OBSERVATIONES DOMINI PETRI DE FERMAT.

I (p. 54).

(Ad definitionem VI Cl. Gasparis Bacheti Porismatum Libr. III.)

A duobus quibuscumque numeris formari dicitur triangulum rectangulum, quum ex aggregato et ex intervallo quadratorum ab ipsis et ex duplo plani sub ipsis numeris contenti constant latera trianguli.

A tribus numeris in proportione arithmetica possumus formare triangulum, si secundum hanc definitionem sextam formemus illud a medio et differentia. Nam solidum sub tribus ductum in differentiam faciet aream dicti trianguli, atque ideo, si differentia sit unitas, solidum sub tribus erit area trianguli.

II (p. 61).

(Ad quæstion. VIII Diophanti Alexandrini Arithmeticorum Libr. II.)

Propositum quadratum dividere in duos quadratos.

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos, et generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duas ejusdem nominis fas est dividere : cujus rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

III (p. 65).

(Ad quæstion. X Libr. II.)

Datum numerum, qui ex duobus componitur quadratis, in alios < duos > quadratos partiri.

Num verò numerum ex duobus cubis compositum dividere poterimus in alios duos cubos? Hæc quæstio difficilis sane nec Bacheto aut Vietæ

cognita, fortasse nec ipsi Diophantò; ejus tamen solutionem dedimus infra in notatis (1) ad quæstionem secundam Libri IV.

IV (p. 107).

(**Ad quæstion. X Libr. III.**)

Dato aliquo numero, invenire tres alios, ut compositus ex binis quibuslibet adsumpto dato numero faciat quadratum, sed et summa trium dato numero adjecto faciat quadratum.

Quomodo inveniendi sint quatuor numeri ut compositus ex binis quibuslibet adsumpto dato numero conficiat quadratum, invenimus ad propositionem 30 Libri V.

V (p. 108).

(**Ad quæstion. XI Libr. III.**)

Dato aliquo numero, invenire tres alios, ut compositus ex duobus quibuslibet dempto dato numero faciat quadratum, sed et trium summa detracto dato numero faciat quadratum.

Quæ notavimus ad 31am Libri V, docebunt quomodo inveniendi sint quatuor numeri, quorum bini quilibet sumpti dempto dato numero conficiant quadratum.

VI (p. 118).

(**Ad quæstion. XVII Libr. III.**)

Invenire tres numeros ut productus ex binorum multiplicatione, adsumptâ eorumdem summâ, quadratum faciat.

Exstat hujus quæstionis Diophanti problema (2) in Libro V quæstione 5. Num verò problema sequens ipse Diophantus sciens prætermisit, an potius in aliquo tredecim librorum constructum erat, nescimus :

(1) *Voir* ci-après l'observation IX.

(2) *Dioph.*, p. 216 : « Invenire tres quadratos, ut quem bini faciunt planum, sive adsciscat amborum summam, sive reliquum, faciat quadratum. »

Invenire tres quadratos ut productus ex binorum multiplicatione, adsumptâ eorumdem summâ, quadratum faciat.

Hujus tamen quæstionis infinitas solutiones dare possumus. En, verbi gratia, sequentem solutionem : satisfaciunt nempe problemati tres quadrati sequentes

$$\underbrace{\frac{3\,504\,384}{203\,401}}_{\text{Primus quadratus,}},\qquad \underbrace{\frac{2\,019\,241}{203\,401}}_{\text{Secundus quadratus,}},\qquad \underbrace{4}_{\text{Tertius quadratus.}}$$

Imo et ulterius progredi et Diophanteam quæstionem promovere nihil vetat. Sequens enim problema generaliter et infinitis modis construximus :

Invenire quatuor numeros sub quibus binis quod fit planum, adscitâ amborum summâ, faciat quadratum.

Inveniantur, per 5am propositionem Libri V, tres quadrati ut quem bini faciunt planum adsciscens amborum summam faciat quadratum, et sunto illi numeri quadrati

$$\frac{25}{9},\quad \frac{64}{9},\quad \frac{196}{9}.$$

Sunt ergo tres isti quadrati tres primi nostræ quæstionis. Ponatur quartus 1 N; fient tria producta unà cum summis æqualia

$$\underbrace{\frac{34}{9}\mathrm{N}+\frac{25}{9}}_{\text{Primum,}},\quad \underbrace{\frac{73}{9}\mathrm{N}+\frac{64}{9}}_{\text{Secundum,}},\quad \underbrace{\frac{205}{9}\mathrm{N}+\frac{196}{9}}_{\text{Tertium.}}.$$

Hæc igitur tria æquanda quadrato, et oritur triplicata æqualitas, cujus explicationem dedimus ad quæstionem 24 Libri VI.

VII (p. 127-128).

Ad commentarium (in quæstion. XXII Libr. III), præcipue ad locum illum : *Adverte tertio etc.* (1).

Numerus primus, qui superat unitate quaternarii multiplicem, semel

(1) Ce renvoi, indiqué par Samuel Fermat, n'est pas exact; l'observation de Fermat porte surtout sur la fin du commentaire de Bachet, à partir de « Cæterum animadversione

tantum est hypotenusa trianguli rectanguli, ejus quadratus bis, cubus ter, quadratoquadratus quater, etc. in infinitum.

Idem numerus primus et ipsius quadratus componuntur semel ex duobus quadratis; ejus cubus et quadratoquadratus, bis; quadratocubus et cubocubus ter; etc. in infinitum.

Si numerus primus ex duobus quadratis compositus ducatur in alium primum etiam ex duobus compositum quadratis, productum componetur bis ex duobus quadratis; si ducatur in quadratum ejusdem primi, productum componetur ter ex duobus quadratis; si ducatur in cubum ejusdem primi, productum componetur quater ex duobus quadratis; et sic in infinitum.

Hinc facile est determinare *quoties numerus datus sit hypotenusa trianguli rectanguli.*

Sumantur omnes primi, quaternarii multiplicem unitate superantes, qui datum numerum metiuntur : verbi gratia, 5, 13, 17.

Quod si potestates dictorum primorum metiantur datum numerum,

quoque dignum est, etc. (p. 127, l. 7) ». En fait, le problème de Diophante consiste à trouver quatre nombres tels que la somme de leurs carrés, augmentée ou diminuée de chacun de ces nombres, fasse toujours un carré. Dans son commentaire, Bachet remarque :

1° Comment Diophante ramène ce problème à celui de trouver quatre triangles rectangles en nombres ayant une même hypoténuse;

2° Comment ce nouveau problème se résout en nombres entiers par le choix de deux triangles rectangles non semblables, et en multipliant les côtés de chacun d'eux par l'hypoténuse de l'autre.

C'est-à-dire que si l'on a

$$a^2 + b^2 = c^2 \qquad \text{et} \qquad a_1^2 + b_1^2 = c_1^2,$$

on aura

$$\overline{cc_1}^2 = \overline{ac_1}^2 + \overline{bc_1}^2 = \overline{a_1 c}^2 + \overline{b_1 c}^2. \tag{1}$$

3° Si d'ailleurs les hypoténuses sont, chacune respectivement, somme de deux carrés, leur produit peut être décomposé en deux carrés de deux manières différentes.

Si l'on a

$$c = \alpha^2 + \beta^2 \qquad \text{et} \qquad c_1 = \alpha_1^2 + \beta_1^2,$$

on aura

$$\left\{ \begin{aligned} cc_1 &= (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha_1^2 + \beta_1^2) = (\alpha\alpha_1 + \beta\beta_1)^2 + (\alpha\beta_1 - \alpha_1\beta)^2 \\ &= (\alpha\alpha_1 - \beta\beta_1)^2 + (\alpha\beta_1 + \alpha_1\beta)^2. \end{aligned} \right. \tag{2}$$

Bachet ajoute que, toutefois, les deux carrés composant chaque hypoténuse doivent être inégaux, et qu'il ne doit pas y avoir de proportion entre les quatre.

4° Comme maintenant, si un nombre est décomposé en deux carrés (soit p^2 et q^2), on en

disponantur unà cum reliquis loco laterum : verbi gratia, metiantur datum numerum

5 per cubum; 13 per quadratum, et 17 per latus simpliciter.

Sumantur exponentes omnium divisorum : nempe numeri 5 exponens est 3 propter cubum; numeri 13 exponens est 2 propter quadratum et numeri 17 unitas tantum.

Ordinentur igitur, ut volueris, dicti omnes exponentes : ut, si velis, 3.2.1.

Ducatur primus in secundum bis et producto adjiciendo summam primi et secundi, fit 17. Ducatur jam 17 in tertium bis et producto adjiciendo summam 17 et tertii, fit 52. Datus igitur numerus erit hypotenusa 52 triangulorum rectangulorum; nec est dissimilis in quotcumque divisoribus et ipsorum potestatibus methodus.

Reliqui numeri primi qui quaternarii multiplicem unitate non supe-

déduit qu'il est l'hypoténuse d'un triangle rectangle en nombres, car

$$(p^2 + q^2)^2 = (p^2 - q^2)^2 + (2pq)^2,$$

on aura ainsi le moyen de construire deux nouveaux triangles rectangles ayant cc_1 pour hypoténuse, et le problème sera résolu, sous la réserve que les opérations ne seront pas illusoires, comme cela arriverait si, dans la double décomposition (2), on tombait sur une somme de deux carrés égaux; on doit en conséquence exclure le cas où $\frac{\alpha_1}{\beta_1} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta}$.

5° Bachet indique les corrections qu'il a apportées au texte grec.

6° Il montre comment le procédé de Diophante peut être généralisé, en prenant deux nombres sommes de deux plans semblables; le produit de ces nombres peut en effet, s'il n'y a pas proportion entre les composants, être divisé en deux carrés de quatre manières différentes.

Enfin, il soulève la question que Fermat a complètement résolue dans son observation, à savoir de trouver un nombre décomposable en deux carrés de tant de manières que l'on voudra. Si, dit-il, on multiplie un nombre qui est 1 fois seulement somme de deux carrés par un nombre jouissant de la même propriété, le produit sera somme de deux carrés 2 fois seulement. Un tel nombre, multiplié par un autre décomposable 1 seule fois, donnera un produit décomposable 3 ou 4 fois seulement (3 fois si le multiplicateur a un facteur commun avec le multiplicande, 4 fois dans le cas contraire). Un nombre décomposable 3 fois seulement, multiplié par un qui ne l'est que 1 fois seulement, donnera (en excluant le cas de facteurs communs) un produit décomposable 6 fois seulement.

On peut continuer ainsi indéfiniment : Un nombre décomposable 4 fois et un qui l'est 1 fois, ou bien deux décomposables 2 fois seulement donneront un produit 8 fois décomposable. Un nombre 6 fois décomposable par un 2 fois décomposable donnera un produit 24 fois décomposable. Bachet donne des exemples sans démonstration.

rant, nihil aut addunt quæstioni aut detrahunt neque ipsorum potestates.

Invenire numerum qui quoties quis velit sit hypotenusa.

Quæratur numerus qui sit septies hypotenusa.

Numerus 7 datus dupletur : fit 14. Adjice unitatem : fit 15. Sume omnes primos qui mensurant 15 : sunt hi 3 et 5. Ab unoquoque demptâ unitate, sume reliqui dimidium : fiunt 1 et 2. Quærantur tot primi diversi quot hîc sunt numeri, nempe duo, et secundum exponentes 1 et 2 inter se multiplicentur, nempe unus in quadratum alterius; in hoc casu satisfiet quæstioni, modò primi quos sumis superent quaternarium (1) unitate.

Ex his constat facile posse inveniri numerum minimum qui quoties quis velit sit hypotenusa.

Invenire numerum qui quoties quis velit componatur ex duobus quadratis.

Sit datus numerus 10. Ejus duplum 20, cujus omnes partes primæ sumantur : 2.2.5. Ab unaquaque tolle unitatem : fiunt 1.1.4. Sumantur igitur tres numeri primi, qui nempe unitate superent quaternarium (1) : verbi gratia, 5, 13, 17; et quadratoquadratus unius, propter exponentem 4, ducatur in reliquos duos, fiet numerus quæsitus.

Ex his facile potest inveniri minimus numerus qui quoties quis velit componatur ex duobus quadratis (2).

Ut autem dignoscatur *quoties datus numerus ex duobus quadratis componitur :*

Sit datus numerus 325. Numeri primi qui eum componunt, nempe quaternarium (1) unitate superantes, sunt : 5, 13, hic semel, ille per quadratum. Exponentes disponantur : 2.1. Productum multiplicatione jungatur summæ : fit 5, cui adjunctâ unitate, fit 6, cujus dimidium 3. Toties igitur numerus datus componitur ex duobus quadratis.

(1) Lisez « quaternarii multiplicem ».

(2) Dans l'édition de Samuel Fermat, le texte de cet alinéa se trouve après celui des trois suivants.

Si essent tres exponentes, ut 2.2.1, ita procedendum : Productum sub prioribus adjunctum summæ facit 8. Ducatur 8 in tertium et jungatur productum summæ : fit 17, cui junge unitatem : fit 18, cujus dimidium dat 9. Toties iste secundus numerus componetur ex duobus quadratis.

Si ultimus numerus bifariam dividendus esset impar, tunc, demptâ unitate, reliqui dimidium sumi debet.

Sed proponatur, si placet, sequens quæstio : *Invenire numerum in integris qui adsumpto dato numero conficiat quadratum et sit hypotenusa quotlibet triangulorum rectangulorum.*

Hæc quæstio ardua est. Proponatur, verbi gratia, inveniendus numerus qui sit bis hypotenusa et adsumpto binario conficiat quadratum.

Erit quæsitus numerus 2023, et sunt alii infiniti idem præstantes, ut 3362, etc.

VIII (p. 133).

(Ad commentarium in quæstion. II Libr. IV.)

Quæstio Diophanti : Invenire duos numeros, ut illorum intervallum datum faciat numerum et cuborum quoque ab ipsis ortorum sit quod præscribitur intervallum.

Quæstio prima Bacheti : Datis duobus cubis, invenire duos alios, quorum summa æqualis sit datorum intervallo. Oportet autem duplum minoris cubi non superare majorem.

Canon : Utrumque datorum cuborum ducito ter in latus alterius, productos divide per summam cuborum, a majore quotiente aufer minus latus, et minorem quotientem aufer a majore latere; relinquentur cuborum quæsitorum latera.

Determinationem operationis iteratione facillime tollimus et generaliter tum hanc quæstionem, tum sequentes quæstiones construimus, quod nec Bachetus nec ipse Vieta (1) expedire potuit.

Sint dati cubi 64 et 125, inveniendi alii duo quorum summa æqualis sit datorum intervallo.

(1) Viète avait déjà traité comme Bachet les trois questions sur lesquelles portent cette observation de Fermat et la suivante. *Voir* Zetetic. IV, 18, 19, 20 (pages 74-75 de l'édition de Schooten).

Ex quæstione tertia, folio sequenti (1), quærantur duo alii cubi quorum differentia æquet differentiam datorum. Illos Bachetus invenit et sunt

$$\frac{15\,252\,992}{250\,047} \quad \text{et} \quad \frac{125}{250\,047}.$$

Isti duo cubi ex constructione habent intervallum æquale intervallo datorum; sed isti duo cubi, inventi per quæstionis tertiæ operationem, possunt jam transferri ad quæstionem primam, quum duplum minoris non superet majorem. Datis itaque his duobus cubis quærantur alii duo quorum summa æquetur intervallo datorum; id quidem licet per determinationem hujus quæstionis primæ. At intervallum datorum horum cuborum est per quæstionem tertiam æquale intervallo cuborum prius sumptorum 64 et 125; igitur construere nihil vetat duos cubos quorum summa æqualis sit intervallo datorum 64 et 125, quod sane miraretur ipse Bachetus.

Imo, si tres istæ quæstiones eant in circulum et iterentur in infinitum, dabuntur duo cubi in infinitum idem præstantes; ex inventis enim ultimo duobus cubis quorum summa æquet differentiam datorum, per quæstionis secundæ operationem quæremus duos alios quorum differentia æquet summam ultimorum, hoc est intervallum priorum, et ex hac differentia rursum quæremus summam et sic in infinitum.

IX (p. 135).

(Ad eumdem commentarium.)

Quæstio secunda Bacheti : Datis duobus cubis, invenire duos alios, quorum differentia æquet summam datorum.

Canon : Utrumque datorum cuborum ducito ter in latus alterius, productos divide per intervallum cuborum, et minori quotienti adde majus latus, atque a majore quotiente aufer minus latus; summa et residuum exhibebunt quæsitorum latera cuborum.

Quæstio tertia Bacheti : Datis duobus cubis, invenire alios duos, quorum differentia æquet datorum differentiam. Oportet autem duplum minoris excedere majorem.

Canon : Productum ex utroque cubo ter in latus alterius divide per summam cuborum;

(1) *Voir* l'observation suivante.

a majore quotiente aufer minus latus, a minore quotiente aufer majus latus, relinquentur latera quæsitorum cuborum.

Hujus quæstionis determinationem non esse legitimam, simili quâ usi in prima quæstione sumus operatione, aperiemus.

Imo ex supradictis quæstionem, quam Bachetus ignoravit, feliciter construemus :

Datum numerum ex duobus cubis compositum in duos alios cubos dividere,

idque infinitis modis per operationum continuatam, ut supra monuimus, iterationem.

Sint duo cubi quibus alii duo æquales inveniendi 8 et 1. Primùm ex quæstione secunda quærantur duo cubi quorum differentia æquet summam datorum, eruntque

$$\frac{8000}{343} \quad \text{et} \quad \frac{4913}{343}.$$

Quia duplum minoris excedit majorem, res deducitur ad tertiam quæstionem, quæ demum reducetur ad primam, et constabit propositio.

Si velis secundam solutionem, rursus quæstio redibit ad secundam etc.

Ut autem pateat quæstionis tertiæ determinationem non esse legitimam, datis duobus cubis 8 et 1, inveniendi alii duo quorum differentia æquet differentiam datorum.

Sane Bachetus impossibilem hanc quæstionem pronuntiaret; cubi tamen duo per nostram methodum inventi sunt sequentes quorum nempe differentia æquatur 7, differentiæ 8 et 1. Cubi autem illi duo sunt

$$\frac{2\,024\,384\,625}{6\,128\,487} \quad \text{et} \quad \frac{1\,981\,385\,216}{6\,128\,487},$$

latera ipsorum

$$\frac{1\,265}{183} \quad \text{et} \quad \frac{1\,256}{183}.$$

X (p. 146).

(**Ad commentarium in quæstion. XI Libr. IV.**)

Quæstio Diophanti : Invenire duos cubos suis æquales lateribus.

Quæstio Bacheti : Invenire duos cubos quorum summa ad summam laterum sit in data ratione, dummodo denominator rationis sit quadratus vel triens quadrati.

Eadem addenda huic determinationi quæ in notis sequenti (1) addidimus, et miror Bachetum non quod methodum generalem, quæ sane est difficilis, non viderit, sed quod saltem non admonuerit lectorem hanc quæ ab ipso traditur non esse generalem.

XI (p. 148).

(**Ad quæstion. XII Libr. IV.**)

Invenire duos cubos quorum intervallum æquale sit intervallo laterum ipsorum.

Utrum verò invenire liceat *duos quadratoquadratos quorum intervallum æquale sit intervallo laterum ipsorum*, de hoc inquiratur et tentetur artificium nostræ methodi, quod haud dubie succedet.

Quærantur enim duo quadratoquadrati ita ut differentia laterum sit 1, et differentia quadratoquadratorum sit cubus. Erunt latera, per primam operationem,

$$-\frac{9}{22} \quad \text{et} \quad \frac{13}{22}.$$

Sed, quia primus numerus notatur signo —, iteretur operatio juxta

(1) *Voir* Observation XII. Soit à résoudre

$$\frac{x^3+y^3}{x+y}=a;$$

le procédé de Bachet revient à éliminer y en posant $x+y=z$. On a alors

$$3x^2-3xz+z^2=a,$$

équation qui se traite facilement par les méthodes de Diophante, si a est carré ou triple d'un carré.

nostram methodum et ponatur primum latus $1N-\frac{9}{22}$;

secundum erit $1N+\frac{13}{22}$,

et incidetur in novam operationem quæ in veris numeris quæstioni satisfaciet.

XII (p. 148).

(**Ad commentarium in eamdem quæstionem.**)

Quæstio Bacheti : Invenire duos cubos, quorum intervallum ad intervallum laterum datam habeat rationem, dummodo denominator rationis sit quadratus vel triens quadrati.

Determinatio est illegitima, quia non generalis. Addendum igitur « vel multiplex per numeros primos qui superant unitate ternarii multiplices aut ab ipsis compositos », ut 7, 13, 19, 37, etc., vel 21, 91, etc. Demonstratio et constructio ex nostra methodo petendæ.

XIII (p. 154).

(**Ad quæstion. XVII Libr. IV.**)

Invenire tres numeros æquales quadrato, ita ut quadratus cujuslibet ipsorum adscito sequente numero faciat quadratum.

Elegantius fortasse ita solvetur hæc quæstio.

Ponatur primus numerus $1N$,

secundus $2N+1$, ut cum quadrato primi conficiat quadratum;

ponatur tertius quilibet unitatum et numerorum numerus, eâ conditione ut additus quadrato secundi conficiat quadratum; verbi gratia, sit

$$4N+3.$$

Ita igitur duabus propositi partibus fit satis; superest ut summa trium, sed et quadratus tertii unà cum primo, conficiat quadratum.

Summa trium est $4+7N$;

summa verò quadrati tertii et primi est $9+25N+16Q$,

oriturque duplicata æqualitas, cujus solutio in promptu si unitates quadratas ad eumdem numerum quadratum in utrovis numero quadrato adæquando revoces.

Eâdemque viâ facillime extendetur quæstio ad quatuor numeros et infinitos; cavendum enim solummodo erit ut summa unitatum, quæ in singulis numeris ponuntur, conficiat quadratum : quod quidem facillimum est.

XIV (p. 156).

(**Ad quæstion. XVIII Libr. IV.**)

Invenire tres numeros æquales quadrato, ut cujusvis ipsorum quadratus, dempto qui eum ordine sequitur, faciat quadratum.

Eodem quo in superiore quæstione usi sumus ratiocinio, hanc quoque solvemus et ad quotlibet numeros extendemus.

XV (p. 159).

(**Ad quæstion. XX Libr. IV.**)

Invenire tres numeros indefinite, ut quem bini producunt mutua multiplicatione, adscitâ unitate, faciat quadratum.

Proponatur invenire tres numeros ut quem bini producunt mutuâ multiplicatione, adscitâ unitate, faciat quadratum, et præterea unusquisque trium, adscitâ unitate, faciat quadratum.

Hujus quæstionis solutionem subjungemus et jam confecta est (1). Ita fiat solutio indefinita præsentis quæstionis (2) ut unitates primi et tertii numeri, additâ unitate, conficiant quadratos : verbi gratia, sint

(1) Diophante (V, 3) a donné une solution de ce problème dans le cas général où le nombre à ajouter (ici l'unité) est quelconque.

(2) La solution ἐν ἀορίστῳ de Diophante peut être représentée par les trois nombres

$$m^2\mathrm{N} + 2m, \quad \mathrm{N}, \quad (m+1)^2\mathrm{N} + 2(m+1).$$

tres numeri indefinite

$$\text{primus} \ldots\ldots \quad \frac{169}{5184}\mathrm{N} + \frac{13}{36},$$

$$\text{secundus} \ldots \quad 1\,\mathrm{N},$$

$$\text{tertius} \ldots\ldots \quad \frac{7225}{5184}\mathrm{N} + \frac{85}{36}.$$

Patet solutionem hanc indefinitam satisfacere conditionibus hujus quæstionis vigesimæ; superest ut singuli ex illis numeris, adscitâ unitate, conficiant quadratos et orietur triplicata æqualitas, cujus solutio erit in promptu ex nostra methodo, quum numerus unitatum in quolibet ex istis numeris unitate auctis sit quadratus.

XVI (p. 161).

(**Ad quæstion. XXI Libr. IV.**)

Invenire quatuor numeros, ut qui fit ex binorum mutua multiplicatione, adscitâ unitate, faciat quadratum (1).

Inveniantur tres numeri quilibet ut qui fit binorum mutuâ multiplicatione, adscitâ unitate, faciat quadratum : verbi gratia, sint illi numeri 3, 1, 8.

Quæratur jam quartus eâ conditione ut qui fit sub tribus inventis sigillatim in quartum, adscitâ unitate, sit quadratus. Ponatur inveniendus esse 1 N; ergo

$$3\mathrm{N} + 1, \quad \text{item } 1\mathrm{N} + 1, \quad \text{item } 8\mathrm{N} + 1$$

æquantur quadrato et oritur triplicata æqualitas cujus solutio inventioni nostræ debetur. Vide quæ adnotavimus ad quæstionem 24 Libri VI.

(1) Fermat donne de ce problème une solution différente de celle de Diophante.

XVII (p. 165).

(Ad quæstion. XXIII Libr. IV.)

Invenire tres numeros, ut solidus sub ipsis contentus adscito quolibet ipsorum faciat quadratum.

Non solum absque lemmate Diophanti (1), sed etiam absque duplicata æqualitate (2), solvetur quæstio.

Ponatur solidum sub tribus $1\,Q - 2\,N$.

primus numerorum sit unitas,

secundus $2\,N$.

Ita namque duobus partibus propositionis satisfit.

Pro tertio, dividatur solidum sub tribus, $1\,Q - 2\,N$, per rectangu-

(1) Soient x_1, x_2, x_3 les trois nombres cherchés. La solution de Diophante revient à poser

$$x_1 = 1, \qquad x_1x_2x_3 = x^2 + 2x, \qquad x_1x_2x_3 + x_2 = (x+m)^2;$$

d'où

$$x_2 = 2(m-1)x + m^2 \qquad \text{et} \qquad x_3 = \frac{x^2+2x}{2(m-1)x+m^2}.$$

Il reste ainsi à satisfaire à une dernière condition, à savoir que $x_1x_2x_3 + x_3$ soit carré. Le *lemme* employé par Diophante consiste de fait à déterminer m en sorte que x_3 soit linéaire en x, c'est-à-dire à satisfaire à la relation

$$2(m-1) = \tfrac{1}{2}m^2;$$

d'où

$$m = 2 \qquad \text{et} \qquad x_3 = \tfrac{1}{2}x, \qquad \text{avec} \qquad x_2 = 2x + 4,$$

et enfin

$$x_1x_2x_3 + x_3 = x^2 + \tfrac{5}{2}x,$$

expression qu'il est facile de rendre carrée. Il est aisé de voir que la solution de Fermat est au fond la même; car on la retrouve, si l'on change x en $N - 2$.

(2) L'emploi de la *double équation* était indiqué par Bachet, d'après la marche suivie par Diophante lui-même dans le problème suivant, qui ne diffère de celui-ci que parce que chacun des nombres cherchés doit être non pas ajouté, mais retranché du produit des trois, pour former les expressions à égaler à des carrés. Ici Bachet posait de fait

$$x_1 = x, \qquad x_2 = 1, \qquad x_3 = x - 1,$$

et il ramenait le problème à la *double équation*

$$x^2 - x + 1 = \alpha^2, \qquad x^2 - 1 = \beta^2.$$

lum sub primo et secundo, quod est $2N$; orietur ex hac divisione tertius, $\frac{1}{2}N - 1$, quo addito ad solidum sub tribus fit

$$1\,Q - \tfrac{3}{2}\,N - 1, \quad \text{quod æquari debet quadrato.}$$

Oportet autem valorem numeri majorem esse binario, propter positiones jam factas; æquetur igitur quadrato cujus latus $1N$ — aliquo unitatum numero binario majori. Omnia constabunt.

XVIII (p. 180).

(Ad commentarium in quæstion. XXXI Libr. IV.)

Quæstio : Invenire quatuor numeros quadratos, quorum summa, cum summâ laterum conjuncta, numerum imperatum faciat (1).

Imo propositionem pulcherrimam et maxime generalem nos primi deteximus : nempe omnem numerum vel esse triangulum vel ex duobus aut tribus triangulis compositum; esse quadratum vel ex duobus aut tribus aut quatuor quadratis compositum; esse pentagonum vel ex duobus, tribus, quatuor aut quinque pentagonis compositum; et sic deinceps in infinitum, in hexagonis, heptagonis et polygonis quibuslibet, enuntiandâ videlicet pro numero angulorum generali et mirabili propositione.

Ejus autem demonstrationem, quæ ex multis variis et abstrusissimis numerorum mysteriis derivatur, hic apponere non licet : opus enim et librum integrum huic operi destinare decrevimus et Arithmeticen hac in parte ultra veteres et notos terminos mirum in modum promovere.

(1) Ce problème, comme le remarque Bachet, se ramène facilement à décomposer un nombre donné en quatre carrés, question que Diophante n'a soumise à aucune règle, mais qu'il semble considérer comme toujours possible. Bachet affirme qu'en effet tout nombre entier doit être ou carré ou somme de 2, 3, ou 4 carrés entiers; il n'en a pas la démonstration, mais il s'en réfère à l'induction, donne le Tableau de la composition pour tous les nombres de 1 à 120, et ajoute qu'il a poussé l'expérience jusqu'à 325.

XIX (p. 188).

(Ad quæstion. XXXV Libr. IV.)

Datum numerum dividere in tres numeros, ut qui fit primo in secundum ducto, sive addito tertio, sive detracto, quadratum faciat. Esto datus 6.

Ita facilius fiet operatio : Datus numerus 6 utcumque dividatur, verbi gratia in 5 et 1. Productus demptâ unitate, hoc est 4, per 6, datum numerum, dividatur : eveniet $\frac{2}{3}$. Quem si tum a 5, tum ab 1 abstuleris, duo residua $\frac{13}{3}$ et $\frac{1}{3}$ erunt duæ priores partes numeri dividendi; tertia igitur erit $\frac{4}{3}$ (1).

XX (p. 203).

(Ad commentarium in quæstion. XLIV Libr. IV.)

Quæstio. — Invenire tres numeros, ut compositus ex tribus multiplicatus in primum faciat triangulum, in secundum faciat quadratum, in tertium faciat cubum.

Bachetus. — ... Adverte postremo, in fingendo latere ultimi quadrati, talem adhibendam esse cautionem, ut valor Numeri reperiatur in integris numeris, quum numerus triangulus non posset esse nisi integer. Id autem semper succedet operando modo a Diophanto tradito, si quadrati latus fingatur a tot Numeris qui sint latus quadratorum in numero quadrato æquando contentorum — 1. Cæterum vix aliter id fieri posse, satis experiendo deprehendes (2).

Experientiam non satis exactam fecit Bachetus. Sumatur quilibet

(1) La solution de Fermat, fondée sur une identité facile à reconnaître, est essentiellement différente de celle de Diophante.

(2) La solution de Diophante, avec les généralisations de Bachet, peut se représenter comme suit.

Soient x_1, x_2, x_3 les trois nombres cherchés. Posons

$$x_1 + x_2 + x_3 = x^2$$

et

$$x_1 = \frac{\alpha(\alpha+1)}{2x^2}, \qquad x_2 = \frac{\beta^2}{x^2}, \qquad x_3 = \frac{\gamma^2}{x^2},$$

il vient

$$x^4 = \frac{\alpha(\alpha+1)}{2} + \beta^2 + \gamma^2.$$

Posons maintenant

$$\beta = x^2 - z^2,$$

cubus, verbi gratia, cujus latus multiplici ternarii superaddat unitatem. Erunt, verbi gratia,

$$2Q - 344 \quad \text{æquanda triangulo :}$$

ergo

$$16Q - 2751 \quad \text{æquabuntur quadrato,}$$

cujus latus finges, si libet,

$$4N - 3.$$

Etc.; nihil enim vetat quominus generali methodo, loco etiam ipsius 3, reliquos in infinitum impares usurpemus, variando cubos.

XXI (p. 209).

(Ad commentarium in quæstion. XLV Libr. IV.)

Quæstio Diophanti. — Invenire tres numeros, ut intervallum majoris et medii ad intervallum medii et minoris datam habeat rationem, sed et bini sumpti quadratum conficiant.

Bachetus. — ...Quemadmodum ergo in hac quæstione Diophantus docet modum quo duo numeri simul æquentur quadrato, quum uterque componitur ex Numeris et unitatibus, et numeri Numerorum sunt inæquales, nec habent rationem quadrati ad quadratum, numeri autem unitatum sunt inæquales et quadrati : sic aio modum dari posse resolvendi duplicatam æqualitatem, quum uterque propositorum numerorum quadrato æquandorum componitur ex Numeris et unitatibus, et numeri Numerorum sunt inæquales, nec habent

on a

$$\frac{\alpha(\alpha+1)}{2} = 2z^2x^2 - z^4 - \gamma^2,$$

d'où l'on posera

$$(2\alpha+1)^2 \quad \text{ou} \quad 16z^2x^2 - 8z^4 - 8\gamma^2 + 1 = (4zx - \delta)^2$$

et

$$x = \frac{8z^4 + 8\gamma^2 + \delta^2 - 1}{8z\delta}.$$

Mais il faut que α soit entier et, par conséquent, que $\frac{8z^4 + 8\gamma^2 - (\delta+1)^2}{4\delta}$ le soit.

Si l'on prend $\delta = 1$, comme l'a fait Diophante, et comme Bachet l'a cru nécessaire, on peut prendre tout à fait arbitrairement les entiers z et γ.

Fermat prend $z = 1$, comme l'avait fait Diophante; il fait d'ailleurs, dans l'exemple qu'il choisit,

$$\gamma = 7, \qquad \delta = 3.$$

rationem quadrati ad quadratum, sed et numeri unitatum inæquales sunt, sive quadrati sint, sive non. Id autem præstabimus in duplici casu.

Primus casus est, quum numerorum quadrato æquandorum intervallum tale est ut, eo per aliquem unitatum numerum multiplicato vel diviso, et producto vel quotiente a minore propositorum numerorum detracto, supersit unitatum numerus solus quadratus....

Secundus casus est, quum numerorum quadrato æquandorum intervallum tale est ut, eo per aliquem unitatum numerum multiplicato vel diviso, et producto vel quotiente a minore propositorum numerorum detracto, deficiat unitatum numerus solus, qui ad multiplicatorem vel divisorem rationem habeat quadrati ad quadratum....

Sed proponatur, si placet, hæc duplicata æqualitas, nempe

$$2N+5 \quad \text{et} \quad 6N+3 \quad \text{æquandi quadrato.}$$

Quadratus æquandus $2N+5$ erit 16,

et

quadratus æquandus $6N+3$ erit 36,

et invenientur alii in infinitum quæstioni satisfacientes. Nec difficile est regulam generalem ad hujusmodi quæstionum solutionem proponere, ut vix limitatio ista Bacheti sit tanto viro digna, quum ad infinitos casus extendi quod in duobus tantum adinvenit, facillime possit, imo et ad casus omnes possibiles.

XXII (p. 215).

(Ad quæstion. III Libr. V.)

Dato numero apponere tres numeros, ut quilibet ipsorum et qui a binis producitur quibusvis, datum adsumens numerum, faciat quadratum.

Ex hac propositione facile deducetur sequens quæstio :

Invenire quatuor numeros ea conditione ut quod sub binis producatur, adscito dato numero, faciat quadratum.

Inveniantur tres quæstioni satisfacientes ita ut singuli dato numero aucti conficiant quadratos juxta hanc propositionem. Ponatur quartus inveniendus esse $1N+1$. Orietur triplicata æqualitas cujus solutio

nostræ methodi beneficio erit in promptu. Vide adnotata ad 24am quæstionem Libri VI.

Solvetur itaque quæstio, quam proposuit Bachetus (1) ad quæstionem 12 Libri III, per hanc methodum quæ, quum multo sit generalior, hoc præterea amplius habet quam methodus Bacheti, quod tres priores numeri aucti dato numero conficiant quadratos in nostra solutione.

An vero ita solvi possit quæstio *ut etiam quartus auctus dato numero conficiat quadratum*, hoc sane hactenus ignoramus : inquiratur itaque ulterius (2).

XXIII (p. 220).

(Ad quæstion. VIII Libr. V.)

Invenire tria triangula rectangula quorum areæ sint æquales.

Num vero inveniri possunt *quatuor aut etiam plura in infinitum triangula æqualis areæ*, nihil videtur obstare quominus quæstio sit possibilis : inquiratur itaque ulterius.

Nos hoc problema construximus, imo et datâ quâlibet trianguli

(1) Page 110. — Soient x_1, x_2, x_3, x_4 les quatre nombres cherchés, et a le nombre donné.

La solution de Bachet revient à poser

$$x_1 = \frac{u^2 - a}{v - u}, \qquad x_2 = \frac{v^2 - a}{v - u}, \qquad x_3 = 2(x_1 + x_2) - (v - u),$$

ce qui satisfait aux conditions pour trois nombres. Si, pour le quatrième, on pose

$$x_4 = v - u,$$

on n'aura évidemment qu'à satisfaire en outre à la condition bien facile que

$$x_3 x_4 + a \quad \text{ou} \quad (v+u)^2 - 3a$$

soit un carré indéterminé.

Bachet l'a résolue, en fait, de deux façons différentes : 1° par rapport à $v - u$, en se donnant u; 2° par rapport à u, en se donnant $v - u$, qu'il suppose inutilement devoir être un carré.

(2) Dans l'Observation XVI, Fermat a donné une solution pour le cas où le nombre à ajouter est l'unité.

areâ infinita triangula ejusdem areæ exhibemus : verbi gratia, datâ areâ 6 trianguli 3.4.5., en aliud triangulum ejusdem areæ

$$\frac{7}{10}, \quad \frac{120}{7}, \quad \frac{1201}{70}.$$

aut, si placet eadem denominatio,

$$\frac{49}{70}, \quad \frac{1200}{70}, \quad \frac{1201}{70}.$$

Perpetua et constans methodus hæc est : Exponatur quodlibet triangulum, cujus hypotenusa Z, basis B, perpendiculum D. Ab eo sic formatur aliud triangulum dissimile ejusdem areæ : nempe formetur abs *Z quadrato* et *B in D bis*, et planoplana lateribus similia applicentur *Z in B quadratum bis — Z in D quadratum bis*. Hoc novum triangulum habebit aream æqualem areæ præcedentis.

Ad hoc secundo eâdem methodo formetur tertium, a tertio quartum, a quarto quintum, et fient triangula in infinitum dissimilia ejusdem areæ.

Et ne dubites plura tribus dari posse, inventis tribus Diophanti

40.42.58., 24.70.74., et 15.112.113.,

quartum adjungimus dissimile ejusdem tamen areæ :

$$\frac{1\,412\,881}{1189} \text{ hypotenusa,}$$

$$\frac{1\,412\,880}{1189} \text{ basis,}$$

$$\frac{1681}{1189} \text{ perpendiculum,}$$

et, omnibus in eumdem denominatorem ductis, fient quatuor triangula in integris æqualis areæ quæ sequuntur :

Primum.....	47 560.	49 938.	68 962.
Secundum....	28 536.	83 230.	87 986.
Tertium.....	17 835.	133 168.	134 357.
Quartum.....	1 681.	1 412 880.	1 412 881.

eâdemque methodo invenientur triangula ejusdem areæ in infinitum et quæstio sequens ultra Diophanteos limites progredietur.

En etiam aliâ methodo (1) triangulum cujus area facit sextuplum quadrati, sicut 3.4.5.; nempe

2 896 804. 7 216 803. 7 776 485.

(1) J. de Billy (*Doctrinæ analyticæ inventum novum*, I, 38, p. 11) : « Diophantus L. V, q. 8 tradit artem inveniendi tria triangula rectangula quæ sint æqualia quoad aream. Qui vero plura ab ipso expetet, nunquam obtinebit; præterea nunquam tradidit Diophantus methodum inveniendi triangulum dato triangulo æquale quoad aream. Fermatius utrumque mox atque eâdem operatione præstabit. »

« Sit verbi gratia inveniendum triangulum cujus area sit 6, qualis est area trianguli rectanguli 3.4.5. »

« Esto unum latus cujuspiam trianguli rectanguli 3, et aliud latus sit $1N + 4$. Horum quadrata simul sumpta exhibent

$$25 + 1Q + 8N$$

pro quadrato hypotenusæ : quare iste numerus æquatur quadrato. »

« Deinde area istius trianguli, $\frac{3}{2}N + 6$, debet esse sextupla alicujus quadrati (quia postulatur aream esse 6) : ergo ejus areæ sextans quadratus est, ac proinde ille ductus in 36 efficiet quadratum. Efficit autem

$$9N + 36 :$$

igitur hic numerus æquandus est quadrato.

» En igitur duos terminos duplicatæ æqualitatis :

$$9N + 36 \quad \text{et} \quad 25 + 1Q + 8N.$$

In his autem unitatum numerus quadratus est : ergo valor radicis facile reperietur, eritque

$$-\frac{60\,530\,400}{21\,650\,409},$$

ac proinde

$$1N + 4 \quad \text{erit} \quad \frac{2\,896\,804}{2\,405\,601}.$$

Aliud autem latus circa rectum est 3. Igitur horum quadrata simul sumpta faciunt quadratum cujus latus

$$\frac{7\,776\,485}{2\,405\,601}$$

erit hypotenusa. Ergo habes triangulum rectangulum

$$\frac{7\,776\,485}{2\,405\,601}, \quad \frac{2\,896\,804}{2\,405\,601}, \quad 3,$$

cujus area est sextupla cujuspiam quadrati, nempe

$$\frac{724\,201}{2\,405\,601};$$

XXIV (p. 221).

(Ad quæstion. IX Libr. V.)

Invenire tres numeros ut uniuscujusque quadratus, summâ trium sive additâ sive detractâ, faciat quadratum.

Ex supradictis patet posse nos construere generaliter problema :

Invenire quotcumque numeros ut uniuscujusque quadratus, summâ omnium sive additâ sive detractâ, quadratum faciat (1).

Hanc quæstionem forte Bachetus ignoravit : Diophantum quippe promovisset, ut supra 31a quæstione Libri IV et aliis in locis, si quæstionis hujus solutionem detexisset.

XXV (p. 224).

(Ad commentarium in quæstion. XII Libr. V.)

Quæstio Diophanti. — Unitatem dividere in duas partes, et utrique segmento datum numerum adjicere et facere quadratum. Oportet autem datum neque imparem esse * neque

hujus vero quadrati latus est

$$\frac{851}{1\,551}.$$

Per quod si dividas singula latera trianguli mox reperti, habebis triangulum quæsitum

$$\frac{12\,061\,328\,235}{2\,047\,166\,451}, \quad \frac{4\,492\,913\,004}{2\,047\,166\,451}, \quad \frac{4\,653}{851},$$

cujus area est 6. »

« Adverte nos invenisse hoc triangulum per illud quod datum fuit 3. 4. 5, ac per inventum inveniri posse tertium; per tertium invenietur quartum, et sic in infinitum. »

. . . . . .

(1) La question V, 9 de Diophante se résout en effet par une application immédiate de la solution du problème précédent.

Soient $a_1, a_2, \ldots, a_n$ les hypoténuses de n triangles rectangles ayant une même aire A, comme

$$a_p^2 \pm 4A \quad \text{est carré,}$$

les nombres

$$\frac{a_p \sum_1^n a_n}{4A}$$

satisferont à la question posée par Fermat.

duplum ejus N. unitas majorem habere quadrantem quam est numerus, quo ipsum metitur primus numerus * (1).

Bachetus..... Reliqua verò verba « *neque duplum ejus, etc.* » adeo vitiata sunt ut nullam commode recipere possint explicationem. Non dubito quidem Diophantum respexisse ad aliquam numerorum non vulgarem proprietatem, qua definitur quis numerus par deligendus sit, ut duplum ejus unitate auctum sit quadratus numerus vel compositus ex duobus quadratis. Sed quid sibi velit in tanta verborum caligine divinare non possum; id oneris relinquam illi qui in codicem aliquem emendatiorem incideritt.... Sane quod ait Xilander, verba illa corrupta videri velle, debere eum qui datur esse duplum numeri primi, id utique futile est et nulli fundamento nixum, quodque ipsâ statim experientiâ refelli potest : nam, si datus sit 10, is est duplus numeri primi 5 et tamen quæstioni solvendæ minime reperitur idoneus, nam oporteret dividere in duos quadratos numerum 21. Quod quidem impossibile est, ut reor, quum is neque quadratus sit, neque suapte natura compositus ex duobus quadratis.

Numerus 21 non potest dividi in duos quadratos in fractis. Hoc autem facillime demonstrare possumus, et generalius omnis numerus cujus triens non habet trientem non potest dividi in duos quadratos neque in integris neque in fractis.

