方

陳

方陣

關孝和編

總子數。

置方數、自乘之、得總子數。

共積數。

副置總子數、下位添一、以上位相乘之、得數折半之、得共積數。

縱橫斜角併積數。

置共積數、以方數除之、得縱橫斜角併積數。

增數。

今方數與前方數相併、爲增數、即增前方各格、得今方中格數。

相對數。

置總子數、添一、爲相對數。

表裏數。

置方數、內減一、餘倍之、得數以從一、順至此數者、爲表數。　又以從總子數末、逆至此數者、爲裏數。

奇方。

奇方者、起於三方陣（乃從三方至五方、從五方至七方、從七方至九方、遞倣之。）

三方陣歌。

九子斜推、　上下互移、

左右相換、　四正出維。

置方數、內減一、余折半之、爲甲段數、起於右上角次左格、至右上角、從其順下。　置方數、內減三、餘折半之、爲乙段數、起於右上角左第三格、逐至左。

置方數、加入一、得數折半之、爲丙段數、起於甲段次下格、順下至右下角次上格。　以甲段數爲丁段數、起於乙段次左格、逐至左上角。　甲乙丙丁段、各以表數、從一逐陣之。　仍各縱橫斜角、以各裏數、如合相對數陣之。　以甲段數、又爲對換格數、起於右上角次左格、命對換格數、逐至左而對換。　又起於右下角次上格、命對換格數、遂至上而對換。

偶方。

偶方者、四方陣、（從四方至六方、從六方至八方、從八方至十方、遞倣之。）

四方陣歌。

四四方陳、　外角遞瑧、

內隅對換、　定是平均。

單偶方者、（乃六方、十方、十四方等、謂單偶方也。）　置方數、內減二、餘爲甲段數、起於右上角左第三格、逐至左上角。　以甲段數、爲乙段數、起於右上角、順下、至右下角上第三格。　以一爲丙段數、右上角次左格。　又以一爲丁段數、右下角上第二格。　甲乙丙丁段、各以表數、從一逐陳之。　仍各縱橫斜角、以各裏數、如合

相對數、陳之。從右上角次左格、三格對換。次隔二格、而二格對換。又隔二格而二格對換。逐如此、至左上角右第三格也。又右上角次下一格對換。次隔二格、而二格對換。又隔二格、而二格對換。逐如此至右下角次上格也。

雙偶方者、乃八方、十二方、十六方等、謂雙偶方也。置方數、內減二、餘爲甲段數、起於右上角左第三格、逐至左上角。以二、爲乙段數、起於右上角、至右上角次左格。以甲段數爲丙段數、起於右上角次下格、順下、至右下角次上格。甲乙丙段、各以表數、從一逐陳之。仍各縱橫角斜、以各裏數、如合相對數陳之。從右上角左第四格、二格對換。次隔二格、而二格對換。又隔二格、對換。逐如此、至左上角也。又從右上角、二格對換。次隔二格、而二格對換。又隔二格、而二格對換。逐如此至右下角上第三格也。

奇方解圖

三十六	三十五	三十四	三十三	三十二	三十一	三十	二十九	二十八	十七°	十六°	十五°	十四°	十三°	十二°	十一°	十°	一°	二
三百五十九	三十二	三十一	三十	二十九	二十八	二十七	二十六	二十五	十五°	十四°	十三°	十二°	十一°	十°	九°	一°	二	三
三百五十八	二百八十七	二十八	二十七	二十六	二十五	二十四	二十三	二十二	十三°	十二°	十一°	十°	九°	八°	一°	二	三	四
三百五十七	二百八十六	二百二十三	二十四	二十三	二十二	二十一	二十	十九	十一°	十°	九°	八°	七°	一°	二	三	四	五
三百五十六	二百八十五	二百二十二	百六十七	二十	十九	十八	十七	十六	九°	八°	七°	六°	一°	二	三	四	五	六
三百五十五	二百八十四	二百二十一	百六十六	百十九	十六	十五	十四	十三	七°	六°	五°	一°	二	三	四	五	六	七
三百五十四	二百八十三	二百二十	百六十五	百十八	七十九	十二	十一	十	五°	四°	一°	二	三	四	五	六	七	八
三百五十三	二百八十二	二百十九	百六十四	百十七	七十八	四十七	八	七	三°	一°	二	三	四	五	六	七	八	九
三百四十四	二百七十四	二百十二	百五十八	百十二	七十四	四十四	二十二				四	六	八	十	十二	十四	十六	十八
三百四十三°	二百七十三°	二百十一°	百五十七°	百十一°	七十三°	四十三°	二十一°				五°	七°	九°	十一°	十三°	十五°	十七°	十九°
三百四十二°	二百七十二°	二百十°	百五十六°	百十°	七十二°	四十二°	二十°				六°	八°	十°	十二°	十四°	十六°	十八°	二十°
三百四十一°	二百七十一°	二百九°	百五十五°	百九°	七十一°	四十一°	十四	十九	二十三°	二十五°	十八	九°	十一°	十三°	十五°	十七°	十九°	二十一°
三百四十°	二百七十°	二百八°	百五十四°	百八°	七十°	四十八	三十九	四十	四十五°	四十六°	四十九°	三十八	十二°	十四°	十六°	十八°	二十°	二十二°
三百三十九°	二百六十九°	二百七°	百五十三°	百七°	八十	六十七	六十八	六十九	七十五°	七十六°	七十七°	八十一°	六十六	十五°	十七°	十九°	二十一°	二十三°
三百三十八°	二百六十八°	二百六°	百五十二°	百二十	百三	百四	百五	百六	百十三°	百十四°	百十五°	百十六°	百二十二°	百二	十八°	二十°	二十二°	二十四°
三百三十七°	二百六十七°	二百五°	百六十八	百四十七	百四十八	百四十九	百五十	百五十一	百五十九°	百六十°	百六十一°	百六十二°	百六十三°	百六十九°	百六十四	二十一°	二十三°	二十五°
三百三十六°	二百六十六°	二百二十四	百九十九	二百	二百一	二百二	二百三	二百四	二百十三°	二百十四°	二百十五°	二百十六°	二百十七°	二百十八°	二百二十五°	百六十九	二十四°	二十六°
三百三十五°	二百八十八	二百五十九	二百六十	二百六十一	二百六十二	二百六十三	二百六十四	二百六十五	二百七十五°	二百七十六°	二百七十七°	二百七十八°	二百七十九°	二百八十°	二百八十一°	二百八十九	二百五十八	二十七°
三百六十	三百二十七	三百二十八	三百二十九	三百三十	三百三十一	三百三十二	三百三十三	三百三十四	三百四十五°	三百四十六°	三百四十七°	三百四十八°	三百四十九°	三百五十°	三百五十一°	三百五十二°	三百六十一°	三百二十六

單偶方解圖

十六	十五	十四°	十三°	十二	十一	十°	九°	八	七	六°	五°	四	三	二°	一°	三十三°	十七
三百七°																	十八°
三百六		十二	十一	十°	九°	八	七	六°	五°	四	三	二°	一°	二十五°	十三		十九
三百五		百八十三°													十四°		二十
三百四°		百八十二		八	七	六°	五°	四	三	二°	一°	十七°	九		十五		二十一°
三百三°		百八十一		九十二°									十°		十六		二十二°
三百二		百八十°		九十		四	三	二°	一°	九°	五		十一		十七°		二十三
三百一		百七十九°		八十九		三十一°					六°		十二		十八°		二十四
三百°		百七十八		八十八°		三十					七		十三°		十九		二十五°
二百九十九°		百七十七		八十七°		二十九					八		十四°		二十		二十六°
二百九十八		百七十六°		八十六		二十七°					十°		十五		二十一°		二十七
二百九十七		百七十五°		八十五		三十二	三十四	三十五°	三十六°	二十八°	三十三		十六		二十二°		二十八
二百九十六°		百七十四		八十三°									十八°		二十三		二十九°
二百九十五°		百七十三		八十二	九十四	九十五°	九十六°	九十七	九十八	九十九°	百°	八十四°	九十三		二十四		三十°
二百九十四		百七十一°													二十六°		三十一
二百九十三		百八十四	百八十六	百八十七°	百八十八°	百八十九°	百九十	百九十一	百九十二	百九十三	百九十四	百九十五	百九十六°	百七十二°	百八十五		三十二
二百九十一°																	三十四°
三百八	三百十	三百十一°	三百十二°	三百十三	三百十四	三百十五°	三百十六°	三百十七	三百十八	三百十九°	三百二十	三百二十一	三百二十二	三百二十三°	三百二十四°	二百九十二°	三百九

十八	十七	十六	十五	十四	十三	十二	十一	十	九	八	七	六	五	四	三	二	一	二十	十九
三百八十																			二十一
三百七十九		十四	十三	十二	十一	十	九	八	七	六	五	四	三	二	一	十六	十五		二十二
三百七十八		二百四十															十七		二十三
三百七十七		二百三十九		十	九	八	七	六	五	四	三	二	一	十二	十一		十八		二十四
三百七十六		二百三十八		百三十二											十三		十九		二十五
三百七十五		二百三十七		百三十一		六	五	四	三	二	一	八	七		十四		二十		二十六
三百七十四		二百三十六		百三十		五十六							九		十五		二十一		二十七
三百七十三		二百三十五		百二十九		五十五							十		十六		二十二		二十八
三百七十二		二百三十四		百二十八		五十四							十一		十七		二十三		二十九
三百七十一		二百三十三		百二十七		五十三							十二		十八		二十四		三十
三百七十		二百三十二		百二十六		五十二							十三		十九		二十五		三十一
三百六十九		二百三十一		百二十五		五十一							十四		二十		二十六		三十二
三百六十八		二百三十		百二十四		五十八	六十	六十一	六十二	六十三	六十四	五十七	五十九		二十一		二十七		三十三
三百六十七		二百二十九		百二十三											二十二		二十八		三十四
三百六十六		二百二十八		百三十四	百三十六	百三十七	百三十八	百三十九	百四十	百四十一	百四十二	百四十三	百四十四	百三十三	百三十五		二十九		三十五
三百六十五		二百二十七															三十		三十六
三百六十四		二百四十二	二百四十四	二百四十五	二百四十六	二百四十七	二百四十八	二百四十九	二百五十	二百五十一	二百五十二	二百五十三	二百五十四	二百五十五	二百五十六	二百四十一	二百四十三		三十七
三百六十三																			三十八
三百八十二	三百八十四	三百八十五	三百八十六	三百八十七	三百八十八	三百八十九	三百九十	三百九十一	三百九十二	三百九十三	三百九十四	三百九十五	三百九十六	三百九十七	三百九十八	三百九十九	四百	三百八十一	三百八十三

雙偶方解圖

三方陣之圖

四	九	二
三	五	七
八	一	六

四方陣之圖

四	九	五	十六
十四	七	十一	二
十五	六	十	三
一	十二	八	十三

五方陣之圖

八	七	二十三	二十五	二
二十二	十二	十七	十	四
五	十一	十三	十五	二十一
六	十六	九	十四	二十
二十四	十九	三	一	十八

六方陣之圖

四	三	三十五	三十六	二十八	五
六	十四	十九	十五	二十六	三十一
三十	二十四	十七	二十一	十二	七
二十九	二十五	十六	二十	十三	八
十	十一	二十二	十八	二十三	二十七
三十二	三十四	二	一	九	三十三

七方陣之圖

十二	十一	十	四十五	四十六	四十九	二
四十七	二十	九	三十五	三十七	十四	三
四十四	三十四	二十四	二十九	二十二	十六	六
七	十七	二十三	二十五	二十七	三十三	四十三
八	十八	二十八	二十一	二十六	三十二	四十二
九	三十六	三十一	十五	十三	三十	四十一
四十八	三十九	四十	五	四	一	三十八

八方陣之圖

五十九	五	四	六十二	六十三	一	八	五十八
九	十八	十七	四十九	五十	四十二	十九	五十六
五十五	二十	二十八	三十三	二十九	四十	四十五	十
五十四	四十四	三十八	三十一	三十五	二十六	二十一	十一
十二	四十三	三十九	三十	三十四	二十七	二十二	五十三
十三	二十四	二十五	三十六	三十二	三十七	四十一	五十二
五十一	四十六	四十八	十六	十五	二十三	四十七	十四
七	六十	六十一	三	二	六十四	五十七	六

