Linie* geschehen soll, dass man aber allerdings unzählige andere Formen wählen kann, wenn man die eben ausgesprochene Bedingung verlässt, die aber für einen geschlossenen Strom immer dasselbe Endresultat geben müssen wie AMPÈRES Formel. Man könnte übrigens auch noch hinzufügen, dass da es bei jenen Zwecken immer nur um Wirkungen in messbaren Entfernungen sich handelt, nichts uns hindern würde, vorauszusetzen, dass auch noch möglicherweise andere Theile zu der Formel hinzukommen mögen, die nur in unmessbar kleinen Entfernungen wirksam sind (wie die Molecularattraction zu der Gravitation hinzutritt), und dass dadurch die Schwierigkeit des Abstossens zweier auf einander folgenden Elemente desselben Stromes beseitigt werden könnte.

Um Missverständniss zu verhüten, will ich noch bemerken, dass die obige Formel II auch so geschrieben werden kann

$$-\frac{\alpha\alpha'}{rr}\,i\,i'\left(-\tfrac{1}{2}\cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon\right)$$

und dass ich nicht weiss, ob AMPÈRE (dessen Memoire ich wie gesagt nicht zur Hand habe) die erste oder zweite Schreibart gebraucht hat. Beide bedeuten nemlich dasselbe, und man schreibt die erste Form, wenn man die Winkel θ, θ' mit derselben (begrenzten) geraden Linie misst, also diese Linie bei dem zweiten Winkel im entgegengesetzten Sinn zum Schenkel wählt, die andere Form hingegen, wenn man eine gerade Linie von unbestimmter Länge betrachtet und zur Messung der Winkel θ, θ', jene Linie beidemal in einerlei Sinn zuzieht. Und ebenso kann man der ganzen Formel anstatt des — Zeichens ein + Zeichen vorsetzen, wenn man nicht Abstossung sondern Anziehung wie eine positive Wirkung betrachtet.

Vielleicht bin ich im Stande, mich etwas mehr wieder in diese mir jetzt so fremd gewordenen Sachen hineinzustudiren, bis Sie, wie Sie mir Hoffnung gemacht haben Ende April oder Anfang Mai mich mit einem Besuche erfreuen. Ich würde ohne Zweifel meine Untersuchungen längst bekannt gemacht haben, hätte nicht zu der Zeit, wo ich sie abbrach, das gefehlt, was ich wie den eigentlichen Schlussstein betrachtet hatte

Nil actum reputans si quid superesset agendum

nemlich *die Ableitung* der Zusatzkräfte (die zu der gegenseitigen Wirkung ruhender Electricitätstheile noch hinzukommen, wenn sie in gegenseitiger Bewegung sind) *aus der nicht instantaneen*, sondern (auf ähnliche Weise wie beim Licht) in der Zeit sich fortpflanzenden Wirkung. Mir hatte dies damals nicht gelingen wollen; ich verliess aber so viel ich mich erinnere die Untersuchung damals doch nicht ganz ohne Hoffnung, dass dies später vielleicht gelingen könnte, obwohl — erinnere ich mich recht — mit der subjectiven Überzeugung, dass es vorher nöthig sei, sich von der Art, *wie* die Fortpflanzung geschieht, eine construirbare Vorstellung zu machen.

— — — — — — — — — — — — — — — —

Unter herzlichen Grüssen an Ihre Geschwister und an Herrn Prof. MÖBIUS

Göttingen, 19. März 1845. stets der Ihrige

C. F. GAUSS.

[21.]

