

ANNÉE 1659.

C.

FERMAT A CARCAVI ⁽¹⁾.

DIMANCHE 16 FÉVRIER 1659.

(Œuvres de Pascal, IV, p. 448. Bibl. nat., imprimés, Réserve V, 859.)

MONSIEUR MON CHER MAÎTRE,

Je suis embarrassé en affaires non géométriques; je vous envoie pourtant un petit écrit que le Pere Lalouère m'a fait porter ce matin ⁽²⁾.

J'ai reçu le Traité de M. Pascal ⁽³⁾ depuis deux jours, et n'ai pu encore m'appliquer sérieusement à le lire; j'en ai pourtant conçu une grande opinion, aussi bien que tout ce qui part de cet illustre.

Je suis tout à vous,

FERMAT.

A Tolose, le 16 février 1659.

⁽¹⁾ L'autographe de cette lettre est collé en tête d'un recueil des opuscules imprimés de Pascal conservé à la Bibliothèque nationale.

⁽²⁾ Il s'agit d'une réponse datée du 15 février et faite par Lalouère au *Post-scriptum* du 29 janvier à la *Suite de l'histoire de la roulette*. Cette réponse est insérée dans la *Veterum Geometria promota in septem Cycloide libris*, publiée par Lalouère en 1660.

⁽³⁾ Lettres de A. Dettonville contenant quelques-unes de ses inventions en Géométrie. — A Paris, chez Guillaume Desprez, rue S^t-Jacques, à l'Image S^t-Prosper. MDCLIX.

CI.

FERMAT A CARCAVI.

AOÛT 1659.

*(Corresp. Huyg., n° 631.)*RELATION DES NOUVELLES DÉCOUVERTES EN LA SCIENCE DES NOMBRES ⁽¹⁾.

... 1. Et pour ce que les méthodes ordinaires, qui sont dans les Livres, étoient insuffisantes à démontrer des propositions si difficiles, je trouvai enfin une route tout à fait singulière pour y parvenir.

J'appelai cette manière de démontrer la *descente infinie* ou *indéfinie*, etc.; je ne m'en servis au commencement que pour démontrer les propositions négatives, comme, par exemple :

Qu'il n'y a aucun nombre, moindre de l'unité qu'un multiple de 3, qui soit composé d'un carré et du triple d'un autre carré;

Qu'il n'y a aucun triangle rectangle en nombres dont l'aire soit un nombre carré ⁽²⁾.

La preuve se fait par ἀπὸ τοῦ ἐκτενέστερου εἰς ἀδυνάτον en cette manière :

S'il y avoit aucun triangle rectangle en nombres entiers qui eût son aire égale à un carré, il y auroit un autre triangle moindre que celui-là qui auroit la même propriété. S'il y en avoit un second, moindre que le premier, qui eût la même propriété, il y en auroit, par un pareil raisonnement, un troisième, moindre que ce second, qui auroit la même propriété, et enfin un quatrième, un cinquième, etc. à l'infini en descendant. Or est-il qu'étant donné un nombre, il n'y en a point infinis en descendant moindres que celui-là (j'entends

⁽¹⁾ Publiée pour la première fois par M. Charles Henry (*Recherches*, p. 213-216), d'après une copie de la main de Huygens. Cette pièce avait été envoyée « depuis peu » par Fermat à Carcavi, lorsque celui-ci la communiqua à Huygens, le 14 août 1659.

⁽²⁾ Voir Observ. XLV sur Diophante.



parler toujours des nombres entiers). D'où on conclut qu'il est donc impossible qu'il y ait aucun triangle rectangle dont l'aire soit carrée.

On infère de là qu'il n'y en a non plus en fractions dont l'aire soit carrée; car, s'il y en avoit en fractions, il y en auroit en nombres entiers, ce qui ne peut pas être, comme il se peut prouver par la *descente*.

Je n'ajoute pas la raison d'où j'infère que, s'il y avoit un triangle rectangle de cette nature, il y en auroit un autre de même nature moindre que le premier, parce que le discours en seroit trop long et que c'est là tout le mystère de ma méthode. Je serai bien aise que les Pascal et les Roberval et tant d'autres savans la cherchent sur mon indication.

2. Je fus longtemps sans pouvoir appliquer ma méthode aux questions affirmatives, parce que le tour et le biais pour y venir est beaucoup plus malaisé que celui dont je me sers aux négatives. De sorte que, lorsqu'il me fallut démontrer que *tout nombre premier, qui surpasse de l'unité un multiple de 4, est composé de deux carrés* ⁽¹⁾, je me trouvai en belle peine. Mais enfin une méditation diverses fois répétée me donna les lumières qui me manquoient, et les questions affirmatives passèrent par ma méthode, à l'aide de quelques nouveaux principes qu'il y fallut joindre par nécessité. Ce progrès de mon raisonnement en ces questions affirmatives est tel : si un nombre premier pris à discrétion, qui surpasse de l'unité un multiple de 4, n'est point composé de deux carrés, il y aura un nombre premier de même nature, moindre que le donné, et ensuite un troisième encore moindre, etc. en descendant à l'infini jusques à ce que vous arriviez au nombre 5, qui est le moindre de tous ceux de cette nature, lequel il s'ensuivroit n'être pas composé de deux carrés, ce qu'il est pourtant. D'où on doit inférer, par la déduction à l'impossible, que tous ceux de cette nature sont par conséquent composés de deux carrés.

3. Il y a infinies questions de cette espèce, mais il y en a quelques

⁽¹⁾ Voir Observ. VII sur Diophante.

autres qui demandent des nouveaux principes pour y appliquer la *descente*, et la recherche en est quelquefois si malaisée qu'on n'y peut venir qu'avec une peine extrême. Telle est la question suivante que Bachet sur Diophante avoue n'avoir jamais pu démontrer, sur le sujet de laquelle M. Descartes fait dans une de ses lettres la même déclaration, jusques là qu'il confesse qu'il la juge si difficile qu'il ne voit point de voie pour la résoudre ⁽¹⁾.

Tout nombre est carré ou composé de deux, de trois ou de quatre carrés.

Je l'ai enfin rangée sous ma méthode et je démontre que, si un nombre donné n'étoit point de cette nature, il y en auroit un moindre qui ne le seroit pas non plus, puis un troisième moindre que le second, etc. à l'infini; d'où l'on infère que tous les nombres sont de cette nature.

4. Celle que j'avois proposée à M. Frenicle et autres ⁽²⁾ est d'aussi grande ou même plus grande difficulté : *Tout nombre non carré est de telle nature qu'il y a infinis carrés qui, multipliant ledit nombre, font un carré moins 1*. Je la démontre par la *descente* appliquée d'une manière toute particulière.

J'avoue que M. Frenicle a donné diverses solutions particulières et M. Wallis aussi, mais la démonstration générale se trouvera par la *descente* dûment et proprement appliquée : ce que je leur indique, afin qu'ils ajoutent la démonstration et construction générale du théorème et du problème aux solutions singulières qu'ils ont données.

5. J'ai ensuite considéré certaines questions qui, bien que négatives, ne restent pas de recevoir très grande difficulté, la méthode pour y pratiquer la *descente* étant tout à fait diverse des précédentes, comme il sera aisé d'éprouver. Telles sont les suivantes :

Il n'y a aucun cube divisible en deux cubes ⁽³⁾.

⁽¹⁾ Voir la note de la page 403.

⁽²⁾ Voir Pièces LXXX et LXXXI.

⁽³⁾ Voir Observ. II sur Diophante.



Il n'y a qu'un seul carré en entiers qui, augmenté du binaire, fasse un cube. Le dit carré est 25.

Il n'y a que deux carrés en entiers, lesquels, augmentés de 4, fassent un cube. Les dits carrés sont 4 et 121 ⁽¹⁾.

Toutes les puissances quarrées de 2, augmentées de l'unité, sont nombres premiers ⁽²⁾.

Cette dernière question est d'une très subtile et très ingénieuse recherche et, bien qu'elle soit conçue affirmativement, elle est négative, puisque dire qu'un nombre est premier, c'est dire qu'il ne peut être divisé par aucun nombre.

Je mets en cet endroit la question suivante dont j'ai envoyé la démonstration à M. Frenicle, après qu'il m'a avoué et qu'il a même témoigné dans son *Ecrit* imprimé ⁽³⁾ qu'il n'a pu la trouver :

Il n'y a que les deux nombres 1 et 7 qui, étant moindres de l'unité qu'un double carré, fassent un carré de même nature, c'est-à-dire qui soit moindre de l'unité qu'un double carré.

6. Après avoir couru toutes ces questions, la plupart de diverse nature et de différente façon de démontrer, j'ai passé à l'invention des règles générales pour résoudre les équations simples et doubles du Diophante.

On propose, par exemple,

$$2Q + 7967 \text{ égaux à un carré.}$$

J'ai une règle générale pour résoudre cette équation, si elle est possible, ou découvrir son impossibilité, et ainsi en tous les cas et en tous nombres tant des carrés que des unités.

⁽¹⁾ Voir Lettre LXXXIV, 5. Cf. *Observ.* XLII sur Diophante.

⁽²⁾ Voir Lettre XCVI, 3, 1^{re}.

⁽³⁾ Cet *Ecrit*, aujourd'hui introuvable, était intitulé *Solutio duorum problematum etc.*, dédié à Kenelm Digby, et commençait comme suit : *En tibi, Vir Illustrissime, Lutetia praebet....* Deux exemplaires en arrivèrent en Hollande, pour Schooten et Huygens, le 26 octobre 1657. En Angleterre, Brouncker en reçut un seulement en décembre.

On propose cette équation double :

$$2N + 3 \quad \text{et} \quad 2N + 5 \text{ égaux chacun à un carré.}$$

Bachet se glorifie, en ses *Commentaires* sur Diophante ⁽¹⁾, d'avoir trouvé une règle en deux cas particuliers; je la donne générale en toute sorte de cas et détermine par règle si elle est possible ou non.

J'ai ensuite rétabli la plupart des propositions défectueuses de Diophante et j'ai fait celles que Bachet avoue ne savoir pas et la plupart de celles auxquelles il paroît que Diophante même a hésité, dont je donnerai des preuves et des exemples à mon premier loisir.

7. J'avoue que mon invention pour découvrir si un nombre donné est premier ou non n'est pas parfaite, mais j'ai beaucoup de voies et de méthodes pour réduire le nombre des divisions et pour les diminuer beaucoup en abrégant le travail ordinaire. Si M. Frenicle baille ce qu'il a médité là dessus, j'estime que ce sera un secours très considérable pour les savans.

8. La question qui m'a occupé sans que j'aie encore pu trouver aucune solution est la suivante, qui est la dernière du Livre de Diophante *De multangulis numeris*.

Dato numero, invenire quot modis multangulus esse possit.

Le texte de Diophante étant corrompu, nous ne pouvons pas deviner sa méthode; celle de Bachet ne m'a agréé pas et elle est trop difficile aux grands nombres. J'en ai bien trouvé une meilleure, mais elle ne me satisfait pas encore.

9. Il faut chercher en suite de cette proposition la solution du problème suivant :

Trouver un nombre qui soit polygone autant de fois et non plus qu'on voudra, et trouver le plus petit de ceux qui satisfont à la question.

⁽¹⁾ Voir *Observ.* XLIV sur Diophante et l'*Appendix* à cette Observation.



10. Voilà sommairement le compte de mes rêveries sur le sujet des nombres. Je ne l'ai écrit que parce que j'apprehende que le loisir d'étendre et de mettre au long toutes ces démonstrations et ces méthodes me manquera; en tout cas, cette indication servira aux savans pour trouver d'eux-mêmes ce que je n'entends point, principalement si MM. de Carcavi et Frenicle leur font part de quelques démonstrations par la descente que je leur ai envoyées sur le sujet de quelques propositions négatives. Et peut-être la postérité me saura gré de lui avoir fait connoître que les Anciens n'ont pas tout su, et cette relation pourra passer dans l'esprit de ceux qui viendront après moi pour *traditio lampadis ad filios*, comme parle le grand Chancelier d'Angleterre ⁽¹⁾, suivant le sentiment et la devise duquel j'ajouterai ⁽²⁾ :

Multi pertransibunt et augebitur scientia.

CII.

FERMAT A BILLY ^(*).

26 AOUT 1659.

(Bibliothèque nationale, latin 8600, fol. 13, autographe.)

MON REVEREND PERE,

Je suis bien aise que mes solutions vous aient plu et je vous remercie des eloges que vous me donnés, bien que je reconnaisse de bonne foi que vous en usés avec un peu trop de profusion. Peut-estre serés vous plus surpris de ce que vous allés lire sur le subject de votre nouvelle question que vous enoncés en ces termes :

Treuer trois nombres dont le solide estant osté de chacun d'eux et de

⁽¹⁾ Bacon, *De dignitate et augmentis scientiarum*, L. VI, cap. 2.

⁽²⁾ Voir page 35, note 2.

^(*) Publiée pour la première fois par Libri (*Journal des Savants*, 1839, p. 548).

chacune de leur difference, et du produit du second par le premier ou par le dernier, ou du quarré du milieu, il se fasse toujours un quarré.

Ces trois nombres sont $\frac{3}{8}$, 1, $\frac{5}{8}$.

Vous adjoustés ensuite, après avoir estendu votre methode, que vous ne croyés pas qu'il y aist au monde trois autres nombres qui satisfassent à la question, et vous desirés estre esclairci par moi si vous vous trompés en cette creance.

Je vous respons, mon Pere, que cette question reçoit infinies solutions et que la double esgalité à laquelle vous la reduisez :

$$1AA - A^2 + 1 \quad \text{et} \quad 1AA - 3A + 1,$$

chacun desquels termes doit estre fait egal à un quarré, peut estre resolue en infinies manieres.

Je vous avoue que la methode dont je me sers pour cela n'est pas dans les livres, et que c'est une de mes inventions qui a quelquesfois estonné les plus grands maistres et particulièrement Monsieur Frenicle, que j'estime très profond dans la cognoissance des nombres. Mais, puisqu'il semble que Diophante, Viète, Bachet et tous les autres auteurs dont les ouvrages sont venus jusques à moi, n'ont scu qu'une seule solution en cette nature de questions, je ne suis point surpris que vous, mon Pere, quoyque d'ailleurs très habille par l'adveu de tous les seavants, n'ayés point tenté d'estendre votre cognoissance au dessus de celle que donnent les livres.

Vous changérés sans doute d'avis par mon indication, et vous ne croirés pas cette nouvelle descouverte indigne de votre recherche, principalement lors que je vous assurerai, comme je fais à l'avance, que ma methode est generale et qu'elle sert à resoudre un nombre infini de questions qui ont esté jusqu'ici entièrement abandonnées.

Voici trois nombres differents des vostres qui satisfont à votre question et qui peut-estre vous donneront l'accès aux solutions infinies.

Le premier de ces trois nombres est $\frac{10416}{51865}$ le second est 1, le troisième est $\frac{41449}{51865}$.

Je suis de tout mon cœur, Mon Reverend Pere, vostre très humble et très acquis serviteur.

FERMAT.

A Tolose, le 26 A^r 1659.

(Adresse) : *Au reverend pere, le pere Billy, de la compagnie de Jesus, à Dijon.*

CHII.

FERMAT A CARCAVI (*).

< AOUT 1659. >

(Correspondance Huygens, n° 699.)
(Bibl. Nat. fr. 13040, f° 139.)

... Si la ligne spirale n'est pas égale à la parabolique, elle sera ou plus grande ou plus petite.

Soit premièrement plus grande, s'il est possible, et que l'excès de la spirale sur la parabole soit égal à X, dont la moitié soit Z.

Soient inscrites et circonscrites à la parabole et à la spirale des figures comme en la précédente (*), en sorte que la différence entre les inscrites soit moindre que Z, et que la différence entre les circonscrites soit aussi moindre que Z; nous aurons cinq quantités qui vont toujours

(*) Publiée pour la première fois par M. Charles Henry (*Recherches*, p. 174-176). — Ce fragment, envoyé par Carcavi à Huygens dans une lettre datée du 13 septembre 1659, est le développement du dernier théorème de l'*Égalité entre les lignes spirale et parabolique démontrée à la manière des anciens*, laquelle fait partie des *Lettres de A. Dettonville* (*Œuvres de Pascal*, V, pp. 421 à 453). La démonstration de Pascal, beaucoup plus brève, est faite également par l'absurde, mais sans hypothèse sur le sens de l'inégalité entre la spirale et la parabole.

(*) Fig. 38 des *Lettres de Dettonville*; voir ci-après fig. 93.

en augmentant, savoir : l'inscrite en la parabole, la parabole, la circonscrite à la parabole, la spirale, et la circonscrite à la spirale.

Car il appert que la seconde, qui est la parabole, surpasse son inscrite et que la circonscrite à la parabole surpasse la parabole.

Or il paroît que la quatrième quantité, qui est la spirale, surpasse aussi la circonscrite à la parabole : car, puisque (*) l'inscrite en la parabole diffère de la circonscrite à la même parabole d'une ligne moindre que Z (ainsi que M. Dettonville l'a démontré), *a fortiori* la parabole même diffère de la circonscrite de moins que Z. Or, par la supposition, la parabole est moindre que la spirale et la différence est 2Z. Donc, puisque la différence entre la parabole et sa circonscrite est moindre que la différence entre la même parabole et la spirale, la circonscrite à la parabole sera moindre que la spirale.

Laquelle spirale étant aussi moindre que sa circonscrite, il paroît que ces cinq quantités, à commencer par l'inscrite en la parabole, vont toujours en augmentant.

Mais puisque l'inscrite en la parabole diffère de la circonscrite d'une ligne moindre que Z, et que, par la construction, la circonscrite susdite à la parabole diffère aussi de la circonscrite à la spirale d'une ligne moindre que Z, donc l'inscrite en la parabole diffère de la circonscrite à la spirale d'une ligne moindre que 2Z.

Nous avons donc la première et la cinquième de ces cinq quantités, qui sont la plus petite et la plus grande, qui diffèrent entre elles de moins que de 2Z. Donc, *a fortiori*, la seconde et la quatrième, qui sont la parabole et la spirale, diffèrent d'une ligne moindre que 2Z et par conséquent moindre que X; ce qui est contre la supposition.

Donc la spirale n'est pas plus grande que la parabole.

Qu'elle soit, s'il est possible, moindre que la parabole, et que l'excès soit X ou 2Z. Il faut faire les inscriptions et circonscptions comme en la précédente partie de la démonstration. Nous trouverons ici cinq quantités qui vont toujours en diminuant : la circonscrite à la para-

(*) D'après le corollaire qui, dans les *Lettres de Dettonville*, précède immédiatement le théorème repris par Fermat.



bole, la parabole, l'inscrite en la parabole, la spirale, et l'inscrite en la spirale.

La première paroît évidemment plus grande que la seconde et la seconde que la troisième.

Or on voit aussi que la troisième, qui est l'inscrite en la parabole, surpasse la spirale : car, puisque, par la démonstration de M. Dettonville, l'excès de la circonscrite à la parabole sur l'inscrite en la parabole est moindre que Z , *a fortiori* l'excès de la parabole sur son inscrite est moindre que Z .

Or, la parabole étant plus grande que la spirale, et son excès sur la dite spirale étant, par la supposition, $2Z$, la parabole surpasse la spirale d'une plus grande quantité que celle dont elle surpasse l'inscrite en la parabole, et, partant, l'inscrite en la parabole est plus grande que la spirale.

Nous avons donc cinq quantités qui vont toujours en diminuant, savoir : la circonscrite à la parabole, la parabole, l'inscrite en la parabole, la spirale, et l'inscrite en la spirale. Or la circonscrite à la parabole diffère de son inscrite de moins que Z , et l'inscrite en la parabole diffère aussi, par la construction, de l'inscrite en la spirale de moins que Z . Donc la circonscrite à la parabole, qui est la première des cinq quantités et la plus grande, diffère de la dernière des dites quantités, qui est la plus petite, d'une ligne moindre que $2Z$. Donc, *a fortiori*, la seconde quantité diffère de la quatrième, c'est-à-dire la parabole de la spirale, de moins que de $2Z$, c'est-à-dire de moins que de X : ce qui est contre la supposition.

D'où il résulte que la spirale n'est pas plus petite que la parabole; et partant, puisqu'elle n'est ni plus petite, ni plus grande, elle est égale, ce qu'il etc.

CIV.

FERMAT A CARCAVI ⁽¹⁾.

< SEPTEMBRE 1659 >

(Correspondance Huygens, n° 700.)
(Bibl. nat. fr. 13040, f° 139-140.)

1. J'envoyai l'année passée à M. Frenicle la démonstration par laquelle je prouvois qu'il n'y a aucun nombre que le seul 7 qui, étant le double d'un carré -1 , soit la racine d'un carré de la même nature, car 49 est le double d'un carré, 25, -1 .

2. Je veux même que M. de Zulichem voie que cette comparaison des lignes spirales et paraboliques se peut rendre plus générale, et peut-être sera-t-il surpris de lire la proposition suivante, dont je lui garantis la vérité :

En la figure 38 de M. Dettonville (*fig. 94*), on peut considérer les spirales quarrées, cubiques, quarréquarrées, etc., tout de même que les paraboles cubiques, quarréquarrées, etc.

Si la spirale ordinaire, en laquelle comme toute la circonférence à la portion E8B, ainsi la droite BA à la droite AC, se compare avec la parabole ordinaire en laquelle comme la droite RA à la droite GA, ainsi le carré de la droite RP est au carré de la droite GQ, et le rapport est tel :

Si AR est faite égale à $\frac{1}{2}$ de la circonférence totale, et l'appliquée RP au rayon AB, la ligne parabolique PQA sera égale à la spirale BCDA, comme le démontre M. Dettonville.