XXVI (p. 225).

(Ad idem commentarium.)

Bachetus. — Aliquando mihi venit in mentem Diophantum voluisse duplum dati numeri paris unitate auctum esse numerum primum, quandoquidem omnes fere hujusmodi numeri componuntur ex duobus quadratis, quales sunt 5, 13, 17, 29, 41, aliique primi numeri qui sublata unitate relinquunt numerum pariter parem. Verumtamen neque hæc explicatio sustineri potest. Nam primum hac ratione per hujusmodi conditionem excluderentur omnes numeri, quorum duplum unitate auctum est quadratus numerus..... Deinde excluderentur etiam multi numeri, quorum duplum unitate auctum componitur ex duobus quadratis, quales sunt 22, 58, 62 et alii innumerabiles. Nam dupli horum unitate aucti sunt 45, 117,

(1) Le texte grec correspondant à ce passage incompréhensible de la version latine est le suivant dans l'édition de Bachet (leçon du manuscrit fonds grec n° 2379 de la Bibliothèque Nationale) :

μήτε ὁ διπλασίων αὐτοῦ ἡ μ᾽ ᾱ. μείζονα ἔχῃ μέρος δ̄. ἢ μετρεῖται ὑπὸ τοῦ ᾱ᾽. ϛ̄᾽,

et, d'après Bachet, dans un *Vaticanus græcus* (probablement le n° 304) :

μήτε ὁ διπλασίων αὐτοῦ ἀριθμὸν μονάδα ᾱ. μείζονα ἔχῃ μέρος τέταρτον, ἢ μετρεῖται ὑπὸ τοῦ πρώτου ἀριθμοῦ.

Ces deux leçons reviennent à la même, et tous les manuscrits connus de Diophante sont corrompus de la même façon.

125, quorum nullus est primus numerus, quum quilibet multos habeat metientes; unusquisque tamen e duobus quadratis conflatur, primus scilicet ex quadratis 36 et 9, secundus ex quadratis 81 et 36, tertius ex quadratis 100 et 25.

Vera limitatio hæc est, generalis nempe et omnes numeros inutiles excludens :

Oportet datum numerum non esse imparem, neque duplum ejus unitate auctum, per maximum quadratum ex quo mensuratur divisum, dividi a quovis numero primo unitate minori quam multiplex quaternarii.

XXVII (p. 232).

(Ad commentarium in quæstion. XIV Libr. V.)

Quæstio Diophanti. — Unitatem dividere in tres numeros et cuilibet addere datum eumdem numerum et ita quemlibet quadratum facere. Oportet autem datum neque binarium esse neque aliquem eorum qui fit addito binario ad octonarii multiplicem.

Bachetus..... Ingeniosa est et autore digna hujusmodi limitatio. Cæterum quamvis, ut ostensum est, hæc conditio sit necessaria, non est tamen sufficiens, nam non solum numeri omnes hac limitatione comprehensi solvendæ quæstioni sunt inutiles, sed præterea numerus 9 et omnes alii qui fiunt addito 9 ad 32 vel ad aliquem ejus multiplicem, quales sunt 41, 73, 105, etc.; nam horum triplum additâ unitate neque quadratus est neque numerus e duobus vel tribus quadratis compositus....

Cæterum an hæ duæ limitationes simul sufficientes sint, ita ut per utramque simul excludantur omnes omnino numeri quorum triplum unitate auctum non est quadratus nec e duobus vel tribus quadratis compositus, non ausim temere affirmare. Equidem vix adducor ut aliter sentiam, quum in omnibus numeris ab unitate usque ad 325 id sim expertus.

Limitatio ipsa Bacheti est insufficiens, imo nec ipsius experientia satis fuit accurata, nam 37 numerus cadit in limitationem, non autem in regulam.

Vera limitatio sic concipi debet :

Exponantur duæ progressiones quadruplæ altera ab unitate, altera ab octonario, et una alteri superponatur sic :

1,	4,	16,	64,	256,	1024,	4096,	etc.,
8,	32,	128,	512,	2048,	8192,	32768,	etc.

et considerando primo terminum primum secundæ qui est 8, oportet

datum numerum non esse duplum unitatis, quia ipsi superponatur unitas, neque superare duplo unitatis multiplicem 8.

Deinde, considerando secundum terminum secundæ progressionis, qui est 32, sumatur duplum numeri superpositi qui est 4 : fit 8, cui si addas omnes in eadem progressione superiori proxime antecedentes (in hoc exemplo invenietur sola unitas), fit 9.

Sumptis igitur duobus numeris 32 et 9, oportet datum numerum neque esse 9 neque superare dicto numero 9 multiplicem 32.

Consideretur mox tertius progressionis secundæ terminus, qui est 128 : sumatur duplum numeri superpositi, qui est 16 : fit 32, cui si addas omnes in eadem progressione superiori proxime antecedentes, qui jam sunt 1 et 4, fit 37. Sumptis igitur duobus numeris 128 et 37, oportet datum numerum neque esse 37, neque superare dicto 37 multiplicem 128.

Considerato deinde quarto progressionis secundæ termino, fient ex methodo numeri 512 et 149. Oportebit itaque numerum neque esse 149, neque superare dicto 149 multiplicem 512.

Et est uniformis et perpetua in infinitum methodus, quam neque Diophantus generaliter indicavit, nec Bachetus ipse detexit, cujus vel ipsa experientia fallit, ut jam prænonuimus, non solum in numero 37 qui est intra limites experientiæ de qua fidem facit, sed etiam in numero 149 et aliis.

XXVIII (p. 241).

(Ad quæstion. XIX Libr. V.)

Invenire tres numeros, ut cubus summæ eorum, quovis ipsorum detracto, faciat cubum. Ponatur rursus trium summa 1 N. et ipsi $\frac{1}{8}$ C, $\frac{2^3}{2^3}$ C, $\frac{3^3}{3^3}$ C. Superest ut tres conjuncti æquentur 1 N. fit ergo $\frac{1}{1}\frac{8}{9}\frac{7}{2}\frac{2}{9}$ C æquale 1 N. et omnia per numerum dividantur, fit $\frac{1}{1}\frac{8}{9}\frac{7}{2}\frac{2}{9}$ Q æquale 1. est autem 1 quadratus. Oportebat ergo et numerum quadratorum esse quadratum : unde autem is natus est? Quod a ternario subducti sunt tres cubi,

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμούς, ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβος λείψας ἕκαστον ποιῇ κύβον. τετάχθωσαν πάλιν οἱ τρεῖς $\zeta^{\text{ον}}$ ᾱ. καὶ αὐτῶν ὁ μὲν κύβων $\overline{\xi}^{\text{ν}}$, ὁ δὲ κύβων $\overline{\chi\zeta}^{\text{ον}}$, ὁ δὲ κύβων $\overline{\xi\gamma}^{\text{ὸν}}$. λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι $\zeta^{\text{ῳ}}$ ᾱ. γίνεται κυβικὸν $\overline{\rho\omega\circ\zeta}^{\text{ρνθ}}$. ἴσον $\zeta^{\text{ῳ}}$ ᾱ. πάντα παρὰ ἀριθμόν, καὶ γίνεται δυναμοστὸν $\overline{\rho\omega\circ\zeta}^{\text{ρνθ}}$. ἴσον $\mu^{\text{ᾳ}}$ ᾱ. καὶ ἔστιν ἡ μονὰς τετράγωνος. δεήσει ἄρα καὶ τὰς δυνάμεις εἶναι τετραγώνων. πόθεν

quorum quilibet minor est unitate. Eo itaque res redit, ut inveniantur tres cubi, quorum quilibet sit minor unitate, summa autem ipsorum a ternario sublata, faciat quadratum. Et quia volumus cuborum quemque minorem esse unitate, si statuamus tres numeros simul unitate minores, multo minores singuli erunt unitate. Sic autem quadratum qui relinquetur oportebit majorem esse binario. Statuatur quadratus qui relinquitur $2\frac{1}{4}$. Oportet igitur $\frac{3}{4}$ dividere in tres cubos et horum multiplicia secundum aliquos cubos divisa. Esto secundum 216. Oportet igitur ut dividamus 162 in tres cubos. At 162 componitur ex cubo 125 et intervallo duorum cuborum, 64 et 27. Habemus autem in porismatis, omnium duorum cuborum intervallum componi ex duobus cubis. Recurramus ad propositum initio et sumamus unumquemque cuborum inventorum, et quolibet ab unitate subtracto, residua statuamus pro quæsitis numeris et sit summa 1N. Ita fiet ut cubus summæ, quovis ipsorum detracto, cubum faciat. Restat ut tres simul æquentur 1N. fit autem trium summa $2\frac{1}{4}$ C. Hoc ergo æquatur 1N. unde fiet 1N, $\frac{3}{4}$. Ad positiones.

ἐστι τὸ πλῆθος τῶν δ᾽ ἐκ τοῦ ἀπὸ τριάδος ἀφαιρεῖσθαι τρεῖς κύβους, ὧν ἕκαστος ἐλάσσων ἔστι μονάδος μιᾶς. καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρεῖς κύβους, ὅπως ἕκαστος αὐτῶν ἐλάσσων ᾖ μ^{ου} ᾱ. τὸ δὲ σύνθεμα αὐτῶν ἀρθὲν ἀπὸ τριάδος ποιῇ τετράγωνον. καὶ ἐπεὶ ζητοῦμεν ἕκαστον αὐτῶν κύβον ἐλάσσονα εἶναι μονάδος μιᾶς, ἐὰν ἄρα κατασκευάσωμεν τοὺς τρεῖς ἀριθμοὺς ἐλάσσονας μονάδος ᾱ. πολλῷ ἕκαστος αὐτῶν ἐλάσσων μονάδος ᾱ. ὥστε ὀφείλει ὁ καταλειπόμενος τετράγωνος μείζων εἶναι δυάδος. τετάχθω καταλειπόμενος τετράγωνος μ^{ου} β̄. ᾱ^{ς}. δεῖ οὖν τὰ $\overline{\gamma}^{\delta}$ διελεῖν εἰς τρεῖς κύβους, καὶ κατὰ τούτων πολλαπλάσια κατὰ τινῶν κύβων διαιρεθέντων. ἔστω δὲ κατὰ τὸν $\overline{\sigma\iota\varsigma}$. ὀφείλομεν οὖν τὸν $\overline{\rho\xi\beta}$ διελεῖν εἰς τρεῖς κύβους. σύγκειται δὲ ὁ $\overline{\rho\xi\beta}$ ἕκτε κύβου τοῦ $\overline{\rho\kappa\varepsilon}$ καὶ δύο κύβων ὑπεροχῆς τοῦτε $\overline{\xi\delta}$ καὶ τοῦ $\overline{\kappa\zeta}$. ἔχομεν δὲ ἐν τοῖς πορίσμασιν ὅτι πάντων δύο κύβων ἡ ὑπεροχὴ $\overline{\kappa\gamma}^{\text{ου}}$. ἀνατρέχομεν εἰς τὸ ἐξ ἀρχῆς, καὶ τάσσομεν ἕκαστον κύβων εὑρεθέντων. τοὺς δὲ τρεῖς ἀριθμὸν ᾱ. καὶ συμβήσεται τὸν ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβον λείψαντα ἕκαστον, ποιεῖν κύβον. λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι ς^{ν} ᾱ. γίνονται δὲ οἱ τρεῖς κ^{ου} β̄ ᾱ^{ς}. ταῦτα ἴσα ς^{ν} ᾱ. ὅθεν γίνεται ὁ ς^{ς} μ^{ς} $\overline{\beta\iota}^{\text{ον}}$. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

Solutionis modum Diophantus non exprimit aut græca corrupta sunt. Bachetus (1) casu adjutum Diophantum arbitratur, quod tamen non admittimus, quum Diophanteam methodum non difficilem inventu existimemus.

Inveniendus quadratus binario major, ternario minor, qui a ternario subtractus relinquat numerum in tres cubos dividendum.

(1) Il est aisé de voir que la solution particulière donnée par Diophante ne peut être obtenue avec les positions de Fermat, et l'on a dès lors le droit de répéter avec Bachet : « Quamobrem casu factum videtur ut sumpserit autor $2\frac{1}{4}$, quo de 3 sublato relinquitur $\frac{3}{4}$ ex tribus cubis compositus. »

Ponatur quæsiti quadrati latus esse quemlibet numerorum numerum — unitate : verbi gratia

$$1N - 1;$$

ipsius quadratus a ternario subtractus relinquit

$$2 - 1Q + 2N,$$

cui inveniendi tres cubi æquales qui sic effingendi ut æqualitas tandem consistat inter duas tantum species proximas.

Id quidem innumeris modis construi potest : Sit unius ex cubis latus

$$1 - \tfrac{1}{4}N;$$

alterius (ut numerus numerorum in ambobus cubis conficiat 2N) sit

$$1 + 1N;$$

tertii latus in numeris dumtaxat fingendum, qui etiam, ne valor 1N quæsitos terminos evadat, debent notari signo defectûs, nec est operosum eum numerum numerorum sumere cujus valor æquationem ad præstitutos redigat terminos.

Hoc peracto, patet primum ex cubis esse minorem unitate, ut quærebamus; quum igitur secundus sit major et tertius signo defectûs notetur, patet differentiam secundi et tertii æquandam esse duobus cubis, quam ob rationem ad secundam operationem et Diophantus et nos devolvimur.

« Habemus autem » inquit « in porismatibus omnium duorum cuborum intervallum componi ex duobus cubis. »

Hæret iterum Bachetus (1) et, destitutus porismatibus Diophanteis, hanc quæstionem secundam determinatione indigere contendit : duorum quippe cuborum intervallum eâ tantum conditione in duos cubos dividere docet, dummodo major datorum cuborum excedat duplum minoris. Nam quomodo omnium duorum cuborum intervallum dividatur in duos cubos ignotum sibi ingenue profitetur. Nos supra ad

(1) *Voir* Observation VIII.

quæstionem Libri IV secundam et hanc et reliquas hujus materiæ quæstiones generaliter construendi modum feliciter deteximus.

XXIX (p. 249).

(Ad quæstion. XXIV Libr. V.)

Invenire tres quadratos, ut solidus sub ipsis contentus, quovis ipsorum adscito, quadratum faciat. Ponatur solidus ille 1 Q. et quærantur tres quadrati quorum quilibet adscitâ unitate faciat quadratum. Hoc autem peti potest a quovis triangulo rectangulo. Expono tria triangula rectangula, et accipiens quadratum unius laterum circa rectum, divido eum per quadratum alterius laterum circa rectum, et invenio quadratos, unum $\frac{9}{16}$ Q, alterum $\frac{81}{144}$ Q, tertium $\frac{225}{144}$ Q, et quilibet ipsorum cum 1 Q facit quadratum. Restat ut solidus sub tribus contentus æquetur 1 Q. Est autem solidus ille $\frac{1}{2}\frac{1}{1}\frac{4}{4}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$ CC. hoc æquatur 1 Q. et omnia ad eumdem denominatorem reducendo, et dividendo per 1 Q, fiunt $\frac{1}{2}\frac{1}{1}\frac{4}{4}\frac{0}{0}\frac{0}{0}$ QQ æqualia 1. et latus lateri æquatur, fitque $\frac{1}{4}\frac{2}{4}\frac{0}{0}$ Q æquale 1. Est autem unitas quadratus. Quod si etiam $\frac{1}{4}\frac{2}{4}\frac{0}{0}$ Q quadratus esset, soluta fuisset quæstio. Non est autem. Eo igitur redactus sum, ut inveniam tria triangula rectangula, ut solidus sub perpendiculis ductus in solidum sub basibus faciat quadratum * cujus latus sit numerus multiplicatione ortus laterum circa rectum unius triangulorum. Et si omnia diviserimus per productum ex lateribus circa rectum inventi rectanguli, orietur qui fit ex producto laterum circa rectum secundi in productum laterum circa rectum alterius triangulorum. Et si unum ipsorum statuamus 3. 4. 5. eo deventum est ut inveniantur duo triangula rectangula ut productus ex lateribus circa rectum producti ex lateribus circa

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς προσλαβὼν ἕκαστον ποιῇ τετράγωνον. τετάχθω ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς δ$^{\text{ος}}$ ᾱ. καὶ ζητοῦμεν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ἕκαστος αὐτῶν μετὰ μονάδος ᾱ ποιῇ τετράγωνον. τοῦτο δὲ ἀπό πάντος ὀρθογωνίου τριγώνου. ἐκτίθεμαι τὰ τρία τρίγωνα ὀρθογώνια, καὶ λαβὼν τὸν ἀπὸ μιᾶς τῶν [περὶ τὴν ὀρθὴν τετράγωνον] μερίζω εἰς τὸν ἀπὸ τῆς λοιπῆς τῶν [περὶ τὴν] ὀρθὴν. καὶ εὑρήσομεν τοὺς τετραγώνους. ἕνα μὲν δ$^{\text{ος}}$ $\overline{\theta^{\text{ιν}}}$. τὸν δὲ ἕτερον δ$^{\text{ος}}$ $\overline{\kappa\varepsilon^{\text{νθ}}}$. τὸν δὲ τρίτον δ$^{\text{ος}}$ $\overline{\xi\delta^{\text{σνς}}}$. καὶ μένει ἕκαστος αὐτῶν μετὰ δ$^{\text{ος}}$ ᾱ ποιῶν τετράγωνον. λοιπόν ἐστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν ἰσῶσαι δ$^{\text{ον}}$ ᾱ. γίνεται δὲ ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς κ$^{\text{ος}}$ κ$^{\text{ος}}$ ᾱ. $\overline{\xi\rho}^{\text{κθ.σνς}}$. ταῦτα ἴσα δ$^{\text{ος}}$ ᾱ. καὶ πάντα εἰς τὸ αὐτὸ μόριον, καὶ παρὰ δύναμιν γίνεται δ$^{\text{ος}}$ δ$^{\text{ος}}$ ᾱ. $\overline{\xi\rho}^{\text{κθ.σνς}}$ ἴσα μ$^{\text{οις}}$ ᾱ. καὶ ἡ πλευρὰ τῇ πλευρᾷ. γίνεται δ$^{\text{ος}}$ $\overline{\rho\kappa}^{\text{ον}}$ ἴσα μ$^{\text{οις}}$ α. καὶ ἔστιν ἡ μονὰς τετράγωνος. εἰ ἦν τετράγωνος καὶ τὰ δ$^{\text{ος}}$ $\overline{\rho\kappa}^{\text{ον}}$. λελυμένον ἂν ἦν τὸ ζητούμενον. οὐκ ἔστιν δέ. ἀπάγεται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν τρία τρίγωνα ὀρθογώνια, ὅπως ἐκ τῶν τριῶν καθέτων αὐτῶν στερεὸς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν βάσεων αὐτῶν στερεὸν ποιῇ τετράγωνον. * πλευρὰν ἔχοντα τὸν ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἑνὸς τῶν ὀρθογωνίων. καὶ ἐὰν πάντα παραβάλωμεν παρὰ τὸν ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ εὑρημένου ὀρθογωνίου γεννήσεται ὁ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ ᾱ δ ἐπὶ τὸν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ ἑτέρου τῶν τριγώνων, καὶ ἐὰν τάξωμεν ἓν αὐτῶν γ. δ. ε. ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν δύο τρίγωνα ὀρθογώνια, ὅπως ὁ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ ὑπὸ τῶν περὶ

rectum sit 12N. Proinde et area areæ 12. Si autem 12 et 3. Hoc autem facile est et est simile huic 9. 40. 41. Alterum * 5. 12. 13. (* *legendum est* 8. 15. 17). Habentes ergo tria triangula rectangula, revertamur ad initio propositum. Et statuamus trium quæsitorum quadratorum, alterum 9, alterum 25, tertium 81, et si solidum ex his æquemus 1Q, fiet 1 N rationalis. Ad positiones. *

τὴν ὀρθὴν $\overline{\gamma\eta}$ ες $\overline{\iota\beta}$. ὥστε καὶ ἐμβαδὸν ἐμβάδου $\overline{\iota\beta}$. εἰ δὲ $\overline{\iota\beta}$ καὶ $\overline{\gamma}$. τοῦτο δὲ ῥᾴδιον καὶ ἔστιν ὅμοιον τῷ $\overline{\circ\theta}$ (θ *Vatic.*) $\overline{\mu}$. $\overline{\mu\alpha}$. τὸ δὲ ἕτερον $\overline{\varepsilon}$. $\overline{\iota\beta}$. $\overline{\iota\gamma}$. ἔχοντες οὖν τὰ τρία τρίγωνα ὀρθογώνια ἐρχόμεθα εἰς τὸ ἐξ ἀρχῆς. τάσσομεν τῶν ζητουμένων τριῶν τετραγώνων, ὃν μὲν $\overline{\theta}$, ὃν δὲ $\overline{\kappa\varepsilon}$, ὃν δὲ $\overline{\pi\alpha}$. καὶ ἐὰν τὸν ἐκ τῶν $\overline{\delta}$. $\overline{\varepsilon}$ στερεὸν ἰσώσωμεν δ$^{\text{ον}}$ $\overline{\alpha}$. γεννήσεται ὁ ς$^{\text{ς}}$ ῥητός. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. *

Methodum Diophanti, quam non percepit Bachetus (1), ita restituo et explico.

Quoniam primum triangulum est : 3, 4, 5, et rectangulum sub lateribus : 12, *eò deventum est,* inquit Diophantus, *ut inveniantur duo triangula ut productus ex lateribus circa rectum producti ex lateribus circa rectum sit* duodecuplus; et ratio est quia tunc productus ex lateribus unius in productum ex lateribus alterius producet numerum qui erit planus similis 12, atque ideo eorum mutuâ multiplicatione fiet quadratus, quod vult propositio.

Sequitur Diophantus : *Proinde et area areæ* 12 (2), quod per se clarum est. Deinde : *Si autem* 12, *et* 3, quia, dividendo 12 per quadratum 4, fit 3, et semper in multiplicatione oritur quadratum; nam quadratum, divisum per quadratum, facit quadratum.

Reliqua Diophanti non præstant propositum, sed ita restituemus.

(1) Il s'agit de trouver trois triangles rectangles en nombres (a_1, b_1, c_1), (a_2, b_2, c_2), (a_3, b_3, c_3) tels que l'on ait, a_1, a_2, a_3 étant les hypoténuses, $\frac{b_1 b_2 b_3}{c_1 c_2 c_3}$ dans un rapport carré.

Prenant arbitrairement le triangle (a_1, b_1, c_1), soit (5, 4, 3) dans l'exemple choisi, Bachet forme les triangles suivants, respectivement des nombres a_2, b_2 et a_3, c_3, c'est-à-dire il pose de fait :

$$a_2 = a_1^2 + b_1^2, \qquad b_2 = a_1^2 - b_1^2 = c_1^2, \qquad c_2 = 2a_1 b_1,$$
$$a_3 = a_1^2 + c_1^2, \qquad b_3 = a_1^2 - c_1^2 = b_1^2, \qquad c_3 = 2a_1 c_1,$$

d'où

$$\frac{b_1 b_2}{c_1 c_2 c_3} = \left(\frac{b_1}{2a_1}\right)^2.$$

Les deux triangles ainsi construits sont (41, 9, 40) et (34, 16, 30). Au lieu du second, il prend le semblable (17, 8, 15), le rapport restant le même.

(2) Entendez *duodecupla*, et à la ligne suivante : *Si autem duodecupla, et tripla.*

In hoc casu (1), fingatur triangulum abs 7 et 2, alterum vero abs 5 et 2; et primum triangulorum erit triplum ad secundum, et duo proposito satisfacient. *Regula* autem *generalis inveniendi duo triangula rectangula in ratione data hæc est :*

Sit data ratio R ad S, majoris ad minus. Majus triangulum formabitur abs

R bis + S et R — S;

minus vero abs

R + S bis et R — S.

Aliter.

Formetur primum triangulum abs R bis — S et R + S,
secundum abs S bis — R et R + S.

Aliter.

Formetur primum triangulum abs R sexies et R bis — S,
secundum abs R quater + S et R quater — S bis.

Aliter.

Formetur primum triangulum abs R + S quater et R bis — S quater,
secundum abs S sexies et R — S bis.

Ex jam dictis deduci potest *methodus inveniendi tria triangula rectangula in proportione trium datorum numerorum, modò duo dati numeri reliqui sint quadrupli.*

Sint, verbi gratia, dati tres numeri R, S, T, et sint ipsi R, T simul quadrupli S. Formabuntur sic tria triangula :

primum abs R + S quater et R bis — S quater,
secundum abs S sexies et R — S bis,
tertium abs S quater + T et S quater — T bis.

Sumpsimus autem R esse majorem T.

(1) Les triangles de Diophante ou de Bachet s'obtiennent par la seconde solution de Fermat, c'est-à-dire avec les couples générateurs 5, 4 et 4, 1. Diophante avait probablement traité, dans un problème perdu, la construction de deux triangles rectangles dont l'aire soit dans un rapport donné.

Hinc etiam elicietur *modus inveniendi tria triangula rectangula numero, quorum areæ constituant triangulum rectangulum.*

Eo enim deducetur quæstio ut inveniatur triangulum cujus basis et hypotenusa sint quadruplæ perpendiculi. Hoc autem est facile et erit triangulum simile huic :

17, 15, 8.

Tria vero triangula sic formabuntur :

primum abs 49 et 2,
secundum abs 47 et 2,
tertium abs 48 et 1.

Hinc etiam elicietur *modus inveniendi tria triangula quorum areæ sint in ratione trium quadratorum datorum, quorum duo sint quadrupli reliqui,* ac proinde poterunt eâdem viâ *inveniri tria triangula ejusdem areæ* (1); imo et infinitis modis possumus *construere duo triangula rectangula in data ratione,* ducendo unum ex terminis aut utrumque in quadrata data, etc.

XXX (p. 251).

(Ad quæstion. XXV Libr. V.)

Invenire tres quadratos, ut solidus sub ipsis contentus, quolibet ipsorum detracto, faciat quadratum. Ponatur solidus sub ipsis contentus 1 Q, et rursus quadrati qui quæruntur, sumantur ex triangulis rectangulis, unus a $\frac{15}{25}$, alter a $\frac{33}{169}$, tertius a $\frac{63}{289}$; statuo eos in quadratis, et manet 1 Q, quolibet ipsorum detracto, faciens quadratum. Superest ut solidus sub tribus contentus æquetur 1 Q : est autem solidus ille $\frac{33600}{1731025}$ CC; hoc ergo æquatur 1 Q, et omnia per 1 Q dividantur, fiunt $\frac{33600}{1731025}$ QQ æqualia 1. Est autem unitas quadratus, latus habens quadratum. Ergo oportebat etiam $\frac{33600}{1731025}$ QQ esse

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους, ὅπως ὁ ἐκ τούτων στερεὸς λείψας ἕκαστον αὐτῶν ποιῇ τετράγωνον. τετάχθω ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς δ$^{\text{ς}}$ ᾱ. καὶ πάλιν οἱ ζητούμενοι τετράγωνοι ἀπὸ τῶν ὀρθογωνίων τριγώνων, ἑνὸς μὲν ιε$^{\text{κε}}$, τοῦ δὲ ἑτέρου κε$^{\text{ις}}$, τοῦ δὲ ξθ$^{\text{σοστ}}$. τασσω αὐτοὺς ἐν δυνάμει, καὶ μένει ἡ δ$^{\text{ς}}$ ᾱ λείψει ἑκάστου αὐτῶν ποιοῦσα τετράγωνον. λοιπόν ἐστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν ἰσῶσαι δυνάμει ᾱ. καὶ ἔστιν ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς κυβοκύβων $\overline{\beta}$. $\overline{\varsigma\zeta}$ ἐν μορίῳ $\overline{\rho\chi\beta}$. $\overline{\varsigma\chi\varepsilon}$. ταῦτα ἴσα δυνάμει ᾱ. καὶ πάντα παρὰ δύναμιν μίαν γίνεται δ$^{\text{ς}}$ δ$^{\text{ς}}$ $\overline{\beta}$. $\overline{\varsigma\zeta}$, ἐν μορίῳ $\overline{\rho\chi\beta}$. $\overline{\varsigma\chi\varepsilon}$, ἴσα μ$^{\text{α}}$ ᾱ. καὶ ἔστιν ἡ μονὰς τετράγωνος πλευρὰν ἔχουσα

(1) *Voir* Observation XXIII.

quadratum latus habentem quadratum. Rursus itaque res eo est reducta ut inveniantur tria triangula rectangula, ut solidus sub perpendiculis ductus in solidum sub hypotenusis faciat quadratum, qui latus habeat quadratum. * Et si omnia dividamus per productum ex hypotenusa in perpendiculum unius rectangulorum, oportet oriatur qui fit ex producto hypotenusæ in perpendiculum, alicujus rectanguli, in productum ex hypotenusa in perpendiculum alterius, esto unum rectangulorum 3. 4. 5. Eo itaque deventum est, ut inveniantur duo triangula rectangula, ut numerus hypotenusæ et perpendiculi, numeri hypotenusæ et perpendiculi sit 20. Si autem 20 et 5. et est facile, quippe majus est 5. 12. 13. minus 3. 4. 5. Ab his ergo quærenda sunt alia duo, ut numerus hypotenusæ et perpendiculi sit 6. est autem majoris hypotenusa $6\frac{1}{2}$, perpendiculum 60. Minoris autem hypotenusa $2\frac{1}{2}$. qui vero in uno rectangulorum 12. et accipientes minima similium, recurrimus ad propositum initio, et ponimus solidum sub tribus contentum 1Q. ipsorum autem quadratorum alterum 16Q. alterum 576Q. tertium $\frac{1}{38361}$ Q. Superest ut solidus sub tribus æquetur 1Q. et omnia in 1Q. latusque lateri æquetur, et invenietur 1N.65. Ad positiones. *

τετράγωνον. δεήσει ἄρα καὶ δ^ν δ^ν $\overline{\beta}$. $\overline{\varsigma\gamma}$, ἐν μορίῳ $\overline{\rho\kappa\beta}$. $\overline{\alpha\chi\varepsilon}$, εἶναι τετράγωνον πλευρὰν ἔχοντα τετράγωνον. καὶ πάλιν ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρία τρίγωνα ὀρθογώνια, ὅπως ὁ ἐκ τῶν καθετῶν στερεὸς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν ὑποτεινουσῶν στερεόν, ποιῇ τετράγωνον πλευρὰν ἔχοντα τετράγωνον, *καὶ ἐὰν πάντα παραβάλωμεν παρὰ τὸν τῆς ὑποτεινούσης καὶ καθέτου ἑνὸς τῶν ὀρθογωνίων, δεήσει τοῦ ὑποτεινουσῶν καὶ κάθετον τοῦ ὑποτεινούσης, καὶ καθέτου πολλαπλασιασθέντα κατὰ τὸν ὑποτεινούσης καὶ καθέτου ὀρθογώνου τινός, ἔστω τὸ ἓν τῶν ὀρθογώνων $\overline{\gamma}$. $\overline{\delta}$. $\overline{\varepsilon}$. ἀπάγεται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν δύο τρίγωνα ὀρθογώνια ὅπως ὁ ὑποτεινούσης καὶ καθέτου τοῦ ὑποτεινούσης, καὶ καθέτου $\overline{\eta}$ $\overline{\alpha}$. εἰ δὲ $\overline{\alpha}$. καὶ $\overline{\varepsilon}$. καὶ ἔστι ῥᾴδιον, καὶ ἔστι τὸ μὲν μεῖζον $\overline{\varepsilon}$. $\overline{\iota\beta}$. $\overline{\iota\gamma}$. τὸ δὲ ἔλαττον $\overline{\gamma}$. $\overline{\delta}$. $\overline{\varepsilon}$. ζητητέον οὖν ἀπὸ τούτων ἕτερα δύο, ὅπως ὁ ὑποτεινούσης καὶ καθέτου $\overline{\eta}$ $\overline{\mu^{\alpha}\,\zeta}$. ἔστι δὲ τοῦ μὲν μείζονος ὑποτείνουσα $\overline{\mu^{\alpha}\,\varepsilon}$. $\overline{\alpha^{\nu}}$. ἡ δὲ κάθετος $\overline{\xi}$. τοῦ δὲ ἐλάσσονος ὁ μὲν ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ $\overline{\mu^{\alpha}\,\beta}$. $\overline{\alpha^{\nu}}$ ὁ δὲ ἐν τῇ $\overline{\alpha}$ τῶν ὀρθογώνων ιβ. καὶ λαβόντες τὰ ἐλάχιστα τῶν ὁμοίων ἀναστρέχομεν εἰς τὸ ἐξ ἀρχῆς, καὶ τάσσομεν τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν $\overline{\delta^{o}\,\alpha}$. αὐτῶν δὲ τῶν τετραγώνων, ὧν μὲν $\overline{\delta^{o}\,\iota\varsigma}$, ὧν δὲ $\overline{\delta^{o}\,\varphi o\varsigma}$, ὧν δὲ $\overline{\delta^{o}\,\alpha}$ ἐν μορίῳ $\overline{\beta\varsigma\xi\alpha}$. λοιπόν ἐστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν ἰσῶσαι $\overline{\delta^{o}\,\alpha}$. καὶ πάντα παρὰ δύναμιν καὶ ἡ πλευρὰ τῇ πλευρᾷ. καὶ εὑρίσκεται ὁ $\overline{\varsigma^{o}\,\xi\varepsilon}$. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. *

Ad elucidationem et explicationem quæstionis 25 juxta methodum Diophanti, quam Bachetus similiter prætermisit (1), *quærenda sunt duo triangula rectangula ut productus sub hypotenusa et perpendiculo unius*

(1) Bachet se propose de trouver trois triangles rectangles (a_1, b_1, c_1), (a_2, b_2, c_2), (a_3, b_3, c_3) tels que le rapport $\frac{a_1a_2a_3}{c_1c_2c_3}$ soit carré. A cet effet, il prend arbitrairement le

ad productum sub hypotenusa et perpendiculo alterius habeat rationem datam.

Quæ sane quæstio diu nos torsit et vere difficillimam quilibet tentando experietur, sed tandem patuit generalis ad ipsius solutionem methodus.

premier triangle, en sorte toutefois que $2c_1 > b_1$; il forme le second en posant

$$a_2 = \frac{4c_1^2 + b_1^2}{b_1}, \qquad b_2 = \frac{4c_1^2 - b_1^2}{b_1}, \qquad c_2 = 4c_1,$$

et le troisième en prenant

$$a_3 = a_1a_2, \qquad b_3 = b_1c_2 + b_2c_1, \qquad c_3 = c_1c_2 - b_1b_2.$$

On a alors, d'une part,

$$a_1a_2a_3 = (a_1a_2)^2;$$

de l'autre,

$$c_1c_2c_3 = (2b_1c_1)^2.$$

Fermat a bien reconnu que Diophante, se donnant arbitrairement, par exemple, le triangle $(5, 3, 4)$, cherche les deux autres en sorte que $\frac{a_1a_2}{c_1c_2}$ soit dans un rapport donné, à savoir 5. Mais il n'a pas deviné le procédé de l'auteur grec, qui a été restitué par Otto Schulz (*Diophantus von Alexandria arithmetische Aufgaben nebst dessen Schrift über die Polygon-Zahlen, aus dem Griechischen übersetzt und mit Anmerkungen begleitet.* Berlin, 1822, p. 546-551) d'après le texte donné par Bachet.

Diophante prend d'abord deux triangles auxiliaires $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$, $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$, tels que $\beta_1\gamma_1$ soit à $\beta_2\gamma_2$ dans le rapport donné. Ces deux triangles, obtenus comme dans le problème précédent V, 24, sont d'ailleurs $(13, 12, 5)$ et $(5, 4, 3)$.

D'autre part, ayant un triangle (α, β, γ), Diophante sait construire un triangle (a, b, c) tel que $ac = \frac{\beta\gamma}{2}$. Il prend à cet effet

$$a = \frac{1}{2}\alpha, \qquad b = \frac{\beta^2 - \gamma^2}{2\alpha}, \qquad c = \frac{\beta\gamma}{\alpha}.$$

Du triangle $(13, 12, 5)$ il déduit de cette façon le triangle $\left(6\frac{1}{2}, \frac{119}{26}, \frac{60}{13}\right)$, et du triangle $(5, 4, 3)$, le triangle $\left(2\frac{1}{2}, \frac{7}{10}, \frac{12}{5}\right)$. Les deux triangles ainsi formés satisfont évidemment à la condition imposée.

Pour achever le problème primitif, Diophante prend pour les trois carrés cherchés

$$\left(\frac{c_1}{a_1}x\right)^2, \quad \left(\frac{c_2}{a_2}x\right)^2, \quad \left(\frac{c_3}{a_3}x\right)^2,$$

c'est-à-dire

$$\frac{14400}{28561}x^2, \quad \frac{576}{625}x^2, \quad \frac{16}{25}x^2$$

et, égalant leur produit à x^2, il tire pour x la valeur $\frac{65}{48}$.

Quærantur duo triangula ut rectangulum sub hypotenusa unius et perpendiculo rectanguli sub hypotenusa alterius et perpendiculo sit duplum.

Fingatur unum ex triangulis ab A et B, alterum ab A et D. Rectangulum sub hypotenusa prioris et perpendiculo erit

B in A cubum bis + B cubo in A bis;

rectangulum vero sub hypotenusa posterioris et perpendiculo erit

D in A c. bis + D c. in A bis.

Quum igitur B in A c. bis + B c. in A bis sit duplum rectanguli D in A c. bis + D c. in A bis, ergo

B in A c. + B c. in A æquabitur D in A c. bis + D c. in A bis,

et, omnibus abs A divisis, fiet

B in A q. + B c. æquale D in A q. bis + D c. bis,

et, per antithesin,

D c. bis — B c. æquabitur B in A q. — D in A q. bis.

Si igitur D c. bis — B c., divisum per B — D bis, æquetur quadrato, soluta erit quæstio.

Quærendi igitur duo numeri, loco ipsorum B et D, ea conditione ut duplum cubi unius, minus alio, divisum vel multiplicatum (eodem enim res recidit) per duplum posterioris minus primo, faciat quadratum (1).

Ponatur unus esse 1 N + 1, alter 1.

Cubus duplus prioris minus cubo a posteriore facit

1 + 6 N + 6 Q + 2 C.

Duplus autem posterioris minus priore facit

1 — 1 N.

(1) On voit qu'au lieu de déterminer B et D en sorte que $\frac{2D^3 - B^3}{B - 2D}$ soit carré, Fermat va les chercher, par erreur, en sorte que $\frac{2D^3 - B^3}{2B - D}$ soit carré. Plus loin, après avoir reconnu la faute de calcul qu'il a commise, il laisse subsister sa solution comme s'appliquant en tout cas à un problème digne d'intérêt.

Ergo, si ducas $\overline{1 - 1N}$ in $\overline{1 + 6N + 6Q + 2C}$, fiet quadratus. Productum illud æquatur

$$1 + 5N - 4C - 2QQ,$$ quod æquandum quadrato ab $\frac{5}{2}N - 1 - \frac{25}{8}Q$,

et omnia statim constabunt.

Propositio autem ad omnes rationes extendetur si, loco unius ex quærendis numeris, ponatur 1 N plus excessu majoris rationis termini supra minorem et, loco alterius, ille ipse excessus, ut jam a nobis in ratione dupla est factum. Hac quippe ratione semper unitatum numerus evadet quadratus et æquatio erit proclivis; hoc peracto invenientur duo numeri qui ipsos B et D repræsentabunt, et ad primam quæstionem fiet reditus.

Retractanti quæ hucusque ad 25am quæstionem scripsimus, visum erat statim omnia delere quia abductio ad problema quod perfecimus non convenit quæstioni nostræ : quia tamen quæstionem aliam, ad quam male præsens problema adduxeramus, recte construximus, non tam operam perdidimus quam male collocavimus, et ideo maneat scriptura marginalis intacta.

Quæstionem ipsam Diophanteam novo iterum examini subjicientes et methodum nostram sedulo consulentes, *tandem generaliter solvimus* : exemplum tantum subjiciemus, confisi numeros ipsos satis indicaturos non sorti, sed arti solutionem deberi.

In propositione Diophanti quærenda duo triangula rectangula ea conditione ut productum sub hypotenusa unius et perpendiculo ad productum sub hypotenusa et perpendiculo alterius habeat rationem quam 5 ad 1.

En duo illa triangula,

primum,	cujus	hypotenusa	48 543 669 109,
		basis	36 083 779 309,
		perpendiculum	32 472 275 580,
secundum,	cujus	hypotenusa	42 636 752 938,
		basis	41 990 695 480,
		perpendiculum	7 394 200 038.

XXXI (p. 255).

(Ad quæstion. XXX Libr. V.)

Dato numero tres adinvenire quadratos quorum bini sumpti, adscitoque dato numero, faciant quadratum.

Hujus quæstionis beneficio, sequentis quæstionis solutionem dabimus quæ alioquin difficillima sane videretur :

Dato numero, quatuor invenire numeros quorum bini sumpti adscitoque dato numero faciant quadratum.

Sit datus numerus 15 et primùm, per hanc quæstionem, reperiantur tres quadrati quorum bini sumpti adscitoque dato numero faciant quadratum; et sint illi tres quadrati (1)

$$9,\quad \frac{1}{100},\quad \frac{529}{225}.$$

Ponatur primus quatuor numerorum quæsitorum $1Q - 15$,
secundus $6N + 9$
(quia 9 est unus ex quadratis, 6N autem est duplum lateris in N),
tertius eadem ratione ponatur $\frac{1}{5}N + \frac{1}{100}$,
quartus denique $\frac{16}{15}N + \frac{529}{225}$.

Ita quippe institutis positionibus, tribus propositi partibus satisfit; quilibet enim numerorum unà cum primo, adscito 15, facit quadratum.

Superest ut secundus et tertius addito 15, item tertius et quartus addito 15, denique secundus et quartus, eodem addito 15, faciant quadratum; et oritur triplicata æqualitas cujus solutio in promptu; quum ex constructione, cujus artificium ab hac quæstione desumpsimus, in

(1) Ces nombres sont ceux de Diophante. Les racines de ces carrés peuvent se représenter en général par

$$z,\quad \frac{r(z^2+a)}{4pz} - \frac{pz}{r},\quad \frac{r(z^2+a)}{4qz} - \frac{qz}{r},$$

en supposant $p^2+q^2=r^2$. Diophante a pris en fait, pour $a=15$, $z=3$, $p=4$, $q=3$, $r=5$.

quolibet termino æquando reperiantur unitates tantum quadratæ et numeri. Recurrendum igitur ad ea quæ diximus ad quæstionem 24 Libri VI.

XXXII (p. 257).

(Ad quæstion. XXXI Libr. V.)

Dato numero tres adinvenire quadratos, quorum bini sumpti detracto dato numero faciant quadratum.

Quo artificio in superiore quæstione usi sumus, ut quatuor numeros inveniremus quorum bini sumpti adscito dato numero conficerent quadratum, simili in hac quæstione uti possumus, ut *inveniantur quatuor numeri quorum bini sumpti detracto dato numero conficiant quadratum.*

Ponendus enim : primus $1Q +$ numero dato; secundus quadratus primus ex inventis in hac quæstione unà cum duplo ab ipsius latere in N; et reliqua patent.

XXXIII (p. 258).

(Ad quæstion. XXXII Libr. V.)

Invenire tres quadratos, ut compositus ex ipsorum quadratis faciat quadratum.

Cur autem non quærat *duo quadratoquadratos quorum summa sit quadratus?* Sane hæc quæstio est impossibilis, ut nostra demonstrandi methodus potest haud dubie expedire.

XXXIV (p. 287).

(Ad commentarium in quæstion. III Libr. VI.)

Quæstio Diophanti. — Invenire triangulum rectangulum, ut areæ ejus numerus, adsumens datum numerum, faciat quadratum. Esto datus 5.

Bachetus..... Quoniam vero hinc fortè venit in mentem Francisco Vietæ (1) quæstionem

(1) Viète, *Zeteticum* V, 9 (édition Schooten, p. 79) :
Invenire numero triangulum rectangulum, cujus area adjuncta dato plano ex duobus quadratis composito, conficiat quadratum.
Sit datum planum Z, planum compositum ex B quadrato et D quadrato. Effingatur trian-

applicari posse solis numeris qui e duobus quadratis componuntur, quia Diophantus in sua hypothesi sumpserat 5, e duobus quadratis compositum; quamvis ex ipso ductu analyseos Diophanteæ satis constet ad quemlibet numerum extendi problema, ne quis tamen supersit dubitandi locus, placet id etiam experientia comprobare....