Lineargrösse $=$ Widerstand eines gegebenen Drahts $= r$

Zeitgrösse $= t$

Geschwindigkeit $= \frac{r}{t}$

Dichtigkeit $= \frac{1}{tt} = \frac{p}{r^3}$. Dichtigkeit des Wassers ist etwa $\frac{1}{15\,000\,000(1'')^3}$

Expansibilität der Flüssigkeit $= \frac{rr}{t^4} = \frac{p}{rtt}$

Specifische Elasticität bei bestimmter Temperatur $= \frac{rr}{tt}$

Beschleunigungskraft $= \frac{r}{tt}$

Masse $= \frac{r^3}{tt} = p$

Druck $= \frac{r^4}{t^4} = \frac{pr}{tt}$

Wirkung $=$ Lebend. Kraft $=$ Drehungsmoment $= \frac{r^5}{t^4} = \frac{prr}{tt}$

Wirksamkeit $= \frac{r^5}{t^5} = \frac{prr}{t^3}$

Erdmagnetismus $= \sqrt{\frac{p}{rtt}}$

Freier Magnetismus $=$ Stärke eines ganzen Stroms $= \sqrt{\frac{pr^3}{tt}}$

Specifische Intensität eines galvanischen Stroms $= \sqrt{\frac{pr}{tt}}$

Erregungskraft von Kupfer: Zink $= \sqrt{\frac{pr^3}{t^4}}$

Leitungsvermögen bestimmten Metalls $= \frac{t}{rr}$

KUGELFUNCTIONEN.

[1.]

Um P, *eine homogene Function* von x, y, z von der Ordnung i, in *reine Kugelfunctionen* zu zerlegen dient folgendes:

Man setze

$$\frac{\mathrm{dd}P}{\mathrm{d}x^2} + \frac{\mathrm{dd}P}{\mathrm{d}y^2} + \frac{\mathrm{dd}P}{\mathrm{d}z^2} = P' = fP, \quad fP' = P'', \quad fP'' = fP''', \text{ etc.}$$

und schreibe Kürze halber $xx + yy + zz = \rho$. Man wird dann P in die Form

$$P = A + \rho B + \rho\rho C + \rho^3 D + \text{ u. s. w.}$$

bringen, so dass A, B, C, D etc. reine Kugelfunctionen werden, vermittelst folgender Gleichungen

$$P = A + \rho B + \rho\rho C + \rho^3 D + \rho^4 E + \text{ u. s. w.}$$

$$P' = 2(2i-1)B + 4(2i-3)\rho C + 6(2i-5)\rho\rho D + 8(2i-7)\rho^3 E + \text{ u. s. w.}$$

$$P'' = 2.4(2i-3)(2i-5)C + 4.6(2i-5)(2i-7)\rho D + 6.8(2i-7)(2i-9)\rho\rho E + \text{ u. s. w.}$$

$$P''' = 2.4.6(2i-5)(2i-7)(2i-9)D + 4.6.8(2i-7)(2i-9)(2i-11)\rho E + \text{ u. s. w.}$$

$$P'''' = 2.4.6.8(2i-7)(2i-9)(2i-11)(2i-13)E + \text{ u. s. w.}$$

Man kann diese Gleichungen auch so vorstellen, indem man statt $\rho \ldots RR$ schreibt und bei den Differentiationen blos R als veränderlich betrachtet:

$$\frac{\mathrm{dd}.R^{-i}P}{\mathrm{d}R^2} + R^{-i}.P' = i(i+1).R^{-i-2}P$$

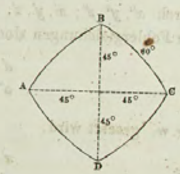
[2.]

Geometrische Bedeutung der Kugelfunctionen.

P der unbestimmte Punkt.

A, B, C, D etc. bestimmte Punkte

Kugelfunct. der ersten Ordnung $\alpha \cos PA$



Zweite Ordnung $\alpha \cos PA.\cos PC + \mathfrak{b} \cos PB.\cos PD$

wo A, B, C, D sich auf vier Flächen eines regelmässigen Octaeders beziehen.

Dritte Ordnung $\alpha \cos PA.\cos PB.\cos PC + \mathfrak{b} \cos PA'.\cos PB'.\cos PC'$

wo A, B, C in einem, A', B', C' in einem andern grössten Kreise liegen und zwar so, dass $AB = BC = CA = A'B' = B'C' = C'A' = 120^0$ und beide Kreise einander rechtwinklig schneiden.

