JOHANNIS BERNOULLI,

M. D. MATHESEOS PROFESSORIS,
Regiarum Societatum PARISIENSIS, LONDINENSIS, PETROPOLITANÆ, BEROLINENSIS, *Socii* &c.

OPERA OMNIA,

TAM ANTEA SPARSIM EDITA, quam hactenus inedita.

TOMUS SECUNDUS,

Quo continentur ea
Quæ ab ANNO 1714 ad ANNUM 1726 prodierunt.

LAUSANNÆ & GENEVÆ,
Sumptibus MARCI-MICHAELIS BOUSQUET & Sociorum.

MDCCXLII.

Cum Privilegio Sacræ Cæsareæ Majestatis, & Sereniss. Poloniæ Regis, Elect. Saxon.

N°. XCI.

ESSAI
D'UNE
NOUVELLE THEORIE
DE LA
MANŒUVRE
DES VAISSEAUX;

PAR JEAN BERNOULLI;
Professeur des Mathématiques, & Membre des Académies Royales des Sciences de France, d'Angleterre & de Prusse.

Imprimé à BASLE,
Chez JEAN GEORGE KÖNIG.

MDCCXIV.

PREFACE.

La Navigation *est d'une si grande utilité, qu'on ne sauroit la cultiver avec trop d'application: Elle a deux parties, dont la premiere nommée le* Pilotage, *regarde principalement l'usage de la boussole; & comme elle est fondée sur des principes de pure Géométrie, plusieurs Auteurs en ont assez exactement écrit. Mais l'autre partie que l'on appelle la* Manœuvre, *concerne la disposition des Voiles, du Gouvernail, & du Vaisseau même, que l'on doit conduire avec la derniere circonspection, pour bien menager le vent & le temps, pour profiter de leurs avantages, & pour éviter les dangers.*

Cette derniere partie est sans doute la plus essentielle de la Navigation; mais elle est en même temps *la plus difficile: Elle demande une connoiſſance parfaite de la plus ſublime Méchanique, tant des fluides que des ſolides, dans ceux qui entreprennent de la traiter à fond; ſans cela il eſt à craindre qu'ils ne s'égarent, & que les erreurs ne deviennent la ſource de divers malheurs dans la pratique.*

Monſieur le Chevalier RENAU, *Ingenieur General de la Marine, & préſentement Lieutenant General des Armées du Roi Cath., de l'Académie Royale des Sciences, eſt le premier, & peut-être le ſeul, qui a entrepris d'approfondir cette matiere: l'excellent Livre qu'il publia en* 1689, *par Ordre exprès du Roi T. C. ſous le Titre de* Théorie de la Manœuvre des Vaiſſeaux, *eſt une preuve de ce qu'on avance ici. Feu Monſieur* HUGUENS *s'étant trouvé d'un ſentiment different ſur quelques principes, forma une objection contre la maniere de déterminer la Viteſſe des Vaiſſeaux de Mr.* le Chevalier RENAU: *Ce dernier répondit, mais Mr.* HUGUENS *repliqua. Cette célébre Diſpute ayant partagé les ſentimens des Mathématiciens en France, feu Mr. le* Marquis DE l'HOPITAL *deſirant de ſçavoir mon ſentiment ſur cela, me communiqua un état abregé de cette Diſpute. Comme je n'avois pas encore vû le Livre de Monſieur le* Chevalier RENAU, *& que ſes raiſons, telles que me les avoit rapportées Mr.* DE l'HOPITAL, *me paroiſ-*

roiſſoient bonnes; je me déterminai ſans balancer en faveur de Mr. le Chevalier RENAU.

Du depuis, j'ai paſſé pluſieurs Années ſans avoir eu occaſion d'y penſer, & peut-être aurois-je entierement oublié cette Diſpute, ſans une Lettre que je reçus, il y a quelque temps, de Mr. de MONTMORT, *où il me mandoit, que Monſieur le* Chevalier *perſiſtant dans ſon opinion contre Mr.* HUGUENS, *préparoit une nouvelle piece ſur ſa* Théorie: *ce qui ayant reveillé ma curioſité, je voulus ſçavoir préciſément par moi-même, en quoi conſiſtoit le nœud de cette difficulté. Je lûs pour cet effet le Traité de la* Théorie, *qu'un Ami venoit de me communiquer fort à propos: Cette lecture a abouti à me faire reconnoître, que non ſeulement je devois me retracter de ce que j'avois autrefois avancé en faveur de Monſieur le* Chevalier RENAU *ſur le ſimple rapport de Mr.* de l'HOPITAL, *mais encore à me faire découvrir une autre mépriſe très-importante, touchant la Dérive des Vaiſſeaux, que Mr.* HUGUENS *n'a pas remarquée, ou plûtôt qu'il a paſſée comme une choſe non-erronnée, dont il demeuroit d'accord, enſorte qu'il eſt tombé dans le même paralogiſme; ce que je prouve évidemment dans cet Eſſai.*

Voyant donc, d'un côté, que toute la Théorie *de Monſieur le* Chevalier RENAU *étoit entierement fondée*

dée ſur deux principes erronnés, & de l'autre, que Mr. HUGUENS, *ce fameux Géomètre, s'étoit contenté de refuter celui de ces principes, qui concerne la viteſſe des Vaiſſeaux, ſans ſubſtituer de nouvelles regles à celles de Monſieur le* Chevalier RENAU, *qu'il venoit de renverſer; j'ai crû devoir faire part au Public de mes découvertes ſur un ſujet important. C'eſt ce que j'exécute dans ce Traité, où l'on trouvera la ſolution des queſtions les plus difficiles qu'on puiſſe former ſur cette matiere, & les Regles tirées de mon Syſtème: De la ſolidité duquel le Lecteur jugera, quand il aura peſé les raiſons ſur leſquelles je l'ai fondé.*

L'importance du ſujet, d'où dépend la ſureté de la Navigation & le ſalut de tant de milliers de Perſonnes, qui s'expoſent à l'inconſtance des Vents & de la Mer, doit au moins, ce me ſemble, engager les habiles Gens à examiner d'où provient la grande difference, qui ſe trouve entre le reſultat des Regles que preſcrivent ces deux Syſtèmes; je parle de celui de Monſieur RENAU *& du mien.*

Tels ſont les Motifs qui m'ont engagé à écrire; & que j'ai voulu rapporter, de peur que le Lecteur ne trouvât étrange, qu'une Perſonne, qui demeure dans un des Païs les plus éloignés de la Mer, oſe entreprendre de traiter une matiere, qui ſemble exiger une connoiſſance parfaite de la Marine, & une Expérien-

ce conſommée de l'Art de la Navigation; qualités que l'on ne peut ſans injuſtice refuſer à Monſieur le Chevalier RENAU. *J'ajoûterai à ces motifs, mon penchant naturel, qui me porte à être utile au Public, indépendemment même de la gloire & de l'avantage qui pourroit m'en revenir, & ſur tout dans un Lieu, où la connoiſſance des Sciences & des beaux Arts ne ſont pas toûjours un moyen aſſuré de s'avancer & d'être préféré à ceux qui en ſont privés.*

*Je donne à ce petit Traité le Titre d'*Eſſai d'une Nouvelle Théorie de la Manœuvre des Vaiſſeaux; *car enfin ce n'eſt qu'un Eſſai, & je reconnois très-volontiers qu'il s'en faut beaucoup que cette Nouvelle* Théorie *ne ſoit complette; auſſi n'en verra-t-on jamais qui le ſoit, vû les difficultés preſque inſurmontables qu'on rencontre, lorſqu'on veut employer les véritables principes de cette Science, & conſiderer la propre figure des Vaiſſeaux; conſidération d'où dépend pourtant abſolument la perfection de cette* Théorie. *Cependant je me flate, que toute Perſonne, qui voudra en juger ſans prévention, trouvera au moins que je ne ſuis tombé en aucun paralogiſme, dans les regles que je donne pour les figures ſuppoſées des Vaiſſeaux, dont quelques-unes approchent aſſez de leur véritable figure.*

A peine venois-je de finir cet Eſſai, que Monſieur le *le* Chevalier RENAU *me fit l'honneur de m'envoyer sa derniere pièce, intitulée* Mémoire, où est démontré un principe de la Méchanique, *&c. me priant de lui en dire mon sentiment; ce que je fis peu de temps après par une Lettre, à laquelle il répondit, formant de nouvelles instances & de nouvelles difficultés, que je tâchai de lever par une seconde Lettre. J'ai crû devoir joindre ces Lettres à ce Traité, en faveur de ceux, qui, prévenus pour Monsieur le* Chevalier RENAU, *se trouveroient embarrassés par les nouvelles raisons qu'il employe dans son Memoire, & qu'il a sçû proposer avec tant de vraisemblance, qu'elles ne manqueront pas de surprendre ceux qui ne les examineront pas avec une attention assez scrupuleuse. On a lieu de croire, que comme il n'a point fait de replique à cette seconde Lettre, il se trouve présentement satisfait sur tout ce qui lui faisoit encore de la peine, & qui l'empêchoit de goûter les raisons alleguées dans ma précédente Lettre.*

Il y a encore une chose, que je ne dois pas oublier; c'est qu'ayant jugé à propos d'écrire ce Traité en François, pour me conformer au Langage de Mr. le Chevalier RENAU; *je me figure aisément qu'on y trouvera bien des endroits, où les manieres d'exprimer mes pensées, ne sont pas assez Françoises. Mais le Lecteur équitable aura la bonté d'excuser ce défaut; & de considerer deux choses; l'une que l'Auteur ne se pique pas d'écrire dans une Langue qui n'est pas sa Langue maternelle, & l'autre que la matiere, sur laquelle il s'est exercé, est d'une nature qui demande des expressions simples & claires. Aussi est-ce la clarté & l'évidence que je me suis proposée sur toute chose dans mes explications, sans me mettre en peine de la beauté du style; content de la solidité du raisonnement.*

Si j'ai réüssi, ou non, les Personnes éclairées en jugeront; c'est pourquoi je soûmets cet Ecrit à leur examen désinteressé. Je prie en particulier Messieurs de l'Académie Royale des Sciences de Paris, *qui ont toûjours reçû favorablement les pieces que je leur ai présentées de temps en temps, de vouloir examiner celle-ci avec toute la sévérité possible; car le sujet en vaut bien la peine. Je m'en tiendrai à leur décision; laquelle, supposé le fait qu'elle soit favorable, comme je n'en doute pas, ne pourra que m'être bien glorieuse, & me rendre en quelque façon digne du poste, que j'ai l'honneur d'occuper dans leur Illustre Académie en qualité d'Associé; honneur d'autant plus considérable, qu'il n'y a toûjours que huit Personnes des Païs Etrangers, choisies par Sa Majesté T. C. qui joüissent de cette dignité.*

ESSAI
D'UNE
NOUVELLE THEORIE
DE LA
MANOEUVRE DES VAISSEAUX.

CHAPITRE I.

De l'action des fluides contre les ſuperficies des corps qu'ils rencontrent ou qu'ils frappent.

I.

LEs forces relatives, avec leſquelles une matiere fluide frappe obliquement diverſes ſuperficies planes, diverſement inclinées à la ligne du courant, ont toutes une direction perpendiculaire à chaque ſuperficie, & ſont en raiſon des quarrés des ſinus des angles d'incidence, ſi ces ſuperficies ſont égales. C'eſt une vérité reçûë de tout le monde, & qui ſe dé-

démontre aiſément: Car en conſiderant un fluide comme un amas de petites boules, dont le mouvement eſt uniforme & parallele; on voit clairement que chacune de ces boules pouſſe la ſuperficie qu'elle rencontre, ſuivant la ligne droite, qui paſſe par ſon centre & par le point d'attouchement, laquelle eſt toûjours perpendiculaire à cette ſuperficie. Or le nombre de ces boules, qui frappent une ſuperficie déterminée dans un temps donné, étant comme le ſinus de l'inclinaiſon ou de l'angle d'incidence, & la force avec laquelle chaque boule la frappe étant auſſi dans la même raiſon, ſelon les principes communs; il eſt clair que la raiſon des forces totales, ou relatives, avec leſquelles ſont frappées deux ſuperficies planes, diverſement inclinées au courant d'un fluide, eſt en raiſon doublé de ces mêmes ſinus, ou comme leurs quarrés ſont entr'eux.

II.

Mais ſi les ſuperficies ne ſont pas égales; alors les impreſſions qu'elles reçoivent de la matiere fluide, ſont en raiſon composée de la doublée des ſinus des angles d'incidence & de la ſimple des grandeurs des ſuperficies.

III.

Enfin, ſi diverſes ſuperficies planes ſont pouſſées par divers fluides homogènes, avec diverſes viteſſes, & ſous divers angles d'incidence; les impreſſions faites ſur ces ſuperficies ſont en raiſon composée des quarrés des ſinus des angles d'incidence, des quarrés des viteſſes, & des ſimples grandeurs des ſuperficies. Car c'eſt une maxime generale que la force abſoluë d'une matiere fluide eſt comme le quarré de ſa viteſſe: Mrs. RENAU & HUGUENS en conviennent.

IV.

J'appelle *la Ligne de la force mouvante*, la détermination ſuivant laquelle un corps eſt pouſſé: Ainſi la ligne de la force

 mou-

mouvante, ſuivant laquelle une voile, conſiderée comme plate, eſt pouſſée par le vent, eſt celle qui lui eſt perpendiculaire, en quelque ſituation que ſoit la ligne du vent.

V.

Une ſuperficie courbe ayant une infinité de perpendiculaires, il eſt clair, que la ligne de la force mouvante eſt dans une ſituation differente dans chaque petite partie de la courbe; de ſorte qu'entre toutes les déterminations il y en a une moyenne, qui partage également de part & d'autre les efforts des impulſions, & ſuivant laquelle la ſuperficie courbe eſt déterminée à ſe mouvoir, & ſe mouvroit actuellement, s'il n'y avoit point d'empêchement, ou quelqu'autre cauſe, qui en détournât la direction : J'appelle cette ligne *la Ligne moyenne de la force mouvante.*

VI.

La même choſe ſe doit entendre de pluſieurs ſuperficies planes ſituées diverſement, & faiſant entr'elles des angles invariables, comme ſeroient pluſieurs voiles attachées à un même vaiſſeau, qui recevroient le vent ſous differens angles d'incidence : Car la ligne moyenne de la force mouvante ſeroit celle qui partageroit également les forces des impreſſions faites ſur toutes les voiles, & qui en ſeroit comme l'axe de l'équilibre.

VII.

Ainſi le vaiſſeau iroit ſelon la ligne moyenne de la force mouvante, s'il n'y avoit aucun empêchement, ou aucune autre cauſe qui en détournât la route : je veux dire, ſi la figure du vaiſſeau étant ronde, l'eau lui reſiſtoit également de tous côtés, ou ſi la ligne de la quille diviſant le vaiſſeau en deux parties égales & ſemblables, elle ſe trouvoit ſituée ſuivant la ligne moyenne de la force mouvante.

VIII.

Mais lorſque la quille d'un vaiſſeau, dont la figure n'eſt ni circulaire, ni ſphérique, n'eſt pas ſituée dans la direction de la ligne de la force mouvante; alors la reſiſtance de l'eau contre le côté, que le vaiſſeau expoſe ou préſente le plus à l'impulſion de l'eau, étant plus grande que celle que ſouffre le côté oppoſé, laquelle eſt ou nulle, comme, par exemple, ſi le vaiſſeau avoit la figure d'un parallelogramme rectangle, ou très-petite, parce qu'une portion ſeulement de ce côté reçoit l'impulſion de l'eau, & encore ſous un angle d'incidence plus aigu que celui ſous lequel eſt pouſſé l'autre côté; il eſt manifeſte que cette inégalité de reſiſtance fera détourner le vaiſſeau de la ligne moyenne de la force mouvante.

IX.

Il eſt auſſi clair, que ſi cette reſiſtance étoit infinie par rapport à celle qu'eſſuye la prouë; ou ce qui revient au même, ſi le vaiſſeau ne trouvoit point de reſiſtance à fendre l'eau avec ſa pointe; il iroit le long de la ligne de la quille, quelque ſituation qu'elle eût avec la ligne moyenne de la force mouvante.

X.

Or la reſiſtance que l'eau fait à la prouë d'un vaiſſeau n'étant ni nulle, ni infiniment petite, à l'égard de celle qui agit contre ſon côté; il eſt naturel que la route du vaiſſeau ne ſe fera ni ſuivant la ligne de la quille, ni ſuivant la moyenne de la force mouvante, mais ſuivant une troiſieme ligne, qui compriſe entre les deux précédentes, fera avec la quille un angle que l'on nomme *Angle de la dérive.*

XI.

Je paſſe à la recherche de cet angle, que Mr. HUGUENS, en refutant Mr. RENAU, n'a pas entrepris de déterminer; & à la la détermination duquel s'eſt trompé Mr. RENAU, par ce qu'il a conſideré la reſiſtance, que rencontre le vaiſſeau dans un mouvement oblique, comme compoſée de la reſiſtance qu'il rencontreroit s'il fendoit l'eau avec le côté, & de celle qu'il rencontreroit s'il la fendoit avec ſa pointe; c'eſt-à-dire, parce qu'il a compoſé une reſiſtance, qui eſt toûjours ſimple & actuelle, de deux reſiſtances qui ne ſont pas actuelles; ce qu'il n'a pû ſuppoſer, comme nous le démontrerons dans la ſuite. Pour déterminer donc l'angle de la dérive, il eſt néceſſaire de faire quelques réflexions ſur quelques principes tirés de la plus ſaine méchanique, par leſquelles nous finirons ce Chapitre.

XII.

En toute action il y a une reaction égale & directement oppoſée; c'eſt un axiome qui n'a pas beſoin de preuve, pour peu qu'on y faſſe d'attention; car l'agent ne peut être nommé tel, qu'en vertu de l'effet qu'il produit ſur le patient, & qui réjaillit toûjours par la même ligne droite ſur l'agent, pour égaler & contrebalancer, ou plûtôt, pour abſorber ſa cauſe.

XIII.

Si la reaction conſiſte en pluſieurs reactions particulieres, la reaction moyenne, qui reſulte de la compoſition du mouvement, où des forces, ſelon la Loi ordinaire de la méchanique, ſera celle qui doit être cenſée égale & directement oppoſée à la tendance de l'action.

XIV.

Ce qui eſt également vrai, & pour les forces qui ſont en mouvement pendant qu'elles agiſſent, & pour celles qui ſont en repos.

XV.

TAB. XXIV. *Fig.* I. Soit, par exemple, le point A pouſſé ou déterminé à ſe mouvoir ſuivant la direction B A par la force B, à laquelle reſiſtent pluſieurs autres forces L, M, N, P, ſuivant les directions L A, M A, N A, P A; & ſuppoſé qu'elles empêchent préciſément la force B de mouvoir le point A, ſi bien que ce point A, quoique pouſſé de tous ces cinq endroits-là, ne faſſe que reſter en équilibre: Soit maintenant A C, la moyenne direction des quatre forces L, M, N, P, determinée par la regle de la compoſition des forces: Je dis que A C ſera dans la même direction que la ligne B A; & que la force B étant tant ſoit peu augmentée, le point A ſe mouvra ſuivant la direction A C, & tiendra toûjours la même route, tandis que les forces L, M, N, P, & leurs directions ſe meuvent en même temps d'un mouvement parallele à elles-mêmes.

XVI.

Et ſi les longueurs des lignes AB, AL, AM, AN, AP, expriment la proportion des forces; il eſt conſtant que la ligne BAC paſſe par le centre de gravité des points L, M, N, P, & que B A eſt égale à la ſomme des diſtances du point A aux perpendiculaires tirées des points L, M, N, P, ſur la ligne B A C; ou bien, qu'elle eſt la quatrieme proportionnelle de l'unité, du nombre des points, & de la diſtance de leur centre commun de gravité au point A.

XVII.