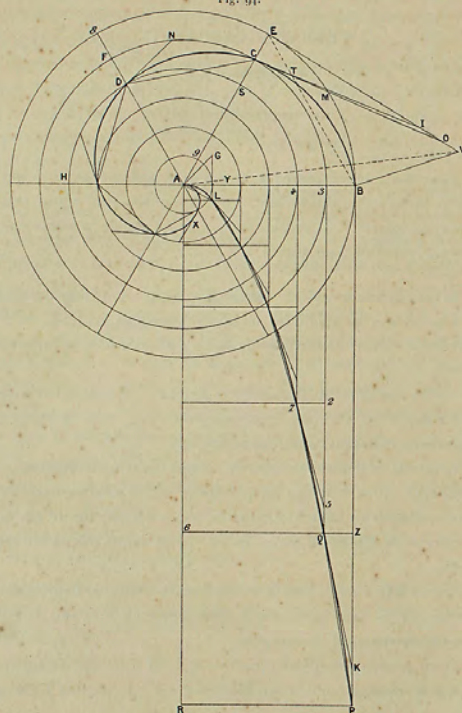
Mais en prenant la spirale quarrée, qui est celle du second genre, en laquelle comme toute la circonférence est à la portion E8B, ainsi

⁽¹⁾ Publiée pour la première fois par M. Charles Henry (*Recherches*, p. 176-177). — Cet extrait, envoyé par Carcavi à Huygens en même temps que le précédent, provient d'une lettre postérieure de Fermat.



le carré du rayon AB est au carré du rayon AC, on peut la com-

Fig. 94.



parer avec la parabole cubique, qui est la parabole du second genre.
Soit fait, en la parabole cubique, l'axe AR égal aux $\frac{2}{3}$ de la circonfé-

rence totale, et l'appliquée RP aussi égale au rayon AB; la parabole AP du second genre sera égale à la spirale du second genre BCDA.

Si la spirale est cubique, il la faudra comparer avec la parabole quarréquarrée, et faire les $\frac{2}{3}$ de la circonférence totale égaux à l'axe AR de la parabole quarréquarrée, et l'appliquée RP toujours égale au rayon AB.

La parabole quarréquarrée PQA, du troisième genre, sera égale à la spirale cubique du troisième genre en laquelle comme toute la circonférence à la portion ESB, ainsi le cube du rayon AB au cube du rayon AC; et à l'infini, en augmentant toujours chaque numérateur et dénominateur de la fraction, de l'unité :

L'axe de la parabole ordinaire étant . . .	$\frac{1}{2}$ de la circonférence,
L'axe de la parabole cubique	$\frac{2}{3}$ de la même circonférence,
L'axe de la parabole quarréquarrée . . .	$\frac{3}{4}$
L'axe de la parabole quarrécubique . . .	$\frac{4}{5}$
Puis	$\frac{5}{6}$, etc.

D'où il est aisé de conclure qu'il y a des spirales dans cette progression qui sont plus grandes que la circonférence du cercle qui les produit, mais qu'elles sont toujours moindres que la somme de ladite circonférence et du rayon.

Voilà un paradoxe géométrique, sur lequel peut-être M. Dettonville et M. de Zulichem n'ont pas encore rêvé. En tout cas, je les supplie de croire que je ne l'ai point de personne, et que ma méthode dont vous avez le chiffre longtemps avant que le Livre de M. Dettonville parût, est la source de beaucoup d'autres belles découvertes sur le sujet des lignes courbes comparées, ou avec des droites, ou avec d'autres lignes courbes de diverse nature. Je vous en dirai peut-être un jour qui vous surprendront.

3. M. de Zulichem désire encore savoir si ma méthode s'étend à trouver la dimension des surfaces courbes des conoïdes et des sphéroïdes. Vous pouvez l'assurer que oui, et qu'elle va encore bien plus loin. Il m'entendra assez lorsque je lui assurerai :

1° Que je n'ai point vu aucune de ses propositions sur ce sujet;



2^o Que la surface du conoïde parabolique autour de l'axe se trouve par la règle et le compas et est un problème plan;

Que les surfaces des conoïdes hyperboliques et sphéroïdes supposent la quadrature de l'hyperbole et quelques fois de l'ellipse.

Et qu'enfin le conoïde parabolique autour de l'appliquée fait une surface courbe qui suppose, pour être exactement mesurée, la quadrature de l'hyperbole.

Je puis même donner une ligne droite égale à toute portion de parabole donnée, en supposant la quadrature de l'hyperbole, c'est-à-dire de l'espace hyperbolique.

J'ajouterois toutes les constructions de mes propositions, mais le loisir me manque.

ANNÉE 1660.

CV.

FERMAT A CARCAVI (*).

< FÉVRIER 1660 >

(Corresp. Huyg., n^o 727.)

... On peut considérer les roulettes allongées ou raccourcies d'une autre manière que n'a fait M. Dettonville :

Supposez qu'en la roulette ordinaire les seules appliquées soient allongées ou raccourcies proportionnellement, c'est-à-dire que, l'axe demeurant le même, chacune des appliquées est augmentée de la moitié ou bien raccourcie de la moitié, auquel cas il se produit des courbes nouvelles : celles des appliquées allongées sont au dehors de la roulette et celles des appliquées raccourcies sont au dedans.

Je dis que toutes les roulettes allongées en ce sens sont égales à la somme d'une ligne droite et d'une circulaire, et que toutes les roulettes accourcies au même sens sont égales à des courbes paraboliques.

Par exemple, soit une roulette allongée dont les appliquées soient aux appliquées de la roulette naturelle comme le diamètre d'un carré à son côté, je dis que cette roulette allongée, prise tout entière, c'est-à-dire des deux côtés, et que par la construction vous voyez être plus grande que la naturelle, est égale à la circonférence

(*) Fragment envoyé par Carcavi à Huygens le 6 mars 1660. — Publié pour la première fois par M. Ch. Henry (*Pierre de Carcavi*, p. 31).

du cercle générateur de la roulette naturelle et au double de son diamètre.

Je pourrais ajouter le théorème général pour tous ces cas, c'est-à-dire pour l'invention des paraboles égales aux roulettes accourcies et pour l'invention de l'agrégé des droites et des circulaires égales aux allongées. Mais ce sera pour une autre fois. Ma méthode générale ne dépend que du chiffre que je vous envoyai l'année passée, avant que j'eusse vu le Livre de M. Dettonville...

CVI.

FERMAT A CARCAVI (*).

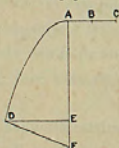
< JUIN 1660 >

(Corresp. Huyg., n° 755.)

... 1. Datâ quadraturâ hyperboles, datur circulus æqualis superficiei curvæ paraboles circa applicatam rotatæ.

Sit data parabole AD (fig. 95), ejus axis AE, applicata seu semi-

Fig. 95.



basis DE, rectum latus ABC. Quæritur circulus æqualis superficiei curvæ solidi quod ex rotatione figuræ ADE circa applicatam DE tanquam immobilem circumductæ conficitur.

(*) Fragments envoyés par Carcavi à Huygens le 25 juin 1660. — Publiés pour la première fois par M. Ch. Henry (*Pierre de Carcavi*, p. 33-34).

Bisecetur latus rectum AC in B et axi AE ponatur in directum recta EF æqualis rectæ AB seu dimidio recti lateris, et jungatur DF.

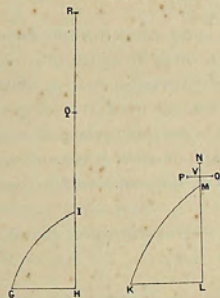
Exponatur separatim recta IQ (fig. 96) æqualis axi AE, ejus dupla sit recta IR; fiat

ut FE sive AB ad DF, ita recta QI ad rectam QH.

et a puncto H ducatur HG perpendicularis ad HIR, et fiat HG æqualis rectæ DE. Per punctum I tanquam verticem describatur hyperbole ejus transversum latus sit recta IR, centrum Q, et transeat hyperbole per punctum G et sit IG.

Describatur item alia hyperbole separatim (fig. 96), ejus transversum latus MN sit æquale quartæ parti recti paraboles lateris, hoc est

Fig. 96.

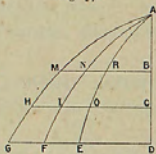


quartæ parti rectæ AC; centrum vero sit V, rectum latus OVP æquale transverso lateri. Sit autem hyperbole ita descripta MK, ejus vertex M, axis ML qui continuetur donec recta ML sit æqualis axi paraboles AE, et ducatur perpendicularis seu applicata LK. A rectangulo sub QH in HG deducantur duo spatia hyperbolica IGH, MKL, quorum quadraturæ supponuntur, et quod supererit æquetur quadrato.

Diagona istius quadrati erit radius circuli superficiei curvæ, cujus dimensionem quærimus, æqualis ⁽¹⁾.

2. Esto cyclois primaria ANIF (fig. 97), cujus axis AD, semibasis DF, et ab eâ formentur aliæ curvæ vel extra ipsam vel intra, quarum applicatæ sint semper in eadem ratione datâ ad applicatas primariæ cycloidis.

Fig. 97.



Exempli gratia, in curvâ exteriori AMHG ducantur applicatæ GFD, HIC, MNB; ratio autem GD ad DF sit data et sit semper eadem quæ HC ad CI et MB ad BN. In curvâ autem interiori AROE, ratio FD ad DE sit data et sit semper eadem quæ IC ad CO et NB ad RB.

Dico contingere ut curvæ exteriores, qualis est AMHG, sint semper æquales aggregato lineæ circularis et lineæ rectæ; curvæ autem interiores, qualis est AROE, sint semper æquales parabolis primariis sive Archimedeis.

Thæorematis generalis enunciationem, quando volueris, exhibebo, imo et demonstrationem ⁽²⁾.

(Correspondance Huygens, n° 756.)

3. Pour me sauver un peu de l'accusation de M. de Zullychem, qui dit que mes spirales n'ont pas des propriétés qui soient autrement considérables ⁽³⁾, vous pourrez, si vous voulez, lui proposer celle qui suit :

⁽¹⁾ Comparer la Proposition II à Lalouère, t. I, p. 200.

⁽²⁾ Comparer la proposition IV à Lalouère, t. I, p. 202 et suiv.

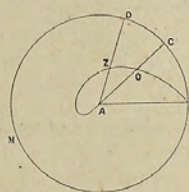
⁽³⁾ Lettre de Huygens à Carevi du 26 février 1660 (Corr. Huyg., n° 722) : « La comparaison des autres sortes de spirales avec les lignes paraboliques que donne M. de

Soit le cercle BCDM (fig. 98), duquel le centre A et le rayon AB, et soit la spirale BOZA de laquelle la propriété soit telle :

BA est à OA comme le carré de toute la circonférence BCDMB au carré de la portion de la même circonférence CDMB.

Cette spirale, par mon théorème général, est égale à une parabole en laquelle les cubes des appliquées sont en même raison que les carrés des portions de l'axe, laquelle parabole est égale à une ligne droite.

Fig. 98.



J'espère que cette propriété suffira pour me réconcilier avec M. Zullychem et, puisque je lui cède tous mes droits sur les surfaces courbes des sphéroïdes et conoïdes, je souhaiterois qu'en revanche il m'indiquât s'il sait aucune surface courbe égale à un carré par voie purement géométrique et pareille à celle dont je me suis servi en donnant des droites égales à des courbes.

Fermat est véritable, mais non pas fort difficile à trouver après que la première est connue, et je m'étonne qu'il prend plaisir à inventer des lignes nouvelles qui n'ont pas autrement des propriétés dignes de considération. » Cp. la Pièce CIV.

CVII.

FERMAT A PASCAL.

DIMANCHE 25 JUILLET 1660.

(Œuvres de Pascal, IV, p. 445.)

MONSIEUR,

Dès que j'ai su que nous sommes plus proches l'un de l'autre que nous n'étions auparavant, je n'ai pu résister à un dessein d'amitié dont j'ai prié M. de Carcavi d'être le médiateur : en un mot je prétends vous embrasser et converser quelques jours avec vous; mais, parce que ma santé n'est guère plus forte que la vôtre, j'ose espérer qu'en cette considération vous me ferez la grâce de la moitié du chemin, et que vous m'obligerez de me marquer un lieu entre Clermont et Toulouse, où je ne manquerai pas de me rendre vers la fin de septembre ou le commencement d'octobre.

Si vous ne prenez pas ce parti, vous courez hazard de me voir chez vous et d'y avoir deux malades en même temps. J'attends de vos nouvelles avec impatience et suis de tout mon cœur,

Tout à vous,

FERMAT.

* A Toulouse, le 25 juillet 1660.

CVIII.

PASCAL A FERMAT.

MARDI 10 AOUT 1660.

* *Œuvres de Pascal, IV, p. 446-448.*
(*Fa*, p. 200.)

MONSIEUR,

Vous êtes le plus galant homme du monde et je suis assurément un de ceux qui sais le mieux reconnoître ces qualités-là et les admirer

infiniment, surtout quand elles sont jointes aux talents qui se trouvent singulièrement en vous. Tout cela m'oblige à vous témoigner de ma main ma reconnaissance pour l'offre que vous me faites, quelque peine que j'aie encore d'écrire et de lire moi-même; mais l'honneur que vous me faites m'est si cher que je ne puis trop me hâter d'y répondre.

Je vous dirai donc, Monsieur, que si j'étois en santé, je serois volé à Toulouse et que je n'aurois pas souffert qu'un homme comme vous eût fait un pas pour un homme comme moi. Je vous dirai aussi que, quoique vous soyez celui de toute l'Europe que je tiens pour le plus grand géomètre, ce ne seroit pas cette qualité-là qui m'auroit attiré, mais que je me figure tant d'esprit et d'honnêteté en votre conversation que c'est pour cela que je vous rechercherois.

Car, pour vous parler franchement de la Géométrie, je la trouve le plus haut exercice de l'esprit : mais en même temps je la connois pour si inutile que je fais peu de différence entre un homme qui n'est que géomètre et un habile artisan. Aussi je l'appelle le plus beau métier du monde, mais enfin ce n'est qu'un métier, et j'ai dit souvent qu'elle est bonne pour faire l'essai, mais non pas l'emploi de notre force.

De sorte que je ne ferois pas deux pas pour la Géométrie et je m'assure que vous êtes fort de mon humeur. Mais il y a maintenant ceci de plus en moi que je suis dans des études si éloignées de cet esprit-là qu'à peine me souviens-je qu'il y en ait. Je m'y étois mis, il y a un an ou deux, par une raison tout à fait singulière, à laquelle ayant satisfait, je suis au hasard de ne jamais plus y penser.

Outre que ma santé n'est pas encore assez forte, car je suis si foible que je ne puis marcher sans bâton ni me tenir à cheval, je ne puis même faire que trois ou quatre lieues au plus en carrosse. C'est ainsi que je suis venu de Paris ici en vingt-deux jours. Les médecins m'ordonnent les eaux de Bourbon pour le mois de septembre, et je suis engagé, autant que je puis l'être, depuis deux mois d'aller de là en Poitou par eau jusqu'à Saumur, pour demeurer jusqu'à Noël avec M. le duc de Roannès, gouverneur de Poitou, qui a pour moi des



sentimens que je ne vaux pas. Mais, comme je passerai par Orléans en allant à Saumur par la rivière, si ma santé ne me permet pas de passer outre, j'irai de là à Paris.

Voilà, Monsieur, tout l'état de ma vie présente, dont je suis obligé de vous rendre compte pour vous assurer de l'impossibilité où je suis de recevoir l'honneur que vous daignez m'offrir et que je souhaite de tout mon cœur de pouvoir un jour reconnoître, ou en vous, ou en Messieurs vos enfans, auxquels je suis tout dévoué, ayant une vénération particulière pour ceux qui portent le nom du premier homme du monde.

Je suis, etc.

PASCAL.

De Bienassis, le 10 août 1660.

CIX.

FERMAT A HUYGENS ⁽¹⁾.

DÉCEMBRE 1660.

(Correspondance de Huygens, n° 824.)

MONSIEUR,

J'ai appris avec joie, mais non sans quelque espèce de jalousie, que mes amis de Paris ont l'honneur de vous posséder depuis quelque temps. Je vous assure, Monsieur, que, si ma santé étoit assez forte pour les voyages, j'irois avec grand plaisir prendre ma part de leur bonheur. Ce n'est pas d'aujourd'hui, ni par la relation seule de M. de Carcavi, que je suis persuadé de vos qualités tout extraordinaires. J'étois à vous avant que vous fussiez en France et, lorsqu'on m'a demandé mon sentiment de votre *Saturne*, j'ai répondu hardiment et sans même

⁽¹⁾ Publiée pour la première fois par M. Charles Henry (*Recherches*, p. 77-78). — Carcavi remit cette lettre à Huygens, alors à Paris, le 27 décembre 1660. L'autographe est conservé à la Bibliothèque de l'Université de Leyde, manuscrit Huygens, 30.

l'avoir encore vu que, puisqu'il partoît de votre main, il ne pouvoit manquer quoi que ce soit à sa perfection. Vos autres ouvrages que j'ai vus et admirés m'ont obligé d'en parler de la sorte et j'ai eu plus de raison d'en user ainsi que celui

Qui nunquam visæ flagrabat amore puellæ ⁽¹⁾.

Votre grande et juste réputation est le seul et véritable garant de tous vos livres. Il me tarde de les voir et de me confirmer par leur lecture au jugement que j'en ai fait par avance et en la passion que vos autres écrits m'ont donnée, d'être toute ma vie avec grand respect, Monsieur, votre très humble et très obéissant serviteur,

FERMAT.

⁽¹⁾ Juvénal, Sat. IV, 113.

ANNÉE 1661.

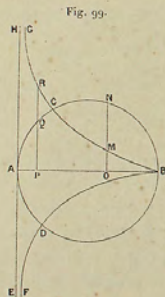
CX.

FERMAT A CARCÁVI ⁽¹⁾.

1661.

(Corresp. Huyg., n° 919.)

... Soit la courbe de Diocle BCRG (*fig. 99*) et BDF de l'autre côté du cercle, qui a cette propriété connue qu'en prenant quelconque point



au cercle, comme N ou Q, les quatre lignes AO, ON, OB, OM sont con-

⁽¹⁾ Fragment envoyé par Carcavi à Huygens, le 1^{er} janvier 1662, en même temps que le morceau latin *De cissoïde* imprimé Tome I, p. 285-288. — Il a été publié pour la première fois par M. Ch. Henry (*Pierre de Carcavi*, p. 27).

tinuement proportionnelles et de même les quatre lignes AP, PQ, PB, PR.

Or, cette courbe s'étend des deux côtés à l'infini, et la droite HAE, qui touche le cercle en A, est son asymptote.

La proposition est que tout l'espace GRBDF, compris entre la courbe et l'asymptote étendue à l'infini, est triple du cercle générateur ACBD.

J'ai aussi la mesure des solides, des centres de gravité des portions, et de tout le reste....

CXI.

FERMAT A SÉGUIER ⁽¹⁾.

MARDI 13 DÉCEMBRE 1661.

(Bibl. Nat. fr. 17398, f° 433.)

MONSEIGNEUR,

J'ai desia pris la liberté d'aller tout droit à vous sans me servir d'aucune recommandation estrangere pour vous demander grace et iustice pour mon fils ⁽²⁾. Il a depuis peu traité d'un office de con^{se} en la Chambre des requestes de ce parlement que j'ai cy devant exercé. Il vous sera, Monseigneur, iustifié par actes qu'il a l'aage et le temps de la postulation requis par les ordonnances. Et quoique son traité soit antérieur au reglement de Sa Maiesté que nous venons de recevoir, il ne restera pas, Monseigneur, de vous produire toutes les preuves qu'il exige, et d'y adiouster mesme la sousmission contenue dans ladite declaration. Je n'ai, Monseigneur, a vous demander que la dispense de la presentation qu'il vous doit faire en personne de tous ses actes aux termes de ce reglement. Je n'implore pour cela que vostre cognoissance et vostre

⁽¹⁾ Publié pour la première fois par M. Charles Henry d'après l'autographe (*Recherches*, p. 70-72).

⁽²⁾ Clément-Samuel, fils aîné de Fermat. Son cadet, Jean, reçut les ordres et devint archidiacone.

memoire, et ie ne doubte pas que Monsieur de La Chambre ne vous fasse souvenir, Monseigneur, que mond. fils vous rendist ses respects en personne en l'année mil six cens cinquante sept, et que Monseigneur le Duc de Sulli ne vous dise quelque parolle favorable pour une famille qui vous est entierement devouée et qui vous est acquise avec toute dependance. J'attens cette seule grace de vostre bonté et suis avec tres grand respect

Monseigneur

Votre tres humble et tres
obeissant serviteur

FERMAT.

A Tolose, le 13 dec. 1661.

ANNÉE 1662.

CXII.

FERMAT A C. DE LA CHAMBRE.

DIMANCHE 1 JANVIER 1662.

(D., III, 51; *Correspondance Huygens*, n° 990.)
Bibl. Nat. fr. n. a. 3280.

MONSIEUR,

1. Il est juste de vous obéir et de terminer enfin par votre entremise le vieux démêlé qui a été depuis si longtemps entre M. Descartes et moi sur le sujet de la réfraction, et peut-être serai-je assez heureux pour vous proposer une paix que vous trouverez avantageuse à tous les deux partis.

Je vous ai dit autrefois, dans ma première lettre ⁽¹⁾, que M. Descartes n'a jamais démontré son principe; car, outre que les comparaisons ne servent guère à fonder des démonstrations, il emploie la sienne à contre-sens et suppose même que le passage de la lumière est plus aisé par les corps durs que par les rares, ce qui est apparemment faux. Je ne vous redis rien du défaut de la démonstration en elle-même, quand bien la comparaison dont il se sert seroit bonne et admissible en cette matière, pource que j'ai traité tout cela bien au long dans mes lettres à M. Descartes pendant sa vie, ou dans celles que j'ai écrites à M. Clerselier depuis sa mort ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Lettre LXXXVI.

⁽²⁾ Les Lettres à Mersenne XXII et XXIV, à Clerselier XC, XC bis, XCV, XCVII.