Error Vietæ inde haud dubie oritur. Supposuit vir clarissimus differentiam duorum quadratoquadratorum, ut $1QQ - 1$, æquari areæ, cui adjiciendo quintuplum quadrati, fiat quadratus.

Si 5, numerus datus, dividatur in duos quadratos, poterit inveniri quintuplum quadrati a quo, dempta unitate, supersit quadratus. Ponatur igitur latus quadrati quintuplicandi esse $1N + 1$, aut alius quivis numerorum numerus $+ 1$. Quintuplum quadrati illius erit

$$5Q + 10N + 5,$$

cui, si adjicias aream, $1QQ - 1$, fiet

$$1QQ + 5Q + 10N + 4,$$

quæ summa debet æquari quadrato. Hoc autem non est operosum, quum numerus unitatum, ex hypothesi adjecta problemati, sit quadratus.

Non vidit Vieta quæstionem perinde resolvi posse si, loco $1QQ - 1$, sumpsisset pro area $1 - 1QQ$: eo enim deducenda statim quæstio ut datus numerus, 5 vel 6 vel alius quilibet, in quadratum ductus, adjectâ unitate, conficiat quadratum; quod generaliter est facillimum, quum unitas sit quadratus.

gulum rectangulum abs quadrato adgregati laterum B, D, et quadrato differentiæ eorumdem. Hypotenusa igitur similis erit B quad. quad. $2 +$ B quad. in D quad. $12 +$ D quad. quad. 2. Basis B in D in Z planum 8. Perpendiculum $\overline{B + D}$ quadrato in $\overline{B - D}$ quadratum 2. Adplicentur omnia ad $\overline{B + D}$ in $\overline{B - D}$ quad. 2, fiet area similis $\frac{\text{Z plano in B in D. 2}}{\overline{B - D}\text{ quad.}}$. Adde Z planum; quoniam $\overline{B - D}$ quad. $+$ B in D 2 æquatur B quadrato $+$ D quadrato, id est æquatur Z plano, summa erit $\frac{\text{Z planoplanum}}{\overline{B - D}\text{ quad.}}$, quadratum a radice $\frac{\text{Z plani}}{\overline{B - D}}$.

Sit Z planum 5, D 1, B 2. Triangulum rectangulum erit hujusmodi : $\frac{82}{6}$, $\frac{80}{6}$, $\frac{18}{6}$. Area $\frac{720}{36}$, id est 20. Adde 5. Summa fit 25, cujus radix est 5.

Nos peculiari methodo.(1) quæstionem hanc et duas proximas (2) resolvimus, cujus beneficio, dum quærimus triangulum cujus area, unà cum 5, verbi gratia, conficiat quadratum, triangulum in minimis (3) exhibemus

$$\frac{9}{3},\quad \frac{40}{3},\quad \frac{41}{3},$$

cujus area 20, addito 5, facit quadratum 25. Sed de ratione et usu nostræ hujus methodi non est hujus loci plura addere; non sufficeret sane marginis exiguitas, multa enim habemus huc referenda.

XXXV (p. 289).

(Ad quæstion. VI Libr. VI.)

Invenire triangulum rectangulum ut numerus areæ, adsumens unum laterum circa rectum, faciat datum numerum.

(1) La méthode de Diophante peut se représenter comme suit : soient a le nombre donné, et

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)y,\quad \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)y,\quad 2y$$

le triangle cherché, on devra rendre carré $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)y^2 + a$. En égalant cette expression à $\left(x + \frac{2m^2a}{x}\right)^2 y^2$, on arrive à tirer rationnellement, en fonction d'arbitraires m et n,

$$x = \frac{a(4a^2m^4 + 1) - n^2}{4amn} \qquad \text{et} \qquad y = \frac{ax}{2max + n^2}.$$

(2) Diophante, VI, 4 : *Invenire triangulum rectangulum ut areæ numerus multatus dato numero faciat quadratum.*

Diophante, VI, 5 : *Invenire triangulum rectangulum ut numerus areæ detractus a dato numero faciat quadratum.*

La méthode de Diophante, pour ces deux problèmes, est analogue à celle qu'il a suivie pour VI, 3.

(3) De fait, ces nombres reviennent à ceux de Viète. Comparez au reste Jacques de Billy (*Doctrinæ analyticæ inventum novum*, I, 37, p. 10) :

« Vieta, L. V Zetet. 9, infeliciter solvit quæstionem tertiam libri sexti Diophanti; quum enim iste proponat invenire triangulum rectangulum cujus area assumens datum numerum faciat quadratum, coarctavit Vieta quæstionem ad datum numerum ex duobus quadratis compositum. At Fermatius innumeris modis solvit problema de dato quocumque numero : si enim detur 3, numeri sequentes exhibent triangulum quæsitum :

$$\frac{1\,441\,889}{416\,160},\quad \frac{1\,397\,825}{416\,160},\quad \frac{34}{40}.$$

Hæc propositio et sequentes aliter fieri possunt (1) :

Fingatur triangulum, in hac propositione, abs dato numero et unitate, et plana lateribus similia applicentur ad summam unitatis et numeri dati, orietur quæsitus triangulus.

XXXVI (p. 290).

(Ad quæstion. VII Libr. VI.)

Invenire triangulum rectangulum, ut numerus areæ, multatus uno laterum circa rectum, faciat datum numerum.

Fingatur triangulum abs dato numero et unitate, et plana lateribus similia applicentur ad differentiam dati numeri et unitatis (2).

Hæc quæstio (3), per viam qua hujusmodi duplicatas æqualitates infinitis modis resolvimus, infinitas recipit solutiones; modum autem quo utimur tetigimus et explicavimus infra ad quæstionem 24.

Imo et solutiones illæ infinitæ aptantur quatuor sequentibus quæstionibus (4), quod nec Diophantus nec Bachetus animadvertit. Cur

(1) Soit a le nombre donné; la solution de Diophante revient à prendre, pour le triangle,

$$\frac{a^2+1}{a+1}, \quad a-1, \quad \frac{2a}{a+1}.$$

L'aire, plus le dernier côté, est identiquement a.

La solution de Fermat est précisément la même; seulement il la pose directement, au lieu de suivre les longs détours de Diophante, qui masquent la construction effective du triangle.

(2) Cette solution est encore, de fait, la même que celle de Diophante, comme pour le problème précédent.

(3) Il faut entendre ici à la fois les problèmes VI, 6 et 7 de Diophante.

(4) VI, 8 : *Invenire triangulum rectangulum ut area, adsumens utrumque laterum circa rectum, faciat datum numerum.*

VI, 9 : *Invenire triangulum rectangulum, ut numerus areæ, multatus summâ laterum circa rectum, faciat datum numerum.*

VI, 10 : *Invenire triangulum rectangulum ut areæ numerus, adsumens summam hypotenusæ et alterius laterum circa rectum, faciat datum numerum.*

VI, 11 : *Invenire triangulum rectangulum ut numerus areæ, multatus summâ hypotenusæ et alterius laterum circa rectum, faciat datum numerum.*

Pour tous ces problèmes, comme pour les deux précédents, Diophante arrive à une *double équation*, dont son procédé ne tire qu'une solution unique.

autem neque Diophantus neque Bachetus sequentem quæstionem addiderunt?

Invenire triangulum rectangulum ut unum ex lateribus areâ multatum faciat datum numerum.

Certe hanc videntur ignorasse, quia non statim se prodit in resolutione duplicatæ æqualitatis; verùm ex nostra methodo facile potest inveniri.

Similiter in sequentibus quæstionibus tertius hic casus suppleri potest (1).

XXXVII (p. 292).

(Ad quæstiones VIII et IX Libri VI.)

Addi potest ex nostra methodo sequens quæstio :

Invenire triangulum rectangulum ut summa laterum multata areâ conficiat datum numerum.

XXXVIII (p. 294).

(Ad quæstiones X et XI Libri VI.)

Addi potest ex nostra methodo sequens quæstio :

Invenire triangulum rectangulum ut summa hypotenusæ et alterius lateris circa rectum, multata areâ, faciat datum numerum.

Imo et sequens addi potest Bacheti commentariis (2) :

Invenire triangulum <rectangulum> ut hypotenusa detractâ areâ faciat datum numerum.

(1) *Voir* les Observations XXXVII, XXXVIII, XL, XLI.

(2) Dans son commentaire sur VI, 11, Bachet avait traité la question : *Invenire triangulum rectangulum ut area, detractâ hypotenusâ, faciat datum numerum.*

XXXIX (p. 298).

(Ad quæstion. XIII Libr. VI.)

Invenire triangulum rectangulum ut numerus areæ, adsumens alterutrum laterum circa rectum, faciat quadratum.

Unius tantum speciei triangula Diophantus exhibet propositum adimplentia; sed ex nostra methodo suppetunt infinita diversæ speciei triangula quæ ex Diophanteo per ordinem derivantur.

Sit igitur inventum triangulum 3.4.5, cujus hæc est proprietas « ut qui fit mutuo ductu laterum circa rectum, adscito solido sub majore laterum circa rectum, intervallo eorumdem, et areâ contento, faciat quadratum (1) ». Ab eo deducendum aliud ejusdem proprietatis.

Sit majus ex lateribus circa rectum trianguli quæsiti 4; minus vero $3 + 1N$. Rectangulum sub lateribus circa rectum, adscito solido sub majore laterum circa rectum, intervallo eorumdem, et areâ contento, facit

$$36 - 12N - 8Q,$$ quæ ideo debent æquari quadrato.

Quum autem latera, 4 et $3 + 1N$, sint latera circa rectum trianguli rectanguli, debent etiam eorum quadrata juncta æquari quadrato; quadrata illa juncta faciunt

$$25 + 6N + 1Q,$$ quæ idcirco etiam æquanda quadrato.

(1) Cette condition est empruntée au texte latin du problème. Le procédé de Diophante revient en effet à prendre comme triangle cherché : az, bz, cz; puis à poser (supposant $b > c$) $z = \dfrac{b}{x^2 - \dfrac{bc}{2}}$. Il arrive ainsi à avoir à rendre carré

$$bcx^2 + b(b-c)\frac{bc}{2} = y^2.$$

Or, si le triangle (a, b, c) est tel que

$$bc + b(b-c)\frac{bc}{2} = p^2,$$

Diophante sait construire une infinité de valeurs de $x = \dfrac{q^2 - 2pq + bc}{q^2 - bc}$, donc de z. Mais tous les triangles ainsi obtenus sont semblables; Fermat cherche donc à déterminer un autre triangle (a, b, c) que celui trouvé par Diophante $(5, 4, 3)$.

Et oritur duplicata æqualitas, nam

$$36 - 12N - 8Q \quad \text{et etiam} \quad 25 + 6N + 1Q$$

debent æquari quadrato. Ejus æqualitatis duplicatæ solutio est in promptu.

XL (p. 302).

(Ad quæstion. XIV Libr. VI.)

Invenire triangulum rectangulum ut numerus areæ, multatus alterutro laterum circa rectum, faciat quadratum.

Ex nostra methodo solvetur sequens quæstio, alioquin difficillima :

Invenire triangulum rectangulum ut alterutrum laterum circa rectum, multatum areâ, faciat quadratum.

XLI (p. 307).

(Ad quæstiones XV et XVII Libri VI.)

15. Invenire triangulum rectangulum ut numerus areæ, tam hypotenusâ quam altero laterum circa rectum detracto, faciat quadratum.

17. Invenire triangulum rectangulum ut numerus areæ, tam hypotenusæ quam alterius laterum circa rectum numero adscito, faciat quadratum.

Tentetur beneficio nostræ methodi sequens quæstio, alioquin difficillima :

Invenire triangulum rectangulum ut tam hypotenusa quam unum ex lateribus, detractâ areâ, faciant quadratum.

XLII (p. 320).

(Ad quæstion. XIX Libr. VI.)

Invenire triangulum rectangulum ut areæ numerus cum hypotenusæ numero faciat quadratum, at circumferentiæ numerus sit cubus....

...Oportet itaque invenire quadratum aliquem, qui, binario adjecto, cubum faciat ... est igitur quadrati latus 5, cubi vero 3; ipse quadratus 25, cubus 27....

An autem alius in integris quadratus, præter ipsum 25, inveniatur

qui adsumpto binario cubum faciat, id sane difficilis primo obtutu videtur disquisitionis. Certissimâ tamen demonstratione probare possum nullum alium quadratum, præter 25, in integris adjecto binario facere cubum. In fractis ex methodo Bacheti (1) suppetunt infiniti, sed doctrinam de numeris integris, quæ sane pulcherrima et subtilissima est, nec Bachetus, nec alius quivis cujus scripta ad me pervenerint, hactenus calluit.

XLIII (p. 329).

(Ad commentarium in quæstion. XXIV Libr. VI.)

Quæstio Diophanti. — Invenire triangulum rectangulum ut numerus circumferentiæ sit cubus, et adscito areæ numero, faciat quadratum.

Bachetus..... Quoniam verò in his libris Diophantus diversimode utitur duplicata æqualitate, non abs re me facturum arbitror, si omnes quos usurpat modos sigillatim recenseam et unum in locum quæ sparsim a nobis adnotata sunt, collecta conjiciam, ut sic tota duplicatæ æqualitatis doctrina discentium animis firmius inhæreat. Nec solas Diophanti hypotheses afferemus, sed et alias plerumque exhibebimus, quibus varia hujusmodi æquationum symptomata declarentur, novamque insuper quam excogitavimus æquationis rationem, quamque ad quadragesimam quintam quarti explicavimus, aliis adjiciemus.

Ubi non sufficiunt duplicatæ æqualitates vel διπλοισότητες, recurrendum ad τριπλοισότητας seu triplicatas æqualitates, quæ est nostra inventio, ad plurima problemata pulcherrima præviam facem præferens.

Æquentur videlicet quadrato $\begin{cases} 1N+4, \\ 2N+4, \\ 5N+4, \end{cases}$

oritur triplicata æqualitas cujus solutio per medium duplicatæ æqualitatis est in promptu.

(1) D'après cette méthode (p. 321), si l'on a une solution x_1, y_1 de l'équation indéterminée

$$x^3+a=y^3$$

et que l'on pose

$$x=x_1-z, \qquad y=y_1-\frac{2x_1}{3y_1^2}z,$$

on peut tirer z rationnel :

$$z=\frac{36x_1^3-27y_1^3}{8x_1^3}.$$

Si ponatur, loco 1N, numerus unà cum 4 quadratum conficiens, verbi gratia, $1Q+4N$, fiet

primus numerorum æquandorum quadrato	$1Q+4N+4$;
secundus igitur erit	$2Q+8N+4$,
tertius	$5Q+20N+4$.

Primus autem, ex constructione, est quadratus : ergo debent æquari quadrato

$$2Q+8N+4 \quad \text{et} \quad 5Q+20N+4,$$

et oritur duplicata æqualitas quæ unicam certe exhibebit solutionem (1), sed eâ exhibitâ prodibit rursum nova, et a secundâ tertia deducetur, et in infinitum.

Quod opus ita procedet ut, invento valore 1N, rursus ponatur 1N esse 1N + numero qui primum ipsi 1N inventus est æqualis. Hac enim viâ infinitæ prioribus solutionibus solutiones accedent et postrema semper derivabitur a proxime antecedenti.

Hujus inventionis beneficio infinita triangula ejusdem areæ possumus exhibere (2), quod ipsum videtur latuisse Diophantum, ut patet ex quæstione octava Libri V, in qua tria tantum triangula æqualis areæ investigat ut sequentem quæstionem in tribus numeris construat, quæ ad infinitos, ex iis quæ nos primi deteximus, recipit extensionem.

(1) D'après les procédés de Diophante, cette solution s'obtient comme suit :
Soit la double équation

$$ax^2+bx+c^2=u^2, \qquad a'x^2+b'x+c^2=v^2,$$

on en conclut

$$(a-a')x^2+(b-b')x=u^2-v^2.$$

On satisfera à cette relation en posant

$$2c\frac{a-a'}{b-b'}x+2c=u+v, \qquad \frac{b-b'}{2c}x=u-v.$$

De ces deux équations on tirera la valeur de u ou de v, et, en substituant dans une des deux premières, on obtiendra pour x une valeur rationnelle déterminée.

(2) *Voir* Observation XXIII. Fermat renvoie d'ailleurs à la présente Observation XLIII dans les suivantes : VI, XVI, XXII, XXXI.

XLIV (p. 333).

(Ad idem commentarium.)

Huic de duplicatis æqualitatibus tractatui multa possemus adjungere quæ nec veteres nec novi detexerunt. Sufficit nunc, ut methodi nostræ dignitatem et usum asseramus, ut quæstionem sequentem, quæ sane difficillima est, resolvamus.

Invenire triangulum rectangulum numero, cujus hypotenusa sit quadratus, et pariter summa laterum circa rectum (1).

Triangulum quæsitum repræsentant tres numeri sequentes :

4 687 298 610 289, 4 565 486 027 761, 1 061 652 293 520.

Formatur autem a duobus numeris sequentibus :

2 150 905, 246 792.

Aliâ autem methodo sequentis quæstionis solutionem deteximus :

Invenire triangulum rectangulum numero ea conditione ut quadratum

(1) Billy (*Doctrinæ analyticæ inventum novum*, I, 23, p. 7) : Quæratur, verbi gratia, triangulum rectangulum cujus tam hypotenusa quam summa laterum circa rectum sit numerus quadratus. Formetur triangulum ab obviis numeris $1N+1$ et $1N$; ergo tria latera erunt : $2Q+1+2N$, $1+2N$, $2N+2Q$. Igitur hypotenusa, $2Q+1+2N$, et summa laterum circa rectum, $2Q+1+4N$, æquantur quadrato, et fit, per methodum communem, valor radicis $-\frac{12}{7}$, unde duo numeri, a quibus formatum est triangulum, erunt $-\frac{5}{7}$ et $-\frac{12}{7}$, seu in integris, accipiendo solos numeratores, -5, -12. Triangulum autem inde formatum est : 169, 119, 120. Unde infero ad solutionem problematis inveniendum esse aliquod triangulum rectangulum cujus hypotenusa sit quadratus, et differentia laterum circa rectum sit quadratus, atque hæc conclusio elicitur vi analyseos præcedentis; istud autem triangulum est 169, 119, 120, quod formatur vel ab -5 et -12, vel a $+5$ et $+12$. Quare itero operationem et formo triangulum quæsitum ab $1N+5$ et 12, et pervenio tandem ad æqualitatem duplicatam quæ non dabit amplius numeros fictos, sed veros, beneficio trianguli illius primitivi, ut distinctius videbitur infra num. 45....

(*Ibid.*, 45, p. 13) : *Invenire duos numeros quorum summa faciat quadratum et quorum quadrata simul juncta faciant quadratoquadratum.*

Istud problema idem plane est cum superiori quo quærebatur triangulum rectangulum cujus hypotenusa et summa laterum sit quadratus, aliàsque fuit propositum plerisque doctissimis Mathematicis a Fermatio nostro sine solutione. Utere igitur triangulo primitivo supra invento (num. 23) 169, 119, 120, quod formatur ab 5 et 12, et forma triangulum ab $1N+5$ et 12. Latera erunt : $1Q+169+10N$, $1Q-119+10N$, $24N+120$. Igitur

a differentia laterum circa rectum minus duplo quadrati a minore latere conficiat quadratum.

Unum ex triangulis quæ huic quæstioni aptantur est id quod sequitur :

1525, 1517, 156;

formatur a numeris 39 et 2.

Imo confidenter adjungimus duo triangula rectangula quæ jam exposuimus ad solutionem duarum propositarum quæstionum esse minima omnium in integris quæstionem adimplentium.

Methodus nostra hæc est : Quæratur quæstio proposita secundum methodum vulgarem. Si non succedat solutio post absolutam operationem, quia nempe valor numeri notâ defectûs insignitur et ideo minor esse nihilo intelligitur, non tamen despondendum animum confidenter pronuntiamus (quæ oscitantia, ut loquitur Vieta (1), fuit et

hypotenusa, $1Q+169+10N$, et summa laterum circa rectum, $1+1Q+34N$, æquantur quadrato; duc summam istam laterum in 169; ergo productus, $169Q+5746N+169$, cum hypotenusa, $1Q+169+10N$, æquantur quadratis. Ergo (per ea quæ dicta sunt num. 22) valor radicis est $\frac{2048075}{20566}$, et, juxta positiones, duo numeri a quibus nascetur triangulum quæsitum, 4 687 298 610 289, 4 565 486 027 761, 1 061 652 293 520. Nam et hypotenusa est quadratus et summa laterum, et quadrata laterum æquantur quadrato hypotenusæ; proindeque duo latera circa rectum sunt duo numeri quæsiti, tum quia illorum summa quadratus est, tum quia horum quadrata simul juncta faciunt quadratoquadratum....

(*Ibid.*, 22, p. 7) : Iterum sit solvenda æqualitas duplicata : $169Q+5746N+169$, et $1Q+10N+169$. Tripliciter ista æqualitas solvi potest : Primo accipiendo differentiam terminorum illorum, quæ est $168Q+5736N$, et eligendo duos producentes in quorum uno sit 26, duplum videlicet lateris quadrati 169; atque hæc est methodus communis. Secundo, solvi potest revocando diversos quadratorum numeros ad eumdem, quod fieret ducendo singulas particulas numeri posteriores in 169, ut explicatum est num. 4. Tertio, solvetur eadem æqualitas eligendo producentes $14N$ et $12N+\frac{2868}{7}$; ita enim summa radicum erit $26N$, duplum lateris quadrati $169Q$; atque hæc est methodus Fermatiana quæ dat pro valore radicis $\frac{2048075}{20566}$.

La première méthode indiquée par Jacques de Billy donnerait la valeur $\frac{769485031}{324005650}$; *la seconde est illusoire, car elle donne pour valeur zéro.*

(1) Viète (*In artem analyticen Isagoge*, cap. I, éd. Schooten, p. 1, l. 23-25) : Forma autem Zetesin ineundi ex arte propriâ est, non jam in numeris suam Logicam exercente, *quæ fuit oscitantia veterum Analystarum.*

ipsius et veterum analystarum), sed iterum quæstionem tentemus et pro valore radicis ponamus 1N — numero quem sub signo defectûs æquari radici incognitæ in prima operatione invenimus, prodibit nova haud dubie æquatio quæ per veros numeros solutionem quæstionis repræsentabit.

Et hac via superiores duas quæstiones alioquin difficillimas resolvimus; demonstravimus pariter et construximus numerum ex duobus cubis compositum in duos alios cubos dividi posse (1), sed hoc per iteratam ter aliquando operationem : sæpius enim contingit ut veritas quæsita ad multiplices operationum iterationes solertem et industrium necessario adigat analystam, ut facillime experiendo deprehendes.

APPENDIX (2).

Proposuit feliciter satis plerosque duplicatæ æqualitatis et modos et casus subtilis ille et doctissimus analysta Bachetus ad quæstionem 24am Libri VI Diophanti, sed integram sane non demessuit segetem : quas enim quæstiones unicâ tantum, aut ad summum duplici solutione circumscribit, ad infinitas porrigere et promovere nihil vetat, imo proclivi id exsequi operatione est in promptu.

Proponatur sextus modus quem ipse satis prolixe explicat pag. 439 et 440 (3) : casus omnes ab ipso enumerati, ex nostra quam mox exhi-

(1) *Voir* Observation IX.

(2) Ce fragment est tiré du préambule du *Doctrinæ analyticæ inventum novum* de Jacques de Billy (p. 2), où il suit le passage ci-après :

« Quis ex primitivis radicibus elicuit derivativas, tum primi gradus, tum secundi, tum tertii et sic deinceps in infinitum? nemo plane : uni Fermatio debetur hoc inventum; unus ille hæc omnia non ex alienis cumulavit operibus, quod rhapsodi quidam facere consueverunt, sed proprio marte cudit et ex suis ipse fontibus hausit : hoc illo quum mihi amicissime communicasset per literas, judicavi dignissimum quod typis mandaretur, et ne ab ejus mente ullatenus recedam, exscribendum mihi videtur in primis compendium quoddam totius methodi, cui nomen debit *Appendicis ad dissertationem Claudii Gasparis Bacheti de duplicatis apud Diophantum æqualitatibus*. En ipsissima illius verba. »

(3) Pages 332-333 de l'édition de Samuel Fermat. « Sextus modus est quando propositi numeri diversimode componuntur ex Quadratis, Numeris et Unitatibus, ...

» Primo ergo accidit utrumque propositorum numerorum componi ex tribus speciebus supra dictis et eorum intervallum unicâ tantum constare specie....

» Secundo accidit utrumque propositorum numerorum ex duabus componi speciebus, alterum scilicet ex Quadratis et Unitatibus, alterum ex Numeris et Unitatibus, intervallum autem illorum constare ex Quadratis et Numeris....

» Tertio accidit alterum propositorum numerorum componi ex Quadratis, Numeris et Unitatibus, alterum ex Quadratis et Numeris....

» Quarto accidit alterum propositorum numerorum componi ex Quadratis, Numeris et Unitatibus, alterum ex Quadratis et Unitatibus....

» Quinto denique accidit alterum propositorum numerorum componi ex Quadratis, Numeris et Unitatibus, alterum vero ex Numeris et Unitatibus.... »

bituri sumus methodo, infinitas admittunt solutiones, quæ a prima per iteratas analyses gradatim in infinitum derivantur.

Methodus hæc est : Quæratur solutio quæstionis propositæ secundum methodum vulgarem, hoc est secundum methodum Bacheti aut Diophanteam, prodibit statim valor numeri sive radicis ignotæ; quo peracto, iteretur analysis, et, pro valore novæ investigandæ radicis, ponatur una radix plus numero unitatum prioris radicis. Reducetur quæstio ad novam æqualitatem duplicatam, in qua unitates utrimque reperientur quadratæ, propter priorem solutionem; ideoque differentia æquationum ex numeris tantum et quadratis, quæ sunt proximæ inter se species, constabit : quare resolvetur, ex Diophanto et Bacheto, nova hæc duplicata æqualitas. Ex qua, pari artificio, tertia, et ex tertia quarta, et sic in infinitum, deducentur.

Quod non advertisse aut Diophantum, aut Bachetum, imo et Vietam, dispendium hucusque Analyseos maximum fuit. Sed præcipuum inventionis nostræ artificium in iis se prodit quæstionibus, in quibus primigenia analysis, pro valore incognitæ radicis, exhibet numerum notâ defectûs insignitum, qui ideo minor esse nihilo intelligitur. Methodus autem nostra in hoc casu, non solum in problematis quæ per duplicatas æqualitates solvuntur locum habet, sed generaliter in aliis quibuscumque, ut experienti notum fiet.

Sic igitur procedit : Quæratur etc. (*vide supra*, p. 337, l. 10, *usque ad* repræsentabit, p. 338, l. 5) (1).

(1) Billy ajoute : « Hactenus Fermatius ». Les différences, pour cet alinéa, entre le texte de l'*Observatio* publié par Samuel Fermat (S) et le texte de l'*Inventum novum* (B) sont les suivantes :

P. 337, l. 12, notâ defectûs insignitur S habet notam defectûs B; 13, intelligitur S deprehenditur B; 14, ut loquitur Vieta S ut verbis Vietæ utar B.

XLV (p. 338-339).

(Ad problema XX commentarii in ultimam quæstionem Arithmeticorum Diophanti.)

BACHETUS : Invenire triangulum rectangulum, cujus area sit datus numerus. Oportet autem ut quadratus areæ duplicatæ, additus alicui quadratoquadrato, faciat quadratum.

Area trianguli rectanguli in numeris non potest esse quadratus.

Hujus theorematis a nobis inventi demonstrationem, quam et ipsi tandem non sine operosa et laboriosa meditatione deteximus, subjungemus. Hoc nempe demonstrandi genus miros in Arithmeticis suppeditabit progressus.

Si area trianguli esset quadratus, darentur duo quadratoquadrati quorum differentia esset quadratus; unde sequitur dari duo quadratos quorum et summa et differentia esset quadratus : datur itaque numerus, compositus ex quadrato et duplo quadrati, æqualis quadrato, ea conditione ut quadrati eum componentes faciant quadratum. Sed, si numerus quadratus componitur ex quadrato et duplo alterius quadrati, ejus latus similiter componitur ex quadrato et duplo quadrati, *ut facillime possumus demonstrare;* unde concludetur latus illud esse summam laterum circa rectum trianguli rectanguli, et unum ex quadratis illud componentibus efficere basem, et duplum quadratum æquari perpendiculo.

Illud itaque triangulum rectangulum conficietur a duobus quadratis quorum summa et differentia erunt quadrati. At isti duo quadrati minores probabuntur primis quadratis primo suppositis, quorum tam summa quam differentia faciunt quadratum : ergo, si dentur duo quadrati quorum summa et differentia faciant quadratum, dabitur in integris summa duorum quadratorum ejusdem naturæ, priore minor.

Eodem ratiocinio dabitur et minor istâ inventa per viam prioris, et semper in infinitum minores invenientur numeri in integris idem præstantes. Quod impossibile est, quia, dato numero quovis integro, non possunt dari infiniti in integris illo minores.

Demonstrationem integram et fusius explicatam inserere margini vetat ipsius exiguitas.

Hac ratione deprehendimus et demonstratione confirmavimus *nullum numerum triangulum, præter unitatem, æquari quadratoquadrato.*

XLVI (p. 16_1).

(Ad commentarium in propositionem IX Diophanti *De multangulis numeris.*)

BACHETUS : Dato latere invenire polygonum.... Dato polygono invenire latus.

Propositionem pulcherrimam et mirabilem, quam nos invenimus, hoc in loco sine demonstratione apponemus :

In progressione naturali, quæ ab unitate sumit exordium, quilibet numerus in proxime majorem facit duplum sui trianguli; in triangulum proxime majoris, facit triplum suæ pyramidis; in pyramidem proxime majoris, facit quadruplum sui triangulotrianguli; et sic uniformi et generali in infinitum methodo.

Nec existimo pulchrius aut generalius in numeris posse dari theorema. Cujus demonstrationem margini inserere nec vacat, nec licet.

XLVII (p. 40_1).

(Ad propositionem XXVII Bacheti Appendicis de numeris polygonis Libr. II.)

Unitas primum cubum; duo sequentes impares conjuncti, secundum cubum; tres sequentes, tertium cubum; quatuor succedentes, quartum; semperque uno plures sequentem deinceps in infinitum cubum aggregati impares constituunt.

Hanc propositionem ita constituo magis universalem.

Unitas primam columnam (1) in quacumque polygonorum progressione constituit; duo sequentes numeri, mulctati primo triangulo toties sumpto quot sunt anguli polygoni quaternario mulctati, secundam

(1) Fermat a voulu généraliser, pour les différentes sortes de nombres polygones, la notion de cube (produit par n du carré de côté n), et il a appelé *colonne* le produit par n du polygone de côté n. Cette expression technique, qu'il semble avoir forgée lui-même, est généralement restée incomprise.

columnam; tres sequentes, mulctati secundo triangulo toties sumpto quot sunt anguli polygoni quaternario mulctati, tertiam columnam; et sic eodem in infinitum progressu.

XLVIII (p. 41$_2$).

(Ad proposition. XXXI Bacheti Appendicis Libr. II.)

In hac progressione [*nempe* arithmetica, in qua minimus terminus æquatur differentiæ], productus ex cubo minimi in quadratum trianguli numeri terminorum æquatur aggregato cuborum a singulis.

Hinc sequitur cubum maximi, toties sumptum quot sunt numeri terminorum, ad aggregatum cuborum habere minorem rationem quam quadruplam.

APPENDICE.

I.

DÉDICACE DU DIOPHANTE DE 1670.

ILLVSTRISSIMO VIRO D. D. IOANNI BAPTISTÆ COLBERTO, REGI AB INTIMIS CONSILIIS ET A SECRETIS, ÆRARIJ CENSORI GENERALI, SVMMO REGIORVM ÆDIFICIORVM, NAVIGATIONIS ET COMMERCII PRÆFECTO, REGNI ADMINISTRO, ETC.

Prodit in lucem tuis auspicijs, Vir Illustrissime, Diophantus varijs auctus parentis mei obseruationibus; Illas mole quidem exiguas, sed pondere, ni fallor, maiores, quæ tua est summa humanitas, forsitan non aspernaberis, præsertim cum ad numeros pertineant qui radicis instar ac velut in centro Matheseos positi, diffunduntur in omnes illius circuli partes. Cur enim Geometria, et quidquid ei affine est, alium quam te ambiat Patronum, qui terrarum orbem animo metiris, vt in extremis Regionibus in quibus olim emoriens natura defecisse videbatur, præclara Regis maximi facta celebrentur, et Barbarorum pectora liberalibus imbuta disciplinis mitescant. Cum vero illas ferè omnes aut earum semina Mathesis contineat, menti imperio natæ et membris famulitio aptis opitulatur, pacisque ac belli temporibus idonea, non tantum Regijs ædibus magnificè extruendis, sed etiam vrbibus tutò propugnandis vtilem se præbet. Huius doctrinæ non immeritò captus illecebris Parens meus, quem adhuc lugeo, illam succisiuis horis in medio forensium negotiorum strepitu, absque vllo tamen Iurisprudentiæ, et Senatorij muneris dispendio non infeliciter excoluit. An autem hæ, quas tibi, Vir Illustrissime, offero lucubrationes, pondere, vt dixi, majores sint quam mole, si satis otij suppeteret, tu facillimè iudicares, qui Lynceâ sagacitate in abdita quæque penetrans, veritatem ab errore

non minus quam veram virtutem à fucatâ secernis, et eorum qui operam nauant ærario puras manus æquè dignoscis, ac puritatem auri se probare posse Matheseos quondam ille genius Archimedes celeberrimo circa coronam Hieronis experimento demonstrauit. Sed te aliò vocant multa magnaque, in quibus ita versaris, vt te pluribus parem, et adhuc majoribus dignum ostendens, inuicti Principis famam, illiusque subditorum leuamen, tibi laborum metam proponas. Id abunde testantur commercij reparatæ, et Piratarum repressæ vires qui Herculem Gallicum Herculeas columnas transeuntem et vtrumque mare committentem vident è latebris tanquam è Caci speluncâ et pertimescunt; idem quoque testantur portus bellicis instructi nauibus quæ peregrinis non indigent armamentis, et hostibus terrorem incutiunt vt pateat qui mari potitur, eum rerum potiri; testantur denique hinc restauratæ tuis curis Artes, nobilique consortio, vt egregiorum æmulatione opificum certatim augeri ac perfici possint, tuâ industriâ sociatæ, illinc scientiarum arcana in tuis ipsis penatibus mirum in modum illustrata. Quæ satis fidem faciunt quantum tibi cordi sit non solum vt Regni, sed etiam vt Reipublicæ litterariæ fines promoueantur et vt quidquid ex nouo illius orbe aduehitur, aspirante tui fauoris aurâ obliuionis et inuidiæ scopulos vitare possit; nunquam illos metuet hoc tui nominis præsidio munitum opus, si benignâ manu, vt enixè rogo, suscipias istud æterni monumentum obsequij, quod tibi voveo,

Addictissimus

S. Fermat.

II.

PRÉFACE DU DIOPHANTE DE 1670.

Lectori Beneuolo.

Diophantvm hìc habes, et varias quibus auctus est obseruationes, paucas illas quidem et breues, non tamen contemnendas; nec enim me latet hujusmodi opera ponderari potius quam numerari à peritis æstimatoribus, quibus vnica demonstratio, imò interdum vnicum Problema magni voluminis instar est; in Mathematicis nimirum disciplinis, noua Laconico licet more exhibita veritas pluris fieri solet, quam verbosa quorumdam tautologia; Doctis tantum quibus pauca sufficiunt, harum obseruationum auctor scribebat, vel potius ipse sibi scribens, his studijs exerceri malebat quam gloriari; adeo autem ille ab omni ostentatione alienus erat, vt nec lucubrationes suas typis mandari curauerit, et suorum quandoque responsorum autographa nullo servato exemplari petentibus vltrò miserit; norunt scilicet plerique celeberrimorum huius sæculi Geometrarum, quam libenter ille et quantâ humanitate, sua ijs inventa patefecerit; Quamobrem superstites quosdam Ipsius amicos, sæpe hortatus sum sæpiusque hortabor, vt si quos illius ingenij partus blandâ manu susceperint, illos in musæi vmbrâ diutius delitescere non patiantur; dum autem plura quæ breui, vt spero, prodibunt, colligo, tibi non iniucundam fore duxi, novam horum Diophanti operum, istarumque simul obseruationum editionem : Illas Parens meus quasi aliud agens et ad altiora festinans margini variis in locis apposuit, præsertim ad quatuor vltimos libros; cum enim ardua sectaretur ille, faciliora et vulgo Logistarum nota quæ duobus primis libris continentur.

aut vt ipsius Diophanti verbis vtar, τὰ ἐν ἀρχῇ στοιχειωδῶς ἔχοντα ferè omnino prætermisit; Qualis autem Quantusque in Arithmeticis fuerit Diophantus, sat sciunt qui primis, vt dicitur, labris puram Logisticam gustauerunt; tredecim ille scripserat Arithmeticorum libros, quorum sex tantum extant, vnusque de numeris multangulis, reliqui vel temporis iniuriâ perierunt, aut alicubi forsan Thesauri instar ita seruantur, vt nullius videantur esse, dum publici juris fieri non possunt; meminit Diophanti Suidas in voce Hypathia, et Lucillius libro secundo Anthologiæ capite vigesimo secundo Diophanti Astrologi recordatur; an vero Suidas et Lucillius de hoc eodemque loquantur, nihil comperti habemus; eum multi circa Neronis tempora vixisse putant, nec deest qui Antonino pio imperante eum floruisse leuibus fretus coniecturis suspicetur; illud audacter asserere licet, hoc Auctore nullum antiquiorem hactenus innotuisse, qui hanc instaurauerit doctrinam, quam à Græcis acceptam Arabes cum ipso Algebræ nomine ad nos transmisisse existimantur; eximia vero Problemata quæ hoc opus complectitur, adeo humanæ mentis captum videntur superare, vt ad eorum explanationem indefesso Xylandri labore et mirandâ Bacheti sagacitate opus fuerit; duo illi fuere doctissimi horum librorum interpretes, nam vix eo nomine dignus est Græcus Scholiastes; Bombellius verò in Algebra quam Italico sermone vulgauit, Diophanti quæstionibus suas permiscens, fidi interpretis partes non sustinuit; neque eo functus est munere subtilissimus Vieta qui peragrans auia Logisticæ loca, nec alterius inhærens vestigiis, sua maluit in lucem proferre inuenta quam facem præferre Diophantæis; quantum autem Analyticam vltra veteres terminos promouerit Parens meus, tuum erit, Erudite Lector, judicium; vtinam ipsius cœptis non obstitissent angustiæ temporis, et plura parantem mors heu nimium immatura nobis illum non præripuisset! plura procul dubio ex eodem fonte manassent, nec suis quædam istorum problematum demonstrationibus carerent; quin vero ipse eas penes se, et in scrinio, vt ita loquar, pectoris habuerit, tum aliæ lucubrationes, tum illius animi candor et modestia dubitare non sinunt; licet autem à tot tantisque viris laudatus Parens, à liberis absque

inuidia laudari possit, nec illud ingenti luctui solatium, vel potius irritamentum denegari debeat, magis tamen libenter, ni fallor, illius encomium perleges quod in diario Doctorum elegantissimo, et in plerisque clarissimorum scriptorum libris occurrit; horum nonnulli magnificè jamdudum mentionem fecere variorum ipsius operum, quæ licet inedita non tamen latuerunt, vt abundè testantur quædam excerpta quæ adjicere non piget, et doctrinæ Analyticæ inuentum nouum, collectum ex varijs illius epistolis à R. P. Iacobo de Billy Societatis Iesu Sacerdote, cujus perspicacissimum ingenium et eruditio commendatione non egent, cum in ipsius operibus satis eluceant; cæterum quidquid in hoc erratum fuerit, id Typographorum incuriæ tribuas, et æqui bonique consulas quæso. Vale.

III.

DÉDICACE DES VARIA OPERA.

CELSISSIMO S. R. I. PRINCIPI FERDINANDO EPISCOPO PADERBORNENSI, COADIVTORI MONASTERIENSI, COMITI PYRMONTANO, LIB. BARONI DE FURSTENBERG. SAMVEL DE FERMAT S. P.

Si munus quod tibi, Celsissime Princeps, offero non respuas, grati simul animi et obsequii quodam erga te, ac pietatis officio erga Parentem fungi videbor : dum in illius operum Mathematicorum limine nomen statuo, quod injurias temporum et invidiæ morsus arcere possit. Quis enim unquam credat improbari quod tu semel probaveris, quem Arctoi syderis instar intuentur quicumque scientiarum pelagus sulcare cupiunt, mox tutius et tranquillius futurum, cùm fluctus omnino sedaverit lenior pacis aura quæ tandem spirare cœpit? Sic autem per omnes orbis literarii partes lucem spargis, ut te cuncti suspiciant et neminem despicias; ita multorum errorem Magnatum damnas qui veluti quodam summæ dignitatis privilegio sibi concessum existimant, ut non tantùm impune, verùm etiam splendidè possint esse indocti; et se contemnendos putent nisi Musas spernere audeant. Sed abundè tua probat authoritas nulli magis utiles esse literas, quàm ei qui, ùt decet, Pastor populorum esse velit, nulli plus gloriæ afferre : quia rarò conveniunt imperii comes sollicitudo, et aptus colendæ menti secessus. Idem profectò centrum ferè nunquam habent civilium curarum et sublimium disciplinarum circuli : in tanto negotiorum circuitu rectà ad doctrinæ culmen ascendere non minùs forsan difficile Politico videatur, quàm

Geometræ curvas rectis æquare, cujus rei specimen exhibet hic edita dissertatio. Superavit tamen omnes obices tua Celsitudo, tibique fidum in mediis tempestatibus portum condere potuisti, et egregiis plerisque scriptoribus quos tuarum fama virtutum ad Paderæ fontes allicit, ubi venam quovis latice puriorem nanciscuntur, ubi te præeunte citiùs discunt quò properandum sit, quàm si studiis in umbra educatis anxiè semotos calles investigarent. Longum scilicet iter est per præcepta, breve per exempla, brevissimum per exempla Principis viri, quem etiam avia peragrantem loca plurimi libenter sequi conantur; sed paucissimi sunt qui tuis inhærere vestigiis queant; et dum optas

Voce ciere viros, Phœbumque accendere cantu,

vocis tuæ suavitas tuis non mediocriter votis obstat. Deterret nimirum qui sic hortatur; silere docet, qui tam doctè loquitur. Id ego experior quoties opera tua pervolvo, quæ mihi licet ignoto et immerenti mittere voluisti : illa semper, adulationis expers, cujus causas procul habeo, mirari simul et laudare gaudeo quæ vix quisquam imitari posse confidat. Monumentis enim Paderbornensibus, quæ tam munificè restaurans tam eleganter celebras, monumentum longè perennius exegisti : si Quinctilii Vari, cujus cladem cedro dignis carminibus memoras, Legiones Romæ reddi nequeunt, at saltem tui sermonis illecebris et venustate Vari vel Augusti sæculum ei reddere videris, Virgiliumque simul et Horatium ac utriusque præsidium et decus referre. Augurabatur olim lepidus Vates non defuturos Marones, quandiu sint Mæcenates, sed quidquid præclarum in Mæcenate et Marone fuit, in eodem pectore reperiri posse nemo speraverat, sive quòd nimia copia Poëtas inopes et steriles plerunque reddit (unde Theocritus * Diophanto fatetur artes excitari paupertate, quam laboris magistram vocat) sive quòd alienis carminibus ei non opus est qui suis satis oblectari potest, ut adoptivos liberos quærere non solet cui natura legitimam sobolem dedit. Verùm in te, Celsissime Princeps, collecta non sine stupore cer-

* Idyl. 16.

nimus, quæ divisa tam illustres alios effecerunt; et tua singularis humanitas, quæ tot eximias dotes connectens, cœlestes gemmas auro inserere videtur, spondet à te benignè excipiendum, tuoque in sinu fovendum hunc ingenii paterni partum, qui suo defensore orbatus, ùt posthumus, tuo patrocinio indiget, quod venerabundus exposco.

DE CELSISSIMO PRINCIPE FERDINANDO FURSTENBERGIO, EPISCOPO PADERBORNENSI, ETC.

OB AVREVM NVMISMA, IN QVO
illius imago conspicitur, missum.