De même chacune des autres tendances, L A, par exemple, étant prolongée, paſſe par le commun centre de gravité de tous les autres points M, N, P, B.

CHAPITRE II.

De la route & de la dérive d'un Vaiſſeau qui a la figure d'un Parallelogramme rectangle.

I.

SUppoſons premierement, pour la facilité du calcul, que la figure du Vaiſſeau (car c'eſt de la figure que dépend l'angle

TAB. XXIV. *Fig.* 2.

gle de la dérive) soit simplement un Parallelogramme rectangle PSRQ; dont la quille HM, parallèle au côté long PS, passe par le centre B; Soit M, la prouë; DC, la voile considerée comme platte; BG, perpendiculaire sur DC, la ligne de la force mouvante; BL, la route du vaisseau; AB, la ligne du vent; Et soit tirée la diagonale QS.

II.

Il faut d'abord remarquer, que quoique le vaisseau se meuve suivant la ligne BL, ce n'est pas suivant cette direction qu'il est repoussé par la resistance de l'eau. Car de même que le vent agit sur la voile, non point selon sa propre direction AB, mais selon la ligne de la force mouvante BG; de même aussi l'eau resiste au vaisseau, non pas suivant la direction de sa route, mais suivant une autre ligne, laquelle par les Art. 13, 14 & 15. du Chap. I. doit être directement opposée à la ligne de la force mouvante BG; parce que l'action du vent selon BG, a pour sa reaction, ou pour son antagoniste, la resistance de l'au dans la même direction opposée BO.

III.

Or pour concevoir clairement, comment l'eau repousse le vaisseau dans la direction BO, differente de la ligne de la route BL; imaginons-nous, pour quelque temps, que ce soit l'eau qui se meuve comme un torrent suivant la ligne LB; & que le vaisseau soit soûtenu en repos par la force du vent, qui l'empêche d'être entraîné par la violence de l'eau. Il est évident, & personne ne le nie, que la force active de l'eau courante agit sur le vaisseau, de la même maniere & suivant la même détermination, que fait la resistance passive de l'eau, en supposant le vaisseau en mouvement dans une eau calme. Cependant voilà le cas de l'Article 15. du Chap. précédent: Car l'eau frappant continuellement les deux côtés du rectangle SP & SR, elle agit selon les lignes perpendiculaires sur SP & SR, & les forces, avec lesquelles ces deux côtés sont pous-

sés,

sés, sont en raison composée des quarrés des sinus des angles d'incidence, & des simples grandeurs des côtés SP & SR; par l'Art. 2. du Chap. I. Considerons donc toute la force qui agit sur SP comme réünie dans le point du milieu N, & dirigée suivant NB, & toute la force qui agit sur SR, comme réünie dans le point du milieu M, & dirigée suivant MB. Ensorte que voilà le point B poussé d'une part par deux forces laterales de l'eau, suivant NB & MB, ou leurs prolongations BE & BF, & de l'autre par la force du vent selon BG. Prenant ensuite BE & BF, proportionnelles aux deux forces appliquées en N & M, & achevant le rectangle EBFO; il est manifeste, par les régles de la Statique, que la diagonale BO marquera la direction & la grandeur de la force moyenne, avec laquelle le point B est poussé suivant BO, & laquelle resulte de la composition des forces laterales BE & BF: Et par ce qui a été dit dans l'Art. 15. du Chap. I. elle sera égale & directement opposée à la force du vent, dont la direction est, par hyp., la ligne BG.

IV.

Pour trouver donc la ligne BG de la force qui soûtient le vaisseau, la ligne du courant BL étant donnée; ou reciproquement pour trouver celle-ci, l'autre étant donnée: Il n'y a qu'à chercher la proportion des deux forces laterales BE & BF. Pour cet effet, soit prolongée RS, jusqu'à-ce qu'elle rencontre les lignes BL, BG, en L & G: Il est évident, que LM est à BM, comme le sinus de l'angle LBM est au sinus de l'angle BLM, c'est-à-dire, comme le sinus de l'angle d'incidence sur le côté SP est au sinus de l'angle d'incidence sur le côté SR: Donc par l'Art. 2. du Chap. précédent, $BE : BF = LM^2 \times SP : BM^2 \times SR = LM^2 \times BM : BM^2 \times MS = LM^2 : BM \times MS$; & partant $GM : BM\ [= BE : BF] = LM^2 : BM \times MS$; ce qui donne cette égalité $LM^2 = GM \times MS$; ce qui fait voir que LM est la moyenne proportionnelle entre GM & SM.

V.

Supposons à présent que l'eau est en repos; & faisons mouvoir le vaisseau le long de la droite BL. Il est incontestable que, par cette supposition, on ne change rien, ni dans la direction, ni dans la quantité, ni dans la raison des forces laterales BE & BF, ni par conséquent dans la direction & dans la quantité de la force moyenne BO, suivant laquelle l'eau resiste au vaisseau, & laquelle est toûjours égale & directement opposée à la force mouvante, qui agit suivant la direction BG.

VI.

D'où il suit, que la situation de la quille BM, & celle de la voile DC, ou celle de la force mouvante BG, étant donnée, l'on trouve celle de la route, en faisant ML moyenne proportionnelle entre MS & MG; ou, ce qui est la même chose, MS, ML & MG étant en raison des tangentes des angles MBL, MBS, & MBG; l'angle de la dérive MBL se trouve, quand on fait sa tangente moyenne proportionnelle entre la tangente de l'angle que fait la quille avec la diagonale du parallelogramme, & la tangente de l'angle de la quille & de la ligne de la force mouvante; ou du complement de l'angle que fait la ligne de la quille avec la voile.

VII.

Quoiqu'il paroisse difficile de concevoir qu'il puisse arriver un cas, où la dérive étant donnée, on se trouve engagé à chercher la situation de la voile; peut-être ne seroit-il pourtant pas inutile de remarquer, que ce Probléme seroit aisé à resoudre, en faisant seulement la tangente de l'angle MBG, ou du complement de l'angle de la voile avec la quille, la troisiéme proportionnelle des tangentes des deux angles MBS, MBL, que fait la quille avec la diagonale du parallelogramme, & avec la ligne de la route.

VIII.

VIII.

Mais il est à propos de faire ici une remarque, sur la difference qu'il y a, entre la maniere dont Mr. RENAU determine la dérive, & celle dont je me sers. Selon lui, la raison de GM à LM est invariable; puisqu'il la croit être toûjours, comme la difficulté que le vaisseau trouve à fendre l'eau avec le côté PS, à la difficulté, qu'il trouve à la fendre avec la prouë RS; supposons, par exemple, que PS soit dix fois plus grande que RS, & que par conséquent il faille dix fois plus de force pour mouvoir le vaisseau perpendiculairement au côté PS, qu'il n'en faudroit pour le mouvoir avec la même vitesse perpendiculairement au côté RS; par le systême de Mr. RENAU, la dérive LM seroit toûjours la dixieme partie de GM, quelque situation qu'eût la quille à l'égard de la ligne de la force mouvante BG. Au lieu que par la Théorie que je viens de bien prouver, il n'y a qu'un seul cas, où GM puisse être à LM comme dix est à un; savoir, lorsque SM est la centieme partie de GM; car dans ce cas l'angle MBS étant de 5 degr. 43 min., l'angle de la dérive MBL sera de 45 degr., & l'angle MBG que fait la quille avec la ligne de la force mouvante de 84 degrés 17 min. Et son complement MBC que fait la quille avec la ligne de la voile de 5 degr. 43 min. & partant égal à l'angle MBS.

IX.

Mais en tout autre cas, la raison de GM à LM sera, ou plus ou moins grande, que celle de dix à un: il peut même arriver, que la dérive LM devienne égale à GM, & même plus grande; savoir, lorsque G tombe en S, ou entre S & M; ce qui n'a pas besoin de démonstration, étant évident par la construction que nous avons donnée dans l'Art. 6. de ce Chap.

C 2 CHA-

CHAPITRE III.

De la Viteſſe du Vaiſſeau Rectangulaire.

I.

VOyons maintenant comment on trouve les differentes viteſſes du vaiſſeau, par rapport aux differentes ſituations de la quille, en gardant toûjours la même ſituation de voile, la même force, & la même ligne du vent. Pour cette fin, ſoit $BM = a$, $MS = b$, $MG = p$, la viteſſe ſuivant ſa route $= u$: Mais, dans une autre ſituation de quille, ſoit $MG = q$, & la viteſſe ſuivant ſa route $= v$; on aura pour la premiere ſituation $ML = \sqrt{bp}$, & pour la ſeconde $ML = \sqrt{bq}$.

II.

Or, par l'Art. 3. du Chap. I., la force laterale, avec laquelle l'eau pouſſe le côté PS ſuivant BE, s'exprime par le produit du quarré du ſinus de l'angle d'incidence LBM, du quarré de la viteſſe, & de la ſimple ligne PS; Et la force laterale avec laquelle l'eau frappe le côté SR, ſuivant BF, s'exprime par le produit du quarré du ſinus de l'angle d'incidence MLB, du quarré de la viteſſe, & de la ligne RS: c'eſt à dire, que dans la premiere ſituation de quille, la force ſuivant BE ſera $= \frac{ML^2}{BL^2} \times uu \times PS = \frac{bp}{aa + bp} \times uu \times 2a = 2abpuu : (aa + bp)$, & la force ſuivant $BF = \frac{BM^2}{BL^2} \times uu \times RS = \frac{aa}{aa + bp} \times uu \times 2b = 2aabuu : (aa + bp)$, & partant la force moyenne ſuivant BO $[\sqrt{(BE^2 + BF^2)}] = uu\sqrt{(4aabbpp + 4a^4bb)} : (aa + bp)$. Par un ſemblable raiſonnement, on trouve, pour la ſeconde ſituation de quille, la force moyenne ſuivant $BO = vv\sqrt{(4aabbqq + 4a^4bb)} : (aa + bq)$. Or comme cette force moyenne doit être toûjours la même, dans toutes les ſituations de quille

quille, puiſque par l'Art. 15. du Chap. I. elle eſt toûjours égale & directement oppoſée à la force mouvante, il s'enſuit que $uu\sqrt{(4aabbpp + 4a^4bb)} : (aa + bp) = vv\sqrt{(4aabbqq + 4a^4bb)} : (aa + bq)$; par conſequent $uu : vv = \frac{\sqrt{(qq + aa)}}{aa + bq} : \frac{\sqrt{(pp + aa)}}{aa + bp} = \frac{aa + bp}{\sqrt{(pp + aa)}} : \frac{aa + bq}{\sqrt{(qq + aa)}}$: C'eſt-à-dire, que le quarré de la viteſſe eſt toûjours comme $BL^2 : BG$, ou comme la troiſieme proportionnelle de la ſecante de l'angle de la force mouvante MBG à la ſecante de l'angle de la dérive MBL.

III.

Il n'eſt pas difficile de démontrer que de toutes ces $BL^2 : BG$, la plus grande eſt, lorſque les deux points L & G ſe réüniſſent au point S; ce qui arrive quand la diagonale du vaiſſeau eſt perpendiculaire à la ligne de la voile DC; auquel cas, la ligne de la route tombe ſur celle de la force mouvante. D'où il reſulte une propoſition, qui pour être une eſpece de paradoxe n'en eſt pas moins vraie, c'eſt que dans un vaiſſeau rectangulaire, tel que nous le ſuppoſons ici, la voilure la plus avantageuſe, ou la maniere de diſpoſer la voile pour aller avec toute la viteſſe poſſible ſuivant la ligne du vent, n'eſt pas de porter vent arriere, ou de prendre le vent en pouppe; mais de diſpoſer le vaiſſeau de telle ſorte, que ſa diagonale ſe trouve dans la ligne de direction du vent, & la voile perpendiculaire à cette même direction. Car avec le même vent, & avec la même ſituation de voile, la viteſſe, ſi l'on dirige BS ſur BG, ſera à la viteſſe, ſi on dirige BM ſur BG, comme $\sqrt{BS}$ à $\sqrt{BM}$.

IV.

Pour determiner maintenant la raiſon des viteſſes du vaiſſeau, tant pour les diverſes ſituations de la voile par raport au vent, que pour les diverſes ſituations de la quille par rapport à la voile; Conſiderons d'abord que ſi l'angle de la voile &

de

de la quille CBM demeure le même, pendant que la force mouvante change, les lignes BE, BF & BO, qui expriment les forces laterales & la force moyenne de la resistance de l'eau, changent seulement de grandeur & non point de proportion : or comme BE & BF changent en raison du quarré de la vitesse du vaisseau, il faut que BO, ou la resistance moyenne de l'eau, & par consequent la force mouvante, qui lui est égale par l'art. 15. du Chap. I., change aussi en raison du quarré de la vitesse : mais on a demontré dans l'art. 2. de ce Chap. que si la force mouvante demeure la même, pendant que l'angle de la quille & de la voile MBC change, le quarré de la vitesse sera comme $BL^2 : BG$. En combinant ces deux raisons, on aura le quarré de la vitesse du vaisseau, pour tous les deux changemens, en raison composée de la force mouvante & de $BL^2 : BG$; or la force mouvante est comme le quarré du sinus (que je nomme S) de l'angle ABC, que fait la ligne du vent avec la voile, par l'Art. 1. du Chap. I. Substituant donc SS pour la raison de la force mouvante, on trouve le quarré de la vitesse du vaisseau, comme $SS \times BL^2 : BG$; & par consequent la simple vitesse comme $S \times BL : \sqrt{BG}$, pour toutes les diverses situations de la voile, aussi bien que pour les diverses situations de la quille.

V.

Que si, par curiosité, on vouloit faire entrer encore la diversité du vent par rapport à sa force absoluë, laquelle est comme le quarré de sa vitesse (que je nomme V) il est évident que la force mouvante, avec laquelle le vent agit contre la voile CD suivant la ligne BG, sera comme $VV \times SS$; & ainsi le quarré de la vitesse du vaisseau deviendra comme $VV \times SS \times BL^2 : BG$, ou la simple vitesse comme $V \times S \times BL : \sqrt{BG}$, pour toutes les diversités qui résultent des trois conditions que nous venons de proposer.

VI.

VI.

Mais il ne sera pas hors de propos, de faire voir une maniere de déterminer géométriquement, par le moyen d'une ligne courbe, les differentes vitesses & dérives, qui dépendent des differentes situations de la prouë du vaisseau par rapport a la voile.

CONSTRUCTION.

Soit AB le vent; CD, une situation de voile; BG perpendiculaire à CD, & l'axe de la courbe des vitesses XKI dont je vais expliquer la construction; BM, la situation & la demi-longueur du vaisseau; MG, perpendiculaire à BM, rencontrant BG en G: Soit pris sur MG la partie MS égale à la demi-largeur du vaisseau. Soit ML moyenne proportionnelle entre MG & MS: que l'on tire BL, qui marquera la route du vaisseau, & partant aussi l'angle de la dérive MBL, par rapport à la situation de la quille BM. Soit de plus tracé sur le diamètre BI, égal à BS, le demi-cercle BVI; & soit tirée STV perpendiculaire sur BG, qui coupe le demi-cercle en V; Soit pris sur BL une partie BK égale à la corde BV: Je dis, que si on fait la même chose pour toutes les diverses situations de quille, supposant celle de la voile CD toûjours la même; la courbe qui passe par les points K, sera la *déterminatrice* des vitesses, ou, ce qui revient au même, châque ligne telle que BK, comprise entre le point B & la courbe XKI, marquera la vitesse du vaisseau dans la route BL. TAB. XXIV. Fig. 3.

DEMONSTRATION.

A cause des triangles semblables BGM, SGT; $BG : MG = SG : TG$, donc $BG \times TG = MG \times SG$; ajoûtant de part & d'autre $GM \times MS$, ou ML^2, il vient $BG \times TG +$

ML²

$ML^2 = MG \times SG + GM \times MS = MG^2$; ajoutant encore BM^2, on a $BG \times TG + ML^2 + BM^2$, ou $BG \times TG + BL^2 = MG^2 + BM^2$, ou BG^2, & partant $BL^2 = BG^2 - BG \times TG = BG \times BT$, donc $BL^2 : BG = BT = BV^2 : BI = BK^2 : BS$, & $BL : \sqrt{BG} = BK : \sqrt{BS}$; ainſi comme la viteſſe du vaiſſeau eſt en raiſon de $BL : \sqrt{BG}$, par l'Art. 2. de ce Chap., elle ſera auſſi en raiſon de $BK : \sqrt{BS}$, ou [à cauſe que BS eſt donnée, & par conſéquent $\sqrt{BS}$ invariable pour toutes les ſituations de la quille,] en raiſon de BK: c'eſt-à-dire, que la viteſſe dans une ſituation, eſt à la viteſſe dans une autre ſituation, comme BK dans celle-là, eſt à BK dans celle-ci.

VII.

Pour mieux comprendre la figure de cette ligne courbe XKI, il eſt néceſſaire d'en conſiderer le commencement & la fin. Suppoſons donc d'abord que la ſituation de la quille tombe ſur la ligne de la voile BC: dans ce cas MG devient parallèle à BG, & par conſéquent infinie; la moyenne proportionnelle ML ſera auſſi infinie, & partant BL qui ſera de même parallèle à ML tombera ſur BG; ainſi le point K ſera en X ſur la ligne BG, & formera le commencement de la courbe XKI, étant éloigné du point B de l'intervalle BX, égal à la moyenne proportionnelle entre BI, ou BS, & SM. Suppoſons maintenant que l'angle CBM ſoit ſi grand, que la demi-diagonale BS tombant ſur BG, les trois points S, G, & L ſe réüniſſent au point I: pour lors, le point K revient ſur la ligne BG, après avoir fait un demi-tour ſuivant la courbe XKI, qui prend la forme d'une demi-ellipſe ſur l'axe XI, comme on le peut connoître, ſi on veut prendre la peine de la tracer, en déterminant pluſieurs points K par la conſtruction que je viens de donner.

VIII.

La ſituation de la voile CD étant donc donnée, pour déterminer la ligne de la route, dans quelque ſituation qu'on mette le vaiſſeau par rapport à la voile; il n'y a qu'à tirer la ligne de la ſituation du vaiſſeau BM, & la faire égale à la ligne, qui repréſente la demi-longueur du vaiſſeau; puis élever la perpendiculaire MG, entre laquelle & la partie MS, qui repréſente la moitié de la largeur du vaiſſeau, la moyenne proportionnelle ML determinera le point L, par lequel ſi on mene la droite BL, elle ſera la route, ſa partie BK la viteſſe, & MBL l'angle de la dérive du vaiſſeau.

IX.

Mais comme la ligne de la route BL coupe la courbe XKI en deux points K & *k*, à moins qu'elle ne la touche: pour ne pas être dans l'incertitude, ſi c'eſt B*k* ou BK, qui deſigne la viteſſe du vaiſſeau; il ne faut que tirer la perpendiculaire STV, pour voir ſi la corde BV eſt égale à BK ou à B*k*; car celle à laquelle elle eſt égale, doit être priſe pour la viteſſe. De ſorte que ſans ſe ſervir de la courbe, on trouve immédiatement la viteſſe, en tirant la perpendiculaire STV pour avoir le point V, dont la diſtance BV au point B eſt toûjours égale à la viteſſe cherchée.

X.

Il n'en eſt pas de même, ſi la ligne de la route étant donnée, on cherche à déterminer la ſituation de la quille: car en ce cas, il eſt abſolument néceſſaire de déterminer par le moyen de cette courbe les deux points d'interſection K & *k*, qu'elle forme ſur la ligne de la route BL; en ſorte qu'il y a deux différentes ſituations du vaiſſeau, dans chacune deſquelles on peut faire la même route BL: mais il faut choiſir la plus avantageuſe de ces ſituations, ou celle qui fait avancer le vaiſſeau avec la plus grande viteſſe: Pour cet effet, il faut ſe ſervir du point d'interſection K le plus éloigné du point B, en décrivant de l'intervalle BK un arc de cercle, qui coupe le demi-cercle BVI dans un point V; d'où il faut tirer ſur le diamètre BI, la perpendiculaire VT, & la prolonger juſqu'à ce qu'elle coupe en S l'arc de cercle décrit du centre B & du rayon BI;

BI: La ligne BS ſera la ſituation de la diagonale du vaiſſeau. Faiſant donc l'angle SBM égal à l'angle de la quille & de la diagonale; on aura BM pour la ſituation cherchée, dans laquelle il faut mettre le vaiſſeau, pour lui faire parcourir BK.