2. J'ajoute seulement qu'ayant vu le même principe de M. Descartes dans plusieurs auteurs qui ont écrit après lui, leurs démonstrations, non plus, ne me paroissent point recevables et ne méritent point de porter ce nom : Hérigone ⁽¹⁾ se sert, pour le démontrer, des équipondérants et de la raison des poids sur les plans inclinés; le Père Maignan ⁽²⁾ y veut parvenir d'une autre manière. Mais il est aisé de voir qu'ils ne démontrent ni l'un ni l'autre, et qu'après avoir lu et examiné avec soin leurs démonstrations, nous sommes aussi incertains de la vérité des principes qu'après avoir lu M. Descartes.

Pour sortir de cet embarras et tâcher de trouver la véritable raison de la réfraction, je vous indiquai dans ma lettre que, si nous voulions employer dans cette recherche ce principe si commun et si établi, que *la nature agit toujours par les voies les plus courtes*, nous pourrions y trouver facilement notre compte. Mais parce que vous doutâtes d'abord que la nature, en conduisant la lumière par les deux côtés d'un triangle, puisse jamais agir par une voie aussi courte que si elle la conduisoit par la base ou par la soustendante, je m'en vais vous faire voir le contraire de votre sentiment ou plutôt de votre doute, par un exemple aisé.

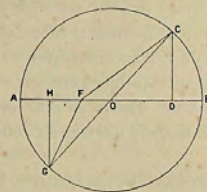
3. Soit, en la figure à part (fig. 100), le cercle ACBG, duquel le diamètre soit AOB, le centre O et un autre diamètre GOC. Des points G et C soient tirées les perpendiculaires sur le premier diamètre, GH, CD. Supposons que le premier diamètre AOB sépare deux milieux différents, dont l'un qui est celui de dessous, AGB, soit le plus dense et celui de dessus, ACB, soit le plus rare, en telle sorte, par exemple, que le passage par le plus rare soit plus aisé que celui par le plus dense en raison double.

⁽¹⁾ *Cursus mathematicus tomus quintus*, Paris, chez Simeon Piget, MDCXLIV, p. 129-130. Axiome V : « Les puissances de pénétrer divers mediums diaphanes, qu'ont les rayons optiques, s'augmentent ou diminuent proportionnellement par la mutation des mediums ; et il y a même proportion entre les puissances des rayons d'incidence et de réfraction qu'entre les pressemens qu'ils recevroient des poids égaux s'ils en soustenoient. »

⁽²⁾ *Perspectiva horaria seu de horographia gnomonica tum theoretica tum practica libri quatuor*. Rome, 1648; in-fol., pages 631-647.

Il suit de cette supposition que le temps qu'emploie le mobile ou la lumière de C en O est moindre que celui qui les conduit de O en G, et que le temps du mouvement de C en O, qui se fait dans le milieu le plus rare, n'est que la moitié du temps du mouvement de O en G. Et par conséquent la mesure du mouvement entier par les deux droites CO

Fig. 100.



et OG peut être représentée par la somme de la moitié de CO et de la totale OG; de même, si vous prenez un autre point, comme F, le temps du mouvement par les deux droites CF et FG peut être représenté par la somme de la moitié de CF et de la totale FG.

Supposons maintenant que le rayon CO soit 10, et par conséquent le diamètre total COG sera 20; que la droite HO soit 8, la droite OD soit aussi 8; et qu'enfin la droite OF ne soit que 1. Je dis qu'en ce cas le mouvement qui se fait par la droite COG se fera en un temps plus long que celui qui se fait par les deux côtés du triangle CF, FG.

Car si nous prouvons que la moitié de CO, jointe à la totale OG, contient plus que la moitié de CF jointe à la totale FG, la conclusion sera manifeste, puisque ces deux sommes sont justement la mesure du temps de ces deux mouvements. Or la somme de la moitié de CO et de la totale OG fait justement 15, et il est évident par la construction que la droite CF est égale à la racine quarrée de 117 et que la droite FG est égale à la racine quarrée de 85. Mais la moitié de la première racine, jointe à la seconde, fait moins que $\frac{59}{4}$, et $\frac{59}{4}$ sont encore moindres que 15. Donc la somme de la moitié de CF et de la totale FG



est moindre que la somme de la moitié de CO et de la totale OG, et partant le mouvement par les deux droites CF, FG se fait plus tôt et en moins de temps que par la base ou sousdante COG.

4. Je suis venu jusques-là sans beaucoup de peine; mais il a fallu porter la recherche plus loin et, parce que, pour satisfaire à mon principe, il ne suffit pas d'avoir trouvé un point comme F, par où le mouvement naturel se fait plus vite, plus aisément et en moins de temps que par la droite COG, mais [qu'il faut encore trouver le point qui fait la conduite en moins de temps que quelque autre que ce soit, pris des deux côtés, il m'a été nécessaire d'avoir en cette occasion recours à ma méthode de *maximis et minimis*, qui expédie cette sorte de questions avec assez de succès.

Dès que j'ai voulu entreprendre cette analyse, j'ai eu deux obstacles à surmonter : le premier, que, bien que je fusse assuré de la vérité de mon principe, qui est qu'il n'y ait rien de si probable ni de si apparent que cette supposition, que la nature agit toujours par les moyens les plus aisés, c'est-à-dire ou par les lignes les plus courtes, lorsqu'elles n'emportent pas plus de temps, ou en tout cas par le temps le plus court, afin d'accourcir son travail et de venir plus tôt à bout de son opération (ce que le précédent calcul confirme, d'autant plus qu'il paroît que la lumière a plus de difficulté à traverser les milieux denses que les rares, puisque vous voyez que la réfraction vise vers la perpendiculaire dans mon exemple, ainsi que l'expérience le confirme, ce qui pourtant est contraire à la supposition de M. Descartes), néanmoins j'ai été averti de tous côtés, et principalement par M. Petit, que j'estime infiniment, que les expériences s'accordent exactement avec la proportion que M. Descartes a donnée aux réfractions, et que, bien que sa démonstration soit fautive, il est à craindre que je tenterai inutilement d'introduire une proportion différente de la sienne, et que les expériences qui se feront après que j'aurai publié mon invention la détruiront sur l'heure.

Le second obstacle qui s'est opposé à ma recherche a été la longueur

et la difficulté du calcul, qui, dans la résolution du problème dont je vous parlai dans ma lettre et que je vous témoignois n'être pas des plus aisés, présente d'abord quatre lignes par leurs racines quarrées et engage par conséquent en des asymétries qui aboutissent à une très grande longueur.

Je me suis défait du premier obstacle par la connoissance que j'ai qu'il y a infinies proportions, différentes de la véritable, qui approchent d'elle si insensiblement qu'elles peuvent tromper les plus habiles et les plus exacts observateurs. Ainsi n'y ayant que le second obstacle à vaincre, je m'étois résolu très souvent d'employer la bien-aimée (*) Géométrie (c'est ainsi que Plutarque l'appelle) pour vous satisfaire et pour me satisfaire moi-même. Mais l'appréhension de trouver, après une longue et pénible opération, quelque proportion irrégulière et fantasque, et la pente naturelle que j'ai vers la paresse, ont laissé la chose en cet état, jusqu'à la dernière semonce que M. le Président [de] Miremont vient de me faire de votre part, que je prends pour une loi plus forte que ni mon appréhension ni ma paresse : si bien que je me suis résolu de vous obéir sans autre retardement.

5. J'ai donc procédé sans remise en vertu de l'obédience, comme parlent les moines, à l'exécution de vos ordres, et j'ai fait l'entière analyse en forme, dans laquelle le désir passionné que j'ai eu de vous satisfaire m'a inspiré une route qui a abrégé la moitié de mon travail et qui a réduit les quatre asymétries que j'avois eu en vue la première fois à deux tant seulement, ce qui m'a notablement soulagé.

Mais le prix de mon travail a été le plus extraordinaire, le plus imprévu et le plus heureux qui fut jamais. Car, après avoir couru par toutes les équations, multiplications, antithèses et autres opérations de ma méthode, et avoir enfin conclu le problème que vous verrez dans un feuillet séparé (*), j'ai trouvé que mon principe donnoit justement

(*) PLUTARQUE, *Marcellus*, XIV, 5 : Τὴν γὰρ ἀγαπητέν τε αὐτῶν...

En fait, il s'agit dans ce passage, relatif à Archimède, de Mécanique, non de Géométrie.

(*) Voir l'*Analysis ad refractiones*, t. I, p. 170 et suiv.



et précisément la même proportion des réfractions que M. Descartes a établie.

J'ai été si surpris d'un événement si peu attendu, que j'ai peine à revenir de mon étonnement. J'ai réitéré mes opérations algébriques diverses fois et toujours le succès a été le même, quoique ma démonstration suppose que le passage de la lumière par les corps denses soit plus malaisé que par les rares, ce que je crois très vrai et indisputable, et que néanmoins M. Descartes suppose le contraire.

Que devons-nous conclure de tout ceci? Ne suffiroit-il pas, Monsieur, aux amis de M. Descartes que je lui laisse la possession libre de son théorème? N'aura-t-il pas assez de gloire d'avoir connu les démarches de la nature dans la première vue et sans l'aide d'aucune démonstration? Je lui cède donc la victoire et le champ de bataille, et je me contente que M. Clerselier me laisse entrer du moins dans la société de la preuve de cette vérité si importante, et qui doit produire des conséquences si admirables.

6. J'ajoute même, en faveur de son ami, qu'il semble que cette grande vérité naturelle n'a pas osé tenir devant ce grand génie, et qu'elle s'est rendue et découverte à lui sans s'y laisser forcer par la démonstration, à l'exemple de ces places qui, quoique bonnes d'ailleurs et de difficile prise, ne laissent pas, sur la seule réputation de celui qui les attaque, de se rendre sans attendre le canon.

Je vous annonce donc, Monsieur, j'annonce à M. Clerselier et à tous les amis de M. Descartes qu'il ne tiendra plus à l'incrédulité des géomètres qu'on ne doive attendre les merveilles que M. Descartes a fait espérer avec raison de ses lunettes elliptiques et hyperboliques, pourvu qu'on puisse trouver des ouvriers assez habiles pour les faire et pour les ajuster.

Il resteroit encore une petite difficulté que la comparaison de M. Descartes semble produire. C'est qu'il ne paroît pas encore pourquoi la balle qui est poussée dans l'eau n'approche pas de la perpendiculaire, ainsi que la lumière; mais, outre qu'on pourroit soupçonner que la

réflexion se mêle dans cet exemple à la réfraction, et que la figure ou la gravité peuvent contribuer à la différence de ce mouvement, je n'ai garde d'entrer dans une matière purement physique. Ce seroit entreprendre sur vous, Monsieur, qui en êtes le maître, et faire irruption dans votre domaine.

Je finis donc après vous avoir déclaré que je consens, si vous le trouvez à propos, que l'accommodement entre les Cartésiens et moi soit publié dans les Académies, [et] après vous avoir conjuré de recevoir au moins l'effet de ma prompte obéissance pour une preuve certaine et plus que démonstrative de la passion avec laquelle je suis, Monsieur, votre très humble et très obéissant serviteur,

FERMAT.

A Toulouse, le 1 de Jan 1662.

P. S. Si vous persistez toujours à n'accorder pas un mouvement successif à la lumière, et à soutenir qu'il se fait en un instant, vous n'avez qu'à comparer ou la facilité ou la fuite et résistance plus ou moins grande, à mesure que les milieux changent. Car cette facilité ou cette résistance étant plus ou moins grande en différents milieux, et ce en une proportion diverse à mesure que les milieux diffèrent d'avantage, elles pourront être considérées en une raison certaine et par conséquent tomber dans le calcul aussi bien que le temps du mouvement, et ma démonstration y servira toujours d'une même manière.

Je n'ai pas étendu mon opération tout entière : et il n'a pas été nécessaire, puisque ma méthode est imprimée tout au long dans le sixième tome du *Cours mathématique* d'Hérigone et que j'en ai assez dit pour être entendu. Si vous m'ordonnez de parcourir tous les détours de l'analyse en forme, je le ferai et je n'aurai pas même beaucoup de peine à faire la démonstration par la composition, c'est-à-dire en parlant le langage d'Euclide.

CXIII.

CLERSELIER A FERMAT.

SAMEDI 6 MAI 1662.

(D., III, 52.)

MONSIEUR,

Ne croyez pas que ce soit à dessein de troubler la paix que vous présentez à tous les Descartistes, que je prends aujourd'hui la plume à la main. Les conditions sous lesquelles vous la leur offrez leur sont trop avantageuses, et à moi en particulier trop honorables, pour ne la pas accepter; et si tous ceux qui ont jamais eu des démêlés avec leur maître étoient aussi sincères que vous, vous la verriez bientôt établie partout au contentement de tous les partis.

Il y avoit encore deux sortes d'esprits à satisfaire au sujet de la réfraction :

Les uns, peu versés dans les Mathématiques, qui ne pouvoient comprendre une raison prise de la nature des mouvemens composés, et vous leur avez fait entendre raison, en leur proposant un autre principe plus plausible en apparence et plus proportionné à leur portée, à savoir que la nature agit toujours par les voies les plus courtes et les plus simples :

Les autres qui y étoient trop adonnés et qui ne pouvoient se rendre aux raisons pures et simples de la métaphysique, qu'il faut pourtant nécessairement joindre avec celles-là pour leur donner la force de la conviction, et vous leur avez ôté cet obstacle en conduisant votre principe par un raisonnement purement géométrique.

Et comme ces deux sortes de personnes étoient sans doute beaucoup plus en nombre que les autres, vous méritez aussi sans difficulté une plus grande part dans la gloire qui est due à une si belle et si importante découverte.

Je ne vous l'envie point, Monsieur, et vous promets de le publier

partout et de confesser hautement que je n'ai rien vu de plus ingénieux ni de mieux trouvé que la démonstration que vous avez apportée. Permettez-moi seulement de vous dire ici les raisons qu'un Descartiste un peu zélé pourroit alléguer pour maintenir l'honneur et le droit de son maître, et pour ne pas relâcher si tôt à un autre la possession où il est, ni lui céder le premier pas.

1. Le principe que vous prenez pour fondement de votre démonstration, à savoir que la nature agit toujours par les voies les plus courtes et les plus simples, n'est qu'un principe moral et non point physique, qui n'est point et qui ne peut être la cause d'aucun effet de la nature.

Il ne l'est point, car ce n'est point ce principe qui la fait agir, mais bien la force secrète et la vertu qui est dans chaque chose, qui n'est jamais déterminée à un tel ou tel effet par ce principe, mais par la force qui est dans toutes les causes qui concourent ensemble à une même action, et par la disposition qui se trouve actuellement dans tous les corps sur lesquels cette force agit.

Et il ne le peut être, autrement nous supposerions de la connoissance dans la nature : et ici, par la nature, nous entendons seulement cet ordre et cette loi établie dans le monde tel qu'il est, laquelle agit sans prévoyance, sans choix, et par une détermination nécessaire.

2. Ce même principe doit mettre la nature en irrésolution, à ne savoir à quoi se déterminer, quand elle a à faire passer un rayon de lumière d'un corps rare dans un plus dense. Car je vous demande s'il est vrai que la nature doive toujours agir par les voies les plus courtes et les plus simples, puisque la ligne droite est sans doute et plus courte et plus simple que pas une autre, quand un rayon de lumière a à partir d'un point d'un corps rare pour se terminer dans un point d'un corps dense, n'y a-t-il pas lieu de faire hésiter la nature, si vous voulez qu'elle agisse par ce principe à suivre la ligne droite aussitôt que la rompue, puisque si celle-ci se trouve plus courte en temps,

l'autre se trouve plus courte et plus simple en mesure? Qui décidera donc et qui prononcera là-dessus?

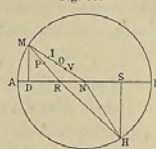
3. Comme le temps n'est point ce qui meut, il ne peut être non plus ce qui détermine le mouvement, et quand une fois un corps est mû et déterminé à aller quelque part, il n'y a nulle apparence de croire que le temps plus ou moins bref puisse obliger ce corps à changer de détermination, lui qui n'agit point et qui n'a nul pouvoir sur lui. Mais comme toute la vitesse et toute la détermination du mouvement de ce corps dépend de sa force et de la disposition de sa force, il est bien plus naturel et c'est, à mon avis, parler plus en physicien de dire, comme fait M. Descartes, que la vitesse et la détermination de ce corps changent par le changement qui arrive en la force et en la disposition de cette force, qui sont les véritables causes de son mouvement, que non pas de dire, comme vous faites, qu'elles changent par un dessein que la nature a d'aller toujours par le chemin qu'elle peut parcourir plus promptement, dessein qu'elle ne peut avoir, puisqu'elle agit sans connoissance, et qui n'a nul effet sur ce corps.

4. Comme il n'y a que la ligne droite qui soit déterminée, il n'y a aussi que cette ligne-là seule où la nature tende dans tous ses mouvements et, bien que parfois un corps par son mouvement décrive actuellement une autre ligne, néanmoins, à considérer l'un après l'autre tous les points qu'il a parcourus, ils sont plutôt les points d'autant de lignes droites qu'il quitte successivement que ceux d'une ligne courbe qu'il tende à décrire, et il les a plutôt parcourus comme tels qu'autrement, puisque, sitôt que ce corps est laissé et abandonné à la force qui le meut en chaque point, il se porte à suivre la ligne droite à laquelle ce point appartient, et point du tout la ligne courbe qu'il a décrite (*fig. 101*).

Cela étant, s'il est question de porter un rayon de lumière du point M au point H, il est certain que la nature l'enverra tout droit par la ligne MH, si cela se peut, et de fait, quand le milieu est semblable et égal, elle n'y manque jamais. Mais quand le milieu par où la lumière

passe change de nature et oppose plus ou moins de résistance à son passage et à son cours, qui fera changer sa direction à la rencontre de ce milieu? Que peut-on soupçonner qui en soit la cause?

Fig. 101.



La brièveté du temps? Nullement. Car, quand le rayon MN est parvenu au point N, il lui doit être indifférent, suivant ce principe, d'aller à tous les points de la circonférence BHA, puisqu'il lui faut autant de temps à parvenir aux uns qu'aux autres, et, cette raison de la brièveté du temps ne le pouvant emporter alors vers un endroit plutôt que vers un autre, il y auroit raison qu'il dût plutôt suivre la ligne droite. Car, pour choisir le point H plutôt que tout autre, il faudroit supposer que ce rayon MN, que la nature n'a pu envoyer vers là sans une tendance indéfinie en ligne droite, se souvint qu'il est parti du point M avec ordre d'aller chercher, à la rencontre de cet autre milieu, le chemin qu'il pût parcourir en moins de temps pour de là arriver en H : ce qui, à vrai dire, est imaginaire et nullement fondé en Physique.

Qui fera donc changer la direction du rayon MN (quand il est parvenu au point N) à la rencontre d'un autre milieu? sinon celle qu'allègue M. Descartes, qui est que la même force qui agit et qui meut le rayon MN, trouvant une autre disposition à recevoir son action dans ce milieu que dans l'autre, ce qui change la sienne à son égard, conforme la direction de ce rayon à la disposition qu'elle a pour lors? Et, pource qu'au point de rencontre de cet autre milieu, c'est la seule force qui porte le rayon en bas, qui se ressent de la diversité à recevoir son action, qui est entre le milieu d'où il sort et celui où il entre (celle qui le porte à droite ne s'en ressentant point, à cause que ce milieu ne



lui est aucunement opposé en ce sens-là), le changement qui arrive à la façon dont l'action de la force qui le porte en bas est reçue dans ce point de rencontre, change aussi la direction du rayon et le fait détourner du côté où il est attiré, selon la proportion qui se trouve alors entre l'action de cette force et celle de l'autre. Et cela me semble si clair qu'il ne doit plus rester aucune difficulté.

5. S'il semble apparemment plus raisonnable de croire que la lumière trouve plus aisément passage dans les corps rares que dans les denses, ainsi que vous le supposez, fondé sur l'expérience de tous les corps sensibles qui l'ont sans doute plus libre dans ces sortes de milieux, il est aussi, ce me semble, plus raisonnable de croire que les corps qui entrent dans des milieux qui font plus de résistance à leur passage que ceux d'où ils sortent, comme vous supposez que les corps denses font à la lumière, s'efforcent de s'en éloigner et ne s'y enfoncent que le moins qu'ils peuvent.

Ce que l'expérience confirme : ainsi, quand une balle est poussée de biais de l'air dans l'eau, bien loin de continuer son mouvement en ligne droite, et beaucoup plus de s'enfoncer davantage en approchant de la perpendiculaire, elle s'en éloigne autant qu'elle peut en s'approchant de la superficie. Et vous avez fort bien reconnu la force de cette objection, que vous appelez pourtant légère, mais que vous ne sauriez résoudre que par le principe de M. Descartes, qui ruine entièrement le vôtre.

Car si, par votre principe même, la balle doit s'éloigner de la perpendiculaire, pourquoi la lumière s'en approche-t-elle ? Et si la balle ne suit pas votre principe, comme en effet elle ne le suit pas, pourquoi la lumière le suivra-t-elle ? Cela ne fait-il pas plutôt voir que, dans l'un et dans l'autre exemple, la nature n'agit pas par votre principe ?

6. Cette voie que vous estimez la plus courte parce qu'elle est la plus prompte, n'est qu'une voie d'erreur et d'égarement que la nature ne suit point, et ne peut avoir intention de suivre. Car, comme elle est

déterminée en tout ce qu'elle fait, elle ne tend jamais qu'à conduire ses mouvements en ligne droite.