Aurea Pierio quam culmine mittis imago
Quæ nostros ingressa lares fulgore replevit
Immeritamque manum, Phœbi ipsa referre videtur
Ora, solo qui cuncta fovet, nec florea tantum
Rura super lætus rutilat glebasque feraces,
Cernere sed sterilem non dedignatur arenam;
Sic hilares oculos simul et cum fronte serena
Innocuos mores insignis vultus adumbrat;
Sit tamen ars quamvis spectanda numismatis, illam
Effigiem superavit opus quodcunque Camænis
Sponte tuis fluxit dulci de fonte leporum :
Scilicet Aonij meliùs te vertice montis
Spirantem ostendunt Musæ, dum natus Olympo
Doctrinam pietate auges, castasque sorores
Ad superos tollens, dignoscis quam sit inane
Ornari ingenium, nimioque calescere motu,
Si vacuum æthereo pectus non uritur igne.
Luminibus quantis et quot virtutibus omnes
Suaviter* alliciens animos, validique catenis

* Illustrissimi Principis tessera SUAVITER ET FORTITER.

Eloquij blandus victor trahis! his ego sensi
Me placidè captum jampridem, nec tibi possim
Hoc magis addici, qui me devincit, honore.
At quas nunc grates referam? Te principe Vatum
Munera digna mihi Romanaque carmina desunt;
Carmina Mæcenas sed tu par ipse Maroni
Nostra nec expectas, nec vilia munera quæris.
Non eget exiguâ sublimis arundine laurus,
Et raucæ non vocis eget tua fama susurro;
Sat nitidis Latio quibus aurea redditur ætas
Eximias scriptis potuisti pandere dotes,
Purior illimi ceu splendens flumine solus,
Ut decet, ipse suis radijs se pingit Apollo.

DE PRINCIPIS EIVSDEM PRÆCLARO
Monumentorum Paderbornensium opere.

Dum Paderæ fontes æterno carmine Princeps
Aonij celebrat spes columenque chori,
Ut superat quæ sic ponit monumenta, suisque
Altius ipse aliud tollit ad astra modis!
Hujus Cana fides ornat pia pectora, mentem
Lux Sophiæ, Latij priscus et ora lepor.
Amissas* his olim Aquilas quæ flevit in arvis,
Delicias illinc Roma decusque trahit.
Fernandi eloquium Tiberis miratur, et ævi
Immemor, Augusti sæcla redire putat.

* Natus est Illustris. Princeps in ea Germaniæ parte in qua cæsæ fuerunt Quinctilii Vari Legiones.

DE EODEM PRINCIPE QUI MIRANDIS

ingenii doctrinæque dotibus stemmatis ac dignitatum splendorem augens, pacem omnibus morum et facundiæ suavitate persuadere possit.

ODE.

Nunc corda mulcens ò utinam Sacer
Notos recursans per fluvios Olor
Mox cogat infensos canorâ
Voce potens lituos silere;
Hic prima Pindi gloria cui favet
Phœbus, nitentem Lilia quem tegunt,
Quas ore non compescat iras
Pieriâ modulatus arte?
Ut cum querelis dulcisonis nemus
Vox blanda latè lusciniæ replet,
Discordis oblitæ susurri
Mille solent volucres tacere;
Non ille frustra sit patriæ datus
A quo feroces flecti animi queunt;
Martis nec incassum per arua
Threicius cecinit Sacerdos:
Orpheus parentem Calliopen colens
Lenire plectro quot didicit feras!
Sermone sic præstat domare
Pectora, quam superare ferro.

IV.

PRÉFACE DES VARIA OPERA.

Erudito Lectori.

Non te latet, Erudite Lector, opera Mathematica præfatione vix indigere : nam ut Paralogismi culpam frustrà longo sermone Geometra deprecari vellet, aut pro vera demonstratione falsam obtrudere; ita non opus est assensum solidæ rationis viribus debitum suppliciter efflagitare, quem adversarius videns sciensque, licet valdè reluctans, denegare non possit. Prætereà supervacaneum foret laudes Mathematum fusè celebrare, cùm hanc spartam tot egregij scriptores adornandam jampridem susceperint. Quis enim nescit Geometriam et uberes illius fructus ad cœlum evehi à Platone, qui non solùm eam divinitùs humanæ menti insitam, sed etiam ab ipso numine excoli putavit? nonne meritò Mathesis à Philone vocata fuit liberalium artium metropolis, quas, ubi desit illa, luminibus, et veluti manibus orbatas esse liquet? Unde à vero non aberrat qui ut manum instrumentum ante instrumenta, sic et Mathesin dici posse credit artem ante alias artes, cum illius terrâ marique, et bello ut pace, tam evidens utilitas sit; quod unus instar omnium docuit olim Archimedes, dum infirmus corpore sed invictus ingenio senex, obsidionis Syracusanæ pars maxima, patriæ vis summa fuit, Briareus et Centimanus à Romanis appellatus : quamobrem admiratione perculsum Marcellum licet hostem ab eo tot damnis affectum ei tamen inimicum esse noluisse Livius tradit, sed propinquis inquisitis honori præsidioque nomen, ac memoriam tanti viri fuisse. Mathematicas deinde disciplinas ansas Philosophiæ

videri quis diffiteatur? cum Philosophus quamvis abundè Logicæ versutijs et argutijs instructus, si lux mathematica non affulgeat in Physica comparari possit Polyphemo in spelunca occæcato, et muneris, quo frui potuit, usum nescienti, vini scilicet, cui præclarus non ita pridem Philosophus Geometriam similem dici posse arbitratus est, quod recens inflat, vetus oblectat et vires auget. At non istorum operum Authorem inflavit unquam Mathesis, et tot demonstrationes, dum ab ipso non sunt editæ, quibuslibet argumentis meliùs demonstrant eum ab ostentatione laudisque cupidine alienum fuisse. Quòd autem de illarum sorte sollicitus non fuit, ferè semper autographa nullo servato responsorum exemplari mittere solitus, parum abfuit quin hæc, quæ fortè non interitura credes, omninò extincta fuerint, antequam in publicam lucem prodirent. Hinc fit ut quia hæc sparsim disjecta colligere facile non fuit, fato posthumorum operum serò, pauciora, et minus culta typis edantur. Hinc etiam contingere poterit ut omnia quæ hic occurrent tibi non videantur nova : sed quamvis alij de quibusdam rebus, quas hic invenies, scripserint et lucubrationes suas priùs vulgaverint, non ideò minùs hæc inventa istorum operum Authori debentur, qui adeò fastûs, et invidiæ expers fuit, ut aliena suis sat aliunde notis immiscuisse credi non possit, qui sua vix sibi tribuebat. Ab eo, exempli causâ, libri duo Apollonij Pergæi de locis planis procul dubio restituti sunt, licet Franciscus Schooten Academiæ Lugduno Batavæ Professor illos à se restitutos asserat; nam sua typis mandavit Franciscus Schooten anno 1657. sed libros duos, qui hic extant, Apollonij Pergæi de locis planis se vidisse Lutetiæ manuscriptos, nec non ad locos planos et solidos Isagogen, testis omni exceptione major Herigonius asserit tomo 6. cursûs Mathematici editi anno 1634 (1). Credere tamen, vt dixi, malim Batavum Professorem eâdem de re scripsisse, quàm ab eo, vel à quovis alio aliquid perpetratum esse suspicari quod ingenuum animum dedeceat, vel inverecundiam plagij probare possit. Verum in

(1) *Voir* la note 1 de la page 171, où est rétablie la véritable date de la mention faite par Hérigone.

istis, ni fallor, operibus, de quibus te non ex parva mole judicaturum sat scio, occurret tibi non injucunda varietas, ut et in epistolis, quæ vel ab Authore, vel ad ipsum à plerisque doctissimis viris scriptæ fuerunt. Has inter sunt nonnullæ Pascalij in quibus ingenij non minùs tersi quàm perspicacis radios agnosces, quos ejusdem aliæ lucubrationes, et ipsæ satis exhibent Pascalij cogitationum reliquiæ : illud enim opus in quo *pendent opera interrupta*, multis eximium Matheseos circa res sacras specimen videtur, *æquataque machina cœlo*. Quis autem ignorat qualis quantusque Geometra et quam insignis in Academia Parisiensi Professor fuerit Robervallius, cujus hic aliquot epistolas legere poteris, et perlegisse gaudebis? Eduntur hic quoque nonnullæ Gallicè vel Italicè scriptæ à Kenelmo Digbæo, qui præter generis nobilitatem et honores gestos, non solùm ingenio doctrinâque, sed etiam pietate conspicuus fuit, ac veræ Religionis cultu, quam ut gladio, sic et calamo tueri conatus est, ut fidem facit aureus illius liber de veritate Catholicæ Religionis Anglicè scriptus. Illis epistolis additur una aut altera Frenicli, cujus miram Arithmetica problemata solvendi facilitatem à multis prædicatam, et ejusdem responsis confirmatam Analystæ norunt. Quas verò non adjecimus circà Cartesianam Dioptricam epistolas legere poteris in tertio volumine epistolarum Cartesij cujus stupendæ sagacitatis circà Geometriam admiratione se captum fatetur is etiam qui nonnunquam ab eo dissentit. Ut autem in varijs istis operibus, sic et in epistolis multa reperies quæ ad Geometriam, vel Analyticen pertinent aut numerorum arcana, de quibus si plura videre cupias, habes observationes ad Diophantum, cujus opera typis mandari curavi anno 1670. et Doctrinæ Analyticæ inventum novum collectum è variis epistolis D. Petri de Fermat ab insigni Geometra R. P. Jacobo de Billy S. J. Sacerdote. Est hic prætereà nonnihil circa Mechanicam et Geostaticam, nec non Dioptricam ac Physicam, circà quàm v. g. non contemnendam fore confido epistolam de proportione quâ gravia decidentia accelerantur, ad Gassendum, quæ ipsi Gassendo viro exquisitæ eruditionis, et candore ac moribus qui Christianum Philosophum decent, prædito non displicuit, ut ejus responso, licet brevi, satis patet.

Sic etiam celebris Itali Geometræ Abbatis Bened. Castelli epistola probat ei non displicuisse quæ hic scripta sunt circà motum gravium aut centrum gravitatis. Cæterùm in his Parentis mei operibus et epistolis quæ multas disputationes circà quæstiones arduas continent, et quibus duas addidimus criticis observationibus non spernendis refertas, nullam vocem quæ sit acerbior, nullum pervicacis controversiæ vel amarulentæ contentionis occurrere vestigium, poteris observare. Id innatam mansuetudinem Authoris arguit, qui nullâ contradicendi libidine veritatem quærens, illam ab alijs inveniri gaudebat et gratulabatur : qui secùs agunt eam ut juvenes proci colere videntur, dum sibi dumtaxat affulgere vellent quod diligunt; sed qui veritatem divino, ut par est, amore prosequuntur, ipsam omnibus innotescere cupiunt, suamque felicitatem augeri putant, cum ejusdem plurimi fiunt participes. Epistolas verò ad Authorem scriptas, quæ hic extant, ut nactus sum, edendas ingenuè existimavi, nullomodò minuere sed augere cupiens tantorum virorum famam, quorum alia responsa, nondum prælo commissa, si mihi suppeterent, ut harum disputationum seriem edere non pigeret. Ex istis autem operibus, Erudite Lector, fructûs, ni fallor, et voluptatis non parùm percipere poteris et si quid incuriâ Typographorum erratum sit, illud suppleas aut ignoscas quæso.

Schemata suis locis in toto opere, ut in illius parte, reperirentur, nisi defuisset sculptor ligni notis Geometricis incidendi peritus; sed figuræ (1) quæ cùm textu edita non fuerunt, ad libri calcem sunt rejecta, numeris paginarum, ad quas referuntur, appositis, quod semel monuisse sufficiat.

(1) Ce mot *figuræ*, qui rend la phrase incorrecte, doit y avoir été ajouté après coup. — Dans l'édition des *Varia opera*, les figures sont insérées dans le texte jusqu'à la page 103. Il y a à la fin du Volume cinq Planches contenant les figures des pages 104 à 167, plus une qui manque à la page 91. Pages 201 et 203, reparaissent dans le texte trois autres figures relativement simples.

V.

ÉLOGE DE MONSIEVR DE FERMAT,

Conseiller au Parlement de Tolose.

Du Iournal des Sçavans, du Lundy 9. Fevrier 1665.

On a appris icy avec beaucoup de douleur la mort de M. de Fermat Conseiller au Parlement de Tolose. C'estoit un des plus beaux esprits de ce siecle, et un genie si universel et d'une estenduë si vaste, que si tous les sçavans n'avoient rendu témoignage de son merite extraordinaire, on auroit de la peine à croire toutes les choses qu'on en doit dire, pour ne rien retrancher de ses loüanges.

Il avoit toûjours entretenu une correspondance tres-particuliere avec Messieurs Descartes, Toricelli, Pascal, Frenicle, Roberval, Hugens, etc. et avec la pluspart des grands Geometres d'Angleterre et d'Italie. Mais il avoit lié une amitié si étroite avec M. de Carcavi, pendant qu'ils estoient confreres dans le Parlement de Tolose, que comme il a esté le confident de ses estudes, il est encore aujourd'huy le depositaire de tous ses beaux écrits.

Mais parce que ce Journal est principalement pour faire connoître par leurs ouvrages les personnes qui se sont renduës celebres dans la republique des lettres; on se contentera de donner icy le catalogue des écrits de ce grand homme; laissant aux autres le soin de luy faire un éloge plus ample et plus pompeux.

Il excelloit dans toutes les parties de la Mathematique; mais principalement dans la science des nombres et dans la belle Geometrie. On

a de luy une methode pour la quadrature des paraboles de tous les degrez.

Une autre *de maximis et minimis*, qui sert non seulement à la determination des problemes plans et solides; mais encore à l'invention des touchantes et (1) des lignes courbes, des centres de gravité des solides, et aux questions numeriques.

Une introduction aux lieux, plans et solides; qui est un traité analytique concernant la solution des problemes plans et solides; qui avoit esté veu devant que M. Descartes eut rien publié sur ce sujet.

Un traité *de contactibus sphæricis*, où il a demonstré dans les solides ce que M. Viet Maitre des Requestes, n'avoit demonstré que dans les plans.

Un autre traité dans lequel il rétablit et demonstre les deux livres d'Apollonius Pergæus, des lieux plans.

Et une methode generale pour la dimension des lignes courbes, etc.

De plus, comme il avoit une connoissance tres-parfaite de l'antiquité, et qu'il estoit consulté de toutes parts sur les difficultez qui se presentoient; il a éclaircy une infinité de lieux obscurs qui se rencontrent dans les anciens. On a imprimé depuis peu quelques-unes de ses observations sur Athenée; et celuy qui a traduit le Benedetto Castelli de la mesure des eaux courantes, en a inseré dans son ouvrage une tres-belle sur une Epistre de Synesius, qui estoit si difficile, que le Pere Petau qui a commenté cét autheur, a advoüé qu'il ne l'avoit peu entendre. Il a encore fait beaucoup d'observations sur le Theon de Smyrne et sur d'autres Autheurs anciens. Mais la pluspart ne se trouveront qu'éparses dans ses Epitres; parce qu'il n'écrivoit gueres sur ces sortes de sujets, que pour satisfaire à la curiosité de ses amis.

Tous ces ouvrages de Mathematique, et toutes ces recherches curieuses de l'antiquité, n'empéchoient pas que M. de Fermat ne fit sa charge avec beaucoup d'assiduité, et avec tant de suffisance, qu'il a passé pour un des plus grands Jurisconsultes de son temps.

(1) *Lire* des touchantes des lignes courbes.

Mais ce qui est de plus surprenant, c'est qu'avec toute la force d'esprit qui estoit necessaire pour soûtenir les rares qualitez dont nous venons de parler, il avoit encore une si grande delicatesse d'esprit, qu'il faisoit des vers Latins, François et Espagnols avec la même elegance, que s'il eût vécu du temps d'Auguste, et qu'il eût passé la plus grande partie de sa vie à la Cour de France et à celle de Madrid.

On parlera plus particulierement des ouvrages de ce grand homme, lors qu'on aura recouvert ce qui en a esté publié, et qu'on aura obtenu de M. son fils la liberté de publier ce qui ne l'a pas encore esté.

VI.

OBSERVATION DE MONSIEUR DE FERMAT

SUR SYNESIUS.

Rapportée à la fin de la traduction du Livre de la mesure des eaux courantes, de Benedetto Castelli (1).

Les pages qui restent vuides dans ce cayer m'ont donné la pensée de les remplir de la belle observation que j'ay apprise ces jours passez, de l'incomparable Monsieur de (2) Fermat, qui me fait l'honneur de m'aimer, et de me souffrir souvent dans sa conversation. C'est sur la quinziéme Lettre de Synesius Evéque de Cyrene, qui traite d'une matiere qui n'a esté entenduë par aucun des interpretes, non pas mêmes par le sçavant Pere Petau, ainsi qu'il l'advouë luy-méme dans les Notes qu'il a faites sur cét Autheur; Et je donne d'autant plus volontiers cette observation, qu'elle a beaucoup de rapport avec les traitez qui sont cy-devant.

Cét Evéque écrit à la sçavante Hypatia, qui estoit la merveille de son siecle, et laquelle enseignoit publiquement la Philosophie, avec l'admiration de tous les sçavans, dans la celebre Ville d'Alexandrie. J'ay

(1) Traduction publiée par Saporta sous le titre : *Traicte de la mesure des eaux courantes de Benoist Castelli religieux du Mont-Cassin et Mathematicien du Pape Urbain VIII. Traduit d'Italien en François avec un discours de la jonction des Mers, adressé à Messeigneurs les Commissaires deputez par sa Majesté. Ensemble un Traicté du mouvement des eaux d'Evangeliste Torricelli, Mathematicien du Grand Duc de Toscane. Traduit du Latin en François.* — A Castres, par Bernard Barcouda, Imprimeur du Roy, de la Chambre de l'Edict, de la dite Ville et Diocese, 1664. — Le texte reproduit par Samuel se trouve pages 84-87, sous le titre : *Observation sur Synesius.*

(2) Monsieur Fermat *Saporta.*

traduit cette Lettre du Grec en cette maniere. Je me trouve si mal, que j'ay besoin d'un hydroscope. Je vous prie d'en faire faire un de cuivre, et de me l'acheter. C'est un tuyau en forme de Cylindre, qui a la figure et la grandeur d'une fleute; sur sa longueur il porte une ligne droite, qui est coupée en travers par de petites lignes, par lesquelles nous jugeons du poids des eaux. L'un des bouts est couvert d'un cone, qui est posé également dessus, en telle sorte que le tuyau et le cone ont une méme base. L'on appelle cét instrument Baryllion. Si on le met dans l'eau par la pointe il y demeurera debout, et l'on peut aisement compter les sections qui coupent la ligne droite, et par là l'on connoit le poids de l'eau.

Comme nous avons perdu la figure et l'usage de cét instrument, de même qu'une infinité d'autres belles choses, que les Anciens avoient inventées, et dont ils se servoient, les sçavans de ce temps icy se sont donnez beaucoup de peine pour comprendre quel estoit cét instrument dont parle Synesius. Il y en a qui ont crû que c'estoit une Clepsydre, mais le Pere Petau a rejetté avec raison cette opinion. Pour luy, il advouë, qu'il ne le comprend pas, il soupçonne pourtant que c'estoit un instrument qui servoit à niveler les eaux, et qui avoit du rapport avec celuy dont Vitruve fait mention au livre 8. ch. 6. de son Architecture, qu'il appelle Chorobates, mais il est aisé de juger par la lecture de Vitruve, et de Synesius, que ce sont deux instrumens fort differens, et en figure, et en usage, et que si tous deux ont des sections, comme remarque le Pere Petau, celles du Chorobates sont perpendiculaires sur l'horizon, et celles de l'hydroscope luy sont paralleles. Je passe sous silence plusieurs autres differences, que je pourrois remarquer, pour rapporter le sentiment de Monsieur de (1) Fermat, qui est sans doute le veritable sens de Synesius. Cét instrument servoit pour examiner le poids des differentes eaux pour l'usage des malades; car les Medecins sont d'accord que les plus legeres sont les meilleures; le terme (2) ὑοπὴ, dont se sert Synesius, le monstre clairement. Il ne signifie

(1) Monsieur Fermat *Saporta.*

(2) Terme de ὑοπὴ *Saporta.*

pas icy *libramentum* le nivelement, comme a crû le Pere Petau, mais en matiere de Machines, il signifie le poids, que les Latins appellent *momentum*, et de là le traité des equiponderans d'Archimede a pour titre Ἰσορροπικῶν (1). Mais dautant que la balance, ny aucun autre instrument artificiel, ne pouvoit pas donner exactement la difference du poids des eaux, à cause qu'elle est (2) petite entre elles, les Mathematiciens inventerent sur les principes du traité d'Archimede *de his quæ vehuntur in aqua*, celuy dont parle Synesius, qui monstre par la nature des eaux mêmes, la difference du poids qu'elles ont entr'elles, la figure en est telle (*fig.* 150); AF est un Cylindre de cuivre, AB est le bout

Fig. 150.

d'en haut, qui est toûjours ouvert, EF est le bout d'embas, qui est couvert du cone EIF, qui a la même base que le bout d'embas. AE, BF, sont deux lignes droites coupées par diverses petites lignes, tant plus il y en aura, tant plus exact sera l'instrument. Si on le met par la pointe du cone dans l'eau, et qu'on l'ajuste en telle sorte qu'il se tienne debout, il n'y enfoncera pas entierement; car le vuide qu'il a au dedans l'en empêchera; mais il y enfoncera jusques à une certaine mesure, qui sera marquée par les petites lignes; et il y enfoncera diversement, suivant que l'eau sera plus ou moins pesante; car plus l'eau sera legere, plus il y enfoncera; et moins, plus elle sera pesante, comme il nous seroit aisé de le demonstrer, s'il en estoit question icy. Voila la figure et l'usage de cét instrument, et la raison de cét usage. La lettre de Synesius s'y rapporte si exactement dans toutes ses circon-

(1) Ἰσορρόπια *Saporta*.
(2) est fort petite *Saporta*.

stances, que feu Monsieur de Monchal, Archevêque de Tolose, ayant envoyé cette explication au Pere Petau, il advoüa que Monsieur de (1) Fermat estoit le seul qui avoit compris quel estoit l'instrument, et il avoit écrit que dans une seconde impression il la mettroit dans ses notes. Mais parce que cela n'a pas esté fait, j'ay crû que le Lecteur sçavant et curieux ne sera pas marry que je luy en aye fait part.

(1) Monsieur Fermat *Saporta*.

VII.

VIRO CLARISSIMO DOM. DE RANCHIN,

SEN. THOL.,

PETRUS DE FERMAT S. P. D.

Polyænum (1) tibi tuum, Vir Clarissime, mitto, sed observanda in eo quædam suppeditat codex manuscriptus optimæ notæ auctorum rei militaris hactenus ineditorum quem penes me habeo (2); apud eum collectionem quamdam præceptorum et monitorum militarium inveni sub nomine Παρεκβολῶν, cujus auctorem licet manuscriptus non detegat, colligo tamen ex glossario Græcobarbaro Meursij (3), eum esse Heronem, non illum quidem Alexandrinum cujus spiritalia et alia quædam opuscula extant, et qui antiquo, hoc est, optimo ævo, Græcè scripsit, sed alium posterioris ævi, quod pleraque ipsius vocabula Græcobarbara satis innuunt; utrumque, ætatem nempe et nomen auctoris, confirmat Meursius in voce κοντουβέρνιον, ubi citantur sequentia Heronis verba in παρεκβολαῖς, ἀπέστειλε γοῦν τῆς νυκτὸς εἰς τὰ ἄπληκτα αὐτῶν καὶ τὰ κοντουβέρνια, hæc enim verba cum in meo manuscripto desint (4), supplendum in eo nomen auctoris ex manuscripto Meursii; tempus vero quo hæc scribebantur et quo voces ἄπληκτον et κοντουβέρνιον in usu erant, ultra septingentos plus minùs annos non videtur excurrere; in hoc autem παρεκβολῶν tractatu, pleraque Polyæni stratagemata suppresso authoris nomine alijs sæpè verbis referuntur, quandoque et ijsdem, unde ampla emergit emendationum et notarum criticarum penus; celebriores aliquot tibi, vel si mavis doctis omnibus tuo nomine jure repræsentationis libenter exhibeo.

(1) Les observations critiques qui suivent se rapportent à l'édition *princeps* du texte grec de Polyen, donnée par Casaubon (Lugduni, 1589, apud Io. Tornæsium, in-12). Elles ont été recueillies par Samuel Mursinne dans la préface de son édition, Berlin, 1756.

(2) On ignore ce qu'est devenu ce manuscrit grec.

(3) Imprimé à Leyde en 1587, réimprimé en 1614 et 1620.

(4) Il faut sans doute lire *adsint*.

Cleomenis stratagema narratur lib. I Polyæni pag. 20 editionis Tornæsianæ sequentibus verbis : Κλεομένης, Λακεδαιμονίων βασιλεὺς (1), Ἀργείοις ἐπολέμει καὶ ἀντεστρατοπέδευσεν. ἦν τοῖς Ἀργείοις ἀκριβὴς φυλακὴ τῶν ὁρωμένων τοῖς πολεμίοις· καὶ πάντα ὅσα Κλεομένης βούλοιτο, ὑπὸ κήρυκος ἐσήμαινε τῇ στρατιᾷ, καὶ αὐτοὶ τὰ ἴσα ὁρᾷν ἐσπούδαζον. ὁπλιζομένων, ἀνθωπλίζοντο. ἐξιόντων, ἀντεπεξίεσαν· ἀναπαυομένων ἀντανεπαύοντο. Κλεομένης λάθρα παρέδωκεν ὅταν ἀριστοποιεῖσθαι κηρύξῃ, ὁπλίσασθαι· ὁ μὲν ἐκήρυξεν, οἱ δὲ Ἀργεῖοι πρὸς ἄριστον ἐτράποντο. Κλεομένης ὡπλισμένους ἐπαγαγὼν εὐμαρῶς ἀνόπλους καὶ γυμνοὺς τοὺς Ἀργείους ἀπέκτεινε, hoc loco post verba ἐξιόντων, ἀντεπεξίεσαν, addendum ex manuscripto ἀριστώντων, ἠρίστων, quod finis ipsius stratagematis plenissimè confirmat.

Themistoclis stratagema, eodem libro pag. 44, refertur hoc modo : Θεμιστοκλῆς Ἰώνων Ξέρξῃ συμμαχούντων, ἐκέλευσε τοῖς Ἕλλησι καταγράφειν ἐπὶ τοῦ τείχους, Ἄνδρες Ἴωνες, οὐ δίκαια ποιεῖτε στρατεύοντες ἐπὶ τοὺς πατέρας. τούτων ἀναγινωσκωμένων, βασιλεὺς ὑπόπτους αὐτοὺς ἐποιήσατο, corrigendum ex manuscripto ἐλογίσατο, quam esse veram lectionem innuit sensus.

Agesilai stratagema occurrit lib. 2° (2), pag. 86. Ἀγησίλαος, ait ille, ἐν Κορωνείᾳ Ἀθηναίους ἐνίκησεν· ἤγγειλέ τις, οἱ πολέμιοι φεύγουσιν εἰς τὸν νεὼν τῆς Ἀθηνᾶς· ὁ δὲ προσέταξεν, ἐᾶν αὐτοὺς οἱ καὶ βούλοιντο ἀπιέναι· ὡς ἄρα εἴη σφαλερὸν συμπλέκεσθαι τοῖς ἐξ ἀπονοίας μαχομένοις, ibi loco vocis Ἀθηναίους reponendum ex manuscripto Θηβαίους.

(1) Les *Varia* omettent Λακεδαιμονίων βασιλεὺς, que donne le Diophante de 1670. Pour tout le reste du détail des passages cités (grec et traduction latine), on a suivi le texte de l'édition de Polyen de 1589.

(2) Samuel a imprimé *lib.* 20.

Aliud Agesilai stratagema refert Polyænus eodem libro pag. 103. Ἀγησίλαος ἐν ταῖς διαπρεσβείαις ἠξίου τῶν πολεμίων τοὺς μάλιστα δυνατοὺς πέμπεσθαι πρὸς αὐτὸν, οἷς διαλέξηται περὶ τῶν κοινῇ συμφερόντων· τούτοις ἐπὶ πλεῖστον συγγενόμενος καὶ κοινωνῶν ἑστίας καὶ σπονδῶν, ταῖς πόλεσιν στάσιν ἐνεποίει διὰ τὰς τῶν πολλῶν ὑποψίας. Vulteius hoc modo interpretatur : *Agesilaus in legationibus petebat ab hostibus, ut maximè potentes ad se mitterent; cum quibus de communi utilitate sermones conferret. Cum his plurimum habens consuetudinis, et communicans focum et cineres, seditiones in urbes excitabat, propter vulgi suspiciones.* Videtur interpres loco verbi σπονδῶν quod est in textu Græco, legisse σποδῶν cum vertat *cineres*, sed nihil mutandum ex manuscripto evincitur ubi leguntur hæc verba καὶ ὅρκους πρὸς αὐτοὺς ποιούμενος.

Clearchi stratagema narratur libro eod. pag. 110, his verbis : Κλέαρχος ἦν ἐν Θράκῃ· νυκτερινοὶ φόβοι τὸ στράτευμα κατελάμβανον, ὁ δὲ παρήγγειλεν, εἰ γένοιτο νύκτωρ θόρυβος, μηδένα ὀρθὸν ἀνίστασθαι· ὁ δὲ ἀναστὰς ἀναιρείσθω. τὸ παράγγελμα τοῦτο ἐδίδαξε τοὺς στρατιώτας, καταφρονεῖν τοῦ νυκτερινοῦ φόβου. Verba quidem hic supplenda ex manuscripto, quæ tamen videtur in suo codice vidisse interpres Latinus, licèt desint in editione græcâ Tornæsij, sunt autem sequentia, καὶ οὕτως ἀνεπαύσαντο ἀναπηδῶντες καὶ ταρασσόμενοι. *Atque ita desierunt exilire ac perturbari.*

Perdiccæ stratagema sequens legitur libro 4, pag. 314 (1) : Περδίκας Ἰλλυριῶν καὶ Μακεδόνων πολεμούντων, ἐπειδὴ πολλοὶ Μακεδόνες ἡλίσκοντο ζωγρεῖν, καὶ οἱ λοιποὶ Μακεδόνες λύτρων ἐλπίδι πρὸς τὰς μάχας ἦσαν ἀτολμότεροι, ἐπεκηρυκεύσατο περὶ λύτρων, ἐντειλάμενος τῷ κήρυκι, ἐπανελθόντι ἀγγεῖλαι, ὡς ἄρα λύτρα Ἰλλυριοὶ μὴ προσίοιντο, ἀλλὰ ψηφήσειεν τοὺς αἰχμαλώτους κτιννύειν. οἱ δὴ Μακεδόνες ἀπογνόντες τῆς διὰ τῶν λύτρων σωτηρίας, εὐτολμότεροι πρὸς τὰς μάχας ἐγένοντο, ὡς ἐν μόνῳ τῷ νικᾶν ἔχοντες τὸ σώζεσθαι, quod sic interpretatur Vulteius. *Perdiccas, Illyriis et Macedonibus bellum gerentibus, cùm multi Macedones caperentur vivi, reliqui etiam redemptionis spe ad pugnam minùs alacres erant,*

(1) Les *Varia* indiquent *pag.* 114.

quibus legationem inter se de redemptoriis muneribus mittentibus, præcepit legato, ut reversus nuntiaret, se redemptoria munera Illyriorum non accepturum, sed condemnatos captivos morte affecturum. Macedones, desperatâ salute redemptivâ, audaciores ad pugnandum reddebantur, quippe quibus in solâ victoriâ salus posita esset. In hoc stratagemate vocem Ἰλλυριοὶ mutandam in Ἰλλυριῶν indicat nota marginalis editionis Tornæsianæ; si vera esset explicatio Vulteii, non solùm vera sed et necessaria esset illa emendatio, sed frigidissimum esset stratagema, si sequeremur sensum interpretis : Polyænus quippe vult Perdiccam præcepisse legato, ut reversus nuntiaret Illyrios redemptoria munera non accepturos, et hic est verus sensus stratagematis, quem Hero aliis verbis, secundùm hanc quæ est vera et germana interpretatio, expressit in manuscripto his verbis, ἐπετήδευσε τοιοῦτον, παρεσκεύασε τινὰ ὡς πρόσφυγα ἐλθόντα ἀπὸ τῶν πολεμίων εἰπεῖν ὅτι οἱ πολέμιοι ἐβουλεύσαντο καὶ ἀπεκύρωσαν ἵνα ὅσους κρατήσουσιν αἰχμαλώτους ἀποκτείνωσι.

Alexandri stratagema refertur etiam lib. 4, pag. 248, verbis sequentibus, Ἀλέξανδρος Δαρείῳ παρατάσσεσθαι μέλλων, παράγγελμα τοῖς Μακεδόσιν ἔδωκεν· ἢν ἐγγὺς γένησθε τῶν Περσῶν, εἰς γόνυ κλίναντες ταῖς χερσὶν· διατρίβετε τὴν γῆν. ἢν δὲ ἡ σάλπιγξ ὑποσημήνῃ τότε δή.... Μακεδόνες οὕτως ἐποίησαν· οἱ δὲ Πέρσαι σχῆμα προσκυνήσεως ἰδόντες, τὴν πρὸς τὸν πόλεμον ὁρμὴν ἐξέλυσαν καὶ ταῖς γνώμαις ἐγένοντο μαλακώτεροι. Δαρεῖος δὲ ἐκυδριοῦτο, καὶ φαιδρὸς ἦν, ὡς ἁμαχὶ κρατῶν· οἱ δὲ Μακεδόνες ὑπὸ τῷ συνθήματι τῆς σάλπιγγος ἀναπηδήσαντες, ῥυμηδὸν ἐμβάλλουσι τοῖς πολεμίοις, καὶ τὴν φάλαγγα ῥήξαντες, ἐς φυγὴν ἐτρέψαντο.

Hoc loco desunt quædam verba post vocem τότε, quæ supplenda ex manuscripto ubi narratio est integra et elegans; lacuna itaque ex eo sic replenda, τότε μετὰ θυμοῦ καὶ ἀνδρείας τοῖς πολεμίοις προσβάλλετε.

Pammenis stratagema tale proponitur libro 5, pag. 385. Παμμένης ὀλίγην ἔχων δύναμιν ὑπὸ πλειόνων ἀποληφθείς, ἔπεμψεν αὐτόμολον ἐς τὸ τῶν πολεμίων στρατόπεδον· ὁ δὲ σύνθημα ἐκμαθὼν ἐπανελθὼν ἤγγειλε τῷ Παμμένει. ὁ δὲ νυκτὸς ἐπιθέμενος τοῖς πολεμίοις, πολλοὺς αὐτῶν φθείρας διεξιππάσατο αὐτὸς σύνθημα· τοῖς δὲ ἦν ἀπορία, γνωρίζειν ἐν σκότῳ τοὺς οἰκείους μὴ δυναμένοις διὰ τοῦ συνθήματος.

Hic addenda ex manuscripto post verbum αὐτὸς sequentia, αὐτὸς μὲν καὶ ὁ τούτου στρατὸς ἐγίνωσκον τῶν πολεμίων τὸ σύνθημα, ἐκείνοις δὲ ἀπορία ἦν ἐν τῷ σκότει τῆς νυκτὸς γνωρίζειν τοὺς ἰδίους ἢ τοὺς πολεμίους, τῶν πολεμίων τὸ σύνθημα ἀποκρινομένων.

Pompisci stratagema refertur lib. 5, pag. 402. Πομπίσκος, περιστρατοπεδεύων πόλιν, ἐπὶ μὲν τὴν πολλὴν τῆς χώρας ἐξιέναι τοὺς πολεμίους ἐκώλυσεν· ἐπὶ δὲ τόπον ἕνα συνεχῶς... καὶ τοῖς ληῒζομένοις ἀπέχεσθαι τοῦ τόπου τούτου προσέταξεν. οἱ δὲ ἐκ τῆς πόλεως ἀδεῶς ἐνταῦθα προῒεσαν· ὁ δὲ παρὰ τῶν σκοπῶν ὡς ἔμαθεν τοὺς ἥκοντας πολλούς, ἐπιθέμενος τοὺς πλείστους αὐτῶν ἐχειρώσατο.

Vox συνεχῶς, quæ hic vulgo legitur, corrigenda ex manuscripto et loco illius reponendum συνεχώρει quod ex conjecturâ viderat Casaubonus ut patet ex ipsius notis.

Alexandri Pherensis stratagema refertur lib. 6, pag. 426. Ἀλέξανδρος Πάνορμον πολιορκοῦντος Λεωσθένους πρὸς ἅπασας τὰς Ἀττικὰς ναῦς φανερῶς ναυμαχεῖν οὐ θαρρῶν, διέπεμψεν ἐπὶ ἀκάτιον νύκτωρ, etc. legendum esse, ἐπὶ ἀκατίου, ut vult Casaubonus in notis, confirmat codex manuscriptus ubi legitur διὰ μικροῦ πλοιαρίου, quæ verba idem sonant.

Cyri stratagema narrat Polyænus lib. 7° (1), pag. 477, his verbis, Κῦρος Μήδοις παραταξάμενος τρὶς ἡττήθη. ἐπεὶ δὲ τῶν Περσῶν αἱ γυναῖκες καὶ τὰ τέκνα ἦσαν ἐν πασαργάδαις, τὴν τετάρτην μάχην ἐνταῦθα συνῆψε· πάλιν ἔφυγον οἱ Πέρσαι, ὡς δὲ ἴδον τὰ τέκνα καὶ τὰς γυναῖκας, παθόντες ἐπ' αὐτοῖς, ἀνέστρεψαν, καὶ τοὺς Μήδους ἀτάκτως διώκοντας τρεψάμενοι, νίκην τηλικαύτην ἐνίκησαν, ὡς μηκέτι Κῦρον πρὸς αὐτοὺς ἄλλης δεηθῆναι μάχης.

Hic loco vocis παθόντες corrigendum ex manuscripto συμπαθόντες, quæ vox itidem restituenda in stratagemate Apollodori pag. 435. manuscriptus noster ex quo coniicimus vocem παθόντες mutandam in συμπαθόντες verbis sequentibus rem narrat et stratagema Polyæni exprimit, οἱ δὲ συμπαθείᾳ τούτων νικώμενοι, etc. vox autem illa melius

(1) Samuel a imprimé *lib.* 70.

authoris sensui respondet quam τι παθόντες vt legendum censuit Casaubonus.

Darii stratagema narratur lib. 7, pag. 489, hoc modo. Δαρεῖος ἐπολέμει Σάκκαις τριχῇ διῃρημένοις· μιᾶς ἐκράτησε μοίρας· τῶν δὲ Σακκῶν ἰζόντων τὰς ἐσθῆτας, καὶ τὸν κόσμον, καὶ τὰ ὅπλα περιέθηκε τοῖς Πέρσαις, etc. hic loco vocis ἰζόντων quæ est corrupta in editione Tornæsii, legendum ex manuscripto ἀναιρεθέντων.

Autophradatis (1) stratagema legitur lib. 7, pag. 516 et tale est, Αὐτοφραδάτης ἐμβαλεῖν Πισίδαις βουλόμενος τὴν εἰσβολὴν στενόπορον καὶ φυλαττομένην ὁρῶν, προσήγαγε μὲν τὸ στρατόπεδον, πάλιν δὲ ἀπήγαγεν ὀπίσω, μέχρι σταδίων ς'· νὺξ ἐπῆλθεν, οἱ μὲν φυλάττοντες τῶν Πισιδῶν ἀπηλλάγησαν, οἰόμενοι τοὺς πολεμίους ἀπεληλυθέναι· ὁ δὲ τῶν ψιλῶν καὶ ὁπλιτῶν τοὺς ἐλαφροτάτους λαβὼν, πολλῇ σπουδῇ δρομὼν διῆλθε τὰ στενὰ καὶ τὴν Πισιδῶν χώραν ἐπόρθησεν.

In hoc stratagemate loco verborum μέχρι σταδίων ς' reponendum procul dubio ἐπίσημον κόππα, quod Vulteius arithmeticarum apud Græcos notarum parum callens non intellexit, similitudine inter ς' quod significat 6, et ϟ' quod significat 90, delusus, legendum igitur μέχρι σταδίων ϟ', quam esse veram lectionem, ratio ipsa primum confirmat, si enim Autophradates ad sex tantum stadia recessisset, hostes suspicione, et metu non liberasset, deinde in manuscripto legitur ἐννενήκοντα absque notis arithmeticis.

Scipionis continentiæ exemplum laude dignissimum refertur lib. 8, pag. 568, sequentibus verbis, Σκηπίων δορυάλωτον λαβὼν ἐν Ἰβηρίᾳ πόλιν Φοίνισσαν, ὡς οἱ φυγαγωγοὶ παρθένον ἤγαγον κάλλους ὑπερφυῶς ἔχουσαν, τὸν πατέρα αὐτῆς ἀναζητήσας, ἐχαρίσατο αὐτῷ τὴν θυγατέρα. τοῦ δὲ δῶρα προσκομίσαντος, ὁ δὲ καὶ ταῦτα συνεχαρίσατο, προῖκα φήσας ἐπιδιδόναι τῇ κόρῃ, etc. ibi vulgo legitur φυγαγωγοὶ quod interpres vertit *captivorum ductores*, sed legendum ex manuscripto νυμφαγωγοὶ,

(1) Cet alinéa et le suivant sont dans le Diophante de 1670, mais manquent dans les *Varia*.

hoc est *virginum ductores*, quæ correctio et verissima et elegantissima, ut nullus supersit dubitandi locus.

Plura adjungerem, sed feriis jam desinentibus quarum beneficio otium suppetebat, finem quoque huic παρεκβολῶν παρεκβολῇ imponimus. Vale et me ama.

VIII.

VIRO CLARISSIMO D. DE PELLISSON,

LIBELLORUM SUPPLICUM MAGISTRO,

SAMUEL DE FERMAT S. P. D.

Criticas observationes quas mihi nuper misisti, vir clarissime, sæpius legi non sine voluptate et admiratione; in illis enim ingenii, judicii, et doctrinæ dotes quas in te jampridem suspicimus ubique elucent : nihil autem invenire possim quod tanti muneris vice tibi referam, nisi commodùm egestati meæ succurrerent variæ lectiones quas vir tibi singulari conjunctus amicitiâ, cujus mihi jucunda semper est recordatio, margini apposuit quorumdam librorum quos sedulò pervoluebat, et quorum pleraque loca, sed ὀδοῦ πάρεργον, emendavit; scis enim quàm præcoci ille ubertate florum amœnitatem fructuum maturitati junxerit, nec me latet quantâ ipse fiduciâ suas exercitationes solitus sit in tuum sinum effundere; licet autem omnes istæ quas excerpsi emendationes, vel parentis mei conjecturæ (1), tibi novitatis gratiâ non commendentur, illas tamen, quæ tua est comitas, te benignâ manu suscepturum non dubito.

Theonem Smyrnæum, ne te diutius morer, vir clarissime, nosti, auctorem operis illius cui titulus τῶν κατὰ μαθηματικὴν χρησίμων εἰς τὴν τοῦ Πλάτωνος ἀνάγνωσιν, quod prodromi instar est aut isagoges Philo-

(1) Les mots *vel parentis mei conjecturæ* sont omis dans le Diophante de 1670.

sophiæ Platonicæ, quæ nemini Geometriâ non initiato patebat : illud opus edidit Lutetiæ anno 1644 Ismael Bullialdus vir doctissimus et Latinitate donatum elegantibus notis illustravit; sed non omnibus illud mendis purgasse videtur, ut aliquot, ni fallor, exemplis, quæ sequuntur, planum fiet.