Vierte Ordnung: Aggregat dreier Producte aus je vier Cosinus; die drei grössten Kreise schneiden einander unter rechten Winkeln.

Fünfte Ordnung: Aggregat dreier Producte aus je fünf Cosinus. Die drei grössten Kreise schneiden einander in Einem Punkte.

ZUM GEBRAUCH DES COMPARATORS.

[1.]

Drei in nahe gleichen Entfernungen gesetzte Mikroskope werden successive auf die Theile eines Maassstabes gebracht, die jenen Entfernungen nahe gleich sind.

Die Theilstriche des Maassstabes überschiessen die Sehlinien der Mikroskope in diesen successiven Versuchen um

$$\begin{array}{ccc} a^0 & b^0 & c^0 \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \\ a''' & b''' & c''' \\ & \text{etc.} & \end{array}$$

Durch x^0, y^0, z^0; x', y', z'; x'' etc. bezeichnen wir die Fehler dieser Grössen. Die Fehlergleichungen sind, wenn

$$a' - a'' - b^0 + b'' + c^0 - c' = e^0$$
$$a'' - a''' - b' + b''' + c' - c'' = e'$$

u. s. w. gesetzt wird,

$$x' - x'' - y^0 + y'' + z^0 - z' = e^0$$
$$x'' - x''' - y' + y''' + z' - z'' = e' \text{ u. s. w.}$$

Hienach haben die plausibelsten Werthe der Fehler die Form

$$\begin{array}{lll} x^0 = 0 & y^0 = -h^0 & z^0 = h^0 \\ x' = h^0 & y' = -h' & z' = h' - h^0 \\ x'' = h' - h^0 & y'' = -h'' + h^0 & z'' = h'' - h' \\ x''' = h'' - h' & y''' = -h''' + h' & z''' = h''' - h'' \\ \text{u. s. w.} & & \end{array}$$

und die Hülfsgrössen h^0, h' etc. hangen von den Gleichungen ab

$$\begin{array}{r} 6h^0 - 2h' - h'' = e^0 \\ -2h^0 + 6h' - 2h'' - h''' = e' \\ -h^0 - 2h' + 6h'' - 2h''' - h'''' = e'' \\ -h' - 2h'' + 6h''' - 2h'''' - h^{v} = e''' \\ -h'' - 2h''' + 6h'''' - 2h^{v} - h^{vi} = e'''' \\ \text{etc.} \end{array}$$

[2.]

Anordnung der Längen-Comparirungen, um eine Abtheilung eines getheilten Maassstabs in Theilen des ganzen Maassstabs zu bestimmen.

Beispiel. Die Theilstriche des Maassstabs waren mit Ziffern von 0 bis 840 bezeichnet. Es sollte die Abtheilung von 0 bis 87 in Theilen des ganzen Maassstabs von 0 bis 840 bestimmt werden. — Zur Abkürzung möge

$$0 \,.\, 87 \,.\, 174 = \alpha$$

bedeuten, dass durch Comparirung der Länge 0 bis 87 mit der Länge 87 bis 174 die erstere um α Mikrometertheile grösser als die letztere gefunden worden sei, u. s. f.

Anordnung:

$$\begin{array}{r} 0 \,.\, 87 \,.\, 174 = \alpha \\ 0 \,.\, 174 \,.\, 348 = \beta \\ 0 \,.\, 348 \,.\, 696 = \gamma \\ 840 \,.\, 696 \,.\, 552 = \delta \\ 840 \,.\, 552 \,.\, 264 = \varepsilon \\ 0 \,.\, 264 \,.\, 528 = \zeta \\ 840 \,.\, 528 \,.\, 216 = \eta \\ 0 \,.\, 216 \,.\, 432 = \theta \\ 840 \,.\, 432 \,.\, 24 = \iota \\ 0 \,.\, 24 \,.\, 48 = \varkappa \\ 0 \,.\, 48 \,.\, 96 = \lambda \\ 0 \,.\, 96 \,.\, 192 = \mu \\ 0 \,.\, 192 \,.\, 384 = \nu \\ 0 \,.\, 384 \,.\, 768 = \pi \\ 840 \,.\, 768 \,.\, 696 = \rho \end{array}$$

