



基本文庫  
洋書

物理

08

L

1.13

九州帝國大學理學部

8436

物理學教室

桑木文庫

洋書

0565

理學部 洋書及

022232002008911



九州大學藏書

08

L

1.13



物  
08  
L  
L

801983

貴重書

物  
08  
L  
L

ŒUVRES

DE LAGRANGE.

貴重書

物  
08  
L  
L

ŒUVRES  
DE LAGRANGE,

PUBLIÉES PAR LES SOINS

DE M. J.-A. SERRET.

SOUS LES AUSPICES DE

M. LE MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE.

TOME TREIZIÈME.



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE  
DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES,

SUCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

M DCCC LXXXII

PARIS, — IMPRIMERIE DE GAUTHIER-VILLARS, SUCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,  
Quai des Augustins, 55.



SIXIÈME SECTION.

CORRESPONDANCE ET MÉMOIRES INÉDITS.





CORRESPONDANCE INÉDITE  
DE  
**LAGRANGE ET D'ALEMBERT**  
PUBLIÉE  
D'APRÈS LES MANUSCRITS AUTOGRAPHES  
ET ANNOTÉE  
PAR LUDOVIC LALANNE.



Les Lettres inédites dont se compose ce treizième Volume sont publiées d'après les manuscrits autographes de d'Alembert et de Lagrange conservés à la bibliothèque de l'Institut de France. Dans le quatorzième, qui terminera cette édition des *Oeuvres de Lagrange*, nous donnerons, entre autres, sa correspondance inédite avec Condorcet, Euler, Laplace, etc. Il sera précédé d'une Notice, destinée à compléter celle que l'on doit à Delambre et qui a été reproduite en tête du premier Volume.

Je prie mon excellent ami, M. Serret, de vouloir bien recevoir ici tous mes remerciements, et pour l'honneur qu'il m'a fait en me confiant la publication de cette correspondance, et pour la peine qu'il a prise de revoir les divers passages mathématiques qu'elle contient.

Lud. L.





CORRESPONDANCE

DE

LAGRANGE AVEC D'ALEMBERT.

XIII.



---

CORRESPONDANCE

DE

LAGRANGE AVEC D'ALEMBERT.

---

1.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, le 27 septembre 1759.

MONSIEUR,

J'ai reçu avec beaucoup de reconnaissance et j'ai lu avec la plus grande satisfaction le premier Volume de vos Mémoires <sup>(1)</sup> que vous m'avez fait l'honneur de m'envoyer. Votre dissertation sur le son <sup>(2)</sup> est pleine des recherches les plus savantes et les plus ingénieuses. J'ai surtout été enchanté de la manière dont vous parvenez à une formule générale pour trouver le mouvement d'une corde chargée d'un nombre indéfini de poids. Cependant, je ne sais si vous n'auriez pas pu trouver une méthode plus simple. J'ai peine à croire que cette solution exige nécessairement un si grand appareil de calcul. J'y penserai

<sup>(1)</sup> Le premier volume des Mémoires de la Société des Sciences de Turin porte le titre de *Miscellanea philosophico-mathematica Societatis privatae Turinensis*, tomus primus, 1759; in-4°. Le second est intitulé : *Mélanges de Philosophie et de Mathématique de la Société royale de Turin pour les années 1760-1761*.

<sup>(2)</sup> Ces *Nouvelles Recherches sur la nature et la propagation du son* occupent les pages 1 à 112 de la seconde Partie du tome I des *Miscellanea* et se trouvent au tome I, p. 39 et suiv., des *Oeuvres de Lagrange*.

1.

au premier moment de loisir que j'aurai, et, s'il me vient quelques idées sur ce sujet, j'aurai l'honneur de vous en faire part.

A l'égard de la méthode par laquelle vous passez du nombre indéfini des corps vibrants au nombre infini, elle ne me paraît pas aussi démonstrative qu'à vous, mais il serait trop long de vous dire mes difficultés sur ce sujet, aussi bien que sur les logarithmes imaginaires des quantités négatives; car j'ai eu aussi, il y a dix ans, une dispute par lettres avec M. Euler sur ce sujet.

Adieu, Monsieur, vous êtes destiné, si je ne me trompe, à jouer un grand rôle dans les Sciences, et j'applaudis d'avance à vos succès, étant avec la plus parfaite considération,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

D'ALEMBERT.

P.-S. — Me permettez-vous de faire mes très-humbles compliments à tous vos Messieurs<sup>(1)</sup>, et surtout à M. de Foncenex<sup>(2)</sup>, qui me paraît habile mathématicien? J'irai en Italie dès que les affaires présentes de l'Europe me le permettront, et vous croyez bien que je passerai par Turin, ne fût-ce que pour avoir l'honneur de vous y voir.

A Monsieur Louis de la Grange,

de l'Académie de Berlin et de la Société des Sciences de Turin, à Turin.

<sup>(1)</sup> Aux membres de la Société des Sciences de Turin.

<sup>(2)</sup> Le chevalier Daviet de Foncenex, géomètre, membre de l'Académie des Sciences de Turin, né à Thonon en 1734, mort à Casal en août 1799. Il était élève de Lagrange, à qui on a voulu attribuer plusieurs de ses Ouvrages.

2.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 27 novembre 1761.

MONSIEUR,

Permettez-moi de vous prier d'accepter un exemplaire de mes *Opuscules mathématiques*, en deux volumes in-4<sup>o</sup> <sup>(1)</sup>, qui paraissent depuis peu. Une personne de mes amis s'est chargée de vous le faire parvenir par le premier envoi qui se fera à M. l'ambassadeur de France <sup>(2)</sup>. Je serais très-flatté, Monsieur, que cet Ouvrage pût mériter votre approbation. Je ne dois pourtant pas vous dissimuler que, sur l'article des cordes sonores, je n'ai pu être de votre avis; mais, en combattant votre opinion, j'ai parlé de vous, dans mon Ouvrage, avec la haute estime que vos talents m'ont inspirée <sup>(3)</sup>, et avec laquelle je serai toujours,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

D'ALEMBERT.

A Monsieur Louis de la Grange,

de la Société royale des Sciences de Turin, à Turin.

<sup>(1)</sup> *Opuscules mathématiques, ou Mémoires sur différents sujets de Géométrie, de Mécanique, d'Optique et d'Astronomie*, 1761-1780; 8 volumes petit in-4<sup>o</sup>.

<sup>(2)</sup> Le marquis de Chauvelin.

<sup>(3)</sup> Voir le tome I des *Opuscules mathématiques*, Avertissement, p. iv, et le *Supplément au Mémoire sur les cordes vibrantes*, p. 65 et suiv.

3.

## LAGRANGE A D'ALEMBERT.

Turin, ce 1<sup>er</sup> juin 1762.

MONSIEUR,

Il y a longtemps que j'aurais dû vous écrire pour vous remercier des présents que vous m'avez faits de vos *Opuscules mathématiques* <sup>(1)</sup> et de la Lettre en réponse à M. Clairaut <sup>(2)</sup>; mais ce délai ne doit être attribué qu'au désir que j'avais de pouvoir mieux vous témoigner ma reconnaissance en vous présentant le second Volume des *Mélanges* de notre Société <sup>(3)</sup>, qui était sous presse depuis quelque temps. Permettez donc, Monsieur, que je m'acquitte à présent de mon devoir et que je vous prie d'accepter un exemplaire de cet Ouvrage, que j'ai remis à M. le chevalier Berzet, qui vient de partir pour Paris, et qui s'est chargé de vous le faire avoir au plus tôt. Je m'estimerai infiniment heureux si mes travaux peuvent mériter votre approbation; je la regarderai comme la plus grande récompense de mes études et comme la seule qui puisse véritablement me flatter: cependant, je ne puis vous le dissimuler, vos objections contre ma théorie des cordes vibrantes ne m'ont point paru suffisantes pour la renverser, et je crus pouvoir encore la défendre par une réponse que je soumetts d'ailleurs à votre jugement <sup>(4)</sup>. Je vous prie de m'éclairer, si je me suis trompé, et je vous

<sup>(1)</sup> Voir la Lettre précédente.

<sup>(2)</sup> Alexis-Claude Clairaut, l'un des plus grands géomètres produits par la France, né à Paris le 7 mai 1713, reçu à l'Académie des Sciences à dix-huit ans, mort le 17 mai 1765. Il avait publié, dans le *Journal des Savants* de décembre 1761 (p. 837-848), une Lettre où il défendait contre d'Alembert sa « solution du problème des trois corps et l'application qu'il en avait faite tant à la théorie de la Lune qu'à celle des comètes ». D'Alembert y répondit par une Lettre insérée dans le *Journal encyclopédique* (février 1762, t. II, p. 55-76), à laquelle Clairaut répliqua par de *Nouvelles Réflexions* publiées dans le *Journal des Savants*, juin 1762, p. 358-377.

<sup>(3)</sup> Voir plus haut la Note 2 de la page 3.

<sup>(4)</sup> Cette réponse est l'*Addition à la première Partie des Recherches sur la nature et la propagation du son*, imprimée dans le tome II des Mémoires de Turin, p. 233 et suiv. (*Œuvres*

assure que rien ne me sera plus agréable que de pouvoir me rapprocher de vos sentiments. Il y a aussi quelques points de la théorie des fluides sur lesquels je n'ai pu tomber d'accord avec vous; je vous prie d'examiner mes raisons sans prévention et de me faire part de vos remarques, dont je ne manquerai pas de profiter.

J'ai lu, Monsieur, vos *Opuscles* avec la même satisfaction et la même admiration que tous vos autres Ouvrages: c'est à vous, permettez-moi cet aveu, que je reconnais devoir presque entièrement le peu de progrès que j'ai faits dans les Mathématiques, et ma reconnaissance égale l'estime que j'ai conçue de votre mérite. Je suis surpris qu'on ait cherché à déprimer votre travail sur la Lune; il suffit, ce me semble, d'avoir vu votre théorie et celles des autres géomètres pour juger des avantages de la vôtre. Quant à la théorie des comètes, n'ayant point vu les travaux de M. Clairaut, je n'en puis rien dire, mais il me paraît que vos réponses à ses objections sont sans réplique.

J'ai l'honneur d'être,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

DE LA GRANGE.

4.

## D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 15 novembre 1762.

MONSIEUR,

J'ai bien des excuses à vous faire d'avoir été si longtemps sans avoir

de Lagrange, t. I, p. 319). Elle commence ainsi: « M. d'Alembert ayant fait l'honneur à ma solution du problème des Cordes vibrantes de l'attaquer sur quelques points, par un écrit particulier imprimé dans le premier tome de ses *Opuscules mathématiques*, je vais ajouter de nouveaux éclaircissements sur l'analyse de cette solution, qui serviront en même temps de réponse aux objections de cet illustre géomètre et de confirmation à ma théorie. »

L'honneur de vous répondre et de vous remercier du beau présent dont vous m'avez honoré <sup>(1)</sup>. J'ai été si occupé, que je n'ai encore eu le temps que de parcourir ce bel Ouvrage, qui a augmenté la haute opinion que j'ai de votre génie. Vous avez tout à fait raison sur le  $\theta$  que j'ai mis au lieu de  $\theta^2$  par une méprise de calcul, ainsi que sur les couches de la Terre, qui, dans le système de l'attraction, doivent être de niveau, et je ne manquerai pas de vous faire honneur de ces deux remarques dans le troisième Volume de mes *Opuscules* que je vais mettre sous presse. A l'égard des cordes vibrantes, je vous avoue que je ne suis pas encore rendu, non plus que sur les lois du mouvement des fluides que vous attaquez. Je crois même avoir trouvé de nouvelles raisons de me confirmer dans mon sentiment sur ces deux points. Il ne serait pas impossible, au moyen de la paix qui vient de se conclure <sup>(2)</sup>, que je n'eusse l'honneur de vous voir à Turin, ou l'année prochaine, ou celle d'après. Ce voyage dépend de différentes circonstances qui ne sont pas en mon pouvoir, mais qu'il ne tiendra pas à moi de hâter. Soyez persuadé qu'un des principaux motifs qui m'y engageront est le désir de lier avec vous une connaissance plus intime et de vous assurer de l'estime infinie avec laquelle j'ai l'honneur d'être,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

D'ALEMBERT.

P.-S. — Permettez-moi de joindre ici ce petit écrit; c'est une dernière réponse à M. Clairaut, dont je crois que vous ne serez pas mécontent, ni pour le fond ni pour la forme <sup>(3)</sup>.

<sup>(1)</sup> Le deuxième volume des *Mélanges* de la Société de Turin. (Voir la Lettre précédente.)

<sup>(2)</sup> Les préliminaires de la paix qui fut conclue définitivement à Paris, le 10 février 1763, venaient d'être signés à Fontainebleau le 3 novembre.

<sup>(3)</sup> Cette *Dernière Réponse* avait paru dans le *Journal encyclopédique* du 15 août 1762, p. 73-97.

5.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

Paris, ce 1<sup>er</sup> octobre 1763.

MONSIEUR,

Cette Lettre vous sera remise par M. Watelet <sup>(1)</sup>, mon confrère dans l'Académie française et connu par son excellent poëme de *l'Art de peindre*. Il voyage en Italie, et j'aurais eu le plaisir de l'accompagner si des raisons de santé et d'affaires ne m'obligeaient de différer encore mon voyage de quelque temps.

Je profite de cette occasion pour vous envoyer une seconde réponse à M. Clairaut que je ne crois pas vous avoir envoyée dans le temps, et sur laquelle je serais charmé que vous voulussiez bien jeter les yeux à vos moments perdus. Le troisième Volume de mes *Opuscules* est sous presse et contiendra, je crois, des choses qui pourront vous intéresser. Il paraîtra dans le courant de l'année prochaine.

J'ai eu occasion de voir dans mon voyage à Berlin M. Euler, qui fait de vous tout le cas que vous méritez, et qui vous regarde avec raison comme destiné à reculer très-loin les limites de la haute Géométrie. Où en est le troisième Volume de vos Mémoires? Je ne doute pas qu'il ne soit aussi intéressant que les deux premiers.

J'ai l'honneur d'être avec la plus parfaite considération,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur,

D'ALEMBERT.

A la suite de cette Lettre se trouve la note suivante, de la main de Lagrange :

N.-B. — La correspondance a été interrompue par le voyage que M. de

<sup>(1)</sup> Cl.-Henri Watelet, graveur, membre de l'Académie française, né en 1718, mort en 1786. Son poëme sur *l'Art de peindre* avait paru en 1760.

la Grange a fait à Paris; il était parti de Turin au commencement de novembre 1763 et y est retourné dans le courant de juin 1764. Il manque ici une ou deux Lettres que M. d'Alembert lui avait écrites après son retour à Turin, et qui ont été prêtées et perdues. Dans l'une d'elles il lui disait : « J'ai lu votre pièce sur la libration de la Lune (elle avait remporté le prix de l'Académie des Sciences en 1764; M. d'Alembert n'avait pas pu être un des juges à cause du voyage qu'il avait fait en Prusse dans l'automne de 1763) et j'ai dit comme saint Jean-Baptiste : *Oportet illum crescere, me autem minui.* »

## 6.

## LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, le 30 mai 1764.

Mon cher et respectable ami, j'ai passé par Genève comme je me l'étais proposé, et, à la faveur de votre recommandation, j'ai eu l'honneur de diner chez M. de Voltaire <sup>(1)</sup>, qui m'a fait un très-gracieux accueil. Il était ce jour-là en humeur de rire, et ses plaisanteries tombaient toujours, comme de coutume, sur la religion, ce qui amusa beaucoup toute la compagnie. C'est, en vérité, un original qui mérite d'être vu.

J'ai été assez bien reçu ici du Roi <sup>(2)</sup> et des ministres; on m'a donné de belles espérances, mais je n'y fais pas grand fond. Vos Lettres ont fait beaucoup d'impression à la cour et à la ville; tout le monde en est encore rempli, et je puis bien vous assurer que vous êtes aussi connu ici qu'ailleurs. On ne cesse de me questionner sur votre sujet; on est fort empressé surtout de savoir si vous viendrez en Italie quelque jour; on brûle de vous connaître personnellement.

Je n'ai pas encore repris mon assiette ordinaire; j'ai pourtant déjà barbouillé quelques pages sur les cordes vibrantes; si je trouve

<sup>(1)</sup> Voltaire habitait alors sa campagne des *Delices*, près Genève. On ne trouve rien dans sa *Correspondance* sur cette visite de Lagrange.

<sup>(2)</sup> Charles-Emmanuel I<sup>er</sup>.

quelque chose qui ne me paraisse pas indigne d'être soumis à votre jugement, j'aurai l'honneur de vous en faire part. Je vous entretiendrai aussi, si vous me le permettez, de quelques idées qui me sont venues touchant les autres matières dont nous avons causé à Paris.

Adieu, mon cher Monsieur, portez-vous bien et conservez-moi votre précieuse amitié, que je regarde comme le principal avantage que mon voyage de France m'ait procuré. Je vous aime autant que je vous estime, et c'est dans ces sentiments que je serai toujours,

Monsieur,

Votre très-humble et très-obéissant serviteur.

DE LA GRANGE.

P.-S. — Je suis impatient de voir votre Ouvrage sur l'Optique.

A Monsieur d'Alembert, à Paris, rue Michel-le-Comte.

## 7.

## D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 6 août 1764.

Vous recevrez, mon cher et illustre ami, par la première occasion qui pourra se trouver, le troisième Volume de mes *Opuscules*. Je l'ai fait remettre à l'Intendant de M. l'Ambassadeur de Sardaigne <sup>(1)</sup>. Comme il fourmille de fautes d'impression, j'en ai corrigé la plupart de ma main pour vous en épargner la peine, mais je ne doute pas qu'il n'en reste encore un grand nombre. Vous trouverez dans cet Ouvrage peu de chose qui puisse vous intéresser, mais la matière ne comporte pas mieux, à ce que je crois du moins. J'aimerais mieux vous entrete-

<sup>(1)</sup> Le bailli Solar de la Breille, ambassadeur de Sardaigne en France de 1758 à 1765.

nir sur d'autres questions, mais depuis deux mois mon estomac est si délabré, que je ne puis presque pas me livrer au travail. Les remèdes que j'ai voulu faire n'ont servi qu'à l'affaiblir encore. Enfin, j'ai pris le parti de n'en plus faire du tout et de m'en tenir au régime. C'est par là que j'espère me guérir. Vous voyez bien qu'en cet état il n'est pas possible que je songe au voyage d'Italie; il y a même à parier que, si cela continue, je finirai par un grand voyage dont je ne reviendrai pas si tôt. Je prends tout cela fort en patience, et je tâcherai de traîner le moins douloureusement que faire se pourra ce qui me reste de temps à vivre. Adieu, mon cher ami, je n'ai pas la force de vous en écrire plus long, étant, actuellement même, obligé de quitter à chaque instant pour une indigestion considérable, quoique depuis quinze jours je ne mange plus de viande. Heureusement cela se passe sans douleur, et c'est la manière la moins pénible et la moins triste. Je vous embrasse de tout mon cœur et serai jusqu'à ma fin (prochaine ou éloignée) avec les sentiments d'estime, d'attachement et d'intérêt que vous m'avez inspirés.

A Monsieur de la Grange,  
de la Société royale des Sciences de Turin, à Turin.

8.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 1<sup>er</sup> septembre 1764.

Voilà, mon cher et illustre ami, trois de vos Lettres que j'ai reçues en assez peu de temps; on m'en a apporté deux de la poste, et la troisième m'a été remise par M. Watelet, qui a passé ici il y a quelques jours. Je dois à celle-ci l'honneur d'avoir connu un des plus beaux génies de la France, et, ce qui me touche bien plus, un de vos meil-

leurs amis. Je regrettais, en le voyant, que vous ne l'eussiez pas accompagné, sans songer que cela m'aurait empêché de vous voir à Paris; mais laissons cela et parlons un peu de votre santé, dont vous vous plaignez si fort dans votre dernière Lettre. Je ne puis vous dire, mon cher ami, combien cette nouvelle m'a affligé: je voudrais, pour tout au monde, être encore à Paris et pouvoir vous rendre tous les soins que mon amitié exigerait de moi; mais, dans l'impuissance où je suis de remplir moi-même ces tendres devoirs, je ne puis qu'ajouter mes vœux à ceux de tous les savants de l'Europe pour le rétablissement de votre santé. Au nom de Dieu, ne songez plus qu'à cela, et surtout donnez-vous du repos. Je crois que le régime et la cessation de toute sorte de travail sont les seules choses qui puissent vous remettre.

Vous voulez savoir ce que je pense des cordes vibrantes; je viens d'achever un calcul qui me paraît jeter une grande lumière sur cette question. J'ai trouvé moyen de construire, d'une manière générale, la formule de l'article 27 de mes premières *Recherches sur le son* (1), et cette construction est telle, qu'elle dégénère en celle de M. Euler lorsque le nombre des corps mobiles devient infini, pourvu que dans la courbe génératrice il ne se trouve point de  $\frac{d^2y}{dx^2}$ ,  $\frac{d^3y}{dx^3}$ ,  $\frac{d^4y}{dx^4}$ , ... finies, ce qui exclut seulement les cas où la courbure de la corde initiale fait des sauts ou qu'elle n'est pas nulle aux extrémités. Au reste, le calcul montre que la détermination du mouvement de la corde est impossible dans ces cas, car la valeur de  $y$  renferme alors plusieurs termes infinis.

J'ai fait aussi des recherches sur un autre sujet, peut-être plus important que celui-ci, qui est l'intégration de l'équation différentielle du problème des trois corps. J'ai trouvé pour cela une assez jolie méthode, laquelle me donne tout d'un coup la valeur du rayon vecteur, aussi approchée que je veux, sans que je sois obligé de substituer à chaque approximation la valeur trouvée par l'approximation

(1) Voir la note 2 de la page 3.

précédente; aussi cette méthode donne exactement, suivant le degré de l'approximation, le mouvement de l'apogée et la valeur des autres équations. Je vous en entretiendrai une autre fois, si vous le souhaitez; en attendant, je vais vous remercier par avance du présent que vous m'avez annoncé <sup>(1)</sup>. Je l'attends avec impatience, car c'est une matière dans laquelle je suis tout à fait étranger, et je vous promets bien d'en faire mon profit. Je suis charmé que mes *Recherches sur la libration de la Lune* aient pu mériter votre approbation; je la regarde comme la plus grande récompense de mes travaux. Je verrai avec tout le plaisir et toute la déférence possibles les remarques que vous y avez faites; mais je ne veux point que vous m'en fassiez part que votre santé ne soit bien rétablie. La mienne est toujours bonne, quoique j'aie un peu maigri depuis que je suis ici. J'attends toujours l'effet des promesses du Roi, mais il n'en est pas comme César était: *Ad parvas lentus, ad premia velox*. Adieu, mon cher et illustre ami; je serai toute ma vie, avec les sentiments d'estime, d'amitié et de reconnaissance que vous m'avez inspirés,

Votre

DE LA GRANGE.

9.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 16 octobre 1764.

Ma santé, mon cher et illustre ami, est beaucoup meilleure, grâce au régime que j'observe et aux remèdes que je ne fais point. Je me regarde même comme guéri, mais j'observe encore beaucoup de régime jusque dans l'étude; c'est ce qui fait que j'ai tardé si longtemps à vous

<sup>(1)</sup> Le troisième Volume des *Opuscles mathématiques*.

répondre. M. Watelet m'a dit de vos nouvelles et est bien sensible à toutes vos attentions. Je viens maintenant à votre Lettre.

1<sup>o</sup> Ce que vous me mandez sur les cordes vibrantes semble me donner gain de cause absolument. En effet, j'ai prouvé dans mes *Opuscles* (p. 27, Tome I), et il résulte d'ailleurs de votre théorème que, si lorsque  $x$  est infiniment petite, la valeur de  $y$  en  $x$  contient un terme de cette forme  $\pm pxx$  ( $p$  est très-petit),  $\frac{d^2y}{dx^2}$  fera un saut à l'origine et  $\frac{dy}{dx}$  y sera finie, en sorte qu'on n'aura pas  $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx}$ . Or, si cette valeur de  $y$  renferme un terme  $\pm px^n$ ,  $n$  étant pair et positif, alors, faisant  $\frac{d^{n-2}y}{dx^2} = z$ , on aura un terme  $\pm px^2$  dans la valeur de  $z$ ; donc  $\frac{dz}{dx}$  ou  $\frac{d^ny}{dx^{n-1}}$  sera finie. Donc la valeur de  $y$  à l'origine ne doit contenir que des puissances impaires positives (non négatives, parce que  $\frac{dy}{dx^2}$  serait infinie à l'origine; non fractionnaires, parce qu'il y aurait quelque valeur  $\frac{d^ny}{dx^{n-1}}$  qui serait finie à l'origine: par exemple, si  $n$  était  $m + \frac{1}{2}$ , ce serait  $\frac{d^{m+1}y}{dx^m}$ ); or, comme on peut placer aux deux extrémités indifféremment l'origine de la courbe, il est clair qu'en ces deux points on aura  $y = Ax + Bx^3 + Cx^5 + \dots$ , d'où il est aisé de conclure que la courbe aura trois branches alternatives égales et semblables au-dessus et au-dessous de l'axe, celle du milieu au-dessus: donc, comme je l'ai prouvé dans mes *Opuscles*, elle aura pour lors des branches alternatives à l'infini; donc le problème ne pourra se résoudre que quand les branches alternatives seront assujetties à la loi de continuité. Au reste, je crois avoir aussi trouvé (à ma manière), depuis votre Lettre reçue, une démonstration de votre théorème, qui est très-beau.

2<sup>o</sup> Ce que vous me mandez sur l'équation du problème des trois corps me persuade, ce que j'ai toujours pensé, de l'imperfection des méthodes connues jusqu'ici. Je suis même résolu, dès que j'aurai le temps (car j'ai bien d'autres choses en tête), de chercher une meilleure



méthode, surtout pour le mouvement de l'apogée, et d'après les remarques que je vous ai dit avoir faites à ce sujet. A propos de cela, avez-vous vu dans le *Journal encyclopédique* une Lettre que j'y ai mise sur notre programme (1), qui n'a pas le sens commun? Je ne sais pas quand j'aurai le temps de travailler à l'équation du problème des trois corps. En attendant, ne me mandez pas ce que vous avez fait; je veux m'y essayer à loisir.

3<sup>o</sup> Voici mes remarques sur le problème de la précession des équinoxes :

I. Toutes les solutions qu'on en a données, à commencer par la mienne, sont fautives, non dans le résultat, mais dans la méthode. Ces solutions ne me donnent ni  $dz = 0$  ni  $d\pi = 0$  lorsque  $t = 0$ , c'est-à-dire au commencement du mouvement; cependant, en prenant les deux équations de ma précession des équinoxes

$$\psi dr^2 = d(dz \cos \pi^2) + k' dr d(\sin \pi)$$

et

$$dd\pi = \Gamma dr^2 - dz^2 \sin \pi \cos \pi + h' dz dr \cos \pi,$$

il est aisé de prouver que si l'axe n'a pas reçu d'impulsion primitive lorsque  $t = 0$ , c'est-à-dire si la rotation se fait autour de l'axe, indépendamment de l'action des planètes, alors  $\frac{dz}{dr}$  et  $\frac{d\pi}{dr}$  doivent être  $= 0$  lorsque  $t = 0$ . Cela se tire aisément des deux équations ci-dessus.

(1) L'Académie des Sciences avait proposé pour sujet de prix à décerner en 1766 la question suivante : *Quelles sont les inégalités qui doivent s'observer dans le mouvement des quatre satellites de Jupiter, à cause de leurs attractions mutuelles? la loi et les périodes de ces inégalités, surtout au temps de leurs éclipses, et la quantité de ces inégalités suivant les meilleures observations? Les changements qui paraissent avoir lieu dans les inclinaisons des orbites des deuxième et troisième satellites doivent surtout être compris dans l'examen de leurs inégalités.*

D'Alembert, comme il le dit ici, inséra, au sujet de cette question, une Lettre dans le numéro du 15 août 1764 (p. 124-128) du *Journal encyclopédique*, et c'est probablement par suite de cette Lettre que l'Académie, postérieurement à la publication de son programme, fit insérer dans les papiers publics une Note où elle déclarait qu'elle n'entendait point exclure l'examen des inégalités que l'action du Soleil peut produire dans le mouvement des satellites de Jupiter. Voir le Recueil de l'Académie, Histoire, année 1766, p. 165.

II. Soit à présent, en général,  $\frac{dz}{dz} = \mu$  et  $\frac{d\pi}{dz} = \nu$  lorsque  $t = 0$ ; intégrant la première équation et tirant de là la valeur de  $dz$  pour la mettre dans la seconde, on fera  $\pi = \pi' + z$ ; on trouvera (en négligeant les termes très-petits) une équation de cette forme

$$ddz + \alpha h'^2 dz^2 - \frac{h' dz^2}{\cos \pi} \int \psi dz - k' \mu \cos \pi dz^2 - \Gamma dz^2 = 0,$$

qu'il faudra intégrer de manière que  $\frac{dz}{dz} = \nu$  lorsque  $t = 0$ , ce qui donnera une équation de plusieurs termes, où les seuls termes sensibles, si  $\mu$  et  $\nu$  sont supposés très-petits, sont ceux qu'on trouve par le résultat des anciennes méthodes, lequel se trouve heureusement confirmé par là, quoiqu'on y soit parvenu par une route fort sujette à caution.

III. Dans votre belle et très-belle preuve sur la libration, vous trouvez que la valeur de  $\pi$  renferme quatre arcs de cercle si  $N$  n'est pas  $= 0$ ; or, vous ne pouvez supposer  $N$  rigoureusement  $= 0$ , à moins que la Lune n'ait eu au commencement une certaine situation déterminée, ce qui serait aussi incommode à supposer que l'égalité parfaite entre le mouvement primitif de rotation et le mouvement de translation périodique. Si vous supposez  $N$  très-petit, en sorte que  $Nr$  ne soit sensible qu'après bien des siècles, on pourra dire aussi que la libration en longitude n'est qu'apparente (comme la libration en latitude) et que, dans plusieurs siècles, la Lune nous montrera son autre face. D'ailleurs, comme les valeurs de  $\pi$  et de  $z$  renferment les termes  $\sin z - z$  et  $\cos z - z$ , et que  $z$  renferme outre cela un terme  $Mz$ , il est aisé de prouver que, quand même  $N$  serait  $= 0$ , en substituant pour  $z$  sa valeur en  $Mz$  et  $\cos z - Mz$ ,  $\sin z - Mz$ , il viendra dans celle de  $\pi$  un terme (à la vérité très-petit) qui renfermera des arcs de cercle; or, il me semble qu'il ne doit point y en avoir si l'on veut expliquer d'une manière satisfaisante la libration de la Lune, qui paraît devoir être en latitude comme en longitude. J'ai donc cherché à expliquer cette libration en supposant la Lune un solide de

révolution, ce qui ne donne plus d'ares de cercle dans la valeur de  $\pi$ , et j'ai trouvé qu'on le pouvait en cette sorte : puisque

$$d(dP + d\epsilon \sin \pi) = 0$$

lorsque la Lune est un solide de révolution, donc, faisant

$$-dP = dz + d\epsilon + d\theta$$

(et supposant, pour abrégér, le mouvement de la Lune autour de la Terre uniforme), on aura

$$dd\theta = d[d\epsilon(1 - \sin \pi)];$$

donc

$$-d\theta = d\epsilon(1 - \sin \pi) + \rho dz,$$

$\rho$  étant une constante indéterminée. Soit, de plus,

$$d\epsilon = \zeta dz + q dz, \quad \sin \pi = \sin \pi' + \sigma,$$

il faudra, à cause de  $\theta = 0$  lorsque  $z = 0$ , que

$$\rho = -\zeta(1 - \sin \pi);$$

donc, lorsque  $z = 0$ , on aura

$$-\frac{d\theta}{dz} = q(1 - \sin \pi' - \sigma) - \zeta \sigma.$$

Soit, lorsque  $z = 0$ ,

$$\frac{d\epsilon}{dz} = \mu, \quad \text{c'est-à-dire} \quad \zeta + q = \mu,$$

alors, comme  $\sigma$  est  $= 0$  lorsque  $r = 0$ , on aura

$$-\frac{d\theta}{dz} = (\mu - \zeta)(1 - \sin \pi'),$$

quantité qui n'est nulle que dans le cas où  $\sin \pi'$  serait exactement  $= 1$ ;

à l'égard de  $\frac{d\pi}{dz} = v$ , il sera tout ce qu'on voudra, quoique très-petit, et l'axe de rotation primitive ne sera pas l'axe de figure, ce qui n'en est que mieux pour la généralité de la solution.

IV. J'oublie de vous dire que, si  $\pi$  contient des arcs de cercle, alors, en ayant égard aux termes négligés dans l'équation de la libration, où l'on a supposé  $\cos \pi = 0$  et  $\sin \pi = 1$ , vous trouverez qu'il y aura dans cette équation des termes de cette forme  $\Lambda z dz^2$  ( $\Lambda$  étant à la vérité très-petit); mais, en ce cas, la libration ne serait pas réelle et cesserait au bout de plusieurs siècles.

V. Si  $\pi$  renferme des arcs de cercle par quelque cause que ce soit, par exemple si dans la Terre l'obliquité de l'écliptique diminue continuellement, comme on le prétend aujourd'hui, en ce cas  $\epsilon$  n'en renfermera pas, car, comme on a  $d\epsilon = \Lambda dz \cos \pi$ , en mettant pour  $\pi$  sa valeur  $\pi' + cz$ , on aura

$$d\epsilon = \Lambda dz (\cos \pi' \cos cz - \sin \pi' \sin cz),$$

dont l'intégrale ne contient plus d'ares de cercle. Ainsi, il n'y aurait pas réellement de mouvement rétrograde *continuel* dans les points équinoxiaux.

VI. Dans le cas où la Lune aurait son axe exactement perpendiculaire à l'écliptique et où il n'y aurait point d'inclinaison dans son orbite, et où même elle serait fort allongée dans la direction de l'orbite de la Terre, je trouve que  $\frac{d\theta}{dz}$  pourrait être considérable lorsque  $t = 0$ , sans néanmoins qu'il y eût autre chose qu'une libration dans la Lune, en sorte qu'il pourrait toujours y avoir une partie de sa surface qui nous serait cachée. Je détermine même les limites de  $\frac{d\theta}{dz}$  pour que la Lune n'ait qu'une libration, comme aussi la valeur que  $\frac{d\theta}{dz}$  doit avoir pour que la Lune nous montre successivement toute sa surface.

Pardon, mon cher et illustre ami, de ce griffonnage et de ce verbiage. Pensez à cela tout à votre aise et dites-m'en votre avis à loisir. Ayez surtout bien soin de votre santé : *res prorsus substantialis*. Je ne

vous répète point ce que je vous ai dit et les offres que je vous ai faites. Je suis toujours à votre service et vous n'aurez qu'à parler. J'ai reçu du roi de Prusse une Lettre admirable, pleine de sens et de philosophie<sup>(1)</sup>. Elle devrait être au chevet de tous les rois. Adieu, adieu encore une fois, je vous embrasse de tout mon cœur.

Tuus

D'ALEMBERT.

P.-S. — Je pense que vous aurez enfin reçu mon Livre. Vous n'y trouverez pas des recherches bien profondes, mais, ce me semble, plus de vues et de choses nouvelles que dans ce qui a été donné jusqu'ici à ce sujet.

10.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 13 novembre 1764.

Je ne saurais vous exprimer, mon cher et illustre ami, la joie que j'ai ressentie en apprenant le rétablissement de votre santé. Je vous assure que cette nouvelle était bien nécessaire à mon repos, car, depuis que je vous ai su malade, j'ai toujours été dans des craintes et des inquiétudes qui ne se peuvent représenter. Enfin, vous voilà donc hors d'affaire. Mais, au nom de Dieu, ne quittez point le régime que votre estomac n'ait repris toute sa vigueur; surtout trêve de calculs.

J'ai reçu depuis peu votre bel Ouvrage sur l'Optique<sup>(2)</sup>; je le lis et le relis avec la plus grande avidité et avec une extrême satisfaction; j'admire comment vous avez pu vous livrer à un travail si énorme.

(1) C'est probablement la Lettre d'août 1764, insérée dans le tome XXIV, p. 382, des *Œuvres de Frédéric II* (Berlin, 1846-1856, 30 vol. in-8).