九方陣之圖

十六	十五	十四	十三	七十五	七十六	七十七	八十一	二
七十九	二十八	二十七	二十六	六十一	六十二	六十五	十八	三
七十八	六十三	三十六	三十五	五十一	五十三	三十	十九	四
七十四	六十	五十	四十	四十五	三十八	三十二	二十一	八
九	二十三	三十三	三十九	四十一	四十三	四十九	五十九	七十三
十	二十四	三十四	四十四	三十七	四十二	四十八	五十八	七十二
十一	二十五	五十二	四十七	三十一	二十九	四十六	五十七	七十一
十二	六十四	五十五	五十六	二十一	二十	十七	五十四	七十
八十	六十七	六十八	六十九	七	六	五	一	六十六

十方陣之圖

八	七	九十五	九十六	四	三	九十九	百	八十四	九
十	七十七	二十三	二十二	八十	八十一	十九	二十六	七十六	九十一
九十	二十七	三十六	三十五	六十七	六十八	六十	三十七	七十四	十一
八十九	七十三	三十八	四十六	五十一	四十七	五十八	六十三	二十八	十二
十三	七十二	六十二	五十六	四十九	五十三	四十四	三十九	二十九	八十八
十四	三十	六十一	五十七	四十八	五十二	四十五	四十	七十一	八十七
八十六	三十一	四十二	四十三	五十四	五十	五十五	五十九	七十	十五
八十五	六十九	六十四	六十六	三十四	三十三	四十一	六十五	三十二	十六
十八	二十五	七十八	七十九	二十一	二十	八十二	七十五	二十四	八十三
九十二	九十四	六	五	九十七	九十八	二	一	十七	九十三

右外、從四方陣以上、雖有易各格而合數、不遑悉載之、故標其一端而已。

圓攢。

總子數。

置周徑數、自乘之、得數倍之添一、得總子數。

共積數。

副置總子數、下位添一、以上位相乘之、得數折半之、得共積數。

周徑併積數。

置共積數、內減一、餘以周徑數除之、得數添一、得周徑併積數。

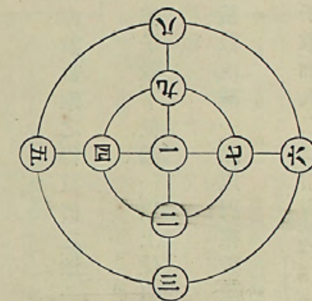
相對數。

置總子數、加入二、爲相對數。

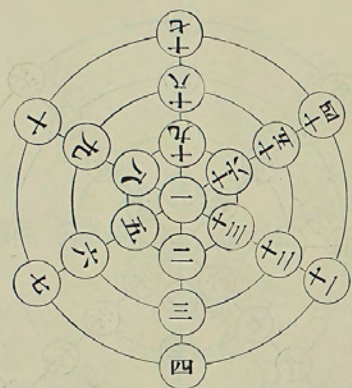
攢配。

以一爲中心、從二逐同周同徑、如合相對數配之。

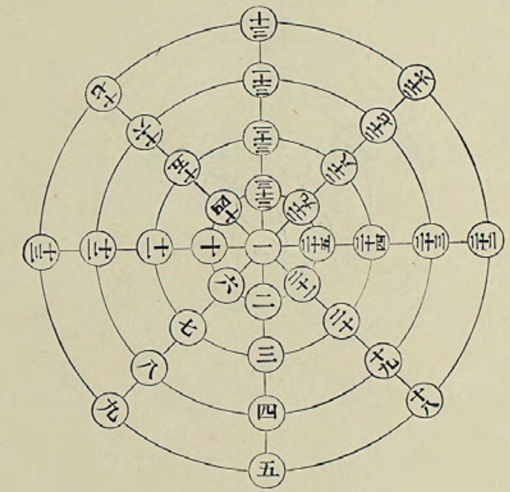
二周徑之圖



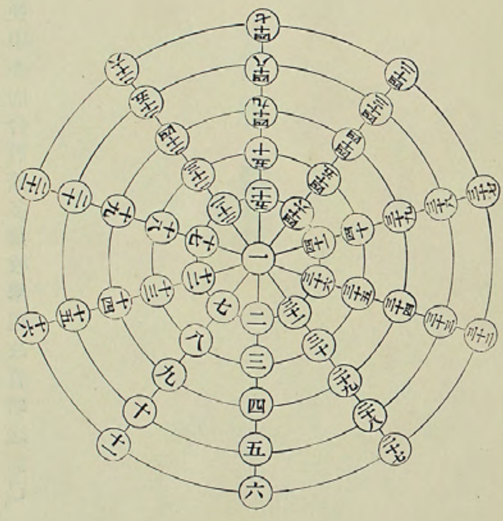
三周徑之圖



四周徑之圖



五周徑之圖



右外、雖有換中心而合數、繁多難枚擧也、故省略之而已。

算脫驗符

算脫俗曰之繼子立。

關孝和編

正限諸數。

置一此一擬頁爲原法、實位先空。仍法一、實脫數、各累加之。實滿法、則去之。遇實盡、而法數內減一、餘爲正限數。求次正限者、置前法實位又空。法一、實脫數、各累加之。實滿法、則去之。遇實盡、而法數內減一、餘爲次正限數。逐如此、各求正限諸數也。假如五脫者。置一爲原法、實位先空。法加一實加五、得法二實五。以法去實、餘一。又法加一實加五、得法三實六。以法去實、無餘、即法三內減一、餘二爲正限。又置前法三、實位又空。法加一實加五、得法四實五。以法去實、餘一。又法加一實加五、得法五實六。以法去實、餘一。又法加一實加五、得法六實六。以法去實、無餘、即法六內減一、餘五又爲正限。次第如此、求正限諸數也。縱至

百千萬脫、求正限數幾何件、皆倣之。

脫數	二	三	四	五	六	七	八	九	十
正限	一	三	一	二	一	二十二	一	九十	一
同	三	五	四	五	二	四十九	四	百四十五	十五
同	七	八	八	十一	七	九十二	九	二百七	二十一
同	十五	三十	十一	十四	十三	二百卌四	十九	二百卌二	七十
同	二十一	六十九	十五	三十六	七十三	三百十九	二十九	四百七十四	二百二十六

正負交布。

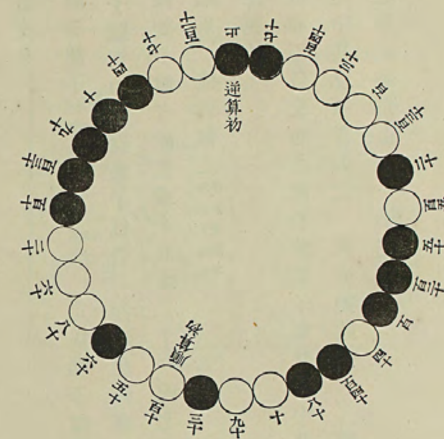
圓布總子、乃總子數、隨所好也、先總子、皆以正、布之。定算初子、順算、而中其脫數子爲負。又從次子順算、中其脫數子爲負。逐如此、視所餘之正、合其脫正限諸數則止。

假如十脫者、餘正或十五、或二十一、或七十等也。是依總子多少、而可斟酌焉。他皆倣之、所謂正者白子、負者黑子。

順逆脫法。

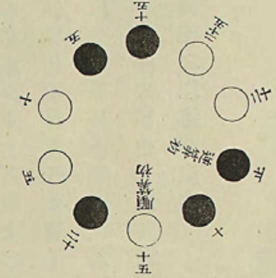
依前正負交布、而起於算初子、順算、而中其脫數者、去之。又從次子順算、而中其脫數者去之。次第如此去之。餘負一、還從其負、逆算、而如前去之、則正盡、而止負一子也。

十脫三十子之圖。



謂之繼子立者。俗諺曰。往昔富農有子三十人。內十五人前妻之子、十五人後妻之子也。後妻以爲令我所產子嗣夫家。或時謂夫曰、交立三十子、而定算初、順算、中十者脫去之、使最末止者、嗣家乎。夫諾。即後妻如前圖立之、從算初、順算、而旣去繼子十四人、止一人。彼曰。迄今一偏脫去了、請此後以我爲算初、逆算、而脫去焉。乃如其言。終後妻之子脫盡、而彼繼子一人止、得嗣夫家也。此甚野鄙之語、而雖不足取之、然又於算不可無術也。故擴充之、以逃其法矣。

比類。五脫十子之圖。



其餘諸脫皆準之可得也、故不繁說而已、

驗符 俗謂之目付字。

段數。

或二段或三段、無定數。　大凡用總字二百以下者、不超于三段也。

每段行數。

究每段各幾行、相乘、而以合總字數、爲準也。　然行數可互約者不用。　假如二十字者、爲二段、第一段四行、第二段五行、即四行與五行相乘得二十、合總字數也。　又如六十字者爲三段、第一段二行、第二段四行、第三段五行、即三行四行五行相乘得六十、合總字數也。　餘皆同。

字數	第一段	第二段
六字	二行	三行
十字	二行	五行
十二字	三行	四行
十五字	三行	五行
二十字	四行	五行
二十八字	四行	七行
三十字	五行	六行

字數	第一段	第二段	第三段
三十字	二行	三行	五行
四十二字	二行	三行	七行
六十字	三行	四行	五行
七十字	二行	五行	七行
八十字	三行	四行	七行
百〇五字	三行	五行	七行
百二十字	三行	五行	八行

配字。

以、總字如次序、自第一行、至終行。又還第一行、至終行。如此往返、而每段配總字也。

每行下數。

列每段行數、互乘、而爲各段原數。列其段原數、以其段行數除之、餘命行、爲其段其行下數。又列其段原數、倍之、得數以其段行數除之、餘命行、爲其段其行下數。又三之、四之、五之、隨各段行數、而如前得各段每行下數也。假如六十字者四行與五行相乘、得二十、爲第一段原數。三行與五行相乘、得十五、與第二段原數。三行與四行相乘、得十二、爲第三段原數。求第一段每行下數者。列原數二十、以三行除之、餘二、即第二行下數、爲二十。列原數、倍之、得四十、以三行除之、餘一、即第一行下數、爲四十。列原數、三之、得六十、以三行除之、無餘、即第三行下數空也。求第二段每行下數者。列原數十五、以四行除之、餘三、即第三行下數、爲十五。列原數、

倍之、得三十、以四行除之、餘二、即第二行下數、爲三十。 列原數、三之、得四十五、以四行除之、餘一、即第一行下數、爲四十五。 列原數、四之、得六十、以四行除之、無餘、即第四行下數空也。 求第三段每行下數者。 列原數十二、以五行除之、餘二即第二行下數、爲十二。 列原數、倍之、得二十四、以五行除之。餘四即第四行下數、爲二十四。 列原數、三之、得三十六、以五行除之、餘一、即第一行下數、爲三十六。 列原數、四之、得四十八、以五行除之、餘三、即第三行下數、四十八。 列原數、五之、得六十、以五行除之、無餘、即第五行下數空也。 餘皆同。

減去之數。

以總字數、爲減去之數也。

或如五十三字者、無合總字相乘數。 故如六十字法、而及配字、虧末七字、而不書之也。 又如六十四字者、雖有合總字相乘數、可互約、故不用之。 如七十字法、而及配字、虧末六字、而不書之也。 其餘如此之類、皆倣之。

驗符六十字圖

木	甲	子	戌	牛	畢
火	乙	丑	亥	女	觜
土	丙	寅	角	虛	參
金	丁	卯	亢	危	井
水	戊	辰	氐	室	鬼
青	己	巳	房	壁	柳
黃	庚	午	心	奎	星
赤	辛	未	尾	婁	張
白	壬	申	箕	胃	翼
黑	癸	酉	斗	昴	軫

第一段

	一行	二行	三行
	木	火	土
	金	水	青
	黃	赤	白
	黑	甲	乙
	丙	丁	戊
	己	庚	辛
	壬	癸	子
	丑	寅	卯
	辰	巳	午
	未	申	酉
	戌	亥	角
	亢	氐	房
	心	尾	箕
	斗	牛	女
	虛	危	室
	壁	奎	婁
	胃	昴	畢
	觜	參	井
	鬼	柳	星
	張	翼	軫
下數	四十	二十	空

第二段			
一行	二行	三行	四行
木	火	土	金
水	青	黃	赤
白	黑	甲	乙
丙	丁	戊	己
庚	辛	壬	癸
子	丑	寅	卯
辰	己	午	未
申	酉	戌	亥
角	亢	氐	房
心	尾	箕	斗
牛	女	虛	危
室	壁	奎	婁
胃	昴	畢	觜
參	井	鬼	柳
星	張	翼	軫
下數 四十五	三十	十五	空