Primum occurrit pag. 78 illius operis ubi περὶ ἁρμονίας et συμφωνίας agit : locum illum exscribere non piget, ipsa enim series emendationis procul dubio necessitatem et veritatem ostendet; τὰ (1) γράμματα, ait ille, φωναὶ πρῶται εἰσὶ καὶ στοιχειώδεις (2), καὶ διαιρετοὶ, καὶ ἐλάχιστα etc. (3), et inferiùs, τὰ δὲ διαστήματα ἐκ τῶν φθόγγων, οἵτινες πάλιν φωναὶ εἰσὶ πρῶται καὶ διαιρετικαὶ, καὶ στοιχειώδεις, huic voci διαιρετικαὶ asteriscus in margine (4) respondet cum voce διαιρεταὶ, at hic reponenda bis videtur vox ἀδιαιρετοὶ loco τοῦ διαιρετοὶ et διαιρετικαὶ, legendum nempe γράμματα φωναὶ εἰσὶ ἀδιαιρετοὶ, idque confirmat Manuel Bryennius (5), cap. 1, lib. 2 Ἁρμονικῶν : legendum prætereà φθόγγων, οἵτινες πάλιν φωναὶ εἰσὶ πρῶται καὶ ἀδιαιρετοὶ, et hæc quoque lectio confirmatur verbis ejusdem Bryennii lib. 1, cap. 3, ubi dicit φθόγγος ἐστὶ ἀρχὴ ἁρμονίας ὡς ἡ μονὰς τοῦ ἀριθμοῦ, τὸ σημεῖον τῆς γραμμῆς, καὶ τὸ νῦν τοῦ χρόνου, punctum vero et instans sunt ἀδιαιρετὰ et consequenter φθόγγος ἀδιαιρετὸς, non *dividendi vim habens*, ut vult interpres Latinus (6) : nec immeritò Bacchius Senior in introductione artis musicæ (7) quæstioni illi τί οὖν ἐστιν ἐλάχιστον τῶν μελῳδουμένων, respondet, φθόγγος, quem non tantum ἐλάχιστον, sed etiam ἄτομον esse

(1) Le texte de Boulliau porte τὰ δὲ.
(2) Les mots καὶ στοιχειώδεις sont omis dans les *Varia*.
(3) Les *Varia* omettent *etc.*
(4) La leçon διαιρεταὶ est également indiquée en marge, par Boulliau, pour διαιρετοὶ dans le premier passage.
(5) Le texte grec de Manuel Bryenne n'a été publié que par Wallis, dans le Tome III de ses Œuvres (Oxford, 1699). Samuel de Fermat cite donc cet auteur d'après un manuscrit, que M. H. Omont a retrouvé à la Bibliothèque Nationale. Il contient, de la main de Fermat, des annotations critiques que nous publions comme dernière pièce de cet appendice.
(6) Boulliau traduit comme suit le second passage grec donné plus haut : *intervalla vero sonis [constant], quæ voces rursum sunt primæ, vim dividendi habentes, et elementares.*
(7) *Antiquæ musicæ auctores septem*, ed. Meibomius (Amsterdam, 1652), I, page 24.

docet antiquæ musicæ celeberrimus auctor Aristides Quintilianus lib. 1 de Musicâ (1), atque ita authoritas æque ac ratio suffragatur huic emendationi, quæ fit unius tantum litteræ mutatione. Minimâ quoque mutatione alia fit eodem capite licet minoris momenti correctio, ubi vulgò male legitur, φησὶ καὶ τοὺς Πυθαγορικοὺς, legendum scilicet, φασὶ, ut apud Bryennium λέγουσι (2). Paulò inferiùs ubi legitur ἀποτελεῖται ὁ φθόγγος βραδείας δὲ βαρὺς, καὶ σφοδρᾶς μὲν μείζων ὄγκος, ἠρέμου δὲ μικρὸς, legendum videtur ἠρεμαίας, et Bryennii authoritate confirmatur (3).

Hactenus de sono de quo agitur in cap. illo 6. In cap. vero 8, agitur de semitonio, et ita vulgò legitur καθὰ (4) καὶ τὸ ἡμίφωνον γράμμα οὐχ ὡς ἥμισυ φωνῆς καλοῦμεν, ἀλλ' ὡς μὴ τῷ αὐτοτελεῖ κατὰ ταυτὸ φωνεῖν, legendum vero videtur καθὸ non καθὰ (4) : legendum prætereà ἀλλ' ὡς μὴ αὐτοτελῆ καθ' αὐτὸ φωνὴν ἀποτελοῦν, quæ lectio ejusdem Bryennii authoritate nixa veriorem vulgatâ sensum efficit.

Atque harum probatio lectionum desumi potest, ἐκ τῶν παρὰ τοῖς μουσικοῖς ὑποτιθεμένων καὶ ἐκ τῶν παρὰ τοῖς μαθηματικοῖς λαμβανομένων, ut Porphyrii verbis utar, quæ in commentariis clarissimi interpretis referuntur pag. 276, sed non sine mendo, malè enim ibi legitur, ἐκ τῶν παρὰ (5) τῆς μουσῆς ὑποτιθεμένων.

Nec silentio prætermittenda est elegantissima, et audacter dicam, certissima alterius loci ejusdem Theonis emendatio paginâ 164, ubi de octonario loquitur : refertur ibi vetus inscriptio quam in columna Ægyptiaca reperiri tradidit Evander hoc modo, Πρεσβύτατος πάντων Ὄσιρις, θεοῖς ἀθανάτοις, πνεύματι, καὶ οὐρανῷ, ἡλίῳ καὶ σελήνῃ, καὶ γῇ,

(1) *Antiquæ musicæ auctores septem*, ed. Meibomius, II, page 33.
(2) Dans son édition *Theonis Smyrnæi Expositio rerum mathematicarum*, Teubner, 1878, Ed. Hiller n'a pas adopté cette correction, comme il a fait pour les précédentes; et, en effet, Théon continue à citer ici le péripatéticien Adraste. L'erreur de Fermat a été au reste occasionnée par Boulliau, qui a traduit *aiunt*.
(3) Hiller lit ἠρεμίας, qui est moins bon.
(4) κατὰ *Samuel*. Mais Boulliau donne καθὰ, qui n'a nullement besoin d'être corrigé en καθὸ. Samuel a dû faire quelque méprise. — Hiller suit, dans ce passage, la leçon de Fermat, en supprimant le dernier mot ἀποτελοῦν, qui est surabondant.
(5) ὑπὸ *Samuel*.

καὶ νυκτὶ, καὶ ἡμέρᾳ (1), καὶ πατρὶ τῶν ὄντων καὶ (2) ἐσομένων ΕΡΩΤΕ μνημεῖα τῆς αὐτοῦ ἀρετῆς βίου συντάξεως, id est, ut vertit Bullialdus, *antiquissimus omnium Rex Osiris diis immortalibus Spiritu, et Cœlo, Soli, et Lunæ, et Terræ, et Nocti, et Diei, et patri eorum quæ sunt quæque futura sunt, prædicabo memoriam magnificentiæ ordinis vitæ ejus* : mendosum procul dubio in hac inscriptione illud ΕΡΩΤΕ, et hanc lectionem si retineas quis inde sensus elici poterit? legendum igitur ΕΡΩΤΙ, atque ita parvâ unius scilicet litteræ mutatione huic loco sua lux, et *amori* sua laus facile restituitur; nec aliena est ab hoc loco sapientissimi Platonis, cujus velut interpres Smyrnæus ille, sententia, dum ait in convivio (3) καὶ μὲν δὴ τήν γε τῶν ζώων ποίησιν πάντων τίς ἐναντιώσεται μὴ οὐχὶ (4) ἔρωτος εἶναι σοφίαν ἢ γίγνεται (5) καὶ φύεται πάντα τὰ ζῶα, *etenim animalium omnium effectionem*, ut vertit Serranus, *ex amoris sapientiâ existere, id est gigni atque nasci, ecquis negaverit*,

Per quem genus omne animantum
Concipitur, visitque exortum lumina Solis (6).

Apud Iulium Frontinum (7) de aquæductibus Romæ pag. 106 editionis Plantinianæ, vulgò sic legitur : *in vicenariâ fistulâ, quæ in confinio utriusque rationis posita est, utrique rationi penè congruit. Nam habet secundùm eam computationem, quæ interjacentibus modulis servanda est in diametro quadrantes viginti : cùm diametri ejusdem digiti quinque sint et secundùm eorum modulorum rationem qui sequuntur ad eam, habet digitorum quadratorum ex gnomoniis viginti.* Hic procul dubio legendum non *ad eam*, sed *aream* : cujus emendationis ratio ex supputatione geometrica ducitur.

(1) καὶ ἡμέρᾳ om. *Samuel.*
(2) καὶ τῶν *Samuel.*
(3) PLATON, *Banquet*, 197 a. — Samuel emploie l'édition de Platon d'Henri Estienne, 1578, qui renferme la traduction latine de Jean de Serres.
(4) οὐκὶ *Samuel.*
(5) La vulgate ajoute τι.
(6) LUCRÈCE, *De Rerum natura*, I, v. 4-5 : Per te quoniam genus etc. — Hiller a adopté la leçon ἔρωτι proposée par Fermat.
(7) *Voir* ci-après, sous le numéro X, la Lettre de Fermat à Ismael Boulliau du 24 novembre 1645.

Eâdem enim paginâ legitur, *centenaria autem et centenum vicenum, quibus assiduè accipiunt, non minuuntur, sed augentur, Nec usu frequens est* : videtur legendum *Cen.* id est *centenaria*, loco vocis illius *Nec*, litteris scilicet ordine inverso accipiendis, cum fortasse in manuscripto repertum fuerit *Cen.* hoc est *centenaria*, quod transcriptor transposuit et legendum *Nec*, particulâ sensui magis, ut videbatur, accommodatâ perperam existimavit.

His emendationibus unam aut alteram duorum insignium locorum addam, quorum primus est apud Sextum Empyricum, alter apud Athenæum : Sextus ille (1) lib. I. Pyrrhonianum hypotyposeon pag. 12, ostendere conatur quam variæ sint pro diversitate ætatum Phantasiæ, παρὰ δὲ τὰς ἡλικίας, inquit, ὅτι ὁ αὐτὸς ἀὴρ τοῖς μὲν γέρουσι ψυχρὸς εἶναι δοκεῖ· τοῖς δὲ ἀκμάζουσιν, εὔκρατος. καὶ <τὸ> αὐτὸ βρῶμα τοῖς μὲν πρεσβυτάτοις ἀμαυρὸν φαίνεται, τοῖς δὲ ἀκμάζουσι κατακορὲς, καὶ φωνὴ <ὁμοίως> ἡ αὐτὴ τοῖς μὲν ἀμαυρὰ δοκεῖ τυγχάνειν, τοῖς δὲ ἐξάκουστος, id est, ut vertit Henricus Stephanus, *Ex ætatibus autem quoniam idem aër senibus quidem frigidus esse videtur, aliis qui in ætatis flore (2) sunt, bene temperatus, et idem cibus, senibus quidem tenuis videtur, at iis qui florent ætate crassus; eodem modo et vox eadem, aliis quidem depressa esse videtur, aliis autem (3) alta;* at hujus loci elegantior sensus erit si legatur non βρῶμα sed χρῶμα, alioquin de sensu visus qui facilè maximam mutationem patitur, nullus hic foret sermo : præterea τὸ ἀμαυρὸν meliùs colori convenit quam cibo, et æquè de colore ac de cibo dici potest τὸ κατακορὲς, sic apud Virgilium legimus, *saturatas murice vestes* (4) et *hyali saturo fucata colore* (5).

Nunc ad Athenæi locum transeo; quis autem urbanissimi illius

(1) Fermat s'est servi de l'édition gréco-latine des Chouet, Orléans, 1621. Il faut lire pour la référence *pag.* 22, au lieu de page 12.
La correction qu'il propose a été adoptée par Fabricius dans son édition gréco-latine des Œuvres de Sextus Empiricus, page 28, note Z. Elle avait été également proposée par Saumaise.
(2) flore constituti sunt *Samuel.*
(3) vero *Samuel.*
(4) Cette expression est de Martial, VIII, 48.
(5) *Géorgiques*, IV, 335.

scriptores sales varia conditos eruditione ignorat? Et si quid in eo frigidum aut inficetum occurrat, quis ibi mendum subesse non suspicetur? Suspecta igitur erit lectio loci illius in quo hic auctor lib. 12. loquitur de depravatis Alcibiadis moribus, qui locus si vulgatam lectionem retineas ipso forsan Alcibiade depravatior erit : Athenæi (1) verba hæc sunt, Λυσίας δὲ ὁ ῥήτωρ περὶ τῆς τρυφῆς αὐτοῦ λέγων φησὶν· ἐκπλεύσαντες γὰρ κοινῇ Ἀξίοχος καὶ Ἀλκιβιάδης εἰς Ἑλλήσποντον ἔγημαν ἐν Ἀβύδῳ δύο ὄντε, Μεδοντιάδα τὴν Ἀβυδηνὴν, καὶ Ξυνωκείπην. ἔπειτα αὐτοῖν γίνεται θυγάτηρ, ἣν οὐκ ἔφαντο δύνασθαι γνῶναι, ὁποτέρου εἴη. ἐπεὶ δὲ ἦν ἀνδρὸς ὡραῖα, ξυνεκοιμῶντο καὶ ταύτῃ, καὶ εἰ μὲν χρῷτο καὶ ἔχοι Ἀλκιβιάδης, Ἀξίοχου ἔφασκεν εἶναι θυγατέρα· εἰ δὲ Ἀξίοχος, Ἀλκιβιάδου : error hic procul dubio in voce illa ξυνωκείπην et legendum ξυνωκείτην (2) hoc est *concubuerunt*, atque ita si falsa Xynoceipe deleatur, et sola supersit illa duobus nupta Medontias, portentosæ istorum iuvenum libidinis novitati nihil detrahetur; veritas autem istius emendationis satis per se patet, et ex ipsâ loci serie elici potest, in quo illud δύο ὄντε alioqui supervacaneum foret, nec jam amplius ambigua proles; ratio igitur illius correctionis in promptu est, cui ejusdem Athenæi accedit authoritas, is (3) enim lib. 13. iterum de Alcibiade loquitur hoc modo, Μεδοντίδος γοῦν τῆς Ἀβυδηνῆς ἐξ ἀκοῆς ἐρασθεὶς (4) ἔστερξε, καὶ πλεύσας εἰς Ἑλλήσποντον σὺν Ἀξιόχῳ, ὃς ἦν αὐτοῦ τῆς ὥρας ἐραστὴς, ὥς φησι Λυσίας ὁ ῥήτωρ ἐν τῷ κατ' αὐτοῦ λόγῳ, καὶ ταύτης

(1) Pages 534-535 de l'édition de Lyon, 1657. — Page 704 de cette même édition, après certains *Collectanea in aliquot Athenæi loca, Authore Viro Illustri L. I. S. T.*, on dit :
« Alia in Athenæum animadversio singularis, auctore viro illustri P. F. S. T. »
Page 535 A. Μεδοντιάδα τὴν Ἀβυδήνην καὶ Ξυνωκείπην.
« Mirum viros doctos non animaduertisse hic mendum subesse, cùm si ponas Axiochum » et Alcibiadem duas vxores duxisse, Medontiadem et Xynoceipen, tota periit lepidæ nar- » rationis gratia. Legendum verò pro Ξυνωκείπην, συνῳκείτην, à verbo συνοικέω, numero duali » præteriti actiui imperfecti, id est concumbebant, Axiochus nempe et Alcibiades vni tan- » tùm Medontiadi, quæ cùm filiam peperisset, dubium quidem erat ex vtrius semine nata » esset : ideoque cùm puber esset facta, vterque in illius amplexus ruebat, eo prætextu, » quòd non ex se, sed ex altero susceptam diceret. »
(2) Ou plutôt ξυνωκείτην. La leçon συνῳκείτην (*voir* la note précédente), qui ne conserve pas la forme attique, ne peut guère être attribuée à Fermat.
(3) Page 574 de l'édition de 1657.
(4) Ce mot ἐρασθεὶς est omis par *Samuel*.

ἐκοινώνησεν αὐτῷ, id est ut interpretatur Dalechampius, *Medontidem Abydenam auditione tantùm ille amare cœpit, et imprimis charam habuit, eam tamen cum Hellespontum navibus adüsset, Axiocho navigationis comiti, et pulchritudinis ipsius amatori, ut inquit Lysias in oratione quam contra eum scripsit, utendam dedit* : ibi autem fictitiæ Xynoceipes nulla mentio, et illud ἐκοινώνησεν æque ac ξυνωκείτην communes Alcibiadis, et Axiochi amores fuisse satis arguit.

Sed ab istorum juvenum voluptate oculos avertamus, et eam quæ ex studiorum societate percipitur, puriorem et diuturniorem, summumque adversorum solatium litteras esse fateamur; cum tu his mirum in modum oblecteris, non iniucundas tibi fore confido observationes in quibus amici manum agnosces; ipsius ego lucubrationum sparsas varijs in locis reliquias è tenebris quibus abditæ jampridem erant (1), eruere conatus sum, neque hæc contemnenda duxi, ut ex hoc spicilegio rerum quæ diligentissimos (2), ut ita loquar, messores latuerunt, pateat, quantam earum auctor in liberiori et conjecturis aperto critices campo segetem fuerit collecturus, si sæpius in illo spatiari voluisset : Vale et me ama.

(1) quibus illas parentis modestia abdiderat *Samuel* dans son édition de Diophante.
(2) perspicacissimos *Samuel* dans son édition de Diophante.

IX.

ISMAELI BULIALDO V. C.

P. F. S. D. P. (1).

Duas potissimum modulorum seu fistularum, quibus aqua erogatur aut accipitur, species constituit Frontinus in *Tractatu de Aquæductibus*, quarum una secundum diametros foraminis seu aperturæ aut luminis, ut loquitur ipse Frontinus, consideratur; altera secundum aream ipsam, hoc est spatium planum ipsius foraminis, quod in utroque casu rotundum et circulare supponitur.

Prioris fistularum speciei series ita procedit, ut earum diametri per quadrantem unius digiti juxta progressionem arithmeticam continuo augeantur (2).

Primus istius terminus est circulus cujus diameter est quadrans digiti; secundus, cujus diameter habet duos quadrantes digiti; tertius tres, quartus quatuor, et sic de cæteris usque ad vicenariam, centenariam, et ulterioris gradûs fistulam.

In hac serie vicenaria fistula, verbi gratia (3), ea est cujus apertura vel lumen habet diametrum 20 quadrantium (4) unius digiti.

(1) Publié par Camusat (*Histoire critique des journaux*, Amsterdam, J.-F. Bernard, 1734, p. 190-195) avec l'adresse fautive *Paulus Fermatus Ismaeli Bulialdo V. C. S. D. P.* — Reproduit par M. Ch. Henry (*Recherches sur les Manuscrits de Pierre de Fermat*, p. 16-17).

(2) augeatur *Cam.*

(3) V. C. *Cam.*

(4) quadratorum *Cam.*

Posterioris fistularum speciei series non secundum diametros, sed secundum aream ipsam luminis progreditur.

Prima nempe hujus speciei ea est quæ habeat aream $<$ unius digiti quadrati, secunda quæ aream $>$ duorum digitorum quadratorum, quinaria quæ quinque.

His positis, intelligis, Vir Clarissime, prioris speciei fistulas differre omnino a fistulis speciei posterioris. Nam, cùm prima posterioris speciei habeat pro area ipsius aperturæ unum digitum quadratum, prima prioris speciei pro area aperturæ non habet vigesimam dumtaxat partem unius digiti quadrati, quod facile colligitur ex supputatione arithmetica juxta rationem Archimedeam (1), quam si sequaris, semper prioris speciei fistulas minores fistulis speciei posterioris invenies usque ad vicenariam; post vicenariam vero semper prioris speciei fistulas majores fistulis speciei posterioris invenies. Ipsa vero vicenaria, quæ in confinio, utrobique fere æqualis existit : lumen enim vicenariæ prioris speciei est ad lumen vicenariæ speciei posterioris ut 55 ad 56, et sic differentia est unius tantum quinquagesimæ quintæ.

Ex supradictis patet emendandum textum Frontini in *libro de Aquæductibus*, p. 106 *Stewechianæ editionis* (2) *apud Raphelengium* 1608, et ita concipiendum :

In vicenariâ fistula, quæ in confinio utriusque rationis posita est, utrique rationi (3) *pene congruit. Nam habet, secundum eam computationem* (4) *quæ interjacentibus* (5) *modulis servanda est* (quæ quidem est prior fis-

(1) Archimedæam *Cam.*

(2) Stewersianæ edit. *Cam.* Il s'agit du Volume intitulé : *V. Inl. Fl. Vegetii Renati Comitis aliorumque aliquot veterum De Re Militari libri. Accedunt Frontini stratagematibus eiusdem auctoris alia opuscula. Omnia emendatius quædam nunc primum edita a Petro Scriverio cum commentariis aut notis God. Stewechii et Fr. Modii. Ex officina Plantiniana Raphelengii* MDCVII.

(3) Dans son édition critique *Iulii Frontini de aquis urbis Romæ libri* II (Leipsig, Teubner, 1858), Fr. Bücheler corrige *utraque ratio* d'après le manuscrit *Cassinensis*, unique source du texte de Frontin. Le passage reproduit par Fermat se trouve dans cette édition, page 15, l. 21 à page 16, l. 3.

(4) comparationem *Cam.*

(5) Polenus a corrigé *in antecedentibus*, ce qui concorde avec la leçon du Cassinensis, *in tecedentibus*.

tularum species), *in diametro quadrantes viginti; cùm diametri ejusdem digiti quinque sint, et secundum eorum modulorum rationem qui sequuntur, aream* (1) (ita confidenter corrigimus, cùm vulgo male legatur *ad eam* : hæc est enim posterior fistularum species quæ) *habet digitorum quadratorum ex gnomoniis* (2) *viginti.*

Cùm enim vicenaria prioris speciei habeat in diametro quadrantes viginti unius digiti, hoc est quinque digitos, erit (3) quadratum diametri 25 digitorum. Est autem proxime ut 14 ad 11, ita quadratum diametri ad circulum, ex Archimede, et est proxime pariter ut 14 ad 11, ita 25 ad 20. Ergo vicenaria prioris speciei, quæ habet viginti quadrantes in diametro, habet etiam fere viginti digitos quadratos areæ, ut pene æqualis sit fistulæ vicenariæ speciei posterioris : quod probandum erat ad sensum Frontini planius aperiendum.

Ut autem perfectius innotescat vicenarias utriusque speciei omnium proximas inter se esse (4), exponatur tabula sequens

1	11	224	6	66	224	11	121	224	16	176	224	21	231	224
2	22	224	7	77	224	12	132	224	17	187	224	22	242	224
3	33	224	8	88	224	13	143	224	18	198	224	23	253	224
4	44	224	9	99	224	14	154	224	19	209	224	24	264	224
5	55	224	10	110	224	15	165	224	20	220	224	25	275	224

Primus ordo est numerorum ab unitate in progressione naturali.

Secundus est a 11; progreditur per additionem ipsius 11.

Tertius est ejusdem semper numeri 224.

Patet autem ex supputationibus geometricis fistulam prioris speciei ad fistulam posterioris esse ut numerus collateralis secundæ columnæ

(1) Bücheler a fait la même correction que Fermat, mais comme il met plus haut le point-virgule après *sint* et non après *viginti*, il considère le texte comme en désordre et propose de le remanier, ce qui est inutile, car le sens est bien celui qu'indique Fermat : « Dans le tuyau du module 20, qui se trouve à la rencontre des deux façons de compter, celles-ci se trouvent sensiblement d'accord. Car, selon le système adopté pour les modules inférieurs, il a 20 quarts de doigt en diamètre; cela faisant 5 doigts de diamètre, il aura aussi, si on le rapporte au système des modules supérieurs, une section de presque 20 doigts carrés », au lieu de 20 doigts carrés exactement, qu'il devrait avoir d'après ce système.

(2) ex gnomoniis *Scrip.* et gnomonum *Cam.* exiguo minus *Bücheler.*

(3) edit *Cam.*

(4) intersesse *Cam.*

ad numerum 224 tertiæ. Exempli gratia, fistula quinta (1) primæ speciei est ad fistulam quintam secundæ ut 55, qui est numerus collateralis 5, est ad 224. Etc.

Unde apparet, cùm numeri 220 et 224 sint omnibus secundæ et tertiæ columnæ inter se proximiores, vicenariam, quæ est ipsis collateralis, esse ejus naturæ et proprietatis quam innuit Frontinus. Unde evidens est non solum correctionem nostram esse veram, sed etiam necessariam, imo et demonstratam.

In eadem pagina emendandus est etiam textus, ut sensus restituatur Frontino, ubi etiam legitur :

Centenaria autem et centenum vicenum, quibus assidue accipiunt, non minuuntur, sed augentur.

Post hæc autem verba, inquam, sigillatim-exponit Frontinus qua proportione aquarii has duas fistulas fraudulenter auxerint; sequitur itaque *nec usu frequens est* : legendum loco vocis *nec, cen* hoc est *centenaria*, quæ haud dubie hac ratione tribus primis characteribus in MSS. designabatur. Quod cùm exscriptores non caperent, inverso vocabulo, voci *cen* substituerunt *nec*, decepti fortasse simili, quam aliquot ante lineis, cùm de duodenaria loquitur Frontinus, viderant, expressione (2).

Si hanc emendationem non admittas, erunt hæc omnia scopæ dissolutæ. Sensus integer Frontini id præcipue vult, aquarios quatuor fistularum modum mutavisse, quod ita exprimit :

Sed aquarii, cùm manifestæ rationi in (3) *pluribus consentiant, in quatuor modulis nominaverunt* (4) *duodenaria* (5) *et vicenaria et centenaria*

(1) quintæ *Cam.*

(2) La conjecture de Fermat est plus ingénieuse que solide; mais, de fait, les mots *nec usu frequens est* ne se trouvent pas dans le Cassinensis. Bücheler (p. 16, l. 16–17) les a donc supprimés purement et simplement.

(3) Fermat ajoute ici *in* au texte de l'édition qui ne porte que *pluribus*, avec l'indication de la variante *plurimùm*. Bücheler fait la même addition, d'après Polenus (p. 16, l. 9).

(4) D'après le Cassinensis, pour ce mot qui a torturé Fermat, il faut partout lire *novaverunt.*

(5) duodenariam et vicenariam et centenariam *Cam.*

et centenum vicenum, ubi quid per vocabulum *nominaverunt* intelligat, quo idem Frontinus duobus aliis locis paginæ sequentis (1) 107 utitur, amplius quærendum et consulendi forsan codices MSS.

Reliqua sequuntur in quibus suspicaremur aliquid transponendum, si Scaligerianam audaciam auderemus imitari, et ita omnino legendum post verba superiora (2) :

Vicenariam exiguiorem faciunt diametro digiti semisse (3), *capacitate quinariis tribus* (4) *et semuncia, quo modulo plerumque erogatur. Reli-*

(1) pag. seq. *Cam.*

(2) L'ordre du texte édité est le suivant : *Et duodenariæ quidem, quod nec magnus error nec usu frequens est, diametro adjecerunt digiti semunciam sicilicum, capacitati quinariæ et bessem. Reliquis autem tribus modulis plus deprehenditur. Vicenariam exiguiorem faciunt diametro digiti semisse, capacitate quinariis tribus et semuncia, quo modulo plerumque erogatur. Centenaria autem et centenumvicenum etc.* L'interversion proposée par Fermat est inutile. Voici le sens général du passage (éd. Bücheler, p. 16, l. 8 à 18) :

« Les distributeurs d'eau se conforment, en général, pour les modules des tuyaux, aux exigences de la raison; toutefois ils ont innové pour quatre modules, nos 12, 20, 100 et 120. Pour le module 12, l'erreur n'est pas grande et d'ailleurs l'usage de ce module n'est pas fréquent; ils augmentent le diamètre de $\frac{1}{16}$ de doigt, la capacité de $\frac{97}{400}$ de *quinaire* (a). Pour les trois autres modules, la différence est plus grande. Le module 20, le plus employé pour les concessions, est diminué par eux de $\frac{1}{2}$ doigt, ce qui réduit la capacité de 3 quinaires $\frac{1}{24}\left(\text{exactement } \frac{1}{25}\right)$. Au contraire, les modules 100 et 120, qui servent constamment pour les prises, ne sont pas diminués, mais augmentés, etc. »

(3) Bücheler ajoute *et semuncia*, contre l'autorité des manuscrits, parce que, dans le Tableau qui suit un peu plus loin (p. 19, l. 13), Frontin donne 5 doigts $\frac{1}{24}\frac{1}{288}$ pour le diamètre du module 20, ce qui correspond à la section de 20 doigts carrés (système des modules supérieurs). Mais il est clair qu'ici Frontin compte le module 20, suivant le système des modules inférieurs, à 20 quarts de doigt ou à 5 doigts de diamètre.

(4) Bücheler ajoute *et quadrante*, pour le motif indiqué dans la note précédente. Comme le prend ici Frontin, le module 20 vaut évidemment 16 quinaires, et non 16 quinaires $\frac{1}{4}\frac{1}{24}$, comme il est indiqué au Tableau suivant (p. 19, l. 14). Quant au module effectif des *aquarii*, sa valeur en quinaires est $\left(4\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 12\frac{24}{25}$. La différence avec 16 est $3\frac{1}{25}$ ou $3\frac{1}{24}$, à moins d'un scrupule $\left(\frac{1}{288}\right)$ près.

(a) Le *quinaire* est le tuyau de module 5 (diamètre $\frac{5}{4}$ de doigt), pris pour unité de capacité. La fraction $\frac{97}{400}$ est celle que donne le calcul, mais ne correspond pas exactement au texte de Frontin.

quis (1) *autem tribus modulis plus deprehenditur : duodenariæ quidem, quod* (2) *nec magnus error nec usu frequens est, diametro adjecerunt digiti semunciam sicilicum, capacitati quinariæ* (3) *et bessem. Centenaria autem et centenum vic. etc.*

Sed de voce *nominaverunt* quid statuemus? quid statues, mi Bulialde? quid statuent docti? Sensum quidem capimus, sed expressionem Frontini aut sensum ipsius expressionis desideramus.

Non difficile est quæcumque in hac pagina et in paginis 107 et 108 de capacitatibus fistularum, earum diametris et perimetris enunciantur, quæ mire corrupta sunt apud Frontinum, ex geometricis supputationibus emendare. Quas si forte desideres, non gravabimur aggredi atque firmiter probare, ut, si ea, quæ dixerat ipse Frontinus, non fuerimus plane assecuti, ea saltem, quæ dicere debuerat, supplere non dubitemus.

Interea vale, Bulialde doctissime et amicissime.

Dabam Tolosæ Tectosagum ad diem XXIV novembris (1) anni à C. N. MDCLV.

(1) Bücheler ajoute *In* devant *reliquis*, ce qui semble inutile.

(2) Bücheler supprime *quod*, d'après le Cassinensis, et ajoute plus loin *cujus* avant *diametro*.

(3) quin et bessem *Cam.*, quinariæ quadrantem *Bücheler*. Le Cassinensis donne *quinariæ ebesem*. Le texte est évidemment corrompu, mais la correction de Bücheler, faite d'après Polenus, est peu admissible. En fait, comme je l'ai dit plus haut, l'augmentation en quinaires est exactement $\left[\left(3\frac{1}{16}\right)^2 - 3\frac{1}{2}\right] \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{97}{400}$, ce qui correspond en scrupules à 69,84. La correction de Polenus suppose que Frontin aurait, par approximation, pris 72 scrupules. Mais, comme ici la différence est très petite, elle aura dû être calculée encore plus exactement que la précédente (*voir* page 384, note 4). Il est donc probable que Frontin aura admis 69 scrupules $\frac{2}{3}$ (comme l'indique la leçon *et bessem*; comp. éd. Bücheler, p. 14, l. 24-25, *et besse scripuli*). L'indication des scrupules, faite suivant la notation romaine des fractions de l'as, aura été laissée de côté par le copiste.

(4) nov. *Cam.*

X.

LETTRE DE HUET [1].

PETRO ET SAMUELI FERMATIIS, PATRI ET FILIO, TOLOSAM.

Cùm omnibus officijs amorem erga me suum Segræsius noster et jam nunc vester significauerit, tum illud longe mihi gratissimùm est quod, quorumcumque hominum aliqua laude florentium sibi conciliauit beneuolentiam, ejusdem me statim fecit participem. Quod sic interpretor, existimasse ipsum non certiorem propensi in me animi testificationem dare se posse, quam si quod in vita carissimum habet, amicos nempe, eos mecum communes esse vellet. Quo beneficii genere, si unquam alias, nunc certe me cumulare pergit, cùm doctrinæ, ingenij et vrbanitatis egregia specimina vt ad me mitteretis, operâ suâ et aliquâ fortasse nostri apud vos commendatione perfecit. Parum equidem munere isto eâquè quam de me suscepisse videmini opinione dignum me præbeam, nisi maximas vobis debere me gratias palam profitear et præclaras vtriusque vestrûm dotes apud omnes decantem. Quod autem tuas veterum scriptorum castigationes et conjectanea, necnon et poematia, tu Fermati pater, puncto meo approbare velle præ te fers, sic accipio te industriæ tuæ testem et plausorem, non judicem quærere. Sic ergo habeto nihil mihi magis consentaneum videri quam quod ξυνωκείπην vocem nihili et a vero Athenæi [2] sensu alienam

(1) Lettre publiée par M. Ch. Henry (*Recherches sur les manuscrits de Pierre de Fermat*, p. 73-76) d'après le manuscrit n° 997 de la Bibliothèque de l'Université de Leyde, pages 139 et 140, et la copie dans le manuscrit de la Bibliothèque nationale, *Fonds latin* n° 11432, où elle est numérotée LXXVI.

(2) *Voir* ci-dessus, page 378, note 2.

expungis, ξυνωκείτην autem acute et legitime substituis. Profecto, ut in emaculando erudito hoc scriptore multum desudarint Dalecampius nostras et Casaubonus, non exiguam tamen, post amplam messem, spicilegio materiem reliquerunt. Quid item certius quàm χρῶμα non βρῶμα legendum apud Sextum philosophum (1)? Hæc Theonis (2) quam profers emendatio sese ipsa vel minimum attendenti luculenter probat. Quod autem in Claudiani (3) epigrammate *pater* in *puer* reformandum statuis, κριτικώτατον est et vulgaris καὶ παιδαγωγικῆς ῥινὸς olfactum præterit. *Puer* porro in obscœnis esse qui nescit, quid sint παιδικά, quid παιδεραστεῖν, ignorat, nec catamitos nouit dictos esse pullos, nec Martialis (4) sententiam assequitur, cùm ait :

Sit nobis ætate puer, non pumice, lævis,
Propter quem placeat nulla puella mihi.

Atque utinam eiusmodi amœnitatibus, tuisque etiam elegantissimis epigrammatis ac tuis item, Fermati fili, quæ mirifice sane nobis sapiunt, par referre possem! Sed quod ab exigua nostra et paupertina facultate non suppetit, id deuoto erga vos animo, omnibusque obsequijs repræsentare conabor. Valete, Viri Eximij. Cadomi III non. dec. MDCLIX.

Si lucubrationibus tuis geometricis, in quibus diceris obtinere principatum, Fermati pater, me impertieris, optime de me fueris promeritus.

(1) *Voir* ci-dessus, page 377.

(2) *Voir* ci-dessus, page 376.

(3) Il s'agit de l'épigramme LXXVI de Claudien (éd. Heinsius, 1650), vers 5 et 6, où l'on lit :

Quod turpem *pateris* cano jam podice morbum,
Femineis signis Luna Venusque tulit.

Fermat proposait de lire *pueris* au lieu de *pateris*; cette conjecture, ingénieuse mais inutile, n'a pas été prise en considération par les éditeurs subséquents de Claudien.

(4) Martial, XIV, épigramme 205.

XI.

LETTRE DE FERMAT.

PETR. DAN. HUETIO S. P. D. PETR. FERMATIUS. CADOMUM (1).

Vix legeram tuam epistolam, cùm effœtam jamdiu et marcescentem latini sermonis facultatem reuocare statim sum aggressus, vt grati saltem animi officium quoddam rependerem, et elegantiam tuam quadamtenus adumbrarem. Sed non succurrerunt verba, et in medijs conatibus æger jam deficiebam, aut si mauis aliud quoque Virgilianum (2), *inceptus clamor frustrabatur hiantem*, cùm ecce commodum superuenit vrbanissimus Segresius, et amicum serio meditabundum, et jam pene cum vnguibus conflictantem, ac secum nescio quid obmurmurantem intuitus : « Ain vero, inquit, credisne Huetium a te aliquid elabora» tum et quod demorsos sapiat vngues exspectare? Sincerum tantum » cordis affectum expostulat, et in pignus amicitiæ nascentis aliquot » aut versiculos aut criticas obseruationes exposcit. » — « Sed illud » multo, inquam, difficilius euadet. Carmina enim paucissima penes » me habeo, quæ tanto et tam celebri viro ausim communicare; ani» maduersiones autem criticas multo adhuc pauciores valeam exhi» bere; nam is certe sum qui notas hujusmodi censorias, nisi ipsarum » veritas luce ipsâ clarior sit, omnino rejiciam; imo in ipsis ἀπόδειξιν » ἐπιστημονικήν, more geometrico, existimem requirendam. Quod

(1) Lettre publiée par M. Ch. Henry (*Recherches sur les manuscrits de Pierre de Fermat*, p. 77) d'après le manuscrit n° 997 de la Bibliothèque de l'Université de Leyde, pages 141 et 142, et la copie dans le manuscrit de la Bibliothèque nationale, *Fonds français Nouv. Acq.* n° 3280, f^os 108 et 109.

(2) Comparez *Énéide*, VI, 493.

» exempla, quæ jam ad clarissimum Huetium tuâ operâ peruenerunt, » satis probant. Velim tamen in supplementum probationis adjungere » doctissimi et eruditissimi illius viri approbationem vicem accuratis» simæ demonstrationis apud me obtinere, nec vllum amplius de vero » Athenæi, Sexti, Theonis et Claudiani sensu dubitandi locum relin» quere. » — « Quâ ergo, inquit, ratione, amice, et epistolæ et exspec» tationi respondebis? » — « Censeo, inquam, nil aliud mihi facien» dum, quam fortuitum hoc et familiare inter nos colloquium in » speciem epistolæ efformandum, et Cadomum quamprimum transmit» tendum. » — Annuit Segresius, ego vero vsus sum consilio inopiæ meæ perquam accommodato, et amicitiam tuam, Vir Clarissime, si non facundiâ, saltem obsequio obseruantissimo, in posterum tentabo promereri. Vale. Tolosæ, VI Kal. Januar. anni MDCLX.

XII.

CEDE DEO, SEU CHRISTUS MORIENS.

D. Petri de Fermat carmen amœbæum ad D. Balzacum.

Obstupuit totiesque elusum mentis acumen
Dedidicit vanos veris præferre colores
Luminibus. Quid bella moves, deletaque pridem
Numina præstigiis linguæ solertis adumbras
Infelix ratio? Num te simulachra tot annis
Desita, et imbelles Divûm sub imagine formæ
Fallaci cinxere metu? Num te ostia Ditis
Aut stygiæ remorantur aquæ, Elysiive recessus,
Et quidquid credi voluit Dijs æqua potestas?
Perge tamen quò te securo tramite ducunt
Balzaco præeunte viæ, nec inertia dudùm
Fatidicæ responsa Deæ, quercusve silentes
Dodonæ, aut taciti venerare oracula Phœbi;
Cede Deo. Cessit veterum numerosa propago
Cœlicolûm : Deus ecce Deus, quem prona parentem
Agnoscit natura suum, cui terra, salumque
Paret, et edomitæ fatalia flabra procellæ,
Submittuntque ipsæ jam non sua murmura nubes.
Hic puro fulgore micans, de lumine lumen
Dum traheret, Deus unus erat, natusque supremi
Æternâ æternùm manans de mente parentis
Assumpsit veros morituræ carnis amictus,

Si qua forte queat mortalia flectere corda,
Tantillumque animis extundere possit amorem.
At postquam summi tandem mandata parentis
Horrendo sacrum caput objecere furori,
Humanas mœrenti animo depromere voces
Cœpit, et insolito succussus membra fragore,
Omnipotens, si nondùm orbem mala nostra piarunt,
Et placet infandum pœnæ genus, en, ait, adsum
Victima, lethiferoque libens succedo dolori.
Cerne tamen sudore madens et sanguine corpus,
Et si nulla super nostræ tibi cura salutis,
At saltem solare animum non digna ferentem.
Dixit et humentes oculos ad sydera tollens,
Quas non ille preces, quæ non suspiria fudit
Anxius ærumnisque gravis, tua, rector Olympi,
Dum satagit, mentemque futuræ accingere pugna (1)
Sponte parat? Cœlo intereà demissus ab alto
Aliger, ut varios animi componeret æstus,
Improvisus adest, ceciditque repente fragorum
Turba minax, auctæque superno robore vires
Despectant longè pœnas, nondumque paratæ
Incubuere Cruci : nam cur, supreme, moraris
Rector, ait, cur me per tanta pericula vectum
Sistis, inexpletoque obices opponis amori?
Dixerat, humanisque iterum succumbere curis
Visa caro, tristes agitant præcordia motus,
Nècdum securo gressu vestigia ponit.
Hæc inter dubiæ mentis certamina totam
Noctem orat, socios altus sopor urget inertes,
Quos decuit vigiles oranti impendere curas.
Heu pavidæ mentes, si nec cœlestia tangunt,

(1) *Lisez* pugnæ.

Nec veræ virtutis honos, hoc munere saltem
Defungi jurata fides, jussumque magistri
Debuit una sequi; sed jam strepit undique murmur,
Et segni tenebras abrumpunt lumine tædæ;
Quò se cumque feret, jam vis inimica propinquat,
Fictaque adorantis species, verique dolores
Non procul. Infausti tandem sub pondere ligni
Deficit, affixusque cruci, jam verbera passus,
Jam spinas, laceros spargens tormenta per artus
Nempe urgebat amor, nostræque cupido salutis,
Humanam egressus sortem, mortique tremendus
Dum fieret morti propior, fremitusque, minasque,
Et conjuratæ spernens convicia turbæ,
Degeneri vitam populo pacemque precatur,
Nec, quas ipse tulit pœnas, tortoribus optat.
Et jam finis erat, violataque pectora puri
Muricis undantes spargebant undique rivos.
Nec tamen imbelli subiit fata ultima mente:
Quin magis assurgens, divinaque lumina, Cœlo
Sic propior, vocemque sonoram ad sydera tollens,
Summe Deus, quid me moribundum deseris, et jam
Semianimem, populique tuoque furore fatigas?
Sat tibi, sat mundo dedimus, finitaque dudum
Singula præscriptas habuere oracula metas.
Sic fatur moriens, elataque lumina rursùm
Figit humi, nec jam Cœlum spectare facultas
Ulla datur, cecidere animi, marcentiaque ora
Æthereo vocem extremam fudere parenti:
Hanc tibi, summe parens, animam commendo, nec ultra
Prosiliit, vitamque simul cum voce reliquit.
Haud secùs extremo videas spiramine lychnum
Ingentem nisu valido producere lucem,
Et sursùm elatas, iterum subsidere flammas,

Donec anhelanti similem circumfluus humor
Deserit, et densæ subeunt fuliginis undæ.
Debilis intereà visa est scintilla per umbras
Semianimes atris miscere vaporibus ignes,
Deficiunt tandem et vano conamine sursùm
Evecti, æternis noctis conduntur in umbris.
Nec tamen æternæ claudent tua lumina noctes,
Nate Deo, veram referet lux tertia lucem,
Et majora dabit renovato lumina mundo.
Quò me, quò, Balzace, rapis? juvat ire per altum
Exemplo quocùnque tuo me musa vocarit,
Exiguo sine te vix suffectura labori;
Scilicet optati venient tanto Auspice versus,
Et quo Pierij frueris super ardua montis
Editus, hoc olim forsan potietur honore
Balzaco proles non inficianda parenti.

XIII.

NOTES CRITIQUES

SUR LES

HARMONIQUES DE MANUEL BRYENNE [1].

I.

Notata quædam ad Manuelem Bryennium.

In libro primo, capite περὶ συστήματος, loco horum verborum : τῶν πρίν τε καὶ δύο λειμμάτων, legendum : τόνων πέντε καὶ δύο λειμμάτων [2].

In libro 2°, pag. 2ª : καὶ ἐσφοδρότητες, legendum : καὶ αἱ σφοδρότητες [3].