Et ainsi, si vous voulez que d'abord elle tende d'M vers H, elle ne peut s'aviser de dresser un rayon vers N, pource que ce rayon de soi n'y tend nullement ; mais elle dressera son rayon vers R et, ce rayon étant là une fois parvenu, qui est le plus droit, le plus court et le plus bref de tous ceux qui peuvent tendre à ce point, pour aller maintenant d'R en H, le plus droit encore, le plus court et le plus bref est d'aller tout droit vers H. Et ainsi, si la nature agissoit par votre principe même, elle devrait aller directement d'M vers H ; car d'un côté elle est nécessaire à diriger d'abord son rayon vers R, et de là votre principe même la porte vers H.

7. Et, bien que vous ayez très clairement démontré, suivant votre supposition, que le temps des deux rayons MN, NH, pris ensemble, est plus bref que celui de deux autres, quels qu'ils soient, pris aussi ensemble, ce n'est pourtant pas la raison de la brièveté du temps qui porte ces deux rayons par ces deux lignes.

Car seroit-il bien possible qu'un rayon qui est déjà dans l'air, qui a déjà sa direction toute droite et qui ne tend nullement ailleurs, sitôt qu'on lui oppose de l'eau ou du verre, s'avisât de se détourner ainsi qu'il fait, pour le seul dessein d'aller justement chercher un point où son mouvement composé soit le plus bref de tous ceux qui y peuvent aller du lieu de son départ ? Cette raison seroit bien métaphysique pour un sujet purement matériel.

Ne doit-on pas plutôt croire, ainsi que j'ai déjà dit, que comme c'est la force du mouvement et sa détermination qui ont conduit ce rayon dans la première ligne qu'il a décrite, sans que le temps y ait rien contribué, c'est le changement qui arrive dans cette force et dans cette détermination qui lui fait prendre la route de l'autre qu'il a à décrire, sans que le temps y contribue, puisque le temps ne produit rien ?

8. Enfin la différence que je trouve entre M. Descartes et vous est



que vous ne prouvez point, mais que vous supposez pour principe, que la lumière passe plus aisément dans les corps rares que dans les denses; au lieu que M. Descartes prouve, et ne suppose pas simplement, ainsi que vous dites, que la lumière passe plus aisément dans les corps denses que dans les rares.

Car, posé votre principe et posé encore que la nature agisse toujours par les voies les plus courtes ou les plus promptes, vous concluez fort bien que la lumière doit suivre le chemin qu'elle tient dans la réfraction; là où M. Descartes, sans rien supposer, se sert seulement de l'expérience même pour conclure que la lumière passe plus aisément dans les corps denses que dans les rares, et donne en même temps le moyen de mesurer la proportion avec laquelle cela se fait. Et, pource qu'il jugeoit bien que l'expérience journalière que nous avons du contraire pourroit nous donner lieu de nous en étonner, il en rend la raison physique dans la vingt-troisième page de sa Dioptrique, à laquelle on peut avoir recours.

Mais, s'il est vrai que la lumière passe plus difficilement dans les corps rares que dans les denses, comme la raison alléguée en ce lieu-là par M. Descartes semble le prouver, et s'il est vrai aussi que la nature n'agisse pas toujours par les voies les plus promptes, comme l'exemple de la balle qui passe de l'air dans l'eau le justifie, adieu toute votre démonstration.

Et même, comme vous dites avoir autrefois proposé vos difficultés à M. Descartes, à lui, dites-vous, *viventi atque sentienti* ⁽¹⁾, sans que ni lui ni ses amis vous aient jamais satisfait, ne pourroit-on pas aussi dire qu'il vous a fait réponse de son vivant, et ses amis depuis sa mort? *tibi, inquam, viventi, et nisi dicere nefas esset, adderem: et non intelligenti*, puisqu'il y en a qui se persuadent de la bien entendre.

Et enfin, comme vous dites que la nature semble avoir eu cette déférence et cette complaisance pour M. Descartes de s'être rendue à lui et lui avoir découvert ses vérités sans s'y laisser forcer par la

⁽¹⁾ Voir ci-dessus, pages 355-356.

démonstration, ne peut-on pas dire que vous avez forcé la Géométrie, toute sévère qu'elle est, à vous en fournir une par le moyen de cette double fausse position?

Après quoi je laisse aux plus sévères et plus clairvoyans naturalistes à juger qui de vous deux a le mieux rencontré dans la cause qu'il a assignée à la réfraction. Cela n'empêche pas qu'à considérer les choses d'une autre façon, je ne sois d'accord avec vous que la nature agit toujours par les voies les plus courtes et les plus promptes. Car, comme elle n'agit que par la force qui l'emporte nécessairement et qu'elle est toujours déterminée dans son action, elle fait toujours tout ce qu'elle peut faire; et ainsi, quelque route qu'elle prenne, c'est toujours la plus courte et la plus prompte qui se pouvoit, eu égard à toutes les causes qui l'ont fait agir et qui l'ont déterminée.

Après vous avoir ainsi proposé ce qui me fait persister dans mes premiers sentimens, je ne laisse pas de me sentir obligé de me rendre et d'acquiescer en quelque façon aux vôtres; et, bien loin de vous disputer la gloire d'entrer dans la société de la preuve d'une vérité si importante, je pense avoir trouvé un moyen qui vous doit mettre tous deux d'accord, en laissant à chacun la part qui lui appartient.

Il semble que, comme la lumière est la plus noble production de la nature, elle la laisse aussi agir d'une manière la plus régulière et la plus universelle, et qu'elle a fait que dans son action tout ce qu'elle emploie de principes dans toutes les autres causes se rencontrent tous ensemble dans celle-ci.

Ainsi, pource que les mouvemens des autres corps dépendent de la force qui les mène et de la détermination de cette force, la lumière, suivant ces lois, tantôt se continue en ligne droite et tantôt s'en écarte, en s'approchant ou s'éloignant de la perpendiculaire. Mais pource que nous voyons aussi que la nature agit toujours par les voies les plus courtes, il falloit que la lumière s'accommodât à cette loi.

M. Descartes a fait voir que la lumière suit dans la réfraction les lois ordinaires du mouvement de tous les corps, et vous, Monsieur, avez fait voir que, quoique la lumière semble dans la réfraction prendre un



détour et s'oublier qu'elle doit agir par les voies les plus courtes, elle observe néanmoins cette loi avec une exactitude si grande qu'on n'y sauroit rien désirer.

Et ainsi l'on peut dire que vous avez travaillé conjointement avec M. Descartes à justifier en cela la nature et à rendre raison de son procédé : lui, par des raisons naturelles et communes à tous les corps ; et vous, Monsieur, par des raisons mathématiques tirées de la plus pure et plus fine Géométrie.

Et même, comme cette preuve géométrique étoit la plus difficile à trouver et à démêler, je veux bien que vous l'emportiez par dessus lui, et dès à présent je signe et souscris à une éternelle paix avec vous, et ne veux plus désormais contester sur l'inefficacité de votre principe et sur la différence qui est entre le vôtre et le sien, puisqu'il conclut une même chose et nous enseigne une même vérité.

Je suis, etc.

CXIV.

CLERSELIER A FERMAT.

SAMEDI 13 MAI 1662.

(D., III, 53.)

MONSIEUR,

1. C'est par l'ordre de l'Assemblée qui se tient toutes les semaines chez M. de Montmort, que je vous écris aujourd'hui pour vous faire une amende honorable d'un méchant mot latin que j'ai mis dans la lettre que je me donnai l'honneur de vous écrire il y a huit jours, dont je lui fis la lecture mardi dernier. Ce fut la seule chose qu'elle y trouva à redire, et je l'avois bien senti moi-même en l'écrivant : aussi avois-je tâché de l'adoucir par le correctif qui le précède. Cependant, nonobstant cela, j'en reçus une réprimande publique, et aussitôt je me proposai de vous en faire mes excuses au premier ordinaire, ce que je fais

aujourd'hui d'autant plus volontiers qu'outre que par cette soumission je vous ferai connoître l'ingénuité de mon procédé, cela me donnera aussi occasion de vous dire quelque chose que je fus obligé de répliquer à quelques objections qui me furent faites par quelques-uns de l'Assemblée, afin de rendre la pensée de M. Descartes, touchant la réfraction, plus claire par un exemple familier et qui est tout-à-fait propre au sujet.

Si je n'avois point été si impatient que de vous envoyer une chose qui étoit prête il y avoit plus de quinze jours et que l'engagement que j'avois m'avoit obligé de faire voir dès-lors à M. de la Chambre, j'aurois évité le reproche de la Compagnie et ne serois pas tombé dans cette faute. Mais j'eus peur qu'il me fallût encore différer plus longtemps d'en parler à l'Assemblée, qui avoit déjà remis par deux fois la lecture que je lui en voulois faire, pource qu'elle vouloit aussi avoir en même temps les sentimens de M. Petit, qui lui avoit fait connoître, dès la première fois que votre lettre parut devant elle, qu'il avoit plusieurs choses à dire et contre ce que vous écrivez à M. de la Chambre et contre ce que M. Descartes a écrit.

Pour moi, qui ne m'étois pas trouvé à l'Assemblée quand votre lettre y fut lue la première fois, et qui me dispensois alors souvent de m'y trouver, à cause de quelques affaires plus importantes que la détention de M. de la Haye, mon gendre, me donnoit pour poursuivre à la cour sa liberté, je ne l'eus pas plus tôt vue que je crus être obligé d'y faire réponse, comme étant une suite des petits démêlés que nous avions déjà eus autrefois ensemble sur la même matière, et parce aussi que vous me faites l'honneur de me nommer par trois fois dans votre lettre et de sembler m'y convier.

J'avois donc préparé ma réponse le plus tôt que j'avois pu, et pensois la faire voir à la Compagnie, mais elle ne le jugea pas à propos, pour ne point prévenir M. Petit dans la repartie qu'il avoit promis de vous faire. Mais, craignant que cela n'allât trop en longueur, je me résolus de moi-même samedi dernier de vous l'envoyer avant que de l'avoir fait voir à la Compagnie, de qui j'ai reçu les avis trop tard pour



semble portoient auparavant le rayon dans la ligne AB, elles doivent lui faire changer de détermination et le porter vers le point où tend la direction qui s'ajuste avec la proportion qui se trouve alors entre elles, et ainsi le faire éloigner de la perpendiculaire.

Que si, au contraire, le milieu qu'on oppose au rayon AB présente plus de facilité à son passage que ne faisoit l'air, cette nouvelle facilité qu'il apporte et qui n'est ressentie que par la partie du mouvement qui tend vers lui, et non point par l'autre, comme j'ai déjà dit, doit changer sa direction, à cause que cela change la proportion qui est entre les deux parties dont le mouvement entier de la balle est composé, et le détourner par conséquent vers la perpendiculaire, ce qui arrive quand un rayon de lumière passe de l'air dans de l'eau ou dans du verre.

5. Et pour faciliter la compréhension de tout ceci par un exemple aisé, représentez-vous un corps sphérique bien dur et bien poli, mis sur une planche très dure aussi et très polie dont le bout s'appuie sur l'extrémité d'une table, en sorte que la planche soit inclinée sur la table et fasse un angle aigu avec elle. Il est certain que ce mobile roulera sur cette planche, et ce d'autant plus ou moins vite que la planche sera moins ou plus inclinée sur cette table. Mais, quel que soit le mouvement du mobile sur cette planche, il est certain qu'à l'égard de la table il a deux déterminations : l'une qui le porte vers elle, par laquelle il descend ; et l'autre qui le porte vers l'une des murailles de la chambre, par laquelle il avance de ce côté-là.

Et il est si vrai qu'il a ces deux impressions, qu'il les garde encore toutes deux lorsqu'il est en l'air hors de la planche ; et s'il ne lui en restoit qu'une quand il est hors de dessus la planche, il ne suivroit que celle-là seule ; par exemple, il tomberoit perpendiculairement à terre sitôt qu'il a quitté la planche, s'il ne lui restoit que celle de sa chute.

Mais considérez ce qui arrive au mobile quand il est au point où il quitte la planche, et vous verrez qu'il arrive la même chose à la lumière quand elle passe de l'air dans l'eau. Et parce qu'alors la partie

du mouvement qui porte le mobile en bas trouve plus de facilité ou moins de résistance à son action, quand il est hors de dessus la planche et dans l'air, qu'elle n'avoit quand il étoit sur la planche ; et que celle qui le porte vers la muraille demeure la même (bien que ce soit encore la même force totale qui pousse en ce point-là le mobile, et que la force des deux parties de son mouvement prises séparément soit la même), néanmoins, pource que la proportion qui étoit auparavant entre la facilité ou la résistance que présentait le milieu à ces deux forces est changée, et que dans ce point de sortie il trouve plus de facilité pour descendre qu'auparavant, sans qu'il en trouve ni plus ni moins pour aller vers la muraille, pour cela il arrive qu'il ne suit plus la direction de la ligne qu'il avoit parcourue sur la planche, mais qu'il en prend une autre, laquelle est proportionnée au plus de facilité qui se trouve alors en l'une de ses forces plus qu'en l'autre. Ce qui fait que le mobile, en quittant la planche, s'approche de la perpendiculaire, comme fait aussi la lumière en entrant dans l'eau, pour la même raison.

Et c'est à mon sens une des choses des plus aisées à concevoir qu'il est possible, et c'est aussi à mon avis tout ce qu'a voulu dire M. Descartes au sujet de la réfraction. Je ne prétends pas néanmoins pour cela vous avoir persuadé : il suffit que je me sois donné à entendre, afin que vous ne croyiez pas que je suive aveuglément M. Descartes ou que je vous contredise de gaieté de cœur. Je vous ressemble en ce point que je n'aime et ne cherche que la vérité, et cette conformité que j'ai avec vous me fait espérer que vous ne me désavouerez pas, quand je m'avouerai partout, etc.

P. S. Pour éclaircir davantage cette matière, j'apporterai encore ici un exemple qui résout à mon avis la plupart des difficultés que l'on peut faire sur ce qu'a dit M. Descartes touchant la réfraction dans sa Dioptrique.

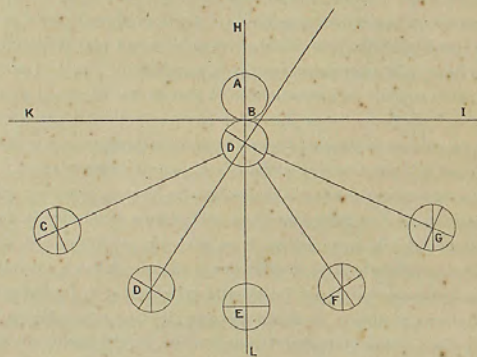
Il est constant par l'expérience que, de quelque façon que la boule A soit poussée au point B par les boules C, D, E, F, G, et quelles que



soient les différentes déterminations dont on peut supposer que celle de leur route soit composée, elles la pousseront toujours vers H (fig. 103).

Premièrement, pour la boule E, il est clair qu'elle la doit pousser vers H, puisque la boule A s'oppose totalement à sa détermination; mais ce qui est clair pour la boule E doit pareillement être entendu des autres, qui, bien qu'elles viennent de biais vers la boule A, ne la

Fig. 103.



touchent au point B et ne la poussent qu'en tant qu'elles descendent vers H, et non point en tant qu'elles vont vers I (ou vers K). C'est pourquoi elles ne sauroient imprimer d'autre mouvement à cette boule, sinon de la faire aller vers H. Or, quoique les déterminations des boules D et F soient opposées, en tant que l'une va à droite et l'autre à gauche, elles ne le sont point en tant qu'elles descendent et ainsi elles doivent produire sur la boule A un même effet, qui est de la pousser vers H.

Mais, si nous supposons que la boule A soit dure et immobile, toutes

ces boules, après l'avoir rencontrée, seront contraintes de changer la détermination qu'elles avoient d'aller vers H en celle d'aller ou de réfléchir vers L, et de garder les autres si elles en avoient, auxquelles elle ne peut apporter de changement, à cause qu'elle ne leur est point opposée en ce sens-là : et ceci explique la réflexion à angles égaux.

Que si nous supposons que ces boules aient communiqué de leur mouvement à la boule A, ce ne peut être qu'au sens qu'elle leur est opposée, et partant ce ne peut être que le mouvement vers H qui puisse recevoir de l'altération, et non point celui vers I (ou vers K), lequel par conséquent doit demeurer le même et en son entier. Si bien que ces boules perdant au point B de la force qui les détermine à aller vers H et ne perdant rien de celle qui les détermine à aller vers I, elles sont contraintes de se détourner et de prendre en ce moment une autre direction, laquelle elles gardent toujours, quelque résistance que le milieu apporte après cela, qui peut bien les faire aller moins vite, mais non pas changer leur direction, à cause qu'il peut bien être opposé à leur vitesse, mais non point à la direction qu'elles ont prise, puisque nous supposons qu'il est également facile ou difficile à s'ouvrir ou pénétrer de tous côtés. Et cela explique la réfraction qui s'éloigne de la perpendiculaire.

Que si au contraire nous supposons que, ces boules étant au point B, la boule A leur cède plus aisément et les entraîne, pour ainsi dire, vers H, cela fait que ces boules descendent plus vite, mais cela ne change rien à leur mouvement vers la droite (ou vers la gauche) auquel elle n'est point opposée. Et ainsi ces boules, au moment qu'elles sont au point B, étant plus disposées à aller vers H qu'elles n'étoient auparavant, et n'étant ni plus ni moins disposées qu'elles étoient à aller vers I, elles doivent changer de direction et la garder après l'avoir prise. Et cela explique la réfraction vers la perpendiculaire.

Et pour faire voir que la résistance plus ou moins grande du corps du milieu n'y fait rien et ne change point la détermination que la boule prend au point B, considérons ce qui peut arriver à la boule A selon les différens cas qu'on peut s'imaginer. Par exemple, si la boule E tombe



perpendiculairement sur A et qu'elle lui communique la moitié de son mouvement, où ira-t-elle? Sans doute qu'elle ira vers H, et la force qu'elle reçoit en ce moment ne la peut déterminer à aller que vers là : mais est-ce à dire qu'en allant vers H elle décrira en deux momens une ligne aussi longue qu'a fait E en un moment? Oui sans doute, si vous supposez que le milieu qu'elle parcourt lui donne passage aussi facilement qu'avoit fait l'autre; mais si ce milieu lui résiste davantage, elle en décrira une plus courte, comme aussi elle en peut décrire une égale ou même une plus longue, si ce milieu résiste autant ou moins à la force qu'elle a reçue.

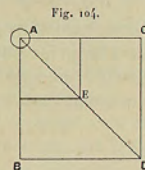
Que si nous supposons que c'est l'une des autres boules C, D, F, G, qui rencontre A au point B, il s'ensuivra la même chose, à savoir qu'elle sera contrainte, par la force qu'elle recevra, de prendre sa détermination vers H comme auparavant, au moment même qu'elle en est touchée. Et la qualité du milieu ne changera point cette détermination, sinon qu'ayant reçu moins de force, parce que n'étant touchée que de biais elle n'est pas poussée par toute la force de la boule qui la touche, elle ira moins vite.

Que si nous supposons que la boule A étoit déjà en mouvement et se mouvoit vers I, la chute de l'une de ces boules sur elle n'apporte aucun changement à la détermination qu'elle avoit à aller vers là, c'est-à-dire à toute la force de son mouvement qui la déterminoit à aller vers I, et partant elle doit continuer d'y aller comme elle faisoit auparavant. Mais elle doit aussi aller en même temps vers le côté où la détermine l'impression qu'elle a nouvellement reçue par la chute de l'une de ces boules, si bien que dès ce moment elle doit prendre sa direction.

Mais si nous supposons que le milieu où elle se trouve après cela lui résiste davantage que ne faisoit l'autre, cela ne change point la détermination qu'elle a prise, mais fait seulement qu'elle le parcourt moins vite qu'elle n'auroit fait. Car enfin la proportion qui étoit en ce moment entre ses deux forces l'a déterminée à aller quelque part, et quelque facilité ou difficulté qu'apporte ensuite le corps du milieu qu'elle doit

parcourir, comme elle est égale en tout sens, cela ne peut rien changer à la détermination qu'elle a prise en sa superficie, et ne la doit ni plus ni moins détourner.

Et la même proportion est ici gardée qu'entre de forts ou de faibles mouvemens également proportionnés. Par exemple, que la boule A soit poussée par deux forces égales vers B et vers C en même temps, que doit-il arriver si elle est dans l'air? Il arrivera que ces deux forces, ayant un grand effet sur elle, la pousseront en un moment jusques en D. Mais si elle étoit dans l'eau, alors ces deux forces, n'ayant pas un si grand effet sur elle, ne la pousseront que jusques en E, mais elle ne changera point pour cela de direction.



Et ce que je dis de la boule A, qui est poussée par des forces égales dans deux milieux différens, se doit entendre tout de même de toute autre sorte de proportion qui soit entre ces deux forces : savoir est que la diversité du milieu ne change point la direction à laquelle les forces qu'elle a la déterminent au premier moment, mais peut seulement changer sa vitesse.

Par exemple, que la boule A soit poussée en même temps par deux forces dont l'une la pousse du double plus fort vers C que l'autre ne fait vers B, que doit-il arriver si elle est dans l'air? Il arrivera que ces forces, ayant un grand effet sur elle, la pousseront en un moment jusques en D. Mais si elle étoit dans l'eau, alors ces deux forces n'ayant pas un si grand effet sur elle, mais ne laissant pas de l'avoir de tous côtés proportionné à leur force, parce que l'eau s'ouvre également de tous côtés, ne la pousseront que jusques en E; mais elle ne chan-



gera point pour cela de direction, laquelle elle prend dès le premier moment.

Et ainsi, ayant égard aux premières suppositions que fait M. Descartes, lorsqu'il se sert de l'exemple d'une balle pour expliquer la réflexion et la réfraction dans le chapitre second de sa Dioptrique, c'est-à-dire supposant que ni la pesanteur ou la légèreté de la balle, ni sa grosseur, ni sa figure, ni aucune telle cause étrangère ne change son cours, ce qu'il dit ensuite est véritable : c'est à savoir qu'il ne faut considérer que la détermination que prend la balle au moment qu'elle est au point B, sans se mettre en peine de ce qui peut arriver de changement en sa vitesse dans le milieu qu'elle parcourt par après, pource que c'est seulement au point B qu'elle est contrainte de changer de direction, à cause du changement qui arrive en ce point dans la proportion qui est entre les deux forces qui composent tout son mouvement ; et la direction qu'elle a une fois prise au point B, elle la garde par après et la suit plus ou moins vite selon le plus ou moins de résistance du milieu.