第三段				
一行	二行	三行	四行	五行
木	火	土	金	水
青	黃	赤	白	黑
甲	乙	丙	丁	戊
己	庚	辛	壬	癸
子	丑	寅	卯	辰
己	午	未	申	酉
戌	亥	角	亢	氐
房	心	尾	箕	斗
牛	女	虛	危	室
壁	奎	婁	胃	昴
畢	觜	參	井	鬼
柳	星	張	翼	軫
下數 三十六	十二	四十八	二十四	空

假如、在第一段一行、第二段一行第三段五行、問是何字。

答曰辰字。

法曰。第一段第一行(下四十)。第二段一行、(下四十五)。第三段五行。無下數。二數相併、得八十五、滿六十、而減去之、餘(二十五)。從木字算之、到二十五、即辰字也、(若在第一段三行、第二段四行、第三段五行者、皆無下數、即是六十軫字也。)

右外有方備者。有直備者。有環備者。其法皆不過字字交錯、而配之也。故今不贅而已。

求積

求積。

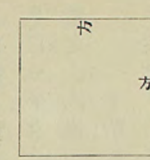
關 孝和 編

積者謂相乘之總數也。形者本計縱横高相通之總。故依形變、其理自有隱見矣。是以其枝皆辨形勢之所原、以截盈補虚爲要。又平立各兩矩相具、而能施通變之形（俗謂之坪）也。凡奇形異狀之屬雖無窮、審其原則皆歸于方圓之二理。惣方輙求得、故雖變其理自易曉。圓速難得、故變則有其理隱者。是以分平立之二篇、與方圓之次序、毎解其所起、以相對之限釋形極、而爲求積之法式也。

平積。

平積者平術之狀也。其形直者正縱横相乘則得積。尖者二約而後得積。是平積直尖之兩矩也。諸形悉本于此而求其積也。（按古以平積爲量田地之法。今解形變截補之要、而悉便）

于術理。是以不必論田疇之段畝也。

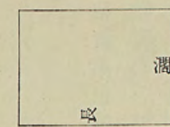


假如有平方、自方二尺五寸。問積。

答曰。積六百二十五寸。

術曰。置自方二尺五寸、自乘之、得積也。

解曰。是平形之首也。其縱橫各等而不相對、故形無大小之極也。

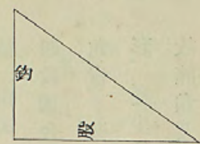


假如有直、長二尺四寸、濶一尺三寸。問積。

答曰。積三百一十二寸。

術曰。置長二尺四寸以濶一尺三寸相乘、得積。或長濶均偏于上下左右、或均承于圓規。其形雖異、截補之理同。故皆以正長、乘正濶得積也。

解曰。是方有長短也。乃縱橫各正、故相乘則得全積。惣其縱橫長短之形、自然具而相對、則等者爲限。故以平方爲形極也。

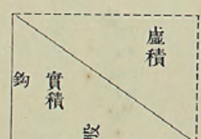


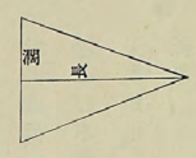
假如有鈎股、鈎二尺八寸、股三尺。問積。

答曰。積四百二十寸。

術曰。置鈎二尺八寸、以股三尺相乘折半之得積。

解曰。是斜截之半直也。鈎股相乘、爲虛實共直積。折去虛積、一半則得實積。故以二爲尖積約法。其餘平形求積諸術、所爲之變、約率之異者、皆起于此直尖兩矩也。此形鈎股相對等者爲限。故以半方爲極也。



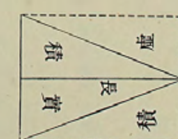


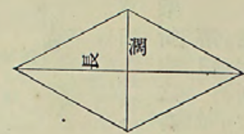
假如有圭、長六尺一寸、闊四尺四寸。問積。

答曰。積一千三百四十二寸。

術曰。置長一寸六尺、以闊四寸四尺相乘、折半之、得積。或稍偏于上下者又同。

解曰。是鈎股兩接之形。故長闊相乘爲虛實共直積。折去一半則實積也。此形兩旁斜曰面。若長冪四段適合三段闊冪者、兩面與闊各等。故其形三角也。又長與半闊相對等者爲限。故以半方爲極形。長少於半闊者、名之謂半梭。凡此形本于鈎股、故諸角及割圓截弧之屬、皆倣此而求之也。



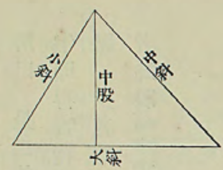


假如有梭、長五尺、闊二尺三寸。問積。

答曰。積五百七十五寸。

術曰、置長五尺、以闊二尺三寸相乘、折半之、得積。或長左右有廣狹、或闊上下有長短者、又倣之。

解曰。是二圭相接之形。故求積之理及圖、皆準于前。此形四旁斜曰面。其長闊相對等者爲限。故以方爲極形也。

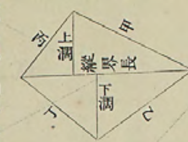


假如有三斜、大斜二尺一寸、中斜一尺七寸、小斜一尺。問積。

答曰。積八十四寸。

草曰。別得中股八寸、置大斜二尺一寸、以中股八寸相乘、折半之、得積。或用中斜求左正闊或用小斜求右正闊者、皆以其闊相乘、折半之得積也。

解曰。是二鈎股相接之形。乃中股與大斜相乘、爲虛實共直積。折去一半即得實積也。此形本有屈伸。併中斜冪與小斜冪、多於大斜冪者、爲屈。少者爲伸。故以上稜合曲尺、而成鈎股者爲限。又大中斜相對等者爲限、但無極形之名。中小斜相對等者爲限、故以半稜爲極形也。

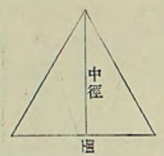


假如有四斜、甲斜二尺、乙斜一尺七寸、丙斜一尺三寸、丁斜一尺、縱界長二尺一寸。問積。

答曰。積二百一十寸。

草曰。別得上濶一尺二寸、下濶入寸、置上濶加入下濶、若題中云橫界長者、左右濶、相併乘橫界長。得二尺。以縱界長二尺一寸相乘、折半之、得積。

解曰。是三斜兩段之形。乃五斜者求三件、積相併。六斜者求四件、積相併。七斜者求五件、積相併。各得其積也。八斜以上倣之。故求縱界上下、積相併得積也。凡外斜其大小無定所。唯隨形之長短號之。每稜各有屈伸、以合矩爲其限。今言縱界、故併甲冪與丙冪、多於縱界冪者、爲上屈。少者爲上伸。又併乙冪與丁冪、多於縱界冪者、爲下屈。少者爲下伸。若題中云橫界長、則併甲冪與乙冪、多於橫界冪者、爲右屈。少者爲右伸。又併丙冪與丁冪、多於橫界冪者、爲左屈。少者爲左伸。丙丁斜相對等者爲限。故以左作稜爲極。乙丙斜相對等者爲限、無極形之名。甲乙斜相對等者爲限。故右作圭爲極。縱界甲斜相對等者爲限、故以上作右倒圭爲極也。



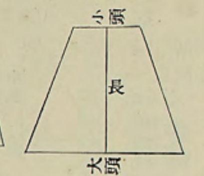
假如有三角、每面各二尺四寸。問積。

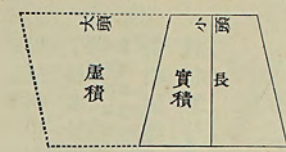
答曰。積二百四十九寸四分一厘五毛三絲一六。

草曰。別得中徑二尺〇七分八厘四毛六絲〇九七微強、置中徑、以面二尺四寸相乘、折半之得積。

解曰。是形圭、而其濶與面相均、故以中徑乘面、折半則圭積也。蓋此古法捷徑之技、而非眞之角術。是以雖不會諸角通用之理、就簡而爲求積

一編之用。此形本三面無長短、故相對之極又無之。





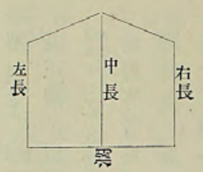
假如有梯、大頭五丈一尺、小頭三丈三尺、長六丈五尺。問積。

答曰。積二千七百三十尺。

術曰、置大頭五丈一尺、加入小頭三丈三尺、共得八丈四尺。以長六丈五尺相乘、折半之、得積。或小頭偏于左右者又同。其餘蕭牆等之形、皆倣之。

解曰、是圭從稍截去之形、乃併大小頭擬正縱、以長擬正橫、相乘爲虛實。共偏形之直積、半之、減去虛積、則得實積。此形大小頭相對均者爲限。故以直爲形極。又小頭盡者有尖、故以圭爲極。長者不論長短、故無形極限也。若上廣下狹者倒梯謂之蕭、半梯者謂之牆也。

假如有箭翎、左右長各九尺二寸、中長一丈二尺、濶七尺。問積。



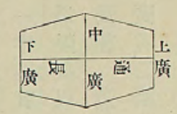
答曰。七十四尺二寸。

術曰。置左右長九尺二寸、加入中長一丈二尺、共得二丈一尺二寸。以濶七尺相乘、折半之、得積。箭笞又同、若左右長及濶不均者、求二牆積、相併得積也。

解曰、是二牆從大頭相接之形、併左右長與中長、擬縱、以濶擬橫、相乘、爲虛笞實翎之全直積、折去一半、則實積也。此形中長與左右長、相對等者爲限、故以直爲極形。又左右長盡者爲限、以圭爲極。濶無長短之界。故無極限。若中狹左右廣者、二牆從小頭相接之形、謂之箭笞。

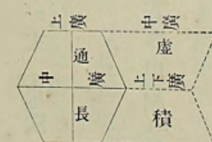
假如有鼓、上下廣各一尺二寸、中廣一尺九寸、通長四尺六寸。問積。

答曰。積七百二十三寸。



術曰。置上下廣一尺二寸、加入中廣一尺九寸、共得三尺一寸。以通長四尺六寸相乘、折半之、得積。腰鼓又同。若上下長不同者、求二梯積、相併得積也。

解曰、是二梯從大頭相接之形。乃上下廣與中廣相併、擬正橫。以通長通長者、謂上下相通各均者也、後倣之。擬正縱。相乘爲中偏虛腰實鼓相連形之直積、折去一半、得實積也。此形中廣與上下廣、相對等者爲限、故以直爲極形。上下廣盡者爲限、故以棱爲極。長不論長短、故無形之極限也。若中廣上下廣者、二梯小頭相接之形、謂之腰皷也。

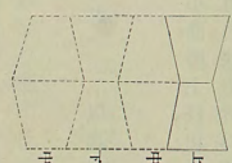


假如三廣、上廣三尺五寸、中廣二尺四寸、下廣四尺二寸、通長六尺四寸。問積。

答曰。積二千寸。

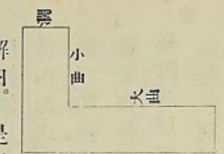
術曰。置中廣二尺四寸、倍之、加入上下廣、共得一丈二尺五寸。以通長六尺四寸相乘、以四約之、得積。或中廣多者又同。或中廣偏于上下者、求二梯積、相併得積。

解曰。是二梯從小頭相接之形。倍中廣添上下廣擬縱、以長擬橫。相乘、得三偏上中下之虛實四段直積、四約之、得實積也。此形上下廣相對等者爲限、故以腰皷爲極形。中廣不論長短、故以無稜而成梯者、爲長短之界。乃倍中廣少於上下廣和者、稜在內、多者、外在也。以中廣盡者爲限、則以偏主稍連者爲極。又長無長短之論、故形之極限無之。



假如有曲尺、內大曲二尺五寸、小曲一尺濶各八寸。問積。

答曰。積三百四十四寸。



術曰。置內大曲二尺五寸、加入小曲一尺與濶八寸、共得四尺三寸。以濶相乘、得積。楪頭者、求二牆積相併得積也。

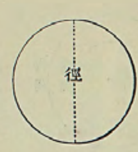
解曰。是二直相接之形。故併大曲與濶擬下長、以小曲擬上長、相併乘濶、則上下直積也。此形大小曲相對等者爲限、故以方角缺方者爲極形。又小曲盡者爲限、則以直爲極。濶不論多少、故無極限之形也。若兩濶不均者、二牆相接之形、謂之楪頭。

假如有抹角、方五尺、角面六寸。問積。

答曰。積二千四百八十二寸。

術曰。置方五尺自乘、得全方積二千五百寸。寄位。置角面六寸自乘、折半之、得缺積一十八寸。以減寄位、餘得積。若缺方不均者、依鈎股法、求缺積、減之。或缺二角三角四角、皆如前、而求每缺積、減之、得積也。