Berechnung. Bezeichnet man die ganze Länge des Maassstabs mit $840'$, die gesuchte Länge (von 0 bis 87) mit $87'$, die Länge von 87 bis 174 mit $174'-87'$, u. s. w., so hat man folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
2\,.\,87' \qquad\qquad\;\; -\alpha &= 174'\\
2\,.\,174' \qquad\qquad -\beta &= 348'\\
2\,.\,348' \qquad\qquad -\gamma &= 696'\\
2\,.\,696'-840'+\delta &= 552'\\
2\,.\,552'-840'+\varepsilon &= 264'\\
2\,.\,264' \qquad\qquad -\zeta &= 528'\\
2\,.\,528'-840'+\eta &= 216'\\
2\,.\,216' \qquad\qquad -\theta &= 432'\\
2\,.\,432'-840'+\iota &= 24'\\
2\,.\,24' \qquad\qquad\;\; -\varkappa &= 48'\\
2\,.\,48' \qquad\qquad\;\; -\lambda &= 96'\\
2\,.\,96' \qquad\qquad\;\; -\mu &= 192'\\
2\,.\,192' \qquad\qquad -\nu &= 384'\\
2\,.\,384' \qquad\qquad -\pi &= 768'\\
2\,.\,768'-840'+\rho &= 696'
\end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich

$$\begin{aligned}
696' = -840' &+ \rho - 64\,.\,840' + 64\iota - 256\,.\,840' + 256\eta - 1024\,.\,840'\\
&- 2\pi \qquad\quad -128\theta \qquad\qquad\quad -512\zeta + 1024\varepsilon\\
&- 4\nu \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad -2048\,.\,840'\\
&- 8\mu \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad +2048\delta\\
&- 16\lambda \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad +4096\,.\,696'\\
&- 32\varkappa
\end{aligned}$$

Also ist, wenn $840' = L$, $696' = y$, $87' = z$,

$$\begin{aligned}
3393L = 1095y &+ \rho\\
&- 2\pi\\
&- 4\nu\\
&- 8\mu\\
&- 16\lambda\\
&- 32\varkappa\\
&+ 64\iota\\
&- 128\theta\\
&+ 256\eta\\
&- 512\zeta\\
&+ 1024\varepsilon\\
&+ 2048\delta
\end{aligned}$$

$$z = \tfrac{1}{8}y + \tfrac{1}{2}\alpha + \tfrac{1}{4}\beta + \tfrac{1}{8}\gamma$$

Hienach wird also der gesuchte Werth von $z = 87'$ in Theilen des ganzen Maassstabs $L = 840'$ erhalten, wenn das Mikrometer geprüft und dadurch der Werth seiner Theile gleich und in Theilen des Abstands zweier nach obiger Anordnung eingestellter Theilstriche des Maassstabs (z. B. in Theilen der Länge von 87 bis 96) gegeben ist.

ALLGEMEINE FORMELN FUR DIE WIRKUNG EINES LEUCHTENDEN PUNKTS P AUF EINEN PUNKT p.

I. Es sei P von p durch eine entweder geschlossene oder unendliche Fläche geschieden, deren offener Theil s heisse, ds sei ein Element von s, R, r seine Entfernung von P, p; ρ eine unbestimmte Normale auf ds nach der Seite gerichtet wo p liegt, λ eine Wellenlänge, $\frac{2\pi i}{\lambda} = \alpha$, w der Winkel zwischen R und r: dann wird der Vibrationszustand in p durch

$$\int \frac{ds}{Rr}\left(\frac{\partial R}{\partial \rho} + \frac{\partial r}{\partial \rho}\right)\frac{e^{\alpha(R+r)}}{\sin w}$$

ausgedrückt, dies Integral durch alle Theile von s erstreckt. Offenbar sind hier $\frac{\partial R}{\partial \rho}$, $-\frac{\partial r}{\partial \rho}$ die Sinus der Neigungen von R und r gegen ds.