CXV.

FERMAT A CLERSELIER.

DIMANCHE 21 MAI 1662 ⁽¹⁾.

(D. III, 54.)

MONSIEUR,

Vos deux lettres des sixième et treizième de mai ⁽²⁾ m'ont été rendues en même temps. Elles me font plus d'honneur que je n'en devois raisonnablement attendre, et, bien loin que vos mots latins m'aient choqué, je suis persuadé que, dans la supposition de votre sentiment

⁽¹⁾ L'édition Clerselier donne la date du 12 mai probablement fautive par suite d'une intervention à l'impression.

⁽²⁾ Lettres CXIII et CXIV.

sur le sujet de la démonstration de M. Descartes, il n'y en a point de plus véritables en aucun endroit de vos lettres.

Car si cette démonstration est dans les règles des démonstrations certaines et infaillibles, il n'est rien de plus vrai sinon que ceux qui n'en sont pas convaincus ne l'entendent point. La qualité essentielle d'une démonstration est de forcer à croire, de sorte que ceux qui ne sentent pas cette force, ne sentent pas la démonstration même, c'est à dire qu'ils ne l'entendent pas.

Je n'attribue donc, Monsieur, qu'à un excès de courtoisie et de civilité cet adoucissement que Messieurs de votre Assemblée vous ont inspiré, et je vous en rends très humbles grâces.

Pour la question principale, il me semble que j'ai dit souvent et à M. de la Chambre et à vous que je ne prétends ni n'ai jamais prétendu être de la confidence secrète de la Nature. Elle a des voies obscures et cachées que je n'ai jamais entrepris de pénétrer ; je lui avois seulement offert un petit secours de géométrie au sujet de la réfraction, si elle en eût eu besoin. Mais puisque vous m'assurez, Monsieur, qu'elle peut faire ses affaires sans cela et qu'elle se contente de la marche que M. Descartes lui a prescrite, je vous abandonne de bon cœur ma prétendue conquête de physique, et il me suffit que vous me laissiez en possession de mon problème de géométrie tout pur et *in abstracto*, par le moyen duquel on peut trouver la route d'un mobile qui passe par deux milieux différents et qui cherche d'achever son mouvement le plus tôt qu'il pourra.

Et je ne sais pas même si la merveille ne sera point plus grande, en supposant que j'ai mal deviné le raisonnement de la Nature ; car peut-on s'imaginer rien de plus surprenant que ce qui m'est arrivé ? J'écrivis, il y a plus de dix ans ⁽¹⁾, à M. de la Chambre que je croyois que la réfraction se devoit réduire à ce problème de géométrie, et j'étois pour lors tout-à-fait persuadé que l'analyse de ce problème me donneroit une proportion différente de celle de M. Descartes. Et néanmoins,

⁽¹⁾ Faut-il lire « six ans » ? La lettre LXXXVI n'est pas antérieure à 1657.

en tentant le problème, qui est assez difficile, dix ans après, j'ai trouvé justement la même proportion que M. Descartes.

Si j'ai dit un mensonge, n'ai-je pas quelque raison de prétendre que c'est un de ces mensonges fameux desquels il est dit dans le Tasse, comme je vous ai déjà écrit ⁽¹⁾ :

Quando sarà il vero
Si bello, che si possa a ti proporre?

En voilà de reste, je croise les armes. Permettez-moi seulement, s'il vous plait, d'assurer ici M. Chanut et M. l'abbé d'Issoire, son fils, de mon obéissance très humble : je n'ai pas l'honneur d'être connu du père, mais pourquoi serois-je le seul de toute l'Europe qui n'aurois pas une entière vénération pour lui?

Je suis, Monsieur,

Votre très humble et très obéissant serviteur,

FERMAT.

⁽¹⁾ Voir ci-dessus, page 367.

ANNÉE 1664.

CXVI.

FERMAT A M. DE ****.

1664.

(F^a, p. 156.)

MONSIEUR,

Puisque M. de.... parle et que vous l'ordonnez, vous, Monsieur, de qui la réputation est si grande et si bien établie, je laisse éveiller ma Géométrie, qui dormoit depuis longtemps dans un profond repos et, pour entrer d'abord en matière, je veux bien vous conter l'intrigue de notre Dioptrique et de nos réfractions, en forme d'histoire, afin de vous laisser le jugement libre et que vous puissiez prononcer sans préoccupation.

Dès que j'eus vu le Livre de feu M. Descartes et que j'eus examiné avec quelque attention la proposition qui sert de fondement à sa Dioptrique et qui établit la proportion des réfractions, je soupçonnai sa preuve; sa démonstration me sembla un véritable paralogisme :

Premièrement, parce qu'il la fonde sur une comparaison et que vous savez que la Géométrie ne se pique guère de ces figures, les comparaisons y étant encore plus odieuses que dans le commerce du monde :

Secondement, parce qu'il suppose que le mouvement de la lumière, qui se fait dans l'air et dans les corps rares, est plus malaisé ou, si vous l'aimez mieux ainsi, plus lent que celui qui se fait dans l'eau et les autres corps denses; ce qui semble choquer le sens commun ;



Et enfin, parce qu'il prétend que l'une des directions ou des déterminations du mouvement d'une balle subsiste tout entière après la rencontre du second milieu.

J'ajoutois même quelques autres raisons, qu'il seroit ou superflu ou ennuyeux de vous déduire. Il vit mes écrits, il y répondit et, après plusieurs réponses et répliques de part et d'autre, nous nous séparâmes comme le prévenu et le témoin, l'un dans l'affirmative, l'autre dans la négative, quoique j'eus enfin des lettres de sa part pleines de civilité.

Depuis sa mort, M. de la Chambre, ayant publié son *Traité de la lumière* et m'ayant fait l'honneur de me l'envoyer, je pris occasion de lui écrire la lettre que vous avez vue ⁽¹⁾, dans laquelle je lui témoignai que, pour nous garantir des paralogismes en une matière si obscure, je ne voyois point de moyen plus assuré que de chercher les réfractions dans cet unique principe, que la nature agit toujours par les voies les plus courtes, sur le fondement duquel je lui indiquai qu'on pouvoit chercher par géométrie le point de réfraction, en le réduisant au problème ou théorème que vous savez. Mais, parce que j'en jugeai l'invention très difficile et très embarrassée, puisque ces questions de *maximis et minimis* conduisent d'ordinaire à des opérations de longue haleine et qui se brouillent aisément par une infinité d'asymétries qu'on trouve sur son chemin, je laissai là ma pensée pendant plusieurs années, en attendant que quelque géomètre moins paresseux que moi en fit ou la découverte ou la démonstration.

Personne ne voulut entreprendre ce travail; cependant je recevois des lettres de M. de la Chambre de temps en temps, par lesquelles il me pressoit d'ajouter la géométrie à mon principe et de faire la démonstration en forme du véritable fondement des réfractions. Ce qui me rebutoit à l'avance étoit l'assurance que M. Petit et autres m'avoient donnée, que leurs expériences, qu'ils avoient souvent réitérées pour mesurer les réfractions et dans l'eau et dans le cristal et dans le verre

(1) La lettre LXXXVI.

et dans beaucoup d'autres liqueurs différentes, s'accordoient très précisément avec la proportion de M. Descartes; de sorte qu'il me sembloit inutile d'en aller chercher quelque autre par mon principe, puisque la nature elle-même s'expliquoit si clairement en sa faveur.

L'objection que vous me faites dans votre Écrit ne me faisoit nulle peine et j'y avois déjà répondu dans ma lettre à M. de la Chambre par cette raison, que tout ce qui appuie ou fait ferme sur quelque point d'une ligne courbe est censé faire ferme ou appuyer sur la ligne droite qui touche la courbe audit point; et ainsi, quoique la somme des deux lignes de réflexion soit quelquefois la plus grande dans les miroirs concaves, sphériques ou autres, elle est toujours la plus petite de toutes celles qui peuvent tomber sur la ligne ou sur le plan qui touchent les miroirs au point de la réflexion, et cela n'a pas besoin de plus grande preuve, M. Descartes le supposant ainsi aussi bien que moi.

Toute la difficulté se réduisoit donc à ce qu'il me paroissoit que j'avois à combattre, non seulement les hommes, mais encore la nature. Néanmoins les dernières instances de M. de la Chambre furent si pressantes que je résolus, il y peut avoir environ deux ou trois ans, de tenter le secours de mon analyse, m'imaginant qu'il y a une infinité de proportions différentes entre elles dont les sens ne sauroient vérifier la diversité, et qu'ainsi j'en trouverois peut-être quelqu'une qui approcheroit de celle de M. Descartes et qui pourtant ne seroit pas la même.

Je fis mon analyse en forme par une méthode qui m'est particulière et qu'Hérigone a fait autrefois imprimer dans son *Cours mathématique*. Je surmontai toutes les asymétries avec peine, et voilà que tout à coup, à la fin de mon opération, tout se débrouille et il me vient une équation très simple qui me donne justement la même proportion de M. Descartes.

Je crus sur l'heure avoir équivoqué, car je ne pouvois me figurer qu'on aboutit à une même conclusion par des routes tout-à-fait opposées, M. Descartes supposant, pour un des moyens de sa démonstra-

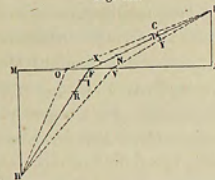
Je refis donc pour lors la question à diverses reprises, en changeant les positions, et je trouvai toujours la même conclusion, ce qui me confirma deux choses : l'une, que l'opinion de M. Descartes sur la proportion des réfractions est très véritable ; et l'autre, que sa démonstration est très fautive et pleine de paralogismes.

C'est à vous, Monsieur, qui êtes sans doute destiné par votre mérite extraordinaire à avoir grand commerce avec elle, à l'informer, si vous le jugez à propos, de ce célèbre démêlé ou, si vous aimez mieux placer

Mais il n'en est pas de même de la très humble prière que je vous fais de me croire, etc.

Démonstration dont il est parlé dans la lettre précédente.

Fig. 105.



M. Descartes détermine ce point H en telle sorte, qu'en tirant une perpendiculaire du point B sur la ligne AFM, qui soit BA, il fait que la ligne AF est à la ligne FM comme la résistance d'un des milieux à celle de l'autre, bien qu'il entende, contre mon sens, que la résistance est plus grande dans l'air qu'elle ne l'est dans l'eau.

FERMAT. — II.



pée en H par le cercle dont le centre est F et le rayon FB, si bien que les droites BF et FH seront égales : Je dis que le rayon BF, venant à se rompre par la rencontre de l'eau, ira vers H.

Car, puisque, par mon principe, la nature agit toujours par les voies les plus courtes, si je prouve qu'en passant par les deux droites BF et FH, elle y emploie moins de temps qu'en passant par aucun autre point de la droite AM, j'aurai prouvé la vérité de la proposition.

Or, puisque je présuppose que le mouvement dans l'air est plus aisé et par conséquent plus vite, le mouvement de B en F se fera en moins de temps que celui de F à H et, pour régler la véritable proportion, il faut faire

comme AF à FM (qui sont les mesures des résistances), ainsi BF à FD,

et les deux droites DF et FH seront les mesures du temps qui sera employé de B à F et de F à H : savoir, la droite DF sera la mesure du mouvement par BF, qui est plus vite, et la droite FH sera la mesure du mouvement par FH, qui est plus lent; et ce, suivant la proportion de BF à FD, ou de HF, qui est égale à BF, à la même FD.

Si je prouve donc que, quelque point que vous preniez des deux côtés de DF, la somme des deux droites DF, FH est toujours plus petite que deux droites prises au même sens, j'aurai ce que je cherchois.

Soit donc premièrement du côté vers M le point O. En joignant les droites BO et OH, et faisant

comme BF à DF, ainsi BO à CO,

je dois prouver que la somme des deux droites CO et OH est plus grande que celle de DF et FH; et en prenant de même quelqu'autre point, comme V, de l'autre côté vers A, je dois aussi prouver qu'en joignant les deux droites BV et VH, et faisant

comme BF à DF, ainsi BV à YV,

la somme des deux droites YV et VH est plus grande que celle des deux droites DF et FH.

Pour y parvenir, je fais

comme BF à AF, ainsi FO à FR,

et

comme la même BF à FM, ainsi FO à FI.

Puisque BF est plus grande que AF, donc FO est plus grande que FR et, puisque AF est plus grande que FM, FR est aussi plus grande que FI, et il paraît même que

FR est à FI comme AF à FM;

car, puisque, par la construction,

comme AF est à FB, ainsi FR à FO,

et

comme FB à FM, ainsi FO à FI,

donc, *ex æquo*,

comme AF à FM, ainsi FR est à FI.

Je dis donc que les deux droites CO et OH sont plus grandes que les deux droites DF et FH. Car, par Euclide, au triangle amblygone FHO, la somme des deux quarrés HF et FO est égale à la somme du quarré HO et du rectangle MFO pris deux fois; or, puisque nous avons fait

comme BF ou FH à FM, ainsi FO à FI,

donc le rectangle sous les extrêmes HFI est égal au rectangle sous les moyennes MFO, et le rectangle HFI pris deux fois est égal au rectangle MFO pris deux fois : nous avons donc la somme des deux quarrés HF et FO égale à la somme du quarré HO et du rectangle HFI pris deux fois. Mais le rectangle HFI pris deux fois est égal au rectangle HIF pris deux fois et au double quarré de IF; et le quarré HF, par le même Euclide, est égal au rectangle HIF pris deux fois et aux deux quarrés HI et IF : nous avons donc, d'un côté, le quarré HI, le quarré IF, le rectangle HIF deux fois pris et le quarré FO égaux au quarré HO, au rectangle HIF deux fois pris et au quarré FI pris deux fois. Otez de part et d'autre le rectangle HIF deux fois et le quarré FI : reste, d'un côté, le quarré HI avec le quarré FO égaux aux deux quar-



rés HO et IF. Mais le carré FO est plus grand que le carré FI, puisque, par la construction, FO est plus grande que FI : donc le carré HO est plus grand que le carré HI, et partant la droite HO est plus grande que la droite HI.

Si je prouve ensuite que la droite CO est plus grande que les deux droites DF et FI, il restera prouvé que les deux CO et OH sont plus grandes que les trois DF, FI et HI, ou que les deux DF et FH : je prouve donc le requis.

Dans le triangle amblygone BFO, par Euclide, le carré BO est égal à la somme des carrés BF et FO et au double rectangle AFO; mais, puisque nous avons fait, par la construction,

comme BF à FA, ainsi FO à FR,

donc le rectangle sous BF et FR est égal au rectangle AFO, et par conséquent le carré BO est égal aux carrés BF et FO et au rectangle sous BF, FR deux fois pris. Mais le carré FO est plus grand que celui de FR, puisque la ligne FO a été prouvée plus grande que la ligne FR : donc, si vous substituez le carré de FR au lieu de celui de FO, le carré BO sera plus grand que les deux carrés BF, FR et le rectangle BFR deux fois pris. Mais ces dernières sommes sont égales, par Euclide, au carré des deux droites BF et FR prises comme une seule : donc la droite BO est plus grande que la somme des deux droites BF et FR. Mais nous avons prouvé que

RF est à IF comme AF à FM, c'est à dire comme BF à FD,

qui est la mesure de la diversité des mouvements : donc,

comme la somme des deux antécédents BF et FR
est à la somme des deux conséquents DF et FI,
ainsi BF à FD.

Or

BO est à OC comme BF à FD :

donc

comme BO est à OC,
ainsi la somme des deux droites BF et FR
est à la somme des deux droites DF et FI.

Mais nous avons prouvé que la droite BO est plus grande que la somme des deux droites BF et FR : il est donc vrai que la droite CO est plus grande que la somme des deux droites DF et FI, ce qu'il falloit prouver en second lieu.

Il n'y a donc aucun point du côté de M par où le rayon puisse passer sans y employer plus de temps que par le point F. Il reste à prouver la même chose au point V.

Si l'on fait, comme ci-dessus,

comme BF à FA, ainsi FV à FN,

et

comme la même BF à FM, ainsi FV à FX,

NF sera à XF comme AF à FM, c'est à dire comme BF à FD.

par la preuve précédente, et chacune de ces deux droites NF et XF sera plus petite que VF, par ce qui a précédé.

Il faut prouver que la somme des deux droites YV et VH est plus grande que la somme des deux droites DF et FH.

Je considère premièrement que, par Euclide, dans le triangle amblygone VFH, la somme des carrés HF et FV et du rectangle MFV pris deux fois est égale au carré VH; mais, puisque, par la construction, il a été fait

comme BF à FM, ainsi FV à FX,

donc le rectangle BFX ou le rectangle HFX (puisque BF et FH sont égales) est égal au rectangle MFV : nous avons donc, d'un côté, la somme des carrés HF et FV et du rectangle HFX pris deux fois égale au carré HV. Mais le carré FX est moindre que le carré FV : donc la somme des carrés HF, FX et du rectangle HFX pris deux fois est moindre que le carré HV. Or cette somme est égale au carré fait des deux droites HF et FX comme d'une seule, par Euclide : donc la somme des deux droites HF et FX est moindre que HV, et HV est plus grande que ces deux droites HF et FX.

Si je prouve donc que la droite YV est plus grande que la droite DX, il restera prouvé que la somme des deux YV et HV est plus grande que la somme des trois DX, XF, FH, c'est à dire que des deux DF, FH.



Pour faire cette dernière preuve, je considère le triangle amblygone BVF auquel, par Euclide, les deux carrés BF et FV sont égaux au carré BV et au rectangle AFV pris deux fois; or, puisque, par la construction, nous avons fait

comme BF à FA, ainsi VF à FN,

donc le rectangle BFN est égal au rectangle AFV, et partant la somme des deux carrés BF et FV est égale à la somme du carré BV et du rectangle BFN pris deux fois. Or le rectangle BFN pris deux fois est égal au rectangle BNF pris deux fois et à deux fois le carré FN : donc la somme des deux carrés BF et FV est égale à la somme du carré BV, du rectangle BNF pris deux fois et du carré de FN pris deux fois. Or le carré BF est, par Euclide, égal au carré BN, au carré NF et au rectangle BNF pris deux fois : nous avons donc la somme des carrés BN, NF, FV et du rectangle BNF pris deux fois égale à la somme du carré BV, du rectangle BNF pris deux fois et du carré de FN pris deux fois. Otez de chaque côté le rectangle BNF pris deux fois et le carré NF : il restera donc que le carré de BN et le carré FV seront égaux aux carrés BV et FN. Or le carré FV est plus grand que le carré de FN, par la construction : donc le carré BV est plus grand que celui de BN, et partant la droite BV est plus grande que la droite BN.

Mais nous avons prouvé que

comme la droite BF est à FD, ainsi NF est à FX :

donc

comme la droite BF est à FN, ainsi sera DF à FX,

et, par la conversion des raisons,

comme BF à BN, ainsi sera DF à DX,

et

comme BF à DF, ainsi BN à DX.

Mais nous avons fait

comme BF à DF, ainsi BV à YV :

donc

comme BV à YV, ainsi sera BN à DX.

Mais nous avons prouvé que BV est plus grande que BN : donc YV le sera plus que DX.

Or il a été déjà prouvé que VH est plus grande que les deux droites HF et FX : donc il est pleinement prouvé que les deux droites YV et VH sont plus grandes que les trois DX, XF et FH, ou que les deux DF et FH, et ainsi la démonstration est complète.

Il suit de là qu'en posant mon principe, que la nature agit toujours par les voies les plus courtes, la supposition de M. Descartes est fautive, lorsqu'il dit que le mouvement de la lumière se fait plus aisément dans l'eau et les autres corps denses que dans l'air et les autres corps rares.

Car, si cette supposition de M. Descartes étoit vraie et que vous imaginiez qu'en ma figure l'air est du côté de H et l'eau du côté de B, il s'ensuivroit, en transposant la démonstration, que le rayon qui partiroit du point H et rencontreroit l'eau au point F, se romproit vers B, parce que, le mouvement par l'air étant plus lent selon la supposition de M. Descartes, il seroit mesuré par la droite HF, et celui qui se fait dans l'eau seroit mesuré par la droite FD, comme étant plus vite, de sorte que, les deux droites HF, FD étant les plus petites, la réfraction se feroit vers B, c'est-à-dire que le rayon s'écarteroit de la perpendiculaire, ce qui est absurde et contre l'expérience.

Si la situation des deux points B et H change dans les deux lignes BF et FH prolongées de part et d'autre autant que vous voudrez, la démonstration aura lieu et vous le verrez de vous-même.

Je n'ajoute point l'analyse, car, outre qu'elle est longue et embarrassée, il vous doit suffire que le retour que vous venez de lire est court et purement géométrique.

Il suit de tout cela que, lorsque les deux points B et F sont donnés, ou bien H et F, on peut trouver aisément le problème par les plans; mais, lorsqu'on donne deux points, comme B et H, et qu'on veut chercher par eux le point de réfraction dans la ligne ou plan qui sépare les deux milieux, en ce cas le problème est solide, et ne se peut construire qu'en y employant des paraboles, des hyperboles ou des ellipses. Mais,



comme cette invention n'est guère malaisée à un géomètre médiocre, en demeurant d'accord du fondement et de la proportion sur laquelle il doit travailler et que je vous ai déjà expliquée, je n'ai garde de douter que vous la trouviez d'abord, vous, Monsieur, qui êtes si fort au-dessus du commun.

Outre que, ne s'agissant proprement, dans la question que vous me faites, que d'apprendre quelles sont les voies de la nature, j'y ai déjà satisfait, et que cette grande ouvrière n'a pas besoin de nos instrumens et de nos machines pour faire ses opérations.