解曰。是方右角、截小半方之形。即角面與方斜、相對等者爲限、故以半方爲極形。角面盡者有角、故以全方爲極。或雖缺面不均、或缺每方者、其所號同之。



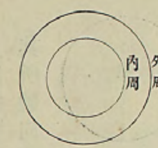
假如有圓、徑七尺。問積。

答曰。積三千八百四十八寸一百一十三分寸之五十一。

術曰。置徑七尺自乘、以周率三百五十五相乘、得一百七十三萬九千五百寸、以四個徑率四百五十二除之、不滿法者、各以四約之、得積。覆月者、依半圓術、得積也。

解曰。是角所極而自中心累圭、成此形。故周擬圭濶、半徑擬圭長求之。故以周率乘圓徑、爲因徑率圭濶即圓周也。又乘圓徑即二個圭長也、則爲因徑率四段

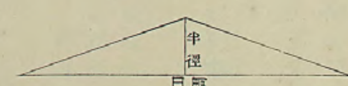
圭積以四個徑率除之、即得全圓積也。此形無相對、故極限又無之。（乃求積者、時以事理之速爲要。不必揣究術之精粗、與數之疎密、故圓術皆以常率求之。其餘變形之屬、或直乘圓積法、或收去不盡也。是以答數各有微差矣。）



假如有環、外周一丈五尺、內周六尺三寸。問積。

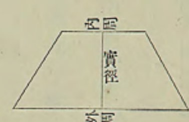
答曰。積一千四百七十四寸六分五厘。

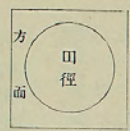
術曰。外周（一丈五尺）自乘、得（二萬二千五百寸。）寄位。內周（六尺三寸）自乘、得（三千九百六十九寸、）以減寄位、餘（一萬八千五百三十一寸、）以徑率相乘以四個周率除之、得積。又置外周、內減內周、餘（八尺七寸、）寄位。內外周相併、共得（二丈一尺三寸、）以寄位相乘、得（一萬八千五百三十一寸）以徑率相乘、以四個周



率除之、又得積。

解曰。是內外各圓。故前術者、外圓積內、減虛圓積、餘爲實積。後術者伸形而爲梯求之。乃內外周相減、乘徑率、爲因周率二個實徑、（乃二個梯長。）又外周擬大頭、內周擬小頭、相併、以二個梯長相乘、爲因周率四段梯積、故以四個周率除之也。此形內外圓相等、同徑爲限、故以全圓爲極形。若內徑盡者爲限、故又以全圓爲極也。



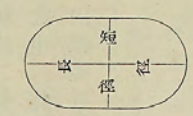


假如有火塘、方面三尺、圓徑一尺六寸。問積。

答曰。積六百七十二寸（四百五十二寸分之九。）

術曰。置方面（三尺、）自乘得積（九百寸。）寄位。置圓徑（一尺七寸、）自乘得（二百八十九寸、）以周率相乘、以四個徑率除之、得數以減寄位、餘得積。（後者先求圓積、內減方積、餘得積。）

解曰。一名火爐、是內圓外方。故方積內減圓積、餘即實積也。此形圓徑方面相對等者爲形極。又圓形盡者爲限、則以全方爲極也。若內方外圓者、謂之錢也。

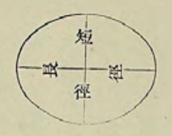


假如有帶直圓、長徑一尺、短徑七寸。問積。

答曰。積五十九寸（四百五十二分寸之二百一十九）。

術曰。置長形（一尺）內減短徑（七寸）、餘（三寸）以短徑相乘、得（二十一寸）寄位。短徑自乘、得（四十九寸）、以周率相乘、以四個徑率除之、爲圓積、加入寄位、得積。

解曰。是圓正中夾直之形。以長短徑差、乘短徑、爲中直積、併兩端之半圓積、得全積也。此形長短相對等者爲限、故以全圓爲極形也。



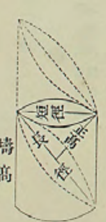
假如有側圓、長徑三尺、短徑一尺三寸。問積。

答曰。積三百〇六寸（二百二十六分寸之六十九）。

術曰。置長徑（三尺）以短徑（一尺三寸）相乘、得數（三百九十寸）以周率相乘、以四個徑率除之、不滿法者、各半之、得積。

解曰。是全圓欹側而所成也。圓壔從上至下斜截之、則其面即此形也。壔徑爲短徑、斜高爲長徑、壔徑與壔高相乘、以斜高除之、得側圓壔之正高、以之除圓壔全積、（即側圓壔積）則截面平積、是則側圓積也。

此形長短徑相對等者爲限、故以全圓爲極形也。



壔高

假如有扇、灣一尺八寸、徑各一尺一寸。問積。

答曰。積九十九寸。

術曰。置灣一尺八寸、以徑一尺一寸、相乘、折半之得積、若中徑與旁徑不均者、先求弧積、而後併圭積、得積也。

解曰。是圓從中心、至兩旁、截之形也。中徑與旁徑各等、故灣擬圭潤、中徑擬圭長、相乘、折半之得積也。此形灣與半圓周相對等者爲限、故以半圓爲極也。

假如有車輞、外灣二尺、內灣一尺二寸、潤各八寸。問積。

答曰。積一百二十八寸。

術曰。內外灣相併、共得三尺二寸、以潤八寸相乘、折半之、得積。若左右與中潤不均者、先求大扇積、得內減虛扇積、餘得積也。

解曰。是扇承規、而截扇之形。故左右中三潤各等、是故伸而成梯、求之、上灣擬大頭、下灣擬小頭、潤擬梯長、得積也。此形外灣與半周相對均者爲限、即圓乘圓周法、與內外灣差等者是也、故以半環爲形極。又內灣盡者爲限、則以扇爲極也。

假如有弧、矢二寸、弦八寸。問積。

答曰。積一十一寸一分八厘二毛三八微強。

草曰。別得圓徑一尺、背九寸二分七厘二毛九絲五二強、置背、以圓徑相乘、得九十二寸七分二厘九毛五絲二強、寄位。置圓徑、內減倍矢四寸、餘爲離徑六寸、以弦八寸相乘、得四十八寸、以減寄位、餘以四約之、得積。

解曰。是圓從邊截之形也。自中心至兩端、假二條之長、則其形成扇。半徑爲扇長、背爲扇灣、故背徑相乘、爲四段扇積。又弦擬圭潤、離徑擬二個圭長、相乘爲四段虛圭積。以之減四

段扇積、餘以四約之、得弧積也。 此形矢與半弦相對均者爲限、故以覆月乃半圓也爲形極也。

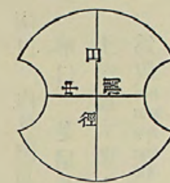
假如有欖、潤二寸、長六寸。 問積。

答曰。 積八寸一分七厘五毛〇五五微強。

草曰。 別得圓徑一尺、背六寸四分三厘五毛〇一一強。 置背、內減長六寸、餘以圓徑相乘、得四寸三分五厘〇五一絲一、加入長潤相乘一十二寸、共得數、折半之得積。 若潤上下不均者、求大小弧積、相併得積也。

解曰。 是兩弧相接之形。 故半潤爲矢、長爲弦、求一片弧積、倍之得積也。

此形長潤相對等者爲限、故以全圓爲極形也。



假如有錠、圓徑一尺、中潤二寸。 問積。

答曰。 積三十三寸八分一厘〇三絲。

草曰。 別得虛弦八寸、虛背九寸二分七厘二毛九絲五二、置半圓周一尺五寸七〇七九六四、加入虛弦、共得內減倍虛背、餘五寸一分六二〇一六、以圓徑一尺相乘、得五十一寸六二〇一六。 寄位。

置虛弦、輞中潤二寸、相乘得一十六寸、加人寄位、共得數、折半之、得積。 若中潤與上下潤不均者、求大小虛弧積、相併倍之、以減全圓積、餘得積也。

解曰。 是圓兩旁缺二欖之形。 故全圓積內、減二虛欖積、餘則得積也。

此形圓徑與中潤相對、均者爲限、故以全圓爲形極。 又中潤盡者爲限、則以虛欖兩背、與圓中心相合爲極也。

假如有眉、上灣九寸、下灣五寸、中廣二寸。 問積。

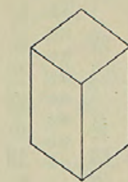
答曰。 若干。

草曰。 別得實圓徑、虛圓徑、及虛弦、置上灣、內減虛弦、餘以實圓徑相乘、加入倍廣與虛弦相乘數、共得數、寄位。 置下灣、內減虛弦、餘以虛圓徑相乘、以減寄位、餘以四約之、得積。

解曰。弧內缺弧之形。故求實弧積、內減虛弧積、餘即眉積也。此形虛弦與下灣相對、等者爲限、故以全弧爲形極。又虛矢中廣和、與實圓半徑相對、等者爲限、故上灣與實圓半周均者、爲極也。

立積。

立積者立起之狀也。上下同形者曰壔。上小下大者曰臺。上鋭者曰錐。有双者曰楔。周旋者曰環。此五者悉冐于平形、而立形全備矣。即壔者、以下面平積、乘正高、則得積。錐者、三約而後得積。是立積壔錐之兩矩也、其餘所爲、皆起於此、相通于平積之兩矩、而用之、各隨形勢推變、而求之、得積也。

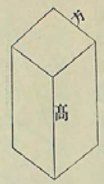


假如有立方、每面十九尺。問積。

答曰。積六千八百五十九尺、

術曰。置方面一十九尺、再自乘之、得積。

解曰。是立形之始、壔之首也。縱横高各等、故方面自乘、爲平面積、又乘方面即高也、則得全積也。此形無長短高下、故相對之極限無之。

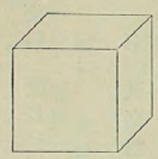


假如有方堡壔、方面七寸、高一尺二寸。問積。

答曰。積五百八十八寸。

術曰。置方面七寸、自乘得四十九寸、又以高一尺二寸相乘、得積。若壔形傾者、又如此、以下面積、乘高、得積也、后傚之。

解曰。是上下方無大小、而各均、故曰壔。方面自乘、爲下一面方積、乘高、得全積也。此形高不論長短、故無相對之極限也。



假如有直堡壔、長八寸、濶五寸、高一尺。問積。

答曰。積四百寸。

術曰。置長八寸、以濶五寸、相乘得四十寸、又以高一尺相乘得積。其餘諸形塈𡑞、皆如此求之也。

解曰。求積相乘之理、同于前。此形長濶相對、等者爲限、故以方壔爲極形。又高無長短之界、故極限無之也。凡立形之闕、大率高不論長短、故其形必有高低之過不及也。其餘錐壍楔之形、各無高下之極限、故悉略之也。

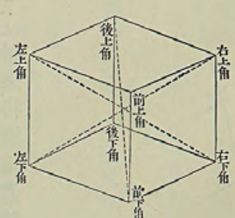
假如有方錐、下方一尺五寸、高二尺。問積。

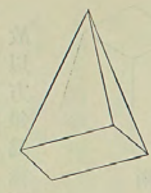
答曰。積一百五十寸。

術曰。置下方一尺五寸自乘、得二百二十五寸、以高二尺相乘、得數是方塈𡑞積也。以錐法三約之、得積、錐若尖傾倒者、同之。以下面積、乘正高、以錐法約之、得積也。餘倣之。

解曰。立方是方高同數之方壔內從上四角至下四角、斜分四絲、則有上下四傍六個

之方錐、各以方爲錐面、又爲二個錐高、故方乃錐面自乘、以壔高相乘、爲方壔積、又爲方錐積六個也。以二約之、則方羃與錐高相乘者、乃爲三段方錐積、故以三爲錐積之約法、是立積壔錐之兩矩也。其餘諸形之變術約法等皆、由斯而起也。此形方與高不相對、故極限無之。



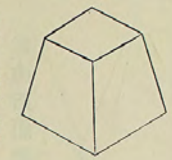


假如有直錐、長一尺一寸、濶五寸、高二尺四寸。問積。

答曰。積四百四十寸。

術曰。置長一尺一寸、以濶五寸相乘、得五十五寸、又以高二尺四寸相乘、得數以三約之、得積。其餘諸形、錐、求積者皆如此。

解曰。長濶相乘、爲下面直積、以之乘高、爲直壔積。以錐法三約之、得錐積。其餘諸錐、皆以壔積三分之一、爲錐積也。此形長濶相對等者爲限、故以方錐爲極形也。

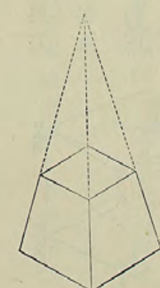


假如有方臺、上方七尺、下方一丈一尺、高一丈五尺。問積。

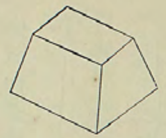
答曰。積一千二百三十五尺。

術曰。上方七尺自乘得四十九尺。下方一丈一尺自乘得一百二十一丈。上下方相乘得七十七尺。三位相併、共得數二百四十七尺、以高一丈五尺相乘、得數以錐法三約之、得積。若形傾倒者、乘正高三約之、得積、后倣之。