(2) Il s'agit du troisième volume des *Opuscules mathématiques*, publié en 1764, et qui contient cinq Mémoires sur l'Optique.

mais j'admire encore davantage comment vous avez su rendre par ainsi dire neuve une matière qui était déjà bien usée. Vos *Recherches sur la réfraction*<sup>(1)</sup> sont aussi ingénieuses qu'intéressantes; il me semble que vous avez touché le vrai joint de la question sur la proportion de réfrangibilité entre les différentes couleurs. Il est singulier qu'on ait pu s'occuper pendant si longtemps d'une dispute que l'expérience seule pouvait décider.

Je pense comme vous sur les difficultés que présente le sujet proposé par l'Académie, mais elles ne me paraissent pas insurmontables, d'autant qu'il ne s'agit que des principales inégalités qui ont lieu dans le temps des éclipses; au reste, je vous serai infiniment obligé de me faire savoir l'explication que l'Académie a donnée de son programme<sup>(2)</sup>. Je viens maintenant à votre Lettre.

Vous avez raison de dire que mon théorème sur les cordes vibrantes vous donne gain de cause par rapport à la continuité des branches de la courbe génératrice lorsque la courbe initiale est assujettie à une équation. En effet, il n'est pas difficile de prouver qu'il y ait une équation entre  $x$  et  $y$  telle que  $y, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}, \dots$  soient  $= 0$  lorsque  $x = 0$ , sans qu'elle donne pour les  $x$  négatifs des valeurs de  $y$  égales et de signe contraire à celles qui répondent aux  $x$  positifs; d'où il s'ensuit qu'aucune courbe algébrique ni transcendante ne saurait être admise, pour représenter la figure initiale de la corde, qu'elle n'ait les conditions que vous y exigez, et je puis vous assurer que je ne suis pas peu content de m'être rapproché de vous sur ce point. Au reste, ma solution n'exigeant pas que la courbe initiale puisse s'exprimer par une équation, elle aura toujours lieu quelle que puisse être cette courbe, pourvu que les conditions dont je vous ai parlé s'y trouvent remplies. Ce que vous dites sur l'imperfection de la méthode, dont vous avez résolu les équations de la précession des équinoxes, me paraît tout à fait fondé; mais il me semble qu'elle peut être justifiée

(1) C'est le sujet du cinquième Mémoire (p. 341).

(2) Voir plus haut, p. 16, note 1.

par rapport au cas dont il s'agit, même sans considérer le résultat. A l'égard de ma théorie de la libration, je vous avoue franchement que je la crois encore assez imparfaite; c'est du moins l'idée que j'en avais lorsque je l'envoyai à l'Académie, car, n'en ayant gardé aucun exemplaire, il m'est à présent impossible d'en juger. Votre manière d'expliquer la libration ne me paraît pas exempte de difficultés, car :

1<sup>o</sup> Vous substituez dans l'équation

$$d(dP + dt \sin \pi) = 0$$

$dz + dt + d\theta$  au lieu de  $-dP$ , c'est-à-dire que vous supposez

$$dP + dt = -dz - d\theta;$$

mais, autant que j'en puis juger par quelques lambeaux de ma pièce que j'ai retrouvés ici, il me semble que l'on a, en négligeant les autres termes peu considérables,

$$dP + dt \sin \pi = -d\theta - dz \sin \pi.$$

2<sup>o</sup> Pour que la quantité  $\theta$  ne contienne point d'arcs de cercle, il faut que la valeur de  $\frac{d\theta}{dz}$  ne renferme aucun terme constant, ce qui ne peut avoir lieu qu'en supposant une certaine équation entre les constantes du calcul; et cela serait aussi incommode à supposer que l'égalité parfaite entre le mouvement circulaire et celui de rotation.

J'ai trouvé, par une méthode directe, mais assez singulière, la valeur de  $\varphi(x)$ , qui résulte de cette équation

$$\varphi(x + y\sqrt{-1}) - \varphi(x - y\sqrt{-1}) = 2M\sqrt{-1},$$

lorsque  $y = f + hx$ . Cette valeur est

$$\varphi(x) = \frac{M(f + hx)}{\theta\pi} + A(f + hx)\frac{\mu}{\theta} + B,$$

A et B étant deux constantes arbitraires,  $\mu$  un nombre quelconque

entier,  $\pi$  le rapport de la circonférence au diamètre, et  $\theta$  un nombre tel que  $\tan \theta\pi = h$ .

Si l'on fait  $h = -1$ , on aura le cas de l'article V du quatrième Mémoire de vos *Opuscules* (1). Cela me fait croire que, quelle que soit l'équation entre  $x$  et  $y$ , on pourra toujours avoir la valeur de  $\varphi(x)$  par la condition dont il s'agit; au moins ce ne sera qu'une affaire de calcul.

Je vous remercie de tout mon cœur des offres que vous me faites; il est vrai que je ne suis encore attaché à ma patrie que par des espérances, et Dieu sait quand elles se réaliseront! Mais il me semble que Berlin ne me convient point tandis qu'il y a M. Euler. Au reste, je me remets là-dessus entièrement à vous.

*Vale et me ama.*

*Deditissimus*

DE LA GRANGE.

11.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 12 janvier 1765.

Depuis votre Lettre du 13 novembre, mon cher et illustre ami, ma santé, quoique beaucoup meilleure qu'elle n'était l'été dernier, a eu encore des alternatives de bien et de mal qui m'ont forcé de me ménager sur le travail et qui m'ont empêché de vous faire réponse plus tôt. Je ne pourrai même vous répondre que d'une manière imparfaite sur les différents points de votre Lettre; mais, enfin, je ne veux pas tarder plus longtemps, ne fût-ce que pour vous engager à me donner de vos nouvelles et de celles de vos travaux. La déclara-

(1) Ce Mémoire est intitulé: *Réflexions sur les lois du mouvement des fluides*. Voir *Opuscules mathématiques*, t. 1, p. 140.

tion que l'Académie a faite au sujet du programme consistait à dire qu'elle ne prétendait point exclure l'action du Soleil des causes des dérangements des satellites, surtout en tant que cette action doit produire dans les nœuds un mouvement rétrograde qui doit être combiné avec celui que l'action des satellites peut occasionner. Je voulais qu'elle donnât un autre programme, ayant démontré, dans un Mémoire que j'y ai fait lire, que celui-là n'avait pas trop le sens commun; mais elle n'a pas voulu, *per la dignità*, avouer si pleinement sa sottise.

Nous voilà donc d'accord sur les courbes vibrantes, au moins quand la courbe initiale est exprimée par une équation. Il me semble qu'à plus forte raison nous devons l'être quand cette courbe n'a pas d'équation; car: 1° si elle est tracée au hasard, comment s'assurera-t-on que, dans cette courbe,  $\frac{d^n y}{dx^n}$  ne fait de sauts en aucun endroit? La solution serait donc alors illusoire, puisqu'on ne pourrait jamais assurer qu'elle serait bonne. 2° Pour que  $\frac{d^n y}{dx^n}$  ne fasse de sauts nulle part, il faut, ce me semble, que la courbe ait pour équation

$$y = ax + bx^2 + cx^3 + ex^4 + \dots$$

en prenant l'origine en un point quelconque, et que, en la prenant au point où  $x = 0$ , on ait

$$y = ax + ex^3 + fx^5 + \dots$$

Or, si la courbe doit être regardée comme une suite d'arcs de cercle infiniment petits (supposition toujours légitime), et que ces arcs de cercle ne soient reliés entre eux par aucune équation continue, il me paraît évident qu'alors l'équation

$$y = ax + bx^2 + cx^3 + ex^4 + \dots$$

n'aura pas lieu et que  $\frac{d^n y}{dx^n}$  fera quelque saut.

Il est bien vrai que ma méthode pour intégrer les équations de la précession des équinoxes peut être justifiée; mais il me semble que, pour avoir le cœur bien net sur cela, il faut s'y prendre, comme je vous l'ai indiqué, par une intégration rigoureuse et générale, sans quoi on ne peut être sûr de ce qu'on fait. Cette discussion peut faire la matière d'un Mémoire intéressant, qui aura sa place, à ce que j'espère, dans mon quatrième Volume.

A l'égard de mes idées pour expliquer la libration, voici ce que je puis vous en dire à bâtons rompus: 1° Je n'y ai eu recours que parce qu'il me semble que votre méthode, quoique très-ingénieuse et très-belle, ne sauve point les arcs de cercle et, par conséquent, n'empêche point qu'à la longue la Lune ne dût nous présenter toutes ses faces. 2° Il est vrai qu'elle suppose (ma méthode) une équation entre les constantes du calcul, c'est-à-dire que, la position du premier axe de rotation étant donnée, il faut supposer une certaine vitesse de rotation dépendante de cette position. Mais il y a au moins cet avantage que la position est arbitraire dans le premier axe de rotation, pourvu qu'elle diffère peu de celle de l'axe de figure et que, d'ailleurs, on ne peut ni ne doit supposer dans ce cas que l'équateur soit une ellipse, mais seulement un cercle. 3° A l'égard de ce que vous ajoutez que je n'ai pas dû supposer  $dP = -dz - d\epsilon - d\theta$ , mais  $dP = (-dz - d\epsilon) \sin \pi - d\theta$ , je pense que ma supposition est au moins aussi légitime que la vôtre. Car, en premier lieu, supposons  $d\epsilon = 0$  et  $d\theta = 0$ : il faut que, quand la planète aura fait une révolution entière, c'est-à-dire quand  $\pi$  sera = 360, elle représente la même face au spectateur; or, pour cela, il faut que  $dP = -dz$ , et non pas  $dP = -dz \sin \pi$ . En second lieu, si  $\sin \pi = 0$ , vous auriez  $dP = 0$ , ce qui n'est pas nécessaire, car alors, quel que soit  $dP$ , la planète présenterait toujours la même face, en supposant au moins  $-dz - d\epsilon = 0$ . Il est vrai que, dans ce cas de  $\sin \pi = 0$ , il est impossible d'empêcher que la planète ne montre toutes ses faces, au moins si  $d\epsilon = 0$ , c'est-à-dire si l'axe demeure toujours parallèle à lui-même et sur le plan de l'orbite. Mais c'est un inconvénient commun à toutes les solutions.

Votre théorème sur

$$\varphi(x+y\sqrt{-1}) - \varphi(x-y\sqrt{-1}) = 2M\sqrt{-1}$$

est charmant; j'ai trouvé moyen, ce me semble, de le généraliser beaucoup par les considérations suivantes :

1° Soit

$$(1+h\sqrt{-1})^{x'+y'\sqrt{-1}} = (1-h\sqrt{-1})^{x''+y''\sqrt{-1}};$$

on aura

$$y' \log \sqrt{1+hh} + x'(\omega \pm \alpha n\pi) = \pm \rho\pi,$$

$$y' \log \sqrt{1+hh} - x''(\omega \pm \alpha n\pi) = \pm \sigma\pi \quad (1),$$

$\omega$  étant le plus petit des angles qui ont  $h$  pour sinus et 1 pour cosinus, et pour rayon  $\sqrt{1+hh}$ ,  $n$  et  $n'$  des nombres entiers quelconques, et  $\rho$ ,  $\sigma$  des nombres entiers tous deux pairs ou tous deux impairs. Si  $y' = 0$ , alors  $n = n'$ , ce qui revient à votre cas; et pour lors  $\rho = -\sigma$ , et  $\rho$  peut être tel nombre entier qu'on voudra. Je tire ce théorème de ma méthode pour trouver la valeur de  $(a+b\sqrt{-1})^{m+u\sqrt{-1}}$ , donnée dans mon *Traité des vents* (2) et ailleurs.

2° De là je conclus aisément que, au lieu de votre terme  $(f+hx)^{\frac{p}{2}}$ , je puis mettre

$$(f+hx)^{x'+y'\sqrt{-1}},$$

$x'$  et  $y'$  ayant les conditions susdites. Je puis même mettre

$$[k+\Lambda(f+hx)^{\lambda}]^p,$$

$\lambda$  étant  $x'+y'\sqrt{-1}$ ,  $p$  un entier positif ou négatif, et  $k$  une constante quelconque. Je puis même encore, à ce qu'il me semble, mettre

$$[k+\Lambda'(f+hx)^{\lambda}]^p,$$

pourvu que  $p\lambda = x'+y'\sqrt{-1}$ ,  $x'$  et  $y'$  ayant les propriétés susdites.

3° Je pourrai aussi mettre tant de termes qu'on voudra de cette

(1) Il y a dans ces formules une inadvertance qu'il ne nous a point paru nécessaire de corriger.

(2) *Réflexions sur la cause générale des vents*, 1747, in-4°.

forme

$$[k+\Lambda(f+hx)^{\lambda}]^p + [k'+\Lambda'(f+hx)^{\lambda'}]^{p'} + \dots,$$

$k$ ,  $k'$  étant des constantes quelconques et  $p\lambda$ ,  $p'\lambda'$  ayant les conditions susdites.

4° Au lieu de ces termes je pourrai mettre  $c$  (nombre dont le  $\log = 1$ ) élevé à des puissances dont ces termes sont les exposants.

5° Je pourrai de même former une quantité où tous ces termes, exponentiels ou non, seront ajoutés, soustraits, multipliés, divisés les uns par les autres comme on voudra. Dans tous ces cas, j'aurai la formule

$$\varphi(x+y\sqrt{-1}) - \varphi(x-y\sqrt{-1}) = 0.$$

6° Pour avoir maintenant le cas où le deuxième membre est  $2M\sqrt{-1}$ , je n'ai qu'à prendre tant de termes que je voudrai,

$$a \log \frac{(1+h\sqrt{-1})^m}{(1-h\sqrt{-1})^m} + b \log \frac{(1+h\sqrt{-1})^n}{(1-h\sqrt{-1})^n},$$

que je ferai égaux à  $2M\sqrt{-1}$ , ce qui donne

$$ma(\omega \pm \alpha n\pi) + nb(\omega \pm \alpha n'\pi) + \dots = 2M \dots,$$

et ainsi du reste. Je ne doute pas même que cette méthode ne puisse être encore poussée plus loin, et je vois clairement qu'on résoudrait aussi le problème si l'on avait

$$a\varphi(bx+cy\sqrt{-1}) + f\varphi(cx+gy\sqrt{-1}) = 2M\sqrt{-1},$$

et, en général,

$$a\varphi(bx+cy) + f\varphi(cx+gy) = 2M,$$

$a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $f$ ,  $g$ ,  $M$  étant quelconques, réels ou imaginaires.

Je ne suis point éloigné de penser, comme vous, que le problème de

$$\varphi(x+y\sqrt{-1}) - \varphi(x-y\sqrt{-1}) = 2M\sqrt{-1}$$

peut se résoudre en général; on peut même en donner une espèce de démonstration en supposant  $\varphi x = q$  et remarquant que l'équation devient alors

$$\frac{y dq}{dx} - \frac{y^3 d^2 q}{2.3 dx^2} - \dots = 2M,$$

qui est une série infinie, etc., d'où l'on peut tirer la valeur de  $q$  en série. Mais il est bon de remarquer aussi que la solution est illusoire si  $x$  fini et  $= 0$  donne  $y = 0$  en quelque point, comme il arrive dans le cas de  $y = f + hx$  et dans mille autres, car vous trouverez aisément que dans ce cas  $M$  sera  $= 0$  pour toutes les courbes. Donc, alors, ou le problème serait indéterminé, ou les particules du fluide décriraient des courbes semblables à la courbe des parois. Or vous verrez aisément que cela est impossible. La solution est donc illusoire, quoique bonne géométriquement.

Quoique j'aie peu pensé au problème des trois corps, j'ai aussi trouvé une méthode assez simple pour intégrer l'équation sans être obligé de substituer à chaque opération la valeur précédente du rayon vecteur. En voici un essai sur l'équation

$$ddt + N^2 t dr^2 + bt \cos pr dr^2 = 0.$$

Je remarque que chaque terme  $M \cos kz$  de  $t$  doit donner dans l'intégrale

$$-\frac{bM}{2} \frac{\cos kz \pm pz}{N^2 - (k \pm p)^2} + \frac{bM \cos Nz}{N^2 - (k \pm p)^2},$$

c'est pourquoi, ayant le premier terme  $H \cos Nz$  de  $t$ , je mets d'abord à droite et à gauche

$$-\frac{bH}{2} \frac{\cos Nz + pz}{N^2 - (N+p)^2} \text{ et } \frac{bH \cos Nz - pz}{2[N^2 - (N-p)^2]},$$

et au-dessous de  $H \cos Nz$  les deux termes

$$+\frac{bH \cos Nz}{N^2 - (N+p)^2} + \frac{bH \cos Nz}{N^2 - (N-p)^2}.$$

Ensuite, à droite et à gauche de chacun de ces nouveaux termes, j'en mets deux autres qui sont égaux à ces nouveaux termes multipliés par  $-\frac{b}{2}$  et divisés par  $N^2 - k^2$ ;  $k$ , étant  $=$  à l'angle précédent augmenté de  $\pm pz$ , doit aussi être ajouté à l'angle après le signe cos. Les termes qui donneraient  $N^2 - N^2$  au dénominateur, je les mets à

part, et j'ajoute le numérateur à  $N^2$  dans le terme  $N^2 t ds^2$ , après avoir divisé ce numérateur par le coefficient de  $\cos Nz$  dans l'intégrale déjà trouvée.

Voilà, mon cher et illustre ami, une longue Lettre et des idées bien informes. Telles qu'elles sont, je vous prie de les regarder comme une marque du plaisir que j'ai à m'entretenir avec vous. Il ne me reste de papier que pour vous embrasser de tout mon cœur en vous demandant la continuation de votre amitié.

12.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 26 janvier 1765.

Votre long silence, mon cher et illustre ami, m'avait bien alarmé; je craignais qu'un nouveau dérangement de votre santé n'en fût la cause, et je vois en effet, par votre Lettre, que mes craintes n'étaient que trop justes. Mais êtes-vous bien rétabli à présent? Vous ne m'en dites rien; cela me rend fort inquiet. Il me semble que le voyage d'Italie vous ferait grand bien; quand la santé est une fois dérangée, il n'y a qu'une forte secousse qui puisse la rétablir; j'en parle d'après ma propre expérience.

Je suis sans doute d'accord avec vous sur les cordes vibrantes quand la courbe initiale peut être représentée par une équation; mais il me semble que cette condition n'est pas nécessaire pour que l'on ait  $\frac{d^ny}{dx^n} = 0$  aux deux extrémités de la corde, et que cette quantité ne fasse de saut en aucun endroit, ce qui est la seule condition que ma théorie exige dans la courbe initiale. Il est vrai que je ne vois pas trop comment on pourrait s'assurer que cette condition fût observée dans une courbe tracée au hasard; mais il suffit que la chose soit possible pour

qu'elle puisse avoir lieu dans la nature, et il me semble qu'il serait sans cela presque impossible de rendre raison des phénomènes des cordes sonores, qui sont d'ailleurs si bien d'accord avec la théorie. Au reste, j'ai trouvé, par une méthode tout à fait directe, que la condition dont nous parlons ne peut avoir lieu dans une courbe à équation, à moins qu'elle ne soit représentée par

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \dots$$

L'équation

$$dP = (-dz - dt) \sin \pi - d\theta,$$

que je vous ai objectée, n'est pas chez moi une simple hypothèse, mais une conséquence de mes calculs; d'ailleurs cette équation n'est qu'approchée, et elle suppose  $\pi$  presque droit; ainsi votre difficulté tombe d'elle-même. Au reste, si mes calculs donnent des arcs de cercle, je crois que c'est moins un vice particulier de ma théorie qu'une imperfection commune à ces sortes de solutions par approximation; mais, au moyen de ma nouvelle méthode, j'espère pouvoir traiter ce sujet d'une manière plus exacte que je ne l'ai fait.

Votre théorème sur

$$(1 + h\sqrt{-1})^{x+y\sqrt{-1}} = (1 - h\sqrt{-1})^{x+y\sqrt{-1}}$$

et les conséquences que vous en tirez m'ont enchanté; ce que je vous ai envoyé là-dessus n'est qu'un cas particulier d'une solution générale par laquelle on peut trouver  $\varphi(x)$  dans cette équation,

$$a\varphi(x + \alpha y) + b\varphi(x + \beta y) + \dots = X,$$

X étant une fonction quelconque de  $x$ , et  $y = A + Bx$ ; et cette solution elle-même n'est aussi qu'un cas particulier d'une méthode d'intégration par laquelle je tire la valeur complète de  $y$  de cette équation du degré  $m$ ,

$$Py + Q \frac{dy}{dx} + R \frac{dy^2}{dx^2} + \dots = X,$$

(P, Q, ..., X étant des fonctions quelconques de  $x$ ), en supposant que

je connaisse  $m$  ou au moins  $m-1$ , valeurs particulières de  $y$  dans l'équation

$$Py + Q \frac{dy}{dx} + R \frac{dy^2}{dx^2} + \dots = 0.$$

Ceci fera la matière d'un Mémoire que j'insérerai dans le troisième Volume de nos *Mélanges*. Votre méthode pour intégrer l'équation du problème des trois corps est extrêmement simple et commode; je vous enverrai la mienne, qui en est totalement différente, dès que vous me paraîtrez le souhaiter; je puis me flatter d'avance qu'elle ne vous déplaira pas.

Notre Société se prépare à faire imprimer un nouveau Volume; voudriez-vous lui faire l'honneur de décorer cet Ouvrage de votre nom? Cela ferait assurément ici un grand effet, et je ne doute pas qu'il ne hâte beaucoup son établissement. Envoyez-nous quelques-uns de vos papiers; je les mettrai en ordre et je les ferai imprimer avec tout le soin possible.

Je ne sais si vous savez qu'on doit donner ici une édition de tous les Ouvrages du célèbre Leibnitz (\*); on m'a chargé de la partie mathématique, soit pour l'arrangement des pièces, soit pour les éclaircissements qui paraîtront nécessaires. On voudrait aussi que j'y ajoutasse deux mots en forme de préface (2) sur la nature et l'invention des nouveaux calculs; mais je n'ai ni le talent ni l'exercice nécessaires pour ces sortes de choses. Si je ne craignais de faire une indiscretion, je vous

(1) Cette édition, dédiée à Georges III d'Angleterre, fut publiée à Genève en 1768, en 6 vol. in-4. Dans la préface générale placée en tête du premier Volume par l'éditeur Dutens, on lit ce qui suit (p. IV): « *Ludovico etiam de la Grange placuit in partem curarum mecum venire, in his praesertim, quae ad Mathesin pertinebant. Utinam ei, gravissimis illis occupationibus distracto, majorem mihi operam prestare licuisset! Summa certe, et quantum maximam Republica literaria optare potuisset, ex praestantissimi mathematici lucubrationibus facta fuisset ad hoc opus accessio.* »

Louis Dutens, né à Tours de parents protestants, le 16 janvier 1730, mort à Londres le 23 mai 1812.

(2) Dutens s'excuse, dans la préface du troisième Volume, consacré aux Œuvres mathématiques de Leibnitz, de ne pas pouvoir donner une préface rédigée par Lagrange, comme il l'avait promis aux lecteurs; mais les occupations de celui-ci l'ont empêché de se livrer à ce travail.



prierai de vouloir bien vous en charger; il est certain que personne au monde n'y réussirait mieux que vous, et la mémoire du célèbre Leibnitz mériterait bien un pareil témoignage de reconnaissance de la part de l'un des premiers géomètres de notre siècle.

Adieu, mon cher et illustre ami, portez-vous bien et conservez-moi votre précieuse amitié.

13.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 2 mars 1765.

Mon cher et illustre ami, ma santé est beaucoup meilleure, mais elle a encore éprouvé des alternatives, depuis deux mois, qui m'obligent à observer un grand régime, surtout par rapport au travail. Je suis comme sûr de la rétablir, au moyen de ce que j'ai renoncé non-seulement aux remèdes des médecins, mais encore au genre de vie qu'ils m'avaient conseillé et qui ne valait pas mieux. Il faut avouer que la Médecine est une belle chose; je la regarde comme au-dessous de la Théologie.

J'ai bien de la peine à croire qu'une courbe tracée au hasard et sans aucune équation possible, soit telle que  $\frac{d^ny}{dx^n}$  n'y soit jamais fini ni infini à l'origine et n'y fasse jamais de saut nulle part. Il suffit d'ailleurs qu'il soit impossible de démontrer le contraire pour que la solution soit illusoire dans ce cas-là; et, à l'égard de ce que vous ajoutez qu'il n'y a pas moyen d'expliquer autrement que par cette supposition les phénomènes des cordes sonores qui s'accordent avec la théorie, je vous répondrai ce que j'ai déjà dit ailleurs: que, pour l'ordinaire, la première figure de la corde vibrante est un triangle, qui est exclu par vous-même de la solution. A cette occasion, je vous invite à lire les notes que Daniel Bernoulli a mises contre vous (et un peu contre

moi) dans notre Volume de 1762 (1), qui vient de paraître. Elles sont un peu impertinentes, mais il vous donne beau jeu et à moi aussi, et j'espère bien, pour ma part, lui en dire deux mots quelque jour.

Il me semble que l'équation

$$dP = (-dz - d\varepsilon) \sin \pi - d\theta$$

ne résulte point de votre théorie; j'y trouve bien l'équation

$$\text{tang}(\omega + \theta) = \cos \pi (\text{tang} \varphi - \varepsilon)$$

à laquelle vous parvenez dans votre excellente pièce et qui résulte aussi de mes formules; mais l'équation

$$dP = (-dz - d\varepsilon) \sin \pi - d\theta$$

ne résulte pas de celle-là, et il me semble qu'il est nécessaire que  $\sin \pi$  ne se trouve point dans cette équation pour que la Lune nous tourne toujours à peu près la même face; car, quand même  $\sin \pi$  différerait peu de l'unité, P serait fort différent de  $-z - \varepsilon$  au bout d'un grand nombre de révolutions.

J'ai donné, dans la première édition de mon *Traité de Dynamique* (2), une méthode pour intégrer l'équation

$$dy + Mydz^2 + Pdz^2 = 0,$$

qui me fournit un moyen très-simple d'intégrer l'équation

$$Py + Q \frac{dy}{dx} + R \frac{d^2y}{dx^2} + \dots = X$$

lorsqu'on a  $m-1$  valeurs de  $y$  en  $x$  dans le cas de  $X=0$ . Soit  $y = vz$ ,  $z$  étant une de ces valeurs et  $v$  une indéterminée variable; j'aurai

$$Pz + Q \frac{dz}{dx} + R \frac{d^2z}{dx^2} + \dots = 0,$$

et, substituant, il me viendra une équation du degré  $m$  qui n'aura

(1) Voir le Mémoire de Bernoulli intitulé: *Recherches physiques, mécaniques et analytiques sur le son et sur le ton des tuyaux d'orgues différemment construits*, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences* de 1762. Les notes auxquelles d'Alembert fait allusion se trouvent aux pages 432, 437 et 441.

(2) La première édition de ce *Traité* est de 1743. Il a été réimprimé en 1758 et 1796.

d'inconnue que  $v$  et point de terme où soit  $V$ ; donc, faisant  $\frac{dv}{dz} = q$ , j'aurai une équation du degré  $m-1$  où j'aurai  $m-2$  valeurs de  $q$  dans le cas de  $X=0$ , puisque  $v$  ou  $\frac{y}{z}$  a  $m-2$  valeurs connues (hyp.) et par conséquent  $\frac{dv}{dz}$  ou  $q$ ; donc, en continuant ainsi, j'arriverai à une équation de cette forme

$$dr + Zrdz + \zeta dz = 0,$$

qui est évidemment intégrable.

Je voudrais fort pouvoir faire ce que vous désirez par rapport à la Préface des Œuvres de Leibnitz; mais, sur l'invention et la nature du Calcul différentiel, je ne pourrais guère que répéter ce que j'ai dit au mot *Différentiel* de l'*Encyclopédie*. Vous m'avez dit, ce me semble, avoir sur cela des vues dont vous aurez occasion de faire part au public dans cette Préface. D'ailleurs, le régime que je suis obligé d'observer ne me permet pas ce surcroît d'occupations, d'autant que j'ai plusieurs choses de différent genre sur le métier, auxquelles je donne tous les moments dont je puis disposer. Vous recevrez, à ce que j'espère, bientôt l'*Histoire de la destruction des Jésuites* (1), que j'ai fait imprimer à Genève, non pas celle que je vous ai lue, mais le même fond avec beaucoup d'adoucissements. J'ai tâché d'y mettre en finesse ce que j'avais mis en force dans l'autre, et je crois que le diable et la Société, et tous les fanatiques, jansénistes, molinistes, augustinistes, congruistes et autres fous en istes, n'y perdront rien.

A l'égard de ce que vous me proposez, mon cher et illustre ami, d'insérer un Ouvrage de ma façon dans vos Mémoires, c'est un honneur auquel je suis très-sensible et auquel je désire fort de pouvoir répondre. Mais comme je veux éviter les tracasseries avec l'Académie, où je ne donne point de Mémoires par les raisons que je vous ai dites, et même avec l'Académie de Berlin, où depuis longtemps je n'en envoie pas

(1) Le Livre est intitulé : *Sur la destruction des Jésuites en France*, par un auteur désintéressé. Sans lieu d'impression, MDCCCLV, in-12.

non plus, voici ce que je pourrais faire : ce serait de vous écrire une grande Lettre où je traiterais fort sommairement différentes matières et où (ce qui est plus important et plus cher pour moi) j'aurais occasion de vous rendre, sans avoir aucun air de flatterie, la justice que vous méritez. Vous pourriez donner à cet écrit le titre d'*Extrait de différentes Lettres de M. d'Alembert à M. de la Grange* (1); ce serait comme une espèce d'analyse des principales choses que je dois traiter dans le quatrième Volume de mes *Opuscules*. Voyez si cela vous convient, et, en ce cas, dites-moi dans quel temps il faudra que cela soit prêt. Vous pouvez compter sur ma parole, pourvu que j'aie du temps devant moi, car je ne veux ni ne puis me presser; ma santé ne me permettant pas un long travail de suite sur la même matière.

J'oublie de vous dire que j'ai trouvé dans mes paperasses une vieille Lettre de Leibnitz à Varignon, bien authentique et signée de sa main. Elle ne vaut pas grand'chose, mais je vous l'envoie pour en faire l'usage que vous jugerez convenable (2). Encore une fois je voudrais fort vous faire le plaisir que vous me demandez au sujet de la Préface; mais cette besogne me rit peu, surtout dans un moment où j'ai beaucoup de choses commencées et peu de temps pour les finir. Adieu, mon très-cher et très-digne ami; vous avez bien raison de dire qu'un voyage (et surtout en Italie) serait peut-être le plus sûr et le plus prompt moyen de me rétablir; mais il faudrait pour cela être assez à mon aise pour faire le voyage tout seul, car je ne veux point de compagnon. M. Watelet seul me convenait, et je n'en retrouverais pas aisément un autre. Or, il s'en faut beaucoup que je sois en état de voyager sans me gêner. C'est tout ce que je puis faire, avec les charges que j'ai, d'attraper le bout de l'année en vivant avec beaucoup d'économie; je ne m'en plains pas, car vous êtes encore plus maltraité dans votre pays que je ne le suis dans le mien. Il faut s'en consoler.

(1) C'est en effet le titre qui fut adopté par Lagrange.

(2) Cette Lettre sur les *Inclinations centrales* est insérée dans le Tome III de l'édition de Leibnitz, de Dutens, page 101, avec la mention suivante : *Communiquée à l'Éditeur par M. d'Alembert.*

14.

## LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 20 mars 1765.

Mon cher et illustre ami, je vous remercie de votre Lettre du 2; elle est toute pleine d'amitié et de confiance, et calme un peu mes inquiétudes sur votre santé; je crois que vous avez bien fait de renoncer aux remèdes des médecins; votre estomac, délabré par le travail, ne veut pas être tracassé, et il ne lui faut, à mon avis, que du régime et du repos.

Je brûle de voir votre *Histoire de la destruction des Jésuites*. Il n'y en a encore ici qu'un exemplaire, que je sache; il est entre les mains du cardinal delle Lanze<sup>(1)</sup>; mais nos libraires ne seront pas longtemps sans en recevoir, pourvu néanmoins qu'ils ne tombent pas entre les griffes d'une certaine bête qui guette toujours avec une extrême vigilance tous les Livres nouveaux, et surtout ceux qui viennent de delà les monts. Au reste, comme cet Ouvrage est plutôt contre que pour les Jésuites, il est à espérer qu'il trouvera grâce devant nos fous en *istes*<sup>(2)</sup> et qu'ainsi on le laissera passer librement.

Je recevrai avec le plus grand plaisir le Mémoire dont vous voulez bien honorer notre troisième Volume<sup>(3)</sup>. La forme que vous croyez devoir lui donner, pour éviter toutes tracasseries, n'en est que plus honorable pour moi et peut-être aussi plus convenable à l'état présent de notre Société. Vous pouvez prendre pour cela autant de temps que vous voudrez; nous ne sommes nullement pressés.

Je vous remercie de la Lettre de Leibnitz que vous avez eu la bonté de m'envoyer; je l'ai déjà mise à sa place dans le recueil des pièces

(1) Charles-Victor-Amédée delle Lanze, de Turin, créé cardinal en 1747.

(2) Voir plus haut, p. 34.

(3) Voir plus haut, p. 34.

mathématiques de l'auteur, que j'ai entre les mains. Je souhaitais fort que vous voulussiez vous charger d'y faire une Préface, car il risque de n'en avoir aucune, ou bien, ce qui serait encore pis, de n'en avoir qu'une mauvaise; mais les excuses que vous alléguiez sont très-bonnes, et je n'ai garde de m'y opposer.

J'ai lu le Mémoire de M. Daniel Bernoulli sur la théorie des tuyaux d'orgues<sup>(1)</sup>; il n'a fait que délayer dans un long verbiage ce que j'avais mis, dans quelques formules algébriques, dans mes deux Mémoires sur le son; encore ne l'a-t-il fait qu'imparfaitement et dans le seul cas particulier de l'isochronisme des vibrations. Cependant il a le front de dire qu'il n'a trouvé dans aucun *Traité* les vibrations de l'air *exactement décrites*; mais je lui donnerai bien sur les doigts.

Votre méthode pour intégrer l'équation

$$Py + Q \frac{dy}{dx} + R \frac{d^2y}{dx^2} + \dots = X$$

est très-belle; la mienne en est totalement différente et elle a l'avantage de donner tout d'un coup la valeur de  $y$ , moyennant quoi l'on peut aussi l'appliquer aux équations infinies.

Quant à ce que vous m'objetez à l'égard de l'équation

$$dP = (-dz - d\epsilon) \sin \pi - d\epsilon,$$

je n'insisterai pas davantage sur ma prétention; outre que je n'ai point de copie de ma pièce sur la libration, j'ai si bien oublié tout ce que j'ai écrit sur ce sujet, que je ne me souviens presque plus de l'avoir traité; mais j'espère y revenir quelque jour, et je remets à ce temps-là notre discussion. A l'égard de celle qui roule sur les cordes vibrantes, elle est maintenant réduite à un point qui échappe, ce me semble, à l'analyse. Au reste, j'ai trouvé par une voie tout à fait directe qu'en admettant dans la figure initiale les conditions que vous y exigez, la solution se réduit à celle de M. Bernoulli, savoir :

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \dots$$

(1) Voir plus haut, p. 33, note 1.

et j'ai peine à croire que celle-ci soit la seule qui puisse avoir lieu dans la nature. D'ailleurs, les phénomènes de la propagation du son ne peuvent s'expliquer qu'en admettant les fonctions discontinues, comme je l'ai prouvé dans ma seconde dissertation.

Je suis fort affligé de ce que vous me dites sur l'impossibilité de votre voyage d'Italie, et je ne renonce qu'avec le plus grand regret à la douce espérance que j'avais conçue de vous revoir bientôt; mais ce qui est différé n'est pas perdu. Adieu, mon cher et respectable ami; je vous embrasse de tout mon cœur.

15.

## D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 18 juin 1765.

Mon cher et illustre ami, je ne vous parlerai guère aujourd'hui de Géométrie, mais d'une injustice sans exemple que j'essuie et sur laquelle je vous laisse à faire vos réflexions.

Ornari res ipsa negat, contenta doceri.