(1) Manuscrit grec 2460 de la Bibliothèque nationale. Copié au XVI^e siècle, sur papier, de 218 feuillets, in-folio, et relié en veau fauve. Ce volume, après avoir appartenu à l'archevêque de Toulouse, Charles de Montchal († 1651), dans la bibliothèque duquel il portait le n° XLIV, puis sans doute au surintendant Foucquet et à Ant. Faure, passa dans la collection de l'archevêque de Reims, Le Tellier, qui le donna au Roi avec ses autres manuscrits en 1700. On y trouve le recueil suivant des auteurs grecs qui ont traité de la Musique :

Alypii isagoge musica (fol. 1^re); — *Gaudentii isagoge harmonica* (fol. 14^re); — *Anonymi opusculum de re musica :* Ῥυθμὸς συνίστηκεν... (fol. 24); — *Bacchi senioris isagoge musica* (fol. 32); — *Anonymi isagoge musica :* Τῆ μουσικῆ τέχνη... (fol. 36); — *Euclidis isagoge harmonica et sectio musici canonis* (fol. 40); — *Theonis Platonici summa et conspectus totius musicæ* (fol. 50); — *Pappi excerpta de re musica* (fol. 52^re); — *Aristoxeni harmonicorum elementorum* libri III (fol. 58); — *Nicomachi Geraseni harmonices enchiridion,* libri II (fol. 82); — *Aristidis Quintiliani de musica* libri III (fol. 97); — *Manuelis Bryennii harmonicorum* libri I et II (fol. 145 à 202).

Les notes autographes de Fermat, dont nous devons la découverte à M. Henri Omont, sous-bibliothécaire au département des Manuscrits, forment un petit cahier de papier, in-4° (fol. 203 à 218), relié à la fin du manuscrit; seuls les fol. 206, 208 à 214 et 216 à 218 sont écrits.

(2) Ms., ch. VI, fol. 158, l. 18; édition Wallis (Oxford, 1699, f°), p. 383, l. ult.

(3) Ms., ch. I, fol 162^re, l. 10; éd. p. 394, l. 13.

Ibid. : συμφωνοῦσι δὲ ῥυόγγοι πρὸς ἀλλήλους, ὧν θατέρου κρουσθέντος ἐπί τινος ὀργάνου τῶν ἐνταυτῶν, καὶ ὁ λοιπὸς κατά τινα οἰκειότητα καὶ συμπάθειαν συνηχεῖ [1]. Hæc verba videntur ad verbum descripta ex fragmento Theonis, pag. 3ª [2]. Ibi, loco horum verborum : ὀργάνου τῶν ἐνταυτῶν, legitur in manuscripto : τῶν ἐν τούτοις, sed manifestum in utroque est mendum; legendum τῶν ἐντατῶν. Esse enim tria instrumentorum genera apud veteres musicos notum, quæ Nichomachus in Enchiridio πνευματικὰ ἐντατὰ et κρουστὰ appellat. Ἐντατῶν vero, sive quæ chordis tensis constant, hæc est proprietas quam hoc loco indicat Bryennius, ut unâ ex duabus chordis consonantibus pulsatâ, altera statim occultâ quâdam sympathiâ resonet.

Pag. 4ª : τὰ γὰρ ἐννέα οὐχ οἷον τε διαιρεθῆναι εἰς ἴσα [3]. Tonum bifariam dividi non posse ut probet, hanc rationem subdit. Male. Non enim quia numerus 9 in duas æquales partes dividi non potest, ideo tonus seu proportio sesquioctava bifariam dividi non potest. Aut igitur erravit Bryennius, aut (quod probabilius est) sunt hæc verba glossema scioli cujusdam, quæ e margine in textum irrepserunt. Vera enim ratio hujus impossibilitatis tam in ratione sesquioctavâ quam in reliquis superparticularibus hæc est, quoniam inter duos numeros unitate distantes non cadit medius proportionalis neque in integris, quod per se patet, neque in fractis, cujus propositionis demonstratio est in proclivi.

Pag. 5ª, lin. 5ª, fin.: καὶ ἐπόγδοον καὶ ἐπιπεντεκαιδέκατον, legendum : ἐπόγδοον καὶ ἐπιέννατον [4].

Pag. 7ª, in fig. 1ª, loco ultimi numeri ξδ, legendum ξγ [5], hoc est 63, non 64.

Pag. 8ª, in 1ª fig. [6]. Omnes numeri tetrachordum constituentes sunt corrupti, aut male huc ex 2ª fig. ejusdem paginæ translati. Ita autem

(1) Ms., *ibid.*, l. 17; éd. p. 394, l. 23 (*éd.* καὶ supprimé avant συμπάθειαν).
(2) Ms., fol. 51, l. 6; éd. Bouillau, 1644, in-4°, p. 80, l. 12.
(3) Ms., fol. 163^re, l. 21; éd. p. 396, l. 13.
(4) Ms., fol. 164, l. 5 du bas; éd. p. 397, l. 18 du bas.
(5) Ms., fol. 165; éd. p. 399.
(6) Ms., fol. 165^re; éd. p. 400.

se habent : τξη, τξ, τμη, σος, quorum loco substitui debent sequentes : σπ, σ, σνβ, σι, hoc est : 280, 270, 252, 210.

Corrigendi et numeri proportionum constitutivi, quos in vertice figuræ ita scriptos vides : ἐπὶ μζ, ἐπὶ ιδ, ἐπὶ ζ, legendum horum loco : ἐπὶ κζ, ἐπὶ ιδ, ἐπὶ ε (1).

In 2ª figura tertius numerus finalis debet corrigi, et loco τμη, legendum τμε.

Pag. 10ª, ubi scribitur ἄφωνοι ἤτοι κακόφωνοι καὶ ἐμμελεῖς, legendum ἐκμελεῖς, aut ἀμελεῖς (2), ut constet sensus.

Pag. 12ª. Ἀλλ' οὗτοι δὴ μόνοι οἱ πεντεκαίδεκα ἐπιμόριοι λόγοι εἰσὶν ἐξ ἅπαντος τοῦ τῶν ἐπιμορίων λόγων πλήθους· οἱ σύντρεις πως ἀλλήλοις συναπτομένοι, δύνανται τὸν ἐπίτριτον ἀποτελεῖν λόγον, καὶ οὐδένες ἄλλοι παρὰ τούτους ἐν οὐδεμιᾷ μηχανῇ τοῦτο ποιεῖν δύνανται (3). Non possum hoc loco dissimulare Bryennii errorem audacter nimis et confidenter asserentis nullas alias in omni superparticularium multitudine inveniri rationes præter quindecim ab eo superius assignatas, quarum tres simul sumptæ sesquitertiam componant. Ab eo supra allatæ pag. 3ª hujus libri sunt sesquiquarta, sesquiquinta, sesquisexta, sesquiseptima, sesquioctava, sesquinona, sesquidecima, sesquiundecima, sesquidecima quarta, sesquidecima quinta, sesquivigesima, sesquivigesima prima, sesquivigesima tertia, sesquivigesima septima, et sesquiquadragesima quinta, quas proposito dumtaxat satisfacere affirmat. Contrarium facillime probamus. Ecce enim sesquiducentesimam quinquagesimam quintam, quæ hos quatuor terminos dabit

256 255 240 192.

Ex quibus fiunt tres proportiones superparticulares, nempe sesquiducentesima quinquagesima quinta, sesquidecima sexta et sesquiquarta, quæ simul junctæ sesquitertiæ æquantur contra mentem authoris, imò et infra terminos ab eo allatos aliæ inveniuntur. Nam ex

(1) Dans ces expressions, le mot ἐπι ne devrait pas porter l'accent grave.
(2) Ms., fol. 166ᵛᵒ, l. 10 du bas; éd. p. 402, l. 16 (ἐκμελεῖς).
(3) Ms., ch. II, fol. 167ᵛᵒ, l. 16; éd. p. 403, l. 8 du bas.

sesquidecimâ tertiâ, sesquiduodecimâ et sesquiseptimâ simul junctis conflatur sesquitertia; item ex sesquidecimâ nonâ, sesquidecimâ octavâ et sesquiquintâ etc. Cui speculationi pulcherrimum problema subjungeremus, si per otium liceret : Nempe datâ qualibet proportione superparticulari invenire quot modis in tres proportiones superparticulares dividi possit, aut generalius, quot modis in datum proportionum superparticularium numerum dividi possit, verbi gratiâ, quot modis proportio sesquioctava in decem proportiones superparticulares dividi possit. Proponatur, si placet, hoc problema solvendum omnibus hujus ævi mathematicis. Ejus certe notitiam veteres et musicos et mathematicos latuisse verisimile est, cum Bryennium alioquin peritissimum et exactissimum fugerit.

In cap. 10°, pag. 2ª, in numeris versus figuræ verticem atramento depictis, loco κ, legendum η, hoc est 8, non 20 (1). Hi enim numeri sunt differentiæ numerorum qui proportiones constituunt et qui ordine restitui debent versus figuræ finem, nempe σκδ, σις, ρπθ, ρξη.

Pag. 4ª, deest quartus numerus in vertice figuræ, nempe post tres ,ατμδ, ,ασζς, ,αρλδ, ponendus quarto loco ,αη, hoc est 1008.

Media proportio malè exprimitur in vertice, nam non ἐπὶ κζ legendum, sed ἐπὶ ζ simpliciter, hoc est sesquiseptima, non sesquivigesima septima.

In numeris atramento depictis loco primi numeri πδ, legendum et reponendum ut in reliquis ριβ (2).

In eadem pagina, ubi legitur : ἡ δὲ παρυπάτη πάλιν τούτου διατόνου ὁμαλοῦ γένους συντονωτέρα ἐστὶ τῆς παρυπάτης τοῦ μαλακοῦ ἐντόνου ἐπτεικοστεβδόμῳ λόγῳ ἔγγιστα, legendum ἐπι ἐννάτῳ καὶ δεκάτῳ λόγῳ ἔγγιστα (3).

In numeris proportionum differentias exprimentibus qui a vertice

(1) Ms., ch. X, fol. 183ᵛᵒ; éd. p. 431.
(2) Ms., fol. 184ᵛᵒ; éd. p. 433.
(3) Ms., *ibid.*, l. 12 (*ms.* τοῦ διατόνου); éd. p. 433, l. 9 du bas (τοῦ διατόνου.... ἐντόνου γένους). Wallis a d'ailleurs corrigé ἐπτεννεακαιδεκάτῳ.

figuræ versus finem sive κατὰ στίχους, ut Græci loquuntur, protenduntur, loco ἐπὶ θ, legendum ἐπὶ ιθ, hoc est 19, non 9 (1).

In sequente figurâ desunt duo numeri parhypaten et lichanon syntoni diatoni exprimentes, qui sunt ,ασξ et ,αρκ, hoc est 1260 et 1120 (2).

Eâdem pagina 5ª, lin. 6ª, ubi legitur ἐπὶ τριακοστῷ λόγῳ ἔγγιστα, delenda vox ἔγγιστα, hic et inferius eâdem pagina (3), ubi de eâdem proportione fit mentio. Accurata enim est proportio 36. ad 35. ad differentiam parhypates prioris et posterioris tetrachordi exprimendam.

Huc usque provecti, omnes fere figuras corruptas cum cerneremus usque ad finem libri, proclivius duximus errores ob oculos ponere communis figuræ beneficio, ne aliter obscurior esset glossa quam textus.

Quæ iteratâ lectione visa sunt emendanda hic apposuimus.

Libro 1°, cap. 1°, pag. 4ª, lineâ ultimâ, ubi in manuscripto legitur καὶ τὰ πάθη τῶν φυσικῶν εἰς ὧν γίγνονται, legendum : εἰδῶν γίγνονται (4).

Pag. 5ª, lin. 21ª, τοῦ μὲν ἀπὸ τοῦ ἡμιολίου, legendum : τοῦ ἡλίου (5).

Cap. 2°, lin. 8ª, περὶ τοῦ ἡρμοσμένου σαφὴν εἶ, legendum : σαφήνειαν (6).

Cap. 3°, pag. 2ª, lin. 11ª, καὶ πάντες τὸν τούτον φαινόμενον ποιεῖν, οὐκέτι λέγειν φασί, ἀλλ' ᾄδειν, corrige : καὶ πάντες τοὺς τοῦτο φαινομένους ποιεῖν (7).

(1) *Voir* note 2, p. 397.
(2) Ms., fol. 185; éd. p. 434.
(3) Ms., *ibid.*, l. 6 (*ms.* τριακοστῷ πέμπτῳ); éd. p. 434, l. 19 (τριακοστοπέμπτῳ); cf. ms., *ibid.*, l. 6 du bas, et éd. l. 3 du bas. — L'omission de πέμπτῳ, dans le texte de Fermat, est due à une simple inadvertance.
(4) Ms., ch. I, fol. 147, l. ult.; éd. p. 363, l. 14.
(5) Ms., fol. 147ᵛᵒ, l. 21; éd. p. 364, l. 5.
(6) Ms., ch. II, fol. 149ᵛᵒ, l. 15; éd. p. 367, l. 5 du bas. Le ms. porte : σαφήνειᵃ (= σαφήνειαν).
(7) Ms., ch. III, fol. 154, l. 11 (*ms.* et *éd.* φασίν); éd. p. 376, l. 3 (τὸν τοῦτο φαινόμενον).

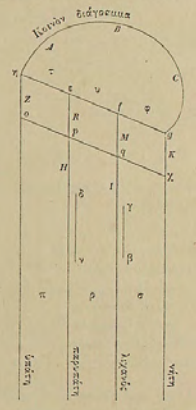
Cap. 4°, pag. ult., lin. 14ª, διάφωνοι μέν εἰσιν οὐ μὴν δὲ καὶ ἐμμελεῖς, legendum ἐκμελεῖς (1).

II.

Restitutio figurarum libri 2ⁱ apud Manuelem Bryennium.

Figuræ tetrachordorum sunt aut simplices aut compositæ (2). Simplicium constructio aut restitutio est in promptu; compositas ita restitues, adhibitâ constructione et ad eam reliquis accommodatis. Esto

Fig. 151 (Figura ultima, cap. 9).



igitur figura ultima capitis 9ⁱ, quæ per characteres græcos et latinos denotatur, et κοινοῦ διαγράμματος vicem gerit.

(1) Ms., ch. IV, fol. 156ᵛᵒ, l. 14; éd. p. 380, l. 4 du bas.
(2) Les tétrachordes grecs comprennent quatre cordes désignées ici, dans l'ordre de longueur décroissant, par les noms d'*hypate*, *parhypate*, *lichanos*, *nete*. Les extrêmes sont toujours dans le rapport de 4 à 3, mais les rapports intermédiaires varient suivant les genres. Manuel Bryenne connaît huit genres, pour lesquels les trois rapports intermédiaires

Ita nempe emendari et recte construi debet.

Supra semicirculum *ABC* hæc verba poni debent : κοινὸν τετράχορδον τοῦ διατόνου ὑμαλοῦ καὶ τοῦ συντόνου διατόνου γένους.

In rectâ ηε : ἐπὶ ιε.

In rectâ ε*f* : ἐπὶ η.

In rectâ *fg* : ἐπὶ θ.

In rectâ *op* : ἐπὶ ια.

In rectâ *pq* : ἐπὶ ι.

In rectâ *qχ* : ἐπὶ θ.

In *Z* : ,ζς.

In *R* : ,ζ.

In *M* : π.

In *K* : οβ.

In τ : ς.

In υ : ι.

In φ : η.

successifs, en allant de l'*hypate* à la *nete* (rapports dont le produit doit faire $\frac{1}{3}$), sont consignés dans le Tableau ci-dessous :

I.	Ditonien (διτονιαῖον)	$\frac{256}{243} \times \frac{9}{8} \times \frac{9}{8}$
II.	Syntone diatone (σύντονον διάτονον)	$\frac{16}{15} \times \frac{9}{8} \times \frac{10}{9}$
III.	Diatone égal (διάτονον ὁμαλόν)	$\frac{12}{11} \times \frac{11}{10} \times \frac{10}{9}$
IV.	Mol tendu (μαλακὸν ἔντονον)	$\frac{28}{27} \times \frac{8}{7} \times \frac{9}{8}$
V.	Mol diatone (μαλακὸν διάτονον)	$\frac{21}{20} \times \frac{10}{9} \times \frac{8}{7}$
VI.	Chromatique syntone (χρῶμα σύντονον)	$\frac{33}{32} \times \frac{15}{11} \times \frac{7}{6}$
VII.	Chromatique mol (χρῶμα μαλακόν)	$\frac{28}{27} \times \frac{15}{14} \times \frac{6}{5}$
VIII.	Enharmonique (ἐναρμόνιον)	$\frac{45}{44} \times \frac{24}{23} \times \frac{23}{21}$

Les figures simples donnent en nombres entiers les longueurs des cordes de chaque genre; Fermat a déjà plus haut indiqué des corrections pour les figures simples suivantes :

Fol. 165. Mol diatone. — Fol. 165vo, *fig.* 1. Chromatique mol. — *Ibid.*, *fig.* 2. Enharmonique. — Fol. 183vo. Mol tendu.

Les figures composées donnent en nombres entiers les longueurs des cordes de deux genres comparés l'un à l'autre. Fermat a déjà touché plus haut (fol. 184vo) la comparaison du *mol tendu* et du *diatone égal* et (fol. 185) celle du *mol tendu* et du *syntone diatone*. Il reprend maintenant l'exposé du système de ses corrections sur la première figure composée de Manuel Bryenne (*syntone diatone* et *diatone égal*) et sur la suivante (*mol tendu* et *diatone égal*), qu'il avait déjà corrigée.

In *H* : πη.

In *I* : π.

In π : η.

In ρ : η.

In σ : η.

In rectâ ὃν : ἐπὶ μὸ.

In rectâ γβ nihil in hâc figura poni debet quia lichanos diatoni æqualis et lichanos diatoni syntoni sunt æquales.

Figura 3^{a} capitis 10^{i} (1).

Supra semicirculum *ABC*, κοινὸν τετράχορδον τοῦ μαλακοῦ ἐντόνου γένους καὶ τοῦ διατόνου ὑμαλοῦ.

In rectâ ηε : ἐπὶ κζ.

In rectâ ε*f* : ἐπὶ ζ.

In rectâ *fg* : ἐπὶ η.

In rectâ *op* : ἐπὶ ια.

In rectâ *pq* : ἐπὶ ι.

In rectâ *qχ* : ἐπὶ θ.

In *Z* : ,ατμὸ.

In *R* : ,ασζς.

In *M* : ,αϡλὸ.

In *K* : ,αη.

In τ : μη.

In υ : ρξβ.

In φ : ρκς.

In *H* : ,ασλβ.

In *I* : ,αρκ.

In π : ριβ.

In ρ : ριβ.

In σ : ριβ.

In rectâ ὃν : ἐπὶ ιθ.

In rectâ γβ : ἐπὶ π.

(1) *Voir* plus haut, page 397, note 2.

Eadem methodo in reliquis procedemus, sed, ne figuram integram construere cogamur, deinceps errata tantum indicabimus et restituemus, aut quæ desunt supplebimus. Quod ut commodius fiat, sciendum perpetuâ et uniformi methodo quid valeant aut indicent singuli characteres.

Rectæ ηε, ε*f*, *fg* denotant proportiones chordarum unius ex tetrachordis.

Characteres *Z*, *R*, *M*, *K* denotant terminos harum proportionum.

Characteres τ, υ, φ differentias horum terminorum.

Rectæ *op*, *pq*, *qχ* proportiones chordarum alterius ex tetrachordis.

Characteres *Z*, *H*, *I*, *K* terminos harum proportionum; primum quippe et ultimum terminum duo tetrachorda communem habent.

Characteres π, ρ, σ differentias horum terminorum.

Denique recta δν indicat proportionem parhypates prioris et posterioris tetrachordi.

Et recta γβ proportiones hypates (1) prioris et posterioris tetrachordi.

In 4ª figura ejusdem capitis (2) desunt duo numeri ita supplendi :

In *H* : ,ασξ.

In *I* : ,αρκ.

In 3ª figurâ cap. 11ª, ita corrige (3) :

In rectâ ηε : ἐπὶ κ.

In 4ª figurâ ejusdem capitis, ita corrige (4) :

Numerus *K* : σνβ.

Desunt numeri *H* et *I*, ita supplendi :

In *H* : τιε.

In *I* : σπ.

(1) *Lisez* lichani *au lieu de* hypates.
(2) *Mol tendu* et *syntone diatone*. *Voir* plus haut, p. 398, note 2.
(3) *Mol diatone* et *diatone égal*.
(4) *Mol diatone* et *syntone diatone*.

Figura 5ª ita restitui debet, corruptissima enim est in manuscripto (1) :

In rectâ ηε : ἐπὶ κ.
In rectâ ε*f* : ἐπὶ 0.
In rectâ *fg* : ἐπὶ ζ.
In rectâ *op* : ἐπὶ κζ.
In rectâ *pq* : ἐπὶ ζ.
In rectâ *qχ* : ἐπὶ η.
In *Z* : χοβ.
In *R* : χμ.
In *M* : φος.
In *K* : φδ.
In *H* : χμη.
In *I* : φξζ.
In τ : λβ.
In υ : ξδ.
In φ : οβ.
In π : κδ.
In ρ : πα.
In σ : ξγ.
In rectâ δν : ἐπὶ π.
In rectâ γβ : ἐπὶ ζγ.

In figura 3ª cap. 12ª, desunt aut corrupti sunt termini proportionum ita supplendi (2) :

In *Z* : σξδ.
In *R* : σνβ.
In *M* : σλα.

(1) *Mol diatone* et *mol tendu*.
(2) *Chromatique syntone* et *diatone égal*. Dans cette figure et dans la suivante, Manuel Bryenne avait pris, pour les cordes du genre *chromatique syntone*, les longueurs : 288, 275, 252, 216, dont la seconde est seulement approchée, et prise au lieu de $274\frac{10}{11}$, longueur théorique.

In K : ρζη.
In H : σμβ.
In I : σκ.

Emendandæ etiam horum differentiæ :

In τ : ιβ.
In υ : κα.
In φ : λγ.
In π : ρ : et σ : reponendum κβ; sunt enim hæ tres differentiæ æquales.

In figura 4ª ejusdem capitis (¹) eâdem opus est emendatione :

In Z : φκη.
In R : φδ.
In M : υξβ.
In K : τζς.
In H : υζε.
In I : υμ.

Similiter :

In τ : κδ.
In υ : μβ.
In φ : ξς.
In π : λγ.
In ρ : νε.
In σ : μδ.

In figurâ 5ª ejusdem cap. ita corrigendum est (²) :

In Z : ,βυξδ.
In R : ,βτνβ.

(¹) *Chromatique syntone* et *syntone diatone.*
(²) *Chromatique syntone* et *mol tendu.* Manuel Bryenne avait pris pour les cordes du *mol tendu* les longueurs : 704, 679, 594, 528. La seconde n'est qu'approchée, au lieu de 678 $\frac{8}{9}$.

In M : ,βρνς.
In K : ,αωμη. 1848.
In H : ,βτος.
In I : ,βο0.
In τ : ριβ.
In υ : ρζς.
In φ : πη.
In π : πη.
In ρ : σζζ.
In σ : σλα.

In rectâ ὃν : ἐπὶ ζη. Sed et in textu, eâdem paginâ, lin. 5ª, loco ἐπιεννενηκοστοέκτῳ, reponendum ἐπιεννενηκοστογδόῳ. Eadem emendatio in lin. 22ª ejusdem paginæ fieri debet.

In figura 6ª ejusdem capitis, corrige (¹) :

In R : ,αψξδ.
In K : ,ατπς.
In H : ,αψξ.
In π : πη.

In figurâ 3ª cap. 13 (²) :

In rectâ *op* : ἐπιενδέκατος.

In figurâ 4ª ejusdem cap. ita corrigendum (³) :

In Z : ,αχπ.
In R : ,αχκ.
In M : ,αφιβ.
In K : ,ασξ.
In H : ,αφοε.
In I : ,αυ.

(¹) *Chromatique syntone* et *mol diatone.*
(²) *Chromatique mol* et *diatone égal.*
(³) *Chromatique mol* et *syntone diatone.* Manuel Bryenne avait pris, pour les cordes du *chromatique mol,* les longueurs : 480, 463 (au lieu de 462 $\frac{6}{9}$), 432, 360.

In τ : ξ.
In υ : ρη.
In φ : σνβ.
In π : ρε.
In ρ : ροε.
In σ : ρμ.

Eâdem paginâ, lin. 9ª, delenda vox ἔγγιστα, et etiam in lin. penult.

In fig. 5ª ejusdem cap. (¹) :

In *K* : ,αχπ.
In φ : τλς.

In fig. 6ª ejusdem cap. (²) :

In *K* : τιε.
In *H* : υ.
In *I* : τξ.

In fig. 7ª ejusdem cap. (³) :

In rectâ ηε : ἐπὶ κζ.
In φ : ,αωμη.

In figurâ 3ª cap. 14 (⁴) :

In *H* : ,αιβ.
In τ : κδ̂.

In fig. 4ª ejusdem cap. (⁵) :

In rectâ *op* : ἐπὶ ιε.
In rectâ *pq* : ἐπὶ η.
In *Z* : ,αρδ̂.
In *K* : ωκη.

(¹) *Chromatique mol* et *mol tendu*.
(²) *Chromatique mol* et *mol diatone*.
(³) *Chromatique mol* et *chromatique syntone*.
(⁴) *Enharmonique* et *diatone égal*.
(⁵) *Enharmonique* et *syntone diatone*.

In *H* : ,αλε.
In *I* : ϡκ.
In τ : κδ̂.
In π : ξθ.
In ρ : ριε.

In figurâ 5ª ejusdem cap., ita corrige (¹) :

In *Z* : ,ερνβ.
In *R* : ,εμ.
In *M* : ,δ̂ωλ.
In *K* : ,γωξδ̂.
In *H* : ,δϡξη.
In *I* : ,δτμζ.
In τ : ριβ.
In υ : στ.
In φ : ϡξς.
In π : ρπδ̂.
In ρ : χκα.
In σ : υπγ.

In figurâ 6ª ejusdem cap. (²) :

In τ : ρξη.
In υ : τιε.
In φ : ,αυμθ.
In π : τξη.

In figurâ 7ª ejusdem cap. (³) :

In rectâ *qχ* : ἐπίεκτος.
In *Z* : ,ηζς.
In *R* : ζϡκ.

(¹) *Enharmonique* et *mol tendu*. Nombres de Bryenne pour les cordes de l'*enharmonique* : 1792, 1753 ($\frac{1}{32}$ négligé), 1680, 1344.
(²) *Enharmonique* et *mol diatone*.
(³) *Enharmonique* et *chromatique syntone*.

In M : ,ζφϛ.
In π : τξη.

In figura ultima ejusdem cap. ita corrigendum (1) :

In Z : ,αβωπ.
In R : ,αβχ.
In M : ,αβοε.
In K : ,θχξ.
In H : ,αβυκ.
In I : ,αφϛβ.
In τ : σπ.
In υ : φκε.
In φ : ,βυιε.
In π : υξ.
In ρ : ωκη.
In σ : ,απλβ.

Fallitur Bryennius lineâ 1ª hujus paginæ ; ubi enim scribit, ἐπιεβδομηκοστῷ λόγῳ, emendandum ἐπιεξηκοστοεννάτῳ. Eadem emendatio et in lineâ antepenultimâ ejusdem capitis fieri debet (2). Ideoque in rectâ

ὃν : reponendum ἐπὶ ξθ.

Proportio enim composita ex sesquivigesimâ tertiâ et sesquiquartâ superat compositam ex sesquidecimâ quartâ et sesquiquintâ, non proportione sesquiseptuagesimâ, ut vult hic author, sed sesquisexagesimâ nonâ.

In figurâ 3ª, cap. ult. (3) :

In H : ψδ.
In rectâ γβ : ἐπιογδοηκοστός.

(1) *Enharmonique* et *chromatique mol.* Les nombres de Bryenne sont triples de ceux de Fermat.
(2) Ms., fol. 197ᵛᵒ, l. 1 et 19; éd. p. 457, l. 24, et p. 458, l. 3.
(3) *Ditonien* et *diatone égal.*

In figurâ 4ª ejusdem cap. (1) :

In rectâ $qχ$: ἐπιέννατος.
In rectâ δν : ἐπογδοηκοστός.
In π : μη.
In ρ : π.
In σ : ξδ.

In figurâ 5ª ejusdem cap. (2) :

In rectâ fg : ἐπιόγδοος.
In Z : ,αψϛβ.
In R : ,αψκη.
In M : ,αφιβ.
In K : ,ατμδ.
In H : ,αψα.
In I : ,αφιβ.
In τ : ξδ.
In υ : σις.
In φ : ρξη.
In π : ϛα.
In ρ : ρπθ.
In σ : ρξη.

In figurâ 6ª ejusdem cap. (3) :

In R : ,εφκ.
In π : σογ.

In textu hujus paginæ, lin. 12, loco verbi ἐπιτριακοστῷ, legendum : ἐπιτριακοσιοστῷ (4).

In figurâ 7ª ejusdem cap. (5) :

In K : ,βριβ.

(1) *Ditonien* et *syntone diatone.*
(2) *Mol tendu* et *ditonien.* Les nombres de Bryenne sont sextuples.
(3) *Mol diatone* et *ditonien.*
(4) Ms., fol. 200ᵛᵒ, l. 12; éd. p. 464, l. 8.
(5) *Chromatique syntone* et *ditonien.*

In τ : ρκη.

In υ : σκδ.

In φ : τνβ.

In ρ : σιζ.

In figurâ 8ª ejusdem cap. (1) :

In *H* : ,ηφε.

In *I* : ,ζφξ.

In τ : τκ.

In σ : ωμ.

In hâc paginâ, lin. 1ª, loco verbi ἐπιεικοστοτρίτῳ, legendum ἐπιεξηκοστοτρίτῳ (2).

In figurâ ultimâ ejusdem capitis (3) :

In *H* : ,εφπθ.

In *I* : ,δπξη.

Possunt in his omnibus figuris notari etiam differentiæ terminorum *R* et *H*, et terminorum *M* et *I* ex alterâ videlicet parte rectarum *ep* et *fq*. Quod in quibusdam figuris fecit author, imo videtur in omnibus fecisse, quia integræ ad nos non pervenerunt. Hoc autem in figuris adjicere est in promptu.

Videtur etiam author summam numerorum τ, υ, φ, et summam numerorum π, ρ, σ, extra figuram e regione ipsorum collocasse, quod etiam in omnibus figuris restituere facillimum est.

Figuræ simplices horum capitum ex restitutis et emendatis superius capitis primi figuris facillime restituentur, eædem enim sunt, quas initio horum capitum author repetit.

(1) *Chromatique mol* et *ditonien*.
(2) Ms., fol. 201ᵛᵒ, l. 1; éd. p. 465, l. 14.
(3) *Enharmonique* et *ditonien*.

VARIANTES ET NOTES CRITIQUES.

VARIANTES ET NOTES CRITIQUES.

LIEUX PLANS D'APOLLONIUS.

(Leçons des *Varia* = *Va*, pages 12 à 43.)

P. 3. ligne 5 Appollonium (*aussi* 9) ★ 10 Appolloniis

P. 4. 5 à 11 = *Co* (Commandin) fol. 162 recto, ligne 8 en remontant, à fol. 162 verso, ligne 2. La ponctuation de *Co* a été conservée. ★ 7/8 spacium *Co*. ★ 17 | Propositio I. *en vedette* (*Va*, 13). ★ 22. Les figures des *Varia* ne sont pas numérotées; les renvois aux figures ont été ajoutés au texte entre parenthèses.

P. 5. 8 quamcunque

P. 6. 6 cum (*aussi* 13, 14 *et* 23) ★ 13 | II. Propositio. *en vedette* (*Va*, 14) ★ 23 rectang.

P. 7. Fig. 3. La figure comporte une seconde droite marquée BAD et menée par le point A de l'autre côté de CE; de même, la ligne DE est double. ★ 3 cum ★ directum] *ajoutez* comprehendentes spatium datum (*cf.* p. 9, 8). ★ 9 | æquale (*Va*, 15)

P. 8. 6 eundem ★ 16 cum ★ 27 VR]VI

P. 9. 7 cum (*aussi* 22) ★ 11 III. Propositio. *en vedette*

P. 10. 6 | habet (*Va*, 16) ★ 7 Cum

P. 11. 2 priore] *le renvoi est fait à la prop.* 1, *fig.* 2. ★ secunda]2. ★ 7 tum *après* sensus]tam ★ 9 IV. Propositio. *en vedette* ★ 15 | describatur (*Va*, 17) ★ 21 GE]GD ★ propositionis] positionis

P. 12. 3 vel EA sub AB ★ 7 cum ★ 10 priore]prima (*le renvoi est fait à prop.* 2, *fig.* 4) ★ 18 *on voudrait ajouter* sed ut BA ad AC, ita HA ad GA; erit igitur ut HA ad GA. ita AD ad AI,

P. 13. 2 secundo]2. ★ secundæ]2. ★ posueramus]perseveramus ★ 6 Propositio V. *en vedette* ★ 11 | punctum(*Va*, 18) ★ FEG]EFG ★ 15/16 similes ergo trianguli ★ 17 Cum ★ 21 occurrente

P. 14. 5 Propositio VI. *en vedette* ★ 9 | cui (*Va*, 19)

P. 15. 3 cum ★ 6 secundo]2. (*aussi* 13) ★ 15 VII. Propositio. *en vedette*

P. 16. 7 | aio (*Va*, 20) ★ 8 cum (*aussi* 10 *et* Cum 12) ★ 11 synthesim ★ 20/21 procucatur ★ 21 Centro D] *ajoutez*, intervallo DE,

P. 17. 3 cum ★ 4 VIII. Propositio. *en vedette* ★ 9 ductae ★ 10 | et (*Va*, 21)

P. **18**. 3 demonstratis ★ 4 A et B (*à corriger*) ★ 10 ut H]in H ★ 14 Appollonii ★ 20 secunda]2ª. ★ 21 interdum etc.] *voir* p. 4, 9/10 ★ 22 prima]1.

P. **19**. 4 similiter etc.] *voir* p. 4, 9/10 ★ 11/12 = *Co.* 162ᵛᵒ, l. 4 à 6 ★ 16 cum ★ 18 | Propositio. III. (*Va*, 22) ★ 19/21 = *Co.* 162ᵛᵒ, l. 6 à 8 ★ 23 *Euclide*, III, 33 ★ 25/27 = *Co.* 162ᵛᵒ, l. 8 à 10 ★ 25 spacii *Co.* ★ positione et magnitudine basis

P. **20**. 1 Element. = *Euclide*, I, 40 ★ 4/6 = *Co.* 162ᵛᵒ, l. 11 à 14 ★ 22 Su|per (*Va*, 23) ★ 24 cum

P. **21**. 2 cum (*aussi* 4) ★ Fig. 18. Les droites CN, FO ne sont pas tracées. ★ 11/15 = *Co.* 162ᵛᵒ, l. 14 à 19 ★ 11 quodam *omis*

P. **22**. 1 spe|cie (*Va*, 24) ★ 3 cum ★ 5 dimissis.

P. **23**. 19 ra|tionem (*Va*, 25)

P. **24**. 4/8 = *Co.* 162ᵛᵒ, l. 19 à 25 ★ 4 quotcumque *Co.* ★ 7 ducra *Co.* ★ reliquis *Co.* reliquâ *Va.* ★ 10 VI] sextæ ★ *Voir*, pour le renvoi à l'*Isagoge* dans la Note, la page **93**.

P. **25**. 4 AB, AC] AC, AB ★ Fig. 22. Les *Varia* donnent deux figures; dans la seconde, qui n'a pas été reproduite, toutes les lignes sont à l'intérieur du triangle ABC, sur les côtés duquel l'ordre des points est le suivant : ADRLBKOVZIEA. ★ 18 cum (*aussi* 19) ★ 19/20 VE, MO] MO, VE

P. **26**. 9 cum ★ 11|VE (*Va*, 26) ★ 20 perallelas ★ 24 porrigendas

P. **27**. 4/8 = *Co.* 162ᵛᵒ, l. 25 à 30 ★ 6 spacium *Co.* ★ 7 æqualis sit *Co.* sit æqualis *Va.* ★ 8 spacio *Co.* ★ 21 cùm ★ *Voir*, pour le renvoi à l'*Isagoge* dans la Note, la page **102**.

P. **28**. 4|et (*Va*, 27) ★ Fig. 23. Les *Varia* donnent deux figures différant seulement par l'ordre des points : AB et GCDEF dans la première (supprimée); BA et DCEGF dans la seconde. ★ 8 *et* 20 cùm

P. **29**. (*Va*, 28) ★ 3/5 = *Co.* 162ᵛᵒ, l. 32 à dernière ★ 3 sunt *Co.* ★ 4 spacio *Co.*

P. **30**. 3 cùm ★ 12|Nam (*Va*, 29) ★ 16 per quartam secundi (*Euclide*, II, 4) ★ *Voir*, pour le renvoi à l'*Isagoge* dans la Note 2, la page **99**.

P. **31**. 3 AD quadrat. ★ 3/4 quartam propositionem 2ª (*Euclide*, II, 4) ★ 9 datam] datum ★ 19|NC (*Va*, 30) ★ 23/24 *Co.* (162ᵛᵒ, l. dernière à 163, l. 1) a seulement : *si sint in proportione data vel rectæ lineæ vel circumferentiæ;*

P. **32**. 3 rectos ★ 7 ut R, quadratum ad S, et ita ★ 9 QVZ]NQZ

P. **33**. 5 id est R, quadratum ad S, quadratum, ita AN, quad. ad VB, Quad. ★ 9 (*Va*, 31) ★ 10/11 = *Co.* 163, l. 1 à 7. ★ 12 fit *Co* sit *Va.* ★ 13 et *om. Va.* ★ 14 contingere *Co.*

P. **34**. 7 latitudinem rectam AP (*à corriger*) ★ 17|rectangulum (*Va*, 32) ★ 21 AB in BO] AB, in AO ★ 22 æquatur

P. **35**. 4 rerectangulum ★ deficiens in figura ★ 10/12 = *Co.* 163, l. 7 à 10 ★ 11 major *Co.* ★ 12 datam *Co.* datum *Va.* ★ 13 BI]IB (*à corriger*)

P. **36**. 5 ita] ut ★ 7 VNB (*la première fois*)] NVB ★ |Sed (*Va*, 33) ★ 8 cum ★ 11 sint ★ 13 utrinque ★ 21 datum

P. **37**. 9/10 = *Co.* 163, l. 10 à 13 ★ 9 quotcumque *Co.* quotcunque *Va.* ★ 10 spacio *Co.* ★ 14|dico (*Va*, 34) ★ 20 cum

P. **38**. 2 utrinque (*aussi* 12 *et* 17) ★ 5 Centro C]centro E (*sur la figure des Varia, le centre est effectivement* E) ★ 6 CA]EA ★ 7/8 eandem ★ 10 *et* 12 cum

P. **39**. 4 CE]AE ★ 8|Si (*Va*, 35) ★ 12 in 1. 2. et 3. (*de même*, 1. 2. 3. *sur les figures* 37 *et* 38)

P. **40**. 3 in 1. ★ 4 in 2. ★ 5 in 3 ★ 6 in 1. et in 3. figura ★ 7 *et* 14 *et* 16 utrinque ★ 7 illinc]illi ★ 14 In 2. ★ 16 in 1. ★ 20 quacunque ★ 21 (*Va*, 36) ★ in 1. figura

P. **41**. 1/2 secunda et tertia ★ 3 In 1. ★ CN]EN ★ 6 AD (*la première fois*)] AB ★ 31 prima]1.

P. **42**. 5 spa|tio (*Va*, 37) ★ 8 Æquetur] Arguetur ★ 25 At] ut

P. **43**. 14|et ad (*Va*, 38) ★ 15 DM] *p. c.* OM, DM ★ 19 NM]DNM ★ Fig. 41. Les *Varia* donnent ici trois figures : la première a été reproduite plus loin (*fig.* 42); elle est accompagnée de la légende « AD4. pars AB2.+ E. » c. a. d. $AD = \frac{1}{4}(2AB + AE)$; la seconde a pour légende « AD4. pars AB + E. » (*lisez* encore AE au lieu de E) et ne diffère de la troisième (*fig.* 41) qu'en ce que le point B est entre le point E et le point N de droite; la légende de la troisième est « AD4. pars AB + AE. » ★ 21 æquentur

P. **44**. 8 BM]EM ★ 12 Q]Z (*sur la figure* 43, *la lettre* Z *est inscrite en dehors pour représenter le plan donné* Z) ★ 15 QI]ZI

P. **45**. 1 QR]ZR ★ 4 QO]ZO ★ QR]ZR ★ 6|plano (*Va*, 39) ★ 15 cum ★ 23 utrinque ★ 28 secundo]2. ★ 31 DY] DI

P. **46**. 2 quadrata ta ★ 6 VI]QI ★ 10 probandum ★ 14|et (*Va*, 40) ★ 16 quodlibet]quotlibet (*à corriger*)

P. **47**. 2 sexties ★ 3 D]B ★ 9 rectà assignata ★ *Fig.* 45. La lettre O manque. ★ 16 conditionata ★ 18|sextans (*Va*, 41)

P. **48**. 2/6 = *Co.* 163, l. 13 à 18.

P. **49**. 6 hypotesi ★ *Fig.* 47. La lettre O manque. ★ 12|LA (*Va*, 42) ★ 13/14 propositionem tertiam Appollonii triangulum EOB ★ 15 utrinque (*aussi* 21, 23, 26) ★ 22 auferetur ★ 25 sive]sine

P. **50**. 1 IAO]IOA ★ quadratis]quadrato ★ 3 Ccasus ★ 5/10 = *Co.* 163, l. 18 à 24 ★ 12 propos. 157. libri septimi (*cf. Pappus*, éd. Hultsch, p. 910-913) ★ 15 jusqu'à P. **51**, 15 = *Co.* 260ᵛᵒ à 261 ★ 17 quodcunque

P. **51**. 4/5 sunt... propterea]*Co. disait :* et angulus ad A utrisque communis, erit et reliquus reliquo æqualis et triangulum triangulo simile : quare, cùm sit ut FA ad AL ita EA ad AB, erit ★ 7 ex (*après* quadratis) *Co. om. Va.* ★ 10 qua|drato (*Va*, 43) ★ 11 EAL]*Co. ajoute* ut demonstravimus ★ 15 FG *Co.* EG *Va.* ★ 17/19 = *Co.* 163, l. 24 à 27 ★ 19 eandem

CONTACTS SPHÉRIQUES.

(Leçons des *Varia* = *Va.*, pages 74 à 88.)

P. **52.** 7 extitit ★ 10 qua ★ 17 elementis = *Euclide*, XI, 2 ★ 18 pers|picuum (*Va*, 75) ★ 20 dat]dato ★ 21 cum

P. **53.** 6 ACD]CAD ★ *Fig.* 49. Le triangle NOM n'est pas figuré; le point N est marqué entre A et O. ★ 13 *et* 15 cum

P. **54.** 11 MEON]NEOM ★ 14 igi|tur (*Va*, 76) ★ 18 cum

P. **55.** 2 cum

P. **56.** 5 cum ★ 12 Appollonio ★ 16 (*Va*, 77) ★ *Fig.* 52 : ne vient qu'après la *fig.* 53 et au bas de la page *Va*, 77.

P. **57.** 10 incli|nationem (*Va*, 78)

P. **58.** 4 cum ★ *Fig.* 54. Les points I, H ne sont pas marqués. ★ 14 (*Va*, 79) ★ 19 ERCA]ERCH (*aussi* 20)

P. **59.** 3 cum (*aussi* 4, 5, 14, 19) ★ 6 etiam perpend. ad

P. **60.** 1 (*Va*, 80) ★ 7 *et* 10 cum

P. **61.** 1 Lemma I. *en vedette* ★ 3 ECA]ECB ★ elementis = *Euclide*, III, 36 ★ *Fig.* 57. Des perpendiculaires AN, CM sont abaissées des points A, C sur l'axe BD. ★ 8|converti (*Va*, 81) ★ 9 cum ★ 12 Lemma II. *en vedette* ★ 16 O, L, E, D]OELD

P. **62.** *Fig.* 58. Des perpendiculaires ON, LI, EF, DB sont abaissées des points O, L, E, D sur l'axe AP. ★ 6|Lemma III *en vedette* (*Va*, 82)

P. **63.** 7 sphæricam *semble superflu* ★ 13 cum (*aussi* 17, 31) ★ 26 Lemma IV *en vedette* ★ 30 nam secetur sphæra ad planum ★ 32|planum (*Va*, 83)

P. **64.** 1 Habemus]habens ★ 7 Lemma V *en vedette* ★ 9 plano]puncto ★ FGHI]FHI ★ *Fig.* 61. La lettre M n'est pas inscrite. ★ 13 B]BI ★ 16 superfi|ciem (*Va*, 84)

P. **65.** 6 M]H ★ 8 IFH]DFH ★ 9 PFM (*les deux fois*)]PFH ★ 11 FM]FH ★ 22 exequemur ★ 30/31 per 2. pro|blema (*Va*, 85)

P. **66.** 3 cum

P. **67.** 8 ex 3. lemmate ★ 9 (*Va*, 86) ★ 14 fiet

P. **68.** 5 VIII]octavum ★ 6 V]quinti ★ III]tertio ★ 8 (*Va*, 87) ★ 12 III]3. ★ et *om.* ★ 17 Une figure, qui a été supprimée, représente un cercle inscrit dans un angle ABC et renfermant deux cercles D, E qui sont tangents intérieurement au premier.