解曰。是方錐從尖截去之形。故求虛錐高、即依報截術求之、載于五均之篇中、並臺高爲虛實錐高、求虛實共總錐積。又以上方爲虛錐方、求虛積、以之減總錐積、餘各省上下方差、得實積、即方



臺積也。此形上下方相對、等者爲限、故以方壔爲極形。又以上方盡者爲限、則上鋭、故以方錐爲極也。



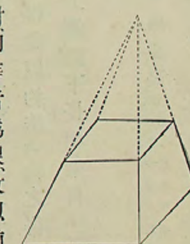
假如有直臺、上濶三寸、上長五寸、下濶四寸、下長九寸、高六寸。問積。

答曰。積一百四十九寸。

術曰。倍上長五寸、加入下長九寸、以上濶三寸相乘、得五十七寸。倍下長九寸、加入上長五寸、以下濶四寸相乘、得九十二寸。二位相併、共得數以高六寸相乘、得數以約法六約之、得積。又倍上濶、加下濶、以上長相乘、得五十七寸。倍下濶、加上濶、以下長相乘、得九十九寸。二位相併、共得數以高相乘、以約法約之、得積。

解曰。是直錐從鋭截之形、或依長濶之廣狹、楔自刃截者、又成此形。故求虛錐高、或求於縱、或求於橫者、同是。故求積者、又有兩術也。并臺高、爲虛實總高、如前求虛實共總積、內減虛錐積、餘省上下差、求虛高於

即臺積也。其餘諸形臺求於橫者、者上下潤差、求於縱者者上下長差也。積者、大率如此、起於錐而求之、則其理速易曉也。此形上潤與上長相對、即等者爲限、故以上作方爲極。上下潤相對、即等者爲限、故以左右旁面作直爲極、即臺之四旁面各梯形、故如此。若上潤盡者爲限、則上長作双、故以楔爲極。又上下長相對、即等者爲限、故以前後旁面作直爲極。下潤與下長相對、即等者爲限、故以下作方爲極也。



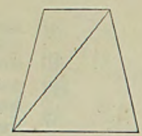
假如有楔、縱一尺二寸、横七寸、双三寸、長二尺五寸。問積。

答曰。積七百八十七寸半。

術曰。置縱一尺二寸、倍之、加双三寸、共得數以横七寸相乘、又以長二尺五寸相乘、得數以約法六約之、得積。若双横者、置横倍之、加双、以縱相乘、又以長相乘、得數以約法

約之、得積。或双却廣于縱橫、或傾倒者、又皆同之。

解曰。是直臺接高之形。故双有縱有横、皆如直臺積求之即双縱者無上橫加減相乘、双橫者無上縱加減相乘也、得楔積也。此形縱横相對、等者爲限、故以下作方爲極。又縱與双相對。等者爲限、故以前後旁面作直爲極即楔形前後面如梯、左右旁如圭故也。若双盡者上鋭、故以直錐爲極也。

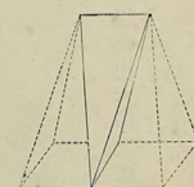


假如有兩双楔、廣双一尺、狹双七寸、長一尺五寸。問積。

答曰。積一百七十五寸。

術曰。置廣双一尺、以狹双七寸相乘、又以長一尺五寸相乘、得數以約法六約之、得積或上双却多者、或双傾者、皆同之。

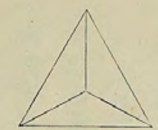
解曰。是楔縱又兩旁缺直錐形。故借狹又于下爲楔橫、以廣又爲縱、求楔積、內減左右虛錐積、半狹又爲錐橫、廣又爲縱、以長爲錐高、求直錐積、倍之也、餘則兩又楔積也。此形廣狹又相對、等者爲限、是形極也。



假如有菽麥、每面一尺。問積。

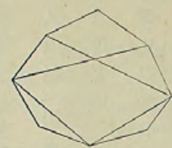
答曰。積一百一十七寸八分五厘一毫一三微強。

術曰。置每面一尺、五自乘、得數爲實、以七十二爲廉法、開平方除之、得積。



解曰。是每面斜高同數之三角錐。故依三角法、面冪四分之三爲中徑冪、即直墻高冪。面冪一段爲面冪、即直墻縱冪。面冪三分之二爲正高冪、即直墻高冪。故三位相乘、則面五乘冪六段者、爲一十二段直墻積冪、又爲四十八段三角墻積

冪。然以墻積三分之一爲錐積、故爲四百三十二段三角錐積冪。依遍約術約之、得面五乘冪一段、爲七十二段菽麥積冪也。

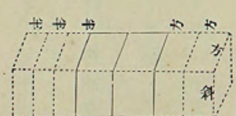


假如有切籠、每面一尺。問積。

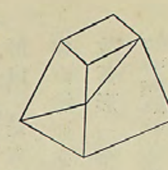
答曰。積二千三百五十七寸〇二厘二毛六絲微強。

術曰。置每面一尺、五自乘、以五十乘之、爲實、以九爲廉法、開平方除之、得積。

解曰。是方墻四旁左右前後接直錐之形、即方爲墻面、斜爲高、又方爲錐橫、斜爲縱、半方爲高、作直墻而求之。然旁所在之直錐四個、難作墻形、若錐積三個即爲墻積。故舊形三倍、而全成直墻、爲方墻三個、直錐一十二個、故合而爲墻形。即方五個爲縱、方一個爲橫、斜一個爲高、求直墜墻積、即是三段切籠積也。各自乘、則方冪一十五段爲縱冪、方冪一段爲橫冪、二段爲高冪、三位相乘、爲一段直墻積冪。故方五乘



冪五十段者、是九段切籠積冪也。



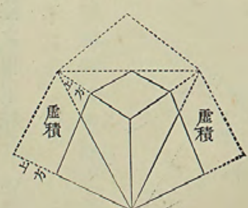
假如有方臺、上方六寸、下方九寸、高五寸、從右上角到左下角、斜截之。問上下積。

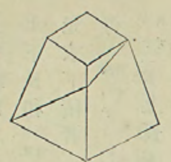
答曰。上積九十寸、下積一百八十九寸。

術曰。先求上積者。置下方（九寸）倍之、加入上方（六寸）、共得（二尺四寸）、以上方冪（三十六寸）相乘、又以高（五寸）相乘、得數爲實。併上下方、共得（一尺五寸）、以錐法（三）相乘、得數爲法。除之、得上積。先求下積者。置上方、倍之、加入下方、共得（二尺一寸）、以下方冪（八十一寸）相乘、又以高相乘得數爲實。以前法除之、得下積。

解曰。借上方於臺外、作大形之方臺、（即二個上方爲上大方、上下方和爲下大方。）從其方斜到下

角截之、則其形爲大半方錐、（上大方爲錐方、臺高爲錐高。）以之求大、錐積、爲虛實共積。又左右旁有小半方錐、（各以上方爲錐方、上方與臺高相乘、以下大方除之、得數爲錐高。）以之求小錐積、倍之爲左右虛積。以減虛實共積、餘爲上積。以之減方臺全積、餘即下積也。





假如有直臺、上濶六寸、上長一尺、下濶九寸、下長一尺五寸、高一尺二寸、從右上角到左下角、斜截之。問上下積。

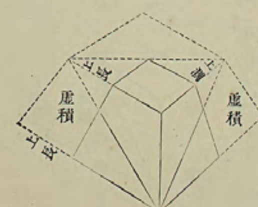
答曰。上積三百八十四寸、下積七百五十六寸。

術曰。先求上積者。上濶冪上長冪相乘、倍之、（七千二百寸。）上濶冪上長下長相

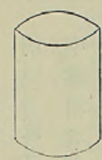
乘、三之得（一萬六千二百寸）。　上闊上長冪下闊相乘、三之得（一萬六千二百寸）。　上闊上長下闊下長相乘四之得（三萬二千四百寸）。　四位相併、共得數、以高相乘、爲實。　上下闊和（一尺五寸）與上下長和（二尺五寸）、相乘、得（三百七十五寸）、以直臺約法（六）相乘、得數爲法。　除之、得上積。

先求下積者。　上闊冪下長冪相乘、得（八千一百寸）。　上闊上長下闊下長相乘、倍之得（一萬六千二百寸）。　上闊下闊下長冪相乘、三之得（三萬六千四百五十寸）。　上長冪下闊冪相乘、得（八千一百寸）。　上長下闊冪下長相乘、三之得（三萬六千四百五十寸）。　下闊冪下長冪相乘、倍之得（三萬六千四百五十寸）。　六位相併、共得數、以高相乘、爲實。　以前法除之、得下積。

解曰。　借上長闊於臺外、爲大形之直臺、（二個上闊爲上大闊、二個上長爲上大長、上下闊和爲下大闊、上下長和爲下大長。）　從其斜到下角截之、則其形爲大半直錐、（上大闊爲錐橫、上大長爲錐縱、臺高爲高。）　以之求大錐積、爲虛實共積。　又左右旁有小半直錐、（各上闊爲錐橫、上長爲錐縱、上長與臺高相乘、以上下長和除之、爲右錐高、上闊與臺高相乘、以上下闊和、除之、爲左錐高。）　求左右小錐積、相併爲虛積、以減虛實共積、餘爲上積。　以之減臺全積、餘即



下積也。



假如有圓堡壔、徑五尺、高七尺。　問積。

答曰。　積一百三十七尺（四百五十二分尺之二百〇一）。

術曰。　置徑（五尺）自乘、以高（七尺）相乘、又以圓周率相乘、得數以四個徑率除之、不滿法者命之、得積。（或傾倒者、以面之圓積乘正高、得積。）

解曰。　是方壔積、乘圓積法、得全積也。　每形全圓者、皆如此、先求方積、而後乘圓法、則變爲圓積、故錐臺及立圓等悉倣之。　此形徑高各無相對極限也。

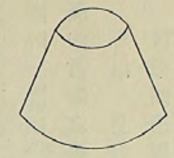
假如有圓錐、下周七尺一寸、高四尺八寸。　問積。

答曰。　積六尺四寸一分八厘四毛。

術曰。　置下周（七尺一寸）自乘、以高（四尺八寸）相乘、又以徑率相乘、得數以一十二個周率

除之、得積、（或尖傾者、及圓形所變之諸錐等、皆以下面積乘正高、以約法約之、得積。）

解曰。下周者因周率錐徑也、自乘爲因周率冪錐徑冪、乘高爲因周率冪方壔積、乘徑率變爲因周率四段圓壔積、故周率四因又乘錐法三、而除之、得積也。其餘圓之屬題中雜言周徑者、皆推此理、而可解之。此形徑高互不論多少、故無形之極限也。

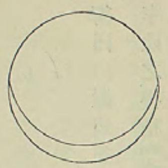


假如有圓臺、上徑三寸、下徑一尺五寸、高四寸。問積。

答曰。積四十八寸（八千〇二十三分寸之二千三百九十一。）

術曰。置上徑自乘、以周率冪相乘、得（一百一十三萬四千二百二十五寸。）下周（一尺五寸）自乘、以徑率冪相乘、得（二百八十七萬二千〇二十五寸。）上徑下周相乘、以周率相乘、又以徑率相乘、得（一百八十萬〇五千一百七十五寸。）三位相併、又以高（四寸）相乘、得數爲實。周徑率相乘、又以一十二乘之、得數爲法。除之（不滿法者、各以六十約之、有畸零者、皆如此、得等數而約之、故每術不註之也、）得積、（或上傾者同之、其餘圓變之諸形、如此起於錐積求之、則其理最易曉也。）

解曰。求積之理前同。此形上下徑相對、等者爲限、故以圓壔爲極。以上徑盡者爲限、則有尖、故以圓錐爲極也。

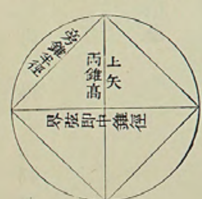


假如有立圓、徑三尺。問積。

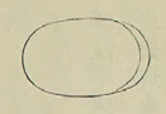
答曰。積一十四尺（二百二十六分尺之三十一。）

術曰。置徑（三尺）再自乘、得（二十七尺、）以周率相乘、得數以六個徑率除之、得積。

解曰。是立起六面之圓徑半徑界上下而累圓臺、則成此形也。上下積各通合于二圓臺、故以上下矢（即半徑）準兩錐高、以弦（即圓徑）準中錐徑、併左右旁弦準旁錐徑。仍圓徑自乘爲中錐徑冪。上下矢與圓徑相乘、倍之、