Clairaut, qui vient de mourir, avait 9000 à 10000 francs de pension sur différents objets; on ne m'en a pas donné un sol. Ce n'est pas de quoi je me plains: il y a longtemps que je suis accoutumé à de pareils traitements, et d'ailleurs je n'en ai rien demandé; mais il laisse à l'Académie une pension vacante qui m'est dévolue de droit, comme au plus ancien: je ne parle point de mes autres titres. L'Académie des Sciences, qui apparemment commence à craindre de me perdre, a écrit au ministre, sans que je l'en aie sollicitée et de son propre mouvement, pour demander cette pension pour moi (\*). Depuis un mois

(\*) Les registres manuscrits de l'Académie ne contiennent que la mention suivante, à la date du 18 mai 1765. C'est le Secrétaire perpétuel, Grandjean de Fouchy, qui parle:

« L'Académie a appris la mort de M. Clairaut, arrivée hier 17; à l'occasion de quoi j'ai

le ministre ne fait aucune réponse, et ce qui prouve sa mauvaise volonté, c'est qu'il a répondu à l'Académie sur d'autres objets dont elle lui parlait dans la même Lettre où il était question de moi. De vous dire la cause d'un pareil traitement, je l'ignore et je crois qu'on y serait bien embarrassé. Je sais seulement que le ministre a dit que je venais de recevoir une pension de la czarine (ce qui est faux; il n'en a pas seulement été question, et puis, quand cela serait, voyez un peu la belle raison!). Il a ajouté que le roi était très-mécontent de mes écrits; vous ne vous en seriez jamais douté, ni moi non plus; aussi est-ce une fausseté: le roi ne connaît point mes Ouvrages, et, s'il les a lus, surtout le dernier sur la destruction des Jésuites, il n'a ni pu ni dû en être mécontent; au contraire, puisque je tâche d'y rendre odieuses et ridicules les disputes de religion qui troublent l'État, et que j'y parle d'ailleurs de la personne du roi, et même du gouvernement et de la religion, d'une manière irréprochable. Voilà, mon cher et illustre ami, où j'en suis après vingt-quatre ans de travail dans l'Académie des Sciences (\*) et tous les Ouvrages et les sacrifices que vous connaissez. Le public jette les hauts cris; j'espère que les étrangers

rendu compte à l'Académie de ce qui s'était passé en 1756, lorsque M. d'Alembert avait été fait surnuméraire dans la classe de Géométrie, et j'ai lu ce qui se trouve à ce sujet sur les registres dont je suis dépositaire; après quoi, l'Académie ayant délibéré dans la forme ordinaire pour savoir si la place de M. Clairaut était vacante ou non, il a été décidé que M. le comte de Saint-Florentin serait prié d'obtenir du roi de faire passer M. d'Alembert de la classe de Géométrie, où il est pensionnaire surnuméraire, dans la classe de Mécanique, et de vouloir bien informer l'Académie des intentions de Sa Majesté.

Voici le passage des registres manuscrits (séance du 31 mars 1756) dont Grandjean de Fouchy donna lecture à l'Académie:

« M. Duhamel, Directeur, ayant lu un écrit relatif à la proposition de M. d'Alembert par lequel il proposait ou de demander que la pension qu'il vient d'obtenir du roi (comme surnuméraire dans la classe de Géométrie) fût attachée à l'Académie pour former une nouvelle classe sous le titre de *Physique*, dans laquelle il serait pensionnaire, ou de le faire pensionnaire vétérân, ou enfin de le faire pensionnaire surnuméraire, il a été décidé qu'on ne pouvait délibérer que sur ce dernier parti, qui était le seul contenu dans la Lettre du ministre. En conséquence de quoi: L'Académie, ayant délibéré dans la forme ordinaire, suivant les ordres du roi, qui lui ont été adressés par M. le comte d'Argenson, sur la proposition de M. d'Alembert d'être fait pensionnaire surnuméraire dans sa classe, à condition de n'avoir ni pensions ni jetons jusqu'à ce que ses anciens soient placés, la pluralité des voix a été pour lui accorder sa demande. »

(\*) Il y était entré le 29 mai 1741.

s'y joindront et que vous me ferez le plaisir d'apprendre à vos amis cette *nouvelle littéraire* qui en vaut bien une autre. Quand le roi de Prusse la saura (il doit la savoir à présent), il ne manquera pas de dire : *Vous l'avez voulu, George Dandin*, et il aura raison <sup>(1)</sup>. Je puis bien dire à mon pays comme Élisabeth dans la tragédie du *Comte d'Essex* <sup>(2)</sup> :

O vous rois, que pour lui ma flamme a négligés,  
Jetez les yeux sur moi; vous êtes bien vengés.

Notez que, par des arrangements qu'il serait trop long de vous dire, cette pension de Clairaut, qui était de 3000 francs et qui ne sera pour moi que de 1000 francs, se réduit à moins de 400 francs; c'est pour ce bel objet qu'on commet une injustice criante et absurde. Au reste, je la vois comme je dois la voir; elle n'a point pris sur ma santé, qui continue toujours à être bonne; je n'ai pas même encore pris de parti. Je suis curieux de voir combien cela durera, car enfin il faudra bien que le ministre réponde oui ou non; mais, quelle que soit sa réponse, la mauvaise volonté (non du roi, mais du gouvernement) est si marquée, que ma reconnaissance sera toujours la même.

Avez-vous lu cette *Destruction des Jésuites*? En êtes-vous content? Les fanatiques des deux partis jettent les hauts cris contre moi: c'est ce que je voulais. J'aime assez le déchainement; il m'amuse.

Dites-moi précisément quand vous aurez besoin du Mémoire que je vous ai promis. Je vous tiendrai parole. Vous recevrez incessamment un Ouvrage de M. de Condorcet sur le Calcul intégral <sup>(3)</sup>, qui me paraît excellent et dont je crois que vous serez très-satisfait. Depuis deux mois j'ai travaillé beaucoup aux lunettes et à la théorie de la Lune, et je crois avoir trouvé de bonnes choses sur ces deux sujets. Je vous en

(1) Frédéric lui écrivit, le 20 août suivant :

« J'ai été fâché d'apprendre la mortification qu'on vient de vous faire essayer et l'injustice avec laquelle on vous a privé d'une pension qui vous revenait de droit. » Il ajoute : « Je me suis flatté que vous seriez assez sensible à cet affront pour ne pas vous exposer à en souffrir d'autres, » et continue sur ce ton pour l'engager à venir s'établir à Berlin.

(2) Voir le *Comte d'Essex*, par Thomas Corneille, acte III, scène II.

(3) *Traité du Calcul intégral*; 1765, in-4. Les registres manuscrits de l'Académie contiennent, à la date du 22 mai 1765, un Rapport de d'Alembert et de Bézout sur cet Ouvrage.

parlerai une autre fois. Il ne me reste de place que pour vous embrasser.

Ce ..... de Lalande est allé en Italie <sup>(1)</sup>; j'espère que les Italiens le secourront comme la vermine à laquelle il ressemble.

## 16.

## D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 30 juin 1765.

Mon cher et illustre ami, je vous serai très-obligé de vouloir bien accueillir M. Desmarets <sup>(2)</sup>, qui vous rendra cette Lettre et qui voyage en Italie pour y faire des observations d'Histoire naturelle. C'est un homme de mérite et très-éclairé, à qui je ne doute pas que vous ne procuriez toutes les facilités qui dépendront de vous pour remplir son objet dans la partie de l'Italie que vous habitez, et qui doit être bien glorieuse de vous posséder. Adieu, mon cher et illustre ami, je vous embrasse de tout mon cœur et vous souhaite une bonne santé.

D'ALEMBERT.

(1) Joseph-Mérome Le François de Lalande, astronome, littérateur, membre de l'Académie des Sciences (1753), né le 11 juillet 1732 à Bourg (Ain), mort à Paris le 4 avril 1807. Comme on le voit ici, d'Alembert professait peu d'estime pour le caractère intrigant et hargneux (expression de Turgot) de son confrère. — Lalande a publié une relation très-intéressante de son voyage sous le titre de *Voyage d'un Français en Italie, fait dans les années 1765 et 1766*. Venise et Paris, 1769, 8 vol. in-12.

(2) Nicolas Desmarets, membre de l'Académie des Sciences (1771), puis de l'Institut, né en 1725, mort en 1815.

17.

## LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 6 juillet 1765.

Mon cher et illustre ami, je n'ai pu apprendre l'injustice qu'on vous fait essayer sans en être vivement indigné; mais je vous avoueraï franchement que je n'en ai pas été bien surpris et je crois que vous-même n'avez pas dû l'être non plus. Vous n'avez jamais sacrifié aux idoles: voilà, si je ne me trompe, votre crime. Le silence qu'on s'obstine à garder sur votre article me paraît n'avoir d'autre but que de vous engager à quelque espèce d'humiliation. Je suis impatient de voir quelle issue aura cette affaire, car, d'un côté, je vous crois incapable de démentir votre caractère un seul moment, et, de l'autre, je ne vois pas trop de quel front on oserait commettre à la face de toute l'Europe une injustice si criante et si absurde.

J'ai été enchanté de la *Destruction des Jésuites*. Les fanatiques d'ici l'ont déchirée comme de raison; mais le petit nombre de ceux qui pensent l'a regardée comme l'un des meilleurs Ouvrages qui soient sortis de votre plume. J'ai reçu le *Traité sur le Calcul intégral* de M. de Condorcet, et je l'ai trouvé bien digne des éloges dont vous l'avez honoré dans votre Rapport à l'Académie<sup>(1)</sup>; je voudrais seulement qu'il eût expliqué plus en détail la manière dont il parvient à trouver les différentes formes d'intégrales dont une équation différentielle est susceptible. Par exemple, on sait que l'intégrale de l'équation

$$(y^2 + Ay + B)dx + m(x^2 + Cx + D)dy = 0$$

est de la forme de

$$\frac{1}{b-a} \log \frac{x+a}{x+b} + \frac{m}{f-e} \log \frac{y+e}{y+f} + \text{const.} = 0,$$

<sup>(1)</sup> Voir plus haut, p. 40, note 3.

laquelle n'est point comprise, ce me semble, dans celles de la page 56 du *Traité* de M. de Condorcet.

Notre Volume est sous presse depuis environ trois mois; mais, quand même toutes les pièces qui y doivent entrer seraient prêtes (ce qui n'est pas), il ne pourrait paraître que vers la fin de cette année ou au commencement de celle qui vient; ainsi votre Mémoire arrivera assez à temps si nous le recevons dans le courant de cette année-ci.

Je suis charmé que vous ayez fait de belles découvertes dans la théorie des lunettes et surtout dans celle de la Lune. J'ai aussi trouvé des choses assez singulières par rapport à l'équation du centre et au mouvement des nœuds d'une planète qui est attirée par plusieurs autres. Vous les verrez dans la pièce sur les satellites de Jupiter que je compte envoyer bientôt à l'Académie<sup>(1)</sup>, et dont vous serez certainement l'un des juges. Adieu, mon cher et illustre ami, je vous embrasse de tout mon cœur et je me recommande à votre souvenir.

A Monsieur d'Alembert,  
de l'Académie française, de celle des Sciences, etc., etc.,  
rue Michel-le-Comte, à Paris.

18.

## LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 6 septembre 1765.

Mon cher et illustre ami, cette Lettre vous sera remise par M. Dutens<sup>(2)</sup>, ci-devant chargé des affaires de la cour de Londres à la nôtre et auteur de la belle collection des Ouvrages de Leibnitz qui s'imprime

<sup>(1)</sup> C'est le Mémoire qui concourut pour le prix que l'Académie avait proposé et qui l'obtint. (Voir plus haut, p. 16, note 1, et plus loin, p. 58.)

<sup>(2)</sup> Voir plus haut, p. 31, note 1.

actuellement à Genève <sup>(1)</sup>. Il souhaite fort de vous connaître; aussi je vous prie de vouloir bien lui donner quelques moments de votre temps; vous verrez un homme qui joint à une grande érudition beaucoup de lumière et d'esprit philosophique.

J'ai envoyé à M. de Fouchy <sup>(2)</sup>, il y a environ un mois, une pièce pour le prix de l'année prochaine, dont la devise est : *Mulum adhuc restat operis*. Quoiqu'elle n'ait guère d'autre mérite que de m'avoir coûté beaucoup de travail, je souhaiterais que vous voulussiez bien jeter un coup d'œil sur les pages 2 et 3 du Chapitre IV. Ce que j'y dis touchant l'équation du centre et la latitude des satellites me paraît entièrement nouveau et d'une très-grande importance dans la théorie des planètes, et je suis maintenant après à en faire application à Saturne et à Jupiter.

J'ai trouvé, ces jours passés, une méthode de faire disparaître l'imaginaire  $\sqrt{-1}$  des expressions

$$\frac{\varphi(x+t\sqrt{-1}) + \varphi(x-t\sqrt{-1})}{2} \quad \text{et} \quad \frac{\varphi(x+t\sqrt{-1}) - \varphi(x-t\sqrt{-1})}{2\sqrt{-1}}$$

en les réduisant en série de la manière que voici,

$$\begin{aligned} & \frac{\varphi(x+t\sqrt{-1}) + \varphi(x-t\sqrt{-1})}{2} \\ &= \frac{e^x - e^{-x}}{\pi} \left[ \varphi(x) - \frac{1}{1+1} \frac{\varphi(x+t) + \varphi(x-t)}{2} + \frac{1}{1+4} \frac{\varphi(x+2t) + \varphi(x-2t)}{2} - \frac{1}{1+9} \frac{\varphi(x+3t) + \varphi(x-3t)}{2} + \dots \right] \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} & \frac{\varphi(x+t\sqrt{-1}) - \varphi(x-t\sqrt{-1})}{2\sqrt{-1}} \\ &= \frac{e^x - e^{-x}}{\pi} \left[ \frac{1}{1+1} \frac{\varphi(x+t) - \varphi(x-t)}{2} - \frac{2}{1+4} \frac{\varphi(x+2t) - \varphi(x-2t)}{2} + \frac{3}{1+9} \frac{\varphi(x+3t) - \varphi(x-3t)}{2} - \dots \right]. \end{aligned}$$

moyennant quoi je suis en état de déterminer, par approximation, le

<sup>(1)</sup> Voir plus haut, p. 31, note 1.

<sup>(2)</sup> Jean-Paul Grandchamp de Fouchy, astronome, membre (1731), puis (1743) Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, né le 17 mars 1707 à Paris, où il mourut le 15 avril 1738.

mouvement d'un fluide qui se meut dans un canal horizontal et rectangulaire, en supposant que le fluide soit parvenu à un état permanent et qu'on connaisse le mouvement qu'il a dans une section quelconque du canal, mouvement qui peut être quelconque comme la figure initiale d'une corde vibrante. Il est vrai que, lorsque la fonction  $\varphi$  est donnée soit algébriquement, soit transcendantement, on peut toujours faire disparaître l'imaginaire  $\sqrt{-1}$  des expressions proposées; mais la difficulté est de trouver la valeur de ces expressions lorsque la fonction dont il s'agit n'est donnée que par une courbe dont on ne connaît point l'équation.

Permettez-moi de vous rappeler les engagements que vous avez pris à l'égard de notre Volume; vous avez encore pour cela tout le reste de cette année-ci de temps. En attendant, je vous prie de me donner de vos nouvelles et de celles de vos travaux; je vous parlerai des miens une autre fois.

J'ai l'honneur de vous embrasser en vous demandant la continuation de votre précieuse amitié.

19.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 28 septembre 1765.

Je vois par votre Lettre, mon cher et illustre ami, que vous avez ignoré la maladie dangereuse qui m'a mis aux portes du tombeau. C'était une inflammation d'entrailles, qui m'était comme annoncée depuis longtemps par le dérangement de mon estomac. Je suis guéri ou plutôt convalescent, mais il me reste encore de l'insomnie et beaucoup de faiblesse; toute application m'est interdite. Cependant, comme j'ai encore près de trois mois devant moi, j'espère vous tenir la parole que je vous ai donnée et vous envoyer un Mémoire en forme de Lettre

dans le mois de décembre prochain au plus tard. J'ai vu la mort avec beaucoup de tranquillité, et je suis tout fait, à présent, à la recevoir quand elle voudra. Ce qui me pique, c'est l'impertinence qu'on a eue dans quelques gazettes étrangères de dire que le refus de la pension m'a donné cette maladie. Il est vrai que j'ai été offensé de ce refus, mais non jusqu'à en être malade ni même fort affligé. Le public et mes confrères m'ont d'ailleurs assez vengé, et cela suffisait pour ma consolation. L'Académie a fait une seconde démarche en ma faveur auprès du ministre qui, depuis plus d'un mois, ne lui a fait aucune réponse; mais c'est encore fausement qu'on a dit dans les gazettes que j'avais enfin cette pension; elle viendra quand elle voudra et je n'y pense plus.

Votre manière de dégager l'imaginaire de l'équation

$$y^2 = \varphi(x + \sqrt{-1}) \pm \varphi(x - \sqrt{-1})$$

me paraît très-curieuse; j'entrevois différents moyens de parvenir à cette formule ou à quelque autre équivalente. Mais je ne me permets pas même d'y penser; je ne veux pas m'occuper de Géométrie avant trois mois, si ce n'est pour chercher dans mes paperasses de quoi composer la Lettre que je vous ai promise. Cette raison ne m'a permis encore que de jeter légèrement les yeux sur votre pièce au sujet des satellites; je ne suis pas aussi difficile que vous et je suis très-content du peu que j'en connais. Vous verrez dans ma théorie de la Lune (p. 35 et suiv., 178 et suiv., 242 et suiv.) que j'ai aussi prévu les cas qui doivent donner fausement des arcs de cercle et puis j'ai donné un moyen simple d'y remédier; ce que j'ai dit à cette occasion pour l'équation du centre s'applique aisément à l'inclinaison quand la même difficulté aura lieu.

M. Dutens, qui m'a apporté votre Lettre, n'a fait qu'une apparition à Paris. Je l'ai vu et j'ai été charmé de le connaître. Il reviendra cet hiver et je compte bien le cultiver davantage, et comme votre ami et comme un homme de mérite.

Connaissez-vous un Livre italien, *Dei delitti e delle pene* <sup>(1)</sup>, fait par un gentilhomme milanais qui me paraît penseur et vertueux? Adieu, mon cher ami, ma faiblesse ne me permet pas de vous en dire davantage. Comptez sur ma parole, sur mon amitié et sur tout l'intérêt que je prends à ce qui vous regarde. Je vois qu'on ne vous traite pas mieux dans votre pays qu'on ne me traite dans le mien; mais les étrangers vous rendront justice. Elle vous est encore plus due qu'à moi, qu'ils traitent avec tant de bonté. Je vous embrasse de tout mon cœur. Vous auriez perdu dans moi l'homme du monde qui vous aime et qui vous estime le plus.

20.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 28 décembre 1765.

Mon cher et illustre ami, voilà ce que je vous ai promis. Je crains d'arriver un peu tard; je crains même que vous ne puissiez pas lire ce griffonnage, qu'il m'est impossible de recopier. Je désirerais cependant que ma peine ne fût pas perdue et que cet écrit parût dans votre troisième Volume; ce ne sont que des germes d'idées dont je vous ai déjà communiqué la plus grande partie, mais le titre du Mémoire me servira d'excuse de ne les avoir pas plus développées, d'autant plus que je ne travaille encore que très-peu, et peut-être encore que trop; mais il m'est impossible d'être oisif. Je compte que vous aurez reçu une Lettre que je vous ai écrite il y a quelque temps et où je vous parlais de la maladie dangereuse à laquelle j'ai pensé succomber au mois d'août dernier. Ma santé se rétablit, mais elle a grand besoin de ménagement, et je suis résolu de tout sacrifier à cet objet, quoique

<sup>(1)</sup> C'est le célèbre Traité du marquis de Beccaria, né à Milan le 15 mars 1738, mort le 28 novembre 1794. Il avait paru l'année précédente à Milan.



j'ai dans la tête bien des projets d'Ouvrages et de travaux de différente espèce. Je ne sais si je vous ai dit que j'ai changé de logement et que je demeure à présent en meilleur air, rue Saint-Dominique, faubourg Saint-Germain, vis-à-vis Bellechasse. Je dois vous apprendre aussi qu'on s'est enfin lassé de me refuser cette misérable pension, qu'à la vérité je n'ai jamais demandée, mais que l'Académie demandait vivement pour moi. J'en ai fait au ministre un remerciement très-succinct et très-sec, et je me sais bon gré de n'avoir démenti dans cette ridicule affaire ni mes principes ni ma conduite antérieure, dont j'espère, par la grâce de Dieu, ne me jamais départir. Adieu, mon cher ami, faites à l'écrit que je vous envoie les changements que vous jugerez à propos; vous sentez que je vous en laisse le maître. Je vous souhaite bonne santé, bon an et longues années. A-t-on fait enfin quelque chose pour vous?

21.

## LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 1<sup>er</sup> janvier 1766.

Mon cher et illustre ami, votre dernière Lettre m'a jeté dans de grandes inquiétudes en m'apprenant le mauvais état de votre santé; j'ai cru devoir m'abstenir de vous écrire pendant quelque temps pour ne pas troubler votre repos; mais, enfin, l'impatience où je suis de savoir de vos nouvelles m'oblige à rompre le silence.

Je vous remercie de l'accueil obligeant que vous avez fait à M. Duten. Vous trouverez en lui, si l'occasion vous vient de le pratiquer davantage, l'homme du monde le plus honnête et le plus cordial. J'ai vu M. Desmarts, qui m'a apporté une de vos Lettres (\*), et j'ai été très-

(\*) Voir plus haut, p. 41, Lettre 16.

charmé de le connaître; il n'a fait que passer, mais il m'a donné l'espérance de le revoir à son retour d'Italie. Vous avez eu raison de vous fâcher contre les journalistes qui ont eu l'impertinence d'attribuer votre maladie au refus de la pension. Les sacrifices éclatants que vous avez faits doivent sans doute vous mettre à couvert de pareilles imputations. Il est vrai qu'on dit que le P. de Joyeuse (\*), après avoir renoncé à la dignité de maréchal, mourut de chagrin pour ne pas avoir été fait provincial de son ordre; mais il y a bien loin d'un capucin à un philosophe.

L'impression de notre Volume avance fort lentement, de sorte que, si votre Mémoire n'est point encore prêt et que vous n'avez point changé de dessein, vous pouvez prendre encore deux mois de temps pour nous l'envoyer. Je suis charmé que vous ayez vu ma pièce sur les satellites; si elle peut mériter votre approbation, je serai suffisamment récompensé de mon travail.

Adieu, mon cher et illustre ami; je vous conjure de me donner de vos nouvelles le plus tôt que vous pourrez. Je ne vous dis rien de ma santé; elle est parfaite, et je voudrais bien pouvoir vous la communiquer.

Avez-vous vu le troisième Volume de la *Mécanique* d'Euler? Il y a beaucoup de verbiage, mais il contient d'excellentes choses.

Je sais que vous avez déménagé, mais j'ignore votre nouvelle demeure; en attendant que vous me l'appreniez, j'adresse toujours ma Lettre comme à l'ordinaire.

Je vous embrasse de tout mon cœur et vous serai attaché toute ma vie.

(\*) Henri, comte du Bouchage, duc de Joyeuse, né en 1567, mort à Rivoli (Piémont) le 27 septembre 1608. Il suivit d'abord la carrière des armes, se fit capucin après la mort de sa femme (1587), reprit les armes à la mort de son frère, grand prieur de Toulouse (1592), fut créé maréchal de France par Henri IV et reentra aux capucins de Paris en 1599.

22.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 15 janvier 1766.

Mon cher et illustre ami, je viens de recevoir le Mémoire que vous avez eu la bonté de composer pour le troisième Volume de nos *Mélanges*, et je me hâte de vous en témoigner ma reconnaissance. Vous ne devez pas craindre qu'il soit arrivé trop tard, car l'Ouvrage n'est encore qu'à moitié imprimé, et je doute qu'il soit en état de paraître avant le mois d'avril. A l'égard de votre écriture, je vous assure que je la trouve très-lisible, et vous devez être persuadé que j'apporterai tous mes soins à ce que cette pièce soit imprimée le plus correctement et le plus nettement qu'il sera possible. Je l'ai lue avec la plus grande satisfaction; tout ce qui vient de vous m'est toujours infiniment précieux, et je ne manque jamais d'en faire mon profit. Je conviens que votre manière de réduire en une série de termes tout réels la quantité  $\varphi(x + y\sqrt{-1}) + \varphi(x - y\sqrt{-1})$  est préférable à la mienne, en ce qu'elle donne une suite finie lorsque  $\varphi(x)$  est  $Ax^m + Bx^n + \dots$ : j'ai même fait à cette occasion une remarque assez curieuse: c'est que les coefficients A, B, C, ... de la formule

$$\begin{aligned} & \varphi(x + my) - m\varphi[x + (m-1)y] + \frac{m(m-1)}{2}\varphi[x + (m-2)y] + \dots \\ &= Ay^m \frac{d^m \varphi(x)}{dx^m} + By^{m+1} \frac{d^{m+1} \varphi(x)}{dx^{m+1}} + Cy^{m+2} \frac{d^{m+2} \varphi(x)}{dx^{m+2}} + \dots \end{aligned}$$

(vous avez écrit par inadvertance  $d^m \varphi(x)$ ,  $d^{m+1} \varphi(x)$  au lieu de  $\frac{d^m \varphi(x)}{dx^m}$ ,  $\frac{d^{m+1} \varphi(x)}{dx^{m+1}}$ , ...) sont les mêmes que ceux de la formule

$$\left(x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots\right) = Ax^m + Bx^{m+1} + Cx^{m+2} + \dots,$$

de sorte qu'on aura, comme l'on sait, en mettant  $z$  au lieu de  $\frac{1}{2}$ ,  $\beta$  au lieu de  $\frac{1}{2.3}$ , ..., et faisant  $m = n - 1$ ,

$$A = 1, \quad B = \frac{n-1}{1} \alpha, \quad C = \frac{n-2}{2} \alpha B + \frac{2n-3}{2} \beta, \quad D = \frac{n-3}{3} \alpha C + \frac{2n-3}{3} \beta B + \frac{3n-3}{3} \gamma,$$

et ainsi de suite.

J'ai trouvé, de plus, que les coefficients de cette formule

$$\begin{aligned} y^m \frac{d^m \varphi(x)}{dx^m} = & P \left\{ \varphi(x + my) - m\varphi[x + (m-1)y] + \frac{m(m-1)}{2}\varphi[x + (m-2)y] + \dots \right\} \\ & + Q \left\{ \varphi[x + (m+1)y] - (m+1)\varphi(x + my) + \frac{(m+1)m}{2}\varphi[x + (m-1)y] + \dots \right\} \\ & + R \left\{ \varphi[x + (m+2)y] - (m+2)\varphi[x + (m+1)y] + \dots \right\} \\ & + \dots \end{aligned}$$

sont les mêmes que ceux de la formule

$$\left(x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots\right)^m = Px^m + Qx^{m+1} + Rx^{m+2} + \dots$$

Si l'on fait  $m$  négatif, ces formules auront lieu également, et l'on aura

$$\frac{d^{-m} \varphi(x)}{dx^{-m}} = \int^m \varphi(x) dx^m.$$

Je suis charmé de vous savoir presque entièrement remis de votre dernière maladie et qu'on vous ait enfin rendu la justice qui vous est due<sup>(1)</sup>. On n'a encore rien fait pour moi jusqu'ici, et je crois même qu'on n'y pense plus; je sais seulement qu'un de nos ministres a dit à quelqu'un qui s'intéressait pour moi qu'il me connaissait à peine et qu'il ne me voyait jamais, mais je ne me sens pas le courage de sacrifier mon temps et ma tranquillité à l'espérance d'une misérable pension. Adieu, mon cher et illustre ami; je compte que vous aurez reçu

(1) Au sujet de la pension dont il a été parlé plus haut, p. 38. — Cf. p. 48.

une Lettre que je vous ai écrite au commencement de ce mois et que je vous ai adressée à l'ordinaire, ne sachant pas votre nouvelle demeure. Je vous embrasse de tout mon cœur et je vous prie de me donner de vos nouvelles le plus souvent que vous pourrez.

23.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 4 mars 1766.

J'ai eu, mon cher et illustre ami, une belle peur ces jours passés. Vous avez, dit-on, perdu M. Bertrandi <sup>(1)</sup>, qui, je crois, était votre ami; imaginez-vous que ceux qui m'avaient d'abord dit cette nouvelle avaient mis votre nom à la place du sien et vous faisaient mort au lieu de lui. Quoique j'eusse reçu depuis assez peu de temps de vos nouvelles et que vous m'eussiez marqué que votre santé était parfaite, je ne fus pourtant pas sans une grande inquiétude, surtout songeant que vous êtes sujet à des maladies graves et que Clairaut avait passé en trois jours d'une très-bonne santé apparente au tombeau <sup>(1)</sup>; enfin j'ai été aux informations, et, Dieu merci, j'ai été tiré de peine. Conservez-vous, mon cher ami, pour les sciences, dont vous êtes la ressource; je m'y intéresse d'autant plus, que ma santé m'oblige à me ménager beaucoup sur le travail et que je ne ferai plus assurément autant que j'ai fait. Ce n'est pas que je n'aie autant d'ardeur, et, je crois, d'aptitude, que par le passé; mais il faut digérer et dormir, et je fais assez mal l'un et l'autre.

Je crois que vous pouvez être tranquille sur le sort de votre belle pièce concernant l'action des satellites; cependant n'en dites rien

<sup>(1)</sup> Voir plus loin, p. 53, note 1.

jusqu'à ce que le jugement ait été porté en forme, ce qui sera vers la fin de ce mois. Je vous en donnerai avis sur-le-champ et je crois pouvoir vous en féliciter d'avance, à moins, ce que je ne crois pas, que les commissaires ne remettent le prix, à quoi je m'opposerai très-fort; car assurément nous ne pouvons rien espérer de mieux que ce que vous avez fait.

M. Euler s'en va, dit-on, à Pétersbourg pour quelque mécontentement qu'il a eu à Berlin. Je lui ai écrit pour l'en dissuader. S'il s'en va, et que vous vouliez le remplacer, vous n'avez qu'à m'écrire un mot et je ferai de mon mieux pour vous servir.

Voilà une petite addition au Mémoire que je vous ai envoyé. S'il est imprimé il ne faudra point faire usage de cette addition, mais seulement faire un carton ou simplement un *errata*, dans lequel vous ne mettrez que les deux ou trois dernières valeurs de  $\rho$ ,  $\rho'$ ,  $\rho''$ , celles qui diffèrent le plus des résultats que je vous ai envoyés. Si le Mémoire n'est pas imprimé, vous ferez en conséquence les changements nécessaires et vous insérerez le reste à son lieu. Peut-être, au reste, pourriez-vous mettre le tout en addition à l'*errata* si le Mémoire est imprimé. Vous ferez ce que vous jugerez le meilleur. Adieu, mon très-cher et très-illustre ami.

(Addition au Mémoire dont il a été précédemment parlé.)

Du 4 mars 1766.

Ayant vérifié de nouveau et perfectionné à certains égards les calculs que je vous ai envoyés pour les rayons d'un objectif à trois lentilles, je les ai trouvés comme il suit :

$$r = 0,5986 R,$$

$$\rho = 0,3255 R,$$

$$\rho' = + 0,7288 R,$$

$$\rho'' = - 1,8116 R$$

ou bien

$$r = + 0,4630 \text{ R,}$$

$$\rho = + 2,7574 \text{ R,}$$

$$r' = + 0,2081 \text{ R,}$$

$$\rho' = - 15,594 \text{ R.}$$

Ces dimensions supposent que le rapport de  $dP$  à  $dP'$  soit  $\frac{2}{3}$ ; il est inutile de dire qu'elles changeraient si  $\frac{dP}{dP'}$  avait une autre valeur, par exemple celle de 20 à 32, comme plusieurs expériences le donnent; dans ce cas, l'aberration de réfrangibilité ne serait pas détruite, mais  $= \frac{11}{45}$  de celle d'une lentille biconvexe isoscèle, ce qui est considérable; au reste, il est aisé de remédier à cet inconvénient par différents moyens qu'il serait trop long de détailler ici.

Vous trouverez dans nos Mémoires de 1759, qui viennent de paraître, un Mémoire de M. d'Arcy<sup>(1)</sup>, que je n'ai pas encore eu le temps d'examiner suffisamment, et dans lequel il prétend que j'ai fait la précession des équinoxes double de ce qu'elle doit être suivant la vraie théorie. Comme mon résultat s'accorde avec celui de M. Euler et avec le vôtre (sans compter plusieurs autres géomètres dont je ne suis pas, à la vérité, aussi sûr que de vous deux), cela me tranquillise beaucoup; il me semble que M. d'Arcy tombe dans la même méprise que j'ai reprochée (entre beaucoup d'autres) à M. Newton, et qui consiste à ne pas faire assez d'attention au mouvement du sphéroïde autour de son axe (voyez l'art. 145 de mes *Recherches*). Mais je me propose d'examiner tout cela plus à fond et même de faire voir encore dans la solution de M. Newton d'autres incongruités. Si nos Mémoires de 1759 vous tombent entre les mains, je serais charmé que vous eussiez le temps d'examiner en quoi M. le chevalier d'Arcy se trompe, car je ne

<sup>(1)</sup> Patrick d'Arcy, né à Galway (Irlande) le 27 septembre 1725, mort à Paris le 18 octobre 1779. Il était entré au service de France et devint, en 1749, membre de l'Académie des Sciences. Son éloge a été écrit par Condorcet. Le travail dont parle d'Alembert est intitulé *Mémoire sur la précession des équinoxes* et est inséré (p. 420-429) dans les *Mémoires de l'Académie* de 1759.

doute pas et ne saurais douter de la bonté de ma solution et de l'exactitude de mon résultat, qui est fondé sur la théorie la plus rigoureuse et sur deux méthodes différentes, etc.

24.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

Mars 1766.

Mon cher et illustre ami, je suis infiniment sensible à l'inquiétude que vous avez eue sur mon sujet; je me porte très-bien, Dieu merci, et ma santé est aussi bonne que je puis le souhaiter. Il est vrai que nous avons perdu M. Bertrandi<sup>(1)</sup>, homme de beaucoup de mérite et mon ami depuis longtemps; une hydropisie causée par une inflammation de poitrine qu'il avait eue un an auparavant est ce qui l'a mis au tombeau; je l'ai plaint d'autant plus qu'il n'était rien moins que philosophe.

Je vous remercie de l'intérêt que vous voulez bien prendre à tout ce qui me regarde, et j'accepte avec la plus vive reconnaissance l'offre que vous me faites de me procurer la place de M. Euler, en cas qu'il persiste dans sa résolution. Rien ne serait plus propre à me tirer de l'oubli où l'on me laisse ici qu'une pareille invitation, et, pourvu que je ne paraisse point l'avoir briguée, je ne doute pas qu'elle ne produise un très-bon effet, soit qu'on me permette de m'y rendre ou qu'on juge à propos de m'en empêcher.

Votre Mémoire n'est pas encore imprimé; ainsi j'y puis faire corrections que vous m'avez envoyées. Je crois que le troisième Volume paraîtra vers la fin du mois prochain.

J'ai lu à Paris le Mémoire de M. le chevalier d'Arcy; sa méprise

<sup>(1)</sup> Jean-Antoine-Marie Bertrandi, chirurgien, membre de la Société de Turin, né à Turin le 18 octobre 1723, mort le 6 décembre 1765. (Voir p. 52.)

consiste, si je ne me trompe, en ce qu'il compare deux forces accélératrices calculées l'une dans l'hypothèse de la courbe polygone et l'autre dans celle de la courbe rigoureuse, ce qui lui donne précisément un résultat double de celui qu'il devrait trouver; c'est au moins en quoi pèche sa prétendue réfutation de Simpson (1). Lorsque les *Mémoires* de 1759 me tomberont entre les mains, je ne manquerai pas de l'examiner de nouveau et de vous en dire mon avis.

Je vous serai très-obligé de me donner part le plus tôt que vous pourrez du jugement des commissaires. Si quelque chose peut me faire espérer un heureux succès, c'est l'indulgence que vous voulez bien avoir pour mon Ouvrage; mais je voudrais avoir mérité encore plus cette indulgence par un plus grand travail. Adieu, mon très-cher et illustre ami. Conservez-vous pour votre patrie, pour l'Europe et pour les sciences, mais surtout pour vous-même et pour vos amis. Je vous embrasse de tout mon cœur en vous demandant la continuation de votre précieuse amitié.

A Monsieur d'Alembert, de l'Académie française,  
de l'Académie royale des Sciences de Paris, etc.,  
faubourg Saint-Germain, rue Saint-Dominique,  
vis-à-vis Belle-Chasse, à Paris.

25.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 25 mars 1766.