P. **69.** 1 (*Va*, 88) ★ 4 sexto]VI. ★ 8 Une figure représente quatre cercles A, B, C, D tangents intérieurement à un cinquième ★ 15 sphæricus] *lire* sphæricis (?)

SOLUTION DU PROBLÈME D'ÉTIENNE PASCAL.

P = Texte d'après Bossut, *Œuvres de Pascal*, 1779, Tome IV, pages 450 à 454.

F = Autographe de Fermat, Bibl. Nat. Imprimés, Réserve $\frac{V}{3}$ 848.

P. **70.** 2 dño de Paschal *F* (*P ajoute au titre :* eodem autore Fermat). ★ 3 de Paschal *F* ★ hoc problema *P*, *om. F* (*à supprimer*). ★ *Fig.* 65. *Les figures jointes à l'autographe ne sont pas de la main de Fermat; dans le texte, les lettres désignant les points sont en minuscule (sauf* B *et* H*) et surmontées d'un trait horizontal.*

P. **71.** 1 AF]fa *F* (*aussi* 2) ★ IF]fi *F* (*aussi* 3) ★ 9 cum *F* cùm *P* ★ 12 IB]Bi *F* ★ 16 duplum]dimidium *FP* (*peut-être faut-il lire* utriusque dimidium triangulum) ★ 21 CO]oc *F* ★ 24 triangulo AFC] *ajoutez avec F* : isosceli

P. **72.** 3 cum *F* ★ 4 rectæ *F* recta *P* ★ prima]6 *P*, *om. F* ★ 5 ED]de *F* ★ 6 igitur est ut rectangulum IIE ad *F* ★ 7 ad idem rectangulum AC *F* ★ 10 EH]He *F* ★ 18 non]nec *F* ★ 19 facillumè *F* ★ 20 secunda]2ª *F* septimâ *P* ★ autem *est en interligne et* sed *rayé avant* triangulum *F* ★ *Fig.* 66. *La droite* FM *est tracée sur la figure de Bossut.* ★ 22 utrinque *FP* ★ et]liecet *F* ★ 23 variabit]variet *F*

P. **73.** 1 ibit]erit *F* ★ 2 de]ex *F* ★ 3 concludet *F* ★ 9 cum *F* cùm *P* ★ 15 varians proportionem si *P* ★ 20 placet]*F ajoute* ἀμοιβαίως ★ Domino (*les deux fois*)]dño de *F* ★ 22 Baliani *P* Galilæi *F* ★ 23 Dominus]dñus de *F* ★ 25 expectamus *P* ★ 29 ac differentiæ *F*

P. **74.** 8 Baliani *P* Galilæi *F* ★ 11 cum *F*

DEUX PORISMES.

P = Texte de Bossut des *Œuvres de Pascal*, 1779, Tome IV, p. 449 à 450.

F = Autographe de Fermat. Bibl. Nat. Imprimés. Réserve $\frac{V}{3}$ 848.

Nota. — Les figures jointes à l'autographe sont de la main de Fermat et semblables à celles qu'a reproduites Bossut : au nombre de trois correspondant à notre *fig.* 67 et avec la légende : *Ad porisma* 1^um^; au nombre de deux pour notre *fig.* 68 avec la légende : *Ad porisma* 2^um^ et avec la note : *circulos non adimplevimus, licet propositio totâ circumferentiâ locum habeat.* (Dans la figure non reproduite pour le second porisme, les points V et O sont sur les prolongements du diamètre AC.) Les lettres des figures sont en minuscule, sauf A, B et H; dans le texte, elles sont surmontées d'un trait horizontal; au lieu de V, que nous avons adopté d'après l'usage des *Varia*, il faudrait partout lire U, comme a fait Bossut; au contraire, la lettre Y correspond à un v minuscule de Fermat.

P. **74.** 13 *F ne porte pas de titre général, P y ajoute* autore Petro Fermat. ★ 14 1^um^ porisma *F*, porisma primum *P* ★ 15 ABE]ABd *F* ★ quærantur *F*

P. 75. 9 O]p *F* (*par erreur*) ★ 12 NH]ni *F* (*par erreur*) ★ 14 repræsentabit *F* ★ AB in D]ABd *F* (*supprimez donc* sub *après* rectangulo) ★ 15 2^am^ porisma *F*, PORISMA SECUNDUM *P* ★ ABCD]ABcp *F* (*en désaccord avec la figure*) ★ 22 quadrupla *FP*

P. 76. 1 F *ajoute* et *avant* sumptâ. ★ 5 ND]UD *P* nd *F*

PORISMES D'EUCLIDE.

(Leçons des *Varia* = *Va*, pages 116 à 119.)

P. 76. 14. EUCLIDÆORUM ★ 16 Pappus (*voir* éd. Hultsch, p. 636, l. 18 à 30) ★ 17 cùm ★ 20 edax abolere vetustas (*hémistiche d'Ovide, Métam.* XV, 872 ★ 24 Willebrordus ★ 26 διορισμένης

P. 77. 3/4 Euclidæorum ★ 5 *Pappus*, p. 648, l. 19 à 20; traduction de Commandin, f° 160, l. 10 à 11 ★ 11/10 *Virgile, Enéide*, II, 589-590 ★ 13 sydus ★ 14 abscondamus ★ 16 dumtaxat ★ 17 quandocunque

P. 78. 4 (*Va*, 117) Videatur figura porismatis 1. *est ajouté au-dessous de* PORISMA PRIMUM (les figures de cet opuscule sont gravées sur les Planches à la fin du Volume des *Varia*). ★ *Fig.* 69. La même figure comporte trois positions du point V, entre N et O, entre O et E, et entre E et F; comparez la *fig.* 70 et le texte, p. 79, 6 à 11. ★ Ligne 4 de la Note. *Bouillau a écrit* Cavallerio.

P. 79. 3 Videatur figura porismatis 2. *ajouté au-dessous; la même addition, sauf les chiffres respectifs* 3., 4., 5., *est faite avant les énoncés des porismes suivants*, 79, 12; 80, 8; 81, 9. ★ 13/14 utcunque

P. 80. 3 AO]AN ★ 8 (*Va*, 118) ★ *Fig.* 72. Une lettre O est inscrite au même point que la lettre H.

P. 81. 10 utcunque ★ 11 juncta AZ fiat]*peut-être* junctæ AZ fiat ★ 13 HN]HC ★ 20 *Pappus*, p. 650, l. 10 à 11.

P. 82. 4 HN]HC ★ EHN]EHC ★ 9 *Pappus*, p. 652, l. 2 ★ 14 Cum ★ 16 cum ★ 19]Pappus (*Va*, 119). *Voir* éd. Hultsch, p. 652, l. 3 à 4 ★ 20 quinti]5^i^ ★ 21 RAC]RAB

P. 83. 3 quinti]5^i^ ★ 6 Cum ★ ipsi]ipsa ★ 7/9 = *Commandin*, f° 160, l. 10 à 13. ★ 10 *et* 17 cum ★ 10/11 authorem ★ 12 *Pappus*, p. 648, l. 18 à 21 : πορίσματά ἐστιν Εὐκλείδου πολλοῖς κ. τ. ε.

PROPOSITION SUR LA PARABOLE.

(Leçons des *Varia* = *Va*, pages 144 à 145.)

P. 84. 5 quatuor]4. ★ 6 urtique ★ 7 in 1. fig.

P. 85. 4 CM]CN ★ 12 ex 52. 1. Apoll. ★ 13 in 2. fig. ★ 14 quatuor]4. ★ 18 cum (*aussi* 20 *et* 23) ★ 20 dentur]detur ★ 23 In 2. caso ★ 24 In 3. fig.

P. 86. 1 quatuor]4. (*aussi* 16) ★ 9 *et* 15 cum ★ 12 per 16. 3. Apoll.

P. 87. 2 cum (*aussi* 3) ★ [autem (*Va*, 145) ★ 6 ex 29. 2. Apoll. ★ 11 M]N

LIEU A TROIS DROITES.

(Leçons de la copie ancienne, dans le manuscrit de la Nationale, fonds latin, nouv. acq. n° 2339, f° 15.)

P. 87. 21 *Sur la figure, les lettres désignant les points sont en minuscule; dans le texte, la minuscule domine avec des variations irrégulières.*

P. 88. 6 datur]dantur ★ 8 cum (*aussi* 17) ★ 9 æquales ★ 10 rectang^um^ ★ 15 secetur]fertur

P. 89. 2 cum ★ cùm ★ 5 propoone 3^i^ Apoll. ★ 6 rectang^um^ (*aussi* 7) ★ 9 cùm ★ 10 recta OX]rectæ ox ★ 11 reliquæ]rectæ ★ 12 demonstraonem

LIEUX PLANS ET SOLIDES.

(Texte établi d'après la copie ancienne dans le MS., fonds latin, nouv. acq. n° 2339 = *L*, f° 1 à 9, 12 à 14. Leçons des *Varia*; pages 1 à 11 = *Va*.)*

P. 91. 4 septimi]7. *L Va.* ★ Appollonium ★ 9 ad locos generalis *L* ★ 12 curva infinita ★ 14 ignotæ]*Va. ajoute* (lineæ rectæ reponendum) ★ 15 circularem ★ parabolem ★ 16 hyperbolem ★ ellipsim

P. 92. 4 possunt institui ★ 5 ad angulum datum *L* ★ 9]Recta (*Va*, 2) ★ *Fig.* 78. La droite IM, mentionnée dans le texte (93. 7) n'est tracée ni dans *L* ni dans *Va*. En regard de la figure de *Va*, est inscrit « DA } BE » (l'accolade correspond au signe d'égalité). Enfin aucune des sources ne distingue entre les lettres algébriques et les letres géométriques. ★ 22 Z^e^ — DA ★ æquetur] æqu. *L*, } *Va*

P. 93. 2 Z^e^ ★ 6 ZI]EI *L* (*en marge* forsan ZI) ★ sed angulus ad Z datur ★ 10 adficientur *L* ★ 12/13 7. prop. lib. 1. Appollonii ★ 15 nos *om.* ★ 17 quodcunque *L* ★ rectæ *om.* ★ 19 efficietur ★ 21 Appollonianis ★ 23 æquatur *L*, *Va ajoute en marge* : AE } Z^e^ ★ 24 hyperbolem ★ 25 quodlibet *L* quodvis *Va* ★ 26 rectang. ★ 27 Z plano *L*

P. 94. 1 cùm *Va*, cum *L* (*aussi* 19, 20) ★ rectang. (*aussi* 9, 13) ★ *Fig.* 79. La courbe n'est pas tracée, *L Va*. ★ 4 aut E]vel E ★ adfecta *L* ★ 5]Ponatur (*Va*, 3) ★ 6 D^e^ *Va* (*aussi* 8, 14, 15), D planum *L* ★ æquari *L*, æq. *entre parenthèses Va, qui a en vedette* D^e^ + AE ∝ RA + SE *sur trois lignes.* ★ 8 D plano *L* ★ 9 duob. laterib. ★ 11 reperiantur]*Va ajoute* « Uno verbo *AS* (lisez *A* — *S*) æquetur *O* et *R* — *E* æquetur *I*: igitur *OI* ∝ (*à savoir* =) D^e^ (*ajoutez* — *RS*), quod proponitur, et hæc erit constructio : D^e^ (*ajoutez* — *RS*) æquetur AEB; rectang. (*lisez* rectangulum) igitur ACF erit *O* in *I*. » *A ce texte se rapporte une figure représentant deux axes rectangulaires asymptotes d'une branche d'hyperbole équilatère dont* AC, AE *sont des abscisses;* CF, EB *les ordonnées correspondantes.* ★ 17 parall. (2 *fois*) ★ Dans *L*, la lettre V est toujours un U minuscule. ★ 20 ZP]ZI *L* (*en marge* forsan ZP)

(*) Les leçons sans indication appartiennent seulement au texte des *Varia*. Dans *L*, les lettres algébriques et géométriques sont généralement en majuscule; il y a quelques exceptions irrégulières.

P. 95. 1 D^{o} *Va* (*aussi* 3), D plano *L* ★ 2 hyperbolem ★ *Fig.* 80. La courbe n'est pas tracée, *L Va.* ★ 4 parall. ★ Rectang. ★ 7 *Va* a en marge sur 6 lignes confuses : « A^2∞ F^2 » « A^2 ad E^2 in ratione data » « A^2+ AE ad E^2 in ratione » ★ 7 cùm *Va,* cum *L* ★ Aq.]*Va emploie constamment la notation* A^2; *de même* E^2 *pour Eq. etc.* ★ 7/8 æquatur]æq. ★ 11 quad. E ★ rectang. ★ adficiuntur *L* ★ 14]Sit (*Va,* 4) ★ ZI quadratum *L* ★ *Fig.* 81. Dans *Va,* les *fig.* 81 et 82 sont confondues et les courbes ne sont pas tracées sur cette dernière; dans *L,* la *fig.* 82 n'offre qu'une droite de N à I.

P. 96. 4 adficientur *L* ★ 5 perquirere ★ 8 evadit ★ 10 *Va a en marge :* A^2∞ DE ★ 11 æq. *Va,* æquetur *L* (*corrigez*) ★ 12 parabolem *Va, qui ajoute :* constituantur NZ et ZI ad quemcumque angulum Z ★ 13 circa] *on voudrait auparavant :* vertice N ★ 14 datæ ★ 14/15 parallellæ ★ 15 NZ]NP *L* ★ parabolem ★ 17 IZ]IP *L* ★ NZ]$\overset{Z}{\text{NE}}$ *L. Au lieu de cette ligne, Va donne :* hoc est, si PI intelligatur esse A et NP intelligatur esse E

P. 97. 5 *Va a en marge :* E^2∞ DA ★ 6 parallelą *L Va* ★ 9 æqu. *Va, qui a en marge* « B^2— A^2∞ DE » « B^2— DE ∞ A^2 » *sur trois lignes.* ★ 15 *Les parenthèses n'existent pas, L Va.* ★ *Fig.* 83. *La courbe n'est pas tracée, L Va.* ★ 20 æquatur NZ]æquabitur NE ★ quadrato *L* (*aussi* 21) ★ 22 rectum]dextrum ★ |NZ (Va, 5) ★ 25 æqu. *Va,* æquetur *L.*

P. 98. 1 supr. ★ ab *E* et *Aq. om.* ★ 4 *Va a en marge :* B^2— A^2∞ E^2. ★ *Fig.* 84. Le cercle n'est pas tracé; les lettres *A* et *E* ne sont pas inscrites, *L Va;* un point O est marqué à l'extrémité gauche de la droite MN. ★ 8 quodcunque *L* ★ 9 ZI] *on voudrait ajouter :* (sive *Eq.*) ★ 9/10 quad. NM ★ 10 *le signe — est omis.* ★ quad. NZ ★ 13 D in A bis]D in A″*L,* ^{2}D in A *Va* (*chacune des sources conservant par la suite sa notation propre*) ★ *Va a en marge :* B^2— ^{2}DA — A^2∞ R^2+ ^{2}RE. ★ 17 æqu. ★ 19 Ergo] *Va ajoute :* auferendo scilicet D^2, quod utrimque fuerat additum,

P. 99. 1 E ∓ R ★ 3 æq. ★ 6 Appollonii ★ 8 Appollonio ★ 11 ellipsim *L Va* (*aussi* 15, 22); *Va a en marge :* B^2— A^2 ad E^2 rati. ★ 12 MN]NM *L* ★ N]Z ★ 16 quad NZ ★ 22 commisceantur ★ 25]Si (*Va,* 6) ★ 26 in ratione datâ *L* ★ *Va a en marge :* A^2+ B^2 ad E^2 ratio hyperbol. ★ 27 hyperbolem ★ 28/29 quad.

P. 100. 1 hyperbolæ ★ 2 toto]*lisez* tota ★ 2/3 unà cum RO quadrato *om.* ★ 4/5 unà cum quadrato NR *om.* ★ 6 rectang. ★ NR quad. *Va,* NR quad^{to} *L* ★ *Fig.* 85. Les lettres *A* et *E* ne sont pas marquées. Dans la figure de *L,* il n'y a de courbe tracée qu'à l'intérieur du rectangle. ★ *Va a en marge :* OI sit A. ON, seu ZI, sit E. ★ 7 NO q *L,* NO quadrat. *Va* ★ ZI quadr. ★ quadrat. OI ★ 9 NR quadratum *L* ★ 12 I]Z ★ hyperbolem ★ 13 æquationem ★ 14 adficiuntur *L* ★ 16 adfectionis *L* ★ 19 adficiantur *L* ★ 21 Aq. bis *par exception L* ★ æquatur *Va* ★ *En marge de Va :* B^2—^{2}A^2∞ 2 AE +^{2} (*lisez* + E^2)

P. 101. 1 utrinque *L* ★ 3 + *Eq. om.* ★ 6 MN q. *L* ★ NZ quadrato *L* ★ 7 quad. abs ★ 8]hac (Va, 7) ★ *Fig.* 86. Les lettres *A* et *E* ne sont pas marquées. ★ 11 parallella ★ 12 Cùm *Va,* cum *L* ★ 13 tota]toti ★ 15 quad. MN — quad. NZ ★ 17 NZ]$\overset{NZ}{\text{UZ}}$ *L* ★ 19 NR]$\overset{NR}{\text{UR}}$ *L* ★ NO]RO

P. 102. 2 quad. NZ ★ 3 NR quadrati *L* (*mieux*) ★ NO quad. ad quad. OV ★ 4 superioribus ★ 5 ellipsim *L Va* ★ 6 dissimili *L* ★ 13 propos. ★ 13/14 lib. 1. Appoll.

★ 18 quotcunque *L* ★ 21 practicen *L,* praxim *Va* ★ 23 habeant datam *L* ★ 24/25 E, terminus NZ, *L Va* ★ 25 *Ici, L écrit* bis *en toutes lettres, après* Aq. *et* Eq.

P. 103. (*Va,* 8) ★ 1 perpend. ★ 2 datæ ★ NM]ZM ★ 3 *L avait d'abord écrit :* ipsi OZ æqualis ZM, *puis corrigé une première fois :* ipsi ZM æqualis ZO ★ *Fig.* 87. Le point I se trouve marqué au pied d'une perpendiculaire abaissée de O sur VZ; RM se confond avec notre ligne MI; l'arc OM n'est pas tracé *Va.* Dans *L,* la figure, tout à fait incorrecte, comporte un cercle complet UOI, les droites UIZ, ZO, NM, RN et RM, cette dernière passant au-dessous de I. ★ 7/14 *Cet alinéa est omis dans L.* ★ 15 (*Va,* 9) ★ ISAGOGEM *La copie de L, pour l'*Appendice, *est d'une autre écriture que celle de l'*Isagoge; *elle a subi diverses corrections, de la main de Roberval* (?); *notamment* parabolen *a systématiquement été changé en* parabolam, hyperbolen *en* hyperbolam, paraboles *et* hyperboles *en* parabolæ *et* hyperbolæ, parabole *et* hyperbole *en* parabola *et* hyperbola.

P. 104. 3 secant] *corrigé de* intersecant *L* ★ 6 sectionis] *corrigé de* intersectionis *L* ★ 9 A cubus + B in A quadratum *L,* A^3+ B in A^2 *Va, qui continue l'emploi des exposants.* ★ Z plano *L,* Z^{o} *Va* (*et de même ensuite*) ★ 13 cum *L Va* ★ 14 A cubus + B in A quad. *L* ★ 17 parabolem (*aussi,* 25) ★ 23 hyperbolem ★ 26 synthesim ★ 28 adfectis *L* ★ 31 exempl. ★ quadratoquadraticis]quad. quad. *Va,* quadratoquadratorum *L* ★ 32 Aqq.]A^4 ★ B sol *L,* B^4 *Va* ★ Zq.]Z pl. *L,* Z^{o} *Va* ★ Dppl. *L,* D^{no} *Va*

P. 105. 2 Dppl. *L* (*aussi* 10, 12) ★ B sol. *L* (*de même* 12; *au contraire* 10, B solid.) ★ 2 *L omet le second signe —* ★ 4 Cum (*et* 9, cum) *L Va* ★ 8 parabolem (*aussi* 14, 18) ★ 10 *le premier signe — est omis L Va* ★ 12 *Dans Va, la barre de division s'étend jusqu'au-dessous de* æquabitur; *dans L, la fraction est divisée en deux.* ★ 14]et ad (Va, 10) ★ 16/17]emend. *L Va* ★ 19 hyperbolem ★ 22/23 proport. ★ 24 A cubus *L* ★ 25 *Dans L,* si *est raturé et remplacé par* posito nempe quod, *de l'écriture de Roberval* (?)

P. 106. 2 B in DE ★ 3 intersectionem]sectionem ★ 12 æq. ★ 13 tamquàm ★ parabolem ★ 14 et AO applicatæ ★ 15 parallelæ *est bien dans L; les crochets sont donc à supprimer.* ★ hæ ★ 16 secunda]2a. ★ 19 rectang. OVZ

P. 107. 1 dabitur]datur *L* ★ 4 proportion. ★ 7 quadrat.quad. ★ 9 æquab. ★ 12 æq. (*les deux fois*)] et *L Va* ★ *B*]B^2 ★ 13 parabolem (*de même* 23) ★ 17 climacticæ] *lacune de 3^{cm} dans L, om. Va; ce mot devrait être entre crochets.* ★ 26 —]+ ★ Z sol *L* ★ Dppl. *L* ★ 27]Ergo (Va, 11)

P. 108. 3 —]+ ★ 7 — *om. L* ★ 7/8 æquale Bqq. — Bq. in Aq. bis +]fiet Aqq. + Bqq — Bq. in Aq. bis æquale Bqq. — Bq. in Aq. — *L,* æquale B^4 — B^2 in A^2 æquale B^4 — B^2 in A^2 + *Va* ★ 8 Z sol. *L* ★ Dppl. *L* (*aussi* 16) ★ 10 Bq. bis]^{2}B^2 — *Va* ★ 14 parabolem ★ 16 + $\left[\frac{\text{Zs. in A}}{\text{Nq.}}\right] + \frac{\text{Z sol.}}{\text{Nq}}$ in A *L,* $\frac{-\text{Z}^{\text{s}}\text{ in A}}{\text{N}}$ *Va* ★ 19/20 quadratoquadrat. ★ 22 quad. quadratæ ★ 25 cùm *Va,* Cum *L* ★ adfectione *L* ★ 27 quadratoquadrata ★ 29 est curandum

P. 109. 4 Z sol. *L* (*aussi* 11, 17) ★ 7 Bq. in Aq. bis]^{2}A^2 in B^2 (*aussi* 11 *la 1re fois*) ★ 9 Bq. in Aq. bis]^{2}B^2 in B^2 ★ 11 Z pl.]Z^{o} (*de même* 13, 18, 21) ★ 12 secunda]2a. A ★ 13 verbi gratia] (V. G) ★ 17 Zs.]Z ★ 19 hyperbolem *Va* ★ 21 Z pl. *L* ★ 22 +] *corrigé de* plus *L* ★ 24 —] *corrigé de* minus *L* ★ 26 æquale *L,* æqu. *Va* ★ 28 æq.

P. 110. 1 utrinque *L* ★ bis]*L prend la notation abrégée* ′ ★ 2 Bq in Aq. bis (*la 2de fois*)]^{2}A^2 in B^2 ★ 7 parabolem ★ fiet istinc.

LIEUX EN SURFACE.

(Leçons du manuscrit Arbogast-Boncompagni, fol. 51 à 55.)

P. **111.** 2 *en renvoi, la note :* d'après une copie. ★ 5 ἐπίδειξις ★ 13 | conicis (f° 51ᵛᵉ)

P. **112.** 2 *Les numéros des lemmes ne sont pas inscrits* ★ 12 erit]est ★ 15 | Si (f° 52)

P. **113.** 3 | sint (f° 52ᵛᵉ) ★ parabola aut hyperbola ★ 13 Archimedæa ★ 21 circum | ferentiam (f° 53) ★ 27 NIP]NMP ★ 28 Cum

P. **114.** 3 | NIP (f° 53ᵛᵉ) ★ 4 Cum (*aussi* 9, 15, 17, 19) ★ 19 dumtaxat ★ 20 | satisfaciat (f° 54)

P. **115.** 14 | locorum (f° 54ᵛᵉ) ★ 15 dumtaxat ★ 18 *et* 26 cum

P. **116.** 1 | superficies (f° 55) ★ 16 quibuscunque ★ 20 | major (f° 55ᵛᵉ)

P. **117.** 8 mabis (?) ★ 14 jan. ★ *Au-dessous* Finis.

DISSERTATION TRIPARTIE.

(Leçons des *Varia*, pages 110 à 115.)

P. **118.** 12 executuros ★ 13 cum

P. **119.** 20 sive æquatio | nem (*Va*, 111)

P. **120.** 4 verbi gratia]v. g. ★ 24 cubocubus ★ planosolidum ★ solidosolido ★ 26 quadratocubus ★ planoplanum ★ planosolido

P. **121.** 3 quadratocubocubus ★ planoplanosolidum ★ planosolidosolido ★ 5 quadratoquadratocubus ★ solidosolido ★ planoplanosolido ★ 7 cum (*de même* 11)

P. **122.** 3 parabolam ★ parabolæ *Va* (*corriger* paraboles) ★ Fig. 90. Non reproduite dans les *Varia*. ★ 11 cum

P. **123.** 4 | continent (*Va*, 112) ★ 13 cum ★ 21 3ˡ. ★ 4ˡ. 5ˡ. ★ 22 6ˡ. 7ˡ. ★ 8ˡ. 9ˡ. ★ 10ˡ. ★ 24 2ˡ. ★ 25 3ˡ. ★ 28 1ᵉ.

P. **124.** 1 ex]ex una parte, ex ★ 8/9 quadrati] *lire peut-être* quadratici ★ 14 Z plan. in A quad.quad. ★ 15 D solid. ★ M plan.plan. in A quad. ★ 27 utrinque

P. **125.** 2 Z planum ★ 5 3ˡ. ★ 8 poste | riori (*Va*, 113) ★ 9 quadrati] *lire peut-être* quadratici ★ 9/10 quadraticum]quadratum ★ 12 prioris ★ 14 inter sol.N ★ 20 peracto]pacto ★ 25 quadratum]latus quadrati ★ æquandum]æquandi *Peut-être faut-il conserver ces deux leçons en supprimant les mots* a latere (25/26).

P. **126.** 2 4ˡ. (*aussi* 8) ★ 11 problematibus (*aussi* 14) ★ 13 homogena ★ 18 hæc ★ forma ★ 23 Cum ★ 24 ad primam]pura ★ 26 cùm ★ 27 quadratæ ★ 33 8ˡ. ★ 7ˡ. ★ 4ˡ.

P. **127.** 1 10ˡ. ★ 9ˡ. ★ 5ˡ. ★ 12ˡ. ★ 2 11ˡ. ★ 6ˡ. ★ 3 Cum ★ 8ˡ. ★ 7ˡ. ★ 4 5ˡ. ★ 6ˡ. ★10ˡ. ★ 9ˡ. ★ 5 7ˡ. ★ 8ˡ. ★ 12ˡ. ★ 11ˡ. ★ 6 9ˡ. ★ 10ˡ. ★ 11 alienis] *On*

n'a pu retrouver à qui, en particulier, Fermat aurait emprunté cette formule d'une pensée qui a été exprimée de diverses manières soit sur Platon, soit sur Aristote. ★ 13 (*Va*, 114) ★ 21 expatiari

P. **128.** 1 5ˡ (*aussi* 21, 25, 29) ★ 2 6ˡ ★ 4ˡ (*aussi* 22, 30, 33) ★ 4 3ˡ (*aussi* 8, 11, 13, 28, 29) ★ 7/8 manebit D æquatio ★ 17 Cartesius solvi tantùm ★ 11ˡ ★ 12ˡ ★ 19/20 7ˡ

P. **129.** 2 4ˡ. (*aussi* 3, 28) ★ 4 triginta]trigesima ★ 5 7ˡ. (*aussi* 8/9) ★ 6 6ˡ. (*aussi* 10) ★ 7 A³ et B³D ★ 11 9ˡ. ★ 14 cum ★ 16 | immutandam (*Va*, 115) ★ 21 verb. grat.

P. **130.** 1 3ˡ. (*aussi* 2, 24, 31) ★ decem]10. ★ 2 4ˡ. ★ 3 executi ★ 6 cum (*aussi* 23) ★ 12 duodecim]12. ★ 20 octo]8 (*aussi* 27) ★ 29 quatuordecim]14. ★ 31 5ˡ.

P. **131.** 1 Cum ★ 11 D *om.* ★ 13 17ˡ ★ 14 257 ★ 19/20 expecto

MAXIMA ET MINIMA.

I. — L = copie ancienne, fonds Libri (nouv. acq. lat. 2339), f°ˢ 10/11.
Va = *Varia*, pages 63 à 64.
A_1 = copie d'Arbogast (nouv. acq. fr. 3980, f°ˢ 143 à 145).
De la page 133, ligne 7, à la page 134, ligne 7. A = copie au net d'Arbogast (manuscrit Boncompagni) ; A' = brouillon d'Arbogast (nouv. acq. fr. 3980) en tant qu'il diffère de A — pour la seconde rédaction (*voir* page 133, note 1).
Cf. D = Lettres de Descartes, éd. Clerselier, III. 56 et 57.

P. **133.** *Au-dessus du titre :* Copie d'un escrit envoyé par le R. Pere Mercenne a[monsieur *en rature*] des Cartes L; Ex Fermatio A_1 ★ 6 in notis]ignotis *Va L* A_1, *leçon qu'il fallait peut-être conserver :* ep. page **186**, 28 et 30, *où toutefois le sens est différent; pour la leçon proposée, voir* p. **140**, 7 ★ 10 prius esse terminus *Va* A_1 ★ 11/12 gradibus *om. A' aj. A* ★ 15 adficiuntur *LA*.

P. **134.** 1 adfectione *LA* ★ deinde]dehinc *A* ★ utrinque *L* ★ 4 adfirmatis *L Va A* ★ 7 subjecimus A_1 ★ 8 rectang. *Va A*, (*aussi* 12) ★ 9 pars]par *Va* ★ ipsius *om. Va L* ★ 10 Aq.]A² *Va* A_1 (*qui conservent ensuite la notation exponentielle*) ★ 13 — A in E bis]²E in A *Va*, — ²E in A A_1 ★ Eq.]E *Va* ★ 14 rectang. *Va* ★ 15 A_1 *ajoute :*

$$B \times A - A^2 + B \times E - 2A \times E - E^2 = B \times A - A^2$$

17 E bis]E² *Va* ★ *Au lieu de cette ligne,* A_1 *écrit :* erit $B \times E = 2A \times E + E^2$ ★ 19 *et* 21 A bis]²A *Va* ★ A_1 *écrit pour la ligne* 19 : erit $B = 2A + E$. *pour la ligne* 21 : erit $B = 2A$.

P. **135.**](*Va*, 64) ★ 4 punctum]OI *aj. Va*, O *aj.* A, *et (en interligne) L : peut-être faut-il ajouter* ut O ★ 9 quad. (4 *fois*) *Va* A_1 ★ 11 quam CE quad. ad IE quad. A_1 ★ quad. IE *Va* ★ 12 Cum *L Va* A_1 ★ 13 D]*L a* B *et en marge :* il a icy nommé B ce qu'il nomme d par apres ★ 16 ad]aut *Va* ★ proportionem *DL*, rationem *Va* A_1 ★ 17 bis *om.* A_1 *Va* (*de même* 19, 22 et p. **136**, 2, 4, 8); *L a partout la notation* E² ★ 19 Aq. (*la seconde fois*)]Aquadr. *L* ★ 21 A_1 *ajoute :* D × A² erit

P. **136.** 6 A bis]A^2 *Va.* ★ 15 proportionibus]proportione A, *Va* ★ 16 Domino]Dño *L* ★ *L porte en marge dans le sens vertical :* M^r des Cartes, f. 347.

II. — Leçons des *Varia*, pages 65 à 66 (*où la notation exponentielle a été adoptée*).

P. **137.** 9 parabola ★ 12 basis

P. **138.** 1 I*om.* ★ pot. 9 ★ 2 Archimed. de æquipond. cum ★ 3 cavas ★ 5 cum (*aussi* 19) ★ 7 Archimedæo ★ 9 E bis]E$''$ (*notation qui continue ensuite*) ★ 12 ad *Bq.* + *Eq.* — *om.* ★ 16 ut B in E^2 — ad B^2 + E^2 + E^2EB in E$''$ ita ★ 17 æquabitur]applicabitur ★ 18 $\frac{B^2 \text{ in A in E}'' + \text{A in E}^2 - \text{B in A in }^2E^2}{B^2 \text{ in E}'' - \text{B in }^2B}$ ★ 20 recta](*Va*, 66)

P. **139.** 2 *Eq.* bis]$^2E^2$ ★ 4 bis]*La notation est désormais le coefficient en exposant à l'avant.* ★ +]— ★ 6 *Le second terme est* + E^3 ★ 8 ab *E*, adfecta ★ 19/20 indicare]judicare ★ 21 5]51.

III. — Leçons des *Varia*, pages 66 à 69 (*où la notation exponentielle a été adoptée*).

P. **140.** 7 Algebricis ★ 8 Ac.]A ★ 10 quad. ★ 11 ex BEA ★ 12 E bis]^{2}E (*même notation ensuite pour les coefficients*) ★ 13 — E*c.om* ★ 14 primò ★ 16 tamquam ★ 20 B^3 in A — A^3 ★ 22 *le troisième terme est :* — A^2 in $^3E^3$

P. **141.** 3 Eq.]E ★ 14 oportet]æquationes *oj.* ★ 17 æquale ★ 24 linea C

P. **142.** (*Va*, 67) ★ 2 reffert ★ 4 ut ut ★ 11 proportionem]quæstionem ★ 20 erit *om.*

P. **143.** 1 MNI erit ★ 4 B in A]B ★ 22 *Le troisième terme est répété.*

P. **144.** 7 residuum (*corrigez*) ★ 20 punct. N ★ 23 OMD]OND ★ 26]Ut (*Va*, 68)

P. **145.** 2 Ellipsim (*aussi* 7, 9, 10) ★ 3 Algebricis ★ 5 contentam]inter punctum V sumptum ad libitum, *ajouté* ★ 9 DM]DN ★ 12 quad. DO ad quad. IV ★ 14 quad. (2 *fois*) ★ 16 rectang. (2 *fois*) ★ 18 quad. (4 *fois*) ★ 20 rectang. (2 *fois*) ★ 21 quad. (2 *fois*) ★ 23 *et* 24 rectang. ★ 25 *et* 26 quad. ★ 26 erit *om.*

P. **146.** 16 homog. ★ 17 in G *om.* ★ 21 cam]dem (*Va*, 69) ★ 25 OM]ON

P. **147.** 2 numquam ★ 5 asymptoton ★ 6 Domino]D.

IV. — Leçons d'Arbogast.
A = copie au net (MS. Boncompagni, f^{os} 78 à 81).
A_1 = brouillon (nouv. acq. franç., n° 3280, f^{os} 133 à 136).
A_2 = leçons de A, écrites après coup d'une autre encre en corrections ou dans des lacunes primitivement laissées.

P. **147.** 3 *Titre d'après A qui a en note :* D'après la copie de Mersenne. A_1 *a pour titre* Methode de maxima et minima de Fermat *et en marge.* D'après une copie écrite par Mersenne et peu lisible ★ 9 syncriseos]*en renvoi* Viet. pag. 104 A_1 ★ anastrophes]*en renvoi* Viet. pag. 135 A_1 ★ 10 correlatarum *om.* A_1 ★ 10/11 constitutione A_2, construc-

tione A_1 ★ 13/14 quæ veteri et novæ molestiam exhibuere Geometriæ A_2 ★ 16 licet]sed A_1
licet
sed A

A. **148.** 1 μοναχὸς]monachos ★ 2 constitutivi A_2 ★ 3 utrinque ★ 5 secta]*lire plutôt* secanda ★ 10 eâ conditione A_2, ita quidem A_1 ★ 11 supponitur A_2, endum *écrit au-dessus de la finale de* supponitur A ★ 13 intercipiuntur A_2 ★ 14 alicujus A_2 ★ 17 igitur A_2 ★ correllata A ★ 24 loco A_2 ★ 26 accedunt A ★ 27 semperque auctis A_2 ★ 28 differentia *corr. de* distantia A, distantia A_1

P. **149.** 1 ultimam A_2 ★ divisionem A_2 ★ 1/2 μοναχῇ vel]*en lacune* A_1, ut A ★ 2 unica A_2 ★ contingit A_1 ★ quum A, cum *ou* tum (?) A_1 ★ quantitates *om.* A_1 ★ 4 Cum A_1, ★ igitur (*corr. de* jam) A_2 ★ correllatis A_2 ★ 5 methodum Vietæam A_2 ★ æquetur ipsi A_2 ★ 6 semper A_2 ★ 14 quadr. ★ 15 correllata A ★ 16 quadr. A ★ 17 Comparantur A_1 ★ 18 quadr. (2 *fois*) ★ cubo (2 *fois*) ★ 20 A quadr. A ★ Equadr. ★ 21 constitutio A, *en lacune* A_1 ★ 23 quadr. A

P. **150.** 1 practice A, praxis A_1 ★ correllatarum A_1 ★ 2 per ipsorum differentiam comparari]seu ipsorum differentias (*corr. de* distantias) comparari A, seu ipsorum (*corr. de* summam) distantias parari A_1 *en renvoi au bas de la page; A_2 a corrigé le dernier mot en* comparari ★ ut eâ ratione A_2, ut...ratione *corr. de* constitutione A_1 ★ 3 unicâ *corr. de* misere (?) A_1 ★ differeutiam *corr. de* distantiam A, distantiam A_1 ★ 5 Ac.]A cub. (*même abrév.* 7, 10, 12, 16) ★ 7 B quad. A_1 ★ 11 una]prima A_1 ★ 24 Cum A_1 ★ inventa A_2 ★ 24/25 constitutione A_2

P. **151.** 3 libro]I. ★ 4 L.7 A_1 lib. 7 A ★ 11 +]— A_1 (*même faute poursuivie dans le calcul*, 13, 17, 20, 23 et p. **152**, 10, 16) ★ 18 parte *om.* A_1 ★ 21 communibus A_2, æqualibus A_1

P. **152.** 6 D in A in Eq.]D in A — Eq. A_1 ★ 8 hujusmodi *corr. de* has div. A_2 ★ 14 constitutione]constr. A_2 ★ 15 igitur *corr. de* sive A sive A_1 ★ 20 quippe se vel A_2 ★ 21 non deerit A_2 ★ 24 crebras A_2 ★ 25 Recurrendum A_2 ★ posteriorem *corr. de* positiones A_2 ★ 26 tamen licet A_2 ★ 26/27 facilicitatem A ★ 27 abunde *om.* A. ★ 29 id genus A_2

P. **153.** 1 pronunciamus ★ semper et A_2 ★ 2 autem A_2 ★ 3 contineri A_2 ★ 8 *Tout le vers est de* A_2 ★ 10 tribus]3 ★ reperire *corr. de* invenire A_1 ★ si ducantur tres *corr. de* ducantur duæ et tres A_2 (*en sorte qu'il reste* si ducantur tres duæ et tres)

V. — Leçons de la copie d'Arbogast (MS. Boncompagni, f^{os} 56 à 59).

P. **153.** 14 asymetriæ ★ 22 *pas de parenthèses* (non plus que p. **154**, 2, 8, 10, 20; p. **155**, 10, 14, 16; p. **156**, 4) ★ quadr. (*même abréviation ensuite*)

P. **154.** 17 O quadrato ★ 18 Cum ★ 21 asymetriâ

P. **155.** 10 quadrati ★ 11 Cum ★ 14 *et* 16 lateri ★ 16 dim. B

P. **156.** 8 O plan. ★ 11 resolvitur ★ 17 Bq. — A quadr. ★ 18 AB quadr. (2 *fois*) ★ AD quadr. ★ 21 ad quæ]quæ ad ★ A quadr.

P. **157.** 4 Aq. quad. ★ 5 minima]maxima ★ 7 Aq quad. ★ 8 maxima]minima ★ 10 B cubus ★ 12 B quadrato ★ 16 asymetrias ★ 26 hyperbola ★ 27 hyperbolæ

★ 29 *à* P. 158, 1 (asymptotis AF, FC) *explication de* sub angulo AFC, *n'est peut-être pas de Fermat.*

P. **158.** 4 hyperbolam ★ 5 hyperbolâ ★ 9 MB]in B ★ 12 minoris]nimis

VI. — D'après l'original de Fermat.
F = manuscrit original (nouv. acq. fr., n° 3280, f^os 112 à 117).
Va = *Varia*, pages 69 à 75.
A = copie d'Arbogast (MS. Boncompagni, f^os 68 à 73). *F* et *A ne portent point de titre; A a en note :* (D'après une copie. Cet opuscule est imprimé dans les *Opera Varia* de Fermat, Tolosæ, 1679).
(Dans le manuscrit original *F*, les lettres des figures et celles qui, dans le texte, en désignent les points, sont en minuscule, sauf A, B et H, et surmontées d'un trait horizontal; les lettres algébriques sont au contraire en majuscule.)

P. **159.** 2 Præf. *Va* ★ VII]7 *F*, 7. *Va* ★ 4 suas *corr. de* ipsarum *F* ★ 5 lineas rectas tantùm *Va* ★ 8 tamen *om. A* ★ legitimum *om. F*, sufficiens *Va A* ★ 14 adæqualitatem]æqualitatem *Va* ★ 20 | Esto (*Va*, 70) ★ sectis *Va*

P. **160.** 1 Cum *Va F* ★ 12 *et* 17 *pas de parenthèses; Va suit la notation exponentielle.* ★ 13 Cum *FA*, Cùm *Va* ★ Fig. 101. *La ligne* AU *n'est pas tracée dans Va.*

P. **161.** 2 E bis]²E *Va* (*même notation ensuite*) ★ 3 *Va omet* — N in E bis *et supprime désormais* in *dans les monômes.* ★ 4 Aquadratum]A² *Va* ★ 10 CA]A *Va* ★ U]pour cette lettre, *Va* et *A* ont toujours V. ★ AC]rectæ *aj. Va* ★ 11 latitudine *A* ★ juncta recta FH *Va* ★ 13 *et* 15 Nicomedæa *F Va* ★ 14 prolixior]proclivior *F Va* ★ 16 | Polus (*Va*, 71) ★ 17 curva *Va* ★ 18 est *om. A* ★ NBA]BA *F Va*

P. **162.** 3 BI]BG *Va* ★ 6 procedat]prodeat *Va* ★ 7 recta (*devant* CD *et* EH) *om. Va* ★ vocetur (*après* CD *et* EH)]sit *Va* ★ EH]EN (peu lisible dans *F*) *A Va* ★ 12 iis]his *Va* ★ 14 Dominus]$\overline{\text{Dmus}}$ *A*, D. *Va* ★ 22 æqualitas *FA Va* ★ 23 curva]Cycloide *aj. Va* ★ Domini]$\overline{\text{Dni}}$ *F*, $\overline{\text{Dmi}}$ *A*, D. *Va* ★ 24 H *corrigé de* A *dans F* (2^e main) ★ CF]EF *Va* ★ 26 est ducenda *Va* ★ 29 CM]AM *Va*

P. **163.** 7 | RD vocetur Z (data *om.*) *Va* (p. 72) ★ 8 vocetur]sit *Va* (*aussi* 9) ★ 9 utcunque *FA* ★ 13 NIUOE]nioue *F*, NIOVE *Va* ★ 14 *et* 17 adæquari]æquari *Va* ★ 16 *et* 17 minus]— *Va* ★ 18 tres *om. F Va* ★ 19 ex]et *A* ★ superiore *Va*

P. **164.** 6 triangulorum similitudinem *Va* ★ 7 ipsi *om. Va* ★ 8/9 æqualitas *Va* ★ 11 in B]in in B *F* ★ consistet adæqualitas inter *om. Va* ★ 12 et R in B in A] } RBE *Va* ★ 13 Cum *F Va* ★ 14 æquetur] } *Va* ★ 16 ex una parte æquatur] } *Va* ★ ex altera *om. Va* ★ 18 nempe ZBE cum *Va* ★ 20 Æquetur *om. Va* ★ 21 cum] } *Va* ★ 22 fiet igitur]et fiet *Va* ★ 24 Constructio]Const. (*écrit au-dessus de* Ad) *F*, *om. Va*

P. **165.** 3 ideo] *corr. de* igitur *F* ★ 4 BD]DB *Va* ★ 5 sive et elegantior evadet *A* ★ 9 vero *om. A* ★ 11 | Sit (*Va*, 73) ★ 14/15 *La correction indiquée dans la note* 3 *peut être réellement de la main de Fermat; le texte primitif, remplacé par les mots :* fiat.... ad rectam NO, *semble avoir été, autant qu'on peut le discerner sous la rature :* portioni quadrantis MD rectam NO constituimus æqualem. *En fait, c'est la projection de* IO *sur la perpendiculaire au rayon* MI *qui doit être égale à l'arc* MD.