X I.

Si du point B on tire B*f*, qui touche la courbe XKI, & que par l'art. précéd. on cherche la ſituation du vaiſſeau pour la route B*f*; il eſt manifeſte, que cette ſituation ſera celle, dans laquelle il faut diſpoſer le vaiſſeau, pour faire que la route B*f* faſſe avec la voile CD le plus petit angle qu'il eſt poſſible.

CHAPITRE IV.

De la ſituation la plus avantageuſe de la voile & de la quille pour gagner au vent, ou pour le fuir, ou pour faire quelque route propoſée.

I.

L'Ordre demande que je montre la maniere de déterminer la ſituation la plus avantageuſe, tant de la voile que de la quille, pour tenir le vent le plus qu'il eſt poſſible, ou pour le fuir, ou pour avancer avec toute la viteſſe poſſible ſuivant une route donnée. Soit premierement la ſituation de la voile donnée, & qu'il faille ſçavoir celle de la quille, pour gagner le plus au vent. Pour effectuer cela, ſoit la courbe des viteſ-
TAB. XXIV. *Fig.* 4. ſes XKI fort exactement tracée, par la conſtruction expliquée dans l'Art. 6. du Chap. précéd., & ſoit tirée à cette même courbe une tangente K*a*, laquelle ſoit perpendiculaire à la ligne du vent AB: Il eſt évident que la ligne BL, menée par le point K, ſera la route que le vaiſſeau doit ſuivre. Car la quantité B*a*, dont il gagne au vent, dans le temps qu'il parcourt BK, eſt la plus grande de toutes les autres B*a*, auſſi déterminées

nées par des perpendiculaires K*a*, tirées de tous les autres points K de la courbe XKI, leſquelles B*a* ſont la meſure de ce que le vaiſſeau peut gagner en parcourant toutes les autres BK en des temps égaux. La route BL étant ainſi déterminée, on peut auſſi déterminer par l'Art. 10. du Chap. précéd. la ſituation de la quille la plus avantageuſe, pour gagner au vent. Mais il eſt à remarquer, que l'angle ABC pourroit être ſi grand, que B*a* ſeroit ou nulle, ou négative; ce qui ſeroit cauſe, que le vaiſſeau ſuivroit une route perpendiculaire au vent, ou qu'il perdroit au lieu de gagner au vent; quoique cependant il en perdit le moins qu'il eſt poſſible dans le cas dont il s'agit.

I I.

Suppoſons préſentement l'angle ABC variable; il s'agit de déterminer quel angle feroit la voile BC avec la ligne du vent AB, dans la ſituation la plus avantageuſe pour gagner au vent. Pour exécuter ce projet auſſi commodement que la pratique le permet, le meilleur moyen eſt de tracer un aſſez
grand nombre de differentes ſituations de voile, telles que TAB. XXIV. *Fig.* 5.
ſont DC, *dc*, &c. leſquelles font avec la ligne du vent autant de differens angles ABC, AB*c*, &c. ſur chacune deſquelles on érigera du point B des perpendiculaire BI, B*i*, &c. pour ſervir de diamètres aux courbes des viteſſes XKI, *xki* &c. que l'on tracera avec toute l'exactitude poſſible, en obſervant la condition qui ſuit. On décrit au commencement ſur une des perpendiculaires, telle que BI par exemple, priſe à diſcretion, la courbe des viteſſes XKI d'une grandeur arbitraire, ſuivant la regle de l'Art. 6. du Chap. précéd.: puis ſur chaque autre B*i*, on conſtruit la courbe *xki* ſemblable à XKI, de maniere que les lignes homologues dans l'une & dans l'autre ſoient proportionnelles aux ſinus des angles d'incidence du vent ſur la voile; c'eſt-à-dire que le ſinus de l'angle ABC, ſoit au ſinus de l'angle AB*c* = BX: B*x* = BI: B*i*. Il eſt manifeſte, par l'Art 6. du Chap.

préc. que non ſeulement BI & Bi expriment les viteſſes du vaiſſeau dans les routes perpendiculaires à la voile en differentes ſituations, mais que toutes les autres lignes qui partent du point B, qui ſont terminées par ces courbes XKI, xki, &c. marqueront les divers degrés de viteſſes du vaiſſeau, en ſuivant les routes de ces mêmes lignes, pour toutes les differentes ſituations de voile par rapport au vent: enſorte que BK tirée à quelque point d'interſection K de deux courbes quelconques XKI & xki, déſignera une route commune, que le Vaiſſeau peut parcourir également vite, dans les deux diverſes ſituations de voile DC & dc; ſi bien que de l'une & de l'autre de ces manieres il tiendra également le vent.

III.

Or il eſt enſeigné dans *l'Analyſe des infiniment petits* *, comment une infinité de lignes, données de poſition, forment par leurs interſections immediates une nouvelle ligne courbe, qui touche toutes les autres dans les mêmes points, où deux de ces lignes données infiniment proches ſe coupent: c'eſt ainſi par exemple que les cauſtiques ſont formées par les concours ou interſections immédiates des rayons réfléchis ou rompus; c'eſt ainſi auſſi que toutes les paraboles, que décrivent les bombes jettées avec la même force de mortier, dans toutes les differentes élevations, font par leurs interſections immediates, une autre parabole, égale à celle que fait le jet horizontal, & dont elle eſt une eſpèce d'aſymtote.

IV.

Si donc la multitude des courbes XKI, xki &c. eſt ſuffiſamment grande, & qu'elles ſoient raiſonnablement proches les unes des autres, on tracera aiſément le contour d'une nouvelle courbe BkKR, qui friſera chacune des autres courbes, en ſuivant ſimplement le chemin que montrent les interſections immé-

* Sect. VIII.

diates k, K, ou en paſſant tant ſoit peu au-de-là. Cette nouvelle courbe BkKR, que l'on peut appeller *la Ligne des plus promts avancemens*, étant décrite avec beaucoup de préciſion, ſervira à déterminer la ſituation la plus avantageuſe, tant de la voile que de la quille, pour avancer contre le vent le plus promtement qu'il eſt poſſible; voici la maniere de s'en ſervir: On applique le petit côté Sa d'une équerre SaV ſur la ligne du vent AB; dans cette ſituation on l'approche de la courbe BkKR juſqu'à ce que le long côté aV touche la courbe BkKR; on en marque le point d'attouchement k; auquel on mene la droite Bk, qui marque la viteſſe & la route du vaiſſeau; puis on obſerve quelle des courbes des viteſſes xki paſſe par le point k: car ſon diamètre Bi détermine la ligne de la force mouvante, & dBc perpendiculaire à cette derniere ſera la ſituation de la voile cherchée; laquelle étant connuë, celle de la quille ſe trouve par l'Art. 10. du Chap. précéd.

V.

Cette courbe des plus promts avancemens BkKR ſert auſſi à déterminer la ſituation la plus avantageuſe de la voile, par rapport au vent & à une route propoſée qu'il faut tenir. Car ſoit AB la ligne du vent, & BK celle de la route, qui coupe la courbe BkKR au point K: Il faut obſerver la courbe des viteſſes XKI qui paſſe par K, ou qui touche dans ce point K la courbe BkKR; le diamètre BI de la courbe des viteſſes XKI ſera la ligne de la force mouvante, & ſa perpendiculaire DBC ſera la ſituation de la voile la plus avantageuſe; laquelle étant determinée, celle de la quille ſe détermine auſſi par l'Articl. 10. du Chap. précéd.

VI.

Il eſt vrai que les méthodes, que je viens d'enſeigner dans ce Chapitre, ne ſont que des méthodes méchaniques; mais il

 faut

faut aussi avoüer, qu'elles sont plus utiles pour la pratique, que la résolution des égalités algébraïques, dans lesquelles on tombe aprés en avoir achevé l'analyse, & qui sont d'un degré trop composé pour être employées dans la pratique. Cependant je veux bien faire voir la maniere, dont je m'y prendrois pour faire ce calcul, dans le cas le plus simple de la figure du vaisseau, que j'ai supposée être un parallelogramme rectangle en general, & que je suppose maintenant, pour la facilité du calcul, être un rectangle fort long par raport à sa largeur, que je prendrai par conséquent comme infiniment petite.

CHAPITRE V.

Digression pour resoudre par un calcul algébraïque les questions du Chapitre précédent, en supposant la dérive du Vaisseau nulle ou insensible. De la plus avantageuse position du Gouvernail pour faire tourner le Vaisseau avec le plus de promtitude.

I.

TAB. XXIV. *Fig.* 2. DE cette supposition il suit prémierement, que dans toutes les situations de la voile DC & de la quille BM; la dérive ML (*Fig.* II.) est infiniment petite ou nulle; parce qu'elle est moyenne proportionnelle entre une ligne finie MG, & une ligne infiniment petite MS: ensorte que cette supposition tombe précisément dans le cas qui fut agité entre Mrs. RENAU & HUGUENS. Examinons à présent la nature de la courbe des vitesses.

II.

TAB. XXV. *Fig.* 6. Soit DC la position de la voile, BG la ligne de la force mouvante. Soit enfin décrit le demi-cercle BKG sur le diamétre BG; ce demi-cercle sera, selon Mr. RENAU, la courbe des vitesses, dans la supposition que les dérives sont nulles. Mais prolongeant en S toutes les lignes droites BK, qui partent du point B, en sorte que les droites BS soient moyennes proportionnelles entre BK & BG; les points S formeront, selon Mr. HUGUENS, la courbe des vitesses, en supposant aussi les dérives nulles.

III.

Mais pour se servir ici de nôtre construction expliquée dans l'Art. *6.* du Chap. III. il n'y a qu'à supposer que MS (*Fig.III.*) & par conséquent aussi ML sont nulles, ou que les points S & L tombent sur M: Et suivre le reste de la construction, comme il y a été enseigné. TAB. XXIV. *Fig.* 3.

IV.

Soit donc de nouveau DC la ligne de la voile, & BG la ligne de la force mouvante: Du centre B, & de l'intervalle BI, ou BM, qui représente la demi-longueur du Vaisseau, soit décrit un arc de cercle IM; soient tirées de plus de tous les points M de l'arc IM, des perpendiculaires MT, lesquelles prolongées rencontreront le demi-cercle BVI, dont le diamètre est BI, aux points V; soient enfin transportés les intervalles BV sur BM, pour avoir BK = BV; les points K formeront la courbe BKI, qui, selon ma construction generale, sera la courbe des vitesses. TAB. XXV. *Fig.* 7.

V.

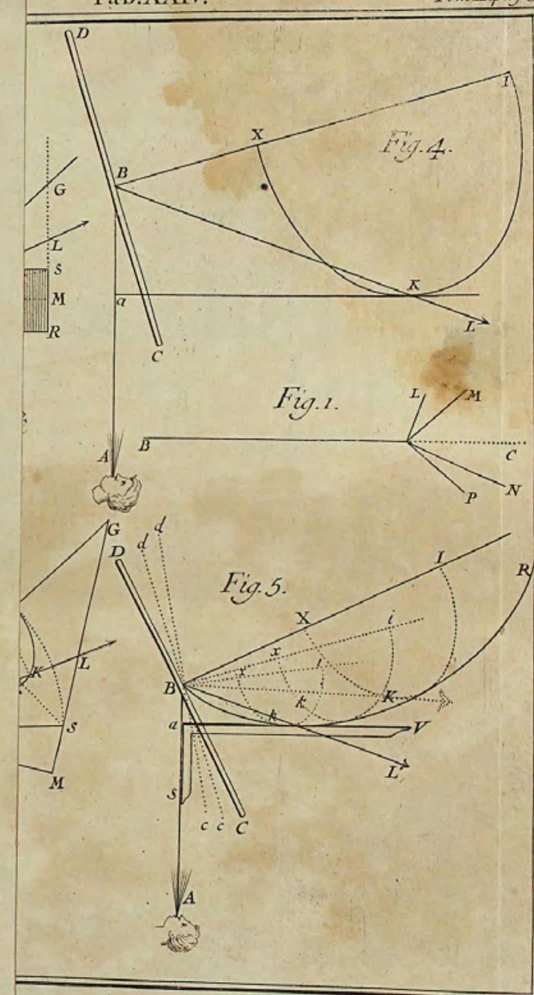
Il faut prouver avant toute chose, que cette courbe convient avec celle de Mr. HUGUENS; ce qui n'est pas difficile. Car ayant achevé de décrire le demi-cercle BVI, pour avoir le demi-cercle opposé BRI, qui coupe la ligne du Vaisseau au point R, duquel ayant tiré au point I la droite RI; on aura le triangle BRI semblable & égal au triangle BTM, parce que les angles R & T sont droits, & l'angle IBM est commun, outre cela les deux hypotenuses BI & BM sont égales; d'où il suit que BR est aussi égale à BT: Or BV est moyenne propor-

proportionnelle entre B T & B I, par la nature du cercle: Donc auſſi BK, qui eſt = B V, ſera moyenne proportionnelle entre B T & B I, ou entre leurs égales BR & BM: ce qui fait voir, que la courbe des viteſſes BKI, qui réſulte de nôtre conſtruction generale, eſt la même que celle de Mr. Huguens; & qu'elle décide par conſéquent la controverſe en ſa faveur, contre la prétenſion de Mr. Renau.

V I.

TAB. XXV. *Fig. 6.* Reprenons donc la *Fig. VI.*, qui eſt en partie celle de Mr. Huguens: il s'agit de trouver, ſuivant mes principes, la regle qu'il donne, mais dont il cache l'analyſe, par laquelle il détermine la plus avantageuſe ſituation de la voile, quand l'angle de la quille BF & du vent BA eſt donné, pour faire le plus de chemin, & partant auſſi pour gagner le plus au vent. La regle en queſtion conſiſte dans cette égalité $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}ppxx - \frac{4}{9}aapp$, où x ſignifie le ſinus OQ de l'angle de la voile & du vent, a le rayon BA, p le ſinus FP de l'angle de la quille & du vent. Gardant donc les mêmes lettres, voici comme je raiſonne pour parvenir à cette égalité. Puiſque les BS, dans la *Fig. VI*, expriment les viteſſes pour la poſition invariable de la voile DC, il faut multiplier BS par le ſinus de l'angle ABO, ſuivant l'Art. 4. du Chap. III, pour avoir la proportion des viteſſes, dans les differentes ſituations de voile par rapport au vent; enſorte que OQ × BS exprime la viteſſe indéterminée, dont il faut chercher la plus grande. Mais il faut chercher auparavant la valeur analytique de BS, de la maniere qui ſuit. Après avoir tirée FZ perpendiculaire ſur la ligne de la voile, je fais BQ [$\sqrt{(aa - xx)}$]: QO [x] = BP [$\sqrt{(aa - pp)}$]: PX, qui ſera $= x\sqrt{(aa - pp)} : \sqrt{(aa - xx)}$; or le triangle BOQ eſt ſemblable au triangle XFZ, parce que l'un & l'autre eſt ſemblable au triangle BXP, ce qui me donne BO [a]: BQ [$\sqrt{(aa - xx)}$] = XF, ou PF — PX [$p - x\sqrt{(aa - pp)} : \sqrt{(aa - xx)}$]: FZ, & partant FZ, ou BK, [car ces deux lignes ſont égales,

Tab. XXIV. Tom. II. pag. 32.

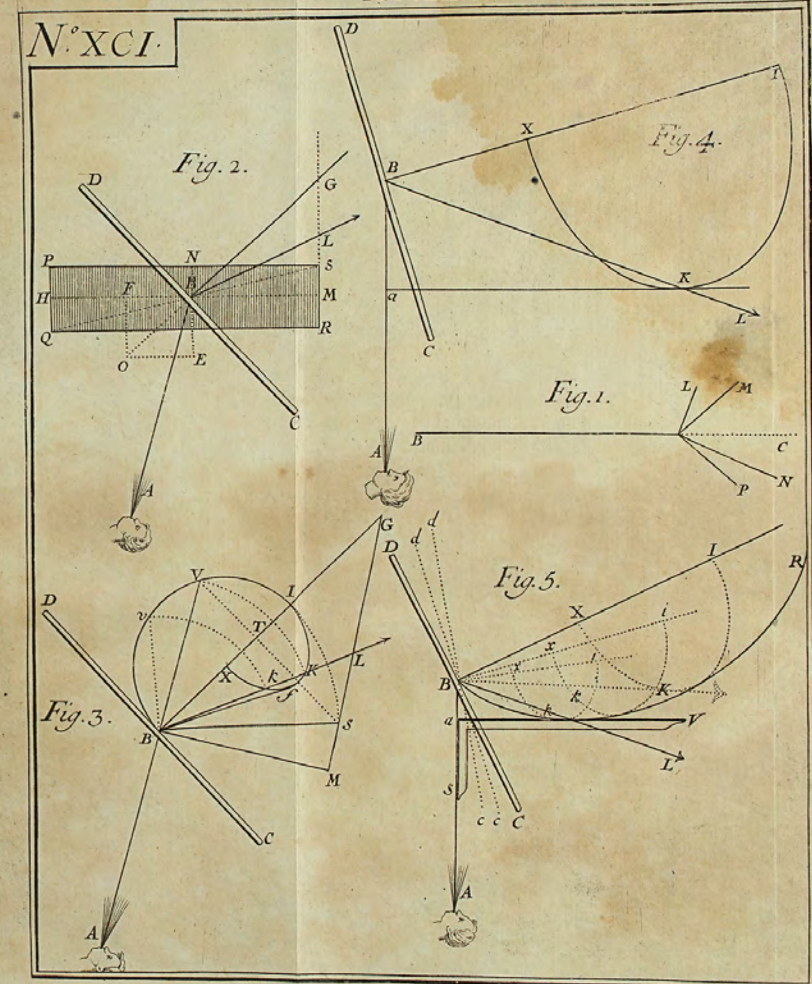


LA

re du cercle :
ne proportion-
R & BM: ce
qui résulte de
e de Mr. Hu-
ntroverse en sa

partie celle de
mes principes,
e, par laquelle
e, quand l'an-
pour faire le
plus au vent.
$x^4 = aaxx$
OQ de l'angle
e sinus FP de
les mêmes let-
cette égalité.
es vitesses pour
multiplier BS
du Chap. III,
ifferentes situa-
ne $OQ \times BS$
hercher la plus
leur analytique
ée FZ perpen-
$(aa - xx)]$:
era $= x\sqrt{(aa}$
est semblable
semblable au
$\sqrt{(aa - xx)}]$
$\sqrt{(aa - xx)}]$:
ignes sont éga-
les,

Tab.XXIV. Tom.II.pag.32.



les, à cauſ
ra $=\frac{p}{a}\sqrt{(}$
[BF × BK
× BS^2 [c'e
— $x^3 \sqrt{(a}$
la plus gran
grand quarr
gles de *ma*
ment petits,
& à en ſup
differentielle
$dx : \sqrt{(aa-}$
qui eſt $3x$
ne l'égalité
dont chaque
duit par $aa-$
$+9pp\,x^4 =$
laquelle ôta
duiſant le re
$-\frac{4}{9}aapp$
trouvée Mr
que la règle
ché la méth
myſtère, ou
quel qu'en
de voir ici c
gré de cette

Mr. Hu
cette équati
cas dans leſ
celle du ven
deux racines
Joan. Ber

les, à cauſe de l'égalité des deux triangles BFZ & GBK] ſera $= \frac{p}{a}\sqrt{(aa - xx)} - \frac{x}{a}\sqrt{(aa - pp)}$, par conſequent BS^2 [$BF \times BK$] $= p\sqrt{(aa - xx)} - x\sqrt{(aa - pp)}$, & $OQ^2 \times BS^2$ [c'eſt-à-dire le quarré de la viteſſe] $= pxx\sqrt{(aa - xx)} - x^3\sqrt{(aa - pp)}$. Mais puiſque la ſimple viteſſe doit être la plus grande, il s'enſuit que ſon quarré doit auſſi être le plus grand quarré ; toute la queſtion ſe reduit donc à ſuivre nos règles de *maximis* & *minimis* expliquées dans *l'Analyſe des infiniment petits*, c'eſt-à-dire, à differentier cette derniere quantité, & à en ſuppoſer la differentielle égale à zero, ou à faire la differentielle de $pxx\sqrt{(aa - xx)}$, qui eſt $(2aapx - 3px^3)dx : \sqrt{(aa - xx)}$, égale à la differentielle de $x^3\sqrt{(aa - pp)}$, qui eſt $3xxdx\sqrt{(aa - pp)}$; laquelle diviſée par xdx, donne l'égalité $(2aap - 3pxx) : \sqrt{(aa - xx)} = 3x\sqrt{(aa - pp)}$; dont chaque membre étant multiplié par lui-même & leur produit par $aa - xx$, on aura la nouvelle égalité $4a^4pp - 12aappxx + 9ppx^4 = 9a^4xx - 9aappxx - 9aax^4 + 9ppx^4$; de laquelle ôtant de part & d'autre $9ppx^4 - 9aappxx$, & reduiſant le reſte à l'ordinaire, il en reſulte $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}ppxx - \frac{4}{9}aapp$, qui eſt préciſément la même équation qu'avoit trouvée Mr. HUGUENS, & dont il ſe fait honneur, aſſûrant que la règle, qu'il avoit établie, étoit vraie; quoiqu'il ait caché la méthode qui l'y a conduit; ſoit qu'il ait voulu en faire myſtère, ou que ſa méthode ait été trop étendue. Mais enfin quel qu'en puiſſe être le motif, je croi qu'on ne ſera pas faché de voir ici cette méthode dévelopée, & que le Public me ſaura gré de cette découverte.