II. Der Flächenraum s sei von der Linie u begrenzt, $\mathrm{d}u$ ein Element von u; R, r seine Entfernung von P und p; w der Winkel zwischen R und r, und v der Winkel zwischen u und dem Planum durch R, r.

Dann ist der Vibrationszustand in p

$$= \int \frac{\mathrm{d}u \,.\, \sin v}{Rr \,.\, \sin w} e^{\alpha(R+r)}$$

Kürzer so:

es seien x, y, z Coordinaten jedes Punktes im Raume und für

$$P \; . \; . \; . \; 0,\ 0,\ 0$$
$$p \; . \; . \; . \; 0,\ 0,\ h$$

dann ist der Vibrationszustand in p

$$= \int \frac{x\,\mathrm{d}y - y\,\mathrm{d}x}{xx + yy} \,.\, e^{\alpha(R+r)} : h$$

durch die Randlinie ausgedehnt: oder kürzer, wenn $\frac{y}{x} = \operatorname{tg} \theta$,

$$= \int e^{\alpha(R+r)}\, \mathrm{d}\theta : h$$

BEMERKUNGEN.

Die hier unter 21 Nummern zusammengestellten bruchstücksweise aufgezeichneten Untersuchungen gehören ziemlich weit auseinanderliegenden Zeiten an. Nr. 1 und 2. befinden sich in einem Tagebuche zwischen den Protocollen von Beobachtungen, die im März, Juni und Juli 1833 über die durch Magnete inducirten Galvanischen Ströme angestellt sind. Nr. 6. 12. 18. 21. stehen auf besondern Blättern und lassen ausser 18., welches ein Datum trägt, keine besondere Zeitbestimmung zu. Die übrigen Nummern mit Ausschluss des Briefes [20.] sind hier in gleicher Reihenfolge wieder gegeben, wie sie sich in einem Handbuche befinden, wo sie aber zahlreiche ganz heterogene Entwickelungen zwischen sich enthalten. Die letzte jener Nummern mit dem Beweise von Ampères Fundamentalsatz ist erst nach 1843 eingetragen, die andern scheinen der Zeit von 1833 bis 1836 anzugehören.

Die verschiedenen Formen, welche hier für das Gesetz der Wechselwirkungen zwischen Galvanischen Stromelementen angenommen werden, ergeben sich alle aus dem besonders in Nr. 20. hervorgehobenen Princip der Umtauschbarkeit des Magnetismus mit galvanischen Strömen. Die in diesem Briefe angedeuteten Untersuchungen von Wilhelm Weber bilden die Vorarbeiten zu der (im Jahre 1846, in der ersten Abhandlung über Electrodynamische Maassbestimmungen, vollendeten) Aufstellung einer Theorie, nach welcher die ganze Wechselwirkung zwischen zwei (mit dem entsprechenden Vorzeichen versehenen e, e') electrischen Theilchen, in der gegenseitigen Entfernung r, durch

$$ee'\left(\frac{1}{rr} - \frac{1}{cc}\frac{1}{rr}\frac{\mathrm{d}r^2}{\mathrm{d}t^2} + \frac{2}{cc}\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t^2}\right)$$

gemessen wird und ein positiver Werth dieser Grösse eine Abstossung, ein negativer eine Anziehung bedeutet. In dem Ausdrucke bezeichnet t die Zeit, c eine Geschwindigkeit, welche Kohlrausch und Weber durch Untersuchungen (1855) zur Zurückführung der Stromintensitäts-Messungen auf mechanisches Maass gleich $439450 . 10^6 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$ gefunden haben.