Mon cher et illustre ami, nous avons donné le prix à une pièce qui a pour devise : *Mulum adhuc restat operis*. J'en soupçonne l'auteur; je

(1) Voir l'Examen de la méthode de M. Simpson pour trouver la précession des équinoxes, dans le Mémoire cité plus haut de d'Arcy, p. 426 et suivantes. — Thomas Simpson, géomètre, né à Bosworth (comté de Leicester) en 1710, mort le 14 mai 1761.

crois qu'il est de votre connaissance, et en ce cas je vous prie de l'en informer. L'Ouvrage est admirable et fait grand honneur à son père, quel qu'il soit. J'y ai trouvé beaucoup à m'instruire, et je voudrais que nous eussions souvent de pareilles pièces. Nous avons proposé, pour le sujet du prix de 1768 (1), de perfectionner les méthodes sur lesquelles est fondée la théorie de la Lune, de fixer par ce moyen les équations de cette planète qui sont les plus incertaines, et d'examiner en particulier si l'on peut rendre raison par cette théorie de l'équation séculaire du moyen mouvement de la Lune. Voilà, ce me semble, un sujet bien digne de vous exercer. Les équations dont je voudrais qu'on fixât la valeur sont surtout celles qui ont pour argument  $2z - 2Nz - 2pz$  et  $z - nz + \pi nz$ , qui deviennent assez grandes par l'intégration; la dernière surtout a été un sujet de dispute entre Clairaut et moi, et je crois qu'il avait tort.

Comme je ne veux pas me fatiguer, je ne travaille qu'à bâtons rompus, mais j'ai bien des choses, ou plutôt des rogatons, sur le métier. Je n'ai pas encore eu le temps d'examiner le chevalier d'Arcy; mais, à vue de pays, il ne sait ce qu'il dit, ni quand il résout le problème à sa manière, ni quand il réfute Simpson. Je soupçonne, de plus, que la solution de Simpson ne vaut pas grand'chose, mais par un tout autre côté que celui que le chevalier d'Arcy attaque.

Je prépare une nouvelle édition de mon *Traité des fluides* (2). Il contiendra peu de choses nouvelles; je ne ferai guère qu'y indiquer ce qui a été fait depuis sur cette matière par moi-même ou par d'autres, parce que je n'aime pas à faire acheter de nouveau les mêmes choses au public.

(1) On lit dans la *Table des Mémoires de l'Académie* (1761-1770), art. PRIX, p. 513 : « L'Académie, qui avait proposé, pour le sujet du prix de 1768, de perfectionner les méthodes sur lesquelles est fondée la théorie de la Lune, de fixer par ce moyen celles des équations de cette planète qui sont encore incertaines, et d'examiner en particulier si l'on peut rendre raison par cette théorie de l'équation séculaire du mouvement de la Lune, n'ayant pas été satisfaite des recherches qu'elle a reçues sur ce sujet, l'a proposé de nouveau pour l'année 1770, avec un prix double. »

(2) Le *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides* avait été publié en 1744, in-4°. La seconde édition parut en 1770, in-4°.

Adieu, mon cher et illustre ami, je vous embrasse de tout mon cœur; conservez-vous longtemps, pour vous, pour moi et pour la Géométrie. Je viens d'écrire à Berlin pour ce que vous savez <sup>(1)</sup>, et j'attends la réponse. La personne à laquelle vous vous intéressez ne sera point compromise, en cas de refus, car je ne l'ai engagée à rien. J'ai seulement demandé la permission de lui écrire, mais je crois avoir inspiré une grande envie de l'avoir.

26.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 5 avril 1766.

Mon cher et illustre ami, j'ai reçu votre Lettre du 25 mars et j'ai écrit en conséquence à M. de Fouchy qu'il me déclarât auteur de la pièce *Multum adhuc restat operis* à l'assemblée publique de l'Académie, ce que j'espère qu'il aura fait. Les éloges dont vous l'honorez sont le prix le plus flatteur de mon Ouvrage; ils entretiendront mon émulation, et ils l'augmenteront même, s'il est possible. Le roi et les ministres ont paru prendre part à la nouvelle marque d'honneur que je viens de recevoir des étrangers. On a réitéré les promesses qu'on m'avait faites à mon retour de Paris, et on en est demeuré là comme de coutume.

On ne saurait être plus sensible que je le suis à toutes les preuves d'estime et d'amitié que vous me donnez; je ne doute pas que le succès de l'affaire en question ne réponde à l'intérêt que vous y prenez; mais, quel qu'il soit, ma reconnaissance sera toujours la même.

<sup>(1)</sup> Il s'agissait, comme on le voit par la Lettre précédente, de faire obtenir à Lagrange la place que laissait vacante à l'Académie de Berlin le départ d'Euler pour Saint-Petersbourg, où il avait séjourné de 1733 à 1741 et où il retournait, rappelé par Catherine II. La Lettre de d'Alembert à Frédéric II ne figure pas dans la correspondance de ce prince.

Je vous serai très-obligé de me faire savoir comment il faudra que je m'y prenne pour que le prix me soit délivré, n'ayant point de récépissé du secrétaire et ayant même négligé de mettre mon nom dans un billet cacheté, comme on le pratique ordinairement.

La question pour 1768 est aussi importante que difficile et méritait bien d'être proposée une fois par votre Académie, mais je n'oserais me flatter de réussir dans un sujet auquel les plus grands géomètres de l'Europe se sont déjà exercés. Adieu, mon cher et illustre ami; je vous embrasse de tout mon cœur et vous serai attaché toute ma vie.

*A Monsieur d'Alembert, de l'Académie française  
et de l'Académie royale des Sciences, etc.,  
rue Saint-Dominique, faubourg Saint-Germain,  
vis-à-vis Belle-Chasse, à Paris.*

27.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, le 19 avril 1766.

Mon cher et illustre ami, il faut que, pour toucher l'argent de votre prix, vous envoyiez à quelqu'un domicilié à Paris un papier signé de vous et conçu à peu près en ces termes: « Je soussigné, membre de la Société royale des Sciences de Turin et de l'Académie royale des Sciences de Prusse, m'étant déclaré l'auteur de la pièce sur les satellites de Jupiter qui a pour devise *Multum adhuc restat operis* et qui a remporté le prix de l'Académie royale des Sciences de Paris pour la présente année 1766, ai donné commission à M. ... de retirer le montant de ce prix des mains de M. de Buffon, trésorier de ladite Académie royale des Sciences de Paris. A Turin, ce ...

8.

Il faudra que celui à qui vous donnerez cette commission donne à M. de Buffon son reçu lorsqu'il aura touché la somme. Vous pouvez vous adresser pour cela à quelqu'un de chez votre ambassadeur à la cour de France ou à quelque banquier de Turin, qui enverra la commission signée de vous à son correspondant. Il est presque impossible que vous ne trouviez pas à Turin quelqu'un qui se charge de vous faire venir une lettre de change sans frais ni remise. Si tout cela vous embarrasse trop et vous paraît trop difficile, adressez-moi la commission, et je tâcherai de vous faire parvenir cet argent aux moindres frais possibles.

Je désirerais beaucoup que vous vous occupassiez de la question proposée pour 1768 et que vous examinassiez surtout l'équation qui a pour argument  $z - nz + \pi nz$ , qui a été entre Clairaut et moi un sujet de dispute où je crois que Clairaut avait tort. Il me semble que, sans vous engager dans des calculs arithmétiques effroyables, vous pouvez ajouter beaucoup à ce qui a déjà été fait sur cette matière. Je travaillerai moi-même de mon côté, pendant cette année et la prochaine, à mettre en ordre et perfectionner, autant que ma santé me le permettra, ce que j'ai déjà barbouillé dans mes papiers sur ce sujet. Peut-être de nos travaux communs résultera-t-il quelque degré de perfection nouveau à la théorie de la Lune.

J'attends avec grande impatience votre nouveau Volume, qui, sans doute, sera bientôt fini d'imprimer, s'il ne l'est déjà. J'espère y trouver beaucoup à profiter. Je n'ai jamais eu tant envie de travailler, et, si ma santé me le permettait, il me semble que je pourrais encore quelque chose; mais je suis si fort obligé de me ménager, que je me regarde comme une espèce de géomètre vétérinaire qui a rempli à peu près sa course.

J'ai écrit au roi de Prusse une Lettre où je lui parle en détail de la personne que vous savez, et d'une manière dont je crois que cette personne serait contente<sup>(1)</sup>. On fait tout ce qu'on peut pour retenir

(1) Comme nous l'avons dit plus haut, p. 58, cette Lettre ne figure point dans la correspondance de Frédéric II et de d'Alembert.

M. Euler, mais il me paraît avoir grande envie de s'en aller. Je ne sais ce qu'il en sera, mais en cas qu'il parte, et que le roi de Prusse me croie, M. Euler aura un successeur qui le vaut bien.

On dit que votre ami M. de Foncenex ne s'éloignerait pas de demander du service en Prusse; comme il est habile ingénieur, et que le roi de Prusse cherche surtout de ces officiers-là, je crois qu'il n'aurait pas de peine à s'y placer. Adieu, mon cher et illustre ami, je vous embrasse de tout mon cœur; portez-vous bien, travaillez et soutenez l'honneur de la Géométrie, qui n'a plus guère d'espérance qu'en vous.

---

28.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, 26 avril 1766.

Mon cher et illustre ami, le roi de Prusse me charge de vous écrire<sup>(1)</sup> que, si vous voulez venir à Berlin pour y occuper une place dans l'Académie, il vous donne 1500 écus de pension qui font 6000 livres argent de France; on ne me parle point des frais de voyage, qui vont sans dire, et qui sans doute vous seront payés. Voyez si cette proposition vous convient; je le désire beaucoup, et je serais charmé d'avoir fait faire à un grand roi l'acquisition d'un grand homme. M. Euler, mécontent pour des raisons dont je ne sais pas bien le détail, mais dans lesquelles je vois que tout le monde lui donne le tort, sollicite son congé et veut s'en aller à Pétersbourg. Le roi, qui n'a pas trop d'envie de le lui accorder, le lui donnera certainement si vous acceptez la proposition qu'on vous fait; et, d'ailleurs, quand même M. Euler se déterminerait à rester, ce que je ne crois pas d'après tout

(1) La Lettre de Frédéric II ne figure pas dans ses Œuvres.

ce qu'on me mande, je ne doute pas que le roi de Prusse ne tint toujours son marché avec vous et qu'il ne fût charmé d'avoir fait pour son Académie une aussi brillante conquête que la vôtre. Voyez donc, mon cher et illustre ami, ce que vous voulez faire, et répondez-moi promptement sur cet objet, car le roi me mande de ne point perdre de temps pour vous faire cette proposition. J'attends votre réponse avec impatience, en vous embrassant de tout mon cœur.

Ma santé est toujours bien variable et a grand besoin de régime; je ne vous parle point de mes travaux; outre qu'ils sont peu considérables, vu mon état, je ne veux vous parler aujourd'hui que de l'affaire qui fait l'objet de cette Lettre, et qui sera également glorieuse pour vous, quelque parti que vous preniez. Adieu, mon cher et illustre ami; je vous embrasse *iterum*.

D'ALEMBERT.

29.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 10 mai 1766.

Mon cher et illustre ami, vous aviez raison d'être fâché qu'on n'eût eu aucun égard jusqu'ici à tout ce que vous aviez fait pour moi, et qu'après les belles espérances qu'on m'avait données à Paris on me laissât depuis deux ans dans un très-profond oubli; mais votre dernière Lettre vous a bien vengé. On a été très-choqué de voir que le roi de Prusse faisait assez de cas de moi pour me faire des offres aussi avantageuses (car ici l'intérêt est la commune mesure de tout), et on a fait ce qu'on a pu pour me détourner de les accepter. On en est venu jusqu'à vouloir me faire un crime de ce que je paraissais disposé à en profiter; mais enfin, me trouvant inébranlable, on a changé de ton et

l'on a pris le parti de différer mon congé, peut-être dans l'idée de me faire faire quelque proposition sous main. Quoi qu'il en soit, je suis tout à fait déterminé à profiter des bontés du roi de Prusse, ne fût-ce que par la manière dont on en a agi avec moi dans cette occasion. D'ailleurs, je connais assez ce pays par la théorie et par l'expérience pour devoir ne faire aucun fond sur tout ce qu'on pourrait me dire pour me retenir, car je ne doute pas qu'on ne retomât dans les mêmes dispositions à mon égard dès que cette espèce de fermentation serait passée. La raison en est qu'on regarde la science dont je m'occupe comme très-inutile et même ridicule, et qu'on aurait regret à son argent si l'on faisait quelque chose pour un géomètre. J'espère que le retard qu'on apporte à mon congé ne me fera point manquer l'occasion d'un établissement aussi avantageux et aussi honorable que celui que vous m'avez obtenu, et dont les sciences vous auront peut-être un jour quelques obligations. Je vous laisse le maître de dire au roi de Prusse tout ce que vous jugerez à propos de ma part; vous connaissez depuis longtemps ma situation, et je vous ai assez expliqué mes sentiments.

J'ai donné commission à un banquier de mes amis de faire retirer à Paris la somme du prix, et je crois qu'il l'aura fait; ce prix est venu bien à point, comme vous le voyez, car, quoique vous me mandiez que le roi ne manquera pas de subvenir aux frais de mon voyage, il se pourrait néanmoins qu'on attendit pour me rembourser que je fusse arrivé à Berlin. J'ai quelque envie de passer par Paris, ne fût-ce que pour avoir la consolation de vous embrasser; mais je vous en écrirai plus précisément lorsqu'on m'aura donné mon congé, qu'on ne me retarde que *per la dignità*. Adieu, mon cher et illustre ami; vous recevrez par ce même courrier une autre Lettre de moi que je ne vous ai écrite que pour la forme, et de manière que je n'aie rien à risquer quand même elle serait interceptée. Pour celle-ci, je la fais passer par une voie particulière, afin d'éviter tout inconvénient. Quand vous voudrez me répondre, je vous prie d'adresser votre Lettre, garnie d'une double enveloppe, à *M. Bouvier, agent du roi de Sardaigne à Lyon, pour M. Martin, banquier à Turin*.



Connaissez-vous un certain médecin Carburî<sup>(1)</sup>, qui est actuellement à Paris? Il ne manque pas de talent, mais c'est un intrigant de premier ordre, et il serait fort dangereux que vous lui fissiez la moindre confiance sur ce qui me regarde, car c'est la créature d'un de nos ministres qui n'aime pas trop la Société<sup>(2)</sup> et qui pourrait me rendre de mauvais offices dans la conjoncture présente. Adieu, mon meilleur ami; il faut que je finisse, parce que je risquerais de ne plus trouver la personne qui veut bien se charger de cette Lettre.

30.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, 10 mai 1766.

Mon cher et illustre ami, j'ai été infiniment touché des offres aussi avantageuses qu'honorables que vous m'avez faites de la part du roi de Prusse. Je vous prie de vouloir bien lui en rendre en mon nom de très-humbles actions de grâces, et l'assurer que je regarderai comme un bonheur bien précieux celui de venir faire ma cour par mes travaux à un monarque et à un philosophe tel que lui. J'en ai demandé la permission au roi comme sujet et comme employé, et il m'a fait répondre ce matin par un de ses ministres qu'il n'avait pas encore délibéré sur cette affaire, mais que je pouvais néanmoins espérer que ma demande ne serait point rejetée. Adieu, mon cher et illustre ami; quand on m'aura donné une réponse décisive, je vous en avertirai sur-le-champ. En attendant, je vous prie de croire que personne ne vous

<sup>(1)</sup> Le comte Jean-Baptiste Carburis, médecin, né dans l'île de Céphalonie, mort en 1801 à Padoue, où il était professeur de Physiologie. Après avoir professé vingt ans à la Faculté de Médecine de Turin, il suivit à Paris la fille du roi de Sardaigne, devenue la femme du comte d'Artois (1770), et fut nommé par Louis XVI médecin de la famille royale.

<sup>(2)</sup> La Société royale des Sciences de Turin.

est plus attaché ni par plus de raisons que moi. Je vous embrasse de tout mon cœur.

DE LA GRANGE.

*A Monsieur d'Alembert, de l'Académie française,  
de l'Académie royale des Sciences,  
rue Saint-Dominique, faubourg Saint-Germain,  
vis-à-vis Belle-Chasse, à Paris.*

- 31.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 14 mai 1766.

Mon cher et illustre ami, je compte que vous aurez reçu par le dernier courrier deux Lettres de moi, l'une fort courte et conçue de façon qu'elle pût être ouverte sans danger, l'autre beaucoup plus longue et contenant quelques détails particuliers sur l'affaire dont il s'agit. Comme cette dernière aurait pu me faire du tort si elle avait été interceptée, je l'ai envoyée, ainsi que je fais celle-ci, par le canal d'un de mes amis, et je vous serai obligé de m'en accuser la réception le plus tôt que vous pourrez pour m'ôter toute inquiétude sur ce sujet. J'attends toujours qu'on délibère si on veut m'accorder ou non le congé que j'ai demandé. Je ne trouve point du tout étrange qu'on retarde celui de M. Euler, qui, outre qu'il a une bonne pension, a encore été gratifié du roi, il y a deux ans, comme vous savez; mais est-on en droit d'en user de la sorte avec moi, qui n'ai depuis dix ans qu'une misérable pension de 250 écus, et qu'on a regardé jusqu'ici comme une personne entièrement inutile? Il ne serait pas même impossible qu'on ne fût bien aise de me faire manquer cette occasion pour pouvoir se venger sur moi du dépit qu'on a d'être forcé de convenir à la face

XIII.

9

de l'Europe, et surtout vis-à-vis d'un monarque tel que le roi de Prusse, du peu d'égard qu'on a ici pour les sciences, et je ne doute pas, d'après la manière dont on m'a parlé, qu'on ne m'eût imposé silence sur cette affaire si je n'avais eu la précaution de rendre votre Lettre publique. Quoi qu'il en soit, j'ai tout lieu de croire que ma condition ne pourrait qu'empirer si j'étais obligé de rester; aussi suis-je déterminé à me tirer d'ici à quelque prix que ce soit, et pour cela je compte sur votre parole, sur votre amitié et sur tout l'intérêt que vous voulez bien prendre à ce qui me regarde.

La personne dont vous m'avez parlé dans votre pénultième Lettre <sup>(1)</sup> est actuellement sur mer; quand elle sera de retour, je ne manquerai pas de la sonder sur ce que vous avez entendu dire sur son sujet; mais je ne doute pas que les torts qu'on lui a faits en dernier lieu ne l'aient mise dans la disposition que vous me marquez.

J'ai vu ces jours derniers le P. Frizi <sup>(2)</sup>, qui s'en va à Paris; il a dessein de présenter à l'Académie un Ouvrage de sa façon sur la gravité, dans lequel il m'a dit avoir traité des principaux points du système du monde; mais, entre nous, je ne le crois pas bien fort sur ces matières.

Le Volume de notre Société paraîtra infailliblement vers la fin de ce mois, et je vous en enverrai sur-le-champ un exemplaire; mais je ne voudrais pas que vous eussiez d'avance une opinion trop avantageuse de mes travaux, de peur que vous ne soyez ensuite obligé d'en rabattre beaucoup.

Je relis actuellement vos Mémoires sur les verres optiques, que je n'avais fait que parcourir, et j'en suis content au delà de tout ce que

<sup>(1)</sup> Il s'agit de Daviet de Foncenez, dont il a été parlé plus haut (p. 4), et que d'Alembert, dans une Lettre datée du 13 septembre 1766, propose au roi de Prusse comme un « homme de condition et de beaucoup de mérite, surtout dans la partie de l'artillerie et du génie. M. de la Grange, ajoute-t-il, est persuadé qu'il serait propre à former en ce genre une excellente école. Il est actuellement sur mer, employé dans la marine du roi de Sardaigne, où il est peu satisfait de son traitement. » (*Œuvres de Frédéric II*, t. XXIV, p. 409-410.)

<sup>(2)</sup> Paul Frizi, barnabite, né en 1727 à Milan, où il est mort en 1784. Il était, depuis 1753, correspondant de l'Académie des Sciences, qui, en 1758, avait donné un prix à son Mémoire : *De Atmosphaera caelestium corporum*.

je puis vous dire. Je ne manquerai pas, puisque vous m'y encouragez, de m'occuper de la théorie de la Lune dès que je serai tranquille. Je vois en gros les difficultés que renferme la détermination des équations dont vous me parlez, et je m'attacherai surtout à la discussion de ce point important.

Adieu, mon cher et illustre ami; j'espère qu'avant que je reçoive votre réponse mon affaire sera décidée; ainsi, vous pouvez écrire au roi que j'ai accepté et que je n'attends que mon congé pour partir, car vous voyez que l'affaire est trop avancée pour qu'il soit permis de reculer.

Écrivez-moi dorénavant sous l'enveloppe de M. Bouvier, agent du roi de Sardaigne à Lyon, pour M. Martin, banquier à Turin. Il ne me reste de papier que pour vous embrasser.

32.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 20 mai 1766.

Mon cher et illustre ami, votre Lettre m'a transporté de joie; j'ai lieu d'espérer que ma négociation réussira; je viens de l'écrire à l'instant au roi de Prusse <sup>(1)</sup>, qui, dans sa dernière Lettre, me charge de faire tout mon possible pour vous persuader, et qui me réitère la

<sup>(1)</sup> Voici ce que, la veille, le 19 mai, d'Alembert avait écrit au roi de Prusse : « Sire, je ne perds point de temps pour apprendre à Votre Majesté que M. de la Grange a reçu ses offres avec un tant de respect que de reconnaissance, qu'il se tient trop heureux d'avoir mérité les bontés d'un prince tel que vous et d'être à portée de les mériter encore davantage par ses travaux; qu'il a demandé au roi de Sardaigne, son souverain, la permission d'accepter ses offres; que le roi de Sardaigne lui a promis de lui faire donner incessamment sa réponse et a bien voulu lui faire espérer que sa demande ne serait point rejetée. Je crois donc, Sire, que M. de la Grange ne tardera pas à venir remplacer M. Euler, et j'ose assurer Votre Majesté qu'il le remplacera très-bien pour les talents et le travail, et que, d'ailleurs,

promesse de vous donner 1500 écus d'Allemagne, qui font 6000 livres de France. Dès que vous aurez reçu la permission que vous attendez, je vous serai obligé de me l'écrire sur-le-champ; mais en même temps je vous exhorte et vous conseille même : 1<sup>o</sup> d'écrire sur-le-champ au roi de Prusse une Lettre courte, mais convenable, sur la satisfaction que vous avez d'être à portée de mériter ses bontés par vos travaux; 2<sup>o</sup> une autre Lettre à M. de Catt (<sup>1</sup>), secrétaire des commandements du roi de Prusse et membre de l'Académie de Berlin. C'est un galant homme, fort mon ami, et qui vous sera très-utile. Vous lui manderez en quel temps vous pourrez partir (je crois que le plus tôt sera le mieux), quelle route vous tiendrez, et vous demanderez ce que vous jugerez nécessaire pour votre voyage. Je lui mande que je crois que 1000 écus de France ne seraient pas trop; vous verrez si cela vous suffira. Je n'ose désirer que vous allongiez votre route en passant par Paris; cependant vous ne doutez pas du plaisir que j'aurais de vous voir. Je vous préviens que le chemin est difficile, les gîtes mauvais, et que par conséquent il vaut mieux demander un peu plus qu'un peu moins pour votre voyage. Prenez là-dessus les éclaircissements nécessaires. J'attends avec impatience votre réponse, et je ne doute pas, d'après ce que le roi votre souverain vous a fait dire, qu'elle ne soit telle que nous le désirons.

Vous devez bien être persuadé que j'ai déjà rendu d'avance au roi de Prusse le témoignage que vous méritez et que je l'ai bien assuré de l'excellente acquisition qu'il va faire en votre personne. Adieu, mon cher et illustre ami; je me tiens trop heureux de pouvoir tout à la fois contribuer au bien-être d'un grand homme et à la satisfaction d'un

par son caractère et sa conduite, il n'excitera jamais dans l'Académie la moindre division ni le moindre trouble. Je prends la liberté de demander à Votre Majesté ses bontés particulières pour cet homme d'un mérite vraiment rare et aussi estimable par ses sentiments que par son génie supérieur, etc. » (*Oeuvres de Frédéric II*, t. XXIV, p. 402.)

(<sup>1</sup>) Henri-Alexandre de Catt, né à Morges (canton de Vaud), membre de l'Académie de Berlin (1760), mort à Potsdam le 24 novembre 1795. Il devint, en 1758, lecteur de Frédéric II, dont il fut le familier et l'ami jusqu'en 1780, où il tomba, on ne sait trop pourquoi, dans une disgrâce complète.

grand roi, digne de toute ma reconnaissance. Je vous embrasse de tout mon cœur.

*P.-S.* — Vous mettrez la Lettre pour le roi de Prusse et celle pour M. de Catt dans un même paquet à l'adresse de M. de Catt, à Potsdam. en Brandebourg. Ne perdez point de temps pour écrire ces Lettres dès que vous aurez reçu votre permission.

J'oublie de vous dire que M. Euler part pour Pétersbourg; c'est le roi lui-même qui me le mande; ainsi vous ne devez avoir aucun scrupule. Vous n'allez sur les brisées de personne et ne serez sur le chemin de qui que ce soit.

33.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 23 mai 1766.

Mon très-cher et très-illustre ami, j'ai répondu il y a déjà quelques jours à la petite Lettre que vous m'avez écrite, et dans laquelle vous m'annoncez que vous n'attendez que votre congé. Depuis ce temps, j'en ai reçu presque coup sur coup deux autres auxquelles je vais répondre. J'ai annoncé au roi de Prusse, et je vais lui annoncer de nouveau la disposition où vous êtes d'accepter les offres également honorables et avantageuses qu'il vous fait (<sup>1</sup>); je ne doute point que ce

(<sup>1</sup>) D'Alembert écrivit en effet à Frédéric II, en date du 26 mai, une nouvelle Lettre dont nous extrayons le passage suivant : « Toutes les Lettres que je reçois de M. de la Grange m'assurent de la ferme résolution où il est de profiter des offres également honorables et avantageuses que Votre Majesté veut bien lui faire. S'il n'est pas encore parti de Turin pour se rendre auprès de Votre Majesté, ce n'est ni sa faute ni la mienne : c'est celle des ministres du roi de Sardaigne, qui, n'osant pas lui refuser absolument son congé, cherchent à le différer, dans l'espérance qu'il changera d'avis; mais il me mande que son parti est pris et inébranlable. Je ne doute point que, si Votre Majesté juge à propos de faire demander au

prince n'en soit charmé, car il me mande de *faire l'impossible* pour vous engager, et M. de Catt m'écrit d'hier (M. de Catt est le secrétaire du roi) que ce prince vous désire beaucoup, vous attend avec impatience, qu'il est bien sûr que si vous voulez vous aurez plus de 2000 écus de France, et que vous aurez à Berlin tous les agréments possibles. Je profiterai de cette bonne volonté pour demander qu'on vous procure toutes les facilités pour votre voyage et votre établissement. Il faut qu'un homme tel que vous soit appelé par un prince tel que lui avec les distinctions et l'agrément que vous méritez. Je désire beaucoup que vous passiez par Paris; j'en demanderai même la permission au roi de Prusse; mais cependant, comme il me paraît pressé de vous avoir, je n'insisterai pas là-dessus. Ne manquez pas d'écrire au roi dès que vous aurez votre congé; peut-être même terez-vous bien de lui écrire avant que de l'avoir obtenu. Je ne doute presque pas, à moins de quelque inconvénient que je ne prévois point, que ce prince ne vous demande au roi de Sardaigne, si votre congé tardait trop. J'aurai l'honneur de lui en écrire un mot. Écrivez aussi à M. de Catt, secrétaire des commandements de Sa Majesté, à Potsdam, en Brandebourg, ou à Berlin. Vous mettez le tout sous un seul paquet à l'adresse de MM. Girard, Michelet et C<sup>o</sup>, négociants à Berlin. Il faudra que la Lettre pour le roi soit dans la même enveloppe avec celle de M. de Catt, parce que celui-ci la présentera. Je vous conseille de demander : 1<sup>o</sup> la permission de passer par Paris, pour me voir et pour raisonner avec moi de bien des choses concernant la Prusse et l'Académie; 2<sup>o</sup> une bonne somme pour votre voyage, plutôt plus que moins; 3<sup>o</sup> un logement et une somme pour vous meubler, si cela est possible. Cependant il ne faut pas trop insister sur ce dernier article; je me

roi de Sardaigne même le congé de M. de la Grange; il ne l'obtiens sur-le-champ et ne se mette incessamment en route. En ce cas, Votre Majesté voudrait bien donner ses ordres pour les frais de son voyage. Il est bien singulier que M. Euler, comblé de biens par Votre Majesté, lui et sa famille, ait obtenu son congé si aisément, après vingt-six ans de séjour, et que M. de la Grange, dont on ne juge pas à propos d'assurer la fortune dans son pays, soit obligé de solliciter comme une grâce la permission d'aller jouir ailleurs de la justice qu'un grand roi lui rend. » (*Ouvrages de Frédéric II*, t. XXIV, p. 404.)

charge de le demander et de représenter au roi qu'il faut faire les choses en cette occasion d'une manière également profitable et honorable pour vous. Euler est parti, ou va partir; ainsi vous n'enlevez rien à personne. J'ai déjà prévenu M. le prince héréditaire de Brunswick (1), qui est ici, de l'excellente acquisition que le roi son oncle va faire, et toute l'Académie des Sciences de Paris pense déjà que la perte de M. Euler est réparée. Vous ne sauriez croire la réputation dont vous jouissez parmi nous, et que vos deux excellentes pièces qui ont remporté le prix vous ont si justement acquise. J'espère que vous ne serez pas moins heureux dans la théorie de la Lune; mais ce n'est pas ici le moment de parler de tout cela, non plus que de mon travail sur les verres optiques, dont je suis charmé que vous soyez content.

J'ai rencontré à Paris le médecin dont vous me parlez (2). Quoiqu'il soit venu me chercher deux fois, je ne lui ai pas fait grand accueil. Il semble que je me doutais de ce que vous me marquez à son sujet. Je lui ai seulement parlé de vous avec toute l'estime profonde que vous méritez à tous égards, et je lui ai dit que je ne doutais pas que le roi de Prusse ne cherchât à vous avoir, mais que je ne savais pas si vous accepteriez ses offres, quoique je ne doutasse pas qu'elles ne fussent très-avantageuses. À l'égard de la personne qui est sur mer, et dont vous me promettez de me parler plus en détail, je voudrais savoir si elle est surtout versée dans ce qui concerne le génie et l'attaque des places. Ensuite de quoi, laissez-moi faire.

Adieu, mon très-cher et très-illustre et très-digne ami. Je regarde comme un des plus heureux moments de ma vie celui où j'ai pu contribuer à vous procurer un sort heureux, honorable, en un mot digne de vous. Je désire beaucoup de vous voir, ne fût-ce que quelques moments; mais sur cela je me sou mets à la Providence.

P.-S. — Il me vient une pensée : le roi me charge de lui chercher un président pour son Académie; cette place vous conviendrait-elle?

(1) Le prince héréditaire de Brunswick-Lunebourg était arrivé à Paris le 22 avril.

(2) Carburis. Voir plus haut, p. 64.

Voyez. Vous sentez qu'en ce cas votre sort serait beaucoup plus considérable. A tout hasard je vais en dire un mot au roi. Cela ne vous engagera à rien, ni lui non plus. Il suffit que vous acceptiez ses offres d'ailleurs, que vous alliez à Berlin avec une bonne pension et qu'il en soit content, et il me semble que tout va bien à cet égard.

34.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 4 juin 1766.

Mon cher et illustre ami, j'ai reçu vos deux Lettres à la fois, et j'ai été enchanté d'apprendre les bonnes dispositions que le roi de Prusse veut bien avoir pour moi. Je lui écris par ce même ordinaire une Lettre de remerciement accompagnée d'une autre Lettre pour M. de Catt, dans laquelle je le prie de me procurer la permission de passer par Paris et de me donner les instructions nécessaires pour mon voyage. Il est vrai que je n'ai pas encore obtenu mon congé, mais j'ai tout lieu de croire qu'on ne tardera pas beaucoup à me le donner; et c'est ce que j'ai eu soin de marquer à M. de Catt, afin que je ne sois pas obligé d'attendre encore une autre réponse de lui, ce qui retarderait trop mon départ et me mettrait peut-être dans l'impuissance de passer par Paris. Je soupçonne, non sans raison, que le roi a fait écrire à Berlin et qu'il attend la réponse; si cela était, il n'en serait que mieux pour moi. Quoi qu'il en soit, il m'est revenu de différents endroits que le roi est disposé à me laisser aller et qu'il veut que je parte d'ici très-content de lui. *Videbimus*. A l'égard de ce que vous me proposez de me procurer la place de président, c'est une nouvelle marque de votre amitié à laquelle je suis très-sensible, mais à laquelle je me connais trop pour pouvoir répondre. Mon amour-propre peut me faire croire

que je ne suis pas tout à fait indigne de succéder à M. Euler, mais il ne me séduit point jusqu'à me persuader que je suis en état d'occuper une place qui vous était destinée. D'ailleurs je veux pouvoir vivre en philosophe et faire de la Géométrie à mon aise. Quant à la personne que vous savez <sup>(1)</sup>, vous pouvez, sans crainte de vous compromettre, rendre à qui que ce soit les plus grands témoignages de sa capacité, surtout dans les sciences dont vous me parlez, puisqu'il y a été élevé pendant dix ans et qu'il ne s'y est pas moins distingué que dans tout le reste. Je vous embrasse de tout mon cœur.

*P.-S.* — Ce que vous avez demandé pour mon voyage me paraît très-convenable; je vous avoue que j'ai une espèce de répugnance à demander pour moi, et je vous serai très-obligé de me permettre de remettre toute cette affaire entre vos mains. Dès que j'aurai obtenu mon congé, je vous l'écrirai sur-le-champ et à M. de Catt aussi. J'oublie de vous dire que M. Euler m'a proposé d'aller avec lui à Pétersbourg; vous jugez bien que je l'en ai remercié.

Adressez toujours vos réponses à M. Bouvier, agent du roi de Sardaigne à Lyon, pour M. Martin, banquier à Turin.

35.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 5 juillet 1766.

Mon cher et illustre ami, je viens enfin d'obtenir mon congé, et je le dois à une Lettre que le roi de Prusse a fait écrire à son ministre pour me demander au roi de Sardaigne d'une manière également obligeante pour lui et honorable pour moi. Voilà ce qu'on voulait ici;

(1) M. de Foncenex.  
XIII.

aussi en a-t-on été charmé, et il y a grande apparence que le roi ne me laissera point partir sans me donner quelque marque de bonté.

Je compte que vous aurez reçu une Lettre que je vous ai écrite au commencement du mois passé et dans laquelle je vous marquais que je venais d'écrire au roi et à M. de Catt, comme vous me l'aviez conseillé. Je n'ai point encore reçu la réponse, mais j'espère qu'elle sera telle que je pourrai partir en conséquence. En attendant, je vais toujours annoncer à ce dernier que j'ai reçu mon congé et que je n'attends plus que les ordres du roi. Je puis vous assurer, mon cher ami, que je regarde cet événement comme le plus grand bonheur qui pût jamais m'arriver, et ce qui met le comble à ma satisfaction, c'est de penser que c'est à vous que j'en ai obligation. Je me flatte qu'on me donnera la permission de passer par Paris et qu'ainsi je serai à portée de satisfaire en quelque façon la sensibilité de mon cœur; ce sera le second voyage que j'y aurai fait uniquement pour vous, mais je ne veux pas que ce soit le dernier. A propos, j'ai lu dans quelques gazettes que M<sup>me</sup> Geoffrin<sup>(1)</sup> est partie ou va partir pour Varsovie, et on ajoute que vous devez ensuite l'accompagner jusqu'à Pétersbourg. Cette dernière circonstance me transporterait de joie si elle avait lieu, puisque je pourrais espérer de vous posséder quelque temps à Berlin à votre retour; mais je n'ose me flatter d'un pareil bonheur.

Le Volume de notre Société n'a pas encore paru, mais il paraîtra infailliblement avant la fin de ce mois; votre Mémoire est imprimé, et j'y ai fait les corrections que vous m'avez envoyées. Aussitôt qu'il sera en état de voir le jour, je vous en enverrai un exemplaire par la voie qui me paraîtra la plus sûre et la plus prompte, car je serais bien aise que vous y jetassiez un coup d'œil, même avant mon arrivée à Paris, afin que je pusse ensuite causer avec vous de différentes choses qui nous intéressent particulièrement. Adieu, mon cher et illustre ami:

(1) M<sup>me</sup> Geoffrin (née en 1699 à Paris, où elle mourut en 1777), dont le salon était l'un des plus célèbres de Paris, avait tiré de prison à Paris, en payant ses dettes, Stanislas Poniatowski, et ce prince, qui l'appelait sa mère, étant monté sur le trône de Pologne, l'invita à venir le voir à Varsovie. Elle s'y rendit en 1766, malgré ses soixante-huit ans.

croyez qu'il n'y a personne qui vous aime plus sincèrement ni par plus de raisons que moi. Je vous embrasse de tout mon cœur.