VII.

Mr. HUGUENS a raiſon de dire que les deux racines de cette équation, qui toutes deux ſont vraies, ſervent aux deux cas dans leſquels la ligne de la quille fait un même angle avec celle du vent; ſavoir en allant près du vent, ou vent largue : ces deux racines étant $xx = \frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}pp + \frac{1}{6}\sqrt{(9a^4 - 10aapp + p^4)}$,

& $xx = \frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}pp - \frac{1}{6}\sqrt{(9a^4 - 10aapp + p^4)}$. Mais il ne dit pas laquelle de ces racines sert pour le cas du vent étroit; j'appelle ainsi la situation du vaisseau, lorsqu'elle est telle qu'il avance en gagnant au vent; ni laquelle sert pour celui du vent largue, lorsque le vaisseau avance en fuyant ou en perdant au vent. Pour démêler donc ces deux racines, ce qui demande quelque adresse, il est à propos que j'enseigne la maniere de les déterminer chacune à son cas.

VIII.

Considerons pour cela l'équation $(2aap - 3pxx) : \sqrt{(aa - xx)} = 3x\sqrt{(aa - pp)}$, dont nous avons immédiatement tiré celle de Mr. Hugens; je voi que $\sqrt{(aa - pp)}$, ou BP, peut être affirmative ou négative, selon que l'angle ABF est aigu ou obtus; c'est-à-dire, qu'on suppose le premier, ou le second cas du vent. Supposons donc le premier, auquel BP, ou $\sqrt{(aa - pp)}$, est affirmative, comme aussi $3x\sqrt{(aa - pp)}$ [car x & p sont par hyp. affirmatives]; il faut que l'autre membre de l'équation $(2aap - 3pxx) : \sqrt{(aa - xx)}$, soit pareillement affirmatif: Or $\sqrt{(aa - xx)}$, ou BQ, étant aussi nécessairement affirmatif, parce qu'il est aisé de voir, que l'angle ABO sera toûjours moindre que l'angle ABF, & même moindre qu'un angle droit, quelqu'obtus que soit l'angle ABF; il faut que $2aap$ soit plus grand que $3pxx$, & par conséquent xx plus petit que $\frac{2}{3}aa$. Supposons présentement le cas du vent largue, & nous verrons par le même raisonnement que xx doit être plus grand que $\frac{2}{3}aa$: mais ce $\frac{2}{3}aa$ est justement entre les deux racines de xx; car $\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}pp - \frac{1}{6}\sqrt{(9a^4 - 10aapp + p^4)}$ est plus petit que $\frac{2}{3}aa$, & $\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}pp + \frac{1}{6}\sqrt{(9a^4 - 10aapp + p^4)}$ est plus grand que $\frac{2}{3}aa$, ce qu'on trouve aisément en en faisant l'examen; d'où je conclus que la moindre des racines est utile pour le cas du vent étroit, & la plus grande pour celui du vent largue.

I X.

On resout en même temps cette autre question, où la situation de la voile étant donnée, on demande quelle est la situation de la quille la plus avantageuse pour gagner au vent; dont voici la solution: Je mène sur BA la perpendiculaire ST, & je fais cette analogie BF^2 $[aa]$: BS^2 $[p\sqrt{(aa - xx)} - x\sqrt{(aa - pp)}] = BP^2$ $[aa - pp]$: $BT^2 = ((aap - p^3)\sqrt{(aa - xx)} - (aax + ppx)\sqrt{(aa - pp)}) : aa$. Mais comme BT est ce que le vaisseau gagne au vent, il faut que BT, & par conséquent le quarré de BT, soit un *maximum*; il n'y a donc qu'à differentier sa valeur & l'égaler à zero, en supposant x déterminé & p indéterminé; ce qui étant fait, & puis divisé par $dp : aa$, on aura $(aa - 3pp)\sqrt{(aa - xx)} + 3xp\sqrt{(aa - pp)} = 0$, ou $(3pp - aa)\sqrt{(aa - xx)} = 3xp\sqrt{(aa - pp)}$; quarrant les deux membres, & ensuite faisant la reduction à l'ordinaire, on trouvera cette égalité $p^4 = \frac{2}{3}aapp + \frac{1}{3}xxpp - \frac{1}{9}a^4 + \frac{1}{9}aaxx$, qui a deux racines vraies, sçavoir $pp = \frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx + \frac{1}{3}x\sqrt{(2aa + \frac{1}{4}xx)}$, & $pp = \frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx - \frac{1}{3}x\sqrt{(2aa + \frac{1}{4}xx)}$.

X.

Par un raisonnement peu different de celui qu'on a employé dans l'Art. 8. de ce Chapitre, on prouvera que c'est la racine majeure $pp = \frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx + \frac{1}{3}x\sqrt{(2aa + \frac{1}{4}xx)}$ qui sert au cas du vent étroit, & que la mineure $pp = \frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx - \frac{1}{3}x\sqrt{(2aa + \frac{1}{4}xx)}$ sert pour le vent largue. Car si dans l'équation $(3pp - aa)\sqrt{(aa - xx)} = 3xp\sqrt{(aa - pp)}$, on suppose affirmatif $\sqrt{(aa - pp)}$, qui constitue le premier cas, on doit conclurre que $3pp$ est plus grand que aa, ou pp plus grand que $\frac{1}{3}aa$: Et au contraire si $\sqrt{(aa - pp)}$ est supposé négatif pour le second cas, on a pp plus petit que $\frac{1}{3}aa$. Or en effet ce $\frac{1}{3}aa$ est entre les deux racines de pp; puisque $\frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx + \frac{1}{3}x\sqrt{(2aa + \frac{1}{4}xx)}$ est plus grand que $\frac{1}{3}aa$, & $\frac{1}{3}aa$

$+\frac{1}{6}xx - \frac{1}{3}x\sqrt{(2aa + \frac{1}{4}xx)}$ eſt plus petit que $\frac{1}{3}aa$; ce que l'on demontre aiſément par le calcul. Donc &c.

X I.

Mais enfin ſi l'une ni l'autre des deux ſituations, tant de la voile que du vaiſſeau, n'eſt donnée, & qu'il s'agiſſe de les determiner toutes deux, pour avoir le plus grand avantage poſſible à gagner au vent: Ceux qui entendent la nature de ce qu'on appelle *maxima* & *minima* dans la Géométrie interieure, comprendront aiſément, qu'il s'agit ici de chercher *maximum maximorum*, c'eſt-à-dire, que comme il y a ici pour chaque ſituation de voile donnée, une ſituation de la quille, qui entre une infinité d'autres ſituations donne le plus grand avantage pour gagner au vent; ainſi entre toutes ces ſituations de voile, il y en a une qui jointe à cette ſituation de la quille qui lui convient le mieux, l'emportera ſur toutes les autres ſituations de voile jointes à leurs meilleures ſituations de quille; en un mot, on cherche l'avantage des avantages. La méthode, qu'on a pour la recherche de ces ſortes de *maxima*, conſiſte à combiner les équations, dont chacune détermine ſeparément la plus grande quantité pour ſon hypotheſe particuliere: De cette maniere, on extermine une des indeterminées, pour avoir une nouvelle équation, qui ne contienne qu'une ſeule indeterminée; & la racine de cette équation en determinera la valeur: Cela étant fait, on recommence l'opération, & on extermine (en comparant les deux égalités) l'autre indeterminée, pour avoir auſſi une nouvelle équation, qui ne contienne que la premiere indeterminée, dont la racine determinera ſa valeur. En voici l'application à nôtre ſujet.

X I I.

L'égalité de l'Art. *6.* de ce Chapitre $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}ppxx - \frac{4}{9}aapp$, donne $pp = (9aaxx - 9x^4) : (4aa - 3xx)$; ſubſtituez cette valeur de pp dans l'autre égalité de l'Art. *9.* $p^4 = \frac{2}{3}aapp + \frac{1}{3}xxpp - \frac{1}{9}a^4 + \frac{1}{9}aaxx$, il en reſulte $81x^8 - 180aax^6 + 129a^4x^4 - 32a^6xx + 2a^8 = 0$, qui a quatre racines vraies, deux rationnelles & deux irrationnelles, ſçavoir $xx - aa = 0$, $3xx - aa = 0$, $9xx - 4aa - aa\sqrt{10} = 0$, & $9xx - 4aa + aa\sqrt{10} = 0$; ce qui donne quatre valeurs de xx, qui ſont $xx = aa$, $xx = \frac{1}{3}aa$, $xx = (4 + \sqrt{10})aa : 9$, & $xx = (4 - \sqrt{10})aa : 9$. On opere de même pour avoir pp; car l'égalité de l'Art. *9.* $p^4 = \frac{2}{3}aapp + \frac{1}{3}xxpp - \frac{1}{9}a^4 + \frac{1}{9}aaxx$, fournit $xx = (9p^4 - 6aapp + a^4) : (3pp + aa)$, égalité, qui ſubſtituée dans l'autre égalité de l'Art. *6.* $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}ppxx - \frac{4}{9}aapp$, donne $81p^8 - 144aap^6 + 75a^4p^4 - 10a^6pp = 0$, laquelle a auſſi quatre racines vraies, deux rationnelles & deux irrationnelles, que voici; $pp - 0 = 0$, $3pp - 2aa = 0$, $9pp - 5aa - aa\sqrt{10} = 0$, & $9pp - 5aa + aa\sqrt{10} = 0$, & ainſi quatre valeurs de pp, ſçavoir $pp = 0$, $pp = \frac{2}{3}aa$, $pp = (5 + \sqrt{10})aa : 9$, & $pp = (5 - \sqrt{10})aa : 9$. Mais il s'agit de ſçavoir ce que ſignifient ces quatre differentes valeurs tant de xx que de pp, & leſquelles des valeurs doivent être priſes enſemble une de chacun; ſans quoi on n'auroit rien fait, ou plûtôt on auroit trouvé une vérité, mais une vérité qui deviendroit inutile, par l'impoſſibilité de l'appliquer à la réſolution des cas propres.

X I I I.

En premier lieu, dans l'équation de l'Article précédent $pp = (9aaxx - 9x^4) : (4aa - 3xx)$, ſubſtituez ſucceſſivement les quatre valeurs de xx; ou bien dans l'autre équation $xx = (9p^4 - 6aapp + a^4) : (3pp + aa)$, ſubſtituez ſucceſſivement les quatre valeurs de pp; & vous trouverez, de l'une & de l'autre de ces manieres, les valeurs de xx & de pp qui ſe répondent, ou qui doivent être priſes enſemble; car ſubſtituant dans la premiere équation, une des valeurs de xx, par exemple aa, on trouve $pp = 0$, d'où j'infere que la valeur de $xx = aa$, & celle de $pp = 0$ s'appartiennent mutuellement;

ſi au contraire dans l'autre équation on avoit ſubſtitué la valeur de $pp = 0$, il eſt clair qu'on auroit eû $xx = aa$; enſorte que ces mêmes valeurs de xx & de pp ſe ſeroient accompagnées; obſervant donc cette regle de la ſubſtitution, on trouvera

$$\text{que}\left\{\begin{array}{l} xx = aa \\ xx = \tfrac{1}{3}\,aa \\ xx = (4+\sqrt{10})\,aa : 9 \\ xx = (4-\sqrt{10})\,aa : 9 \end{array}\right\}\begin{array}{c}\text{doit}\\ \text{être}\\ \text{pris}\\ \text{avec}\end{array}\left\{\begin{array}{l} pp = 0\,aa \\ pp = \tfrac{2}{3}\,aa \\ pp = (5+\sqrt{10})\,aa : 9 \\ pp = (5-\sqrt{10})\,aa : 9. \end{array}\right.$$

X I V.

On croiroit aiſément, à voir les réſolutions précédentes, que la voile & la quille d'un vaiſſeau peuvent être diſpoſées de quatre maniéres differentes, pour que le gain ou la perte au vent fût plus conſiderable, que dans toute autre diſpoſition. Cependant il eſt clair, ce me ſemble, qu'il n'y a qu'une ſeule diſpoſition de la voile & de la quille par rapport au vent, qui ſoit abſolument la plus avantageuſe pour gagner au vent; de même qu'il n'y en a qu'une ſeule, qui faſſe perdre au vent le plus qu'il eſt poſſible. D'où il faut conclurre, que de ces quatre combinaiſons de xx avec pp, il n'y en a que deux, qui puiſſent ſervir, & que les deux autres ſont inutiles; auſſi arrive-t-il ſouvent, que toutes les racines d'une équation ne ſont pas propres à réſoudre la queſtion; pluſieurs d'entr'elles étant ſouvent inutiles & ne ſervant qu'à augmenter la dimenſion de l'équation. La queſtion ſe reduit donc à choiſir les utiles; ce que nous ferons par le moyen des remarques rapportées dans les Articles 8. & 10. de ce Chapit. touchant les limites de xx & de pp, que j'ai démontré être telles, que xx doit être plus petit que $\frac{2}{3}aa$, & pp plus grand que $\frac{1}{3}aa$, dans le cas du vent étroit pour gagner au vent; & au contraire, que xx doit être plus grand que $\frac{2}{3}aa$, & pp plus petit que $\frac{1}{3}aa$, dans le cas du vent largue pour perdre au vent ou pour le fuir.

X V.

Que ſi nous examinons à préſent, leſquelles de nos quatre combinaiſons de xx avec pp, ont enſemble les deux premieres, ou les deux dernieres conditions, & leſquelles n'ont ni les unes, ni les autres de ces conditions; nous diſcernerons les utiles d'avec les inutiles, & celle pour le cas du vent étroit d'avec celle pour le cas du vent largue. Or voyant que la premiere combinaiſon de $xx = aa$ avec $pp = 0\,aa$, ſatisfait aux deux dernieres conditions, vû que xx eſt plus grand que $\frac{2}{3}aa$, & pp plus petit que $\frac{1}{3}aa$; j'infere que cette combinaiſon eſt utile pour le cas du vent largue: En effet, on peut être aſſûré, ſans beaucoup de raiſonnement, de la vérité de ceci; puiſqu'il ſaute aux yeux, que pour fuir le vent le plus qu'on peut, c'eſt-à-dire, pour avancer le plus promtement ſuivant la direction du vent, avec un vaiſſeau dont la largeur ſoit inſenſible, ou ce qui revient au même, avec un vaiſſeau qui fend l'eau infiniment plus facilement avec la prouë qu'avec le côté; il ſaute, dis-je, aux yeux, qu'il faut avoir le vent en pouppe & perpendiculaire à la voile, & ainſi qu'on aura $pp = 0$, & $xx = aa$; vérité, à laquelle m'a conduit mon raiſonnement. Pour ce qui eſt de la troiſiéme combinaiſon de $xx = (4+\sqrt{10})\,aa : 9$, avec $pp = (5+\sqrt{10})\,aa : 9$; & de la quatrieme $xx = (4-\sqrt{10})\,aa : 9$ avec $pp = (5-\sqrt{10})\,aa : 9$, je trouve que l'une & l'autre eſt inutile, parce que ni l'une ni l'autre ne ſatisfait ni aux deux premieres ni aux deux dernieres conditions; car $(4+\sqrt{10})\,aa : 9$ eſt à la vérité plus grand que $\frac{2}{3}aa$, mais la quantité qui lui eſt combinée $(5+\sqrt{10})\,aa : 9$ n'eſt pas plus petit que $\frac{1}{3}aa$: Et $(4-\sqrt{10})\,aa : 9$ eſt plus petit que $\frac{2}{3}aa$, d'un autre côté $(5-\sqrt{10})\,aa : 9$, ſon combiné, n'eſt pas plus grand que $\frac{1}{3}aa$; enſorte que ne rempliſſant pas les doubles conditions, ces deux dernieres combinaiſons doivent être rejettées comme inutiles.

XVI.

Il nous reste à examiner la seconde égalité $xx = \frac{1}{3}aa$ combinée avec $pp = \frac{2}{3}aa$, qui mérite d'autant plus d'attention, que Mr. HUGUENS n'en a pas osé entreprendre la recherche, à cause de la longueur du calcul, dans lequel il craignoit de s'engager : quoi que la méthode, que nous avons suivie, la fasse paroître à présent si facile & si simple. Nous voyons d'abord que xx étant plus petit que $\frac{2}{3}aa$, & pp plus grand que $\frac{1}{3}aa$, cette combinaison satisfait à la premiere paire des conditions, & que par conséquent elle doit être utile pour le cas du vent étroit, lors qu'on veut sçavoir la position de la quille & de la voile la plus avantageuse pour gagner au
TAB. XXV. *Fig.* 6. vent. Ainsi nous voyons que le sinus [p] de l'angle FBA, que fait la quille avec la ligne du vent, est $a\sqrt{\frac{2}{3}}$, & que le sinus [x] de l'angle OBA, que fait la voile avec la ligne du vent, est $a\sqrt{\frac{1}{3}}$; & que par conséquent un de ces angles est le complément de l'autre, ce qui est une proprieté très-remarquable. Si l'on cherche par le moyen des Tables des sinus la quantité de ces angles, on trouvera que l'angle FBA est de 54 degrés, 44 min. & OBA de 35 degrés, 16 min. au lieu que, selon Mr. RENAU, le premier devroit être de 60 degrés, & l'autre de 30 degrés; desorte qu'il fait le premier trop grand de 5 degrés, 16 min. & l'autre trop petit de la même quantité; ce qui est une difference assez sensible, à mon avis, pour y avoir égard dans la pratique.

XVII.