Dem Lehrsatze in Nr. 4 ist eine rein geometrische Einkleidung gegeben; wegen seiner Wichtigkeit für die Theorie der galvanischen Ströme glaubte ich ihm diese Stelle zuweisen zu müssen. Das Integral, durch welches die Anzahl der Umschlingungen der geschlossenen Curve s mit dem System geschlossener Curven s' bestimmt wird, gibt nemlich, wenn statt $\mathrm{d}s'$ die Elemente aller im Raume vorhandenen geschlossenen galvanischen Ströme gesetzt werden, die algebraische Summe der Intensitäten derjenigen unter diesen Strömen, welche eine von s begrenzte aber im übrigen beliebig bestimmt angenommene Fläche durchdringen. Das Integral selbst ist aber nach dieser Deutung der $\mathrm{d}s'$ gleich $\frac{1}{4\pi}\int\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}s}\mathrm{d}s$, wenn V die Potentialfunction für die magnetischen Wirkungen der Ströme s' wie in Nr. 9 bezeichnet. Der Satz bildet also das Analogon zu dem von Gauss in der Abhandlung über die Attraction der Ellipsoide aufgestellten, welcher die innerhalb einer geschlossenen Fläche (ω) befindliche Masse aus der zur Fläche nach innen gerichteten Normalkräften ihrer Attraction $\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}N}\right)$ durch $\frac{1}{4\pi}\int\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}N}\mathrm{d}\omega$ bestimmt.

Die Ermittelung des angedeuteten Werthes des obigen Integrals $\frac{1}{4\pi}\int\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}s}\mathrm{d}s$ ergibt sich z. B. wenn man die Integral-Ausdrücke für die Derivirten von V nach den Coordinaten verwandelt in Integrale, welche sich über irgend beliebig bestimmt angenommene von den einzelnen Stromleitern s' begrenzte Flächen ω erstrecken. Die dadurch erhaltene Form für die Derivirte von V nach s lässt nach einem im Art. 38 der allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus angedeuteten Satze, welcher den Unterschied der Werthe der Potentialfunction für eine auf beiden Seiten mit entgegengesetztem magnetischem Fluidum in geeigneter Weise belegte Fläche und zwar der Werthe an entsprechenden Stellen der beiden Seiten der Fläche angibt, unmittelbar erkennen, dass das gesuchte Integral gleich ist der algebraischen Summe der Intensitäten der Ströme, welche in den Begrenzungslinien der von der Curve s durchsetzten Flächen ω' sich bewegen.

Die Verwandlung der über eine geschlossene Curve s ausgedehnten Integrale in solche, die sich auf eine von s begrenzte Fläche ω beziehen, kann mit Hülfe des Satzes ausgeführt werden, dass für irgend welche rechtwinklige gerad- oder krummlinige Coordinaten ξ, η, ζ, die also das Quadrat des Längenelements allgemein durch einen Ausdruck von der Form

$$\xi'\xi'\mathrm{d}\xi^2 + \eta'\eta'\mathrm{d}\eta^2 + \zeta'\zeta'\mathrm{d}\zeta^2$$

darstellen, und für beliebige mit ihren ersten Derivirten in den Punkten der Fläche ω stetig veränderliche Functionen λ, μ, ν der Coordinaten ξ, η, ζ immer

$$\int\left(\lambda\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}s} + \mu\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}s} + \nu\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}s}\right)\mathrm{d}s$$

$$= \int\left\{\left(\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}\zeta} - \frac{\mathrm{d}\nu}{\mathrm{d}\eta}\right)\frac{\xi'}{\eta'\zeta'}\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}n} + \left(\frac{\mathrm{d}\nu}{\mathrm{d}\xi} - \frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}\zeta}\right)\frac{\eta'}{\zeta'\xi'}\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}n} + \left(\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}\eta} - \frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}\xi}\right)\frac{\zeta'}{\xi'\eta'}\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}n}\right\}\mathrm{d}\omega$$