爲旁錐徑冪。二數相併、乘錐高、又乘圓積法、以錐法三約之、得上二圓錐積、倍之、則全立圓積也。此形無相對、故形極無之。



假如有長立圓、長徑七尺、短徑五尺。問積。

答曰。積九万一千六百二十九寸（三百三十九分寸之二百六十九）。

術曰。置短徑（五尺）自乘、得（二千五百寸）、以長徑（七尺）相乘、又以周率相乘、得數以六個徑率除之、得積（矮立圓者、長徑自乘、以短徑相乘、又乘周率、以六個徑率除之、得積也）。

解曰。是經長緯短之立圓、而其形如鷄卵也。又經短緯長、而其形團欒者、謂之矮立圓。各如全立圓求其積也。兩形皆長短相對、等者爲限、各以全立圓、爲極形也。

假如有帶堡圓、長徑四尺一寸、短徑一尺。問積。

答曰。積二千九百五十八寸（三分寸之一）。

術曰。置長徑（四尺一寸）三之、得內減短徑（一尺）餘（一丈一尺三寸）、以短徑冪相乘、又以周率相乘、得數以一十二個徑率除之、得積。

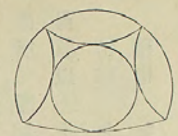
解曰。是從立圓正中、接圓堡壔之形。故求立圓與圓壔之兩積、相併得積也。此形長短形相對、均者爲限、故以全立圓爲極也。

假如有球缺、矢二寸、弦八寸。問積。

答曰。積五十四寸（三百三十九分寸之一百五十四）。

術曰。弦八寸自乘、三之得一百九十二寸。矢二寸自乘、四之得一十六寸。二位相併、共得二百八寸。以矢相乘、又以周率相乘、以二十四個徑率除之、得積。或矢卻多於半徑者、又同之。

解曰。是立圓從頂截之形。故如全立圓形、求兩圓錐積、相併、則缺積也。此形矢與半弦相對、等者爲限、故以半立圓爲極也。

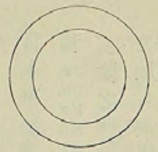


假如有圓切籠、徑各一尺。問積。

答曰。積九百六十五寸〇六厘八毛九四。

草曰。則得立圓徑一尺四寸一四二一三五六強。置切籠徑一尺、以一十五乘之、得內減八之立圓徑、餘以切籠徑冪相乘、又以周率相乘、得數以一十二個徑率除之、得積。

解曰。是立圓六旁上下左右前後均截去之形。故以截籠徑冪二段、爲全立圓徑冪、又以切籠徑減立圓徑、餘半之爲缺矢、以切籠徑爲弦、求得求積是虛實共積也、缺積、六之是虛積也、以減立圓積、餘即切籠積也。此形無相對、故形極無之。

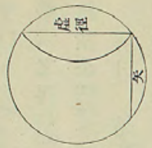


假如有圓環、內周六尺一寸、外周八尺一寸。問積。

答曰。積五百六十五寸。

術曰。置外周八尺一寸、減內周六尺一寸、餘二尺、爲二個輪通周、自乘得四百寸。寄位。併內外周、共得一丈四尺二寸、爲二個中心周、以寄位相乘、又以徑率相乘、得數以三十二個周率除之、得積。其餘諸形環、皆求中心周、以之乘輪面積、得其環積也。

解曰。是圓壔回旋、而作輪之形。故輪徑擬壔徑、以中心周擬正高、以面積乘高、得積。諸環皆如此、依其形壔術求之也。

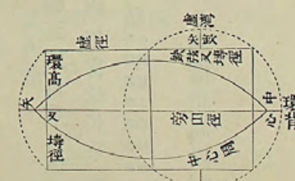


假如有外正弧環、矢二寸、虛徑一尺一寸、高八寸。問積。

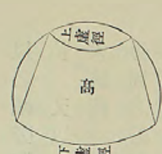
答曰。積四百四十三寸七三七九一。

草曰。剔得旁圓徑一尺、弧積一十一寸一八二五、置虛徑一尺一寸、加入倍矢四寸、得內減旁圓徑、餘以弧積相乘、六之得三百三十五寸四七五、寄位。 置高八寸、再自乘之、得五百一十二寸、加入寄位、共得數、以立圓積法五分二三六相乘、得積。若併矢與虛徑、乘矢得數、適合于環半高冪者、虛徑與環背、兩矩相合、故卽立圓旁環也

解曰。 是弧壔周旋之形。 以虛徑合于環背之規者爲界、而起於立圓旁之環求之。 以旁圓徑卽爲立圓徑、求得積。 以環高減旁徑、餘半之、爲立圓缺矢。 旁徑內減倍環矢、餘爲缺弦、求得缺積。 倍之爲上下缺積。 又以缺弦爲壔徑、以環高爲壔高、求得圓壔積。 併上下缺積、以之減全立圓積、餘爲立圓旁周之弧環積、此積適合于環高再自乘、以立圓積法相乘之數也。 以弧積除之是中心周、又以圓周法三個一四六除之、是立圓旁環中心徑、又曰是卽爲高再乘冪、以弧積六段除之數也。得內減缺弦、餘爲二個中矢、加入虛徑、是卽環之中心徑也、以圓周法相乘、爲環中心周、卽擬弧壔正高。 以弧積卽環面積相乘、得環積也。 此形正弧、故環高與旁弦必等、倍矢與環高相對、均者爲限、故以半圓環爲極。



又虛徑盡者爲限、則以上下銳者爲極也。卽立圓積及圓周法、皆收不盡而用之、要令乘除易爲也。其餘圓積法及矢弧周背等之諸數、有畸零者、皆收去、而所用各不趨于五位、是故所求積、悉有微差矣。

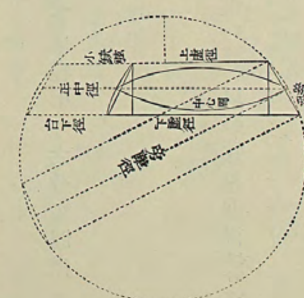


假如有外偏弧環、上虛徑四寸、下虛徑七寸六分、旁圓徑一尺、高二寸六分。 問積。

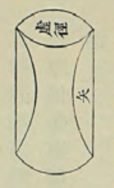
答曰。 積一十寸〇一九七一一。

草曰。剔得旁離徑九寸四八六九、弦三寸一六二二、弧積五分四三七五、上下虛徑相併、得一十一寸六分、以旁弦相乘、得三十六寸六八二六八、以減倍高與旁離徑相乘數、餘以弧積相乘、三之得二十寸〇六三四〇〇七五、寄位。 旁弦再乘冪、高相乘、得八十二寸二一九八、內減寄位、餘以立圓積法相乘、得數爲實。 以旁弦除之、得積。卽併上虛徑三乘冪一段、上虛徑冪環高冪相乘八段、下虛徑三乘冪一段、下虛徑冪環高冪相乘八段、環高三乘冪一十六段、適合于並上下虛徑冪相乘二段旁圓徑冪環高可相乘一十六段者、環背與上虛徑冪、兩規相合、故卽立圓旁之偏環也。

解曰。是傾弧周旋之形、如前起於立圓旁之偏環求之。以旁圓徑即爲立圓徑、離徑與環高相乘、以旁弦除之、爲立圓缺內圓臺正中徑。內減上下虛徑半差、餘爲立圓小缺弦、又爲圓臺上徑。以之加上下虛徑差、爲大缺弦、又爲圓臺下徑。以環高爲臺高、求得圓臺積。以上下虛徑半差、乘離徑、以旁弦除之、加環高、以之減旁圓徑、餘半之、爲小缺矢、求得小缺積。又以環高加小缺矢、爲大缺矢、求得大缺積。內減小缺積與圓臺積、餘爲立圓旁周之偏弧環積、此積適合于旁弦羃與環高及立圓積法相乘之數也。以弧積與圓周法重除之、是立圓旁偏弧環之中心徑、得內減小缺弦、餘加入上虛徑、爲環中心徑、若逕求者、置旁弦再乘羃、以六段弧積除之、得中心徑也、以圓周法相乘、又以弧積相乘、得偏環積也。此形上下虛徑相對、均者爲限、故以正弧環爲極。



又依旁圓心所在、背規屈伸、而雖環上稜與背中、互有高低之異、不爲變、故旁弦與圓徑相對、等者爲限、而以半圓環爲極、即每解必圓旁圓于右、故並上虛徑羃一段、下虛徑羃一段、環高羃四段、少於併上下虛徑相乘二段、旁圓徑環高相乘四段者、圓心在于環高左、故規伸而環稜高、背中自低、多於者、圓心在于右、故規屈而環稜低、背中却高也。若以上稜合爲限者、無虛徑、故以上銳窊之二形爲極也、併下虛徑羃一段與環高羃四段、少於旁圓徑環高相乘四段者、圓心在于左、環上稜高、故有銳、多於者、心在于右、環上稜低、故有窊。



假如有內正弧環、矢二寸、虛徑一十一寸、高八寸。問積。

答曰。積三百二十九寸一四二八一四。

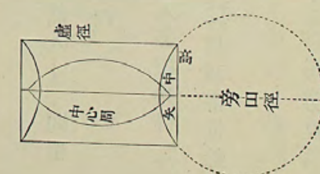
草曰。別得旁圓徑一十寸、弧積一十一寸一八二五、置虛徑一十寸、內減倍矢四寸、餘是中虛徑也、加入旁徑、共得一十七寸、以弧積相乘、六之得一千一百四十寸〇六一五、寄位。置高八寸、再自乘之、得五百一十二寸、以減寄位、餘以立圓積法相乘、得積。

解曰。是弧壔周旋之形、如外正弧環、起於立圓旁環求之。以旁徑爲立

圓徑、仍環高再自乘、以立圓積法相乘、得立圓旁周之外弧環積、以弧積與圓周之外弧環積以弧積與圓周法各除之、是外環中心徑、以減旁徑、餘爲內弧中矢。 加虛徑、得內減倍矢、餘是內環中心徑以圓周法與弧積相乘、得內弧環積也。 此形正弧環故弦與高相等、旁徑多於虛徑、則倍矢與虛徑相對、均者爲限、故兩旁背相合爲極。 旁徑少於虛徑、即倍矢與環高相對、等者爲限、故以半圓環爲極也。

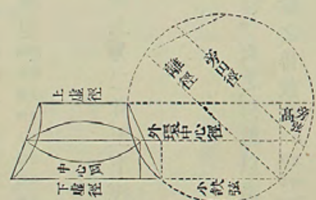
假如有內偏弧環、上虛徑四寸、下虛徑七寸六分、旁圓徑一十寸、高二寸六分。 問積。

答曰。 積九寸六一八五三二。

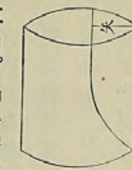


草曰。 割得旁離徑九寸四八六九、弦三寸一六二三、弧積五分四三七五、上下虛徑相併、得一十一寸六分、以旁弦相乘、得三十六寸六八二六八、加入倍高與旁離徑相乘數、以弧積相乘、三之、寄位。 旁弦再自乘以環高相乘、得八十二寸二一九八、以減寄位、餘以立圓積法相乘、得數爲實。 以旁弦除之、得積。

解曰。 是偏弧周旋之形、如外偏弧環、起干立圓旁之偏環即倒形也求之。 以旁徑爲立圓徑、以離徑乘環高、以旁弦除之、得內減上下虛徑半差、餘爲缺小弦。又旁弦羃、環高相乘、以立圓積法相乘、得數以弧積與圓周、各除之、是倒偏外環中心徑、得內減缺小弦、餘以減下虛徑、餘爲環中心徑。 以徑積與圓周法各相乘、得偏內弧環積也。 此形上下虛形相對、均者爲限、故以內正弧環爲極。 又據旁圓心之上下、雖環中虛徑與上虛徑互有廣狹、不爲變、故旁弦與圓徑相對、



等者爲限、而以半圓環爲極、即上下虛徑半差多於環高者、圓心在于環高之上、故規伸而虛徑上狹中廣、少於者、圓心在于環高之下、故規屈而虛徑上廣中狹也。若以兩背相合爲限者、以稜合離之二形爲極也、稜合者、無上虛徑、故有鋭、而作錐、中合者上有小虛徑、故有觿、而作叉、乃下虛徑多於倍環高者、背上稜合而中離、少於者、背中合而上離也。