*P.-S.* — Je compte, à moins de quelque inconvénient que je ne prévois point, que je pourrai partir dans un mois ou un mois et demi au plus tard; cependant, si l'on me pressait, je tâcherais de hâter mon départ autant qu'il me serait possible.

36.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 16 juillet 1766.

Mon cher et illustre ami, je suis ravi d'apprendre que vous ayez enfin obtenu ce congé tant désiré. J'en attendais la nouvelle d'un jour à l'autre, et c'est pour cette raison que je n'avais point répondu à votre avant-dernière Lettre. Je vois que j'avais bien fait d'engager le roi de Prusse à vous faire demander au roi de Sardaigne et que cela a fort bien réussi. Vous avez bien fait d'écrire à M. de Catt. Il me mande que, dès qu'il aura la nouvelle de votre dernière résolution, il arrangera tout pour votre voyage. J'espère que le roi de Prusse vous permettra de passer par Paris<sup>(1)</sup>, et que j'aurai le plaisir de vous embrasser et de me féliciter avec vous d'avoir enfin rendu heureux un homme d'un mérite supérieur. On me mande de Berlin que l'Académie vous désire et vous attend avec impatience; il est sûr que vous seul pouviez remplir le vide que M. Euler y laisse. Ne perdez pas de temps pour partir dès que vous aurez les derniers ordres du roi de Prusse. Comme je compte vous voir, je remets à notre entrevue à vous

(1) D'Alembert le lui avait demandé comme une grâce dans un *post-scriptum* de la Lettre déjà citée du 26 mai.

dire différentes choses sur l'Académie, le pays et le roi même, et sur les gens que vous trouverez dans votre nouvelle patrie.

J'ai grande impatience de voir votre nouveau Volume et de causer avec vous de ce qu'il contient. Je réimprime actuellement mon Traité des fluides, et, outre cela, j'imprime deux Mémoires sur les verres optiques dans le Volume de 1764, qui est sous presse. J'ai pensé aussi au problème de la précession des équinoxes, et je me suis bien convaincu que ni Simpson, ni le chevalier d'Arcy, ni le ..... Lalande, barbet de Simpson, n'y ont rien entendu.

Ma santé est assez bonne, mais ma tête n'est plus guère propre à un long travail. C'est une sottise que ce que les gazettes ont avancé au sujet de mon voyage avec M<sup>me</sup> Geoffrin. Elle est actuellement à Varsovie, mais sans moi, et, si elle va à Pétersbourg, ce sera sans moi aussi. Adieu, mon cher et illustre ami; je vous embrasse d'avance de tout mon cœur, en attendant que je vous embrasse en réalité et que je vous félicite, et moi aussi, et l'Académie aussi, et le roi de Prusse aussi, de la bonne acquisition qu'ils vont faire. *Iterum vale.*

A Monsieur de la Grange,  
de la Société royale des Sciences de Turin, à Turin.

(Au bas de cette Lettre se trouve cette note, de la main de Lagrange, qui, comme le prouve l'écriture, a dû l'ajouter dans sa vieillesse :)

N.-B. — M. de la Grange est parti de Turin au commencement d'août 1766<sup>(1)</sup>; il a été à Paris, où il ne s'est arrêté que quinze jours; de là il a été à Londres chez le marquis Caraccioli, ambassadeur de Naples, et il s'est embarqué pour Hambourg, d'où il est arrivé à Berlin dans le commencement de novembre. Il n'a plus quitté Berlin que pour venir à Paris au mois de juin 1787.

(1) Le 26 juillet, Frédéric II écrivait à d'Alembert : « Le sieur de la Grange doit arriver à Berlin; il a obtenu le congé qu'il sollicitait, et je dois à vos soins et à votre recommandation d'avoir remplacé dans mon Académie un géomètre borgne (Euler) par un géomètre qui a ses deux yeux... La modestie avec laquelle vous vous comparez au sieur de la Grange élève votre mérite au lieu de le rabaisser, et ne me fera pas prendre le change sur ma façon de penser et sur l'estime que j'ai pour vous. » (*Œuvres*, t. XXIV, p. 407.)

37.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Turin, ce 16 août 1766.

Mon cher et illustre ami, je pars jeudi 21 pour Paris, et je compte d'y arriver le 2 du mois prochain. Le roi de Prusse consent que je passe par cette ville pour vous voir et vous entretenir tout à mon aise. Il m'a accordé 1500 livres de Piémont pour mon voyage, qui en font 1800 de France, et m'a fait expédier un passe-port convenable. Je n'ai pas encore pris congé de la cour, mais je n'en attends que des compliments; ce sera une obligation de moins. Le troisième Volume de nos *Mélanges* vient de paraître. Je vous en apporterai moi-même un exemplaire, parce que toute autre voie serait moins prompte. Adieu, mon cher et illustre ami; je me fais une fête de vous revoir, de vous embrasser et de pouvoir vous témoigner tous les sentiments que je vous dois et que je suis bien flatté de vous devoir. Adieu, adieu encore une fois; les embarras de mon départ ne me permettent pas de vous écrire davantage.

A Monsieur d'Alembert, de l'Académie française,  
de l'Académie royale des Sciences de Paris, etc.,  
rue Saint-Dominique, faubourg Saint-Germain,  
vis-à-vis Belle-Chasse, à Paris.

38.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Londres, ce 23 septembre 1766.

Mon cher et illustre ami, je suis arrivé ici le 20 en très-bonne santé. Mon voyage a été aussi heureux que je le pouvais souhaiter. La mer

ne m'a presque point incommodé, quoique j'y aie été environ quatorze heures, à cause de la contrariété du vent. J'ai vu ici le ministre du roi de Prusse, lequel m'a assez bien accueilli. Il m'a promis de me recommander à Hambourg et de me procurer toutes les facilités possibles pour mon embarquement; je n'en ai pas encore fixé le jour, mais ce sera infailliblement dans le courant de la semaine prochaine. Je ne manquerai pas d'écrire à M. de Catt avant de partir d'ici, et j'aurai soin de lui marquer la route que je vais prendre aussi bien que le temps auquel je pourrai arriver à Berlin, en supposant que j'aie, comme je l'espère, une navigation assez favorable. Je ne puis vous exprimer, mon cher ami, tout le regret que j'ai de vous avoir si tôt quitté; le plaisir de voir Londres ne saurait me dédommager de la centième partie de celui dont je me suis privé en m'éloignant de vous. Le marquis Caraccioli <sup>(1)</sup>, chez qui je suis, a soin de me rendre ce séjour le plus agréable qu'il lui est possible; il me promène et il me montre partout, mais je n'ai pas assez de curiosité pour pouvoir sentir tout le prix de ses attentions.

Adieu, mon cher et illustre ami; conservez-moi votre précieuse amitié, et croyez que rien n'altérera jamais les sentiments que je vous dois et que je suis bien flatté de vous devoir. Je vous embrasse de tout mon cœur.

*A Monsieur d'Alembert, de l'Académie française,  
de l'Académie royale des Sciences de Paris, etc.,  
rue Saint-Dominique, faubourg Saint-Germain,  
vis-à-vis Belle-Chasse, à Paris.*

<sup>(1)</sup> Dominique, marquis Caraccioli, né à Naples en 1715, mort en 1789. Il fut successivement ambassadeur à Turin, en Angleterre et en France, puis vice-roi de Sicile. Il était très-lié d'amitié avec d'Alembert, Diderot, Condorcet, etc.

39.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, 6 octobre 1766.

Mon cher ami, j'ai reçu votre Lettre de Londres; je compte que vous êtes actuellement en chemin et que vous arriverez à Berlin le 15 d'octobre. Je prie M. de Catt de vous remettre cette Lettre et de vous rendre tous les services qui dépendront de lui. Vous savez combien je vous suis dévoué; adressez-vous au roi pour les choses qui vous seront nécessaires, et soyez persuadé qu'il aura égard à vos demandes, parce que je suis bien sûr qu'elles seront justes. Dites à l'Académie en général et à chacun de ses membres en particulier combien je leur suis dévoué. Faites mes compliments à MM. Bitaubé, de Castillon, Thiébault, etc. <sup>(1)</sup>; mais surtout portez-vous bien, pour l'avantage des sciences et de l'Académie. Quand vous aurez à m'écrire, adressez vos Lettres à M. de Catt.

Je n'ai point encore reçu de réponse du roi au sujet de la place de directeur, mais je compte qu'il aura bien voulu avoir égard à votre juste prière et faire avant votre arrivée les arrangements convenables à ce sujet. Adieu, mon cher et illustre ami; je vous embrasse de tout

<sup>(1)</sup> Jean-François-Mauro-Melchior Salvemini de Castillon ou Castiglione, géomètre, né en 1709 à Castiglione (Toscane), mort le 11 octobre 1791 à Berlin, où il était devenu directeur de la classe de Mathématiques de l'Académie. D'Alembert, dans ses Lettres, le recommande souvent au roi de Prusse.

Paul-Jérémie Bitaubé, né en 1732 à Königsberg, d'une famille de réfugiés français, mort à Paris le 22 novembre 1808. Après avoir renoncé à l'état ecclésiastique, il devint membre de l'Académie de Berlin, revendiqua, à la Révolution, ses droits de Français, et devint, en 1793, membre de l'Institut. Les plus connus de ses Ouvrages sont *Joseph*, poème en prose, et une traduction d'Homère.

Dieudonné Thiébault, né le 26 décembre 1733 à La Roche (Vosges), mort le 5 décembre 1807 à Versailles, où il était devenu proviseur du Collège. Après la destruction de l'Ordre des Jésuites, dont il faisait partie, il rentra dans le monde, fut appelé à Berlin (1765), comme professeur de Grammaire, par Frédéric II, dans l'intimité duquel il vécut, et rentra en France en 1784. On a de lui *Mes souvenirs de vingt ans de séjour à Berlin*, 1804, 5 vol. in-8°, plusieurs fois réimprimé.



mon cœur. Ma santé est passable, mais ma tête est toujours fort peu capable d'application. Je profiterai du peu de bons moments qu'elle aura pour vous envoyer les extraits que je vous ai promis. *Iterum vale.*

*A Monsieur de la Grange,  
de l'Académie royale des Sciences et Belles-Lettres de Prusse, à Berlin.*

40.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Berlin, ce 3 novembre 1766.

Mon cher et illustre ami, je suis ici depuis cinq ou six jours; j'en ai passé trois à Potsdam, où M. de Catt a eu pour moi toutes sortes de bontés. Il m'a présenté au roi et à tous les princes, et j'ai été fort bien reçu partout. Sa Majesté a daigné m'entretenir deux fois de différents sujets. Il m'a paru qu'elle n'était pas mécontente de moi. Je le suis infiniment d'elle<sup>(1)</sup>. Vous devez avoir appris qu'elle a fait pour moi beaucoup plus que je n'avais demandé. Elle m'a nommé tout de suite directeur de la Classe mathématique avec la pension attachée à cette place, laquelle est de 200 écus, de sorte que ma pension est actuellement de 1700 écus. Elle a voulu de plus que cette pension commençât à compter depuis le temps de mon engagement, c'est-à-dire de la date de votre Lettre, ce qui m'a fait une somme de 850 écus que j'ai touchée en arrivant ici. Vous voyez par là que ma situation est très-agréable et qu'elle ne me laisse point regretter d'avoir quitté ma patrie.

Ma santé est bonne, mais elle a grand besoin de repos. Je suis venu de Londres à Hambourg par mer, comme je l'avais projeté. Ce voyage

(1) Lagrange, par un *lapsus calami*, dit le contraire de ce qu'il voulait dire. Il aurait dû écrire : « Je suis infiniment content. »

m'a fort bien réussi, mais il a été un peu plus long qu'il n'aurait dû l'être, à cause que le vent nous a presque toujours été contraire. C'est ce qui a retardé d'environ dix ou douze jours mon arrivée ici. L'affaire de mon ami de Foncenex est sur le tapis. Le roi paraît assez porté à le recevoir à son service, et il a même eu la bonté de me dire que ce serait une nouvelle obligation qu'il m'aurait. Il n'y a qu'une place d'aide de camp qui puisse lui convenir; c'est l'avis de M. de Catt et de Rosière, qui veulent bien s'intéresser à lui.

J'ai mandé à un de ses amis ce qu'il faut qu'il fasse pour bien réussir dans cette affaire. C'est d'écrire une Lettre ostensible à M. le colonel d'Anhalt, premier aide de camp du roi, pour le prier de vouloir bien faire parvenir ses idées à S. M. Je lui conseille d'exposer dans cette Lettre sa qualité de gentilhomme, les études qu'il a faites, en appuyant beaucoup sur l'attaque et la défense des places, le rang qu'il a actuellement, et enfin ses prétentions. J'espère qu'il fera cela comme il faut et que le succès sera tel que je le souhaite.

Le roi et tous les princes m'ont demandé de vos nouvelles. Je leur ai donné l'espérance de vous revoir ici si votre santé vous le permet. Ils en ont été charmés. Vous seriez adoré ici, mon cher; vous seriez le maître de mener telle vie qu'il vous plairait. M. de Catt m'a dit que le roi est entré là-dessus dans un grand détail avec lui et qu'il a répondu d'avance à toutes les difficultés que vous pourriez faire. Notre Académie a grand besoin de vous, à ce que tout le monde me dit. Vous êtes le seul qui puissiez la remettre sur un bon pied et servir en même temps les sciences et ceux qui les cultivent. Je reprendrai ce sujet une autre fois, lorsque j'aurai un peu plus de loisir. En attendant, je me contenterai de vous assurer que mon sort est très-heureux et que rien ne manquerait à mon bonheur si vous étiez ici. Je ne compte pas cela parmi les motifs qui pourraient vous engager à vous rendre à nos vœux, mais il est certain que vous trouveriez ici l'homme du monde qui vous aime et vous estime le plus, et qui a pour vous l'attachement le plus vif et le plus sincère. Adieu, mon cher ami; je vous embrasse de tout mon cœur. J'ai été interrompu vingt fois depuis le commence-

ment de cette Lettre et je ne l'ai écrite qu'à bâtons rompus. Je vous prie d'en excuser le désordre. Je n'ai pas même le temps de la relire.

41.

## D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 21 novembre 1766.

J'ai reçu, mon cher et illustre ami, avec le plus grand plaisir, votre Lettre du 5; je commençais à être inquiet de ne pas avoir de vos nouvelles; cependant je présumais que le vent, qui, pendant le mois d'octobre, a presque toujours été à l'est et au nord, vous avait empêché d'arriver aussi tôt que vous le comptiez. Je vois avec la plus extrême satisfaction que vous êtes content et heureux, et cela suffit pour me le rendre. J'ai reçu, il y a peu de jours, une Lettre du roi, où Sa Majesté me parle beaucoup de vous, et paraît très-satisfait des conversations que vous avez eues avec lui (1). Je réponds à ce grand prince que plus il vous connaîtra, plus il sentira à tous égards le prix de l'acquisition qu'il a faite. Je vous exhorte seulement à bien ménager votre santé; le reste ne m'inquiète pas. La mienne est assez bonne depuis le cou

(1) On n'a point la Lettre de Frédéric, mais on a celle que d'Alembert adressa au roi le jour même où il écrivit à Lagrange. « Sire, la Lettre que Votre Majesté m'a fait l'honneur de m'écrire m'a comblé de la plus vive satisfaction. Je vois que Votre Majesté n'a pas été mécontente des conversations qu'elle a eues avec M. de la Grange, et qu'elle a trouvé que ce grand géomètre était encore, comme j'avais eu l'honneur de le lui dire, un excellent philosophe et d'ailleurs versé dans la littérature agréable. J'ose assurer Votre Majesté qu'elle sera de plus en plus satisfaite de l'acquisition qu'elle a faite en lui et qu'elle le trouvera digne de ses bontés par son caractère aussi bien que par ses talents. Il me paraît, Sire, pénétré de reconnaissance de la manière dont Votre Majesté l'a reçu et enchanté de la conversation qu'elle a bien voulu avoir avec lui. Il est bien résolu de faire tous ses efforts pour répondre à l'idée que Votre Majesté a de lui et dont il est infiniment flatté. M. de la Grange, Sire, remplira cette idée. Je ne crois pas rien hasarder en vous l'assurant. Il nous effacera tous, ou du moins empêchera qu'on ne nous regrette. Pour moi, je ne suis plus, Sire, qu'un vieil officier réformé en Géométrie... » (Œuvres de Frédéric II, t. XXIV, p. 412.)

jusqu'aux pieds, mais ma tête est toujours très-peu capable d'application; j'espère cependant acquitter la parole que je vous ai donnée et vous envoyer quelques fragments de Lettres au moins pour les *Mémoires* de votre Académie, qui n'a rien perdu en perdant M. Euler, puisque vous le remplacez. Je travaille actuellement à un Supplément pour la nouvelle édition de mon *Traité des fluides* qui est sous presse, et je mets en ordre ce que j'avais déjà fait sur les verres optiques; tout cela, avec quelques autres choses, fournira un quatrième Volume d'*Opuscules*, que je tâcherai de rendre le plus intéressant que je pourrai; j'aurai encore de la matière pour un cinquième, mais il faut que ma tête puisse y suffire.

Vous savez tout ce que je vous ai dit sur la présidence dont vous me parlez; je ne me porte plus assez bien pour songer à autre chose qu'à travailler en repos, durant le peu de temps qui me reste peut-être encore, pour faire quelque chose de passable. J'ai quarante-neuf ans, mais mon esprit est bien plus vieux que mon corps. Adieu, mon cher ami, je ne désespère pas, quelque peu en état que je sois de me transplanter, d'aller encore vous embrasser. Donnez-moi des nouvelles de votre santé et de vos travaux. Si vous êtes à portée de rendre service au pauvre Castillon, je vous en serai obligé. Faites mille compliments de ma part à MM. Thiébault et Bitaubé, et aimez-moi comme je vous aime et comme je vous estime.

P.-S. — J'ai reçu les *Mémoires* de votre Académie de 1764; il me manque 1759, 1760, 1761, 1762 et 1763. Si quelqu'un de ces Volumes est imprimé, je vous prie de me le faire parvenir; l'Académie a toujours eu la bonté de me les envoyer. Voulez-vous bien assurer cet illustre corps de mon respect, et chacun de ses membres de mon estime et de mon dévouement? J'écris par le même courrier un mot à M. Bitaubé.

A Monsieur de la Grange,  
directeur de la Classe mathématique de l'Académie des Sciences  
et Belles-Lettres, à Berlin.

42.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, 12 décembre 1766.

Mon cher ami, vous recevrez incessamment, et peut-être vous aurez déjà reçu, une petite balle qui vous est adressée par M. Franck, de Strasbourg, de la part de Bruyset, mon libraire de Lyon. Cette balle contient quelques exemplaires du cinquième Volume de mes *Mélanges* <sup>(1)</sup>, dont je vous prie de faire la distribution suivante :

Un pour vous,

Un pour M. Bitaubé,

Un pour M<sup>se</sup> le prince de Prusse; avec les quatre Volumes précédents, que je n'avais pas encore eu occasion de lui présenter.

Les autres, vous les adresserez à M. de Catt; il y en a un pour le roi, un pour lui, un pour milord maréchal <sup>(2)</sup> et un pour le marquis d'Argens <sup>(3)</sup>.

Mon libraire a fait la sottise de vous adresser cette balle, au lieu de l'envoyer à M. de Catt, comme je le lui avais mandé; vous vous ferez rembourser des frais du port par MM. Michelet <sup>(4)</sup>, en leur disant de ma part que c'est pour le compte du roi, à qui je n'ai pas cru devoir adresser cette balle directement.

Il y a quelques fautes de copiste ou d'impression désagréables; je

<sup>(1)</sup> *Mélanges de Littérature, d'Histoire et de Philosophie* (sans nom d'auteur), Amsterdam, 5 vol. in-12. Les quatre premiers Volumes sont de 1764; le cinquième est de 1767.

<sup>(2)</sup> G. Keith, maréchal héréditaire d'Ecosse, connu sous le nom de *milord maréchal*, né à Kincairdineshire vers 1685, mort près de Potsdam en 1778. Condamné à mort après une tentative en faveur du prétendant, il se réfugia en Espagne, puis passa au service de Frédéric II, qui le nomma gouverneur de la principauté de Neuchâtel. Il fut très-lié avec Rousseau. D'Alembert a écrit son éloge (*Mém. de l'Acad. de Berlin*, année 1760, p. 450).

<sup>(3)</sup> J.-B. Boyer, marquis d'Argens, né à Aix (Provence) en 1704, mort en 1771. Il séjourna vingt-cinq ans près de Frédéric II, qui le fit son chambellan et le nomma directeur général de l'Académie de Berlin. Les *Lettres juives* sont le plus connu de ses Ouvrages.

<sup>(4)</sup> Négociants à Berlin, comme on l'a vu plus haut.

vous enverrai l'*errata* incessamment. Je vous prévient seulement que, dans le morceau sur le Calcul des probabilités, l'imprimeur a mis en deux endroits *dix-sept fois* pour *cinq fois*, et dans un autre, *donnera un écu à Pierre* pour *recevra un écu de Pierre*. Vous vous apercevrez aisément de ces petites inadvertances, qui viennent peut-être de la copie, car l'Ouvrage n'a pas été imprimé sous mes yeux. Je souhaite que cet Ouvrage ne vous déplaie pas, et je désire fort savoir en détail votre avis sur les morceaux qu'il contient et dont vous connaissez déjà la plupart; mais je les ai retouchés en plusieurs endroits.

Je tiendrai la parole que je vous ai donnée de vous envoyer dans le courant de l'année prochaine quelques brouilles pour votre Volume; en attendant, je travaille à mettre en ordre des matériaux pour un quatrième Volume d'*Opuscules*, et peut-être même pour un cinquième. Donnez-moi de vos nouvelles et de celles de vos travaux. Je vous embrasse, mon cher et illustre ami, de tout mon cœur. Mille compliments à MM. Bitaubé et Thiébault, et mille respects à l'Académie. Le P. Frisi, qui est ici pour l'hiver, vous fait mille compliments.

P.-S. — En finissant cette Lettre, je reçois l'*errata* ci-joint que je vous envoie; vous mettrez les six à chaque exemplaire. Il me manque votre Volume de 1759 et les suivants, excepté 1764.

A Monsieur de la Grange, de l'Académie royale des Sciences,  
et directeur de la Classe mathématique, à Berlin.

43.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 7 février 1767.

Il y a un siècle, mon cher ami, que je n'ai entendu parler de vous; je crois pourtant que vous vous portez bien. On est très-inquiet de

vous à Turin. J'ai reçu une longue Lettre de M. votre père, à qui j'ai répondu tout ce que j'ai cru capable de le calmer, et qui craint que vous ne soyez malade ou que vos Lettres réciproques ne soient interceptées. Il me mande que, depuis que vous êtes à Berlin, il n'a reçu aucune Lettre de vous; M. de Saluces<sup>(1)</sup> m'écrit la même chose. Voyez donc à prendre des mesures pour les tirer d'inquiétude. J'écris au roi pour le prier de prendre des mesures afin que vos Lettres parviennent à leur destination, si par hasard elles étaient interceptées en allant par une voie directe.

Vous devez avoir reçu le cinquième Volume de mes *Mélanges*, au moins si j'en juge par une Lettre que m'écrit le prince de Prusse; dites-moi si vous les avez lus et ce que vous en pensez.

Quoique ma santé continue à n'être pas trop bonne, je n'ai pas laissé de travailler à bien des petites choses, entre autres sur le problème des trois corps, dont j'avoue que toutes les solutions que je connais me paraissent laisser beaucoup à désirer. J'espère vous envoyer dans le courant de cette année ce que je vous ai promis pour vos *Mémoires*: il me paraît par les journaux que le Volume de 1759 paraît, et peut-être celui de 1760; je désirerais beaucoup de les voir, surtout s'il y avait quelque chose de vous.

M. de Catt vous remettra un petit Mémoire que j'ai lu à l'Académie le jour où le prince de Brunswick y vint; ce n'est que l'extrait d'un plus long Mémoire qui sera imprimé dans nos Volumes de Paris<sup>(2)</sup>.

Adieu, mon cher ami, donnez-moi de vos nouvelles et n'oubliez pas d'écrire à Turin, où votre famille et vos amis sont fort en peine de vous. M. Dutens me marque aussi qu'il n'a point entendu parler de vous et qu'il en est en peine. Je lui donnerai de vos nouvelles au premier jour, mais écrivez-lui de votre côté. *Iterum vale et me ama.*

*A Monsieur de la Grange, directeur de la Classe mathématique de l'Académie royale des Sciences, à Berlin.*

(1) J.-Ange, comte de Saluces de Mensigliò, général d'artillerie, physicien, chimiste, l'un des fondateurs de l'Académie de Turin, né à Saluces en 1746, mort en 1810.

(2) Ce Mémoire, intitulé *Nouvelles recherches sur les verres optiques*, est inséré dans le

*N.B.* — Au dos de cette Lettre se trouve la note suivante, qui est probablement de la main de M. de Catt, à qui d'Alembert adressait souvent les Lettres qu'il écrivait à Berlin :

Voilà, mon bon ami, une Lettre que je viens de recevoir avec cette pièce. On est fort inquiet, me dit M. d'Alembert, chez vous, de ce qu'on n'a point de vos nouvelles. Je crois bien que ce sot de domestique gardait les Lettres. Vous avez bien fait de le chasser. Adieu, monsieur; mille compliments à M. Bitaubé. Portez-vous bien, pensez à moi, aimez-moi, et donnez quelquefois de vos nouvelles. Je vous embrasse.

44.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Berlin, ce 23 février 1767.

Mon cher et illustre ami, je suis bien touché de la marque d'amitié que vous me donnez en vous plaignant de mon silence; je vous promets que vous n'aurez plus de pareils reproches à me faire à l'avenir. Cependant vous me feriez tort de m'accuser de négligence à votre égard. Votre temps vous est si précieux, que je crains toujours de vous importuner, surtout quand je n'ai rien d'important à vous mander. Mais enfin je suis bien aise que vous m'enhardissiez à cultiver davantage votre commerce, qui ne peut que m'être avantageux à tous égards.

J'ai reçu de la part de votre imprimeur les exemplaires du cinquième Volume des *Mélanges* que vous m'aviez annoncés. J'en ai gardé un pour moi, dont je vous remercie de tout mon cœur, et j'ai distribué les autres suivant ce que vous m'avez dit. Il est inutile de vous dire combien je suis content de cet Ouvrage. Vous savez assez à quel point tout ce qui vient de vous m'est précieux; tant pis pour moi si je pensais autrement. Une des choses qui m'ont le plus enchanté, c'est votre Mémoire sur l'inoculation<sup>(1)</sup>. Il est plein de vues et de réflexions très-

Volume des *Mémoires de l'Académie* de l'année 1765 (p. 53 et suiv.), Volume qui ne parut qu'en 1768. Un extrait en avait été lu à l'Académie le 14 mai 1766 et fut imprimé dans le *Journal de Trévoux* de janvier 1767. C'est cet extrait que d'Alembert envoie à Lagrange.

(1) Il est divisé en trois Parties et intitulé: *Réflexions philosophiques et mathématiques sur l'application du Calcul des probabilités à l'inoculation de la petite vérole* (p. 305-430).

fines et très-exactes qui avaient échappé à tous ceux qui avaient déjà traité cette matière et qui la rendent tout à fait neuve et intéressante. A l'égard de vos difficultés sur le Calcul des probabilités, je conviens qu'elles ont quelque chose de fort spécieux qui mérite l'attention des philosophes plus encore que celle des géomètres, puisque de votre aveu même la théorie ordinaire est exacte dans la rigueur mathématique. Au reste, la lecture de ce Mémoire m'a fourni quelques idées dont je pourrai vous faire part, si vous le souhaitez, pourvu qu'elles se trouvent confirmées par un plus sérieux examen.

Vos *Éclaircissements sur les éléments de Philosophie* <sup>(1)</sup> m'ont beaucoup plu, et surtout le sixième <sup>(2)</sup>, le neuvième <sup>(3)</sup> et les suivants. Ce que vous dites sur la multiplication des lignes est excellent. J'ajouterai seulement qu'il n'est pas nécessaire que le parallélogramme soit rectangle; il suffit que l'angle soit le même dans tous ceux que l'on veut comparer ensemble. La notion que vous donnez de l'Algèbre est aussi nette que précise, et, si elle ne suffit pas à ceux qui n'ont aucune connaissance de cette science, ce sera une marque certaine qu'il faut au moins y être initié pour pouvoir s'en former une idée. Pour ce qui est des autres Mémoires, qui sont de pure littérature, je me contente de les lire et de les admirer. Dans votre Discours sur la poésie <sup>(4)</sup>, il me semble que vous en réduisez le mérite aux pensées et à la difficulté vaine dans l'expression; mais permettez que je vous demande grâce pour tous nos poètes italiens, et surtout pour mon poète favori, l'Arioste, qui n'a guère ni l'un ni l'autre de ces deux mérites.

M. de Catt m'a remis votre Mémoire sur les objectifs achromatiques <sup>(5)</sup>, que j'ai lu avec le plus grand plaisir, et qui m'a donné une grande envie de lire celui que vous faites imprimer parmi les *Mémoires*

<sup>(1)</sup> Le quatrième Volume des *Mélanges* contenait un *Essai sur les éléments de Philosophie ou sur les principes des connaissances humaines* (p. 1-298), et c'est comme supplément à ce travail que d'Alembert inséra dans son cinquième Volume (p. 7-272) seize *Éclaircissements* sur différents passages.

<sup>(2)</sup> Sur l'art de conjecturer.

<sup>(3)</sup> Sur les différents sens dont un même mot est susceptible.

<sup>(4)</sup> *Réflexions sur la poésie* (p. 433-468).

<sup>(5)</sup> Voir plus haut la note 2 (p. 86) de la Lettre du 7 février.

de l'Académie. Le Volume de 1759 de notre Académie <sup>(1)</sup> a paru, et celui de 1760 est sous presse et paraîtra bientôt. M. Formey <sup>(2)</sup> m'a dit qu'il attendait une occasion pour vous faire parvenir un exemplaire de celui qui est déjà imprimé. Au pis aller vous les recevrez tous les deux à la fois. Ils ne contiennent rien de moi, mais ils n'en sont que plus intéressants, la partie mathématique étant, à l'ordinaire, toute d'Euler. L'Académie sera très-charmée de recevoir quelque chose de vous pour ses *Mémoires*. Vous réparerez au moins d'un côté ce qu'elle a perdu de l'autre. Quant à moi, je fais ce que je puis pour rendre le vide qu'Euler y a laissé le moins sensible qu'il est possible. Je suis obligé de remplir presque seul les devoirs de ma classe, M. Castillon s'étant un peu éloigné de l'Académie depuis mon arrivée, et M. Bernoulli <sup>(3)</sup> étant encore fort jeune, comme vous savez. A propos de ce premier, nous nous sommes réciproquement rendu visite une fois ou deux, et nous ne sommes ni bien ni mal ensemble. Si l'occasion me venait de lui rendre quelque service, je m'en ferais un plaisir. Au reste, comme il n'est point pensionnaire, il n'avait aucun droit de prétendre à la place de directeur; si on a fait tort à quelqu'un, c'est à M. Bernoulli seul, qui d'ailleurs n'a pas fait paraître la moindre prétention à cet égard. Ma santé est toujours toute parfaite, et mon sort est très-heureux. Je ne songe à autre chose qu'à faire de la Géométrie en paix et à justifier votre choix autant qu'il m'est possible. Le roi voudrait que je travaillasse pour votre prix, parce qu'il croit qu'Euler y travaille: c'est, ce me semble, une raison de plus pour moi pour n'y pas travailler. Voici une solution complète du problème des *tautochrones*, à laquelle je suis arrivé par une route très-directe, et que je lirai à l'Académie au premier jour.

Soient  $a$  la vitesse du corps,  $x$  l'espace qui lui reste à parcourir et  $p$

<sup>(1)</sup> De l'Académie de Berlin.

<sup>(2)</sup> Jean-Henri-Samuel Formey, fils d'un réfugié français, né à Berlin le 31 mai 1711, mort le 8 mars 1797. Il était depuis 1748 secrétaire perpétuel de l'Académie de Berlin.

<sup>(3)</sup> Jean Bernoulli, astronome, neveu de Daniel, né à Bâle le 4 novembre 1744, mort le 13 juillet 1807 à Berlin, où il avait été appelé à l'âge de dix-neuf ans pour être astronome de l'Académie et où il devint, en 1779, directeur de la Classe des Mathématiques.

sa force accélératrice le long de la courbe qu'il décrit, en sorte que l'on ait

$$udu + p dx = 0.$$

Je dis qu'il faut pour le tautochronisme que l'on ait, en général.

$$p = u^2 \left[ \varphi \left( \frac{u}{\xi} \right) - \frac{1}{\xi} \frac{d\xi}{dx} \right],$$

$\varphi \left( \frac{u}{\xi} \right)$  dénotant une fonction quelconque de  $\frac{u}{\xi}$ , et  $\xi$  une fonction quelconque de  $x$  telle qu'elle soit nulle lorsque  $x = 0$  et que  $\frac{d\xi}{dx}$  ne soit, dans ce cas, ni nulle ni infinie.

Si l'on fait

$$\varphi \left( \frac{u}{\xi} \right) = f + g \frac{\xi}{u} + \frac{\xi^2}{u^2},$$

et qu'on suppose ensuite

$$\frac{f}{\xi} - \frac{1}{\xi} \frac{d\xi}{dx} = K,$$

on aura le cas où la résistance est comme  $gu + Ku^2$ , et la force sera

$$f \frac{1 - e^{-Kx}}{K},$$

comme il résulte de la solution de M. Fontaine <sup>(1)</sup>.

J'ai enfin reçu une Lettre de mon père en réponse à l'une des miennes; je ne sais ce que mes premières Lettres sont devenues. J'ai tout lieu de croire que le domestique que j'avais pris et que j'ai renvoyé ensuite a gardé les Lettres pour pouvoir garder l'argent.

Si le P. Frisi est encore à Paris, je vous prie de lui faire bien mes compliments et de lui offrir mes services dans ce pays si je puis lui être bon à quelque chose. M. Thiébault se recommande à votre souvenir. M. Bitaubé doit vous avoir écrit. Adieu, mon cher ami, je vous embrasse.

<sup>(1)</sup> Voir la note 1 de la page 95.

45.

## D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, le 4 avril 1767.

Mon cher et illustre ami, mes yeux sont devenus un peu faibles aux lumières, qui est le temps où j'écris mes Lettres; c'est pour cela que je me sers d'une main étrangère <sup>(1)</sup>. Ma santé est d'ailleurs assez bonne, mais si facile à s'altérer par le moindre dérangement, que je n'espère pas de vous voir cette année et que je ne sais pas quand je pourrai avoir cette satisfaction. Je suis charmé que vous soyez content de mon cinquième Volume, et en particulier de ce que mes réflexions sur l'inoculation ne vous ont point déplu. Vous verrez dans nos *Mémoires* de 1760 que Daniel Bernoulli, presque pour unique réponse, m'exhorte à me *mettre au fait* des matières que je traite <sup>(2)</sup>; je répondrai de la bonne sorte à cette politesse de sa part.

Comme je suis occupé de différents objets, je n'avais point d'abord voulu penser à chercher votre formule sur les tautochrones; cependant, comme elle m'a paru fort élégante, j'ai fait quelques tentatives à ce sujet et j'en ai trouvé une plus générale par une méthode fort simple;

<sup>(1)</sup> La Lettre n'est que signée par d'Alembert.

<sup>(2)</sup> Daniel Bernoulli avait envoyé à l'Académie, sur la mortalité causée par la petite vérole et sur l'inoculation, un travail qui, résumé d'abord dans la partie *Histoire* (p. 99-108) du Volume de l'année 1760 (paru seulement en 1766), fut inséré en entier dans la partie du même Volume consacrée aux *Mémoires* (p. 1-46). D'Alembert en avait eu connaissance avant qu'il fût publié, et, pour le réfuter, il écrivit les *Reflexions* citées plus haut, auxquelles Bernoulli répondit à son tour par des notes qu'il ajouta à son *Mémoire* lorsqu'il fut livré à l'impression.