ist, wenn ξ, η, ζ im ersten Integral die Coordinaten eines Punktes des Längenelements $\mathrm{d}s$, im zweiten ξ, η, ζ die Coordinaten eines Punktes des Flächenelements $\mathrm{d}\omega$ und n die Normale zu diesem Flächenelement bedeuten. Die positive Richtung der Normale ist so zu wählen, dass, wenn $\mathrm{d}t$ das erste Element einer von einem Punkte des $\mathrm{d}s$ zu diesem selbst normal aber in der Fläche ω liegenden Curve bezeichnet, die positiven Richtungen der $\xi'\mathrm{d}\xi$, $\eta'\mathrm{d}\eta$, $\zeta'\mathrm{d}\zeta$ durch stetige Verschiebung der Lage des Coordinatensystems im Raume der Reihe nach mit den positiven Richtungen der $\mathrm{d}n$, $\mathrm{d}s$, $\mathrm{d}t$ zur Deckung gebracht werden können.

Dieser Satz gibt durch wiederholte Anwendung auch den Beweis von Ampères Fundamentalsatz in der allgemeinen Form, dass unmittelbar die Potentialfunction für die Wechselwirkung zwischen den auf bestimmte Weise mit magnetischem Fluidum belegten Flächen zurückgeführt wird auf die Potentialfunction für die Wechselwirkung zwischen galvanischen Strömen, die nach Lage und Intensität durch jene Flächen und die Magnetisirung bestimmt sind.

Dem in Nr. 9. aufgestellten Beweise für die Gleichheit der Werthe der verschiedenen Ausdrücke für die Potentialfunction V kann man eine symmetrische Form geben, wenn man die Function R

$$= xx\,\mathrm{arc\,tang}\frac{yz}{xr} + yy\,\mathrm{arc\,tang}\frac{zx}{yr} + zz\,\mathrm{arc\,tang}\frac{xy}{zr} + 2yzi\,\mathrm{arc\,tang}\frac{xi}{r} + 2zx\,\mathrm{arc\,tang}\frac{yi}{r} + 2xy\,\mathrm{arc\,tang}\frac{zi}{r}$$

worin i statt $\sqrt{-1}$ gesetzt ist, einführt und berücksichtigt, dass die Gleichungen

$$\frac{\mathrm{dd}R}{\mathrm{d}x^2} = 2\,\mathrm{arc\,tang}\frac{yz}{xr}, \qquad \frac{\mathrm{dd}R}{\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z} = 2i\,\mathrm{arc\,tang}\frac{xi}{r}$$

$$\frac{\mathrm{dd}R}{\mathrm{d}y^2} = 2\,\mathrm{arc\,tang}\frac{zx}{yr}, \qquad \frac{\mathrm{dd}R}{\mathrm{d}z\,\mathrm{d}x} = 2i\,\mathrm{arc\,tang}\frac{yi}{r}$$

$$\frac{\mathrm{dd}R}{\mathrm{d}z^2} = 2\,\mathrm{arc\,tang}\frac{xy}{zr}, \qquad \frac{\mathrm{dd}R}{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y} = 2i\,\mathrm{arc\,tang}\frac{zi}{r}$$

$$\frac{\mathrm{dd}R}{\mathrm{d}x^2} + \frac{\mathrm{dd}R}{\mathrm{d}y^2} + \frac{\mathrm{dd}R}{\mathrm{d}z^2} = (2m+1)\pi, \qquad \frac{\mathrm{d}^3R}{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z} = -2\frac{1}{r}$$

Statt haben. Durch die Derivirten der Function $R(x, y, z)$ können in endlicher Form auch die Potentialfunctionen für die magnetische Wirkung solcher galvanischer Ströme dargestellt werden, deren Leiter aus geradlinigen den Axen eines rechtwinkligen Coordinatensystems parallelen linearen Theilen bestehen.