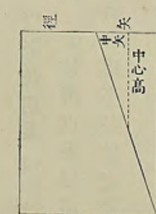


假如有圓壔、徑一尺、高一尺二寸、從上矢二寸、至下徑右旁、斜截之。問積。

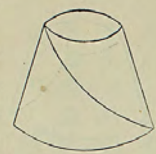
答曰。截積五十四寸七一五。

草曰。別得離徑六寸、弦八寸、弧積一十一寸一八二五、置弧積以離徑相乘、得六十七寸〇九五、六之、得數以減弦再乘冪五百一十二寸、餘以高相乘爲實。以一十二個矢爲法除之、得截積若從半徑斜截之者、以壔徑冪乘高、以六約之即得截積。

解曰。是伸弧環而去中之弧壔、則兩旁適作此形、故起於立圓旁環求之。弦再自乘、以六段弧積除之、得內減離徑、餘半之、得中矢是立圓旁環之中矢。以壔高相



乘、以截矢除之、得中心高。以弧積相乘、得截積也。若題云上下矢者、上矢與壔高相乘、以上下矢差除之、爲虛實共高、如前求虛實共積。又以壔高減共高、餘爲虛高、求得虛積、以之減虛實共高、余即截積也。

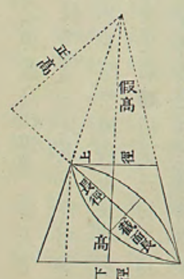


假如有圓臺、上徑一尺、下徑二尺、高一尺二寸、從上徑左旁、至下徑右旁、斜截之。問截積。

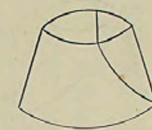
答曰。截積五百七十四寸四一六。

草曰。別得截面濶一尺四寸一四二一、置下徑二尺、以截面濶相乘、得內減上徑冪一百寸餘以上徑相乘、得一千八百二十八寸四二一、以高一尺二寸相乘、又以圓積法七分八五四相乘、得數爲實。上下徑相減、餘一尺三之爲法、除之、得截積。

解曰。臺形本起於錐、故不論所截之斜直、皆假高于上、作圓錐求之、凡圓錐直截者、上規不通于下、故截形作圭面之圓、若斜截起於上尖者、上下規相通、故截面定作圭起於旁者、截長之準屈于斜高之矩、即圭下遂得交、故長自有限、而截面定作側圓、伸于斜高之矩、則遂不得交、故其長無窮、而截面作圭面之圓也。即從上徑應臺之準、



而假高則成錐、故以上徑乘臺高、以上下徑差除之、得假高是虛圓錐高。　併上下半徑和羃與臺高羃、共得數開平方除之、得截面長是側圓長徑。　又上下徑相乘、開平方、得截面中濶是側圓短徑。　上下徑臺高相乘、以上下徑差與截面長相乘、數除之、得側圓錐正高。　仍截面長濶相乘、乘正高、又乘圓積法、三約之、得側圓錐積、是虛實共積也。　又以上徑是虛圓錐徑、羃、乘假高、又乘圓積法、三約之、得虛圓錐積。　以減虛實共積、餘即截積也。



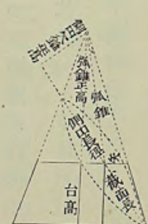
假如有圓臺、上徑一尺、下徑一尺五寸、高六寸、從上矢二寸、至下徑右旁、斜截之。　問截積。

答曰。　截積二十九寸三六六六四。

草曰。別得截面長七寸五分、上弧積一十一寸一八二五、側圓缺積四十六寸三一〇四、置側圓缺積、以下徑一尺五寸相乘、又以矢二寸相乘、得一千三百八十九寸三一二、寄位。　置上弧積、以上徑一尺相乘、又以截面長相乘、得八百三十

八寸六八七五、以減寄位、餘以高六寸相乘、得數爲實。　上下徑相減、餘五寸、以截面長相乘、三之爲法、除之、得截積。

解曰。　如前應于臺之準假高而作錐、從其銳斜至上矢、則有弧錐、適作虛實之側圓缺錐。　故以上徑乘臺高、以上下徑差除之、得假高、是虛弧錐高也。　併上下半徑差與矢、爲下濶、自之、加臺高羃、共得數、開平方除之、得截面長、以之乘下徑、以下濶與上下半徑差相併得數、除之、得側圓長徑。　以下徑羃乘矢、以併下濶與上下半徑差數、除之、得數開平方除之、得側圓短徑。　下徑臺高矢相乘、以上下徑差與截面長相乘數、除之、得側圓缺錐正高。　以截面長、乘側圓短徑、以長徑除之、爲假矢、短徑爲假圓徑、依弧術求假弧積。　以長徑相乘、以短徑除之、得側圓闕積。　以正高相乘、三約之、得側圓闕錐積、是虛實共積。　又以上弧積乘假高、三約之、得虛弧錐積、是虛積也。　以之減虛實共積、餘即截積也。　若題中云上下



矢者、從上下矢、應截面之準、而至下、以斜高與截面長所交爲界、以下矢乘臺高、以上下矢差除之、得下虛高。　加臺高、得虛實共臺高。　以下虛高乘上下徑差、以臺高除之、加下徑、得虛下徑。　以上下徑差。乘下矢、以倍上下矢差除之、加下矢、自之、加虛高羃、共得數開平方除之、得虛面長。　以之乘虛實共高、以虛高除之、得虛實共面長。　於是假圓錐於上如前求諸數、而側圓闕錐積、內減上虛弧錐積、得虛實共截積。　又下側圓闕圓積。內減中虛弧錐積、得下虛積。以之減虛實共積、餘即截積也。　其截矢上下均者、截面長與斜高同準也、即以截面長乘濶、取三分之二、得截面積也。　若下矢多者、不論所截之斜正、其形皆作圭面之圓也、但下矢多於上矢、與上下徑差相併數、則截面却作側圓。又上徑下矢相乘、與下徑矢相乘、兩數等者、截面適成圭也。

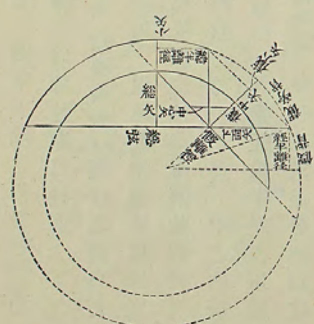
假如有球缺矢二寸、弦八寸、從右旁截繩矢一寸。　問截積。

答曰。　截積一寸五八九四。

草曰。則得球徑一尺、離徑六寸、截面下矢一寸、截中矢七分五七三六、截旁背一寸四分一九、截面兩弦五寸二九一五、兩徑八寸、兩背五寸七八二、假背五寸五一七六、中心矢三分○五、中心背三寸三五、併截中矢與中心矢、以截旁背相乘、以球徑羃相乘、又以圓周法相乘、得四百七十三寸五九二七、爲實。　併假背與中心背、六之得五十三寸五五六、爲法除之、得八寸八四二九、寄位。　置截面兩背。內減兩弦。餘以兩徑相乘、得三寸九二四。又兩弦與截面兩矢相乘、倍之得一十寸五八三。○　二位相併、以球離徑相乘、以一十二約之、得七寸二五三五、以減寄位、餘爲截積。

解曰。　併總矢羃與總半弦羃、以總矢除之、得全球徑、內減倍矢、餘半之、爲經半離徑。

以截繩矢即爲截面上矢、以減總矢、餘爲小



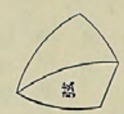
矢、以減全球徑、餘以小矢相乘、爲緯半離徑冪。開平方除之、得數即緯半離徑、以減總半弦、餘爲截面下矢、適合于截面上矢故兩面弦徑及經緯離徑又各等。以總弦即爲截面上下之兩徑、列併經緯半離徑冪、開平方除之、得自球心至截面上下兩稜之潤、爲假半離徑。以減球半徑、餘爲截中矢、又爲假球缺矢。以球徑相乘、又以圓周法相乘、得假球缺頂冪積。以截中矢與球徑、依弧法、得截面兩弦假背、及假弧積。置截面兩弦、再自乘、以六之假弧積除之、得中心徑。半之、內減假半離徑、爲中心矢。依弧法、求中心背、以截面上下矢、乘經緯半離徑、以假半離徑除之、得數以減截中矢、餘爲旁小矢、圖中云截小矢。依弧法、求截旁背、以之乘中心矢、以截中矢除之、得旁心背。加截旁背、共得數、以球缺頂冪積相乘、爲實。併假背與中心背爲法、除之、得截冪積。以球半徑是錐高相乘、三約之、爲錐積、寄位。又以截面上下徑矢、依弧法、求截面弧積、以經緯半離徑、爲兩弧錐高、以截面弧積相乘、三約之、得數倍之、爲上下兩弧錐積。以減寄位、餘即截積也。

假如有球缺、矢若干、弦若干、從右截下矢若干、上斜矢若干。

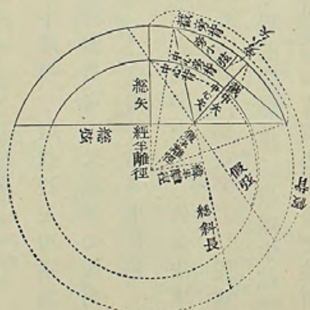
問截積。

答曰。截積若干。

括術繁多、故略之。

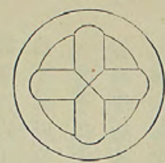


解曰。併總矢冪與總半弦冪、以總矢除之、得全球徑。內減倍總矢、餘半之、爲經半離徑。以截面下矢減總半弦、餘自之、加經半離徑冪、開平方除之、得假半離徑、是自截面兩稜至球心之長。以減球半徑、餘爲截中矢、又爲假球缺矢、求得頂冪積。又依弧法、求假弦及弧積。置假弦、再自乘、以六之假弧積除之、得中心徑。半之、內減假半離徑、餘爲中心矢。依弧法、求中心背。併球



半徑冪與截斜矢冪、內減假半離徑冪、餘以截斜矢除之、得截長圓面云總斜長。自之、以減球徑冪、餘四約之、開平方除之、得緯半離徑。以截斜矢相乘、加入下矢與經半離徑相乘數、以假半離徑除之、得數自之。又截斜矢冪、內減下矢冪、餘半之、以假半離徑除之、得數自之。二位相併、爲旁小弦冪。以減球徑冪、餘開平方除之、得數以減球徑、餘半之爲旁小矢。依弧法求截旁背。以中心矢相乘、以截中矢除之、得中心旁背。加截旁背、以假球缺頂冪積相乘、以假背與中心背相併數、除之、得截旁冪積。以球半徑是錐高相乘、三約之、得錐積、寄位。以截斜矢與總斜長即擬圓徑、依弧法、求得上截面弧積。以緯半離徑是左弧錐正高相乘、三約之、得左弧錐積。又以截下矢與總弦圓擬徑、依弧法、求得下截面弧積。以經半離徑、是右弧錐正高相乘、三約之、得右弧錐積。二位相併、共得數、以減寄位、餘即截積也。

假如有十字環、外徑一十寸、輪徑各一寸。問積。

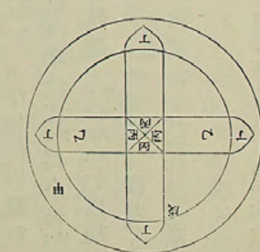


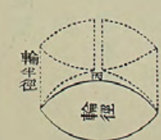
答曰。積三十四寸三二一〇一九〇三。

草曰。別得小矢三厘一三七三、小背一寸〇〇二六二二七、小弧積二厘〇九二七七。置外徑一十寸內減輪徑一寸餘以圓周法相乘、得二十八寸二七四四。倍外徑、內減輪徑二個與小矢四個、餘一十七寸八七四五〇八。二位相併、以輪徑冪相乘、又以圓積法相乘、得三十六寸二四五三五二三四三二、寄位。外徑內減輪徑二個與小矢二個餘以小弧積相乘、六之得九分九六六五〇八二三二一四八、以減輪徑再乘冪、餘三毛三四九一七六七八五二、以輪徑相乘、以三個小矢除之、得三厘五五八四四九一八一六、加入寄位、共、得三十六寸二八〇九三六八三五、再寄。列併輪徑四個與小背二個得內減小矢四個、以輪徑冪相乘、三約之、得一寸九五九九一一七八。減再寄餘即積也。