CXVIII.

SAPORTA A FERMAT (*).

A MONSIEUR | FERMAT | CONSEILLER DV | ROY AV PARLEMENT |
DE TOLOSE. |

MONSIEUR,

Je vous rends ce qui est vostre : cette traduction que ie vous presente du Traicté de Torricelli du mouvement des eaux est à vous, parce que vous m'avez fait l'honneur de m'exhorter à y travailler, et que vous m'avez fait cognoistre, qu'elle ne pouvoit mieux paroistre en public, qu'en suite du Traicté de la mesure des eaux courantes de Castelli, qu'il recognoist pour son Maistre, et sur les demonstrations duquel il appuye presque toutes ses propositions. Mais elle vous appartient, MONSIEUR, à un plus iuste tiltre, puisque cét ouvrage, qui

(*) Dédicace de l'ouvrage intitulé :

Traicté du | mouvement des | eaux d'Evangeliste | Torricelli Mathema. | ticien du Grand Due | de Toscane. | Tiré du Traicté du mesme Autheur, | du mouvement des corps pesans qui descendent | naturellement, et qui sont jettez. A Castres, | Par Bernard Barcouda, Imprimeur | du Roy, de la Chambre de l'Edict, de la dite | Villo et Diocese. 1664.

Ce Traicté est joint à celui de Benedetto Castelli dans le volume publié par Saporita (voir Tome I, p. 362); la dédicace adressée à Fermat occupe les pages 59 à 61 du dit volume.

a esté composé par vn des plus sçavans Mathematiciens d'Italie, sur vne matiere tres-curieuse, et toute nouvelle, ne pouvoit mieux estre exposé aux yeux du public, que sous la faveur de celuy que tous les plus grands Mathematiciens, ie ne dis pas de la France seulement, mais aussi de toute l'Europe admirent, et reverent d'une façon toute particuliere. Lors qu'ils ont des difficultez dans ces sciences abstruses, dont les inventions admirables font voir et l'excellence, et la divinité de nostre ame, ils recourent à vous, MONSIEUR, comme à l'Oracle qui dissipe en un moment les tenebres qui les enveloppoient auparavant. S'ils ont quelque dispute entre eux sur quelque point, dont ils ne puissent pas s'accorder, ils vous choisissent pour l'Arbitre de leurs differens, et ils se soumettent avec respect à la decision que vous en faites. Tous les sçavans en toute sorte de Literature vous consultent sur les passages difficiles qu'ils rencontrent dans les livres. Je pourrois rapporter un grand nombre d'excellentes remarques que vous avez faites sur Synesius, sur Frontin, sur Athenée et sur plusieurs autres Auteurs et les éclaircissemens que vous avez donnez à des lieux obscurs qui n'avoient pas esté entendus par les Scaligers, les Casaubons, les Petaus, et les Saumaises. Enfin il semble, MONSIEUR, que vous estez né pour gouverner l'Empire des Lettres, et pour estre le Souverain Legislatteur de tous les Sçavans. Si j'avois dessein de faire votre Panegyrique, j'estalerois icy toutes les cognoissances que vous avez, qui sont capables de rendre les hommes, et plus doctes, et plus gens de bien. Je parlerois de vostre iugement dans les affaires du Palais, ou vous avez passé la plus grande partie de vostre vie, et ou vous avez fait paroistre tant d'integrité, et tant de surlisance en l'administration de la iustice, qu'il y a de quoy s'estonner, qu'ayant acquis toutes les qualitez d'un grand Iuge, vous ayez peu acquerir une parfaite intelligence de tant d'autres choses, qui sont si differentes de cette sorte d'estude. Je pourrois dire avec verité que la force, et l'estenduë de vostre genie, a surmonté toutes les difficultez qui decouragent, ou qui arrestent les autres : que vous comprenez comme en vous iouant, ce qui occupe l'attention des plus subtils, et que vous



498 ŒUVRES DE FERMAT. — CORRESPONDANCE.

penetrés dans peu de iours, et avec peu de peine, les matieres les plus difficiles, qui travaillent les esprits les plus vifs, et les plus solides, des années entieres. Mais i'en dis trop, MOXSIERN, pour vostre modestie, quoy que ie n'en die pas assez pour vostre merite, n'y pour la passion que i'ay, de vous tesmoigner, combien ie suis,

MONSIEVR,

Vostre tres-humble et
tres-obeissant serviteur,

SAPORTA.

VARIANTES ET NOTES CRITIQUES.

LISTE DES SOURCES.

- A = Manuscrit Arhagast-Boncompagni (voir Tome I, Avertissement, p. xxii).
 A' = Brouillons d'Arhagast, dans le MS. Bibl. nat. fr. n. a. 3280 (1^{re} 91 à 98, 120 à 193).
 B = Manuscrit Vique-d'Azyr-Boncompagni (voir Tome I, Avertissement, p. xxvii).
 C = Copie des manuscrits de Clerselier, prise à Vienne par Despeyroux, dans le MS. Bibl. nat. fr. n. a. 3280 (1^{re} 25 à 90).
 D = Édition des *Lettres de M. Descartes* par Clerselier, Tome III, Paris, 1667.
 E = *Commercium epistolicum* de Wallis, Oxford, 1658.
 F = MS. Bibl. nat. fr. n. a. 6204.
 G = *Cassendi Opera omnia*, édition de Lyon, 1658.
 H = *Correspondance de Huygens*, publiée par la Société hollandaise des Sciences (La Haye, 1888 etc.).
 I = MS. Bibl. nat. lat. 8600.
 K = MS. Bibl. nat. latin 11196.
 L = Lalouvière, *Veterum Geometria promota in septem Cycloide libri*, Toulouse, 1660.
 M = MS. Bibl. nat. fr. 17388.
 N = MS. Bibl. nat. fr. 17390.
 O = MS. Bibl. nat. fr. 17398.
 P = *Oeuvres de Pascal*, édition de 1779.
 P' = Recueil d'opuscules de Pascal, Bibl. nat. imp. Réserve V, 859.
 Q = MS. Bibl. nat. fr. 20945.
 R = MS. Bibl. nat. latin 7296.
 S = *Traité de la mesure des eaux courantes de Castelli*, traduction Saperia, Castres, 1664.
 T = MS. Bibl. nat. fr. 13096.
 Fa = Édition des *Varia Opera* de Fermat, 1679.
 X = MS. Bibl. nat. fr. n. a. 5160.

VARIANTES ET NOTES CRITIQUES⁽¹⁾

LETTRE I. 3. ligne 1 par ces B, pour ces A 4 feront B, feroient A 10 jusqu'à A 6, 2 sera] A ajoute pour 7, 2 une om. A 9, 1 enverrai B, enverrai A 10, 8 de om. A 11, 3 sceu B, pu A 4 ce om. A.

II (Fa, p. 143). Les paragraphes 1 et 2 forment la fin des *Nova in Mathematicis theorematum* (Pièce V). P. 9, 20 (Fa, 144) 26 D]AD 28 Quod erat demonstrandum] GED.

III (Fa, 121). 4, 10 ita] AB (Fa, 122).

IV (Fa, 122). P. 18, 18 la]le 23 (Fa, 123) 26 proportion]proposition P. 20, 5 la]que la

V (Fa, 149). 3, 2 ipsa CB]ipsa AB. P. 24, 6 B]C. P. 25, 6 et]in (Fa, 143) 7 C]D ★ D]C 7, 3 constitutura]. Le fragment continue, dans les *Varia*, par les paragraphes 1 et 2 de notre Pièce II.

VI (Fa, 143). 2]1. 2, 5 la première]le premier 4, 9 l'avouer]Fa ajoute Je suis etc.

La suite se trouve intitulée dans A : *Fragment d'une lettre à Mersenne (le commencement manque)*; dans B : *Fragment d'une lettre de M. Fermat du 15 juillet 1636*. 5, 2 baille A, envoye B 6, 2 proportionnelles om. A 7, 11 poves B, pourrez A P. 30, 5 trois ou de]2 ou B. 8, 1 Et B, Je A. B omet la date.

VII (Fa, 133). P. 32, 15 le]les P. 33, 9 NB]CB 11 gravia]aqualia (Fa, 134). P. 34, 10 ecce]cum 14 FHN]FH, in ★ N]M (de même 17). 16 FHN]FHM (de même 18) 17 HF]MG 18 HN]ILA.

VIII (Fa, 124). *Suscription* : A Paris, le 16 aoust 1636. 2, 1 que]lequel 4/3 des- quelles conditions, au principe dont il s'agit, la principale manque, sçavoir 6 d'où vient] quelle est 7 cette]leur ★ Ainsi... les corps 3, 5] ce qui n'étant point en notre connois- sance (comme il faut librement avouer, et en cecy, et quasi en toutes les autres choses physiques) il est évident qu'il nous est impossible de déterminer, ce qui arriveroit au centre où les choses pesantes aspirent, ny aux autres lieux hors la surface de la terre, sur laquelle, parce que nous y habitons, nous avons quelques expériences assez con- stantes, desquelles nous tirons ces principes en vertu desquels nous raisonnons en la Me- chanique.

(¹) Les chiffres égyptiens (gras) désignent les paragraphes des lettres, à moins qu'ils ne soient précédés d'un P., auquel cas ils indiquent la page; les lignes sont comptées à partir de la première du paragraphe, si elle est dans la même page; autrement à partir de la première de la page.



La diversité des opinions touchant l'origine de la pesanteur des corps, aucune desquelles n'a été jusques icy ny démontrée ni convaincue de fausseté par démonstration est un ample témoignage de l'ignorance humaine en ce point.

(*Fa*, 125). La commune opinion est, que la pesanteur est une qualité qui reside dans le corps même qui tombe.

D'autres sont d'avis que la descente des corps procede de l'attraction d'un autre qui attire celui qui descend, comme [le globe *aj*. P] de la terre [paroit attirer une pierre qui tombe *aj*. P]. Il y a une troisième opinion qui n'est pas hors de vraisemblance; que c'est une attraction mutuelle entre les corps, causée par un désir naturel que ces corps...

3, 5 clair]évident 6/7 le fer ne l'étant pas, l'ira trouver 12 seront... quelque lieu 4, 3] sont fort différentes, particulièrement de la première et des autres, comme nous faisons voir en les examinant.

Car si la première est vraie, le sens commun nous dicte qu'en quelque lieu...

4, 4 poids] corps pesant ★ pèse] pesera 10 avoir égard] considerer 11 centre commun]. *Addition* : Si cette première opinion est véritable, nous ne voyons point que le principe que vous demandez pour la Geostatique puisse subsister. 12 Car soient deux poids 15 A et B 19 Nous... équilibre 21]. Suivant cette première opinion, nous accordons que si le point C est uny au centre des choses pesantes, le composé des poids AB demeurera immobile véritablement. 22 au] avec le ★ centre commun des choses pesantes, combien que l'un des poids en soit plus proche que l'autre, ils contrepeseront (24). 25 comme par le point C *omis*. 26 paroles mêmes] propres termes 27 pour] de 28 par dessus] sur P. 38. *Le premier alinéa est omis*. 8 car il n'a pas été démontré que le point C soit le centre de pesanteur du composé AB, sinon lorsque la descente des corps se fait naturellement par des lignes parallèles; ce qui est contre vos suppositions et les nôtres, et contre la vérité, et même nous ne voyons pas qu'aucun corps, hormis la Sphere, ait un centre de pesanteur, posée la définition de ce centre selon Pappus et les autres Auteurs : et quand il y en auroit un en chaque corps, il ne paroit pas (et n'a jamais été démontré) que ce seroit (12). 13 commun] des choses pesantes 15 figures] *addition* : comme en la seconde des deux figures suivantes. 16 commun] de pesanteur.

5, 1 du] d'un 3 même] l' ★ nous] vous 4 semblable] pareille ★ AB] (*Fa*, 126) (puisque vous le voulez appeler ainsi) d'autant que ces poids ne pressent (5/6) 7 C, D, ou E *omis* 9 le porter] se porter. P. 39, 2 près] proche 3 C *omis*. 6 jugement] la fin de l'alinéa est omise.

6, 1 en ce cas des] suivant cette première opinion, de 3 pour... sentiment *omis*. 4 Soient donc deux ★ A et B 5 dans laquelle le point C soit le centre de pesanteur du composé des corps AB, selon les anciens; ce point C ne sera pas (6) 7 pose] met 9 qu'il] que ce composé 15 contreprésent avec] soit de même pesanteur que

7. Paragraphe *omis*.

8, 1. Si la seconde opinion touchant la cause de la descente des poids est véritable, voyez les conséquences qu'on en peut tirer, selon notre jugement. Soit (4) 6 les parties du même corps, en sorte que chacune selon sa puissance, tire à soy le corps attiré, ainsi que supposent les Auteurs de cette opinion.

Sur cette position, le sens commun nous dicte que les distances et autres conditions étant pareilles, les parties égales du corps attirant attireront également, et les inégales, inégalement.

Soit donc le corps attiré L(6) 8 menée] même. P. 41, 2 marqués] pris 6 puissance] vertu entière 7 là où] ou étant 10 venu] parvenu 11 toujours est placé après sera 12 et] mais 13 retire] contretire 14 force] vertu 17 mais cette diminution ne sera pas en la raison des lignes HA, HK, HI, ce que vous connoîtrez en le considerant sans autre explication.

Si la troisième opinion de la descente des corps est véritable, les conclusions que l'on (*Fa*, 127) en peut tirer sont les mêmes, ou fort approchantes de celles que nous avons tirées de la seconde opinion. *Suit le paragraphe 9.*

9, 3 d'icelles] d'elles 5 conclusions] conséquences 7 desquels l'expérience assistée d'un bon jugement, nous a rendus certains.

Pour ces considerations, dans nos conférences de Méchanique nous appellons des poids égaux ou inégaux ceux qui ont égale (10) 11 un même corps est dit] nous entendons un même corps P. 42, 3 arrive ou non 4 ce] chose 5 contente] satisfasse 6 et nous raisonnons] raisonnans 7 en *omis*.

10, 1 Pour] Quant à 3 et l'autre] mais l'autre est 9 et soit considérée la circonference CNB 10 mène] remue 12 contreprésenteront l'un à l'autre et *omis*. 15 seront] seroient ★ points] extrémités 16 éloignées. P. 43, 2 pour les avoir démontrées par des principes qui nous sont plus clairs et plus connus (4) 5 distinction à faire, laquelle est de grande consideration. Sçavoir que quand (6) 9 mais quand ★ d'un] un 13 enfin] finalement 15 vers N] vers P.

11, 1 Si *etc.*] Cette distinction étant vraie comme elle est, vostre second principe ne peut subsister, ce qui pagoitra assez par l'examen d'icelui.

Votre second principe est tel. Soit A (4). 3 est B] est D 6 force] puissance 8 D. (*Fa*, 128) P. 44, 1 posé] mis 6 s'éloigner] éloigner le levier 8 en général] généralement 11 quoique contraires à votre supposition *omis*. 12/13 et nous vous en expliquerons les principaux cas que vous connoîtrez véritables sans aucune demonstration. *Suit le paragraphe 12.*

12, 2 et *omis*. 4 demeurons P. 45, 1 force] puissance.

13, 6 bouts] extrémités 10/12 et quand cet appuy sera osté, le tout demeurera de même qu'avec l'appuy, ce qui est assez clair. 15 alors est ajouté avant celles. 19/20 que lorsqu'elles sont ramassées en B.

14, 1/2 chacun plus grand P. 46, 1 DC] CD 4 ramassez (*de même* 9) 8 B] vers P ajouté. ★ ce qui seroit arrivé] comme il arriveroit

15, 2 les] des 6 qu'on] que l'on 9 aux points] sur les parties 13 (*Fa*, 129) ★ Ainsi, considérant] Partant ★ sont] seront ★ ils *omis* 14 chargent] chargeront. P. 47, 1 sur l'arc GBH 5 aura] ★ ramassez 9 même *omis*. 10 *Addition* : Cette dernière consideration pourroit bien estre cause qu'un même corps peseroit moins, plus proche qu'il est du centre commun des choses pesantes : mais la proportion de ces pesanteurs ne seroit nullement pareille à celle des distances, et seroit peut-être très difficile à examiner.

16, 3 éloignés de A centre commun 6 GI est à 9 assez *omis* ★ des] de vos 10 les] ces 10/11 resteroit aucune difficulté 11 à peu près *omis* 11/12 ainsi. Soit faite la préparation suivant la méthode d'Archimede 13 E] Q (*de même dans la suite du paragraphe*). P. 48, 2/3 duquel *etc.*] lequel arc sera quelquefois moindre que la circonference entière, quelquefois égale à icelle, et quelquefois plus grand. Et d'autant que les



portions IB, IQ sont égales, 3 BGIRQ 4 par le premier principe sur l'appuy l. 7 pèse] posé 8 Car tous ces] Partant, puisque ces deux 9 pèseront] pesent * puis donc] et 10 faisoient] font * même omis. 13 feroit] reçoit 14 pas] point 16 pouvons 17/19 instances dont la première est telle. Au levier GIR, soit l'angle GIR droit

18, 1 Soit A le centre 2 A omis. 3 GI] soit (Fa, 130) 6 l'on] on 6/7 faisant... R] mettant en C le même poids qui étoit en R 9/10 faisant... C] faisant ID estre le bras du levier et mettant en D le même poids qui étoit en C 12 à IG] en G 13/11 raisonnant à l'ordinaire] par le raisonnement ordinaire 16 seroit] sert 18 fait] fasse P. 50, 1 (ce qui est facile à démontrer) 2 de] hors 2/3 on conclura quelque chose de choquant de votre position.

19, 1 parce que * tout omis. 2 faire par des hommes, des poids à l'égard de leur centre naturel 3 la faire alentour d'un centre artificiel, supposant 5/6 agiroient] tendent 7 conforme à ce raisonnement 8/10 *Alinéa omis.*

20, 1 agréable de continuer nos communications sur ce sujet ou sur celui de la Géométrie 2/4 ceux de ce temps, nous tâcherons à vous donner contentement : et ce que nous vous proposerons 5 car nous vous en enverrons

IX (Fa, 130) 3 (Fa, 131). P. 53, 18 ACD] ad CD 21 CD]. Igitur (Fa, 132). P. 54, 2 horizontalis 6, 1 terre] lettre 7, 3 parabola 4/5 conois paraboliceus archimedeus 6 novus conois 9, 9 composé] compris.

X (Fa, 123) 2, 13 quatre.] en (Fa, 124). 3, 5 de Pascal

XI (Fa, 134). 1, 12 principes (Fa, 135) 3, 11 BCA] BC, CA 4, 6 la omis. 7] parce que (Fa, 136) 5, 3 menez] juez

XII (B a comme titre : Epistola Dmi de Fermat ad R. P. Mersennum.) 1, 1 Davum] damnum A P. 64, 1 te] se A 2, 2 ita] sic A 7 problematis B, problematibus A (de même 3, 1) 9 quadratoquadrata A 3, 3 ipsis répété B 4 pulcherrimi A P. 66, 2 admitti om. B. 4 diminutum B (de même plus loin) 7 ex his propositionibus B (peut-être mieux). 4, 1 abs te A * construimus A 7 contingerit A 7, 7 2025] 1925 B (A a corrigé en marge). 8, 10 exordium corrigé de originem B. * B donne en marge le calcul des nombres 180 et 1890, plus loin de 10170 (avec une erreur) et de 7965. P. 68, 10 abs] corrigé en à par A. 9, 6/7 De multangulis numeris A 9 majori AB 14 1^{re} om. B P. 69, 7 omnibus] numeris B. 9 præcepta] quæsitæ AB. 10, 1 nolimus B 2 Arithmetica A 3 venamur] corrigé de invenimus A 11, 5 aucto] aucti AB 8 exemplum] B ajoute : 1. 2. 3. 4. 10 auctum] aucti AB 11 et fit B 15 et superest B P. 70, 2 præcedenti A * B donne les calculs en marge. 12, 2 lucem] corrigé de ansam B 9 eâ] sic A 13. B ajoute la souscription : Au Reverend pere Mersenne minime.

XIII (Fa, 136) 3, 4 1^{re}] Première] 7 in] conchoïde (Fa, 137) 4, 3 des] de 5, 3 1^{re}] premier P. 74, 9 in] et

XIV. (Texte d'après R; leçons de Fa, 138). 1, 2 promis 2, 2 en] vers 7 la partie inférieure 8 chose même 12 quoi] qui 15 bout] point P. 76, 10 de direction omis. 15 doublé] double 19 cette] la 20 bras AB, AC 23 deux omis. P. 77, 1 double 4 et omis 10 forces * Ainsi] aussi 12 être] entendues (Fa, 139) 14 supposons] posons 21 AC, AG P. 78, 20 démontrons P. 79, 1 démontrons 5 menées omis. 19 entendues] imaginées * et omis. P. 80, 2 sorte sur le bras AC omis 3 E] sur] le bras AC

ajouté (Fa, 140) * axiome] principe 13 entendues] imaginées 16 axiome] principe 25 Fin du texte de R. 9 (Fa, 141)

XV (Fa, 146). 3, 3 vous supposez] commencement dans B d'un Extraict d'une lettre du 11^{me} no^{bre} 1636 à M. Roberval pour la quadrature de la parabole. * vraie Fa, om. B. * possible pas B, pas peut estre Fa. P. 84, 2 grande om. Fa. 3 plus om. Fa. 19 qui est tout ce qu'on peut B, qui comprend entièrement tout ce qui se peut Fa. P. 85, 7 la quadrature B (qui s'arrête à ce mot), les quadratures Fa. 5, 4 et] que (Fa, 147) 8/9 de son diamètre et en sorte paraissent des additions suspectes. 7, 5 conoidem (de même 6) 10/11 Ellipsoïdem P. 87, 8 ID] HD * DY] DI

XVI (Fa, 141). P. 88, 16 Intelligitur 17 GI] GC P. 89, 5 ACDE] ACDC 7 BD] ED 10 (Fa, 142).