Die von Gauss bei der Bestimmung einer Abtheilung eines getheilten Maassstabes in Theilen des ganzen Maassstabes angewandte Anordnung der Längen-Comparirungen danken wir der Aufzeichnung, die sich der Herr Geh. Hofrath Weber im Jahre 1839 oder 1840 gemacht hat.

Die über die Beugungserscheinungen angestellten theoretischen Untersuchungen sind wahrscheinlich durch das von F. M. Schwerd im Jahre 1835 herausgegebene diesen Gegenstand betreffende Werk veranlasst. Die beiden für die Wirkung eines leuchtenden Punkts P auf einen Punkt p aufgestellten allgemeinen Formeln sind nicht identisch; die allgemeine Verwandlung solcher Flächen-Integrale, deren Elemente von der Lage der durch einen Punkt des zugehörigen Flächentheilchens $\mathrm{d}s$ und durch die Punkte P und p gehenden Ebene nicht abhangen, in solche Curven-Integrale, deren Elemente ebenfalls von der Lage der durch einen Punkt des zugehörigen Theilchens der Begrenzungslinie u und durch die Punkte P und p gehenden Ebene nicht abhangen, deren Differentiale aber eine Änderung allein des Winkels θ bedeuten, welchen jene Ebene mit einer durch P und p gelegten festen Ebene einschliesst, ergibt sich aus der Gleichung

$$\int Q\,\mathrm{d}\vartheta = \int \frac{h\,.\,Q\,.\sin v\,.\,\mathrm{d}u}{r\,R\sin w} = \int \frac{h}{r\,R}\,.\,\frac{1}{2\sin\frac{1}{2}w^2}\,.\,\frac{\mathrm{d}\,Q}{\mathrm{d}(R-r)}\,.\,\frac{\mathrm{d}(R+r)}{\mathrm{d}\rho}\,.\,\mathrm{d}s$$
$$-\int \frac{h}{r\,R}\,.\,\frac{1}{2\cos\frac{1}{2}w^2}\,.\,\frac{\mathrm{d}\,Q}{\mathrm{d}(R+r)}\,.\,\frac{\mathrm{d}(R-r)}{\mathrm{d}\rho}\,.\,\mathrm{d}s$$

die einen speciellen Fall des in der vorhergehenden Bemerkung erwähnten Satzes bildet, wenn nemlich Q eine von R und r allein abhängige mit ihren nach $R+r$ und $R-r$ genommenen partiellen Derivirten für die Punkte der Fläche s stetig veränderliche Grösse bedeutet, ferner w genauer als im Text dahin bestimmt ist, dass es den Winkel zwischen R und r bezeichnet, den die mit den Richtungen des fortschreitenden Lichtstrahls übereinstimmend angenommenen positiven Richtungen jener Linien einschliessen.

SCHERING.

INHALT.

GAUSS WERKE BAND V. MATHEMATISCHE PHYSIK.

GÖTTINGEN,
GEDRUCKT IN DER DIETERICHSCHEN UNIVERSITÄTS-DRUCKEREI
W. FR. KAESTNER.

C. F. GAUSS WERKE

erscheinen in folgenden Bänden:

I. DISQUISITIONES ARITHMETICAE.
II. HÖHERE ARITHMETIK.
III. ANALYSIS.
IV. GEOMETRIE UND METHODE DER KLEINSTEN QUADRATE.
V. MATHEMATISCHE PHYSIK.
VI. ASTRONOMIE.

Die Bände I. II. V. sind bis jetzt, September 1867, ausgegeben und die beiden ersten jeder zum Preise von *vier Thaler*, dagegen Band V zum Preise von *fünf Thaler Courant*, franco Göttingen, bei dem Secretariat der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu beziehen.

Band III. und IV. werden in Kurzem ausgegeben.

GÖTTINGEN
GEDRUCKT IN DER DIETERICHSCHEN UNIVERSITÄTS-BUCHDRUCKEREI.
W. FR. KAESTNER.