C'est à la note de la page 18 que se trouvent les passages auxquels fait allusion d'Alembert. On y lit : « Dans une critique de ce *Mémoire* qu'on a fait imprimer longtemps avant que le *Mémoire* fût été... Je souhaiterais que l'auteur de cette critique prit la peine de faire à son gré une distribution des 100 ou 101 personnes qu'on sait positivement que la petite vérole enlève communément sur une génération de 1300 enfants; il verrait s'il est possible de concilier sa critique avec ce qu'il dit... »

je vous enverrai bientôt ces détails pour vos *Mémoires*, avec d'autres choses que j'y joindrai.

M. votre père m'écrit que vous avez résolu de donner tous les mois un Mémoire à l'Académie et qu'il trouve cela trop fort; je pense comme lui et je vous exhorte à ménager votre santé.

Je voudrais bien que vous travaillassiez au prix sur la Lune, et je ne crois pas que M. Euler même soit pour vous un rival à craindre.

Je vous serai très-obligé de m'envoyer par la première occasion les Volumes de l'Académie de Berlin de 1759 et 1760; il me tarde beaucoup de voir les Volumes qui contiendront quelque chose de vous.

Le P. Frisi est parti pour Milan, et, en partant, il m'a remis une Lettre pour vous que vous avez dû recevoir il y a quelque temps. M. Dutens m'écrit de Londres qu'il espère que vous lui donnerez de vos nouvelles, ainsi qu'au marquis Caraccioli; ils me paraissent bien contents l'un et l'autre de vous savoir heureux et en bonne santé. M. et M<sup>me</sup> Vallette<sup>(1)</sup>, que vous avez vus à Paris, me chargent sans cesse de vous faire mille compliments et de les rappeler dans votre souvenir.

Adieu, mon cher et illustre ami, donnez-moi quelquefois de vos nouvelles; je vous embrasse de tout mon cœur.

D'ALEMBERT.

P.-S. — Mes compliments, je vous prie, à MM. Thiébauld et Bitaubé.

*A Monsieur de la Grange,  
de l'Académie royale des Sciences de Prusse, à Berlin.*

En note au dos : reçue le 18 avril.

(1) Il s'agit sans aucun doute de Siméon Fagon, dit Valette du nom de sa mère, littérateur et mathématicien, né à Montauban en 1719, mort le 29 décembre 1801. Il mena pendant longtemps une existence errante et misérable, et est le héros du *Panvre Diable* de Voltaire, à qui il avait été recommandé par d'Alembert et qui l'avait hébergé pendant trois mois à Ferney. On peut consulter sur ce personnage une curieuse Notice insérée dans l'année 1811, Tome II, du *Magasin encyclopédique* (p. 68-81), par Tourlet, qui a donné en outre sur le même sujet un article au *Moniteur* le 15 mai de la même année (p. 509-510).

46.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 24 avril 1767.

Je ne sais, mon cher et illustre ami, si vous aurez le talent et la patience de déchiffrer l'abominable grimoire que je vous envoie<sup>(1)</sup>; mais il ne m'a pas été possible de me résoudre à le recopier, premièrement par le temps que cela m'aurait fait perdre et secondement parce que j'ai remarqué que d'écrire fatigue beaucoup mon estomac, en conséquence de quoi j'écris le moins qu'il m'est possible. Ce qui me tranquillise un peu, c'est que vous êtes accoutumé à mon griffonnage, sur lequel vous avez eu la bonté de jeter souvent les yeux; mais de quoi je doute fort, c'est que les imprimeurs puissent se tirer de ce labyrinthe si vous le jugez digne de leur être confié. Je souhaite qu'il vous paraisse en valoir la peine; dites-moi naturellement ce que vous en pensez. J'aurais été plus court si j'avais pu recopier ce Mémoire; tel qu'il est, je vous l'abandonne; ajoutez, retranchez, corrigez, en un mot faites-en ce qu'il vous plaira: la seule chose que je vous demande, c'est de faire agréer à l'Académie cet hommage de mon attachement et de mon respect. Je ne manquerai point de lui fournir mon contingent tous les ans le mieux qu'il me sera possible, et peut-être recevrez-vous encore bientôt quelque autre chose de moi.

M. Dutens a passé ici en allant à Tours voir sa famille; je ne l'ai presque vu qu'un moment, et ce moment a été employé presque tout entier à parler de vous; il vous aime et vous estime comme il le doit, c'est-à-dire infiniment, et il est charmé de la manière dont vous réussissez à Berlin auprès de tout le monde.

M. de Castillon m'a écrit il y a quelque temps, et je lui ai fait

(1) C'est le Mémoire sur les tautochrones destiné au Recueil de l'Académie de Berlin et dont il est question dans la Lettre suivante de Lagrange.

réponse. Je crois qu'il a tort de ne plus aller à l'Académie : ce n'est pas le moyen d'obtenir ce qu'il désire.

Adieu, mon cher ami; faites mes compliments à MM. Bitaubé et Thiébault, et à tous ceux qui veulent bien se souvenir de moi. Je me recommande toujours à vous pour avoir les Volumes de l'Académie à mesure qu'ils paraîtront.

*Vale et me ama.*

D'ALEMBERT.

Au haut de la dernière page : reçue le 6 mai.

47.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Berlin, ce 25 mai 1767.

Mon cher et illustre ami, j'ai reçu votre beau Mémoire sur les tautochrones et je l'ai lu avec autant de plaisir que de fruit.

L'Académie, à qui je l'ai présenté de votre part, m'a chargé de vous en faire ses remerciements; elle le fera imprimer, avec le mien sur le même sujet, dans le Volume qui est actuellement sous presse et qui paraîtra vers la Saint-Michel. Vous verrez que nous nous sommes rencontrés sur plusieurs points, quoique ma méthode soit totalement différente de la vôtre. J'avais remarqué aussi de mon côté que le temps devient une fonction de  $\frac{u}{z}$ ,  $z$  étant une fonction de l'arc  $x$  telle qu'elle soit nulle lorsque  $x = 0$ , d'où j'avais tiré cette conclusion générale que, pour que le mouvement d'un corps soit tautochrone, il suffit que l'on ait  $t = \varphi(z)$ ,  $z$  étant une fonction quelconque de  $u$  et de  $x$  telle qu'elle soit nulle lorsque  $u = 0$  et infinie lorsque  $x = 0$ , ce qui revient à peu près au même que ce que vous avez trouvé. Au reste, je suis

charmé d'avoir été comme l'occasion de vos profondes recherches sur cette matière. M. Fontaine <sup>(1)</sup> n'avait fait que l'effleurer, et il doit vous savoir gré d'avoir fait valoir sa méthode, que j'avais toujours regardée comme plus ingénieuse qu'utile. M. Euler avait entrepris la même chose, mais il n'a pas été aussi heureux que vous, comme vous pouvez le voir par le Mémoire qu'il a donné sur ce sujet dans le Tome X de Pétersbourg <sup>(2)</sup>.

M. de Catt m'a montré un article d'une de vos Lettres concernant l'affaire de M. l'abbé Bossut <sup>(3)</sup>. Il est certain qu'elle dépend uniquement du roi et qu'ainsi vous êtes plus en état que personne de la faire réussir. Pour moi, je ne puis que vous remercier de la déférence que vous avez bien voulu me marquer, et vous assurer que je m'estimerai toujours très-heureux de pouvoir vous donner des preuves de la mienne. Je souhaiterais seulement, par rapport à l'affaire dont il s'agit, que cela n'ouvrit point la porte de l'Académie à tant d'autres personnes qui y aspirent depuis longtemps, et je ne vous dissimulerai pas que je me suis opposé de toutes mes forces à la démarche que quelques-uns de mes confrères voulaient faire, il y a quelques mois, auprès du roi, pour l'engager à nommer quelques nouveaux membres étrangers, car, comme le nombre en est encore fort grand, si on continue à l'augmenter, il deviendra de plus en plus impossible de le fixer, comme nous l'avions projeté.

Vous faites très-bien de ménager votre vue autant qu'il vous est possible. On dit que M. Euler a perdu ou va perdre la sienne: ce serait

<sup>(1)</sup> Alexis Fontaine des Bertins, géomètre, membre de l'Académie des Sciences, né à Claveyson (Drôme) en 1705, mort à Cuiseaux (Saône-et-Loire) le 21 août 1771. — Dans le Recueil de ses *Mémoires donnés à l'Académie royale des Sciences, non imprimés dans leur temps*, Paris, 1764, in-4°, se trouve à la page 15 un Mémoire *Sur les courbes tautochrones*, qui commence ainsi: « Lorsque j'entrai à l'Académie, l'Ouvrage que M. Jean Bernoulli lui avait envoyé en 1750, qui est un chef-d'œuvre, venait de paraître. Cet Ouvrage avait tourné l'esprit de tous les géomètres de ce côté-là; on ne parlait que du problème des tautochrones. J'en donnai la solution que voici, et on n'en parla plus. »

<sup>(2)</sup> Le Tome X des *Commentarii Academiae Scientiarum imperialis petropolitanae*, qui se rapporte à l'année 1738 et ne parut qu'en 1767, contient sept Mémoires d'Euler.

<sup>(3)</sup> Charles Bossut, géomètre, membre de l'Académie des Sciences (1768), puis de l'Institut, né le 11 août 1730 à Tarare, mort le 14 janvier 1814.



une perte inestimable pour la Géométrie <sup>(1)</sup>. Je suis très-sensible au souvenir de M. Dutens et de M. et M<sup>me</sup> Vallette; voudriez-vous bien leur faire mes compliments et leur offrir mes services si je leur suis bon à quelque chose? Adieu, mon cher et illustre ami; je suis toujours content et heureux, et ce n'est pas une des plus petites douceurs de ma vie de penser que je vous les dois. Je vous embrasse de tout mon cœur et suis à vous pour la vie.

P.-S. — M. Bitaubé s'est chargé de vous faire parvenir les deux derniers Volumes de l'Académie, et je ne doute point que vous ne les ayez déjà reçus ou au moins que vous ne les receviez bientôt.

48.

## LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Berlin, ce 29 mai 1767.

Mon cher et illustre ami, une légère indisposition que j'ai eue ces jours passés m'a empêché de vous répondre plus tôt; je vous prie d'en recevoir mes très-humbles excuses. Je compte que vous aurez reçu les deux derniers Volumes de l'Académie, que MM. Girard-Michelet ont envoyés depuis longtemps à M. Métra <sup>(2)</sup> pour qu'il vous les remit francs de port. Je vous ferai parvenir de même tous les autres à mesure qu'ils paraîtront. On vient de mettre sous la presse celui de 1766; mais il ne contiendra rien de moi qu'un Mémoire sur le prochain passage

<sup>(1)</sup> Euler, qui devint aveugle peu d'années après, avait déjà perdu un œil quand il quitta Berlin, et Frédéric écrivait à d'Alembert, à propos de Lagrange: « Je dois à vos soins et à votre recommandation d'avoir remplacé dans mon Académie un géomètre borgne par un géomètre qui a ses deux yeux, ce qui plaira surtout fort à la classe des anatomistes. » (Lettre du 26 juillet 1766.)

<sup>(2)</sup> Métra était le banquier du roi de Prusse à Paris. Il est possible qu'il fût parent du nouvelliste du même nom, auteur ou principal auteur du Recueil bien connu intitulé *Correspondance littéraire secrète* (depuis 1775 jusqu'au 7 mai 1793), 1775-1793, 19 vol. in-8°.

de Vénus, que j'ai composé pour me prêter au désir de quelques-uns de mes confrères. Vous sentez bien que, si je l'avais renvoyé à une autre année, ce n'aurait plus été que de la moutarde après diner. Quoiqu'il reste encore beaucoup de Mémoires d'Euler à imprimer, j'espère que les Volumes de 1762 et 1763, qui sont encore à paraître, pourront nous en débarrasser, de sorte que j'aurai pour les miens autant de place que je voudrai dans les Volumes de 1767 et des années suivantes.

Je n'ai pas encore reçu les Livres que vous m'annoncez; je les attends avec la plus grande impatience. Les recherches des autres me font autant et peut-être encore plus de plaisir que les miennes propres; mais tout ce qui vient de vous m'est doublement précieux.

Je suis charmé que le prix de la Lune ait été remis <sup>(1)</sup>; je ne désespère pas de concourir, et j'ai déjà quelques vues sur ce sujet dont je pourrai peut-être tirer un bon parti. Nous avons choisi les lunettes achromatiques pour le sujet de prix qui doit se proposer dans la prochaine assemblée publique. Il sera conçu dans ces termes: *Quelles sont les dimensions des objectifs, composés de deux matières telles que le verre commun et le cristal d'Angleterre, les plus propres à détruire entièrement ou au moins sensiblement les aberrations de réfrangibilité et de sphéricité tant pour les objets placés dans l'axe que pour ceux qui sont hors de l'axe, et quels sont le nombre et l'arrangement des oculaires qu'il faudrait adapter à de tels objectifs pour avoir les lunettes les plus parfaites qu'il est possible?* Je souhaiterais, pour l'honneur de l'Académie, que les premiers géomètres de l'Europe ne dédaignassent point d'y travailler, et vous avez déjà pour cela une si grande avance, qu'il ne vous en coûterait guère que la peine d'écrire.

Je ne sais si c'est par représailles que M. Fontaine a attaqué ma méthode des isopérimètres, à cause que j'ai osé toucher à ses fautochrones <sup>(2)</sup>. *Videbimus et cogitabimus.*

Je ne doute pas qu'on ne fût charmé de vous voir à Berlin cette

<sup>(1)</sup> Voir plus haut la note 1 de la page 57.

<sup>(2)</sup> Voir plus haut, p. 95.

année, et je doute encore moins que ce voyage ne fût entièrement utile à votre santé; il n'y a certainement rien de tel que les voyages pour ceux qui sont accoutumés à mener une vie sédentaire et qui sont sujets, en conséquence, aux maladies qui viennent de ce genre de vie : je vous en parle d'après ma propre expérience, et je vous assure qu'il n'y a pas de comparaison entre la santé dont je jouis depuis quelques années et celle que j'avais avant mon premier voyage de Paris. S'il n'y a donc point d'autre considération qui vous retienne que celle de votre santé, vous avez, ce me semble, doublement tort de vous refuser ainsi aux instances de vos amis; mais je crains beaucoup que toutes les raisons que vous apportez ne soient que des défaites, et, malgré l'extrême envie que j'ai de vous revoir et de vous embrasser, je n'ose encore me flatter si tôt de cette espérance. Je joins ici un papier pour M. Bailly <sup>(1)</sup>, en réponse à celui que vous m'avez envoyé de sa part. Je crois avoir donné la véritable théorie des équations séculaires de Jupiter et de Saturne, et je serais charmé que quelqu'un voulût bien prendre la peine de la comparer avec les observations. Adieu, mon cher et illustre ami : il ne me reste de papier que pour vous embrasser.

49.

## D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 7 août 1767.

Mon cher et illustre ami, j'é suis charmé que vous n'avez pas été mécontent de mon Mémoire sur les tautochrones <sup>(2)</sup>, et je vous suis obligé d'avoir réveillé d'anciennes idées que j'avais sur ce problème

<sup>(1)</sup> J.-Sylvain Bailly, membre de l'Académie française, de l'Académie des Sciences et de l'Académie des Inscriptions, astronome, littérateur, homme politique, né à Paris en 1736, mort sur l'échafaud le 12 novembre 1793.

<sup>(2)</sup> Voir plus haut, p. 93.

et que je n'aurais peut-être jamais développées sans l'occasion que vous m'en avez donnée. Depuis ce Mémoire, je n'ai presque rien fait qui mérite votre attention; ma tête est devenue presque absolument incapable de travail, quoique d'ailleurs le fond de ma santé ne soit pas mauvais. Dites-moi, je vous prie, des nouvelles de vos travaux et de ce que vous faites; je suis comme les vieux gourmands, qui, ne pouvant plus digérer, ont encore du plaisir à voir manger les autres. Toute l'espérance de la Géométrie est actuellement en vous, s'il est vrai, comme vous me le marquez, que le pauvre Euler soit aveugle; c'est un malheur dont je suis vraiment touché, et par rapport à lui, et par rapport aux sciences. Ménagez bien, mon cher ami, votre santé et vos yeux, et croyez, comme je l'ai bien appris à mes dépens, que la Science et la gloire ne viennent qu'après.

Je voudrais bien que vous eussiez travaillé à notre prix sur la théorie de la Lune : je ne doute point que vous ne l'emportassiez, à votre ordinaire, sur vos concurrents. J'ai un peu travaillé sur cet objet, et il me semble que j'ai trouvé des méprises importantes dans la théorie de Clairaut, qui cependant, par un hasard heureux, n'ont point influé considérablement sur son dernier résultat, parce que ces méprises se compensent à peu près. Elles consistent en ce qu'il n'a pas, ce me semble, assez fait d'attention à la *double courbure* de l'orbite de la Lune, en conséquence de quoi il a mal évalué la distance réelle de la Lune au nœud qui entre dans l'expression des forces perturbatrices. Il a pris aussi mal à propos pour le mouvement moyen celui qui résulte du mouvement réel de la Lune dans son orbite. Le vrai mouvement moyen est celui qui résulte du mouvement de la Lune rapporté à l'écliptique, et ce mouvement moyen n'est pas le même que l'autre, à cause du mouvement du nœud.

J'ai reçu les deux Volumes de 1759 et 1760 de vos *Mémoires*, ainsi que le Tome de Pétersbourg <sup>(1)</sup> où il est question des tautochrones, mais je n'ai fait encore que les parcourir légèrement. Pour ne pas me

<sup>(1)</sup> C'est le Tome X des *Mémoires* de l'Académie de Pétersbourg.

pendre d'ennui dans l'espèce d'épuisement où est ma tête, j'ai pris le parti de revoir différents Mémoires que j'ai faits depuis longtemps et dont je vous avais communiqué la plus grande partie; je les fais actuellement imprimer, ce qui produira le quatrième et probablement le dernier Volume de mes *Opuscules*. Adieu, mon cher et illustre ami; vivez, travaillez, effacez-nous tous, et surtout portez-vous bien. Voulez-vous bien assurer l'Académie de mon dévouement et de mon respect? Donnez-moi, je vous prie, de vos nouvelles.

A Monsieur de la Grange,  
directeur de la Classe mathématique de l'Académie des Sciences, à Berlin.

50.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 21 septembre 1767.

Mon cher et illustre ami, on m'écrit de Berlin que vous avez fait ce qu'entre nous autres philosophes nous appelons le *saut périlleux* et que vous avez épousé une de vos parentes que vous avez fait venir d'Italie<sup>(1)</sup>; recevez-en mon compliment, car je compte qu'un grand mathématicien doit avant toutes choses savoir calculer son bonheur et qu'après avoir fait ce calcul vous avez trouvé le mariage pour solution. Ce qu'on ajoute dans les mêmes Lettres ne me fait pas autant de plaisir: on me mande que votre santé est fort dérangée, que la vie que vous menez en est vraisemblablement la cause, que vous prenez trop de café et de thé, que vous vivez trop en solitaire. Au nom de Dieu, mon

(1) Dans un manuscrit de la Bibliothèque Nationale (n° 2273) qui fait partie des papiers de Lalande, on lit ce qui suit (p. 199 bis): « Lagrange aime à thésauriser. Il avait fait venir à Berlin une cousine à qui il achetait lui-même des rubans pour qu'elle dépensât moins. On l'obligea à l'épouser. » Je dois la communication de cette note à l'obligeance de M. Henry.

cher ami, je vous prie, par le tendre intérêt que je prends à vous et par celui de la Géométrie, dont vous êtes la ressource, de ménager une santé aussi précieuse que la vôtre pour vos amis et pour les sciences. Croyez-moi, ne vous excédez point de travail et ne vous détruisez pas par une vie trop sédentaire. Personne peut-être n'a observé dans le travail plus de régime que moi; cependant je m'en ressens aujourd'hui au point de ne pouvoir presque plus m'occuper. Lisez le Livre que vient de donner M. Tissot, médecin de Lausanne, *De morbis litteratorum*<sup>(1)</sup>, et conformez-vous, comme je fais, à ce qu'il prescrit. Il n'est plus guère temps pour moi, mais il l'est encore pour vous, qui avez vingt-cinq ans de moins.

Je vous annonce d'avance et de bonne heure que nous remettrons sûrement à l'année 1770 le prix sur la théorie de la Lune; il sera double, c'est-à-dire de 5000<sup>l</sup>: cela vaut bien la peine de vous tenter, surtout depuis votre mariage, et vous aurez tout le temps de faire cette besogne à votre aise.

Avez-vous des nouvelles d'Euler? Je serais bien affligé qu'il fût devenu aveugle.

Je crois vous avoir dit que je fais imprimer le quatrième Volume de mes *Opuscules*; la plupart des choses qui doivent y entrer vous sont connues; j'y ai fait seulement quelques changements et quelques additions; je compte qu'il paraîtra dans le courant de l'année 1769. Vous trouverez dans les Volumes de l'Académie, à mesure qu'ils paraîtront, la suite de mes recherches sur les verres. Je m'occupe actuellement à quelques recherches analytiques sur la théorie de la Lune, que je donnerai aussi dans les Volumes de l'Académie. Au reste, je vous prie de ne faire part à personne de la remise que je vous annonce du prix à l'année 1770; je crois seulement devoir vous en avertir, par le désir que j'ai que vous le remportiez. Adieu, mon cher ami; donnez-moi des

(1) Simon-André Tissot, né à Grancey (pays de Vaud) en 1728, mort en 1797. L'Ouvrage si connu dont parle d'Alembert parut à Lausanne, 1766, in-8°, sous le titre de *De valetudine litteratorum* et fut traduit par Tissot lui-même en français sous le titre de *De la santé des gens de lettres*, 1768, in-12, souvent réimprimé.

nouvelles de vos travaux, et surtout de votre santé, qui m'intéresse plus que je ne puis vous dire. Je vous embrasse de tout mon cœur.

A Monsieur de la Grange,  
directeur de la Classe mathématique de l'Académie royale  
des Sciences et Belles-Lettres de Prusse, à Berlin.

51.

## LAGRANGE A DALEMBERT.

A Berlin, ce 20 novembre 1767.

Mon cher et illustre ami, j'ai reçu vos Lettres et vos compliments; je vous en remercie de tout mon cœur. Je ne sais si j'ai bien ou mal calculé, ou plutôt je crois n'avoir point calculé du tout, car j'aurais peut-être fait comme Leibnitz, qui, à force de réfléchir, ne put jamais se déterminer. Quoi qu'il en soit, je vous avouerai que je n'ai jamais eu du goût pour le mariage et que je ne m'y serais jamais engagé si les circonstances ne m'y avaient en quelque façon obligé. Étant dans un pays étranger, sans amis et sans liaisons, avec une santé assez délicate, j'ai cru devoir engager une de mes parentes, que je connaissais depuis longtemps et avec qui j'avais déjà vécu quelques années dans la maison de mon père, à venir partager mon sort et avoir soin tant de moi que de tout ce qui me regarde. Voilà l'histoire exacte de mon mariage <sup>(1)</sup>. Si je ne vous en ai point fait part, c'est qu'il m'a paru que la chose était si indifférente d'elle-même, qu'elle ne valait point la peine de vous en entretenir.

Je suis charmé que l'Académie ait dessein de remettre le prix de la Lune à l'année 1770. Je ne vous dissimulerai point le regret que j'ai de n'avoir pu concourir. Les embarras de mon établissement dans ce pays et les Mémoires que j'ai dû composer pour l'Académie, et qui sont au nombre de neuf ou dix, en ont été la cause. Ce n'est pas que j'ai

<sup>(1)</sup> Voir plus haut, p. 100, note 1.

manqué de bonne volonté; mais, peu content des idées que j'avais jetées sur le papier et manquant de loisir pour les mieux digérer, j'ai cru qu'il valait mieux que je m'abstinsse de concourir; au reste, si le prix est renvoyé, vous pouvez compter que je ne demeurerai pas oisif.

Le Volume de nos *Mémoires* qui était sous presse a paru, et M. Bitaubé s'est chargé de vous en faire parvenir un exemplaire. Quand vous l'aurez reçu, je serai charmé que vous vouliez bien me dire votre avis sur la méthode des tautochrones; il me semble que vous et moi nous sommes les premiers qui ayons éclairci une matière si difficile et sur laquelle plusieurs grands géomètres s'étaient déjà exercés. Le Volume qui s'imprime actuellement et qui paraîtra à Pâques ne contiendra vraisemblablement rien de moi, parce qu'il se rapporte à l'année 1760; mais je ne manquerai pas de faire insérer quelque chose dans celui qu'on mettra sous presse à Pâques et qui paraîtra à la Saint-Michel. Au reste, quand vous voudrez honorer notre Académie de quelques-uns de vos Ouvrages, elle se fera toujours un devoir de les faire paraître le plus tôt qu'il sera possible. J'apprends, par une Lettre du fils d'Euler, que son père n'est point aveugle, comme on l'avait cru, et qu'il continue à enrichir la Géométrie de ses recherches. Quoi qu'on en dise, il me semble qu'il est aussi content d'être à Pétersbourg que je le suis d'être ici, et je crois que nous n'avons guère tort ni l'un ni l'autre.

A propos, je ne dois point manquer de vous dire que l'Académie a reçu au nombre de ses membres étrangers un certain M. Davila <sup>(1)</sup>, qui lui avait envoyé le Catalogue d'un beau cabinet d'Histoire naturelle qu'il doit avoir mis en vente à Paris. Voici comment cela s'est fait:

<sup>(1)</sup> Don Pedro Franco Davila, naturaliste, membre externe de l'Académie de Berlin (10 septembre 1767), né à Guayaquil (Pérou), mort en 1785. Il avait formé à Paris un très-beau cabinet d'Histoire naturelle et une collection de curiosités, de tableaux, de miniatures, de gravures et de manuscrits. Le Catalogue en fut publié sous le titre de *Catalogue systématique et raisonné des curiosités de la nature et de l'art qui composent le cabinet de M. Davila, avec figures en taille-douce de plusieurs morceaux qui n'avoient point encore été gravés* (Paris, 1767, 3 vol. in-8°). La partie relative à l'Histoire naturelle a été rédigée par Romé de l'Isle. Ces collections furent vendues aux enchères (à partir du 12 novembre 1767, s'il faut s'en rapporter à l'*Avertissement* placé en tête du premier Volume). La Bibliothèque de l'Institut possède de ce Catalogue un exemplaire où sont indiqués, en marge de chaque article (d'une main inconnue), le prix de vente et le nom de l'acquéreur.

M. Daniel Bernoulli écrivit à l'Académie pour le lui proposer; tout de suite on alla aux voix, et la pluralité fut pour qu'on le proposât au roi, qui a bien voulu l'agréer. Pour moi, j'ai résolu de ne prendre dorénavant aucune part à ce qui regarde l'élection de nos membres étrangers. Nous en avons, je crois, environ cent cinquante; si on voulait en pousser le nombre jusqu'à deux cents et au delà, je ne m'y opposerais point. Puisque j'en suis sur le chapitre des membres de l'Académie, pourriez-vous me dire en confidence pourquoi M. Perneti, que le roi a fait venir pour être son bibliothécaire et à qui il a assigné une pension de 1000 écus sur notre caisse, n'a point été mis de l'Académie (\*)? On en parle diversement, mais personne n'en a encore donné une bonne raison. Adieu, mon cher et illustre ami; il ne me reste de papier que pour vous renouveler les assurances de mon estime et de mon attachement inviolable.

P.-S. — Je viens de lire une seconde partie de la *Destruction des Jésuites*; j'en suis enchanté et j'en félicite l'auteur.

52.

## D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 18 janvier 1768.

Puisque votre mariage, mon cher et illustre ami, est une affaire d'arrangement et de convenance, je vous en fais mon compliment, comme les prêtres donnent l'absolution *quantum possum et quantum tu indiges*, et je trouve que, tout calculé et pour dernier résultat, vous avez très-bien fait.

Vous pouvez être sûr que le prix sur la Lune sera remis; ainsi je

(\*) Dom Antoine-Joseph Perneti, bénédictin, né à Roanne le 13 février 1716, mort en 1801. Après avoir été aumônier de Bougainville dans un voyage que celui-ci fit aux îles Malouines, il quitta son ordre en 1766 et fut appelé en Prusse par Frédéric II, qui le nomma conservateur de la Bibliothèque de Berlin avec une pension. Il rentra en France en 1782 et, entre autres travaux, s'occupa beaucoup d'Alchimie.

vous exhorte à y penser. J'ai grande envie de lire dans le nouveau Volume de l'Académie vos recherches sur les tautochrones et tout ce qui sera de vous. Pour moi, ne pouvant plus m'occuper d'un long travail, je m'amuse à faire imprimer deux Volumes d'*Opuscules*, dont le premier est presque fini, et qui contiendront, avec quelques nouveaux Mémoires, tous les rogatons géométriques dont je vous ai fait part et que j'imprime pour m'en débarrasser, comme ces femmes qui épousent leurs amants pour s'en défaire.

Je suis charmé de ce que vous me marquez qu'Euler n'a pas perdu la vue comme on me l'avait dit. Nous avons eu ici un froid horrible, le plus fort du siècle depuis 1709, et ce qui vous étonnera, c'est que pendant ce grand froid je me suis porté à merveille. Depuis le dégel cela ne va pas aussi bien; le sommeil est moins bon et la tête plus faible. Il faut se soumettre à sa destinée.

Il est, entre nous, assez ridicule que, sur la simple recommandation de M. Daniel Bernoulli, on ait mis de l'Académie ce M. d'Avila, que personne ne connaît que parce qu'il a un beau cabinet. C'est comme si l'on mettait quelqu'un de nos fermiers généraux dans la classe de Chimie parce qu'il a un bon cuisinier. J'ai écrit au roi sur l'abbé Bossut, qui du moins vaut mieux que ce d'Avila, et, d'après sa réponse, j'irai en avant ou me tiendrai tranquille.

J'ignore absolument pourquoi M. Perneti n'est point de l'Académie; je le connais très-peu, et ce n'est pas moi qui l'ai indiqué au roi pour être son bibliothécaire. Adieu, mon cher et illustre ami; donnez-moi des nouvelles de votre santé et de vos travaux. Voilà un programme qui n'est guère de votre gibier, mais qui pourrait être de celui de M. de Castillon ou de quelque autre.

Vous devez avoir reçu un Mémoire de moi sur les verres optiques, qui vient de paraître dans les *Mémoires de l'Académie* de Paris (\*). Je

(\*) *Nouvelles recherches sur les verres optiques, pour servir de suite à la théorie qui en a été donnée dans le Volume III des Opuscules mathématiques.* Ce Mémoire est inséré (p. 75-145) dans le Volume de l'année 1764 de l'Académie des Sciences, Volume qui ne parut qu'en 1767.

souhaite que vous en soyez content. Cet Ouvrage a plus le mérite de l'utilité que celui de la difficulté vaincue.

L'auteur de la Lettre sur les Jésuites que vous avez lue me charge de vous dire qu'il est très-flatté de votre suffrage; il vient de faire faire une nouvelle édition de la première et de la seconde Partie, avec un Appendice sur l'expulsion des Jésuites de Naples et d'Espagne, et il vous enverra ce Volume le plus tôt qu'il pourra.

Adieu encore une fois, mon cher et illustre ami; portez-vous bien et aimez-moi toujours, et parlez-moi un peu de ce qui vous occupe. C'est presque la seule consolation qui me reste d'entendre parler de Géométrie, comme aux gourmands qui ont un mauvais estomac de voir manger aux autres ce qu'ils craignent de ne pas digérer. *Vale, vale.* J'attends avec impatience le Volume de l'Académie que M. Bitaubé doit m'envoyer. Je vous écrirai plus au long quand je ne serai plus obligé d'écrire aux lumières, qui fatiguent beaucoup ma vue.

53.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Berlin, ce 5 mars 1768.

Mon cher et illustre ami, j'ai lu avec autant de satisfaction que de fruit votre nouveau Mémoire sur les verres optiques, et j'en attends la suite avec la plus grande impatience. J'ai vu surtout avec beaucoup de plaisir comment vous parvenez aux dimensions des deux objectifs que vous aviez déjà proposés dans le troisième Volume des *Mélanges* de Turin, et je ne doute pas que ces deux objectifs, étant bien exécutés, ne fassent un effet surprenant, pourvu néanmoins que les rapports de réfraction et de dispersion soient tels que vous les supposez. C'est pourquoi je voudrais que quelqu'un de vos plus habiles artistes entreprit de les exécuter, pour qu'on ne puisse pas dire, au préjudice de la

Géométrie, que, tandis que les Français, les Allemands et les Italiens calculent, les Anglais font seuls, et sans calcul, d'excellentes lunettes. Au reste, vos recherches ont pour moi et doivent avoir nécessairement pour tous les géomètres un mérite indépendant du succès de l'expérience, car, quand même toute cette matière ne serait que de pure curiosité géométrique, elle vaudrait autant la peine d'être approfondie qu'une autre, et il n'y aurait pas moins de gloire, à mon avis, pour celui qui y réussirait le mieux.

Je suis très-flatté de l'empressement que vous me témoignez de voir mon petit Mémoire sur les tautochrones, mais je le serai bien davantage de votre approbation, s'il peut la mériter. Je ne sais si M. Bitaubé a trouvé une occasion pour vous faire parvenir le Volume où il a été inséré avec le vôtre sur la même matière. Elles sont très-rares, parce que nos marchands ne font guère d'envois à Paris; c'est pourquoi je voudrais vous proposer de me permettre de vous envoyer dorénavant nos Volumes par la poste à mesure qu'ils paraîtront, ce qui est, ce me semble, le seul moyen de vous les faire tenir avec exactitude. Je les affranchirai jusqu'à Strasbourg, et vous n'aurez plus qu'à payer le port de Strasbourg à Paris, ce qui ne saurait jamais monter à grand-chose, surtout en prenant la voie du coche. M. Métra pourrait vous donner des lumières là-dessus, et, en tout cas, si la dépense était considérable, je tâcherais de m'arranger avec M. Michelet pour que vous les receviez tout à fait francs de port.

Je m'occupe depuis quelque temps du problème des trois corps, et je ne désespère pas de pouvoir concourir pour le prix de votre Académie si elle le remet à l'année 1770, comme vous m'en assurez. La nôtre proposera aussi un prix de Mathématique dans la prochaine assemblée publique du 30 mai. Si vous saviez quelque sujet qui méritât particulièrement l'attention de savants, je vous serais très-obligé de m'en faire part. Qu'est-ce que c'est qu'une *Histoire impartiale de la Société jésuitique depuis son commencement jusqu'à sa destruction* (\*) qui

(\*) L'Ouvrage est de Linguet. Voici son titre exact: *Histoire impartiale des Jésuites de-*

a paru depuis peu en France? Serait-ce celle que je connais déjà en partie et dont j'attends la suite avec impatience? Adieu, mon cher et illustre ami; ayez soin de votre santé et surtout ménagez vos yeux. J'attends une Lettre d'Euler, mais je sais qu'il se porte bien et sa famille aussi, et qu'il est aussi content de son nouveau sort que je le suis du mien. Je vous embrasse de tout mon cœur et je suis à vous pour la vie.

54.

## D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 21 mars 1768.

Mon cher et illustre ami, je suis fort aise que vous ayez été content de mon Mémoire sur les verres. J'espère vous en envoyer bientôt un second, auquel je joindrai deux exemplaires de l'Ouvrage de M. de Condorcet <sup>(1)</sup>, que vous n'avez point reçu; il y en a un pour vous et un pour l'Académie. Vous aurez aussi bientôt le quatrième Volume de mes *Opuscules*, qu'on achève d'imprimer, mais où vous trouverez peu de choses qui puissent vous intéresser et que vous ne connaissiez pas déjà. J'ai déjà mis sous presse le cinquième, qui paraîtra dans cinq ou six mois, et c'est à peu près toute mon occupation que de corriger les épreuves; encore cette besogne me fatigue-t-elle beaucoup, car ma pauvre tête n'est guère capable d'application. Je dors si mal depuis quelque temps, que je ne me lève presque jamais avec des idées nettes, et il faut que, pour quelque temps au moins, je me résolve à végéter.

Vous pouvez être assuré que le prix de la Lune sera remis à l'année

*puis leur établissement jusqu'à leur première expulsion*, Madrid (Paris), 1768, in-8°. Simon-Nicolas-Henri Linguet, avocat et publiciste, né à Reims le 14 juillet 1736, mort sur l'échafaud à Paris le 27 juin 1794.