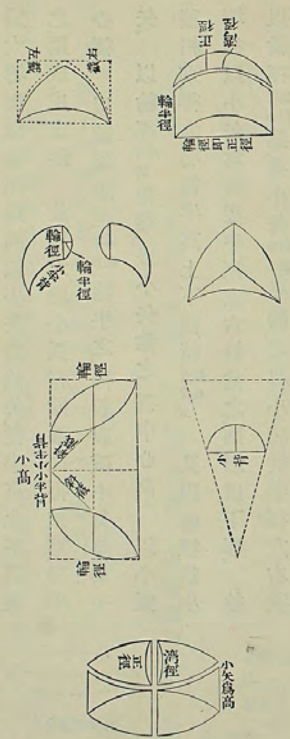
解曰。外徑內減輪徑、餘是外環之中心徑、以圓周法相乘即中心周爲圓壔高。以輪徑

冪相乘、又以圓積法相乘是圓壔積得甲積。 倍外徑內減輪徑六個與小矢四個、爲乙四所通長是又四個圓壔高。 以輪徑冪相乘、又以圓積法相乘、得乙積是圓壔四個積也。 以輪徑爲圓壔徑、以輪半徑爲高、從徑半左右斜截之、則作丙一所之形。 故輪徑自乘、以輪半徑相乘、又以圓積法相乘、得圓壔積是虛實共積也。 輪徑冪乘輪半徑、三約之、得斜截左右共積、是虛積也。以之減圓壔積、餘丙一所積是實積也、 四之得丙總積。 以輪徑爲圓壔經正徑、以小背爲緯灣徑、以輪半徑爲高、是圓壔緯經上下均承圓規之形也。輪徑冪、以輪半徑相乘、又以圓積法相乘、得圓壔積是虛實共積。 從其正徑半、應灣徑之準、截左右、而作双、其左右形上下、各同規、故伸之、則作從壔半徑左右斜截之狀、是求丙積者同。 輪徑冪、乘輪半徑、以三約之、得截去左右虛積。 以減圓壔

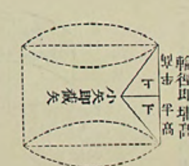


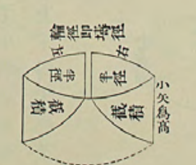


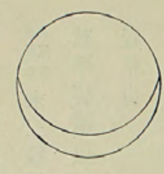
積、得双壔積、是又虛實共積。 再從其双正徑左右、至兩旁經緯、各承圓規、而回截之、則其餘作丁一所之形。 是双經緯圓規、故從全圓之心、至小背之兩旁、應準、而至外徑、作缺環而後伸形、則爲兩面傾之圓壔。 從上下各半徑、至半小高、兩斜截之狀、輪徑爲小徑、小背爲小高。 即輪徑冪、乘小背、以六約之、得回截之虛積。 以減双壔積、餘爲丁一所積、四之得丁總積。 以輪徑爲上正徑、又下經緯正徑、以小



背爲上灣徑、以小矢爲高、即上徑正樣灣下平正之圓墻。而上者大墻以小矢從半高上下斜截之狀、下者小墻從半徑左右斜截之狀。是戊一所之全形也。乃倍輪徑、以減外徑、餘得環虛徑、爲大墻徑、以輪徑爲商、以小矢爲截矢、從半高上下斜截之、則成戊上形。故以六段小弧積、除輪徑再乘冪、得中心徑。以減環虛徑即大墻徑餘半之、得數以減小矢、餘爲中矢。以輪徑內墻徑相乘、以小矢除之、得中心高。以小弧積相乘、得大墻從半高上下截積、是戊上積也。又以輪徑爲小墻徑、以小矢爲高、從半徑左右斜截之、則以成下形。故以輪徑即小墻徑冪、乘小矢即小墻高三約之、得小墻從半徑左右截積、是戊下積也。二位相併、爲戊一所積、四之得戊總積。五積相併、得全十字環積也。







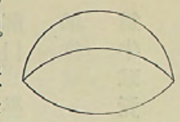
假如有全球、徑一尺。問羃積。

答曰。羃積三百一十四寸一百十三分寸之一十八。

術曰。置徑一尺自之、以圓周率相乘、得三萬五千五百寸、爲實。以圓徑率除之、得羃積。

解曰。界于半徑、視圓錐、即中心爲尖、球徑爲錐徑、球半徑爲高。求半球積。準錐積三之、準墻積以錐高即球半徑除之、得圓面平積、即爲半球羃積、倍之得全球羃積。

毬闕變形草

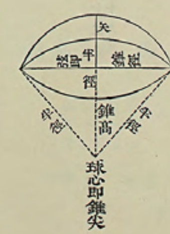


假如有球缺、矢一寸、弦六寸。問頂覔積。

答曰。頂覔積三十一寸一百一十三分寸之四十七。

術曰。置矢一寸、自乘、四之、加入弦冪三十六寸、共得四十寸、以圓周率相乘、得一萬四千二百寸、爲實。以四個圓徑率除之、得頂覔積。

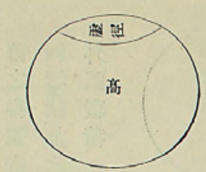
解曰。從缺面至球中心、接于圓錐、即球心爲尖、弦爲錐徑、以矢減半球徑、餘爲錐高、求三段錐積。又求球缺積、三之、相併、共得數準壔積、以錐高即半徑除之、得錐面平積、即爲頂覔積也。



毬闕變形草。

關孝和編

今有外弧環、矢二寸、虛徑六寸、高八寸。問積幾何。

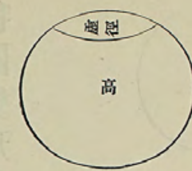


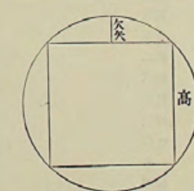
答曰。積二百五十八寸〇八三二。

草曰。列高再自乘、得數以立圓積法五二三六乘之、得積、即立圓積法五二三六、此收去不盡而用之、要令圓解易推也。後

圓積法周背、皆收去不盡而用之、故所求積、各有微差矣。

解曰。列高自之、得內減四段矢冪、餘以四個矢約之、得據弧離徑六寸、適合虛徑、此則立圓闕弧環也。別得滿徑一尺闕矢一寸以虛徑爲立圓闕徑、以闕矢爲矢、求得立圓闕積、倍之、得數寄位。以虛徑爲圓壔徑、以環高爲高、求得圓壔積、加入寄位、共得數、以減全立圓積、餘爲立圓闕外弧環積。





今有外弧環、矢二寸、虛徑一尺一寸、高八寸。問積幾何。

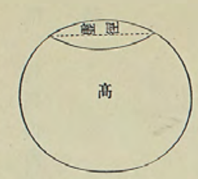
答曰。積四百四十三寸七分三七九一。

別得據弧滿徑一尺、離徑六寸、背九寸二分七三、弧積一十一寸一分八二五。

草曰。列虛徑、內減離徑、餘以弧積相乘、六之、得數寄位。列高再自乘得數加入寄位、共得數、以立圓積法乘之、得積。

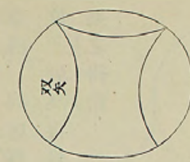
今有外弧環矢二寸、虛徑五寸、高八寸。問積幾何。

答曰。積二百三十二寸九分五二二五八。



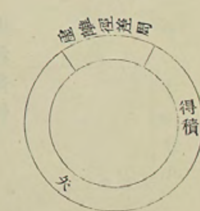
別得據弧滿徑一尺、離徑六寸、背九寸二分七二、弧積一十一寸一分八二五。

草曰。列離徑、內減虛徑、餘以弧積相乘、六之、得數寄位。列高、再自乘、得內減寄位、餘以立圓積法乘之、得積。



今有雙弧環、雙矢四寸、上虛徑一尺一寸、高八寸。問積幾何。

答曰。積七百七十二寸八分八〇七二四。

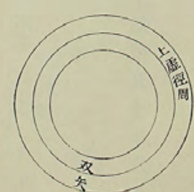


別得據弧滿徑一尺、離徑六寸、背九寸二分七三、雙弧積二十二寸三分六五。

草曰。列上虛徑以雙弧積相乘、六之、得數、以立圓積法乘之、得積。

今有內弧環、矢二寸、上虛徑一尺一寸、高八寸。問積幾何。

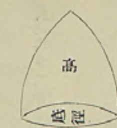
答曰。積三百二十九寸一分四二八一四。



別得據弧滿徑一尺、離徑六寸、背九寸二分七三、弧積一十一寸一分八二五。

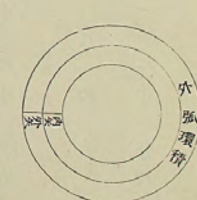
草曰。別併上虛徑與離徑、共得數以弧積相乘、六之、得數寄位。列高、再自乘、得數以減寄位、餘以立圓積法乘之、得積。

解曰。雙弧環積、內減外弧環積、餘則內弧環積也。



今有弧環加錐、底徑四寸、高四寸。問積幾何。

答曰。積二十八寸六分四八七七四。

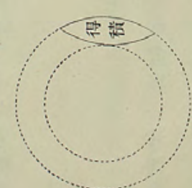


別得據弧滿徑一尺、離徑六寸、半背四寸六分三六五、半弧積五寸五分九一二五。

草曰。列離徑、以半弧積相乘、六之得數寄位。列高、再自乘、四之、得內減寄位、餘以立圓積法乘之、得積。若題中云據弧滿徑若干、則推弧環加錐術、而求之。弧環減錐、又準之。

今有弧環減錐、底徑四寸、高四寸。問積幾何。

答曰。積八寸六分五二四九。

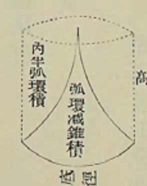


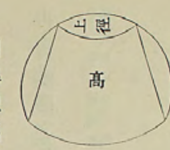
別得據弧滿徑一尺、離徑六寸、半背四寸六分三六五、半弧積五寸五分九一二五。

草曰。列併底徑與離徑、共得數以半弧積相乘、以一十二乘之、得數寄位。

列高冪八段、加入底徑冪三段、共得數、位高相乘、得數內減寄位、餘以立圓積法乘之、以二約之、得積。

解曰。圓壔積、內減內半弧環積、餘則弧環減錐積也。





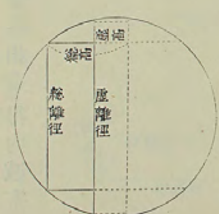
今有弧環加臺、上徑四寸、下徑七寸六分、高二寸六分、據弧滿徑一尺。問積幾何。

答曰。積八十一寸〇九六七三八八。

別得總高四寸、總離徑六寸、總半弧積五寸五分九一二五、虛高一寸四分、虛離徑九寸六分、虛半弧積一分八七五。

草曰、列總離徑、內減上徑、餘以總半弧積與虛半弧積差相乘、以一十二乘之、得數。列併下徑冪三段、與虛高冪八段、共得數、以虛高相乘、得數。二位相併、共得數寄位。列併上徑冪三段、總高冪八段、共得數、以總高相乘、得內減寄位、餘以立圓積法乘之、以二約之、得積。

解曰。以下徑爲環虛徑、以虛高虛離徑虛半弧積、求得弧環加臺虛積、寄位。以上徑爲環虛徑、以總高總離徑總半弧積。求得弧環加臺虛實共積。內減寄位、餘爲弧環加臺積。



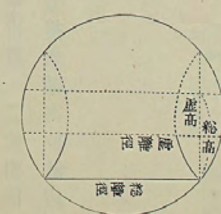
今有弧環減臺、上徑四寸、下徑七寸六分、高二寸六分、據弧滿徑一尺。問積幾何。

答曰。積六十一寸二分八一〇九六八。

別得總高四寸、總離徑六寸、總半弧積五寸五分九一二五、虛高一寸四分、虛離徑九寸六分、虛半弧積一分八七五。

草曰。列併下徑與總離徑、共得數、以總半弧積與虛半弧積差相乘、以一十二乘之、得數。列併上徑羃三段與虛高羃八段、共得數、以虛高相乘、得數。二位相併、共得數寄位。列併下徑羃三段與總高羃八段、共得數、以總高相乘、得內減寄位、餘以立圓積法乘之、以二約之、得積。

解曰。以上徑爲環上虛徑、以虛高、虛離徑、虛半弧積、求得弧環減臺虛積、寄位。以下徑爲環上虛徑、以總高總離徑總半弧積、求得弧環減臺虛實共積。內減寄位、餘爲弧環減臺積。



明治四十年九月廿二日印刷
明治四十年九月廿五日發行

正價金壹圓貳拾錢

東京帝國大學理科大學內
編輯兼發行者　東京數學物理學會
代表者　長岡半太郎

東京市神田區美土代町二丁目一番地
印刷者　島連太郎

東京市神田區美土代町二丁目一番地
印刷所　三秀舍