XVII (Fa, 147). P. 90, 15 CA] naturaliter (Fa, 148) P. 91, 8 desquels] duquel

XVIII (Fa, 148). 1, 11 vous] verrez (Fa, 149) 3, 2 Le nom Sainte-Croix est remplacé par des points. P. 95, 14 conoidum 23 (Fa, 150) P. 97, 26 (Fa, 151) P. 98, 14 HC] HA 21 eadem 22 AC] IC * secantes] stantes.

XIX (Fa, 151). P. 101, 3 puncto] A (Fa, 152) 11 M omis. P. 102, 11 B] N.

XX (Fa, 152). P. 103, 14 (Fa, 153)

XXI (Fa, 153). 3, 1 de omis après M. (de même 2) 5 avec] franchise (Fa, 154)

XXII (D). P. 108, 2 et 3 qu'on] qu'il

XXIV (Variantes de D; texte de C). 1, 5 me sera garand. 2, 10 de venir sans marchander 3, 7 qui continue] de 4, 1 Je viens 5, 7 sa détermination 6, 7/9 or... auparavant] Mais 10 qu'elle ne faisoit auparavant; Et si 13 le] ce 7, 5 à Desc., de C 7 ce Desc., le C 8, 3 entendre] comprendre 6 changera P. 120, 1 pourrions D, pouvions C 9, 1 la] sa 7 la] cette 19 c'est-à-dire] ou P. 121, 5 parce que 10, 13 le portera 17 tout omis. 11, 5 de même nom 12, 3 FA est à AB c'est à dire comme FG à BN 5 CB est à BN P. 123, 4/5 conclusion pareille 7 CB] BC est 9 Maintenant ajouté avant Du 10 égaux] entr'eux ajouté. 12 conséquent 17 première] précédente 19 DAF] est ajouté. 14, 1 figure] force P. 124, 6 cette] la 12 qu'elle] que celle-cy 15, 5 pleinement omis.

XXV (Variantes de D; texte de X). 1, 2 pource que... soit] parce que je n'en saurois parler autant que je voudrois 4 celui-là même * tâché] entrepris. 2, 3 contingentes] tangentes * trouve] prouve Fig. 60. La ligne OI n'est pas tracée dans X; les lettres algébriques qui suivent y sont en minuscule. 13 iterumque... BE om. X 18 B, et le costé P. 128, 6 maxime 16 X ajoute en note : Il dit qu'il faut mettre vis à prioribus diversis ou per diversum medium ou quelque chose de semblable pour rendre la règle bonne. 3, 1 bien encore * même omis. 2 tangente 7 autre omis. 9 ergo probavimus CE P. 129, 1 se om. X. 4, 7 est omis. 10 encore que] quand 12 eût eu 13 même D, premier X. 6, 5 tangentes P. 130, 6 sont] font * font D, est aussi X. 11 tangentes 7, 5 autres] Auteurs P. 131, 6 de] du 9 tangentes 10 n'en peut D, n'eût peu X. 8, 2 tangentes 8 que j'ai fait 15 cube du cube 16 carré du cube

XXV bis (A, B). 1, 4 MM. Pascal A 5 parce que A 6 des doutes A 9 construction] démonstration A 2, 12 plot de me A 3, 3 propositions de A 4, 1/2 je veux encore lui faire part A 3 les] le A P. 134, 1 quelqu'un A 2 M. Roberval A 5, 2 de



om. D 6, 2 Et par exemple D, Comme par exemple B 4 parabole] par exemple *aj.* B
★ tel] quelque D 10/11 C'est... sophistiques *om.* D 10 ees B, mes A 13 que l'on A.
qu'on BD ★ demandera] voudra D P. 135, 1 tels nombres D.

XXVI. 6, 7 le A, ce A' 13 l'égalité A, égalité A' P. 138, 3 déduire par le menu A,
décrire pour le moment A'.

XXVIII (D). P. 146, 9 les] la

XXIX (*Fa*, p. 154). 2, 2 de minimis et minimis *entre parenthèses*. 3, 7 lui-mé] me
(*Fa*, 155) P. 149, 1, 2, 6, 7 B bis] B². P. 150, 5 pouvez] prouvez 6, 8 dato] data

XXX (A, B). 2, 9 son A, un B 3, 6 franchir A, traverser B 16 comme B, ce que A
24 punctum] *Dernier mot de B.*

XXXI (A, A'). P. 155, 9 satisfait] corrigé de s'étend A' 13 en suite A, de suite A'
2, 1 par exemple A, simple A' P. 156, 4 avec] aux AA' 3, 2 pareille] corrigé de
égale A' 5 courbe] corrigé de convexe A' 10 soit A, est A' ★ pareille A, égale A'
11 avec A, en conservant A' 12 par adéquation A, pour adéguier (*sic*) A'. P. 157,
9 Otant A' 13/14 les deux cubes *om.* A 16 Divisant A' ★ Otant A' 17 avec] aux A'
19 nous aurons A, on aura A' P. 158, 3 sera A, soit A' (*de même* 4) 3 fera A, fasse A'
6 aisement A, ainsi A' 10 car autrement A, aux autres A' 4, 7 de *om.* A' 5, 1 de]
des A' P. 159, 6 ligne (*av. OA*) A, droite A'. P. 160, 3 en sorte A, de sorte A' 14 fera
A', sera A ★ OI] OE (*de même* 16) AA' P. 161, ligne dernière, le dénominateur A est
omis.

XXXIII (A, B). 1, 2 prenez] avez prise A. P. 165, 7 j'ai baillé] je laisse 3, 2 con-
noître] corrigé de trouver B. 5, 3/4 croyez-moi *om.* A 5 humble serviteur] etc. A.
7, 6 parties B, portions A. P. 167, 8 de *om.* A.

XXXV (A, B). 1, 1 vous *om.* B 2, 8 cette longueur B, ces longueurs A 10 par B,
de A 12 que (*après point*) *om.* B. P. 170, 12 que (*après et*) *om.* B P. 171, 12 On
fera avec la même facilité A. 3, 2 je veux vous A. 4, 1 en (*après exemple*) B, de A
2 en] de A 5, 3 mêmes A 3 trouver B, mener A P. 173, 1 fous B, foyer A 6, 2 de]
d'en A 3 encore *om.* B 6 marquée B, imaginée A 7 sommet *om.* B ★ MB] MA P. 174,
1 semble être] est A ★ l'estrièvre B, l'affinité A 2 punctis] etc. *aj.* A 7 superficie] *Libri*
a corrigé en périphérie. 10 que quel point que AB ★ prenez] prenez A 9, 1 trou-
ver] mener A P. 175, ligne avant-dernière : S'il y a manque en B, Si j'ai manqué ici A.
P. 176, 4/5 trouvers B, trouvez A 9 Votre, etc. A qui *omet le reste de la lettre.*

XXXVI (AB). 1, 2 les longueurs A, 3 rebutent A P. 177, 5 leur] le A 6 les expé-
riences A ★ faites A. 2, 1 comme] etc. A 3 particulièrement] en particulier A 4 aux]
ou B ★ de] dosdites A 7 le dernier exemple] la dernière B ★ sur quoi] quoique A
7/8 m'avez] m'avez A 8 de me faire savoir A 3, 4 appelé A 6 et *suiv. lat.*] latus B
P. 178, 2 ou] en A 4, 1 proposerai A, réserve B 2 j'étends encore] je cède à donner A
3 renchérit A ★ et] je A 9 dérive] déduit A 10 trouver] savoir A 11 valent] vallât A.

XXXVII (B). 4, 7 $\sqrt{288}$] $\sqrt{285}$

XXXVIII bis (*Fa*, 173). 6, 2 sorte] de (*Fa*, 174) ★ tel] le B 3 encore *om.* B ★ etc.
om. B. P. 190, 2 à quoi... possible (3/6) *om.* B 6/7 règle que je n'ay trouvée que
lorsque B 9/10, de ce cas... nouveau *om.* B 7, 1/3 règle, c'est que je puis B

4/6 comme... rangé *om.* B. 8, 1 bien *om.* B ★ et B, en *Fa*. ★ sont *Fa*, font B
6 ce qui est, ce me semble, une *Fa*. 8 cube de soixante-quatre B 8/9 à côté du carré
de 14 *om.* B 11 le deuxième] le 2^{me} B, et le second *Fa*. P. 191, 4 et il y aura *Fa*.
4/5 chacune desquelles B, desquelles chacune *Fa*. ★ B *omet les paragraphes* 9 et 10.
P. 192, 2 en B, *om. Fa*. 3 et délectables] etc. B ★ les *om.* B. 4 Voicy B, Voyés *Fa*.
★ l'endroit où il *Fa*. 6 de haut en bas qu'à côté *Fa*. 9 avoir seulement fait *Fa*. 11 je
dis *om.* B ★ qu' *om.* B 13 mais *Fa*, et B ★ la] question (*Fa*, 175) 15 1^{re} *om. Fa*.
21 elle devoit être différente *Fa*. 23 le 25 *Fa*, le carré de 5 B ★ voicy B, voyez *Fa*.
P. 193, 15 un autre B *Fa*. 15/16 si le temps... demi-douzaine *om.* B. 26 néan-
moins] pourtant *Fa*. P. 194 (*Fa*, 176).

XXXIX (B). 3, 4 quarréquarrés] quarrez ★ quarréquarrée] quarrée.

XL (*Fa*, 176, B). P. 196, 3 Je vous prie etc.] B *commence ici comme suit* : Assurez
M^r Frenicle qu'il y a plus de dix ans que j'ay une methode generale pour ranger tous les
quarrés pairs à l'infiny, mais je n'avois pas songé (2, 1). 2, 3/6 beaucoup de] plusieurs B
7/8 après ma 1^{re} meditation sur ce sujet B 3, 2 quarré 22 B *Fa*. 10 Parce que *Fa*.
★ je diffère à vous] je ne vous puis B 11 entier *om.* B 11/14 jusques... possible *om.* B
13 (*Fa*, 177). P. 197, 9 300] 003 *Fa* 10 322] 223 *Fa* 4, 3 de quarré *Fa* 4/5 de
chose *om.* B 5 qu'une... reste] plus de meditation B qui *omet la fin de l'alinéa* 6, 1 et
abrége *Fa*. P. 198, 7 radicaux des *om. Fa*. ★ parce que *Fa*. 9 *Fa* *omet les*
nombre 4, 5. 10 leurs *om.* B 21/22 ou que le double de l'exposant *om.* B. 28/29 Voilà...
appeler] Je puis appeler ces 3 propositions que j'ay démontrées B 29 de l'invention *om.*
B. 7, 13 et n'abrege *Fa*. 13 je] me (*Fa*, 178).

XLI (*Fa*, 165). 2, 2 l'appliquerez 7, 8 mé] me (*Fa*, 166)

XLII (*Fa*, 161, B). 3, 1 B *commence ici* : Voici ce que *et omet* depuis. 5 que je vous
donne] que vous voyez *Fa*. 8 là pour lors *Fa*. 8/9 ait beaucoup de] aye des B 10 ne
sont quarrés B P. 204, 4 bien *om.* B 13 proposition] B *omet le reste de l'alinéa*.
5 3/4 je dis qu' *om.* B 7 quarré] (*Fa*, 162) 6 Paragraphe *omis dans B.*

XLIII (AA'). 1, 1/2 avec ses expositeurs au-dessus *rejeté après les nombres de la pro-*
gression AA'. 6 fassiez A, faites A' ★ tous] que tous A' 7 ^{ro} trouvent (*sic*) A, trouvent
A' 2, 3 la progr. que j'y ai fait A' P. 206, 5 de ceux] des termes A' 3, 5 le dernier 7
est remplacé par 21 A'.

XLIV (*Fa*, 162, B en partie). P. 207, 11 deuxième] 3 *Fa*. 2 *Commencement dans B*
d'un Extrait d'autre lettre du 18 octobre 1610 à M^r Fr. 4/5 de quoi je m'étois] m'étant B
5 vous en donner B 6 *suiv.* : démontré, n'ayant eneor la démonstraon de l'autre, duquel
néanmoins je suis assuré. Après cela je vous diray le fondement sur lequel j'appuie les
progressions (P. 209, 2) B P. 208, 10 vous] m'obligerez (*Fa*, 163) P. 209, 2 progres-
sions] propositions *Fa*. 8 tout *om. Fa*. 12 ses] leurs B 13 nombre de 13 *Fa*. 16 ex-
posant 3 *Fa*. 17 puissance de 729 *Fa*. 20 trop *om.* B 6, 3 quels des B, que les deux
Fa. 7 et en telle *Fa*. 10 d'étendre B, deffendre *Fa*. 12 + 1] — 1 B ★ le quantième] la
quantité B 7, 1 mienne proposition B, de mes propositions *Fa*. 1/2 B *omet la paren-*
thèse et 3 l'incidente que sans doute... de vous. 3 que] sans (*Fa*, 164) 10 la 23^{re}] la
30^{re} B 12 ut supra] comme dessus B 13 premiers et moindres *Fa*. P. 211, 1 du qua-
ternaire] de 4 *Fa*. 3 est *om.* B. 4 qu'un multiple du quaternaire] etc. *Fa*. 5 ou
1024] *om. Fa*. 8, 2 aucun] un B 4 *Fa* *donne les nombres* 10000 et 99998 5 dit *om.* B



6 *Va* et B donnent le nombre 167, B en marge 171. 9 seulement om. B 9, 1/2 laquelle... heureux om. B. 4 divisé]mesuré B (divisé en marge) 5 seconde]2^{me} B 7 mesuré]divisé B 10 le]ce B 11 reste 66 qu]le reste 66 *Va*. P. 212, 5 et om. B 6 diviseurs]divisions *Va* 10 B omet le dernier alinéa.

XLV (AB). 1, 3 voici A, voyons B 4 que j'y ai faites A, que j'en ai fait B P. 213, 1 tel nombre A 7 AB intercalent 7 entre 5 et 17. 2, 3 : B omet 1^{re}. P. 214, 3 des quaternaires A 16/17 Rédaction de B : Soit par exemple un nombre donné 23 016 32 125. Les nombres premiers plus grands de l'unité qu'un multiple du quaternaire qui le mesurent sont 5, 13, 17, 29, en premier par 5, par le carré de 13, par le cube de 17 et par le cube de 29. (En note. Nota que, de ces deux nombres, le premier, savoir 10 125 056 7665 sert pour l'exemple où il dit qu'il faut diviser par 5, par le carré de 13, par le cube de 17 et par le cube de 29; et l'autre, savoir 23 016 32 125 est le plus petit nombre servant au même effet, mais il le faut diviser par 29, le carré de 17, le cube de 13 et de 5). 24 qui est om. A 28 par exemple om. B 30 j'ajoute]adjoutant B 32 et par soi om. B P. 215, 7 en om. B. avant 3, B intercale ce qui suit :

3	3	2	1
5	13	17	29
125	2197	289	29

23 016 32 125 est le nombre produit de la multiplication de ces 4 puissances l'une par l'autre, qui est le moindre de tous ceux qui peuvent servir d'hypothénuse à 367 triangles rectangles. 3, 2 qu'en ce cas B. 5, 13 B a en marge : Le plus petit est 45. 14 en]de A P. 217, 5 de om. A, qui avant le dernier alinéa a la souscription sous cette forme : à Tolose, ce 25 de. 1640 Mon Reverend Pere, Votre etc. Fermat

XLVI (AB). 1, 1 tête A, fête B 2 à A, avec B 2, 2 ma B, une A P. 219, 1 son A, fin B 3, 16 facilement A, aisement B 20 humble etc. A. 22 mars A, may B

XLVII (AB). 1, 9 pourrez lui A 19 les B, des A 21 toutes sortes A. 2, 4/5 Votre etc. Fermat A.

XLVIII (B). P. 222, 11 sera]seront P. 223, 20 et 22 B donne le nombre 10 000 000. P. 225, 8 par la précédente est placé après requises (7) 8, 4 Formes de l'un 5 du 1 et 2 carré P. 226, 4 a et b] A B a et b (sic).

XLIX (*Va*, 166). P. 227, 20 Le signe $\sqrt{\quad}$ est omis. P. 228 (*Va*, 167) 3 les carrés]le carré 4, 8 EDA omis. 12 ID]IO P. 230, 14 d'autres]aussi (*Va*, 168).

L (*Va*, 169). P. 233, 8 des carrés]du carré 10 des omis. 3, 3/4 le carré P. 235, 4 (*Va*, 170) 4, 7 Car]que 16 racine moindre du carré de 3 5, 2 l'un à l'autre (*Va*, 171) P. 239, 4 en rem. le]double (*Va*, 172) 8, 16 des triangles]du triangle 2 en rem. pas]si (*Va*, 173)

L1 (AB). 1, 2 chercher]saisir A 2, 7 parce que A 8 en écrivant A 9 ai om. A 3, 2 de ne pas vous rebuter A 4, 1 eu de réponse A 6, 4, Votre etc. Fermat A qui omet la dernière ligne.

LIV (AB). 2, 1 vous avez maintenant reçu A 5 serez]soient A P. 250, 6 la dite B, la A 4, 9 ait A, aye B 5, 1 prie de m'envoyer A 4/5 par la première commodité rejete après Saint-Martin A 7 prie de me croire A 8/9 Votre etc. Fermat A.

LV (AB). 2, 6 par autres voies A 3, 9 et plus petit B 4, 2 des B, les A 3 qu'il a om. A. 5, 1 de om. A P. 253, 6 M. Careavi A 8/9 Votre etc. Fermat A.

LVI (AB). 1, 4 jointe à celle-ci B, comte de Cellery A P. 254, 6 le]les A 7 aucun autre AB 8 en om. A 10 Il pourrait encore y avoir A 13 pourtant]toutefois A 2, 1 quel- qu'un es A

LVII (AA'). P. 257, 15 quasi tout A', presque utile A P. 258, 5 premièrement]précédemment

LIX (AB). 1, 1 B commence comme suit : Je vous dis que toutes les questions que j'ai proposées a Mess^{rs} de St-Martin et Frenicle sont possibles (9) 2 et de Frenicle A 11 du]de B 14 livres]lieux corrigé de livres B. P. 261, 6 Trouver om. B, entre crochets A ★ duquel A, auquel B 9 B a en marge : $\sqrt{2165017} \parallel 5627138321281 \parallel \sqrt{2372159}$ 3, 10 je om. B 13/14 Alinéa omis B.

LX (AB). 1, 1 B commence comme suit : Non seulement les questions que j'ai proposées a M^{rs} de St-Martin et Frenicle sont toutes faisables (4) 5 à om. B P. 263, 1/4 de cette seconde question a celle que je vous envoyai dernièrement qu'ils ont B 3, 6 invite A, irrite B 10 B omet cet alinéa et le suivant et rejette la date : De Tholose, 1. S. 1643. après le paragraphe 4 4, 1 en A, sur B P. 264, 1 plus om. A ★ bien B, tirer A.

LXI (*Va*, 178). 1, 2 le]sujet (*Va*, 179) 11 *Va* donne le nombre 1617. 2, 4 Bul- liard.

LXII (*Va*, 201). P. 268, 15 ble]heie (G) P. 270, 5 ad]tempus (*Va*, 202) 6 AF]NF (*Va*) 7 NF après ut]AF (*Va*). P. 271, 10 et 15 tempus per]motus per (G), ad tem- pus]ad motum (G) 17 NF]MF (*Va*) 20 XC]XE (*Va*) 21 AF]AR (*Va*) P. 272, 9 et 17 respondentes]respondentis (G) 29 ut tempus]motus (*Va*, 203) P. 273, 15 velo- citates uniformes]velocitatis uniformis (G) 5, 2 verita]tem (*Va*, 204) 6, 4 brevi- ter]succincte (G) 2 [accessat]facecat (G).

LXIII (B). P. 277, 14 R+4S]R+S.

LXVII (D). P. 282, 3 en rem. deprehendet]deprehendit.

LXX (*Va*, 179). P. 291, 4 perte]même (*Va*, 180) 3, 18 de]des 22 le]les 4, 7 avec](*Va*, 181) 5, 15 le omis ★ et la]et de la P. 296, 13 (*Va*, 182) 8, 4 continue]continuée P. 297, 2 equari]æq. 9, 13 les lignes]la ligne ★ Les deux tables insérées à la fin du n° 6 sont composées page 183 des *Va* sous le titre suivant : Table dont il est fait mention dans la Lettre précédente.

LXXI (P). 1, 4 ne devoir point]ne point devoir

LXXII (*Va*, 184). 2, à la fin de la page. Le tableau est placé en manchette et disposé verticalement : la 1^{re} et la 16^e des combinaisons sont reportées au milieu de la ligne ainsi :
aaaa
bbbb
P. 302, 6 quand]il (*Va*, 185) P. 304, 4 avons]fait (*Va*, 186) P. 304, le tableau est composé verticalement dans le texte. P. 305, 22 de même : [(*Va*, 187) 5, 2 que]qui 6, 8 trois]joueurs (*Va*, 188).

LXXIV (P). P. 312, 15 des]de.

LXXVI (Q). 3, 6 avec]dans 11 et 14 foyers]feux P. 317, 8 qu'après par]après dans 15 et 16 s'il est]étant 16 le lieu]il 19 les lieux]le lieu P. 318, 1 au plus

facile les donnés]le plus facile donné P. 319, 5 terminée a]terminée dans 7, 4 j'ai cherché pour le lieu 9 si elle est plus petite]s'il est plus petit 10 si elle est plus grande]s'il est plus grand P. 320, 1 les lieux solides]le lieu solide.

LXXVII (H). 4, 1 Les]le.

LXXVIII (H). 2, 5 un]on 3, 9 au]du 28 121]122 *erreur typographique, corrigée dans les Additions.*

LXXIX. 2, 3 cubus]cubus numerus (Fa).

LXXX (H, E). P. 334, 9 nombres *omis* (H); 15 des plus petits (E), du plus petit (H).