<sup>(1)</sup> *Essais d'Analyse*, 1768, in-4°.

prochaine, et je serai fort aise que vous vouliez y concourir. Je n'ai point encore reçu le Volume de 1765 de vos *Mémoires*, quelque impatience que j'aie de le lire. Faites-moi le plaisir de savoir de M. Bitaubé s'il n'a point encore trouvé d'occasion pour me le faire parvenir, et, en cas qu'il n'en ait pas trouvé, j'accepte l'offre que vous voulez bien me faire de m'envoyer directement les Volumes à mesure qu'ils paraîtront. Il me manque 61, 62, 63 et 65, car j'ai 64. Ayez la bonté de vous adresser pour cela à M. Michelet et de le prier de les adresser à M. de Catt, ou par quelque occasion, ou, s'il n'en trouve pas de prochaine, par la voie publique la moins coûteuse qu'il pourra. M. de Catt, à qui j'en ai parlé, m'a dit qu'il pourrait les envoyer à Strasbourg à quelqu'un qui les adresserait ensuite à M. de Catt par le coche. Si M. Michelet connaît quelque autre moyen moins coûteux, il pourrait s'en servir; mais je crois que celui-là ne l'est pas beaucoup, et je préférerais un moyen un peu plus cher, mais un peu plus prompt. En un mot, mon cher ami, arrangez tout avec M. Michelet pour le mieux, mais il n'est pas juste que vous payiez les frais du port de Berlin à Strasbourg; je ne le veux pas absolument, et vous pouvez aisément vous en dispenser en remettant le paquet à M. Michelet, à qui je tiendrai compte de ses déboursés, que je remettrai à M. de Catt. Je vous serai bien obligé de vous servir de cette voie pour me faire parvenir vos *Mémoires* à mesure qu'ils paraîtront, et même ce qui pourra paraître d'intéressant chez vous en Mathématique.

L'*Histoire impartiale des Jésuites* est un Ouvrage assez bon et en effet assez impartial, mais trop long, trop plein de choses étrangères au sujet, et qui d'ailleurs ne va que jusqu'en 1595 et n'ira pas plus loin, car notre illustre Parlement vient de la brûler <sup>(1)</sup>. Je tâcherai, si je puis en avoir un exemplaire, de vous envoyer une seconde édition du mien avec les Suppléments que j'y ai faits. Adieu, mon cher et illustre

<sup>(1)</sup> « Avant-hier on a brûlé au pied du grand escalier (du Palais) un Livre intitulé *L'Histoire impartiale des Jésuites*. L'arrêt du Parlement, rendu le 19 janvier et publié aujourd'hui, le condamne comme contenant des maximes dangereuses, des principes erronés et une déclamation indécente contre tous les monastiques. » (*Mémoires secrets de la République des Lettres*, année 1768, 1<sup>er</sup> février.)

ami; portez-vous bien et aimez-moi. M. Fontaine et M. de Borda (1) viennent de nous lire chacun un Mémoire sur les isopérimètres; ils prétendent que votre méthode sur cet objet n'est pas complète. Je n'ai pas la tête assez capable de travail pour vous dire s'ils ont raison; mais en tout cas vous êtes bon pour leur répondre, et je n'en suis pas embarrassé. *Ierum vale et me ama.*

A Monsieur de la Grange,  
directeur de la Classe mathématique de l'Académie des Sciences, à Berlin.

55.

## D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 29 avril 1768.

Mon cher et illustre ami, le quatrième Volume de mes *Opuscules* vient enfin de paraître, et j'ai remis à M. Métra un paquet adressé à l'Académie des Sciences, qui renferme un exemplaire de cet Ouvrage pour vous et un pour l'Académie. Outre cela, il y a encore dans ce même paquet un exemplaire du second Ouvrage de M. de Condorcet, qui vous est destiné, un exemplaire de mon second Mémoire sur les lunettes achromatiques et un exemplaire de la *Destruction des Jésuites*, nouvelle édition avec les Suppléments. Ayez soin de vous faire remettre ces Livres par M. Formey. Il y a d'ailleurs dans le paquet un petit mémoire de la destination de chaque exemplaire ou Volume. Je vous recommande, si vous prenez la peine de relire la *Destruction des Jésuites*, de faire auparavant les corrections indiquées dans l'*Errata*, car l'Ouvrage est plein de fautes grossières.

(1) J.-C., chevalier de Borda, marin, géomètre, astronome, adjoint-géomètre (1756), puis associé (1768) de l'Académie des Sciences, né à Dax le 4 mai 1733, mort à Paris le 20 février 1799.

Vous ne trouverez guère dans mon quatrième Volume que des choses que vous connaissiez déjà pour la plupart. Daniel Bernoulli y est assez malmené (1); nous verrons ce qu'il dira. Vous y verrez, sur le Calcul des probabilités, des réflexions qui pourront mériter votre attention; je suis convaincu que tout ce Calcul a des fondements bien peu solides. J'ai parlé de vous dans ma Préface comme je le dois à tous égards, à l'occasion de notre controverse sur les vibrations des cordes (2).

Le cinquième Volume s'imprime actuellement et sera fini dans cinq ou six mois au plus tard. Je n'ai point encore reçu le Volume de 1765 (3); je ne sais même s'il est parti. Je vous serai très-obligé de m'envoyer les Volumes à mesure qu'ils paraîtront; pourvu que les frais de port ne soient pas excessifs, je les payerai volontiers, plutôt que d'attendre si longtemps ce qui vient de vous. M. Michelet vous procurera sûrement avec plaisir plusieurs moyens de me les faire parvenir, ou par quelque occasion, ou par les voitures publiques, à des frais modiques.

Le prix de la théorie de la Lune a été remis, et je compte que nous aurons sur ce sujet quelque chose de vous. Voilà un petit papier que

(1) En voici quelques exemples tirés du premier Supplément au Mémoire *Sur les vibrations des cordes sonores* (*Opuscules mathématiques*, t. IV): « Un célèbre géomètre, qui n'est ni M. de la Grange ni M. Euler, prétend prouver par un singulier raisonnement... » (p. 156). « Il ne s'agit pas de conjecturer, mais de démontrer, et il serait dangereux (quoiqu'à la vérité ce malheur soit peu à craindre) qu'un genre de démonstration si singulier s'introduisît en Géométrie. Ce qui pourra seulement paraître surprenant, c'est que de pareils raisonnements soient employés comme démonstratifs par un mathématicien célèbre... » (p. 157). Voir encore p. 176 et 177.

(2) D'Alembert, en effet, commence ainsi le Mémoire cité dans la note précédente: « Dans le premier Volume de mes *Opuscules*, j'ai fait sur cette matière différentes réflexions, dont une partie avait pour objet la savante solution du problème des cordes vibrantes donnée par M. de la Grange dans le premier Volume des *Mémoires de l'Académie des Sciences* de Turin, solution par laquelle ce grand géomètre prétendait prouver contre moi que ce problème pouvait toujours se résoudre, quelle que fût la figure initiale de la corde. Ce célèbre mathématicien a fait une savante réponse à mes réflexions dans le second Volume des mêmes *Mémoires*; c'est cette réponse que je me propose de discuter encore, non pour prolonger cette controverse avec un savant pour lequel je suis rempli de la plus grande estime et qui d'ailleurs paraît aujourd'hui s'être presque entièrement rapproché de mon avis, mais parce que cette discussion épineuse et délicate en recevra de nouveaux éclaircissements qui pourront être utiles dans d'autres occasions. » (*Opuscules*, t. IV, p. 128.)

(3) Des *Mémoires de l'Académie* de Berlin.



M. Bailly me donna hier à l'Académie et sur lequel il vous prie de lui faire un mot de réponse.

On m'écrit qu'on désirerait fort de me voir à Berlin cette année, mais ma santé est trop chancelante et m'oblige à un trop grand régime pour entreprendre un voyage. Je ne désespère pourtant pas de le pouvoir faire encore une fois, mais il faut pour cela que je ne craigne pas de rester en chemin au pied de quelque arbre. Un de mes plus grands plaisirs sera sûrement de vous embrasser et de vous dire combien je vous aime et vous estime. *Vale et me ama.*

*A Monsieur de la Grange,  
de l'Académie royale des Sciences de Prusse, à Berlin.*

56.

## D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 16 juin 1768.

Mon cher et illustre ami, j'ai enfin reçu les deux Volumes de vos *Mémoires* de 1765 et 1761. Je n'ai encore eu le temps, vu le peu de force de ma tête, que de parcourir votre Mémoire sur les tautochrones. Il me semble que votre méthode est très-belle et très-directe, et je n'ai pas trop compris ce que M. Fontaine prétend y objecter, d'autant plus que vous avez ajouté à votre Mémoire un Appendice qui donne une solution infiniment simple (et beaucoup plus simple que la sienne) et qui s'accorde avec le résultat que j'ai trouvé aussi. J'espère, si ma santé me le permet, vous envoyer quelques rogatons vers la fin de cette année. Vous avez grand tort de croire que les raisons qui m'empêchent d'aller vous embrasser soient des défaites <sup>(1)</sup>. Il est certain que j'ai besoin, pour n'être pas sur les dents, de mener la vie du monde la plus réglée

<sup>(1)</sup> Ceci répond à une Lettre de Lagrange que nous n'avons pas.

et la plus uniforme, et que je dois (soit dit entre nous) le dérangement de ma santé depuis cinq ans à mon voyage de Berlin, et surtout au séjour de Potsdam, dont l'air humide et marécageux m'a été fort nuisible. Je ne désespère cependant pas d'aller encore une fois vous embrasser, et je présume que ce pourra être en 1770, mais je vous demande le secret là-dessus; il me serait difficile de m'absenter l'année prochaine, parce que je serai directeur de l'Académie, et que j'aurai plusieurs raisons pour ne pas m'éloigner et m'exempter des fonctions de cet emploi. M. Bailly vous remercie du papier que vous lui avez envoyé, et il vous écrira à ce sujet quand il en aura fait usage.

Je suis bien aise que vous ayez choisi les lunettes achromatiques pour sujet de prix; l'article des oculaires surtout a besoin d'être approfondi. Je vous enverrai incessamment un carton que j'ai fait à mon dernier Mémoire, et qui concerne cet objet. Je ne puis vous répondre de m'en occuper pour concourir; j'ai une répugnance presque invincible pour les calculs arithmétiques que ce sujet exigerait, et je ne veux plus faire de la Géométrie que pour m'amuser et tuer le temps.

A propos, vous me mandez que M. Métra m'a dû remettre les deux Volumes de l'Académie francs de port: je n'entends nullement que les frais soient sur votre compte; j'ai déjà payé 7<sup>fr</sup> 10<sup>cs</sup> à M. Métra, qui me les a demandés, et je l'ai prié de rembourser à M. Michelet, qui vous le remettra, ce qu'il peut lui en avoir coûté, ou plutôt à vous. Vous sentez, mon cher ami, que cela ne doit pas être autrement; sans quoi, vous m'otériez la liberté d'en user avec vous comme je fais en vous priant de m'envoyer vos *Mémoires* dès qu'ils paraîtront. Par une suite de cette même liberté, je vous prie d'adresser de nouveau vos Lettres à M. de Catt, afin que je les reçoive franches de port. Mille pardons, mon cher ami, de ces détails; portez-vous bien, continuez à travailler pour l'avancement des Sciences: je ne suis plus guère en état de courir dans la lice, mais je vous y verrai avec grand plaisir faire des pas de géant. Je vous invite à ne pas oublier la théorie de la Lune, et je contribuerai avec grand plaisir à vous faire donner 5000 livres. *Vale et me ama.*

Voici (en cas que vous ne l'ayez pas présent) l'énoncé du sujet : *Perfectionner les méthodes sur lesquelles est fondée la théorie de la Lune, fixer par ce moyen celles des équations de cette planète qui sont encore incertaines, et examiner en particulier si l'on peut rendre raison, par cette théorie, de l'équation séculaire du mouvement moyen de la Lune.*

Du 18 juin.

P.-S. — Je viens de recevoir le carton dont je vous ai parlé dans cette Lettre, et je vous en envoie un exemplaire pour vous et un pour M. de Castillon, à qui je vous prie de le faire remettre. M. Métra, qui part ces jours-ci, veut bien se charger de vous remettre ma Lettre et mon petit rogaton.

Dites-moi, je vous prie, que signifient les élections que vous avez faites depuis quelque temps : M. d'Avila <sup>(1)</sup>, M. de Sozzi <sup>(2)</sup>, M. Élie de Beaumont <sup>(3)</sup>, tous fort honnêtes gens sans doute, mais, ce me semble, très-peu académiques? Quand pourrai-je proposer l'abbé Bossut? J'en ai parlé deux fois au roi, qui ne m'a point fait de réponse à ce sujet. Adieu, mon cher ami. *Vale et labora.*

57.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Berlin, ce 15 août 1768.

Mon cher et illustre ami, j'ai reçu depuis quelque temps deux de vos Lettres, l'une par MM. Girard Michelet et C<sup>ie</sup>, et l'autre par M. Métra,

<sup>(1)</sup> Voir plus haut, p. 103, note 1.

<sup>(2)</sup> Louis-François Sozzi, avocat, littérateur, né à Paris le 4 octobre 1706. Il fut nommé membre externe de l'Académie de Berlin le 14 avril 1768.

<sup>(3)</sup> J.-B.-Jacques Élie de Beaumont, juriconsulte qui se rendit célèbre par son *Mémoire pour les Calas* (1762), né à Carentan en octobre 1732, élu membre externe de l'Académie de Berlin, le 28 avril 1768, mort à Paris le 10 janvier 1786.

qui vous rendra celle-ci. J'ai reçu aussi tous les Livres que vous avez en la bonté de m'envoyer, à l'exception seulement de la *Destruction des Jésuites* qu'on m'a dit avoir été confisquée à Strasbourg. Mais M. Bitaubé, qui en a un exemplaire, m'a promis de me le prêter, et je ne manquerai pas d'en profiter. Si ma reconnaissance pouvait encore être augmentée, elle le serait infiniment par les présents que vous venez de me faire, et surtout par la manière extrêmement honorable dont vous avez bien voulu parler de moi dans vos nouveaux *Opuscules* <sup>(1)</sup>, d'autant plus que je ne puis la regarder que comme un pur effet de votre amitié.

Je n'ai pas pu lire encore votre dernier Mémoire sur les *verres optiques*, parce que M. Beguelin, à qui je l'ai d'abord prêté parce qu'il s'occupe fort de ces matières, ne me l'a pas encore rendu; mais, en revanche, j'ai bien lu et relu vos *Opuscules*, et j'ai même fait par-ci par-là différentes remarques que je vais soumettre à votre jugement.

J'ai été enchanté de votre solution du mouvement d'un corps quelconque; j'en ai aussi donné une dans un Mémoire que j'ai lu l'année passée à l'Académie, mais la vôtre a sur la mienne et sur celle de M. Euler l'avantage de l'élégance et de la simplicité du calcul. Quant à la manière de déterminer les axes principaux, je trouve aussi la vôtre préférable à celle de M. Euler: pour moi, j'en ai fait abstraction, et ma solution est indépendante non-seulement de cette considération, mais aussi de celle de la rotation du corps autour d'un ou de plusieurs axes. Au reste, j'ai peine à vous accorder la proposition que vous avancez dans l'article 80 du vingt et unième Mémoire (p. 29); au moins il ne me paraît pas que le calcul sur lequel vous l'appuyez soit tout à fait concluant. Cette proposition est, ce me semble, dans le même cas que celles des pages 181 et 190 du troisième Volume de vos *Recherches sur le système du monde* <sup>(2)</sup>, et dont nous avons beaucoup causé autrefois. Il me paraît évident que ces propositions ne sont vraies qu'à peu près, c'est-à-dire aux quantités du second ordre et des ordres ultérieurs près,

<sup>(1)</sup> Voir la note 3 de la page 2.

<sup>(2)</sup> *Recherches sur différents points importants du système du monde*. Paris, 1754-1756, 3 vol. in-4°.

qu'on néglige dans le calcul. Or vous sentez bien que, si les forces qui résultent de la rotation du corps ne se détruisent pas entièrement et rigoureusement, les forces restantes, quelque petites qu'elles soient, doivent nécessairement produire quelque changement dans l'axe de rotation et dans la vitesse. A l'égard des cordes vibrantes, je n'ai rien à ajouter à ce que j'en ai dit dans le troisième Volume des *Mémoires de Turin*, d'autant plus qu'il me semble que nous sommes à présent presque entièrement d'accord sur cette matière; je ne saurais cependant me rendre aux raisons avec lesquelles vous combattez l'analyse de la page 221 de ce Volume. Je conviens que le développement de la fonction  $\varphi(t+a)$  en  $\varphi(t) + a \frac{d\varphi}{dt}(t) + \dots$  peut donner des séries divergentes; mais cet inconvénient n'influe point, ce me semble, sur le résultat de mon calcul, résultat qui ne dépend nullement de la somme de la série dont il s'agit.

L'exemple que vous apportez à la page 345 pour fortifier votre objection ne me paraît pas décisif, car : 1<sup>o</sup> je trouve qu'il est possible de réduire  $y^{\frac{3}{2}}$  à cette forme

$$\alpha + \beta \cos y + \gamma \cos 2y + \dots$$

En effet,

$$y = \sin y + a \sin^2 y + b \sin^3 y + \dots = \sin y (a' + b' \cos 2y + c' \cos 4y + \dots);$$

donc

$$y^2 = \frac{1 - \cos^2 y}{2} (a'' + b'' \cos 2y + c'' \cos 4y + \dots) \\ = a'' + b'' \cos 2y + c'' \cos 4y + \dots;$$

donc, extrayant de part et d'autre la racine cubique, on aura

$$y^{\frac{3}{2}} = \alpha + \gamma \cos 2y + \delta \cos 4y + \dots$$

2<sup>o</sup> En faisant  $x - \sin x = y$  et  $1 - \cos x = z$ , j'ai

$$\cos x = 1 - z, \quad \sin x = \sqrt{2z - z^2};$$

donc

$$x = y + \sqrt{2z - z^2},$$

et, par conséquent,

$$\sqrt{2z - z^2} = \sin(y + \sqrt{2z - z^2}),$$

d'où il est aisé de tirer  $z$  par approximation. Or, supposant d'abord  $z$  fort petit, on aura

$$\sqrt{2z} = \sin y + \cos y \sqrt{2z};$$

donc

$$\sqrt{2z} = \frac{\sin y}{1 - \cos y} \quad \text{et} \quad 2z = \frac{1 - \cos^2 y}{(1 - \cos y)^2} = \frac{1 + \cos y}{1 - \cos y},$$

expression qui se réduit évidemment à cette forme :

$$\alpha + \beta \cos y + \gamma \cos 2y + \dots$$

Votre démonstration du principe de la force d'inertie est très-belle et très-ingénieuse; il serait seulement à souhaiter qu'on pût la rendre un peu plus simple et plus courte, ce qui ne me paraît pas impossible.

Au reste, celui de tous les Mémoires qui composent votre quatrième Volume que j'estime le plus, et qui doit selon moi mériter le plus l'attention des géomètres, c'est celui qui roule sur le Calcul intégral (1). Je l'ai déjà bien étudié et je me propose de l'étudier encore pour profiter des vues ingénieuses et nouvelles que vous y donnez, et à l'aide desquelles je ne doute pas qu'on ne puisse aller bien loin dans cette matière.

Vous me demandez, mon cher ami, qu'est-ce que signifient les deux dernières élections que notre Académie a faites (car, pour celle de M. d'Avila, je vous en ai rendu compte dans le temps, si je ne me trompe); je vous réponds que je n'en sais rien et que nous n'avons fait que nous conformer aux ordres du roi, qui s'est réservé depuis quelques années non-seulement la nomination, mais même la présen-

(1) *Recherches de Calcul intégral*, p. 225-282.

tation de nos associés. En vérité, mon cher ami, nous sentons de plus en plus le besoin de vous avoir à la tête de notre Compagnie, et il me semble que, quand vous n'auriez d'autre raison d'accepter la place que le roi vous a destinée que celle de pouvoir contribuer au maintien d'une des principales Académies de l'Europe, cette raison devrait être plus que suffisante pour vous déterminer, aux dépens même de votre tranquillité philosophique. Je souhaite que vous ne changiez point de résolution d'ici à l'année 1770, à laquelle vous avez renvoyé votre voyage à Berlin. Malgré tout ce que vous me dites, je ne puis me persuader que les voyages soient nuisibles à votre santé. Je ne puis rien dire de l'air de Potsdam, n'y ayant séjourné que trois jours; mais je puis bien vous assurer, d'après ma propre expérience, que celui de Berlin est très-sain et très-bon pour les géomètres.

Je me suis plaint à M. Métra de ce qu'il vous a fait payer le port des deux derniers Volumes de l'Académie. Il en a rejeté la faute sur ses commis, et il m'a promis d'avoir soin dorénavant que tout ce qui vous sera adressé de ma part vous soit remis franc de port. Ainsi, j'exige de votre amitié que vous acquiesciez à cet arrangement et que vous ne donniez jamais le moindre argent pour cela, quand même on vous en demanderait.

Vous n'avez pas besoin de m'encourager à travailler pour le prix de la Lune; j'ai déjà bien des matériaux tout prêts et j'ai même déjà lu à l'Académie deux Mémoires sur le problème des trois corps, lesquels contiennent différentes vues nouvelles dont je compte faire usage dans la théorie de la Lune. Je me suis occupé, ces jours passés, pour diversifier un peu mes études, de quelques problèmes d'Arithmétique, et je vous assure que j'y ai trouvé beaucoup plus de difficultés que je ne croyais. En voici un, par exemple, dont je ne suis venu à bout qu'avec beaucoup de peine : *Un nombre quelconque entier, positif et non carré  $n$  étant donné, trouver un nombre entier et carré  $x^2$  tel que  $nx^2 + 1$  soit un carré.* Ce problème est d'une grande importance dans la théorie des quantités carrées qui font le principal objet de l'analyse de Diophante. Les géomètres du siècle passé s'y sont fort appliqués; mais

nous n'avons, que je sache, que la solution de Wallis <sup>(1)</sup>, qui est d'ailleurs fort imparfaite et qui ne consiste que dans une espèce de tâtonnement. Au reste, j'ai trouvé à cette occasion de très-beaux théorèmes d'Arithmétique, dont je vous ferai part une autre fois, si vous le souhaitez.

Je suis charmé que vous ayez goûté ma solution des tautochrones. Je suis curieux de voir les objections de M. Fontaine tant contre cette solution que contre celle des isopérimètres que j'ai donnée dans le deuxième Volume de Turin et que M. Euler vient de redonner dans le dixième Volume de Pétersbourg. On m'a dit que le chevalier de Borda a aussi attaqué cette dernière. Si j'ai tort, je ne manquerai pas de leur rendre justice. J'ai appris que M. Camus <sup>(2)</sup> est mort. A qui a-t-on donné sa place? N'est-il point question encore du marquis de Condorcet?

Adieu, mon cher et illustre ami; j'ai honte d'avoir si fort abusé de votre patience et je vous en demande mille pardons. Portez-vous bien, et croyez que personne au monde ne vous aime ni ne vous estime plus que moi. Je vous embrasse de tout mon cœur.

P.-S. — Je joins ici un exemplaire du dernier programme de notre Académie: je souhaiterais fort que vous engageassiez quelques-uns de vos amis à travailler sur les lunettes d'après les principes et les vues que vous avez déjà données sur cette matière.

<sup>(1)</sup> Jean Wallis, géomètre, né le 23 novembre 1616 à Ashford, mort à Londres le 28 octobre 1703.

<sup>(2)</sup> Charles-Étienne-Louis Camus, géomètre et astronome, membre de l'Académie des Sciences, né à Crécy (Seine-et-Marne) le 25 août 1699, mort le 2 février 1768.

58.

## D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 20 novembre 1768.

M. le comte de Redern <sup>(1)</sup> veut bien se charger, mon cher et illustre ami, de vous remettre ces deux Volumes <sup>(2)</sup>, un pour vous et un autre pour l'Académie, à qui je vous prie de faire agréer mon respect. Cet Ouvrage sera peut-être le dernier que je publierai hors des Mémoires de l'Académie, car ma santé ne me permet pas un travail tant soit peu assidu; j'ai même essayé depuis un mois de ne rien faire du tout, et ma machine s'en trouve si bien, que je suis fort tenté de continuer.

Je souhaite que vous trouviez dans cette nouvelle production mathématique quelques objets dignes de votre attention, et je suis charmé que le précédent Volume ne vous ait pas déplu. J'ai grande envie de voir votre solution du problème sur le mouvement d'un corps de figure quelconque; vous verrez dans ce Volume-ci, pages 498 et 499, quelques vues que je crois utiles pour intégrer ces sortes d'équations. A l'égard de votre objection sur l'article 80 de mon vingt et unième Mémoire <sup>(3)</sup>, j'ai tâché d'y répondre à la page 501 de ce Volume. Je crois avoir répondu aussi, page 511, à votre objection sur la manière de réduire  $y^2$  en série. Vous en jugerez. Je ne doute pas que ma démonstration du principe de la force d'inertie ne puisse être rendue plus courte et plus simple; mais je n'ai pas travaillé beaucoup à en chercher une, parce qu'il m'a semblé que le mérite principal de cette démonstration était dans l'idée sur laquelle elle est fondée, et qui, ce

(1) Sigismond Ehrenreich, comte de Redern, grand chambellan de la reine douairière de Prusse, l'un des curateurs de l'Université de Berlin, membre de l'Académie de Berlin, né en 1719 dans la Marche de Brandebourg, mort le 1<sup>er</sup> juillet 1789.

(2) Le cinquième Volume des *Opuscules*.

(3) Ce vingt et unième Mémoire, le premier du Tome IV des *Opuscules*, est intitulé : *Recherches sur les axes de rotation d'un corps de figure quelconque qui n'est animé par aucune force accélératrice* (p. 1-31).

me semble, est assez singulière et nouvelle. Si jamais je puis me dégoûter du *far niente*, que je trouve si merveilleux en ce moment, je pourrai m'occuper de simplifier cette démonstration. J'ai bien aussi différentes vues dans la tête sur le Calcul intégral; mais, encore un coup, je ne veux, d'ici à plusieurs mois, m'occuper de rien que de ma santé et de la vie animale. Je puis dire de la Géométrie ce qu'Horace dit des vers :

... Peream male, si non  
Optimum erat : verum nequeo dormire... <sup>(1)</sup>.

Vous me faites grand plaisir de m'annoncer que vous travaillez au prix de la Lune; j'espère trouver dans vos nouvelles recherches beaucoup à profiter. Je voudrais savoir ce que vous pensez de mes réflexions sur ce problème et des méprises que je reproche à Clairaut, et qui me semblent très-réelles.

Il y a bien des années que je me suis un peu exercé aux problèmes de Diophante; je crois cette matière d'autant plus intéressante que le Calcul intégral pourrait en tirer de grands avantages, si je ne me trompe; mais je me souviens de l'avoir trouvée plus difficile qu'elle ne paraît d'abord, et je n'ai garde, par les raisons susdites, de m'occuper en ce moment du problème dont vous me parlez. N'y en a-t-il pas une espèce de solution dans le sixième Volume des anciens *Mémoires* de Pétersbourg? Je n'ai point assez examiné cet endroit pour n'être pas tenté de m'en occuper. Vous pouvez, je crois, être tranquille sur les objections de M. Fontaine contre votre solution des tautochrones. Je n'avais point encore lu cette solution quand il a lu son Mémoire, et il me semble que ses objections portent à faux. Il n'a soufflé mot de la mienne; je n'ai rien dit, mais, en cas qu'il en eût ouvert la bouche, j'avais dans ma poche quatre lignes toutes prêtes pour le confondre.

A l'égard de votre méthode sur les *maxima*, je ne la connais pas assez pour juger de la solidité des objections, mais je m'en fie plus à vous qu'à vos adversaires.

(1) *Satires*, liv. II, vers 7 et 8.

On a donné la place de Camus à l'abbé Bossut. Le marquis de Condorcet l'aurait eue sans difficulté s'il résidait à Paris, et d'ailleurs sa famille ne veut pas qu'il soit adjoint de l'Académie. Nous avons pourtant grand besoin de géomètres. Je voudrais bien que nous pussions l'acquérir, d'autant qu'il nous vaque encore une place par la mort de M. Déparcieux (\*). C'était un de ces hommes qu'il est bon d'avoir dans les Académies, afin que les gens en place soient persuadés qu'elles sont bonnes à quelque chose.

Je souhaite que vous ayez de bonnes pièces sur les verres achromatiques; j'ai donné des formules pour les oculaires, mais les calculs arithmétiques m'ennuient et me fatiguent si fort, que je n'y penserai pas si tôt. J'ai encore un troisième Mémoire à vous envoyer sur ce sujet. Il est actuellement sous presse. Si je puis en avoir un exemplaire avant le départ de M. de Redern, je le prierai de s'en charger; sinon, ce sera pour une autre occasion. A propos, j'oublie de vous dire qu'il est ridicule que vous vouliez payer le port des *Mémoires de l'Académie* qu'on m'envoie. Cela n'est ni juste ni convenable. J'attends avec impatience les Volumes de 1762 et 1766, que je n'ai pas encore, et qui, selon mon calcul, doivent paraître à présent. Adieu, mon cher ami; portez-vous bien et soutenez, comme vous faites, l'honneur de la Géométrie, qui est encore votre maîtresse et qui n'est plus que ma vieille femme.

59.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 29 novembre 1768.

Il y a environ huit jours, mon cher et illustre ami, que je remis à

(\*) Antoine Déparcieux, géomètre, ingénieur, membre de l'Académie des Sciences (1748), né à Cessoux (Gard) le 18 octobre 1703, mort à Paris le 2 septembre 1768.

M. le comte de Redern un paquet qui contenait une Lettre pour vous. Le délai de son départ me permet de vous adresser encore celui-ci. Vous y trouverez deux exemplaires de mon troisième Mémoire sur les verres optiques, un pour vous et un pour M. de Castillon, que je vous prie de lui faire remettre de ma part. Vous y trouverez aussi deux exemplaires d'un nouvel Ouvrage de M. de Condorcet, un pour vous, qu'il me charge de vous faire parvenir, et l'autre pour l'Académie, à laquelle il vous prie de le présenter.

Je me trouve toujours assez bien du régime que je suis et dont je vous ai parlé dans ma Lettre du 20 au 21 de ce mois-ci, qui est dans l'autre paquet; je dors et digère mieux; cependant j'ai eu, il y a quelques jours, un assez violent débordement de bile qui heureusement n'a point eu de suite. Adieu, mon cher ami; M. Mettra m'a annoncé un paquet de vous que j'attends avec grande impatience. Dites, je vous prie, à M. Bitaubé que je lui écrirai au premier jour, si je ne l'ai pas encore fait quand vous recevrez cette Lettre. *Iterum vale et me ama.* Mes compliments à MM. Thiébault, Formey, etc., et à tous ceux qui veulent bien se souvenir de moi.

A Monsieur de la Grange, à Berlin.

60.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Berlin, ce 6 décembre 1768.

Mon cher et illustre ami, j'ai remis à M. Mettra une longue Lettre pour vous, que je ne doute pas qu'il ne vous ait rendue à son arrivée à Paris; cependant, comme il y a près de six mois que je n'ai reçu de vos nouvelles et que je ne sais à quoi attribuer un si long silence, je

ne puis m'empêcher de vous écrire de nouveau pour vous prier de me tirer d'inquiétude : deux mots de votre part me suffiront. Dès que je saurai que vous vous portez bien et que vous n'êtes point indisposé contre moi, je serai tranquille.

M. Euler le père a écrit depuis peu à l'Académie une Lettre que je joins ici, parce que je ne doute pas que vous ne soyez bien aise d'être informé de ce qu'elle contient. Je vous avoue que le succès des travaux d'un homme tel que lui dans la théorie de la Lune, dont il s'est occupé si longtemps, devrait naturellement me décourager de concourir pour le prix; mais, comme il semble insinuer qu'il a dessein de publier ses recherches avant le jugement de l'Académie, je ne me départirai pas de la résolution que j'ai prise d'envoyer quelque chose pour le concours. M. Michelet s'est chargé de vous faire parvenir le Volume de 1766 de notre Académie, tout à fait franc de port; j'insiste sur cette condition, parce qu'il serait indécent que vous fussiez acheter un tribut que l'Académie croit devoir vous payer; au reste, j'espère que l'ambassadeur de France <sup>(1)</sup>, qui doit, dit-on, arriver dans peu, ne refusera pas de se charger des envois que j'aurai occasion de vous faire à l'avenir. Il s'imprime actuellement le Volume de 1762, où il n'y aura rien de moi, parce que la Classe de Mathématiques est déjà surchargée de plusieurs Mémoires d'Euler; cependant vous y trouverez un Mémoire de M. Beguelin sur les objectifs achromatiques, qu'il s'est empressé de faire paraître parce qu'il contient des remarques sur les dimensions qu'on a proposées jusqu'ici. Il trouve *a posteriori*, c'est-à-dire en cherchant la quantité d'aberration qui a lieu dans chaque objectif pour une ouverture donnée, il trouve, dis-je, que les lentilles que vous avez proposées comme les meilleures de toutes sont encore sujettes à une aberration considérable, aussi bien que celles que M. Clairaut a données dans le Volume de 1762. Je n'ai pas vérifié ses calculs, qui ne sont que numériques, mais il ne serait pas impossible, ce me semble, que vous fussiez trompé dans les vôtres, surtout si vous ne les avez fait

(1) Le marquis de Valory.

revoir par personne; au reste, comme cela n'influe en rien sur vos méthodes, que j'ai trouvées aussi ingénieuses et élégantes qu'il soit possible, je vous avoue que je n'y ai pas fait beaucoup d'attention, d'autant plus que, quand il a lu ce Mémoire, j'étais occupé de matières toutes différentes.

Quant à mes travaux, ils ne sont pas bien considérables. J'ai lu en dernier lieu à l'Académie un très-long Mémoire sur la solution des problèmes indéterminés qui conduisent à des équations du second degré à deux inconnues, lorsqu'il s'agit de déterminer ces inconnues en sorte qu'elles soient exprimées par des quantités rationnelles ou même par des nombres entiers. J'ai trouvé des méthodes directes et générales pour résoudre ces sortes d'équations, soit que les inconnues puissent être des nombres rationnels quelconques, soit qu'elles doivent être des nombres entiers; mes méthodes donnent toutes les solutions possibles dans l'un et l'autre cas, de sorte que je crois avoir entièrement épuisé cette matière, sur laquelle M. Euler paraît s'être vainement exercé (voir t. IX, *Nouveaux Commentaires* de Pétersbourg).

Si vous voyez M. le marquis de Condorcet, je vous prie de lui dire que j'ai reçu son Ouvrage sur le problème des trois corps, et que j'attends la Lettre qu'il vous a adressée sur le Calcul intégral et le système du monde; dès que je l'aurai reçue, je ne manquerai pas de lui écrire et de le féliciter de ses succès, auxquels je prends et je prendrai toujours toute la part possible.

Adieu, mon cher et illustre ami; soyez persuadé que personne ne vous aime ni ne vous estime autant et pour plus de raisons que moi. Je vous embrasse de tout mon cœur.

61.

## D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, le 19 décembre 1768.

Je me sers d'un secrétaire, mon cher et illustre ami, parce que mes yeux fatiguent beaucoup aux lumières. Il y a plus d'un mois que j'ai répondu à la Lettre que M. Mettra m'a remise au bout de six semaines de date; cette réponse est assez longue et jointe à un paquet de Livres que je vous envoie. M. le comte de Redern, qui, depuis un mois, est toujours au moment de partir, s'est chargé du tout, et j'espère qu'il vous le remettra incessamment. Ce paquet contient mon nouveau Volume et celui de M. de Condorcet; quand j'écrirai à ce dernier, je m'acquitterai de vos commissions pour lui.

M. Euler a écrit à notre Académie la même Lettre que vous m'envoyez. J'ai grande impatience de voir les Ouvrages qu'il annonce, et surtout sa théorie de la Lune; mais, malgré toute mon estime pour lui, je vous avoue que je doute un peu de toute l'étendue de ce qu'il promet, et je vous exhorte fort à ne point abandonner vos travaux sur cette matière, dont, à vous dire le vrai, j'ai aussi bonne opinion que des siens.

J'ai bien de la peine à croire qu'il reste une aberration sensible dans mes objectifs, dont j'ai fait le calcul avec beaucoup de soin; cependant je serai fort aise de voir les remarques de M. Beguelin sur ce sujet quand elles paraîtront. Quant à présent, j'ai fait trêve avec tout travail depuis l'impression de mon cinquième Volume, et je m'en trouve à merveille. Je suis fort curieux de voir vos recherches sur les équations indéterminées du second degré; je me suis autrefois un peu occupé de cette matière, qui m'a paru très-difficile. Quant à présent, je ne veux rien faire, de six mois au moins, qui exige de moi une forte application. Adieu, mon cher et illustre ami; je me réfère pour le reste à la Lettre

et aux Livres que M. de Redern vous remettra. Je vous souhaite une bonne année et vous embrasse de tout mon cœur.