Au reste il ne sera pas hors de propos de remarquer ici une chose assez singuliere : c'est que l'angle FBA est justement égal à celui, que doit faire la barre du gouvernail avec la quille pour obliger le vaisseau à tourner le plus promtement qu'il est possible; ce qu'il est aisé de vérifier par l'équation même $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}ppxx - \frac{4}{9}aapp$, dans laquelle est contenuë

tenuë comme un cas particulier la regle propre à déterminer ce meilleur angle, comme Mr. HUGUENS l'a très-bien observé. En effet si l'on substitue la ligne du mouvement de l'eau contre le gourvernail à la ligne du vent ; la perpendiculaire suivant laquelle la pointe du vaisseau commence à tourner à la ligne de la quille, & enfin le gouvernail même à la voile : On verra clairement, qu'il n'y a qu'à substituer p à la place de a dans l'équation, parce que la ligne du mouvement de l'eau fait avec la ligne du tournoyement du vaisseau un angle droit. Par cette substitution l'équation se change en celle-ci $x^4 = \frac{4}{3}aaxx - \frac{4}{9}a^4$, qui donne $xx = \frac{2}{3}aa$, ou $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$, ce que Mr. RENAU a aussi trouvé dans sa Théorie, pag. 72, quoi qu'il s'en soit ensuite retracté, mais à tort, dans la réponse qu'il fit à Mr. HUGUENS. Il est aisé de voir à présent que $\sqrt{\frac{2}{3}aa}$ est précisément égal au sinus de l'angle FBA que nous avons déterminé ci-devant ; de sorte que pour mettre un vaisseau, qui n'est pas sujet à la dérive, dans la situation la plus favorable pour gagner au vent ; il faut que la quille fasse avec la ligne du vent un angle égal à celui que la barre du gouvernail doit faire avec la quille, pour faire tourner le vaisseau le plus facilement qu'il est possible.

CHAPITRE VI.

De la Route & de la Dérive d'un Vaisseau qui a la figure d'un Losange ou d'un Rhombe.

I.

APrès avoir supposé, dans le Chapitre précédent, que la route d'un vaisseau se faisoit le long de la direction de la quille, sans aucune dérive, retournons aux considérations qui servent à déterminer cette derniere circonstance ; je parle de la dérive d'un vaisseau. Il est clair par tout ce que nous avons démontré ci-dessus, que faisant abstraction de l'impulsion que reçoit le corps du vaisseau par le vent, ce qui peut lui causer quel-

quelque alteration dans sa route, c'est uniquement de la figure du vaisseau, que dépend la détermination de la dérive; de sorte qu'il est impossible d'établir une règle universelle, qui serve indistinctement à toute sorte de vaisseaux de quelques figures qu'ils puissent être, comme le prétend faire Mr. RENAU par le seul *rapport qu'il y a de la résistance, que le vaisseau trouve à fendre l'eau avec son côté, à celle qu'il trouve à la fendre avec sa pointe.* [Voyez l'Art. 1. du Chap. II. de sa Théorie.] J'avoüe qu'il seroit extrêmement difficile de désigner au juste la véritable figure d'un vaisseau, sur laquelle on pût fonder un calcul assûré; vû que dans la construction des vaisseaux, on ne s'assujettit pas à l'exacte description d'une figure géométrique. Je ne disconviens pas non plus, que le rectangle, que nous avons pris pour représenter un vaisseau, differe beaucoup de la figure ordinaire d'un vaisseau. Cependant, loin que la supposition, que nous venons de faire en donnant à un vaisseau une figure inusitée, puisse nuire, on en peut au contraire retirer une utilité réelle; non seulement en ce que les regles que j'ai établies se trouveroient exactement vraies, s'il y avoit des vaisseaux de la figure que nous avons supposée, ou que l'on s'avisât d'en construire, mais encore en ce qu'on en peut inferer la maniere de déterminer par le calcul la dérive d'un vaisseau, quelque figure qu'on lui donne, soit chimérique ou réelle. Mais pour tirer quelque usage de ceci, imaginons-nous une figure plus approchante de la véritable forme d'un vaisseau que la précédente, sur laquelle nous réglerons nôtre calcul.

I I.

TAB. XXV. *Fig. 8.* Soit par exemple un vaisseau en forme de Rhombe, ou de Losange H P M Q, dont la grande diagonale H M représente la quille; D C, la ligne de la voile passant par le centre du vaisseau B, où se croisent les deux diagonales H M & PQ; B G, la ligne de la force mouvante, laquelle est perpendiculaire sur D C; B L, la ligne de la route, coupant les côtés du rhombe P M & P H prolongés s'il est besoin aux points S & R: L'angle M B L est l'angle de la dérive, qu'il s'agit de déterminer par la situation donnée de la quille H M & de la voile D C; ou, ce qui est tout un, l'un ou l'autre des deux angles MBC, M B L, étant donné, il s'agit de trouver celui qu'on ignore, & enfin de déterminer la proportion des vitesses pour les diverses situations de la voile & de la quille: c'est ce que nous allons exécuter de la maniere suivante.

I I I.

Je remarque d'abord qu'il y a trois cas à considerer. Le premier, lorsque la ligne de la route B L coupe en R le côté H P du rhombe prolongé en avant, ou pour m'expliquer en d'autres termes, lorsque l'eau frappe le vaisseau par les deux côtés M P, P H, qui forment l'angle obtus M P H. Le second cas est lorsque le point R, où s'entrecoupent ces lignes, se trouve en prolongeant H P & B L en arriere, savoir lorsque l'eau frappe le vaisseau par les deux côtés M P & M Q, qui comprennent l'angle aigu P M Q. Enfin on a le troisiéme cas, lorsque le point R est éloigné à l'infini, B L étant parallèle à H P, ce qui arrive lorsque la resistance de l'eau ne se fait sentir qu'au seul côté P M. Les deux premiers cas reviennent au même par un petit changement; le troisiéme s'en déduit aisément; nous nous attacherons donc au premier.

I V.

Je remarque, en second lieu, que l'eau pousse les côtés PM & P H perpendiculairement, avec des forces proportionnelles aux quarrés des sinus des angles d'incidence par l'Art. 1. du Chap. I. Ayant donc mené, & prolongé, par le point B les lignes T B F & N B E perpendiculaires à P M & à P H, ensorte que B F soit à B E, comme le quarré du sinus de l'angle d'incidence L S M, sous lequel est frappé le côté P M, est au quarré de l'angle d'incidence R, sous lequel est frappé le côté P H; ayant ensuite achevé le parallelogramme B F O E, & tiré

 la

la diagonale B O ; il eſt clair, par l'Art. 15. & ſuiv. du Chap. I. que B O ſera la direction & la quantité de la reſiſtance moyenne, avec laquelle le vaiſſeau eſt repouſſé par l'eau ; & que par conſéquent O B étant prolongé vers G, on aura B G pour la ligne de la force mouvante, & ſa perpendiculaire D C pour la ſituation de la voile.

V.

TAB. XXV. *Fig.* 9. Que ſi le point d'interſection R eſt en arriere de la route B L, ce qui fait le ſecond cas ; il n'y a qu'à prendre le côté Q M, au lieu du côté P H, pour avoir ſon interſection V, en prolongeant en avant la ligne de la route & ce côté Q M, ſur lequel, ou ſur P H, on tirera la perpendiculaire B N, & ſur laquelle on prendra B E, qui ſoit à B F, comme le quarré du ſinus de l'angle V, au quarré du ſinus de l'angle L S M : Par la même raiſon qu'auparavant, la diagonale B O ſera la direction de la reſiſtance moyenne de l'eau, & par conſéquent ſa prolongation B G ſera la ligne de la force mouvante, & D C perpendiculaire à B G, la ligne de la voile.

V I.

Mais ſi la route B L eſt parallele à l'un des côtés P H ; cela ſera le troiſiéme cas : auquel le point R, ou V, eſt à l'infini, & ainſi l'angle R, ou V, infiniment petit ; d'où il ſuit que la raiſon de B E à B F devenant auſſi infiniment petite, la diagonale B O tombera ſur B F, & B G ſur B T ; de ſorte que la ligne de la force mouvante doit être perpendiculaire, & partant celle de la voile parallèle au côté P M, pour faire que la route B L devienne parallèle à l'autre côté P H.

V I I.

Remarquez encore, que ſi B L tombe ſur B P dans le premier cas, ou ſur B M dans le ſecond, les deux angles d'incidence de l'eau ſur deux côtés du rhombe deviennent égaux, & partant les deux côtés du parallelogramme B E & B F devenant auſſi égaux ; B O, ou ſa prolongation B G, tombent auſſi dans le premier cas ſur B P, & dans le ſecond ſur B M : c'eſt-à-dire que dans l'un & l'autre de ces cas, B L & B G ne font qu'une même ligne ; ce que l'on auroit aiſément pû prévoir, pour peu qu'on y eut fait d'attention, & ce qui confirme la juſteſſe de ce raiſonnement.

V I I I.

Nous remarquerons enfin en dernier lieu, que le parallelogramme B E O F, dont les côtés B E & B F expriment les directions & les proportions des forces de l'eau ſur les côtés du vaiſſeau, eſt équiangle au rhombe P M Q H : car l'angle F B E eſt égal à l'angle M, dans la *Fig. VIII*, ou à l'angle P, dans la *Fig. IX.* : parce que l'angle N B T, qui eſt égal à l'angle F B E, fait avec l'angle P, dans la *Fig. VIII*, ou avec l'angle M, dans la *Fig. IX*, deux angles droits ; & que les deux P & M font auſſi deux angles droits. Cependant ce parallelogramme ne devient ſemblable au rhombe P H Q M qu'en deux cas ; ſavoir lorſque la ligne de la route tombe ſur celle de la quille, ou lorſqu'elle lui eſt perpendiculaire : dans le premier cas, la dérive eſt nulle, parce que la voile eſt perpendiculaire à la quille ; mais dans le ſecond, la dérive eſt auſſi grande qu'elle puiſſe être, parce que la voile eſt parallèle à la quille.

CHAPITRE VII.

De la Viteſſe d'un Vaiſſeau Rhomboïque.

I.

PAſſons à préſent à la maniere de déterminer les differentes viteſſes d'un vaiſſeau rhomboïque, par rapport aux diverſes ſituations de ſa quille, en gardant toûjours la même ſituation

TAB. XXV. *Fig.* 10.

tuation de la voile, la même force, & la même ligne du vent. Soit un cercle OEBE, que je coupe en deux ſegmens par la corde BO, dont le petit ſegment BEO contienne ſes angles E égaux à l'angle obtus du rhombe, ou à l'angle BEO du parallelogramme de la *Fig. VIII.* Et le grand ſegment BEO ait les angles E égaux à l'angle aigu du rhombe, ou à l'angle BEO du parallelogramme de la *Fig. IX.* Cela fait, je conçois que la corde BO repréſente la force moyenne de la reſiſtance de l'eau contre le vaiſſeau, laquelle eſt égale à la force du vent contre la voile, par l'Art. 15. du Chap. I: & par conſéquent auſſi invariable dans les diverſes ſituations de la quille. Ainſi toutes les cordes BE, BE &c. & leurs contigues OE, OE &c. dans la *Fig. VIII.* comme auſſi toutes les cordes BE, BE &c. & leurs contigues OE, OE &c. dans la *Fig. IX.* exprimeront les forces laterales de l'eau ſur les côtés du rhombe, pour toutes les ſituations poſſibles de la quille, par rapport à celle de la voile, ou à celle de la force mouvante, qu'on ſuppoſe donnée. Or les forces laterales ſont en raiſon compoſée des quarrés des viteſſes & des quarrés des ſinus des angles d'incidence, par l'Art. 3. du Chap. I. Soit donc u la viteſſe du vaiſſeau dans une ſituation quelconque de la quille; ſoit v la viteſſe dans une autre ſituation quelconque: ſoient auſſi R & S les ſinus des angles d'incidence ſur les côtés du rhombe dans la premiere ſituation; & r & s les ſinus de ces mêmes angles dans la ſeconde ſituation. Cela poſé, on aura, pour le cas de la *Fig. VIII.* $BE : Be = uuRR : vvrr$, ou $OE : Oe = uuSS : vvss$; & pour le cas de la *Fig. IX.* $BE : B\varepsilon = uuRR : vvrr$; ou $OE : O\varepsilon = uuSS : vvss$. Diviſant les termes par RR & rr, ou par SS & ss; il vient $uu : vv = \frac{BE}{RR} : \frac{Be}{rr}$, ou $= \frac{OE}{SS} : \frac{Oe}{ss}$, pour la *Fig. VIII.* Et $uu : vv = \frac{BE}{RR} : \frac{B\varepsilon}{rr}$, ou $= \frac{OE}{SS} : \frac{O\varepsilon}{ss}$, pour la *Figur. IX.* Mais les cordes ſont comme les ſinus des angles oppoſés, c'eſt-à-dire $BE : Be =$ ſinus de

de l'angle BOE : ſinus de l'angle BOe; & ainſi $uu : vv = \frac{\text{ſin. BOE}}{RR} : \frac{\text{ſin. BO}e}{rr}$, ou $= \frac{\text{ſin. OBE}}{SS} : \frac{\text{ſin. OB}e}{ss}$ pour la *Figur. VIII.* & $uu : vv = \frac{\text{ſin. BOE}}{RR} : \frac{\text{ſin. BO}\varepsilon}{rr}$, ou $= \frac{\text{ſin. OBE}}{SS} : \frac{\text{ſin. OB}\varepsilon}{ss}$, pour la *Fig. IX*; d'où l'on voit, que les quarrés des viteſſes ſont en raiſon compoſée de la raiſon directe des ſinus des angles, que fait BO, ou la ligne de la force mouvante, avec la perpendiculaire tirée ſur un des côtés du rhombe, & de la raiſon reciproque doublée des ſinus des angles, que fait la ligne de la route avec le même côté du rhombe.

II.

On peut auſſi conſtruire géometriquement la proportion des viteſſes, de la maniere ſuivante. Soit PX parallele à BR dans l'une & l'autre figure; & que l'on conçoive Px parallèle à Br, qui repréſente une autre ligne de route; nommant comme ci-deſſus r & s les ſinus des angles ſous leſquels ces côtés ſont coupés par cette nouvelle route; on a $R : r = Br : BR = Br : HB + HB : BR = Px : Hx + HX : PX = Px \times HX : PX \times Hx = \frac{Px}{Hx} : \frac{PX}{HX}$; c'eſt pourquoi en ſubſtituant pour la raiſon de RR à rr, ſon équivalente $\frac{Px^2}{Hx^2}$ à $\frac{PX^2}{HX^2}$, on aura $uu : vv\ [= \frac{BE}{RR} : \frac{Be}{rr}] = \frac{BE \times PX^2}{HX^2} : \frac{Be \times Px^2}{Hx^2}$; ou ſi l'on veut, on trouvera par la même voye $uu : vv\ [= \frac{OE}{SS} : \frac{Oe}{ss}] = \frac{OE \times Px^2}{MX^2} : \frac{Oe \times Px^2}{Mx^2}$. Il en eſt de même du cas de la *Fig. IX*; car il viendra $uu : vv = \frac{BE \times PX^2}{HX^2} : \frac{B\varepsilon \times Px^2}{Hx^2}$, ou $= \frac{OE \times PX^2}{MX^4} : \frac{O\varepsilon \times Px^2}{Mx^2}$.

III.

III.

Ayant donc déterminé la ligne de la force mouvante par celle de la route, comme il a été enſeigné dans les Articles 4, 5, & 6. du Chap. précéd. la ſituation de la quille étant donnée; on fera, dans la *Fig. X*, l'angle OBE, dans le cas de la *Fig. VIII*; ou l'angle OB*E*, dans celui de la *Fig. IX*, égal à l'angle de la ligne de la force mouvante & de la perpendiculaire ſur le côté du rhombe HP. Et la quatrieme proportionnelle de HX^2, PX^2 & BE, ou B*E*, exprimera le quarré de la viteſſe cherchée. Ou ſi l'on aime mieux, on fera dans la même *Fig. X* l'angle BOE, pour le premier cas, ou BO*E*, pour l'autre, égal à l'angle de la ligne de la force mouvante & de la perpendiculaire ſur le côté du rhombe PM; car la quatrieme proportionnelle de MX^2, PX^2 & OE, ou O*E*, donnera auſſi le quarré de la viteſſe. Il eſt bon d'obſerver ici, qu'il n'eſt pas néceſſaire de connoître les angles OBE, ou OB*E*, ni BOE, ou BO*E*, pour déterminer les lignes BE, OE, ou B*E*, O*E*; puiſqu'il ſuffit pour cela d'inſcrire dans les ſegmens du cercle, les triangles BEO, ou B*E*O, dont les deux côtés BE, OE, ou B*E*, O*E*, ſoient en raiſon du quarré de HX au quarré de MX; ce que je prouve ainſi; Ayant tiré MI parallèle à la ligne de la route, & qui coupe le côté prolongé HP en I; Par les Articles 4, & 5. du Chap. précéd. on a BE à OE, ou B*E* à O*E*, comme le quarré du ſinus de l'angle PRS au quarré du ſinus de l'angle $PSR = PS^2 : PR^2 = PM^2 : PI^2 = PH^2 : PI^2 = XH^2 : XM^2$; donc auſſi BE: OE, ou B*E*: O*E* $= XH^2 : XM^2$.

IV.

TAB. XXV. *Fig.* 8. & 9. Pour chercher analytiquement la proportion des viteſſes; on voit, après avoir tiré OK perpendiculaire ſur BE, ou B*E*, que l'angle EOK, ou *E*OK, étant le complement de l'angle

l'angle OEK ou O*E*K, l'eſt auſſi de l'angle aigu du rhombe, & que par conſequent, il eſt auſſi donné; ſoit donc OE: EK, ou O*E*: *E*K $= m : n$; BO, ou la reſiſtance moyenne de l'eau, étant égale à la force mouvante, & par conſequent invariable pour toutes les ſituations de la quille, parce qu'on ſuppoſe donnée la ſituation de la voile par rapport au vent, je prends $BO = a$; la viteſſe $= u$; BE, ou $BE = x$; on aura, par l'analogie démontrée à la fin de l'article précédent, OE ou $OE = xMX^2 : HX^2$; & EK, ou $EK = nxMX^2 : mHX^2$: mais $BE^2 + EO^2 + 2BEK$, ou $BE^2 + EO^2 - 2BEK = BO^2$, ſubſtituant donc la valeur de chacun on trouve $xx + xxMX^4 : HX^4 \pm 2nxxMX^2 : mHX^2 = aa$; de-là il vient x [= BE ou B*E*] $= aHX^2 : \sqrt{(HX^4 + MX^4 \pm \frac{2n}{m} MX^2 . HX^2)}$. Et partant $BE . PX^2 : HX^2$, ou $BE . PX^2 : HX^2$ [que nous avons démontré proportionel à uu] deviendra $= aPX^2 : \sqrt{(HX^4 + MX^4 \pm \frac{2n}{m} MX^2 . HX^2)}$; En le diviſant par la conſtante a, & prenant les racines nous aurons la viteſſe u, proportionnelle à cette fraction $PX : \sqrt{\sqrt{(HX^4 + MX^4 \mp \frac{2n}{m} MX^2 . HX^2)}}$.

V.

Si la route BL eſt perpendiculaire à la quille BM, c'eſt-à-dire, ſi celle-ci eſt parallele à la voile, alors PX ſera PB, & $HX = MX$; & ainſi la viteſſe ſera $PB : BH\sqrt{\sqrt{(2 + 2n : m)}}$; mais nommant BH, b; & PB, c; on trouve que $2n : m = (2bb - 2cc) : (bb + cc)$, & partant $PB : BH\sqrt{\sqrt{(2 + 2n : m)}} = c : b\sqrt{\sqrt{(2 + (2bb - 2cc) : (bb + cc)}} = c\sqrt{\sqrt{(bb + cc)}} : b\sqrt{2b}$.

VI.

Si la ligne de la route tombe ſur celle de la quille, c'eſt-à-dire, ſi celle-ci eſt diſpoſée perpendiculairement à la ligne de de la voile; alors PX devient parallele à HM, & toutes les trois PX, HX & MX sont censées égales; ainsi la vitesse u sera exprimée par $1 : \sqrt{}\sqrt{}(2 - 2n : m)$, ou [en mettant pour $2n : m$ sa valeur] par $\sqrt{}\sqrt{}(bb + cc) : \sqrt{2c}$.