LXXXII (E, Fa, 189). 2, 1 où]que (E, Fa) 3, 1 quoiqu'énoncé]quoique non si (E) P. 840, 5 | égale au (Fa, 190) 5, 1 parle ni]parle pas ni (E) 3 voyage vous]voyage de vous (Fa) P. 341, 1-2 Borel]Borel (E).

LXXXIII (E, Fa, 191). Fa donne la date du 20 juin 1657. — Le post-scriptum de cette lettre est la seule différence qu'il y ait entre l'édition originale et la réimpression du *Commercium* dans le tome II des Œuvres complètes de Wallis.

LXXXIV (E, Fa, 191). 2, 8 mais] (Fa, 192) 3, 4 point (E) *omis* Fa 6, 1 (Fa, 193) 3 qui]qu'il (Fa) P. 346, La dernière ligne *omis* dans Fa.

LXXXV (E, Fa, 193). P. 348, 6 compo]sent (Fa, 194) P. 349, 6 entre]en (E, Fa) 9 il *omis* (E, Fa) 21 de]à (E, Fa). P. 351, 1 sont]compris (Fa, 195) 1 en rem. pourroit]pouvoit (E, Fa) P. 352, 20-22. Dans le tableau de E et des Fa, les lettres algébriques suivent les numéros d'ordre et précèdent le texte qui explique leur signification. P. 353, 10 (Fa, 196).

LXXXVII (Fa, p. 196). P. 360, 30 si vite]qu'il (Fa, p. 197).

LXXXIX (Fa, p. 197). P. 363, 13-14 homme]et (Fa, p. 198).

XC (C, D). P. 366, 8 depuis « Monsieur de Carcavi » jusqu'à 15 « géométrie » inclusivement *omis* dans D. C ponctue ainsi 15-16 : « ... de ma géométrie pour la question de dioptrique. Je ... » 20 je *omis* dans C. P. 367, 3-7 alinéas *omis* dans D.

XC bis (C, D). 3, 3 en]dans (D) 7 A]AF.

XCI (E). P. 375, 3 premiers]premières P. 378, 14 formel]formé.

XCI (Fa, 198). P. 379, 22 mai]ha]vuto (Fa, 199). P. 380, 24 traduttore]traduttore 26 teologi]ilteologi P. 381, 1 attribui]attribuiss 12 di modo che posso]demodo che posto 17 spada, hora]spada horo P. 382, 3 nel che] (Fa, 200).

XCI (Texte de C, variantes de D). 1, 3 pource]parce que P. 383, 1 occuper mon esprit à des considérations]attacher mon esprit à des spéculations 7 meilleure]recevable 11 je]il (C) 12 mépris]luy-mesme *oj.* 3, 13 dans le milieu qu'elle pareroit *omis.* 15 main *omis* P. 385, 4 dites, la puissance]dites, entre la détermination et la puissance 4, 3 raillerie]de raillerie 11]12 de donner les mains à cela]d'y consentir et d'y donner les mains (D) 12 ses mains (C). 14 la division ou la perte]la perte 17 changer ou diminuer]rien diminuer (C) 20]23 Les mots entre crochets sont des additions de D. ★ pour accorder... détermination *omis.* ★ Après B1 (ligne 23) D continue : pour faire que la détermination qu'elle doit prendre se rapporte à la vitesse ou à la force qui luy reste et qui la com-

mence en B. 24]25 elle fasse autant de chemin ou qu' *omis* 25 elle conserve toujours et même *omis* 27]28 ne soit point changée *oj.* 5, 1 ce qui le plus a]ce qui a le plus P. 387, 4 dit]a-t-il dit 11 à laquelle détermination 12]13 à laquelle se doit... la vitesse]laquelle se doit... à la vitesse 13]14 (car autrement... toile) *omis* 14 pour faire manque dans C. 23]24 s'avancer vers le côté... détermination]s'avancer vers G et que cette détermination se doit et se peut accommoder avec la vitesse qui lui reste 6, 2 il n'a]il semble n'avoir ★ la même]cette 3/4 aussi en même temps]toujours 4 qu'elle]que la chute P. 388, 1 non]qu'elle ne le soit pas 4 mais elle est]ayant été 6 la même quantité de]une pareille 11 de]qui arrive en 12 de]en ★ la pousse ou qui l'arrête]l'avance ou qui la retarde 21-de deux autres 28 c'est à dire selon *ajouté* 29]30 sa vitesse a reçue en B et selon le rapport que cette vitesse a eu avec]cette vitesse a eue avec (C) 30 a eu]s'est trouvée avoir P. 389, 4 suivre bien]soit une suite 5 d'un bon]de faire un bon 7, 12 mieux]plus P. 390, 2 à tous ceux de votre dite lettre]à votre dite lettre (D), à tous ceux de votre dernière lettre (C) 4/3 qu'il a faite à votre lettre]qu'il y a faite 12 qu'un autre m'en eût déchargé]de m'en décharger sur un autre 13 si mon discours se fut adressé à vous]si j'eusse eu affaire à vous. 18 dans]en 19 vous vous mettez de mon]vous prenez mon 20 toute autre occasion. 21 prêt]tout prêt.

XCIV (Texte de C, variantes de D). RÉFLEXIONS... ROHAULT]RÉPONSE DE M. ROHAULT A LA LETTRE DE M. DE FERMAT PAGE 178 QUI CONTIENT SES ANCIENNES OBJECTIONS SUR LA DIOPTRIQUE DE MONSIEUR DESCARTES. P. 391, 9 ou... reçue]et... vue 10 Toutefois]Mais 13 de cette ville *omis* 14/17 vais essayer... séparation]vas donc essayer d'y répondre, puisque vous le désirez. Et pour le faire plus commodément, je suivrai de point en point tous les articles de sa lettre que j'examinerai les uns après les autres. 18 Art. 1^{er}]Art. 1^{er}. J'ai vu, etc. 19 l'humeur civile de *omis* ★ honoroit]la voulu honorer 20 est encore]sera toujours 21 Quoique]Quand ★ accomode]auroit accommodé 22 divise]auroit divisé ★ son mouvement en certaines déterminations plutôt qu'en d'autres]la détermination du mouvement d'une certaine manière plutôt que d'une autre 23 doit]devroit 24 se sert]s'étoit servi 26 choisit]a choisie ★ vienne]soit venu 27 entreprend]avoit entrepris. P. 392, 1 son mouvement]la détermination de la ballo qui se meut dans la ligne AB 1/2 détermination]qui fut 2/3 surface... surface]superficie CBE et en une autre qui lui fût parallèle 3/4 cette dernière]celle-ci 5 ce que lui... une]et cela lui a été un moyen de trouver la 6 plus aisément]qu'il cherchoit, ce ★ n'eût]auroit ★ en suivant]s'il eut suivi 11 pource]parce ★ désavoueroit]n'a pas 12 comme on pourroit croire]ce semble ★ s'en servir]contro lui *ajouté* 13 pas]rien du tout ★ sa détermination]la détermination qu'elle avoit à avancer vers BG 16 à]de 21 [plus ou] addition de D comme les autres mots entre crochets dans la suite du texte 24 aussi... conséquence (ligne 31) *omis* 33 quelques paroles]le texte. P. 393, 2/3 que... a]qu'a Monsieur de Fermat 3 désavouée dans la remarque]remarque 14 accorde]semble avoir accordé 15 qui est de devoir]qu'il auroit ou tort de contester 17 aussi changée]aussi bien changée que celle de haut en bas 18 infirmeroit]rendroit nulle ★ raison]qu'il en apporte c'est parce *ajouté* ★ est *omis* 24 comme]feroit *ajouté* ★ porté]mis 28 après quoi il vient à croire]et qui après cela 29 que cette dernière]de sa perte, viendrait à croire que la somme qu'il avoit de l'autre côté 30/31 celle d'où... redire]de l'autre 32 sans pourtant... d'Euclide (P. 394, 1) et à peu près comme pourroit faire un jeune homme qui sans avoir jamais appris ce que c'est que proportion, sauroit simplement compter. P. 394, 2 quelques uns des]une partie de ses 3/4 et ne se soucieroit pas]sans se soucier 10 en]dans la ligne. 11/12 outre que... ici]M. de Fermat semble encore accorder ici 12 auroit tort]auroit



aussi tort 13 dans]par ★ Cet article... paroles]ce qu'il y a de plus dans cet article n'est que le propre texte 16/17 manque de se ressouvenir qu'il y a]pour ne s'être pas souvenu de la 19 prend]ici ajouté 20 dit ces mots : elle]dit que la balle 21 se mouve]doive se mouvoir 22 plus]aussi ★ soit cette ligne]soit la longueur de cette ligne 23 elle doit tellement être inclinée vers la droite]la détermination vers la droite doit tellement s'accommoder avec la vitesse qui lui reste 24 plus qu'elle n'avait]autant qu'elle avait ★ C'est le sens]C'est là le sens 25 au lieu de l'autre]et non pas celui 26/28 et son intention... temps]cela étoit assez évident puisque là même 29 n'est que simple]total de la balle est diminué de moitié. *Le reste de l'alinéa manque.* 32 n'est pas au désavantage de]ne fait rien contre ★ nieroit]tout franc ajouté 33 a été dit dans la remarque]a été remarqué P. 395, 1 le 3^e article]l'article troisième 3 que contiennent]qui est contenu dans 4 je crains qu'ils ne... sujet]cela ne fait rien du tout au sujet et n'a servi qu'à tromper M. de Fermat qui y parle du mouvement composé en un autre sens que n'a fait M. Descartes 8 le]à le 12 il *omis* 12/13 la détermination... être]quo la... est 13 rien supposé]pas parlé 14 mouvement]total ajouté ★ à son sens]au sens de M. Descartes 16 autre]nouveau 16/17 dont on veuille... du]qui augmente d'un 17 plus de ce qui étoit en AB]la force qu'elle avoit déjà en ce sens là 18 soit]est 21/25 desquelles... l'une]l'une desquelles par conséquent 30 puisque]la]puisque l'augmentation de vitesse ou la ★ de]à ★ mouvoir]que le mobile acquiert au point de rencontre qui sépare les deux milieux ajouté ★ nature du... ajoute. (P. 396, 3)]nature du second milieu laquelle ne change point mais est toujours la même dans toutes les inclinaisons. Et la principale faute que commet ici Monsieur de Fermat est fondée sur ce qu'il croit que le mouvement composé en BI n'est pas toujours également vite, comme s'il dépendoit de la direction ou détermination des deux forces mouvantes, au lieu que c'est à elle à s'accommoder à la force du mouvement, lequel est composé, et non pas la détermination, et c'est ce qui a trompé M. de Fermat et qui lui a fait faire tous ses faux raisonnements : et c'est peut être encore ce qui l'empêche à présent de recevoir la démonstration de M. Descartes. Aussi ce qu'il ajoute... P. 396, 7 certain s'il faut]assuré qu'il faille 10 de la seule surface... retenir (13)]ici de l'angle compris sous les lignes de direction des deux forces mouvantes : mais parce qu'il dépend de la nature du second milieu que le corps a à parcourir, de faciliter ou de retarder son mouvement, il est évident, ce me semble, que l'on doit retenir 16 vous m'en... d'ébauché]j'en ai vu 21 honore]estime 22 me daigne]daigne me

XCV (Texte de C, variantes de D). 2, 10 moins]plus ou moins P. 399, 11 peine]de la peine 13 balle]AB ajouté (C) P. 400, 5 transporter]transférer 21/22 ce point... O]c'est-à-dire au point O 31 même côté]même côté là P. 401, 4 transportant]transférant ★ seulement]au-dessus du plan ajouté 5 démonstration]une démonstration 6 paralogisme]un paralogisme 4, 10 CB]CF (C); *les mots en ligne droite omis* 14 arrivât]aussi ajouté, P. 402, 7 à l'avance]par avance

XCVI (E). P. 404, 1 Sainte-Croix]Sainte-Croix

XCVII (Texte de C, variantes de D). 4, 1 belle]grande 8 par]de P. 409, 7 interprétation]interprétation 2, 6 reste]laisse 4, 6, 8 par]de 9 vers]dans P. 412, 13, 14 du]

XCIX (Texte de C, variantes de D). 4, 21 de la réflexion]touchant la réflexion ★ et des réfractions]et la réfraction P. 415, 4 fournir]obtenir 2, 3 veulent plus que lui]veulent trop subtiliser D, voient plus que lui C ★ trouvent]puissent trouver 5 de]du C P. 416, 2 un certain côté]le côté 14/15 selon lequel]une de ses directions]auparavant 15 celle]cette détermination 3, 12 une fois]pour toutes ajouté 4, 10 vers

ce côté là]dans la même ligne 12 veut conduire la balle vers D]tend de B vers D ★ vers D]vers BD (C) 22 à remonter]de remonter 28 preuve]une preuve 5, 2 en *omis* 8 par]de 20 perpendiculaire]de sa chute P. 419, 3 d'entre]qui sont entre 6, 3 d'apercevoir]à apercevoir P. 420, 4 déterminations]autres 7, 2 par exemple *omis* 10/11 puisse faire]fasse 8, 9 une démonstration 10 un paralogisme P. 421, 7/8 et... perpendiculairement *omis* 14 voici]voyez (C) 17 à ce point B]là P. 422, 1/2 impénétrable et inébranlable *omis* P. 424, 9 [de réflexion] addition de D; *de même pour les mots mis par la suite entre crochets* 16 toujours être]être toujours P. 425, 11 par exemple *omis* 15 égard]égal (C) 23 puisse faire]fasse 27/28 transporte]transfère (*deux fois*) 30 transporter]transférer. P. 426, 1 transporté]transféré P. 428, 4 ou plus ou moins]par exemple 6 sa]la 16, 13 visibles]légers (C) P. 429, 2 aussi *omis*.

CI (H). P. 432, 5 comme]car 2, 10 est]étoit 4, 8 je *omis* P. 434, 4 un *omis* 6, 6 2Q]2 quarez 8 ou découvrir]ou de découvrir P. 435, 8, 6 elle *omis*.

CII (I, fol 34). P. 437, 8 Père]que (P 34 verso). 30 vous]donneront (P 35)

CIII (H). P. 439, 5 que]qui est, 8 l'a]a 9 de la]de sa P. 440, 10 et *omis* 21 de la dernière]des dernières.

CIV (H). 1, 3 soit]ayt corrigé en note. 2, 11 6Q]5Q 15 le *omis* P. 443, 1 parabole]parabolique 9/10 du rayon]de la droite 15 quarréubique]cubique.

CVI (H). 1, 3 parabole]parabola.

CX (H). P. 455, 1 PQ]PO corrigé en note.

CXII (Texte de C, variantes de D). 4, 7 car]qu' 10 durs]denses (*peut-être mieux*) 2, 3 non plus]que la sienne ajouté 9 des principes]du principe 10 trouver]découvrir P. 459, 2 et 4 de O]d'O 18 du temps *omis* C. 4, 3 [qu']mq. C. 8 cette sorte]ces sortes 12 qui est]et 17 précédent]présent 18 paroit]par la ajouté P. 461, 16 [de]mq. C. 5, 6 tant *omis* P. 462, 1 des]aux 9 suffiroit]suffira 6, 6 rendre]à lui ajouté 9 géomètres]hommes (C) ★ les]ces

CXIII (D). 3, 5 point *omis* P. 468, 5 celle de l'autre]au lieu de ces mots l'annotateur anonyme de l'exemplaire de l'Institut a écrit ceux-ci : « le plus ou moins de facilité à recevoir son action qui est entre les deux milieux ».

CXIV (D). P. 480, 32 ajont.

CXV (D). P. 484, 6 sarà]il sarà

CXVI (Fa, 156). P. 486, 26 des]de P. 487, 3 aller]chercher (Fa, 157)

CXVII (Fa, 158). P. 491, 23 et]aux (Fa, 159) P. 494, 9 égal]au (Fa, 160) 11 BNF]BNX 18 FY]FN (*la première fois*) 19 FN]FV P. 495, 30 comme B]C.O.B.



ERRATA.

Tome I.

D'après les lectures définitives des éditeurs de la *Correspondance de Huygens*, n° 947, il faut :

Page 189, ligne 7 : Au lieu de *subvenire cepit*, lire *subvereri cepi*.

» 191, ligne 15 : Au lieu de *hoc*, lire *not*.

» 193, ligne 3 : Au lieu de *analytica*, lire *analytico*.

» 194, ligne 2 : Au lieu de *primogenitam*, lire *primigeniam*.

» 325, ligne 3 : Au lieu de -1 , lire $+1$.

Tome II.

Page 8, ligne dernière de la note : Au lieu de *note* 6, lire 6, *note*; c'est-à-dire page 26, note 1.

» 59, titre courant : Lire 16 septembre 1636.

» 81, ligne 5 : Au lieu de *avoir*, lire *d'avoir*.

» 99, titre courant : Au lieu de *février*, lire 16 décembre.

» 115, ligne 1 : Lire DE, EF et FD.

» 161, titre courant : Au lieu de *De maximis et minimis*, lire *Juin* 1638.

» 282, note 1 : Après M***, ajouter : (probablement *Auzout*).

» 352, ligne 3 : Au lieu de *on doit y*, lire *on y doit*.

» 355, Corrigez le numéro de la page, marquée 555.

» 368, ligne 8 : Au lieu de *je devrois*, lire *je ne devrois*.

» 388, ligne 15 : Au lieu de *il dit*, lire *il a dit*.

» 435, ligne 2 : Au lieu de $2N+5$, lire $3N+5$ (Remarquer qu'avec ces coefficients l'équation double est impossible).

» 436, CII, ligne 3 : Au lieu de *fol. 13*, lire *lettre 13*.

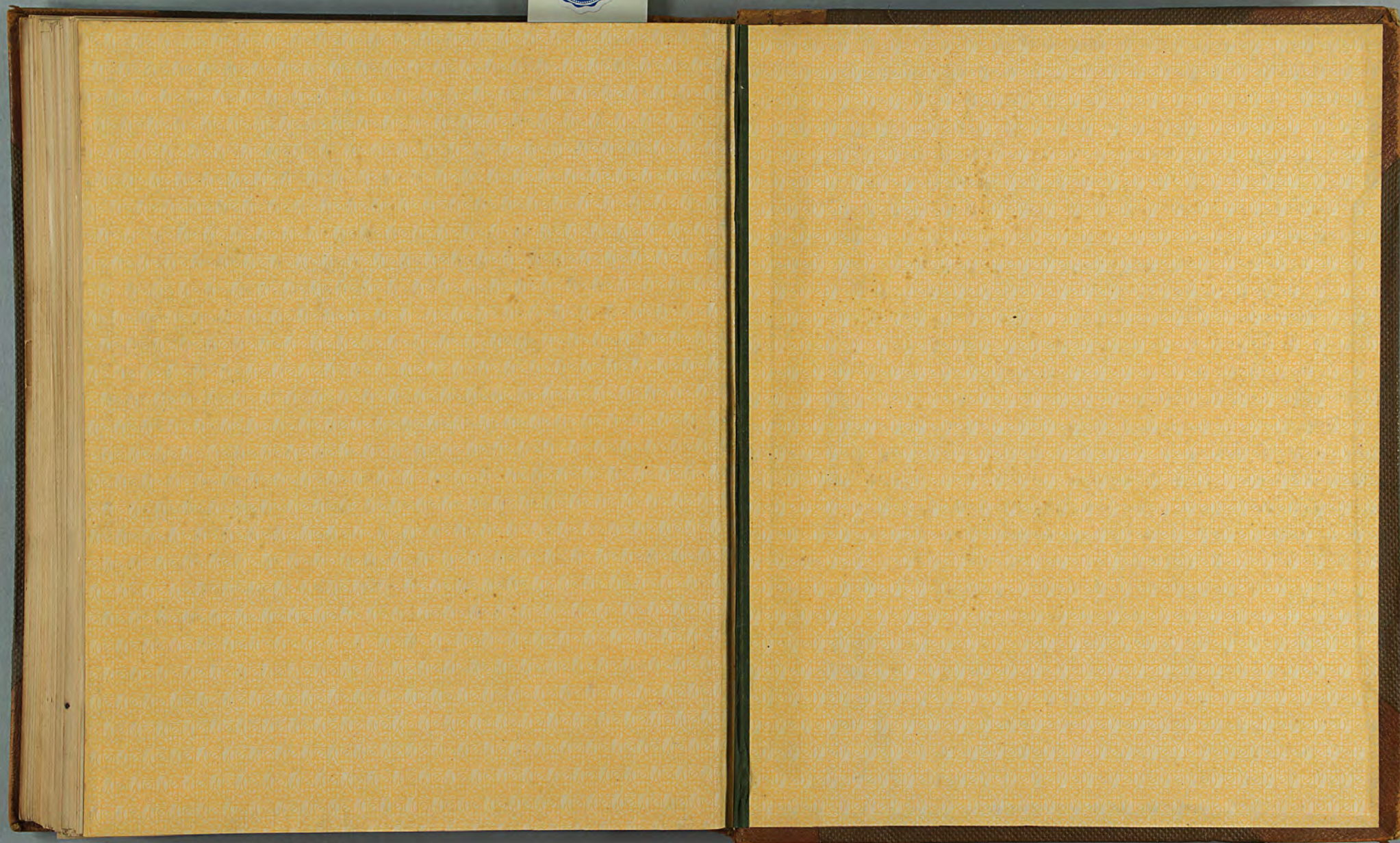
» 438, note 2 : Au lieu de *fig. 93*, lire *fig. 94*.

» 452, ligne 8 *en rem.* : Au lieu de *non*, lisez *non pas*.

» 471, titre courant : Au lieu de 13 mai 1662, lire 6 mai 1662.

» 473, titre courant : Au lieu de CXIII, 6 mai 1662, lire CXIV, 13 mai 1662.

FIN DU TOME DEUXIÈME.



讀書