P. **166.** 1 Nicomedæa *FA Va* ★ 2 Domini]Dni *F* ★ 3 pertinent *F* (*à corriger*)

★ 8 in sequenti figura *om. FA* ★ 9 applicato *A* ★ 19 cum *FA Va* ★ formæ]formarum *Va*

P. **167.** 2 utcunque *FA* ★ 5 statione]ratione *Va* ★ 8/9 Domino de Roberval *om. Va.* Dno de Roberval *F.*

VII. — Texte d'après le MS. Vicq-d'Azyr-Boncompagni, f^os 17^vs-18 = *B.*
A = copie d'Arbogast (MS. Boncompagni, f^os 28-29).
H = Nationale, fonds latin 11197, f^os 17-18.
Titre *seulement dans* H *avec l'abréviation* AD R. P. M.

P. **167.** 20 semicirculo *H* ★ 21 et]plus *AH* ★ *Après* cylindri, *H ajoute :* (Similis est rectangulo DEA plus dimidio quadrati ex DE et omnibus duplatis), *avec la note marginale :* Quod inclusum est hoc addidi ad explicationem.

P. **168.** 3 æquatur]æquale *H* (*aussi* 4) ★ 6 adplicatis *H* ★ 9 satisfacit *H* ★ 13 Cum *ABH* (*aussi* 25) ★ 18 autem *om. AH*

P. **169.** 1 ut majus]majus ut *H* ★ 2 sectæ]divisæ *H* ★ minus]Vide in alterâ paginâ *aj. H* ★ 7 determinatione]demonstratione *H* ★ 8 quæstioni]proposito *A* ★ quandoque]quandoquidem *H* ★ 10 Cum *ABH* ★ 12 quæstionem]propositum *H*

VIII et IX. — C = copie d'après Clerselier (nouv. acq. fr., n° 3280, f^os 87 suiv. et 78 suiv.).
D = Lettres de Descartes, éd. Clerselier, III, 51. Dans ces deux sources, pour le morceau VIII, la notation cartésienne a été complètement adoptée (exposants, simple juxtaposition des lettres dans chaque monôme, coefficient numérique en avant du terme), mais avec des lettres majuscules.

P. **170.** 3 AFDB]ADFB *C*, ADB *D* ★ 8 *et* 13 cum ★ 12 rectam *om. D*

P. **172.** 1 *et* 3 IO *C*, OI *D* ★ 4 *et* 6 latus quad.]radix quadrata ★ 4 *La parenthèse n'est pas fermée D; pas de parenthèses C.* ★ 6 *Pas de parenthèses.* ★ 10 fiet ★ 15 abruptis]et ruptis ★ 22 vergit *D* ★ 24 invento et theoremati *C*

P. **173.** 8 luminis *om. C* ★ 12 ἀπαραλογίστως *D*

P. **174.** 3 duo illa *D* ★ 6 Cum (*aussi* 21) ★ 9 ad rationem temporis motus ★ 20 ut summa]*corr. de* ut summam *C*, ut summam *D*

P. **175.** 12 in medio denso *C*, in superficie medii densi *D* ★ 15 pure *D*, pene *C* ★ 16 *C place ici la fig.* 109 *avec les mots :* In figura *avant* Esto. ★ 25 *C a en marge :* in 1^a fig.

P. **176.** 4 minor est *D* ★ NV]NR *C* ★ 5 cum (*aussi* 7, 14, 20) ★ 11 rectangulo *om. C* ★ 12 MN]NM *C* ★ 15 quadratum *D*, quadratoquadratum *C* ★ 30 et *om. D*

P. **177.** 5 cum ★ 7 ut *om. C* ★ 11 NS]SN *C* ★ 14/15 rectangulo HNV bis (*peut-être mieux; aussi* 17/18) *C* ★ 21 *C a en marge :* V. in 2^a fig.

P. **178.** 5 æquatur ★ 11 IN]*C ajoute* ita *et omet* les lignes 12 et 13 ★ 13 IN *D* ★ 24 NR]M *C*

METHODE D'ÉLIMINATION.

Va = Varia Opera, pages 58 à 62.
P = MS. Nationale, fonds latin 11196, f^os 46 à 53.
L = MS., nouv. acq. latin 2339, f^os 17 à 20.

(Cette dernière copie emploie constamment la notation cartésienne complète, à partir de la page 181, ligne 15.)

P. **181.** 4 *L ajoute :* A Domino de Fermat ad Dominum de Carcavi die 20^a Aprilis anno 1650 missus ★ 5 Redductio *L* ★ 6 Algebricis ★ 12 Eq. ★ N qdto *L* ★ 14 quæcunque *L* ★ 15 *et* 19 cum ★ 16 Z sol. *Va P*, Z^us *L* ★ 18 Z, S *Va*, Z sol *P*; (*de même ensuite*) ★ 23 abs E *L* ★ ab secunda *Va L*

P. **182.** 1 hujusmodi *P* ★ 3 Cum ★ 4 tanquam et *L* ★ 8 *Va marque + devant le premier terme.* ★ 10 toties *om. L* ★ 11 omnino]continuo *L* ★ 16 affici *Va P* ★ 17 abs E *Va* ★ E qdum *L* ★ 22 ut *L*, et *Va P* ★ quomodocunque *L* ★ affecta ★ 23] Erit (*Va*, 59) ★ 27 ut diximus *om. L*

P. **183.** 3 Cum (*de même* 17, 22) ★ 6 tamquam *Va P*, ut tanquam *L* ★ 8 *P a désormais l'abréviation* Zs. ★ 9 Nq. in B]Nq, — in B, *Va* ★ 14 in A — in E *Va* ★ 25 *Pour le troisième terme du dénominateur, L a :* — BAN²

P. **184.** 3 cum ★ secundum *L* ★ 12 et cæt. *P* ★ 13 (*Va*, 60) ★ 15 Algebricis ★ symetrica *PL* ★ climatismus *Va L* ★ 15/16 Vætea *P* ★ 17 sufficiens]superficiens *L* ★ est *om. L* ★ 19 latus cubicum (B in A qu. — A cub.) *Va P* ★ *L a* latus cubicum, latus quadratum ★ Z]2 *Va* (*de même ensuite*) ★ 20 latus (2 *fois*) *Va P* ★ latus quadratoquadratum *L* ★ latus quadratum *L* ★ D cub. *Va* ★ A qu. qu. *Va P.*

P. **185.** 7 A qu. *Va P* (*de même* E qu. 20, B qu. 22) ★ A cub. (*la 1^re fois*) *Va P* (*de même* 10, 14, 28; *aussi* E cub. 28) ★ — Ae. *om. L* ★ + lat.] + L, *Va L* ★ 15 hæc enim una *L* ★ 20 D cubus *Va P* (*de même* E cubus 22, A cubo 22) ★] 21 sed et ex *L* ★ 24/25 conjiciundi *P* ★ 28 B³ *Va* ★ 29 radice *Va.*

P. **186.** 4 inutilia]mutila *L* ★ 6 tertius, quartus *L* ★ et cæt. *P* ★ 7 tamquam se]cundam (*Va*, 61) ★ 10 fuerint *Va* ★ reductæ fuerint *L* ★ reduces *om. L* ★ 11 denique]deinde *L* ★ 13 exulare ★ 14 innumerosa *Va* ★ 15 resolutione.... asymmetriæ *om. L* ★ enim *om.* P ★ 18 cum ★ 19 quandiu *Va L* ★ 26 constituendum *L* ★ 28 numquam *L Va*

P. **187.** 1 dumtaxat *Va L* ★ 3 et cæt. *P* ★ 5 data *om. P* ★ 13 exposcat]exposuit *L* 14 eaque]neque *P* ★ 19 B qu *Va P* (*de même* 23) ★ Z qu. *P* 2 qu. *Va* ★ 20 cum ★ 21 defficientes *P* ★ 23 A qq. *Va P.* ★ 24 ex]de *L*

P. **188.** 1 Patebit *corrigé de* Ita erit *P* ★ 3 cubicæ, quadratoquadraticæ *om. Va* ★ et cæt. *P* (*de même* 20) ★ cujus]ejus *L* ★ 12 inveniunt.... solidum (13) *om. L* ★ 13 cum ★ 14 sumatur *L* ★ 17 quæcunque *L*

PROBLÈME D'ADRIEN ROMAIN.

Leçons de l'original (Ms. Huygens 30 de l'Université de Leyde) : collation de M. Bierens de Haan.

La distinction des u et v, i et j n'existe pas dans l'original.

P. **189.** 7 cepi ★ **190**, 12 quintisectionem ★ **192**, 3 + (*pour* et?) radici cubicæ ★ 13 + radici quadratocubicæ ★ 22 + radici quadratoquadratocubicæ ★ **194**, 2 primogeniam ★ 5 *Adresse :* pour Monsieur
Huggens.

QUESTIONS DE CAVALIERI.

Leçons de *A* = MS. Arbogast Boncompagni, fol. 25 à 26.
B = MS. Vicq-d'Azyr-Boncompagni, fol. 18.

P. **195.** 4 primi *A* ★ 5 D^o *A* dño *B* ★ 6 D^us *A* dñum *B* ★ 8 fælicissimum *B*

P. **196.** 2 fæliciter *B* ★ 6 cum *B* (*aussi* 23) ★ 8 pronunciamus ★ 14/15 *A intervertit les deux membres de la phrase.* ★ 16 summam ★ 20 v. g. *B*

P. **197.** 3 nempe]itemque *A* ★ 4 cum *B* ★ 7 parabolam (*aussi* 8) ★ 14 aplicatis (2 *fois*) *B* ★ 27 ambiens *AB et Mersenne* (*voir* p. **195**, note 1) ★ 29 Domino]D^o *A*, D. *B* ★ exequemur.

P. **198.** 1 parabolam ★ 2 proprietates ★ 3 impossibile] *A a écrit ensuite, puis rayé :* verum est ★ 4 ellypses *B*

PROPOSITIONS A LALOUVÈRE.

Leçons de Lalouvère (*de Cycloide*, pages 391 à 395).

Les lettres des figures sur celles-ci et dans le texte sont minuscules. Les renvois aux figures sont faits dans le texte, les figures 112 à 119 de notre édition étant d'ailleurs numérotées 105 à 112 par Lalouvère.

P. **199.** 5 hyperbola ★ 6 parabolæ (*aussi* **205**, 10/11, **206**, 22, **207**, 9, **209**, 15) ★ 6 hyperbolæ (*aussi* **200**, 7, 15) ★ **202**, 6/7 v. g. ★ **203**, 3 quarta]107. ★ 8 quinta]108. ★ 11 quarta]108. ★ **204**, 3 quinta]109. ★ 8 AM]em ★ 18 sexta]110. ★ 20 tertia]107. ★ 21 hac]hoc ★ 22 eundem ★ **205**, 2 AC]dc ★ 14 AN]au ★ 15 AB]ub ★ RU]zu ★ 18 *Le numéro* VI *est reporté* **206**, 1 ★ **206**, 1 sexta]110 ★ 4 parabola (*aussi* 7, **207**, 20, **208**, 4, 24, 28, **209**, 4) ★ **206**, 12 septima]111. ★ **207**, 4 cujuscunque ★ 14 æquetur ★ 19 quocunque ★ **208**, 12 æquetur ★ 26 trienbus ★ **209**, 14 diminutæ.

DISSERTATION M. P. E. A. S.

(Leçons des *Varia*, pages 89 à 109.)

P. **211.** 3 *Va porte en marge :* Hæc Dissertatio typis edita fuit anno 1660. occulto Autoris nomine.

P. **212.** 4 cum ★ 13 I.]PRIMA. ★ 15 cava]curva ★ 19 portio|nem (*Va*, 90)

P. **213.** 1 cum ★ 3 basem ★ 4 BI]KI ★ 7 quam recta ab H ad R ducta]quæ rectam ab HR ad R ductam ★ 10 eandem

P. **214.** 3 Demonstrationem (*corrigez*) ★ 10|Exponatur (*Va*, 91) ★ secunda]2. ★ 11 AG]AF ★ quodlibet ★ 20 tertia]3. (*en marge :* Deest hoc loco figura 3. quam ad calcem libri lector inveniet.) ★ 21 eundem

P. **215.** 9 cum (*de même* 11, 15) ★ 10 utrinque ★ basis (*aussi* 16, 26 *deux fois*) ★ 12 2. et 3. Figuræ (*de même* 18, 20, 21, 22, 24, 25, 2. *pour* secunda *ou* secundæ, 3. *pour* tertia, ae, am) ★ 23 æquales ★ 26|æquales (*Va*, 92)

P. **216.** 2 secunda]2. ★ 3 basis (*aussi* 10) ★ ipsius]ipsi ★ 6 cum (*de même* 16, 22) ★ 14 basi

P. **217.** 3 quarta]4. ★ 14 parabolæ

P. **218.** 24|ut (*Va*, 93) ★ 26 rectarum]rectæ ★ 29 IF]IE

P. **219.** 12 quinta]5. ★ parabola ★ Fig. 124. *Les lettres* β et δ sont en majuscule grecque.

P. **220.** 3 directu ★ recta ★ 15 KI]IK ★ 19 et sit]et 61 ★ parabola ★ 21 parabolæ (*aussi* 28) ★ 22 FX]EX ★ 26|sed (*Va*, 94) ★ 27 IK in KL]IK in KLS ★ 30 cum ★ 32 V]U (*de même dans la page* **221**, *mais non plus loin*)

P. **221.** 9 cum

P. **222.** 1 parabolam ★ 12 *Les lettres grecques* β, δ *et plus loin* γ, θ, λ, φ *de la figure* 125 *et du texte sont en majuscule : dans l'édition anonyme, toutes les lettres romaines ou grecques, sont en minuscule.* ★ 17 possit ★ 25 cum ★ 26 minori ★ eandem

P. **223.** 9 parabolæ ★ |perpendiculares (*Va*, 95) ★ 16 γE]θE

P. **224.** 9 minor]minorum ★ 12 cum

P. **225.** 1 cum (*de même* 12, 18 *et* cùm 23) ★ 6 parabolam (*aussi* 24) ★ 17|æquale (*Va*, 96) ★ 26 paraboles (*aussi* 27)

P. **226.** 3 paraboles ★ 5 reliqua ★ rectæ ★ 6 æqualis seu applicatæ semibasi ★ 17|ad (*Va*, 97)

P. **227.** 6 septima]7. ★ 8 DM, NL, EK, IH ★ 9 hac]*ajoutez* priore ★ 16 quarta, a]4. à

P. **228.** 5 cum ★ 15 (*Va*, 98) ★ 16 in Fig. 8.

P. **229.** 14 recta]curva ★ 27 cum ★ RC]RE

P. **230.** 3|autem (*Va*, 99) ★ 27 PQ]QP

P. **231.** 1 in 9. Fig. ★ 3 AC]AG

P. **232.** 6 cum enim cætera latera ★ 8|FI (*Va*, 100) ★ 26 in 3. v. g. ★ quod (*corrigez*)

P. **233.** 9 in Fig. 10.

P. **234.** 1 parabola sim|plex (*Va*, 101) ★ 2 parabola ★ 5 cum ★ 12 parabolæ ★ 26 in 4.

P. **235.** 6 parabolæ (*aussi* 14, 15) ★ 11 in 4. ★ 16 quotæ]quot ★ 18 g. sit in 11. Fig. ★ 21|in (*Va*, 102)

P. **236.** 3 parabola ★ 7 quartæ]4. ★ 9 est 4. ★ 22 rectæ datæ ★ 33 cum

P. **237.** 7 12. ★ 9 basis (*aussi* 17) ★ 12/13|secunda (*Va*, 103)

P. **238.** 6 (*Va*, 104) ★ *Les figures de l'*Appendix *sont à la fin du volume.* ★ 10 PRIMA ★ 15 4 t. 52. ★ rectæ]recta

P. **239.** 1 4 t ★ 12 AIF]AF ★ 15 M]ut ★ 31|67 (*Va*, 105) ★ cùm

P. **240.** 7 cum (*aussi* 13, 19) ★ 29 *En marge :* Figura 2.

P. **241.** 3 YX]IX

P. **242.** 19 cum ★ 26|sit (*Va*, 106)

P. **243.** 6 tertia]3. ★ *En marge :* Figura 3.

P. **244.** 10 cùm ★ 23 quarta]4. ★ *En marge :* Figura 4.

P. **245.** 9 III]tertiæ ★ 20 cum

P. **246.** 1|ergo (*Va*, 107) ★ 14 quinta].5. ★ *En marge :* Figura 5. ★ 22 basis

P. **247.** 3 *En marge :* Figura 6. *Dans l'édition de* 1660, *la figure est numérotée* 5, *comme la précédente.* ★ 8 construatur parabole ★ 9/10 parabolam (*aussi* 10, 11) ★ 13 cum

P. **248.** 3 bisecæ ★ 12 VI]sexta

P. **249.** 10|tangens (*Va*, 108) ★ *Les lettres grecques qui suivent dans les figures et le texte sont en majuscule.*

P. **250.** 1 cùm ★ 4 axi 98 ★ 15 cum

P. **251.** 3/4 semibasis ★ 16 VI]sexta

P. **252.** 10 cum (*aussi* 23) ★ 16 con|structione (*Va*, 109) ★ 17 *et* 18. *Par exception* δλ *est en minuscule.* ★ 20 parabola ★ 21 parabolæ

P. **253.** 1 parabolæ (*aussi* 2, 4, 5) ★ 2 basis ★ 3 parabola (*aussi* 4, 6) ★ II]secunda ★ 4 cum (*aussi* 10)

P. **254.** *Lettres grecques en minuscule :* 1 θ, 2 θπβ, 3 θδ, 9 βπθ, 12 δλ. ★ 6 basis ★ parabola (*aussi* 13, 14) ★ 7 cum ★ 11 basim]basem ★ 14 parabolæ

Les figures à la fin du volume (première planche) ne sont pas numérotées, mais indiquées comme suit : Fig. Pag. 91. *pour notre* Fig. 122 (3); ★ Fig. Pag. 104. *pour* 134 (1); ★ Fig. Pag. 105. *pour* 135 (2); ★ Fig. Pag. 106. *pour* 136 (3); ★ Fig. Pag. 106. *pour* 137 (4); ★ Fig. Pag. 107. *pour* 138 (5); ★ Fig. Pag. 107. *pour* 139 (5); ★ Fig. Pag. 108. *pour* 140 (5) *et* 141 (5). *Sur cette dernière, la lettre* χ *est minuscule, pour* σ *on lit* 6, *et le chiffre* 12 *n'est pas marqué.*

MÉTHODES DE QUADRATURE.

(Leçons des *Varia*, pages 44 à 57.)

P. 255. 11 dumtaxat ★ 14 parabolam

P. 256. 7 asymptoton ★ 11 so|lum (*Va*, 45) ★ 12 3. et 4. ★ 17 hyperbola ★ Fig. 142. *Les lignes ponctuées ne sont pas tracées et le point* B *n'est pas coté.*

P. 257. 8 Archimedæam ★ 9 GHIE]GHE ★ 10 *Après* æquetur., *à la ligne* GE, in GH. *puis* Item *commence un nouvel alinéa.* ★ 13 Archimedæa ★ 16 cum ★ 17 AH ad AO]AH, AO ★ 25 cùm ★ parallelogralemi ★ parallogrammum

P. 258. 14|ergo (*Va*, 46) ★ 22 parallelogrammos ★ 23 Archimedæa ★ 24 curva in IND

P. 259. 4 Archimedæa ★ 6 hyperbolæ (*aussi* 10) ★ 22 *Entre* GE *et* ad *est intercalé :* ad parallelogrammum sub GE, in GH, ita parallelogrammum sub GE, in GE ★ GA]GH

P. 260. 2 hyperbola (*aussi* 6, 11) ★ 8 cum ★ 13 cùm ★ 19 parabola ★ 22|Sit (*Va*, 47) ★ AGRC]AGRE ★ 26 CE]EC

P. 261. 4 cum ★ Fig. 143. *Les lettres* V, Y *ne sont pas inscrites.* ★ 20 EN]EV

P. 262. 6 YC]BC ★ 27 ARCB]AROB

P. 263. 2 quod]quæ ★ 2/3 repræsentates ★ 3 ad|2 (*Va*, 48) ★ 5 Archimedæo ★ 15 AIGC]AICB ★ Fig. 144. *Les lignes* AD, DC *ne sont pas tracées.*

P. 264. 3 cum (*aussi* 9, 21) ★ 4 CE]EC

P. 265. 14 parallelogrammum]ut *ajouté devant.* ★ 20|nempe (*Va*, 49) ★ 22 parallellogrammum ★ 27 3;]B. ★ 28 2;]3.

P. 266. 4 hyperbola ★ 11 potestatis]quantitatis

P. 267. 3 q.]quad. (*trois fois; même abréviation par la suite*) ★ 10 U]V (*de même ensuite*) ★ 11 cùm ★ 14 — Aq.]A — quad. ★ 18 — *om.* ★ 28 Aq.]AG

P. 268. 2/3 E, quad. ★ 6 c.]cub. (*même abréviation par la suite*) ★ 10 æquale ★ 16 quad.

P. 269. 4|loco (*Va*, 50) ★ 3 quad. ★ 14 cc.]cub. cub. (*deux fois; même abréviation par la suite*) ★ qc.]QC ★ qq.]quad. quadr. (*aussi* 19; mais QQ 21, qu. qu. 22, 23, qu. qua. 25) ★ æqualis]∞ ★ 19 qc.]QV. cub. (*mais* quad. cub. 25)

P. 270. 5 qc.]QC *la 1re fois;* qu. cub *la seconde et par la suite* ★ qq.]qu. qu. (*aussi* 7, *mais* qua. qua. 10) ★ 8 hyperbolæ ★ 10 q.] *L'abréviation ordinaire est désormais* qu.; *toutefois* qua. *la 1re fois*, 25) ★ 14 parabolæ ★ 20 correlatis ★ 25 —]+ ★ 27 sive $\frac{\text{B qu. cu.}}{\text{AQ}}$ æquale

P. 271. 1 (*Va*, 51) ★ 2 æquale ★ 3 ex]de ★ 5 B, cub. æquari $\frac{\text{B qu. in Y}}{\text{A cub.}}$ ★ 7 B qu. qu. ★ Fig. 145. *La courbe* HOPN *n'est pas tracée et la lettre* Q *n'est pas inscrite*

P. 272. 7 potestatibus]præstantibus ★ 9 ignotarum]ignoratum ★ 15 FC]FG ★ 22 statum ★ 25 applicato ★ 28 B, quad. — A qu. æquale E, quad. ★ 30 cùm ★ 32 ad basim HN, sive ad D applicatis *est intercalé* 31 *après* applicata

P. 273. 1 ad B applicata *est rejeté après* æqualia ★ dato]curvo ★ 5|erunt (*Va*, 52) ★ 9 cum (*aussi* 17, 25) ★ U]V (*de même ensuite*) ★ 17 autem]ergo ★ q:] *abréviations :* qu. *ici et* 23, *la seconde fois, pour Bq.*, 18, 21 et 23 *pour Eq.*; quad. *ailleurs et par la suite jusqu'à indication contraire.* ★ 21 qq.]quad. quad. (*mais* qu. qu. 23)

P. 274. 3 omnium ★ 7 æquatur]æqualis ★ 11 exsequamur]sequamur ★ 12 B, quad. cub. ★ E, cub. cub. cub. ★ 14 cùm ★ B, qu. ★ 15 B, quadratum ★ 21|sit (*Va*, 53) ★ 23 basim]MV *ajouté.*

P. 275. 3 cum ★ 5 MV]MN

P. 276. 3 qc.]quad. cub. ★ æquale E, cubo ★ 6 q.] *désormais l'abréviation est* qu., *sauf indications contraires.* ★ 7 valore ★ 10 æquale ★ 12 curva AKOGIDCH ★ 13 authorem ★ 15 ex]de

P. 277. 1 quarta]4. ★ 3 B, quad. ★ E, quad. ★ 5 E qu. quad. ★ V quad. ★ 10 quadraturæ ★ priori ★ 20 ex]de ★ 24 B qui|in E, qu. — E qu. qu. (*Va*, 54) ★ 30 E, quad. quad.

P. 278. 1 abs ★ 12 B, qu. cub. in V, quad. ★ 19 inter]in ★ 25 hyperbolæ

P. 279. 2 quad. cubi ★ 3 praxim ★ 4 tam quam ★ præcedentes ★ 6 curvæ]curæ ★ 9 A, quad. ★ B, qua. ★ 14 O quad. (*aussi* 20) ★ 17 B, qu. qu. ★ A, Qu. ★ 26 B, q. qu. ★ V, quad. ★ 27 B, quad. ★ 28 Uq.]A, quad.

P. 280. 4 idque]id quæ ★ 6|Hæc (*Va*, 55) ★ 9 ADB]A, B, C, ★ 11 ipsi in]ipsi sic ★ 24 B, quad.

P. 281. 7 cum (*aussi* 25) ★ 22 E cub.|cub (*Va*, 56)

P. 282. 4 *et* 6 V, quad. ★ 6 E, q. ★ 7 omnes E quadrati ★ 10 E, quad. ★ 12 Y, quad. ★ 13 cùm ★ omnes E, qu. ★ 15 cum ★ 24 synthesim ★ 27 expatiandum

P. 283. 3 cùm ★ 4 omnes B in A ★ 5 omnes ★ 6 *et* 13 Oq. ★ 7 æquatio]æqu. ★ 8 E, q. ★ 10 omnes O quadrati ★ 13 V, quadr. ★ 14 tertia]quarta ★ 18 Y, quadrato

P. 284. 2 *et* 9 quad. ★ 3 et *omis.* ★ 5 quarta]quinta ★ omnes Y quadr. ★ 6 illo ★ 10 quinta]sexta ★ Y]I ★ 16 æqua|le (*Va*, 57) ★ 17 sexta]septima ★ 20 I, quadratum ★ 21 septima]octava

P. 285. 4 Aq. ★ Bq. in Oq. ★ 5 A; qu. ★ octava]nona ★ 7 cum ★ 11 V quad. ★ 12 nonam]decimam ★ 18 novem]decem

FRAGMENT SUR LA CISSOIDE.

[Leçons de M. Ch. Henry (*Pierre de Carcavy*, pages 38-40).]

P. 285. 21 yssois ★ 22 perpendiculus ★ 23 yssoidis ★ 24 yssoide ★ asympto

P. 286. 7 yssoidi ★ 10 M et D]MBD ★ 15 yssoidale ★ 17 KI]KL

P. 287. 1 yssoidem ★ applicatis ★ ex]de ★ 2 yssoidis ★ 4 IH]LH ★ 7/8 ad summam rectarum HI, HV, ita recta NO *répété*. ★ 8, 10, 12, 23, 26, 28 VO]NO ★ 13 yssoidis ★ 19 rectæ ★ 22 cum ★ HG]HC ★ 25 eandem

P. 288. 1, 4, 8 NO]VO ★ 5 omia ★ 11 yssoidale

OBSERVATIONS SUR DIOPHANTE.

(Leçons de l'édition de Samuel Fermat; 1670 = *S.*)

On a reproduit en caractères plus petits les textes de Bachet (traduction ou commentaires), auxquels se rapportent les observations de Fermat. Les leçons de Bachet sont données d'après l'édition de Diophante par Bachet, 1621 = *Ba*.

Le numérotage des observations de Fermat et les renvois entre parenthèses sont ajoutés.

Dans le Diophante de Samuel Fermat, les notes de son père sont imprimées en italique, et précédées chacune de la mention : OBSERVATIO D. P. F. (DOMINI PETRI DE FERMAT pour II). — Les indications de pagination (*S* avec le n°) ne se rapportent qu'au texte de Fermat.

P. 291. 4 quibuscunque ★ cùm ★ 17 duas]duos ★ 22 duos *Ba, om S*

P. 292. 2 lib. 4. ★ 8 *et* 17 quatuor]4 ★ 10 3o]3 ★ 16 31^{am}]tertiam ★ 23 Extat ★ V]quinto ★ 24 5]quinta

P. 293. 1 tres]3. ★ 2 eorundem ★ 7 Primus]1. ★ Secundus]2. ★ Tertius]3. ★ 8 Diophantæam ★ 11 quatuor]4 ★ 13 5^{am}]5 ★ lib. 5. ★ 19 (*S*, 119) ★ 22 VI]sexti

P. 294. 2 ter]3. ★ quater]4 ★ 7]etiam (*S*, 128) ★ 15 v. g.

P. 295. 1 loco]loci ★ v. g. ★ 12 quotcunque

P. 296. 5 datus]ductus ★ 7 et *omis*. ★ 18 tres]3. ★ 18/19 qui nempe unitate *superant* quaternarium *entre parenthèses*. ★ 19 v. g. ★ 25/26 nempe quaternarium unitate superantes *entre parenthèses*. ★ 27 productus.

P. 297. 1 tres]3. ★ 11 v. g. ★ 19 prescribitur

P. 298. 7 cum ★ 17]differentiam (*S*, 134)

P. 299. 10 iterationem]operationem

P. 300. 6 sequentis ★ 13 duo quadratoquadrata ★ 16 quadratoquadrata

P. 301. 3 operationem]æquationem ★ 10 multiplus ★ 22 V. G.

P. 302. 2 eundem ★ 4 quatuor]4. ★ 12 superiori ★ 23 v. g.

P. 303. $4\ \frac{7225}{5184}\Big]\frac{7245}{5184}$ ★ 6 vigesimæ]secundæ ★ 8 cum ★ 15 v. g. ★ 17]conditione (*S*, 162) ★ 23 VI]6.

P. 305. 14]esse (*S*, 181) ★ 16 poligonis

P. 306. 5 utcunque ★ 5/6 v. g. ★ 8 tertia]3. ★ 15 cùm

P. 307. 1 *et* 2 v. g. ★ 13/14 conficiant]constituant (*à corriger*) ★ 16 *et* 19 cùm

P. 308. 3 *et* 7 cùm ★ 17 6]N + 3 (*S*, 210) ★ 20 cum ★ 28 quatuor]4. ★ producitur (*corrigez*)

P. 309. 1 24. ★ 2 lib. 6. ★ 4 lib. 31. ★ cum ★ 14 quatuor]4.

P. 310. 1 v. g. ★ 18 hypothe. ★ 20 perpendic. ★ 21 eundem ★ quatuor]4

P. 311. 2 Diophantæos

P. 312. 9 31. quæstione lib. 4.

P. 313. 7 possunt *S* ★ 13 cùm ★ 24 Veruntamen

P. 314. 1 *et* 24 cùm ★ 8 quam]quà ★ 13 eundem ★ 15 authore ★ 30 quadruplæ]quadrati ★ unitate]1,

P. 315. 3]Deinde (*S*, 233) ★ 15 quarto]4.

P. 316. 29 Diophantæam

P. 317. 2 v. g. ★ 12 duntaxat ★ 17 cum ★ 23 Diophantæis

P. 318. 4]IV]4. ★ 2 fæliciter ★ 19 eundem

P. 319. 3 (6 *Vatic.*) est la leçon indiquée dans le commentaire de *Ba* ★ 4 *Les mots entre parenthèses sont tirés de la marge de S et déduits du commentaire de Ba* ★ 15 productum

P. 320. 14]primum (*S*, 250) ★ 22 v. g.

P. 321. 4 quadrupla ★ $24\ \frac{64}{29^3}S$

P. 322. 4 ὡπεως *Ba* ★ 27 τετραγώνου *Ba* ★ 35 productum

P. 323. 3 vere]verò

P. 324. 1 (*S*, 252) ★ 9 cum ★ 13 A. quadratum (*première fois*) ★ 16 D.C. — B bis C. 19, 23 *et* 25 minus]— ★ 20 minus *omis*.

P. 325. 1 + 2C]— 2C ★ 6 1N plus]A + ★ excessus

P. 326. 12 9]25 (*aussi* 14, 15) ★ 13 —]+ ★ 14 *et* 15 6]10 ★ 18 propositis ★ 23 cum

P. 327. 2/3 vigesimam quartam libri sexti. ★ 18 quadratoquadrata

P. 328. 3 Diophantææ ★ 16 et 22 cum

P. 329. 3 v. g.

P. 330. 4 quæsitus triangulus *S*, *lisez* quæsitum triangulum ★ 14 (*S*, 291) ★ quatuor]4.

P. 331. 3 triang. rectang.

P. 332. 7 Diophantæo ★ 10 *et* 14 eorundem ★ 17 cum

P. 334. 4 supetunt ★ 20 τριπλασιότητας

P. 335. 2 v. g. ★ 13 numerus ★ 14 accedunt ★ 18 lib. 5.

P. 336. 11 Formatus

P. 337. 1 à (*première fois*) *omis.* ★ 6 39]29.

P. 338. 14 vigesimam quartam ★ 15 sexti ★ 18 exequi

P. 339. 5 Diophantæam ★ 8 utrinque

P. 340. 7 laboriosâ (*S.* 339) ★ 11 quadratos]quadrata

P. 341. 23 multati

P. 342. 1 *et* 2 multati

ERRATA [1].

Page 86, ligne 4 : Supprimer la virgule après RD.

» 109 » 9 : Mettre point-virgule après *bis*.

» 154 » 8 : La lettre O devrait être en italique.

» 167 » 4 de la note 2. — Au lieu de 20 *avril*, lire 26 *avril*.

» 211 » 5 de la note 2. — La découverte de Neil a été publiée par Wallis dès 1659, dans la seconde Partie du Volume intitulé : *Johannis Wallisii S. S. Th. D., Geometriæ Professoris Saviliani Oxoniæ, Tractatus duo. Prior de Cycloide et corporibus inde genitis. Posterior epistolaris, in quo agitur de cissoide et corporibus inde genitis et de curvarum tum linearum ὑπόνοιαι, tum superficierum πλατυσμῶ. Oxoniæ, typis Academicis Lichfildianis, Ann. Dom.* CIↃ.IↃC.LIX. — Cette seconde partie est d'ailleurs une réponse à une lettre d'Huygens du 9 juin 1659 et, lorsqu'il l'écrivit, Wallis avait déjà pris connaissance de l'édition latine de la *Géométrie* de Descartes par Schooten.

» 218 » 17, mettre une virgule après *ducatur*.

» 316 » 4, mettre une virgule après αὐτῶν.

» 338 » 2 *de la note 2 en remontant.* Au lieu de *debit*, lire *dedit*.

» 377 » 10. Au lieu de *Pyrrhonianum*, lire *Pyrrhoniarum*.

» 388, note 1. Vérification faite, la pièce du Ms. fr. n. a. 3280 est l'original. L'adresse en est : *Clarissimo viro Petro Danieli Huetio Petrus Fermat S. T.*

[1] Consulter les *Variantes* qui précèdent, notamment pour les pages 70 à 76, la découverte des originaux ayant été postérieure à l'impression.

TABLE DE CONCORDANCE

ENTRE L'ÉDITION DES ŒUVRES DE FERMAT DE 1679

ET LA PRÉSENTE ÉDITION.

Pagination de l'édition de 1679.		Renvois à la présente édition [1].
Folios		Pages
1 non numéroté.	TITRE.....	IV
2	CELSISSIMO S. R. I. PRINCIPI FERDINANDO ETC.....	350
3 recto.	De celsissimo principe etc.....	352
3 verso, ligne 1.	De principis ejusdem etc.....	353
3 verso, ligne 13.	De eodem principe etc.....	354
4	(Préface) : ERUDITO LECTORI.....	355
5 recto.	Éloge de Monsieur de Fermat etc.....	359
5 verso, ligne 8.	Observation de Monsieur de Fermat sur Synésius etc.	362
6 recto, ligne 25.	Lettre de Monsieur Descartes à Monsieur de Fermat, p. 347, tom. 3 des Lettres de Monsieur Descartes.	XXXII
6 verso.	P. Herigonius, tom. 6. Cursus Mathematici p. 68.	
	De Maximis et Minimis.....	171
6 verso, ligne 8.	D. Ismael Bullialdus Exercitatione de Porismatibus.	77
6 verso, ligne 28.	R. P. Mersennus Ordinis Minimorum, Reflexionum Physico-mathematicarum pag. 215.....	Avertissement, p. x, note 4.
6 verso, ligne 34.	Samuel Sorberius in præfatione operum Gassendi..	LXII note.
Pages		
1	*Varia Opera Mathematica D. Petri de Fermat Senatoris Tolosani.*	
	Ad locos planos et solidos Isagoge.....	91
9	Appendix ad Isagogem topicam etc.....	103
12	Apollonii Pergæi Libri duo de Locis planis restituti.	3

[1] Les chiffres modernes indiquent les pages du présent Volume; les chiffres romains en grandes capitales les numéros des pièces de la Correspondance qui seront publiées dans les Volumes suivants.

Pagination de l'édition de 1679.		Renvois à la présente édition.
		Pages
28	Apollonii Pergæi Propositiones de Locis planis restitutæ. Liber II	29
44	De æquationum localium transmutatione etc	255
58	Novus secundarum et ulterioris ordinis radicum etc	181
60	Appendix ad superiorem methodum	184
63	Methodus ad disquirendam maximam et minimam	133
63 l. 3 en rem.	De tangentibus linearum curvarum	134
65	Centrum gravitatis, parabolici conoidis, ex eadem methodo	136
66	Ad eamdem methodum. — Volo etc	140
69	Ad eamdem methodum. — Doctrinam etc	158
70	De contactibus sphæricis	52
89	De linearum curvarum cum lineis rectis etc	211
104	Appendix ad dissertationem de linearum etc	238
111	De solutione problematum etc	118
116	Porismatum Euclidæorum renovata doctrina etc	76
121	*Lettres de Monsieur de Fermat, avec quelques-unes de celles qui luy ont esté écrites par plusieurs personnes de grand sçavoir sur divers sujets de Mathématiques ou de Physique*	N^os
	Lettre de M. de Fermat au R. Père Mersenne Minime. Du 3 juin 1636	III
122	Au R. P. Mersenne Minime. Du 24 juin 1636	IV
123	Au R. P. Mersenne Minime. Du 2 septembre 1636	X
124	Lettre de Messieurs de Pascal et de Roberval à M. de Fermat. A Paris, le 16 aoust 1636	VIII
130	Lettre de M. de Fermat à Messieurs de Pascal et de Roberval. Du 23 aoust 1636	IX
133	A Monsieur de Roberval Professeur aux Mathématiques à Paris	VII
134	A Monsieur de Roberval Professeur aux Mathématiques à Paris. Du 16 septembre 1636	XI
136	A Monsieur de Roberval Professeur aux Mathématiques à Paris. Du 22 septembre 1636	XIII
138	Lettre de Monsieur de Roberval à Monsieur de Fermat. Du 11 octobre 1636	XIV
141	Objecta à D. de Fermat, adversùs propositionem Mechanicam D. de Roberval	XVI
142	Nova in Mechanicis Theoremata D. de Fermat	V et II

Pagination de l'édition de 1679.		Renvois à la présente édition.
Pages		N^os
143	Propositio Geostatica D. de Fermat	II
144	Propositio D. de Fermat circa parabolen	84
145	Lettre de M. de Fermat au R. Père Mersenne de l'Ordre des Minimes	VI
146	Lettre de Monsieur de Fermat à Monsieur de Roberval à Paris. Du 4 novembre 1636	XV
147	A Monsieur de Roberval. Du 7 décembre 1636	XVII
148	A Monsieur de Roberval à Paris. Du 16 décembre 1636.	XVIII
151	A Monsieur de Roberval	XIX
152	Lettre de Monsieur de Roberval à Monsieur de Fermat. Du 4 avril 1637	XX
153	Lettre de Monsieur de Fermat à Monsieur de Roberval à Paris. Du 20 avril 1637	XXI
154	Lettre de Monsieur de Roberval à Monsieur de Fermat. Du 1^er juin 1638	XXIX
156	Lettre de Monsieur de Fermat à Monsieur de ****	CXVI
158	Démonstration dont il est parlé dans la lettre précédente.	CXVII
161	Lettre de Monsieur de Fermat à Monsieur de Roberval à Paris	XLII
162	A Monsieur de ****. Du 18 octobre 1640	XLIV
165	Lettre de Monsieur de Roberval à Monsieur de Fermat. Du 4 aoust 1640	XLI
166	Lettre de Monsieur de Frenicle à Monsieur de Fermat. Du 2 aoust 1641	XLIX
169	Lettre de M. de Frenicle à M. de Fermat. Du 6 septembre 1641	L
173	Lettre de M. de Fermat au Révérend Père Mersenne de l'Ordre des Minimes. A Paris	XXXVIII
176	Lettre de Monsieur de Fermat au Révérend Père Mersenne de l'Ordre des Minimes. A Paris	XL
178, l. 3	Lettre de Monsieur de Fermat à Monsieur de Carcavi Conseiller au Grand Conseil. A Paris	LIII
178, l. 4 en rem.	Lettre de Monsieur de Fermat à Monsieur de Carcavi Conseiller au Grand Conseil. A Paris	LXI
179	Lettre de Monsieur Pascal à Monsieur de Fermat. Le 29 juillet 1654	LXX
183	Table dont il est fait mention dans la Lettre précédente.	LXX_A
184	Lettre de Monsieur Pascal à Monsieur de Fermat. Du 24 aoust 1654	LXXII

Pagination de l'édition de 1679.		Renvois à la présente édition.
Pages		N^os
188	Lettre de Monsieur Pascal à Monsieur de Fermat. Du 27 octobre 1654	LXXV
188	Problemata proposita à D. de Fermat	LXXIX
189	Lettre de Monsieur de Fermat à Monsieur le Chevalier Kenelme Digby. Du 20 avril 1657	LXXXII
190	Problema propositum à D. de Fermat	LXXXI
191	Lettre de Monsieur de Fermat à Monsieur le Chevalier Kenelme Digby. Du 20 juin 1657	LXXXIII
191	Lettre de Monsieur de Fermat à Monsieur le Chevalier Kenelme Digby. Du 15 aoust 1657	LXXXIV
193	Remarques de M. de Fermat sur l'Arithmétique des Infinis de Monsieur Wallis Professeur de Géométrie en Angleterre dans l'Université d'Oxford	LXXXV
196	Lettre de Monsieur le Chevalier Digby à M. de Fermat. Du 5 décembre 1657	LXXXVII
197	Lettre de Monsieur le Chevalier Digby à M. de Fermat. Du 12 décembre 1657	LXXXVIII
197	Lettre de Monsieur le Chevalier Digby à M. de Fermat. Du 13 février 1658	LXXXIX
198	Lettera del Signor Digby al Signor di Fermat. Di 15 maggio 1658	XCII
200	Lettre de Monsieur Pascal à M. de Fermat. De Bienassis le 10 aoust 1660	CVIII
201	Viro Clarissimo Dom. Gassendo Petrus de Fermat. S. P. De proportione quâ gravia decidentia accelerantur	LXII
204	Lettre de Monsieur Gassendi à Monsieur de ****	LXII$_a$
205	Lettera del Signor Benedetto Castelli Abbate di Verona, al Signor di ****	V$_a$
205	Viro Clarissimo Dom. de Ranchin, sen. Thol. Petrus de Fermat S. P.	366
208	Viro Clarissimo D. de Pellisson, Libellorum supplicum magistro. Samuel de Fermat, S. P.	373
après 210, 2 Fol. non numérotés	Cede Deo seu Christus moriens. D. Petri de Fermat Carmen amœbæum ad. D. Balzacum	390

Cinq planches de figures géométriques.

FIN DU TOME PREMIER.

13404 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.