VII.

En comparant donc ces deux expressions, on trouve la raison de la vitesse du vaisseau, quand il fend l'eau avec son angle aigu, à sa vitesse, quand il la fend avec son angle obtus $= \frac{\sqrt{}\sqrt{}(bb+cc)}{\sqrt{2c}} : \frac{c\sqrt{}\sqrt{}(bb+cc)}{b\sqrt{2b}} = b\sqrt{b} : c\sqrt{c} =$ $HB\sqrt{HB} : PB\sqrt{PB} = HM\sqrt{HM} : PQ\sqrt{PQ}$, c'est-à-dire, en raison sesquipliquée des diagonales du rhombe, ou comme les racines quarrées des cubes de ces diagonales.

VIII.

Si la route est parallèle à l'un des côtés PH, ensorte que l'eau ne donne que contre le seul côté PM, qui devient parallèle à la ligne de la voile; alors PX se change en PH, MX en MH, & HX en o; d'où resulte pour la vitesse $PH : MH = \sqrt{}(bb + cc) : 2b$, qui comparée avec celle de l'Art. 5. de ce Chap. donne $\frac{\sqrt{}(bb+cc)}{2b} : \frac{c\sqrt{}\sqrt{}(bb+cc)}{b\sqrt{2b}} = \sqrt{}\sqrt{}(b^4 + bbcc) :$ $\sqrt{}\sqrt{4c^4}$, & avec celle du 6; $\frac{\sqrt{}(bb+cc)}{2b} : \frac{\sqrt{}\sqrt{}(bb+cc)}{\sqrt{2c}} =$ $\sqrt{}\sqrt{}(bbcc + c^4) : \sqrt{}\sqrt{4b^4}$.

IX.

Si les deux diagonales PB & HB, ou b & c sont égales, c'est-à-dire, si le vaisseau a la figure d'un Quarré, dont la quille soit l'une des deux diagonales : Dans ce cas $n = o$: Ainsi la fraction exprimant les vitesses se change en celle-ci $PX : \sqrt{}\sqrt{}(HX^4 + MX^4)$. Et les deux vitesses du premier & du second cas, expliqués daus les Art. 5 & 6, seront, com-

comme il est visible, égales entr'elles; chacune s'exprimant par $1 : \sqrt{}\sqrt{2}$; Mais celle de l'Art. précéd. sera $1 : \sqrt{2}$, qui est à cette derniere comme 1 à $\sqrt{}\sqrt{2}$.

X.

Quant à ce qui concerne la proportion des vitesses, non seulement par rapport aux diverses situations de la quille du vaisseau, mais encore par rapport aux diverses situations de la voile; on verra aisément, si on se donne la peine de faire attention à ce que nous avons expliqué dans l'Art. 4. du Chap. III, que prenant S pour le sinus de l'angle du vent & de la voile, la vitesse s'exprimera par la même fraction de l'Art. 4. de ce Chapitre multipliée seulement par S; ainsi l'on aura $u = S.PX : \sqrt{}\sqrt{}(HX^4 + MX^4 \pm \frac{2n}{m} MX^2 . HX^2)$.

CHAPITRE VIII.

Theoréme & remarque sur la route d'un Vaisseau Rhomboïque par rapport à la situation de la quille.

I.

Avant que de quitter les réflexions que nous venons de faire sur un vaisseau dont la figure est un rhombe : je ferai part au Public d'un Théoréme, également simple & élégant, par le moyen duquel on détermine la dérive d'un vaisseau dont la position & celle de sa voile sont connuës; ou reciproquement la situation de sa quille, lorsque la route & la ligne de la voile sont données.

THEOREME.

Soit HPMQ un rhombe quelconque; dont les diagonales HM & PQ, se croisent au centre B: Par ce point B soient TAB. XXVI. Fig. 11.

 dé-

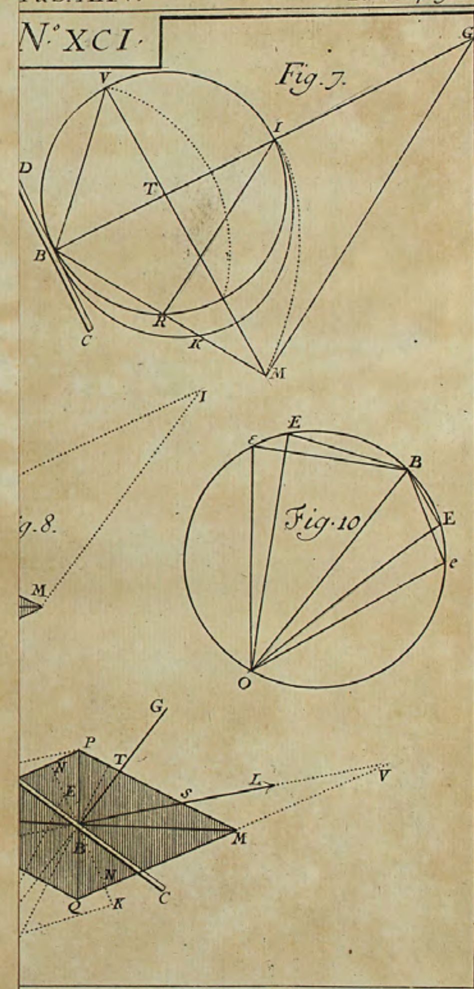
décrites deux hyperboles ABC & αBδ, dont la premiere ait pour aſymtotes les côtés prolongés MPI & MQY, & l'autre pour aſymtotes les deux autres côtés prolongés PHK & PMZ: D'un point quelconque D pris ſur l'une des hyperboles, par ex. ABC, ſoient tirées deux lignes droites, l'une par le ſommet de l'hyperbole B, & l'autre au point M, qui en eſt le centre; la premiere de ces lignes droites coupe les aſymtotes aux points R, S & O. Enfin ſoit tirée la ligne droite BG, qui faſſe avec BP, l'angle PBG égal à l'angle BMD. Je dis que BR étant une route, & BM la ſituation de la quille, BG ſera la ligne de la force mouvante, & par conſéquent ſa perpendiculaire ſera la ligne de la voile.

Demonstration.

Le ſinus de SMD : au ſinus de DMO = ſinus de SMD : ſinus de MDS + ſinus de MDO : ſinus de DMO = [prenant les côtés oppoſés aux angles] SD : MS + MO : DO = SD × MO : MS × DO = [par la nature de l'hyperbole DO = SB, & SD = BO] BO × MO : MS × BS = [parce que l'angle SMO étaut coupé en deux également par la ligne MB, on a BO : BS = MO : MS] MO × MO : MS × MS = $MO^2 : MS^2 = PR^2 : PS^2$ = le quarré du ſinus de PSR, ou MSR : quarré du ſinus de PRS, c'eſt-à-dire, comme la reſiſtance laterale contre le côté PM, à la reſiſtance laterale contre le côté PH. Tirant donc BT, BN, perpendiculaires ſur les côtés du rhombe, l'angle NBT, qui eſt égal à l'angle SMO, ſera diviſé par la ligne BG, comme ce dernier l'eſt par la ligne MD, par ce que, par hyp. l'angle PBG = BMD. Ainſi donc le ſinus de l'angle NBG, ou de ſon oppoſé [voyez la Figure VIII.] EBO, eſt au ſinus de GBT, ou de ſon oppoſé FBO ; c'eſt-à-dire, OE eſt à BE, comme la force laterale de l'eau ſur PM, eſt à la force laterale ſur PH: par conſéquent BO ſera la ligne de la reſiſtance moyenne, & ſa prolongée BG,
TAB. XXV.

ſera

Tab. XXV. Tom. II. pag. 52.

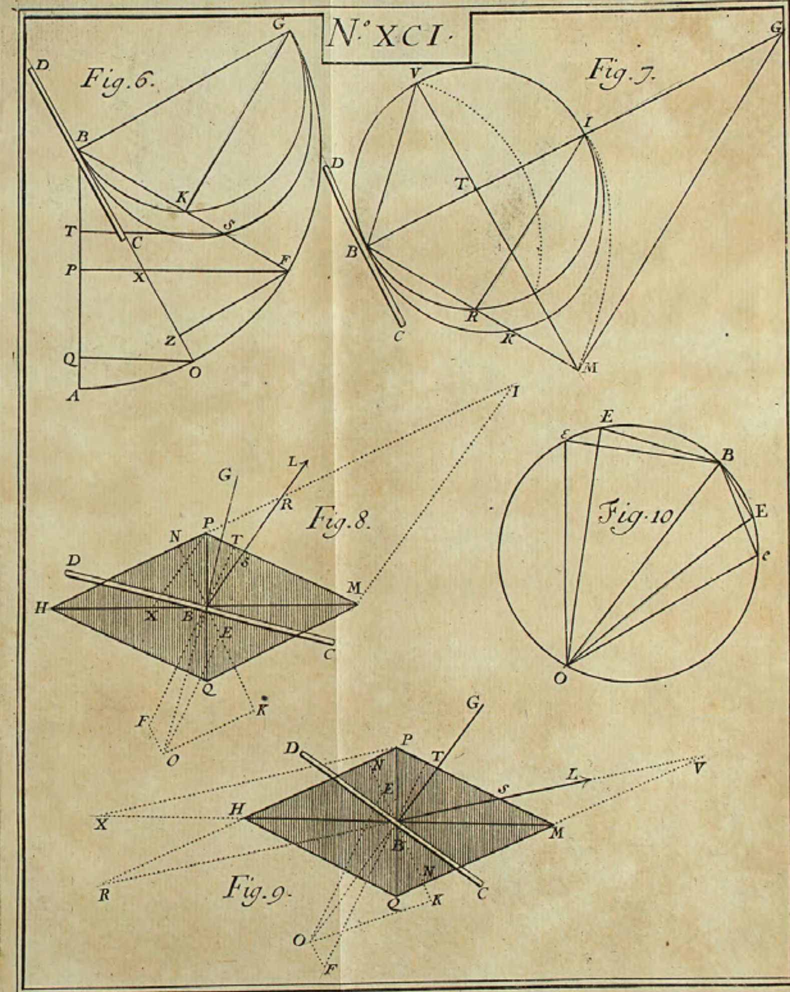


E LA

dont la premiere
I & MQY, &
prolongés PHK
fur l'une des hy-
ix lignes droites,
utre au point M,
s droites coupe les
soit tirée la ligne
al à l'angle BMD.
la situation de la
nte, & par consé-
voile.

O N.

= sinus de SMD:
us de DMO =
D: MS + MO:
la nature de l'hy-
BO × MO: MS
coupé en deux éga-
= MO : MS]
S² = PR² : PS²
R: quarré du sinus
e laterale contre le
côté PH. Tirant
côtés du rhombe,
O, sera divisé par la
ligne MD, par ce
Ainsi donc le sinus
ez la Figure VIII.]
son opposé FBO;
rce laterale de l'eau
par conséquent BO
sa prolongée BG,
sera



ſera celle de la
marquez que
α B δ, la dér
au lieu de la

Je ne m'arr
réſoudre les qu
le & de la qu
loſange, gagr
une route prop
ſe régler dans
nous avons pr
pitre IV, à L
lelogramme re

Si le rhomb
port à ſa long
dans toutes le
tomberions de
j'ai amplement
ce que j'y ai
ral de quelque
toûjours exem
y ait un vaiſſe
ſa pointe, qu
ſe détourner u
long de la lig
nouvelle route
ſeroit à ſouhai
vénient, qui n
rie de la manœ
barras dans la
tout ce que n

ſera celle de la force mouvante. *Ce qu'il falloit démontrer.* Remarquez que ſi le point D, avoit été pris ſur l'autre hyperbole α B δ, la démonſtration auroit été entiérement ſemblable, mais au lieu de la *Fig. VIII*, on auroit cité la *Fig. IX*. TAB. XXV.

II.

Je ne m'arrêterai pas à montrer ce qu'il faudroit faire, pour réſoudre les queſtions des plus avantageuſes ſituations de la voile & de la quille, afin que le vaiſſeau, qui a la forme d'un loſange, gagne le plus au vent, ou qu'il avance le plus dans une route propoſée. On voit, à peu près, ſur quoi on doit ſe régler dans cette recherche, ſi on fait attention à ce que nous avons pratiqué dans les Articles 1, 2, 3 & 4 du Chapitre IV, à l'égard d'un vaiſſeau dont la figure eſt un parallelogramme rectangle.

III.

Si le rhombe avoit une largeur infiniment petite par rapport à ſa longueur; en cette ſuppoſition la dérive ſeroit nulle dans toutes les ſituations de la quille; de ſorte que nous retomberions de nouveau dans le cas de Mr. HUGUENS, que j'ai amplement examiné dans la digreſſion du Chap. V. Car ce que j'y ai démontré regarde tous les vaiſſeaux en général de quelque figure qu'ils ſoient, pourvû qu'on les ſuppoſe toûjours exemts de la dérive; quoi qu'il ſoit impoſſible, qu'il y ait un vaiſſeau, quelque facilité qu'il ait à fendre l'eau avec ſa pointe, qui ne ſoit contraint, par une force oblique, de ſe détourner un peu de la route qu'il tiendroit ſans cela le long de la ligne de la quille, & de ſe mouvoir ſuivant une nouvelle route, c'eſt-à-dire, qui ne ſoit ſujet à la dérive. Il ſeroit à ſouhaiter, qu'on trouvât le moyen d'éviter cet inconvénient, qui ne peut que rendre extrêmement difficile la Théorie de la manœuvre des vaiſſeaux, & cauſer beaucoup d'embarras dans la pratique; ce qui paroit aſſez évidemment par tout ce que nous avons dit juſqu'ici. Mais puiſque l'on ne peut guères se flater d'un heureux succès dans une entreprise de cette nature; tout ce à quoi on doit s'attacher; c'est de diminuer autant qu'il est possible l'incommodité qui resulte de la dérive, à laquelle on ne peut pas remédier entierement.

I V.

L'unique moyen seroit de donner aux vaisseaux, que l'on construit, une figure telle, que l'eau fit contre leur prouë le moins de resistance qu'il est possible. J'ai communiqué autrefois † la Solution d'un Probléme, qui a rapport à cette question; c'est celui par lequel on demande le solide de la moindre resistance, ou qui fend un fluide avec le plus de facilité. Peut-être réüssiroit-on mieux dans la construction des vaisseaux, si l'on se servoit des règles que l'on peut tirer de cette Solution; quoique la figure du solide, déterminée par la Solution que j'ai donnée de ce Probléme, se restreigne au seul mouvement direct, ou qui se fait le long de l'axe du solide, & ne détermine rien à l'égard du mouvement oblique. Aussi est-il impossible, que la figure du solide de la moindre resistance puisse être la même pour toutes les obliquités du mouvement. Ce que je prétens n'est donc pas, qu'on s'attache scrupuleusement & d'une maniere servile aux conditions trouvées par la solution du Probléme: Ce seroit exiger l'impossible, & peut-être même une chose inutile; il suffit que l'on tire de la Solution de ce Probléme les lumieres, qui peuvent être utilement employées dans la pratique; en se remettant pour le surplus à ce que l'expérience a indiqué de plus convenable. Il n'y a pas de doute, que si l'on suivoit cette méthode, & que l'on joignit à la pratique aveugle des Ouvriers les réflexions des habiles Gens, on ne parvint enfin au plus haut degré de perfection où les Arts peuvent être portés. Mais revenons à nôtre sujet.

† N°. LIV & LVI, pag. 307. 315. & suiv. *Tom. I.*

CHAPI-

CHAPITRE IX.

Du mouvement des Figures curvilignes dans une matiere fluide. De la détermination tant de la Resistance moyenne que de sa direction. Et de la Vitesse.

I.

APrès avoir examiné le mouvement d'un vaisseau, dont la figure seroit un Parallelogramme rectangle, & un Rhombe, supposons-en une qui approche d'avantage de celle que doit avoir véritablement un vaisseau. On voit d'abord, que ce ne peut pas être une figure rectiligne: Soit donc une curviligne, telle qu'est la figure qui résulte de la combinaison de deux segmens des cercles égaux sur une corde commune, laquelle représente assez exactement la véritable figure d'un vaisseau: Elle nous servira de modèle pour les autres.

I I.

Pour déterminer la dérive, que souffre un tel vaisseau; il faut avant toutes choses montrer ici une maniere générale de trouver la tendance, ou direction, & la quantité de la force moyenne de l'eau, qui d'un mouvement parallèle vient frapper une surface convexe; ou qui resiste (car c'est la même chose) à cette surface, quand elle est mûe parallèlement dans une eau calme. Ce sera de cette détermination que dépendra aussi celle de la route des vaisseaux, qui sont terminés par des surfaces convexes.

I I I.

Soit ACF la section horizontale d'une telle surface, qui se meut dans l'eau suivant la direction AM: Ainsi l'eau fait son impulsion continuelle sur chaque point C, suivant NC directement opposée, & par conséquent parallèle à AM. Soit AG perpen- TAB. XXVI. *Fig. 12.*

perpendiculaire à AM, l'axe de la courbe ACF; AB, l'abſciſſe $= x$; BC, l'ordonnée $= y$; Bb differentielle de l'abſciſſe $= dx$; ec differentielle de l'ordonnée $= dy$; Cc differentielle de la courbe $= dt$. Puiſque la reſiſtance ſe fait ſentir dans chaque point C ſuivant CD perpendiculaire à la courbe, & qu'elle eſt [par l'Art. 2. du Chap. I.] comme Cc multiplié par le quarré du ſinus de l'angle d'incidence cCN, ou Cce, c'eſt-à-dire comme $dt . dx^2 : dt^2 = dx^2 : dt$; il eſt manifeſte, que ſi nous décompoſons cette force, dont la direction eſt CD, en deux laterales, dont les directions ſoient CB & CO, l'une perpendiculaire & l'autre parallèle à l'axe AG, il faut faire CD : CB [$=$ Cc : Ce $= dt : dx$] $= \frac{dx^2}{dt} : \frac{dx^3}{dt^2} =$ à la force laterale de la reſiſtance ſuivant CB; Et CD : CO [$=$ Cc : $ce = dt : dy$] $= \frac{dx^2}{dt} : \frac{dx^2\, dy}{dt^2} =$ à la force laterale de la reſiſtance ſuivant CO; Prenant donc l'intégrale de $dx^3 : dt^2$ & de $dx^2\, dy : dt^2$, & ſuppoſant enſuite AB, ou $x =$ AG, on aura les deux forces laterales totales, avec leſquelles la ſurface ACF eſt repouſſée, partie ſuivant la perpendiculaire, partie ſuivant la parallèle à l'axe; c'eſt pourquoi ſi ſur les lignes prolongées FG & AG, vous faites GH à GI en raiſon de $\int (dx^3 : dt^2)$ à $\int (dx^2\, dy : dt^2)$, & que vous acheviez le rectangle HGIL, la diagonale GL marquera la détermination & la quantité de la reſiſtance moyenne, & par conſéquent auſſi celle de la force mouvante. Je veux dire, que pour faire mouvoir d'un mouvement parallèle & uniforme, le plan terminé par la courbe ACF dans une eau ſans mouvement, il faut le tirer ou le pouſſer avec une force, dont la tendance ſoit parallèle à LG, & qui lui ſoit proportionnée : Car pour lors cette force mouvante ſera directement oppoſée [comme elle le doit être] à la reſiſtance moyenne du fluide. En voici l'application.

I V.