D'ALEMBERT.

*P.-S.* — Je reçois en ce moment le Volume de 1766. J'en ai payé le port à M. Mettra; il n'y a pas l'ombre de raison à vouloir que cela soit autrement. Je n'ai pas encore eu le temps de le lire, et vous croyez bien que je commencerai par votre Mémoire sur le passage de Vénus.

*A Monsieur de la Grange,  
de l'Académie royale des Sciences et directeur  
de la Classe mathématique, à Berlin.*

62.

## LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Berlin, ce 28 février 1769.

J'ai reçu, mon cher et illustre ami, il y a près d'un mois, les paquets que vous avez remis au comte de Redern: j'ai envoyé d'abord à M. de Castillon un exemplaire de votre Mémoire sur les verres optiques, et j'ai ensuite présenté à l'Académie votre cinquième Volume, ainsi que le nouvel Ouvrage de M. de Condorcet. Elle m'a chargé de vous en témoigner sa reconnaissance, et je vous prie en même temps de recevoir aussi mes très-humbles et très-sincères remerciements des présents dont vous m'avez honoré, et dont je suis d'autant plus flatté que je les regarde comme une marque de la continuation de votre estime et de votre précieuse amitié. Je vous demande pardon d'avoir tardé à m'acquitter de ce devoir; une indisposition, qui m'a duré quelques jours, m'en a empêché; d'ailleurs, je voulais me mettre auparavant un peu au fait des matières que vous venez de traiter, pour être en état d'en



causer un peu avec vous; mais, ayant dû achever quelques Mémoires pour notre Académie, où mon tour à lire revient au moins une fois par mois, je n'ai encore eu le temps que de parcourir vos nouveaux Mémoires, dont quelques-uns, surtout ceux qui roulent sur les fluides et sur la précession des équinoxes, exigent de moi une lecture bien attentive et suivie, parce que ce sont des matières que j'ai entièrement perdues de vue depuis que je suis ici. Vos remarques sur le problème des trois corps m'ont paru aussi ingénieuses que justes, et la méprise que vous relevez dans la théorie de Clairaut me semble très-réelle. Je me souviens même d'y avoir fait attention il y a longtemps, à l'occasion de votre contestation avec lui; mais je ne poussai pas alors plus loin cette remarque, et je trouve que vous avez très-bien fait d'entrer dans quelque détail sur ce sujet pour l'instruction de ceux qui pourraient, dans la suite, se servir encore de cette même théorie.

Le problème dont je vous ai parlé m'a occupé beaucoup plus que je ne le pensais d'abord; enfin, j'en suis venu heureusement à bout, et je crois n'avoir presque rien laissé à désirer sur le sujet des équations du second degré à deux inconnues. Je connais le Mémoire de M. Euler qui se trouve dans le sixième Volume des anciens *Mémoires* de Pétersbourg, ainsi qu'un autre plus récent, imprimé dans le neuvième Volume des *Nouveaux Commentaires*; mais dans l'un et dans l'autre de ces Mémoires on suppose toujours que l'on connaisse déjà une solution, et là difficulté est de trouver cette première solution. D'ailleurs, M. Euler n'y considère que le cas où les inconnues doivent être des nombres entiers; or, si l'on ne demande que des nombres rationnels, il peut arriver très-souvent que le problème soit soluble, quoiqu'il ne le soit pas en nombres entiers; enfin je puis dire que ce que l'on avait sur cette matière, par les recherches de Diophante, de Fermat, de Wallis, d'Euler et d'autres, était encore très-peu de chose. Mon Mémoire sur ce sujet est très-long, parce que j'y ai traité aussi d'autres sujets analogues; cependant je tâcherai de le faire imprimer tout entier dans le Volume de l'année 1763, que l'on va mettre sous presse à Pâques. Celui qu'on imprime actuellement regarde l'an-

née 1762 et ne contient que de vieux Mémoires d'Euler, avec le Mémoire de M. Beguelin dont je vous ai parlé. Je ne manquerai pas de vous le faire parvenir dès qu'il paraîtra. Je vous serai toujours fort obligé de m'envoyer les Mémoires que vous donnerez à votre Académie, parce que, outre que j'aime à avoir tous vos Ouvrages ensemble, je suis bien aise de pouvoir me dispenser d'acheter les Volumes de l'Académie, dont les neuf dixièmes roulent sur des matières qui me sont ou étrangères ou indifférentes. Il paraît actuellement le *Calcul intégral* d'Euler; l'avez-vous déjà? Sinon, je pourrai vous l'envoyer. En général, comme je suis plus à portée que vous de recevoir ce qui vient de Pétersbourg, je me chargerai volontiers de vous envoyer les Volumes de l'Académie à mesure qu'ils paraîtront, ainsi que tout ce qu'Euler publiera, n'ayant rien tant à cœur que de pouvoir vous donner au moins quelques faibles marques des sentiments que je vous dois et avec lesquels je serai toute ma vie.

63.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, le 10 avril 1769.

Mon cher et illustre ami, je suis fort aise que vous ne soyez pas mécontent du peu que vous avez encore pu lire de mon nouveau Volume; j'ai grande envie de savoir votre avis sur le reste. L'erreur de Clairaut sur l'orbite de la Lune ne me paraît pas douteuse; cependant je suis charmé qu'elle vous paraisse réelle ainsi qu'à moi, car je ne conçois pas comment elle a pu lui échapper; il était pour l'ordinaire fort exact, et c'est une raison de plus pour remarquer cette méprise.

Je suis si peu capable d'un travail suivi, que je n'ai pas grande nou-

velle à vous apprendre de mes travaux. J'ai développé, dans un Mémoire que j'ai lu il n'y a pas longtemps à l'Académie, ce que j'ai dit à la fin de mon cinquième Volume d'*Opuscules* sur la libration de la Lune. Je ne sais quand il sera imprimé; je ne manquerai pas de vous l'envoyer aussitôt. J'ai fait aussi quelques recherches de Calcul intégral; mais tout cela est assez peu de chose.

J'ai grande envie de lire vos recherches sur les problèmes de Dioptrique, et je compte bien en faire mon profit, si pourtant ma tête me permet de les suivre. Vous me marquez qu'on imprime l'année 1762 de vos *Mémoires*? Est-ce que l'on n'imprime pas aussi 1767, ou est-ce que cette année a déjà paru? Je n'ai encore que 1766 et j'attends 1767 avec d'autant plus d'impatience, que j'espère y trouver bien des choses de vous.

Que dites-vous de M. Euler, qui, tout aveugle qu'il est, fait imprimer trois Volumes de Dioptrique, un sur la Lune et deux de Calcul intégral? Briasson <sup>(1)</sup> doit recevoir incessamment ce dernier Ouvrage et m'en a promis un exemplaire; c'est pour cela que je ne vous prie point de me l'envoyer. S'il paraît chez vous quelque nouveauté intéressante, je vous prie de me la faire parvenir; comme le roi a présentement un ministre en France, les envois seront peut-être plus faciles et moins dispendieux. Vous avez peut-être appris par les gazettes que nous avons enfin reçu M. de Condorcet <sup>(2)</sup>, la famille ayant jugé à propos de ne plus mettre d'obstacle à ce qu'il fût de l'Académie, car beaucoup de nos gentilshommes croient que le titre et le métier de savant dérogent à la noblesse.

Je vous prie de demander à M. Beguelin <sup>(3)</sup> si j'ai eu l'honneur de répondre à la Lettre qu'il m'a fait l'honneur de m'écrire au sujet des verres optiques. J'ai idée d'avoir rempli ce devoir, mais je n'en suis pas

(1) Antoine-Claude Briasson, libraire à Paris dès 1724, était, depuis le 15 juin 1768, syndic de sa corporation.

(2) Condorcet fut élu adjoint-mécanicien le 8 mars 1769 et associé le 22 décembre 1770.

(3) Nicolas de Beguelin, physicien, membre (1747) de l'Académie de Berlin, dans le Recueil de laquelle il a inséré de nombreux travaux, né en Suisse en 1714, mort à Berlin le 3 janvier 1789.

sûr, et, en ce cas, je le prie d'excuser mon défaut de mémoire, qui me fait souvent faux bond depuis que ma tête est affaiblie. Je vous prie de lui dire que je lirai son Mémoire avec grande attention et que je profiterai des vues utiles qu'il contiendra sans doute. Adieu, mon cher ami; ayez bien soin de votre santé, *res prorsus substantialis*, comme Newton disait du *repos*. Je vous embrasse de tout mon cœur. Mes respects à M. le comte de Redern.

A Monsieur de la Grange,  
directeur de la Classe de Mathématiques de l'Académie royale  
des Sciences, à Berlin.

64.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Berlin, ce 2 juin 1769.

Mon cher et illustre ami, la maladie que j'ai eue ces jours passés, et dont il me reste encore beaucoup de faiblesse, a tout à fait dérangé le plan de mes travaux, de sorte que je suis en doute si je pourrai concourir pour le prix de la Lune comme je me l'étais proposé. Ce n'est pas que je n'aie les matériaux tout prêts, mais ils demandent du temps pour être mis en œuvre, et j'ai déjà perdu plus d'un mois de celui que j'y destinais; le pis est que ma tête ne me permet pas encore une application un peu soutenue. J'ai eu tort, je l'avoue, de n'avoir pas mieux profité de tout le temps que j'avais; mais il faut que vous sachiez que, comme je suis presque seul dans ma Classe (les autres membres étant MM. Bernoulli et de Castillon, dont l'un est absent depuis six mois et l'autre est âgé et infirme), je suis obligé de lire à l'Académie au moins un Mémoire par mois, parce que, chez nous, chacune des quatre Classes lit un Mémoire à tour de rôle, avec cette différence que les Classes de

Physique et de Mathématiques lisent deux fois pendant que les deux autres ne lisent chacune qu'une fois. Au reste, je suis bien éloigné de me plaindre de cet arrangement; mais il en résulte que je n'ai pas beaucoup de temps de reste, d'autant plus qu'il arrive souvent que les sujets que j'entreprends de traiter m'entraînent plus loin que je ne voudrais: c'est ce qui m'est arrivé surtout à l'égard du problème dont je vous ai parlé, et qui m'a beaucoup plus occupé que je ne croyais d'abord. D'ailleurs, j'ai une mauvaise habitude dont il m'est impossible de me défaire: c'est que je refais souvent mes Mémoires, même plusieurs fois, jusqu'à ce que j'en sois passablement content.

Il s'imprime actuellement le Volume de 1767, dans lequel il y aura deux Mémoires de moi, l'un, très-long, sur la résolution des équations du second degré à deux inconnues, et l'autre sur la résolution des équations numériques d'un degré quelconque <sup>(1)</sup>. Ce sont deux sujets élémentaires, comme vous voyez, mais je puis vous assurer qu'ils m'ont donné plus de peine que toutes mes autres recherches; au reste, je me flatte d'avoir traité ces deux matières d'une manière qui ne laisse presque rien à désirer; si vous en jugez de même, je ne regretterai pas le temps que j'ai consumé à ces sortes de recherches.

Les Ouvrages que M. Euler publie à Pétersbourg étaient faits depuis longtemps et n'étaient restés en manuscrit que faute de libraire qui voulût s'en charger; il y en a même un qu'il n'aurait pas dû publier pour son honneur: ce sont ses *Lettres à une princesse d'Allemagne* <sup>(2)</sup>. Je ne sais si vous les connaissez; mais, si vous en étiez curieux, je pourrais vous en faire parvenir un exemplaire par la première occasion qui se présenterait.

Il a paru à Pâques un Volume de notre Académie; c'est celui de l'année 1762, dans lequel il n'y a que de vieux Mémoires d'Euler sur la Dioptrique et un Mémoire de M. Beguelin sur le même sujet. Je ne vous

<sup>(1)</sup> Voir t. II de cette édition, p. 377 et 539.

<sup>(2)</sup> *Lettres à une princesse d'Allemagne sur plusieurs sujets de Physique et de Philosophie*, Saint-Petersbourg, 1768-1772, 3 vol. in-8°; souvent réimprimées. Elles sont adressées à la princesse d'Anhalt-Dessau, nièce de Frédéric II.

l'ai pas encore envoyé faute d'avoir trouvé une occasion convenable: elles se présentent très-rarement. M. Formey s'est chargé de voir si l'on pourrait profiter du canal du Bureau des Affaires étrangères; mais il ne m'a pas encore rendu réponse.

M. Beguelin, à qui j'ai fait votre commission, est très-sensible à votre souvenir et n'a point, à la vérité, reçu de vos Lettres; mais il lui suffira que vous vouliez bien jeter les yeux sur ses Mémoires et lui en dire votre avis. C'est un homme très-estimable par sa science et par son caractère. Il a été précepteur de M<sup>te</sup> le prince de Prusse <sup>(1)</sup>; mais, s'étant trouvé en quelque sorte enveloppé dans la disgrâce du gouverneur du prince <sup>(2)</sup>, il paraît avoir été un peu oublié du roi: c'est pourquoi il souhaiterait que vous voulussiez bien vous intéresser pour lui en temps et lieu. Au reste, il est beau-frère de M. de Catt, mais il ne paraît pas qu'il compte beaucoup sur la protection de ce dernier.

Je crois que le comte de Redern vous aura mis un peu au fait de l'état actuel de notre Académie: elle aurait grand besoin d'un chef; nos Règlements sont extrêmement imparfaits, et on ne les suit presque pas; il y a des membres qui ne pensent qu'à brouiller, dans l'espérance de pouvoir dominer; enfin, à l'exception d'un très-petit nombre qui travaillent, les autres ne s'occupent que de brigues et de cabales.

Je lis actuellement votre cinquième Volume d'*Opuscules* et j'y trouve de très-excellentes choses; j'aurai peut-être l'honneur un jour de vous faire part des réflexions que cette lecture me fait faire, si, par un plus sérieux examen, je les trouve dignes d'être soumises à votre jugement.

Je vous embrasse de tout mon cœur et suis à vous pour la vie.

<sup>(1)</sup> Ce prince était neveu de Frédéric II, qui le déclara prince royal en 1758, et auquel il succéda sous le nom de Frédéric-Guillaume II. Né le 25 septembre 1744, il mourut le 16 décembre 1797.

<sup>(2)</sup> Le gouverneur du prince était le comte de Bork, que Frédéric II, en 1764, exila dans ses terres en Poméranie, en même temps qu'il renvoyait Beguelin à Berlin. « On a prétendu, dit Thiébaud, que ce qui avait déterminé le roi à les renvoyer, c'est qu'un jour le comte de Bork, interrogé, chez le prince et pendant le dîner, sur la préférence à accorder en général à un roi guerrier ou à un roi pacifique, avait paru estimer ce dernier plus que l'autre. » (*Mes souvenirs de vingt ans de séjour à Berlin*, 1813, t. I, p. 315.)

65.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 16 juin 1769.

Mon cher et illustre ami, je me disposais à vous envoyer le paquet ci-joint, et dont je vous parlerai dans un moment, lorsque j'ai reçu votre Lettre du 1<sup>er</sup> juin, par laquelle vous m'apprenez que vous avez été malade. Quoique vous n'entriez là-dessus dans aucun détail, je vois que cette maladie a été assez sérieuse, et ce que vous me dites de vos travaux me fait craindre que l'excès de l'application n'en soit la cause. Au nom de Dieu, mon cher ami, ménagez-vous; songez que vous avez la plus belle carrière à parcourir et que le moyen d'y courir longtemps c'est de ne pas vous essouffler à l'entrée. Que mon exemple vous soit utile: j'ai observé assez de régime dans le travail, et je suis cependant vieux à cinquante ans. J'espère que vous voudrez bien me donner de vos nouvelles, et je me flatte d'apprendre votre parfait rétablissement. Ne vous forcez point pour travailler à notre prix si votre santé ne vous le permet pas. Je doute d'abord qu'Euler concoure; il a fait demander à l'Académie s'il ne pourrait pas lui envoyer son Ouvrage imprimé, et l'Académie a décidé, à la vérité contre mon avis et celui des meilleurs de nos géomètres, qu'elle s'en tiendrait à ses règles ordinaires; ainsi, je ne sais pas s'il nous enverra son manuscrit et s'il le pourra à temps. Nous n'aurons donc vraisemblablement que des Ouvrages qui nous détermineront à remettre encore le prix. Je souhaite pour vous que nous y soyons obligés.

Le Mémoire ci-joint contient quelques nouvelles recherches sur les cordes, dont je souhaite que vous soyez content; je vous en enverrai bientôt un autre. Vous les ferez imprimer quand et comme vous voudrez. Je serai bien charmé que vous me fassiez part de vos remarques sur mon cinquième Volume d'*Opuscules*. A propos de cela, je me sou-

viens que vous m'aviez promis, il y a longtemps, quelques réflexions sur le Calcul des probabilités. Je pense que cette matière est toute neuve et aurait besoin d'être traitée par un mathématicien tel que vous.

Je verrai avec grand plaisir vos recherches sur les équations; j'attends le Volume de 1762 et je vous prie de dire à M. Beguelin que je lirai avec attention ses Mémoires sur la Dioptrique. Faites-lui, je vous prie, mille compliments de ma part; il ne doit point douter que je ne sois disposé à lui rendre auprès du roi tous les services qui pourront dépendre de moi, et certainement je parlerai en sa faveur en temps et lieu; mais malheureusement je n'ai pas autant de crédit qu'il se l'imagine.

Je ne doute pas que l'Académie n'ait grand besoin d'un président; pourquoi ne vous le ferait-on pas? Dites-moi si cela vous convient, et j'agirai. Je vais, en attendant, préparer les voies en écrivant de nouveau au roi tout le bien que je pense de vous. A propos de votre Académie, j'ai toujours oublié de vous demander ce que vous pensez de M. Lambert<sup>(1)</sup>; ce que j'ai lu de lui jusqu'à présent ne me paraît pas de la première force: on dit pourtant que M. Euler en faisait grand cas. J'attends incessamment de Pétersbourg le *Calcul intégral* de ce dernier, et je ne serais même pas fâché de voir ses *Lettres à une princesse d'Allemagne*; suivant ce que vous m'en dites, c'est son *Commentaire sur l'Apocalypse*<sup>(2)</sup>. Notre ami Euler est un grand analyste, mais un assez mauvais philosophe.

Je désire savoir votre avis sur mes nouvelles objections à Daniel Bernoulli; il me semble que je détruis assez bien les prétendues vibrations multiples. Le jeune Bernoulli a passé ici quinze jours: je lui ai fait beaucoup d'amitiés; je lui ai dit un mot du peu d'honnêteté de son oncle à mon égard et je l'ai assuré, ce qui est très-vrai, que je n'en

(1) Jean-Henri Lambert, l'un des savants les plus remarquables du xviii<sup>e</sup> siècle, fils d'un réfugié français, né à Mülhouse le 29 août 1728, mort en 1771 à Berlin, où, depuis 1764, il était membre pensionnaire de l'Académie.

(2) Allusion à l'Ouvrage de Newton sur l'Apocalypse.

rendrais pas moins au neveu tous les services qui dépendraient de moi, parce que, en effet, il me paraît le mériter. Vous m'aviez promis de donner un peu sur les doigts à Daniel Bernoulli, et vous ferez bien. Quant à moi, je trouve très-bon qu'on m'attaque et même qu'on me réfute, pourvu qu'on n'y procède pas, comme dit Montagne, *d'une trogne trop impérieusement magistrale* <sup>(1)</sup>. Adieu, mon cher ami; je vous embrasse.

66.

D'ALEMBERT A LAGRANGE.

A Paris, ce 30 juin 1769.

Mon cher et illustre ami, voilà un petit Supplément au second des deux Mémoires que vous avez dû recevoir il y a huit jours. Je me suis aperçu d'une méprise qui est corrigée, comme vous le verrez, dans ce Supplément. Cependant, comme la restriction n'a lieu que quand les deux suites en question sont finies, je crois qu'il n'y a nul inconvénient à imprimer les deux Mémoires tels qu'ils sont; il faudra seulement avoir l'attention que la correction que je vous envoie se trouve dans le même Volume où sera le second Mémoire.

J'ai ajouté à celui-ci un petit *post-scriptum* que je vous prie d'avoir soin de faire imprimer à la fin. Je croyais avoir fait le premier la remarque singulière et importante qui est à la fin de l'article XVIII sur les cas où, dans une équation différentielle,  $y$  est tout ce qu'on voudra,  $x$  étant zéro. A peine avais-je écrit le peu que je vous dis à ce sujet, que j'ai reçu le premier Volume du *Calcul intégral* d'Euler, et j'ai vu que ce diable d'homme avait déjà fait la même remarque. Cependant

<sup>(1)</sup> Voici la phrase de Montaigne : « Pourvu qu'on n'y procède d'une trogne trop impérieuse et magistrale, je preste l'épaulé aux reproches que l'on fait en mes écrits. » *Essais*, liv. III, chap. VIII. Paris, Didot, 1802, in-12, t. IV, p. 37.

je crois qu'il n'a pas tout dit; mais j'ai vu, avec quelque regret, qu'il m'avait enlevé la fleur des réflexions que j'avais faites sur ce sujet. Je pourrai vous en faire part une autre fois.

Ce *Traité du Calcul intégral* me paraît plein d'excellentes choses; dites-moi, je vous prie, si le second Volume paraît ou si vous savez quand il paraîtra. Pour prévenir l'inconvénient où je viens de tomber, je fais parapher actuellement par le secrétaire de l'Académie l'énoncé de différents problèmes et théorèmes de Calcul intégral, afin de m'en conserver du moins la possession et de constater que je les ai trouvés de mon côté, si ce diable d'homme me prévient encore sur quelques-uns, ce qui pourrait bien être, car où ne fouille-t-il pas? Adieu, mon cher et illustre ami; je vous embrasse de tout mon cœur. Donnez-moi des nouvelles de votre santé et surtout ménagez-la, pour vous premièrement, et puis pour l'intérêt des sciences et pour la tranquillité de vos amis, à la tête desquels je me flatte que vous me placez. *Iterum vale et me ama.*

67.

LAGRANGE A D'ALEMBERT.

A Berlin, ce 15 juillet 1769.

Mon cher et illustre ami, j'ai reçu successivement les deux paquets que vous m'avez fait l'honneur de m'envoyer et j'y ai trouvé trois Mémoires pour notre Académie, que je lui ai présentés jeudi passé et dont elle m'a chargé de vous témoigner sa reconnaissance. S'ils étaient venus un peu plus tôt, on aurait pu les faire paraître dans le Volume de 1767, qui est actuellement sous presse, et j'en aurais volontiers supprimé un des miens pour leur faire place; mais à présent la Classe de Mathématiques est déjà presque tout imprimée, et, d'ailleurs, elle est déjà si chargée, que ce serait une espèce d'indiscrétion de

XIII.

18

vouloir la grossir davantage, parce que ce ne pourrait être qu'aux dépens des deux suivantes. Ainsi, je réserverai vos Mémoires pour le Volume de 1768, qui sera mis sous presse à Pâques prochain, à moins que vous n'aimiez mieux les insérer dans le Volume de 1763 qu'on mettra sous presse à la Saint-Michel de cette année-ci; mais, comme je n'étais pas encore ici en 1763, ce serait, ce me semble, un anachronisme trop grand de rapporter à cette année des Mémoires qui me sont adressés en forme de Lettres; du reste, je ferai là-dessus ce que vous voudrez.

Vos remarques sur la théorie des cordes vibrantes de M. Bernoulli me paraissent décisives. J'admire la constance avec laquelle vous êtes capable de poursuivre un même objet pendant un si long temps; pour moi j'ai ce malheur que, à force de remanier la même matière, j'en prends à la fin un si furieux dégoût, qu'il m'est comme impossible d'y revenir encore, et c'est précisément ce qui m'est arrivé à l'égard des cordes vibrantes; voilà pourquoi j'ai toujours négligé de répondre à M. Daniel Bernoulli, quoique je pusse le faire avec avantage. Je suis charmé que vous ayez reconnu que ma solution de l'équation de Riccati <sup>(1)</sup> revient au même que celle de M. Euler, ce qui peut servir à confirmer la bonté de ma méthode; au reste, j'ai peine à croire que l'intégrale que donne ma méthode ne soit pas complète et générale, comme vous paraissez l'insinuer: c'est un point que je me propose d'examiner à loisir. Les restrictions que vous ajoutez à ma solution générale du problème des tautochrones sont très-légitimes. Lorsque je lus à l'Académie l'appendice qui contient cette solution, j'avais dessein de l'étendre et de la perfectionner dans un Mémoire particulier; mais, ayant vu ensuite que vous m'aviez déjà prévenu sur ce sujet, j'ai cru devoir l'abandonner entièrement, d'autant plus qu'il me semble que vous l'avez déjà presque épuisé.

Je vais maintenant, si vous me le permettez, m'entretenir un peu avec vous sur quelques points relatifs à votre cinquième Volume

<sup>(1)</sup> Le comte Jacopo Riccati, mathématicien, né en 1676 à Venise, mort à Trévise en 1754. (Voir, au sujet de cette équation, Montucla, Part. V, Liv. I, t. III, p. 135.)

d'*Opuscules*. J'approuve entièrement les remarques que vous faites sur les lois de l'équilibre des fluides (art. 18 et suiv. du Mémoire XXX); il y aurait peut-être quelque chose à dire à l'égard de celle de l'article 20; ce serait une dispute analogue à celle que j'eus autrefois avec vous touchant l'attraction d'un point vers une surface sphérique; mais, comme ces sortes de discussions regardent plutôt la Métaphysique que le Calcul, je crois qu'il vaut encore mieux les laisser là. Je suis presque convaincu qu'un fluide homogène et dont toutes les parties s'attirent mutuellement dans une raison quelconque dépendante de la distance ne saurait être en équilibre, à moins qu'il ne forme une masse sphérique; cependant il me paraît comme impossible d'en trouver une démonstration générale. Celle que vous proposez dans les articles 48 et suivants suppose que le rayon soit exprimé par une fonction rationnelle et entière de l'angle; mais je ne vois aucun inconvénient à ce qu'il le soit par une fonction rationnelle et rompue du même angle. Il est vrai que dans ce cas on pourrait toujours réduire la fonction rompue en une fonction entière par le moyen des séries, mais il est clair qu'en admettant une série infinie il serait possible d'en déterminer tous les coefficients; au moins on ne voit point d'abord que la chose soit impossible. J'avais autrefois fait beaucoup de calculs sur ce sujet, dont j'ai retrouvé heureusement les brouillons; peut-être pourrai-je m'en occuper encore si je vois jour à pouvoir me flatter de quelque succès. Au reste, je ne saurais être entièrement de votre avis par rapport à ce que vous dites à l'article 86 (p. 38); car, quoique l'équation de l'équilibre ait lieu à peu près lorsque  $z$  est très-petit, il ne s'ensuit pas, ce me semble, que la figure qui donnerait l'équilibre rigoureux ne diffère que d'une quantité de l'ordre  $z^2$  de celle qui résulte de l'équation approchée de l'équilibre, à moins qu'on n'ait fait voir auparavant qu'il existe nécessairement une telle figure d'équilibre rigoureux; en effet, s'il arrivait que les termes de l'ordre de  $z^2$  de l'équation ne pussent jamais se détruire qu'en supposant  $z = 0$ , il est clair que la figure résultante de la destruction des termes de l'ordre  $z$  différerait nécessairement de celle de l'équilibre rigoureux par des

quantités de l'ordre  $z$ . En général, il me semble que l'équilibre n'est qu'un état unique, et qu'un équilibre approché et même aussi approché qu'on voudra sera toujours un non-équilibre, de sorte que pour pouvoir tirer des conclusions exactes sur cette matière il faut absolument pouvoir résoudre le problème en rigueur, ou au moins avoir égard successivement aux quantités des différents ordres, en sorte qu'on puisse s'assurer que l'équilibre rigoureux est possible. Par exemple, vous avez trouvé qu'en supposant  $\delta = \frac{2}{3}$  et  $\varphi = 0$  l'ellipticité  $z$  peut être tout ce qu'on voudra; or, s'il était démontré qu'un fluide homogène qui recouvre une sphère solide et homogène ne saurait être en équilibre en vertu de la simple attraction mutuelle, à moins qu'il n'ait aussi la figure sphérique, ce qui me paraît très-vraisemblable, on ne pourrait plus dire que  $z$  pourrait être tout ce qu'on voudrait; or il me paraît très-possible que l'équation de l'équilibre soit telle qu'elle n'ait jamais lieu rigoureusement, à moins que  $z$  ne soit  $= 0$ , abstraction faite de la force centrifuge, et que cependant elle puisse avoir lieu à peu près, c'est-à-dire aux quantités de l'ordre  $z^2$  près.

Vos remarques sur la convergence des séries (p. 1, Mémoire XXXV) me paraissent très-justes et très-utiles; je me rappelle d'avoir lu quelque part celle qui regarde la convergence de la série qui exprime le sinus par l'angle, mais je vous avoue qu'elle ne me paraît pas aussi nécessaire qu'à vous pour la validité de la démonstration de M. Bernoulli, qui n'est fondée que sur la théorie des équations; au reste, le paradoxe que vous proposez sur la fin de l'article 32 de ce même § (p. 183) ne me paraît pas inexplicable. En considérant d'abord l'expression du sinus par l'arc, qu'on peut trouver directement de plusieurs manières, et supposant le sinus donné, on a une équation dont les racines sont les différents arcs qui répondent au même sinus; maintenant, si par la méthode du retour des suites on tire de cette équation la valeur de l'arc, on n'aura, par la nature même de cette méthode, que la plus petite des racines de l'équation, et, par conséquent, l'expression de l'arc par le sinus ne représentera jamais qu'un seul arc.

J'ai un peu médité sur le paradoxe qui concerne la résistance des

fluides; il me semble que tout dépend de la supposition que les particules du fluide aient le même mouvement à la partie postérieure qu'à la partie antérieure; j'avoue que cette supposition est légitime analytiquement, mais il se peut qu'elle ne le soit pas physiquement. En effet, si l'on considère un fluide homogène et sans pesanteur qui se meuve dans un tuyau infiniment étroit, si l'on veut, et évasé en haut et en bas, en sorte que ce tuyau ait la même figure de part et d'autre de la section de la plus petite largeur, il est clair qu'on peut supposer analytiquement que le mouvement du fluide soit aussi le même des deux côtés de cette section; cependant il est facile de concevoir que le fluide doit nécessairement quitter les parois du vase et se mouvoir comme une masse solide continue, après avoir passé par la plus petite section; c'est aussi ce que vous avez remarqué dans votre *Traité des fluides* et ailleurs. Or, le cas qui donnerait la résistance nulle peut se réduire, si je ne me trompe, à celui dont je viens de parler, moyennant quoi on pourra expliquer le paradoxe proposé.

Voilà une partie des remarques que la lecture de vos derniers Ouvrages m'a fait faire; je les soumets entièrement à votre jugement, en vous priant de me pardonner la liberté que je prends de vous les communiquer et de ne la regarder que comme une marque du désir que j'ai de profiter de vos lumières.

Je suis infiniment sensible à la part que vous avez bien voulu prendre à ma maladie; je suis maintenant parfaitement rétabli. J'ai communiqué à M. Beguelin l'article de votre Lettre qui le regarde; il y a été fort sensible et m'a chargé de vous en témoigner sa reconnaissance. M. Lambert, sur qui vous souhaitez de savoir mon sentiment, est sans contredit un des meilleurs sujets de notre Académie; il est très-laborieux et soutient presque seul notre Classe de Physique. Il possède assez bien l'Analyse, mais son fort est la Physique, sur laquelle il a donné un Ouvrage estimé, intitulé *Photometria* <sup>(1)</sup>, c'est-à-dire de la mesure de

<sup>(1)</sup> *Photometria, sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbræ.* Augustæ Vindelicorum, 1760, in-8°.

la lumière; il y a surtout un excellent Mémoire de lui sur l'aimant dans le Volume de 1766. Au reste, il a quelque chose de singulier dans son maintien et dans sa conversation qui déplaît au premier abord, et je ne suis pas surpris que le roi ne l'ait pas goûté, ayant eu moi-même de la peine à m'accommoder à ses manières. Il était ou du moins il me parut si plein de lui-même, lorsque j'arrivai ici, que je pris le parti de ne pas le fréquenter, mais en même temps de ne laisser échapper aucune occasion de le rabaisser; cela l'a rendu beaucoup plus traitable, et à présent nous sommes assez bons amis. Il n'a que 500 écus de l'Académie, et, si l'occasion vous venait de lui procurer une augmentation, je vous assure que vous feriez une très-bonne œuvre, car il est certainement un de ceux à qui notre Académie doit le plus <sup>(1)</sup>.

Quant à moi, je suis toujours très-content de mon état et je n'en souhaite que la continuation. Je vous remercie du fond de mon cœur des offres que vous me faites touchant la place de président; mon amour-propre ne saurait m'aveugler au point de me laisser croire que cette place puisse me convenir, surtout dans les circonstances présentes, et quoique je sois intimement persuadé que l'Académie a grand besoin d'un chef, je ne le suis pas moins de mon insuffisance pour un pareil poste, n'ayant ni le talent ni les autres qualités nécessaires pour le remplir dignement et au gré du roi. D'ailleurs, ma situation actuelle est telle qu'elle ne me laisse rien à désirer; il est vrai que je suis marié, mais je

(1) Voici ce que, dans une Lettre sans date, mais probablement de janvier 1765, Frédéric II écrivait à d'Alembert :

« On m'a, pour ainsi dire, presque forcé de prendre la plus maussade créature qui soit dans l'univers pour la mettre dans notre Académie. Il se nomme Lambert, et, quoique je puisse attester qu'il n'a pas le sens commun, on prétend que c'est un des plus grands géomètres de l'Europe. Mais, comme cet homme ignore les langues des mortels et qu'il ne parle qu'équations et Algèbre, je ne me propose pas de sitôt d'avoir l'honneur de m'entretenir avec lui. En revanche, je suis très-content de M. Toussaint, dont j'ai fait l'acquisition. Sa science est plus humaine que celle de l'autre. Toussaint est un habitant d'Athènes, et Lambert un Caraïbe ou quelque sauvage des côtes de la Cafrerie. Cependant, jusqu'à M. Euler, toute l'Académie est à genoux devant lui, et cet animal, tout crotté du hourbier de la plus crasse pédanterie, reçoit ces hommages comme Caligula recueillait ceux du peuple romain, chez lequel il voulait passer pour dieu. Je vous prie que ces petites anecdotes de notre Académie ne sortent pas de vos mains. » (*Œuvres de Frédéric II*, t. XXIV, p. 392.)

n'ai point d'enfants et je ne souhaite pas d'en avoir; ma femme, qui est une de mes cousines et qui a même vécu assez longtemps dans ma famille, est très-bonne ménagère et n'a d'ailleurs aucune espèce de prétention, de sorte qu'à tout prendre mon mariage ne m'est pas une charge.

Vous recevrez bientôt ou peut-être vous aurez déjà reçu le Volume de notre Académie de l'année 1762, qui a paru à Pâques; M. Thiébault s'est chargé de vous le faire parvenir par le moyen d'un de ses amis qui retourne à Paris; celui qui est actuellement sous presse, et qui appartient à l'année 1767, paraîtra à la Saint-Michel, et je tâcherai de vous l'envoyer le plus tôt qu'il sera possible; cependant, comme mes *Mémoires* sont déjà imprimés, si avant la publication du Volume je trouve une occasion pour Paris, j'en profiterai pour vous envoyer un exemplaire de ces *Mémoires*, et j'y joindrai les *Lettres* de M. Euler à une *princesse d'Allemagne*, que vous souhaitez de voir et qui vous amuseront peut-être par les sorties que vous y trouverez contre les esprits forts.

Le deuxième Volume de son *Calcul intégral* n'a pas encore paru, et l'on ne sait pas quand il paraîtra; il doit aussi y en avoir un troisième sur le Calcul des différences partielles. Je suis bien aise d'apprendre qu'il a dessein de concourir pour le prix; cela diminue beaucoup le regret que j'ai de ne pas concourir aussi; car, s'il est vrai que sa théorie soit telle qu'il l'a annoncée, il y aurait de la témérité et de la folie à vouloir entrer en concurrence avec lui. Mille pardons, mon cher et illustre ami, d'avoir abusé si fort de votre patience par une si énorme lettre; la multitude des choses que j'avais à vous dire et plus encore le plaisir de m'entretenir avec vous m'ont entraîné presque malgré moi, mais je vous promets d'être plus discret à l'avenir. Je vous embrasse de tout mon cœur.