TAB. XXVI. *Fig.* 13. Concevons que la courbe ACF ſoit un arc de cercle; dont

dont le centre ſoit S : Que cet arc ſoit continué, s'il eſt beſoin de part & d'autre, pour avoir le quart de cercle EACK terminé par les rayons SE & SK, l'un perpendiculaire & l'autre parallèle à la ligne du mouvement ou de la route AM; ſoient auſſi prolongées les lignes CB, & FG, en V & T : Cela fait, ſoit SE, ou SK $= a$, AR $= b$, AG, ou RT $= c$, SR $= \sqrt{(aa - bb)} = h$, AB $= x$, BC $= y$; on aura par la nature du cercle $yy + 2by = -xx + 2hx$; partant $y = -b + \sqrt{(bb - xx + 2hx)}$; & $dy = (h - x)\, dx : \sqrt{(bb - xx + 2hx)}$; Mais pour tirer commodément les intégrales de $dx^3 : dt^2$, & de $dx^2\, dy : dt^2$, obſervons que $dx : dt$ [$=$ Ce : Cc] $=$ CV : SC, ou SE $= y + b : a = \sqrt{(bb - xx + 2hx)} : a$; ce qui donne $dx^3 : dt^2 = (bb - xx + 2hx)\, dx : aa$, & $dx^2 dy : dt^2 = (bb - xx + 2hx)\, dy : aa = (h - x)\sqrt{(bb - xx + 2hx)}\, dx : aa$. Or l'un & l'autre eſt heureuſement intégrable, car $\int (bb - xx + 2hx)\, dx : aa = (bbx - \frac{1}{3}x^3 + hxx) : aa$ & $\int (h - x)\sqrt{(bb - xx + 2hx)}\, dx : aa = (bb - xx + 2hx)^{\frac{3}{2}} : 3aa = (bb - xx + 2hx)\sqrt{(bb - xx + 2hx)} : 3aa$. Mais puiſque cette derniere quantité ne ſe reduit pas à zero [comme cela devroit être] par la ſuppoſition de $x = 0$, car il en vient $b^3 : 3aa$; il faut ôter ce $b^3 : 3aa$ de l'intégrale trouvée, ſelon la maxime de cette méthode, pour avoir ici la véritable intégrale de $(h - x)\sqrt{(bb - xx + 2hx)}\, dx : aa$, qui ſera $= ((bb - xx + 2hx)\sqrt{(bb - xx + 2hx)} - b^3) : 3aa$, laquelle exprime avec la premiere $(bbx - \frac{1}{3}x^3 + hxx) : aa$ la proportion des forces laterales totales de la reſiſtance de l'eau, contre l'arc AC; & mettant c, ou AG, pour x, ou AB, on aura la proportion de ces forces laterales totales pour l'arc entier ACF, ſavoir GH : GI [$= \int \frac{dx^3}{dt^2} : \int \frac{dx^2\, dy}{dt^2}$] $=$

$$\frac{bbc - \frac{1}{3}c^3 + hcc}{aa} : \frac{(bb - cc + 2hc)\sqrt{(bb - cc + 2hc)} - b^3}{3aa}$$

$= 3bbc - c^3 + 3hcc : (bb - cc + 2hc)\sqrt{(bb - cc + 2hc)} - b^3 = (3\text{AR}^2 + 3\text{FT}^2 + \text{TR}^2) \times \text{TR} : 2\text{FT}^3 - 2\text{AR}^3$.

V.

Si l'arc ACF prend ſon commencement A au point E, où l'eau ne fait que friſer le cercle quand il ſe meut ſuivant AM; on aura $b = 0$, & $h = a$: Et l'analogie generale GH : GI $= 3bbc - c^3 + 3hcc : (bb - cc + 2hc)\sqrt{(bb - cc + 2hc)} - b^3$ ſe changera en celle-ci GH : GI $= 3ac - cc : (2a - c)\sqrt{(2ac - cc)}$ $= (3FT^2 + TE^2) \times TE : 2FT^3$.

VI.

Si outre cela on ſuppoſe $c = a$, ce qui fait que l'arc ACF devient le quart de cercle ECK; on aura GH : GI $= 2aa : aa = 2 : 1$, c'eſt-à-dire que le ſinus de l'angle HGL, que fait la ligne de la force mouvante avec la ligne de la route, eſt la moitié du ſinus de ſon complement. On trouve, par le moyen des Tables des ſinus, que cet angle HGL doit être à peu près de 26 degr. 34 min.

VII.

Remarquez que comme CV eſt le ſinus de l'arc EC ou de l'angle ESC, qui eſt égal à l'angle d'incidence C*ce*; de même AR & FT ſont les ſinus des angles d'incidence, ſous leſquels l'eau frappe les deux extrémités A & F de l'arc AF, ou ce qui eſt la même choſe, ce ſont les ſinus des angles, que fait la ligne de la route avec les deux tangentes aux deux extrémités de l'arc AF; & TR eſt la difference des ſinus des complémens de ces mêmes angles.

VIII.

On peut donc énoncer en forme de Théoréme, la raiſon des deux reſiſtances latérales, diſant que *la reſiſtance que l'arc donné ACF ſouffre ſuivant la direction parallèle à ſa route, eſt à la reſiſtance qui eſt imprimée au même arc dans la direction perpendiculaire à ſa route; comme le ſolide fait par la difference, ou par la ſomme, des ſinus des complémens des deux angles d'incidence aux deux extrémités de l'arc, & la ſomme du quarré de cette même difference jointe au triple des quarrés des ſinus de ces angles d'incidence, eſt au double de la difference des cubes de ces mêmes ſinus.* De ſorte que la ligne de la route étant donnée, il ne ſera pas difficile, par le moyen des Tables des ſinus, de déterminer la ligne de la force mouvante. Car les deux côtés du rectangle HI proportionnés ſuivant le Théoréme, détermineront la ſituation de la diagonale LG, dont la prolongation donne la ligne de la force mouvante.

IX.

Pour ce qui eſt de la raiſon des viteſſes, avec leſquelles l'arc ACF peut être mû en diverſes routes, par une même force mouvante; on la détermine auſſi par le moyen des rectangles HI. Car ſoit u la viteſſe pour une route, & v la viteſſe pour une autre route: Soient auſſi GH & GI les deux côtés du rectangle pour la premiere, & Gh & Gi les deux côtés pour l'autre route: Il eſt clair, par l'Art. 3, du Chap. I, que les reſiſtance laterales, pour la premiere route, s'exprimeront par uu.GH & uu.GI, & par conſéquent la reſiſtance moyenne par uu. GL, & qu'ainſi la reſiſtance moyenne pour la ſeconde route s'exprimera auſſi par vv. Gl. Or puiſque la force mouvante eſt ſuppoſée la même, il faut que les reſiſtances moyennes dans les deux cas ſoient égales, c'eſt-à-dire uu.GL $= vv$.Gl, partant $uu : vv =$ Gl : GL $= \frac{1}{GL} : \frac{1}{Gl}$. D'où l'on voit, que le quarré de la viteſſe eſt en raiſon reciproque de GL, déterminée par le théoréme précédent.

X.

Après ce que je viens de démontrer touchant la reſiſtance moyenne imprimée ſur un arc de cercle mû dans l'eau d'un

H 2 mouve-

mouvement parallèle ; il ne sera pas difficile d'en faire l'application à des figures terminées par plusieurs arcs circulaires, dont quelques-uns exposés au fil de l'eau, reçoivent toute sa resistance ; pendant que les autres à l'abri des premiers n'en ressentent aucune. Car comme dans les figures rectilignes, les resistances imprimées sur les côtés donnent par leur composition la resistance moyenne & sa direction, de même les resistances contre les arcs circulaires determinées chacune séparément, donnent la resistance moyenne, & sa direction, ou la position de la ligne de la force mouvante.

CHAPITRE X.

Application de ce qui a été expliqué dans le Chapitre précédent à un Vaisseau qui a la figure de deux segmens circulaires sur une corde commune.

I.

TAB. XXVI. Fig. 14.

Retournons maintenant à l'exemple proposé dans l'Article premier du Chapitre précédent, où HPMQ est la figure d'un vaisseau, composée de deux segmens égaux HPM & HQM pris d'un même cercle, sur une corde commune HM, qui représente la quille du vaisseau : PQ est la ligne de la plus grande largeur, passant par le centre du vaisseau B, & divisant également à angles droits la ligne HM ; BL est la ligne de la route ; BG la ligne de la force mouvante, & sa perpendiculaire DC celle de la voile.

II.

Il est question de déterminer les positions mutuelles des lignes de la route BL, & de la force mouvante BG. Il y a deux cas principaux dont on doit considerer chacun séparément : car l'angle LBM est ou plus grand, ou plus petit que l'angle mixtiligne

tiligne PHB, qui est la moitié de l'angle de la pointe du vaisseau : Il est vrai qu'il y a un troisieme cas, auquel l'angle LBM est égal à l'angle PHB ou à PMB ; mais celui-ci n'est qu'un corollaire du premier, dont voici la solution.

III.

Soit S le centre de l'arc MPH, par lequel soit tirée la ligne SE perpendiculaire sur la ligne de la route LB, qu'elle rencontre en N, & ses parallèles FHR, KMT, en R & T ; comme aussi l'arc continué MPH au point E : supposé présentement que l'angle LBM est donné, l'angle FHB, qui lui est égal, & son complément à deux droits KMB seront aussi donnés ; mais les angles invariables PHB & PMB le sont aussi ; ôtant donc ces derniers de ceux-là, il restera les angles FHP & KMP, qui sont les angles d'incidence de l'eau sur les deux extrémités H & M de l'arc HPM, lesquels seront pareillement donnés, & partant aussi leurs sinus HR & MT ; de même que TR difference des sinus de leur complémens. C'est pourquoi, prenez sur NT la partie NO, qui soit à BN comme $2MT^3 - 2HR^3$ à $TR \times (TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2)$; & menez par B la ligne OBG, qui sera, par l'Art. 4. ou par le Théoréme de l'Art. 8. du Chap. précédent, la ligne de la force mouvante.

IV.

Mais si l'on suppose l'angle GBM donné, & qu'il s'agisse de trouver l'angle LBM ; il faudra faire le calcul, en mettant une lettre pour le sinus de l'angle inconnu LBM, & la traitant ensuite comme connuë, pour arriver à la situation de la ligne BO, c'est-à-dire, à la détermination de l'angle HBO, qui doit être égal à l'angle donné GBM ; d'où il résultera une équation, pour la détermination de l'angle de la dérive LBM : mais ce calcul est trop prolixe, & l'équation trop composée, pour être de quelque usage dans la pratique.

V.

De ſorte qu'il vaut mieux faire des Tables, en ſuppoſant l'angle LBM donné, & d'abord le plus grand qu'il eſt poſſible, c'eſt-à-dire de 90 degrés; & puis en le diminuant de degré en degré, de deux en deux, ou de trois en trois &c. ſelon qu'on ſouhaitera de le connoître plus ou moins exactement, juſqu'à-ce que l'angle LBM devienne égal à l'angle PHM, ou que la ligne BL devienne parallèle à la tangente de l'arc HPM au point H. De cette maniere, on trouvera, pour chaque angle LBM, celui GBM qui lui répond, & ſon complément MBC que fait la voile avec la quille, que l'on écrira dans les Tables à côté du nombre des degrés de l'angle LBM: Ces Tables ſerviront enſuite à déterminer indifferemment la ligne de la route, par celle de la force mouvante, ou par celle de la voile; & réciproquement la ligne de la voile par les précédentes, & cela par la ſimple inſpection des Tables, ſans aucun autre calcul, à moins que le nombre déſiré ne tombe entre deux termes; auquel cas il faut établir une règle de proportion, pour une plus grande préciſion, conformément à ce qu'on obſerve ordinairement dans l'uſage de ces ſortes de Tables.

VI.

Un exemple facilitera l'intelligence de ce que nous venons de dire touchant la conſtruction de cette Table. Je donne 30 degrés à l'angle de la pointe du vaiſſeau PMQ, ou PHQ, & par conſéquent 15 degrés à l'angle PMB ou PHB; ce qui fait que l'arc HPM, ou HQM, eſt auſſi de 30 degrés, & partant la douziéme partie de toute la circonference. Je ſuppoſe, par exemple, que l'angle LBM eſt de 20 degrés; l'angle d'incidence FHP ſera donc de 5 degrés, & l'angle TMP de 35 degrés. Ainſi en faiſant SP, ou le ſinus total = 100000, on aura

Le

Le ſinus de 5 degr. ou HR - - - -	= 8715
ſon quarré - - - - - - - -	= 75951225
ſon cube - - - - - - - -	= 661914925875
Le ſinus du compl. ou SR - - - - - -	= 99619
Le ſinus de 35 degr. ou MT - - - - -	= 57357
ſon quarré - - - - - - - -	= 3289825449
ſon cube - - - - - - -	= 188694518278293
Le ſinus du compl. ou ST - - - - - -	= 81915
SR — ST ou TR - - - - - - - -	= 17704
ſon quarré - - - - - - - - -	= 313431616

Cela donne $TR \times (TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2) = 17704 \times 10410761638 = 184312124039152$; & $2MT^3 - 2HR^3 = 376065206704836$: on a donc BN : NO = 184312124039152 : 376065206704836 = [diviſant chaque terme par 4] 46078031009788 : 94016301676209; Or BN eſt à NO comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle NBO; & ainſi faiſant 46078031009788 : 94016301676209 = 100000 : 204037, ce quatrieme terme ſera la tangente de l'angle NBO, ou de GBL, lequel ſera par conſéquent de 63 degrés, 53 min. L'angle GBM ſera donc de 83 degrés, 53 min. & ſon complément MBC que fait la ligne de la voile avec la quille ſera de 6 degr. 7 min. Ainſi dans la Table des nombres des degrés qui marquent l'angle MBL, ou la quantité de la dérive, on écrira, à côté du 20e degré, ce qu'on a trouvé pour l'angle GBM, ſçavoir 83 degr. 53 min. & pour l'angle MBC de la voile & de la quille, 6 degrés, 7 minutes.

VII.

On fera la même opération pour toutes les autres ſuppoſitions de l'angle LBM, depuis le 90me degré juſqu'au 15me degré, auquel cas la ligne de la route BL devient parallèle à la tangente de l'arc de cercle HPM au point H: ce qui facilite beaucoup le calcul, parce que l'angle d'incidence FHP,

ſe

ſe changeant en angle d'attouchement, fait évanouïr ſon ſinus HR, & que l'autre angle d'incidence PMT eſt de 30 degrés, dont le ſinus eſt la moitié du ſinus total: Tel eſt donc le calcul de ce cas particulier:

SP ou le ſinus total - - - - - - - = 100000
Le ſinus de 0 degr. ou HR - - - - - = 0
ſon quarré = 0, ſon cube - - - - - = 0
Le ſinus de ſon compl. ou SR - - - = 100000
Le ſinus de 30 degr. ou MT - - - = 50000
ſon quarré - - - - - - - - = 2500000000
ſon cube - - - - - - = 125000000000000
Le ſinus de ſon compl. ou ST - - - = 86602
SR — ST, ou TR - - - - - - - = 13398
ſon quarré - - - - - - - - = 179506404

Ce qui donne $TR \times (TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2) = 13398 \times 7679506404 = 102890026800792$, & $2MT^3 - 2HR^3 = 250000000000000$; il faut donc faire comme ci-deſſus 102890026800792 : 250000000000000, ou [diviſant chaque terme par 8] 12861253350099 : 31250000000000 = 100000 : 242978 qui ſera la tangente de l'angle NBO ou GBL, que l'on trouve de 67 degr. 38 min. à quoi ſi on ajoûte 15 degr. on a l'angle GBM de 82 degr. 38 min. & ſon complément, l'angle MBC de 7 degr. 22 min.

VIII.

TAB. XXVI. *Fig.* 15. Enfin, ſi l'on ſuppoſe l'angle LBM plus petit que l'angle PHB, ce qui fait le ſecond cas, que nous devons réſoudre: Outre les lignes que l'on a tirées dans la Fig. précéd. & que l'on ſuppoſe auſſi dans celle-ci, concevons deux parallèles à la ligne de la route, EX & ZV, qui touchent les deux côtés du vaiſſeau, l'une en E, & l'autre en Z. Soit de plus AS une ligne droite qui joint les deux centres A & S des deux arcs HQM & MPH, & ſoit tirée AZ, qui ſera parallèle à SE. On voit, qu'au lieu que dans le cas précédent, tout le

le côté HPM étoit expoſé à la reſiſtance de l'eau, pendant que tout le côté oppoſé HQM qu'il mettoit à couvert, n'en recevoit aucune impreſſion; dans ce cas au contraire la partie HE du côté antérieur HPM compriſe entre l'extrémité H du vaiſſeau & le point d'attouchement E, demeurant à couvert ne reçoit aucune impreſſion; pendant qu'une partie ſemblable & égale MZ du côté oppoſé HQM, compriſe entre l'extrémité M du vaiſſeau & le point d'attouchement Z, ſe découvrant donne priſe à l'action de l'eau. Il eſt viſible que ces parties HE & MZ augmentent à méſure que l'angle de la dérive LBM diminuë, juſqu'à ce que cet angle s'évanouiſſant entierement, & les points E & Z ſe confondant avec P & Q, les parties expoſées à la reſiſtance, & celles qui demeurent cachées ſe partagent également, par une ligne perpendiculaire à la quille du vaiſſeau, les unes faiſant la moitié du vaiſſeau, qui forme la prouë PMQ, & les autres la moitié oppoſée du vaiſſeau PHQ à qui l'on a donné le nom de pouppe; ce qui arrive lorſque le vaiſſeau avance directement de pointe.

IX.

Pour déterminer donc la ligne de la force mouvante BG, celle de la route BL étant donnée; il s'agit de trouver la raiſon de BN à NO, c'eſt-à-dire, celle qui eſt entre les forces laterales totales de la reſiſtance, dont l'une eſt parallèle & l'autre perpendiculaire à la route; mais je remarque, que celle qui eſt parallèle eſt égale à la ſomme de deux autres parallèles totales, & que celle qui eſt perpendiculaire eſt égale à la difference de deux autres perpendiculaires, qui proviennent de la reſiſtance de l'eau contre les deux arcs MPE & MZ. Or la raiſon pour laquelle il faut prendre la ſomme des unes & la difference des autres, conſiſte en ce que les deux forces laterales parallèles, de l'un & de l'autre de ces arcs, ont une même tendance ſuivant BN, & s'aidant ainſi mutuellement elles

elles doivent être priſes enſemble; mais les deux forces laterâles perpendiculaires ont des tendances oppoſées, l'une qui vient de l'arc ME laquelle tend à agir ſuivant ES, & l'autre qui vient de l'arc MZ ſuivant ZA; ſçavoir dans un ſens oppoſé à la précédente: De là vient qu'il faut prendre la difference, ou l'excès des forces perpendiculaires totales, dont celle qui provient de l'arc EM ſurpaſſe l'autre qui vient de l'arc MZ. Ainſi BN doit être à NO comme la ſomme des deux forces parallèles, à la difference des deux perpendiculaires.

X.

Il s'agit donc de déterminer ces forces-là. Or je vois que les deux arcs MPE & MZ ſont dans le cas de l'Art. 5. du Chapit. IX; chacun de ces arcs étant friſé par le cours de l'eau, l'un au point E, & l'autre au point Z; Et MT eſt le ſinus de l'arc EPM, ou de l'angle d'incidence EMT ſur l'extrémité de cet arc; de même que Mt [$=$ HR] eſt le ſinus de l'arc MZ [$=$ HE], ou de l'angle d'incidence ZMt ſur l'extrémité de cet arc. Telle eſt la raiſon pour laquelle $TE \times (TE^2 + 3MT^2)$, & $tZ \times (tZ^2 + 3Mt^2)$ ou $RE \times (RE^2 + 3HR^2)$ expriment les deux reſiſtances parallèles, qui viennent des arcs ME & MZ: Et $2MT^3$, & $2Mt^3$ ou $2HR^3$, expriment les deux reſiſtances perpendiculaires, qui viennent de ces mêmes arcs.

X I.

Soit donc fait, en conſéquence de nôtre raiſonnement BN: $NO = TE \times (TE^2 + 3MT^2) + RE \times (RE^2 + 3HR^2)$: $2MT^3 - 2HR^3$: Et ſoit tirée la ligne OB; OB ſera la ligne de la reſiſtance moyenne, & ſa prolongation BG, marquera la ligne de la force mouvante.

X I I.

Un exemple de ce ſecond cas fera voir l'application de la règle: Je ſuppoſe le même vaiſſeau dont l'angle de la pointe PMQ eſt de 30 degrés. Mais ſoit l'angle de la dérive LBM [FHB $=$ TMB] plus petit que PHB: Donnons lui par exemple 10 degrés; d'où il ſuit que l'angle d'incidence TME, ou l'arc EM qui en eſt la meſure, aura 25 degr. Et l'arc MZ ou HE, 5 degr.

Le ſinus total - - - - - - - - -	$=$ 100000
Le ſinus de 5 degr. ou HR - - - - - -	$=$ 8715
ſon quarré - - - - - - - - - -	$=$ 75951225
ſon cube - - - - - - - - -	$=$ 661914925875
Le ſinus verſe RE - - - - - - - - - -	$=$ 381
ſon quarré - - - - - - - - - - -	$=$ 145161
Le ſinus de 25 degr. ou MT - - - - -	$=$ 42261
ſon quarré - - - - - - - - -	$=$ 1785992121
ſon cube - - - - - - -	$=$ 75477813025581
Le ſinus verſe TE - - - - - - - - -	$=$ 9370
ſon quarré - - - - - - - - - - -	$=$ 87796900

Ceci connû on aura $TE \times (TE^2 + 3MT^2) + RE \times (RE^2 + 3HR^2) = 9370 \times 5445773263$ [51026895474310] $+ 381 \times 227998836$ [86867556516] $= 51113763030826$; & $2MT^3 - 2HR^3 = 149631796199412$, Que ſi l'on fait l'analogie 51113763030826 : 149631796199412 [$=$ BN: NO] $=$ 100000 : 292743, ce quatrieme nombre ſera la tangente de l'angle NBO, ou GBL, qui aura par conſéquent 71 degrés, 8 min. lequel étant augmenté de 10 degr. donne l'angle GBM de 81 degrés, 8 minutes, dont le complément MBC, qui eſt l'angle que fait la ligne de la quille avec celle de la voile, eſt de 8 degrés, 52 minutes.

CHAPITRE XI.

Avis touchant la construction des Tables pour la détermination de la route, de la situation de la quille, & de la vitesse du Vaisseau en forme de segmens combinés. Méprise de feu Mr. HUGUENS.

I.

ON voit assez par tout ce que je viens d'expliquer, la maniere dont on peut construire des Tables propres à déterminer les situations de la voile & de la quille, quand la quantité de la dérive est donnée, & par lesquelles on trouveroit réciproquement la route & l'angle de la dérive, la situation de la quille & de la voile étant donnée. Ces Tables deviendroient encore d'une plus grande utilité, si à ce que nous venons de dire, on ajoûtoit la supputation des vitesses, qui répondent à chaque quantité de dérive, & dont les quarrés (par l'Art. *9.* du Chap. IX.) sont réciproquement proportionels à la diagonale du rectangle, dont les côtés expriment les forces laterales de la resistance, c'est-à-dire que uu est ici $= 1 : A$ pour le premier cas, & $= 1 : B$ pour le second cas; je suppose $A = \sqrt{((TR \times (TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2))^2 + (2MT^3 - 2HR^3)^2)}$, & $B = \sqrt{((TE \times (TE^2 + 3MT^2) + RE \times (RE^2 + 3HR^2))^2 + (2MT^3 - 2HR^3)^2)}$. Je sai que ce calcul deviendroit pénible, mais un habile calculateur trouvera, par son industrie des moyens d'en abreger la prolixité.

II.

La commodité qu'on retireroit de ces Tables recompenseroit largement de toute la peine qu'on auroit euë à les composer: Car on seroit en état, non seulement de diriger le vaisseau pour faire le plus avantageusement la route qu'on se proposoit, mais aussi de résoudre sur le champ les plus importantes questions, qu'on fait sur cette matiere; comme, par exemple, la maniere de gagner le plus au vent; de trouver les plus avantageuses situations de la quille ou de la voile, l'une ou l'autre étant donnée, pour fuir le vent &c. On pourroit conter d'autant plus sûrement sur ces Tables, que le vaisseau auroit une figure plus approchante de celle, qui est composée de deux segmens circulaires, telle que nous l'avons supposé ici. On verroit combien s'éloigne de la vérité la règle que Mr. *le Chevalier* RENAU établit pour déterminer la dérive [sur laquelle est bâtie toute sa Théorie] lorsqu'il prétend, que la tangente de l'angle que fait la ligne de la force mouvante avec la quille, & la tangente de l'angle de la dérive, observent constamment une raison donnée, [sans avoir égard à la figure du vaisseau] & égale à celle, qui est entre la resistance, que le vaisseau trouve à fendre l'eau avec son côté, & la resistance qu'il trouve à la fendre avec sa pointe.

III.

Quand nous n'aurions d'autres preuves, que celles que l'on peut tirer des trois exemples que nous avons calculés, toûjours y en auroit-il assez, pour démontrer que la règle de M. RENAU ne pourroit pas subsister. En effet le premier donne l'angle de la ligne de la force mouvante & de la quille de 83 degr. 53 min. dont la tangente est - - - - - - - $= 933154$,
l'angle de la dérive de 20 degr. dont la tangente $= 36397$.
Le second exemple donne pour l'angle de la ligne de la force mouvante & de la quille, 82 degr. 38 minutes, dont la tangente - - - - - - - - - - - - $= 773480$,
l'angle de la dérive 15 degr. dont la tangente - $= 26794$.
Le troisiéme exemple donne pour l'angle que fait la ligne de la force mouvante avec la quille 81 degr. 8 min. dont la tangente - - - - - - - - - - - - $= 641026$,
l'angle de la dérive 10 degr. dont la tangente - $= 17632$.

Mais

I V.

Mais il s'en faut beaucoup, que ces trois raisons ne soient égales entr'elles, puisque la premiere étant à peu près comme *26* à 1, la seconde comme *29* à 1, & la troisieme comme *36* à 1, pas une de ces trois raisons n'est comme la resistance que le vaisseau trouve à fendre l'eau avec le côté, à la resistance qu'il rencontre en la fendant avec sa pointe; ce qui se vérifiera encore si l'on prend la peine de chercher la raison de ces deux resistances par le moyen de nos deux analogies $BN : NO = TR \times (TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2) : 2MT^3 - 2HR^3$, & $BN : NO = TE \times (TE^2 + 3MT^2) + RE \times (RE^2 + 3HR^2) : 2MT^3 - 2HR^3$: Dans la premiere desquelles, si l'on suppose l'angle de la dérive de *90* degrés, & dans la seconde si l'on suppose l'angle de la dérive de o degré; il est manifeste, que les deux premiers termes $TR \times (TR^2 + \&c.)$ & $TE \times (TE^2 + \&c.)$ qui expriment les resistances laterales paralleles, exprimeront dans ces suppositions les resistances moyennes elles-mêmes, puisque celle-ci ont leur direction parallele à la ligne de la route, & que les laterales perpendiculaires sont nulles dans ce cas.

V.

Observons donc quelle proportion règne entre $TR \times (TR^2 + \&c.)$ & $TE \times (TE^2 + \&c.)$ dans les mêmes suppositions: Or on voit que LBM (Voiez la Fig. XIV.) étant de *90* degr. TR deviendra $= MH$, & MT, HR deviendront chacune $= BS$; & partant $TR \times (TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2)$ se changera en $MH \times (MH^2 + 6BS^2)$; on voit aussi que LBM [Voyez la Fig. XV.] étant de o degré: TE & RE dégénerent en BP, MT en MB, & HR en $HB = MB$; ce qui fait $TE \times (TE^2 + 3MT^2) + RE \times (RE^2 + 3HR^2) = 2BP \times (BP^2 + 3MB^2)$; ainsi en comparant $MH \times (MH^2 + 6BS^2)$, ou [à cause que $MH = 2MB$] $2MB \times (4MB^2 + 6BS^2)$ avec $2BP \times (BP^2 + 3MB^2)$, ou [à cause

cause que $4MB^2 + 4BS^2 = 4SP^2$, & $BP^2 + MB^2 = PM^2 = 2SPB$] comparant $MB \times (2SP^2 + BS^2)$ avec $BP \times (SPB + MB^2)$; nous aurons la proportion entre les deux resistances contre le côté & la pointe: Je mets donc SP, ou le sinus total - - - - - - - - - - - - - $= 100000$

MB sinus de l'arc MP de 15 degrés - - -	$=$	25882
SB sinus du complément - - - - - -	$=$	*96593*
BP sinus verse du même - - - - - -	$=$	3407

Ce qui donne $MB \times (2SP^2 + BS^2) : BP \times (SPB + MB^2) = 126520739061903 : 573839631178$: Mais le premier de ces nombres contient l'autre plus de 220 fois; la resistance que le vaisseau souffre en fendant l'eau avec le côté, sera donc plus de 220 fois plus grande que celle qu'il rencontre en la fendant avec la pointe; en sorte que la raison de ces deux resistances est encore plus de six fois plus grande que la raison de *36* à 1, qui est pourtant la plus grande raison de nos trois exemples entre la tangente de l'angle de la ligne de la force mouvante & de la ligne de la quille, & la tangente de l'angle de la dérive. Ce qui fait voir que la règle de Mr. RENAU pour déterminer la dérive, quelque vraisemblance qu'elle ait, n'est pas à beaucoup près approchante d'une justesse passable; & que pour la bien déterminer, il faut nécessairement recourir à la consideration de la figure du vaisseau, dont la diversité peut causer une si grande difference dans le rapport de la situation de la route, & de la ligne de la force mouvante, qu'il peut arriver, comme je l'ai prouvé ci-dessus pour la figure d'un parallelogramme rectangle, que la ligne de la route fasse avec la quille un plus grand angle, que ne fait la quille elle-même avec la ligne de la force mouvante, quoique cela semble hors de toute apparence.

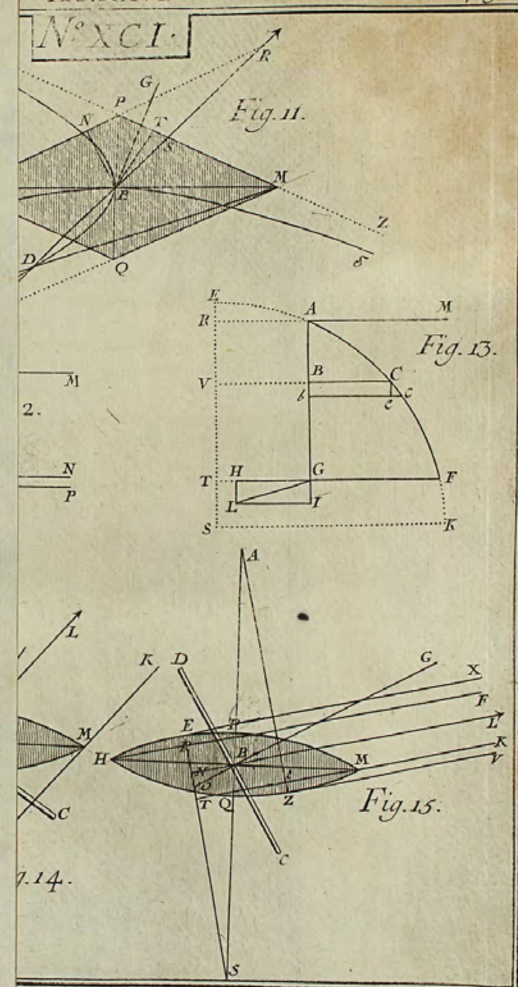
V I.

Il paroit que Mr HUGUENS refutant une des méprises de Mr. RENAU, touchant la détermination de la vitesse, n'a pas remarqué la seconde méprise, où est encore tombé Mr. RENAU

NAU au ſujet de la dérive, quoique d'une plus grande conſéquence. On voit même clairement, qu'il lui a paſſé cette erreur comme une choſe véritable, dont il convient; En voici trois preuves: 1°. Dans ſa remarque ſur le livre de Mr. le *Chev.* RENAU inſérée dans la *Bibliothéque univerſelle* du mois de *Septemb.* de l'Année 1693, au 4 paragraphe, il ne fait conſiſter toute la mépriſe de Mr. RENAU que *dans ce qu'il veut que le vaiſſeau ſoit parvenu de B en L* DANS LE MEME TEMPS (voy. ſa Figure) *qu'il ſeroit parvenu de B en G;* écrivant ces mots *dans le même temps* en d'autres lettres, pour faire remarquer, qu'il ne lui conteſtoit pas la poſition de la route BL, mais ſeulement le temps, ou la viteſſe pour parcourir BL. 2°. Au dernier paragraphe de ſa piece, où il marque la raiſon pourquoi la conſideration de la dérive apporte beaucoup de difficulté à cette Théorie, il affirme, que pour déterminer la dérive, *il eſt néceſſaire d'avoir égard non ſeulement au plus de difficulté que le vaiſſeau a en fendant l'eau avec le côté qu'avec ſa pointe, ainſi qu'a fait Mr.* RENAU, *mais encore à l'impulſion differente, que reçoit le corps du vaiſſeau par le vent, ſur tout par les côtés:* Tout comme ſi, en faiſant abſtraction de cette impulſion du vent ſur le corps du vaiſſeau, l'unique & la véritable maniere de déterminer la dérive étoit fondée ſur la raiſon des reſiſtances de l'eau contre le côté du vaiſſeau & contre ſa pointe, ſans aucun égard à ſa figure, dont il ne fait pas ſeulement mention. 3°. Dans la replique qu'il publia à la réponſe de Mr. RENAU; il dit ſur la fin que *cette Théorie comme l'avoit donnée Mr.* RENAU *ſeroit vraie, ſi les reſiſtances de l'eau étoient comme les viteſſes du vaiſſeau, au lieu qu'elles ſont comme les quarrés de ces viteſſes.* Or je prétens, qu'elle ne ſeroit pas plus vraie dans une ſuppoſition que dans l'autre, entant qu'elle regarde la quantité de la dérive. Car il eſt aiſé de voir que la conſidération de la figure du vaiſſeau doit toûjours ſervir de fondement à la détermination de cette quantité, quelque ſuppoſition qu'on faſſe pour le rapport entre les reſiſtances & les viteſſes.

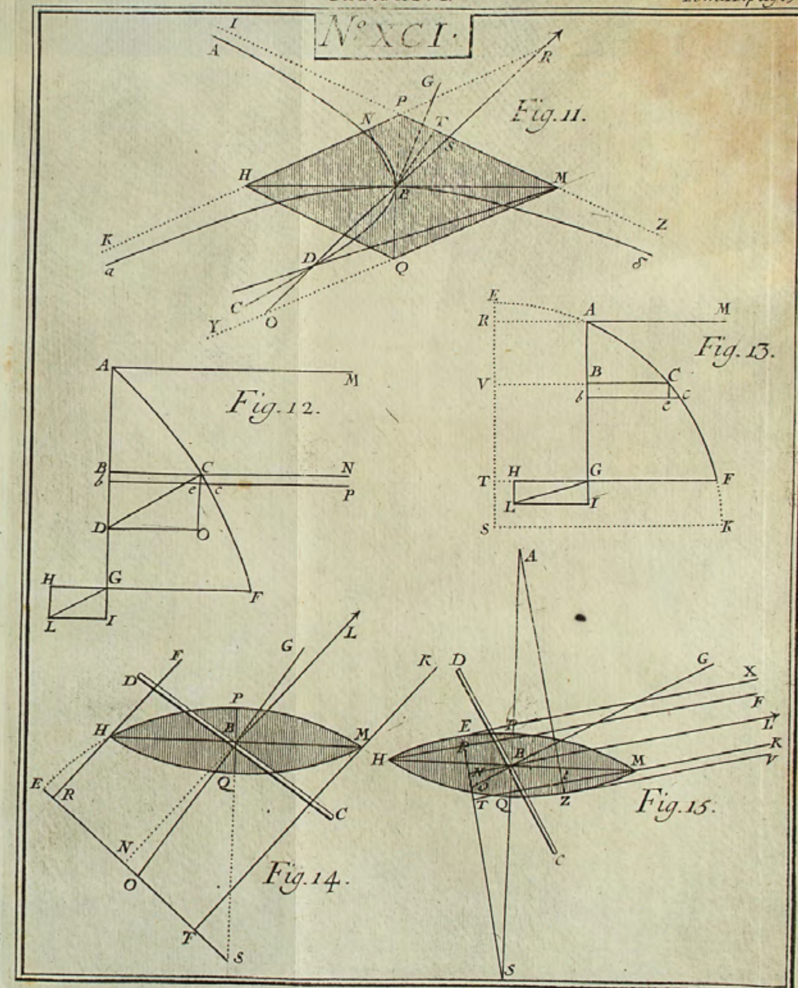
CHAPI-

Tab. XXVI. Tom. II. pag. 72.



s grande consé-
a passé cette er-
vient; En voici
livre de Mr. le
iverselle du mois
phe, il ne fait
dans ce qu'il veut
MEME TEMPS
écrivant ces mots
e remarquer, qu'il
BL, mais seule-
ir BL. 2°. Au
e la raison pour-
rte beaucoup de
pour déterminer
seulement au plus
avec le côté qu'a-
mais encore à l'im-
par le vent, sur
ant abstraction de
aisseau, l'unique
érive étoit fondée
e le côté du vais-
à sa figure, dont
ns là replique qu'il
dit sur la fin que
NAU *seroit vraie,*
esse du vaisseau, au
tesses. Or je pré-
ns une supposit'on
quantité de la dé-
lération de la figu-
dement à la déter-
position qu'on fasse
s vitesses.

CHAPI-



MAN

C

De l'endroit le p
afin qu'i

AVant que
que bien c
minée par rappo
tion de la ligne
faire avec la qu
quel point de la
B doit être arbo
tre le vaisseau se
y ait équilibre e
l'une ne fasse pas
seau autour du
pivot.

Je sai que ce
ra selon le change
mât environ dan
à peu près égalem
il le faudroit me-
peu d'effort que
de l'autre, & qui
être aisément con
empêcher que le
ne soit troublé.
d'effort que le go
de force perduë
conséquent la vi
Joan. Bernoulli

CHAPITRE XII.

De l'endroit le plus commode pour planter le Mât dans le Vaiſſeau, afin qu'il mette la reſiſtance de l'eau en équilibre.

I.

AVant que de finir ce diſcours il eſt à propos d'avertir, que bien que la ligne BG, telle que nous l'avons déterminée par rapport à la ligne de la route BL, marque la direction de la ligne de la force mouvante, ou l'angle qu'elle doit faire avec la quille BM; on ne ſait pourtant pas encore de quel point de la quille cette ligne doit partir, ou en quel point B doit être arboré le Mât, afin que la reſiſtance de l'eau contre le vaiſſeau ſe partage ſi bien de côté & d'autre de BG, qu'il y ait équilibre entre ces deux parties de la reſiſtance, & que l'une ne faſſe pas plus d'effort que l'autre, pour tourner le vaiſſeau autour du point B, où eſt le mât, qui en eſt comme le pivot.

II.

Je ſai que ce point B ne peut pas être fixe, & qu'il changera ſelon le changement de la dérive; c'eſt pourquoi on plante le mât environ dans le point dn milieu du vaiſſeau, afin qu'il ſoit à peu près également proche de tous les véritables endroits où il le faudroit mettre pour toutes les differentes dérives; & le peu d'effort que fait la reſiſtance de l'eau d'un côté plus que de l'autre, & qui feroit tournoyer le vaiſſeau au tour de B, peut être aiſément contrebalancé par la direction du gouvernail pour empêcher que le parallelisme du mouvement de la quille HM ne ſoit troublé. Il eſt pourtant auſſi vrai, que plus cet excès d'effort que le gouvernail doit détruire eſt grand, plus il y a de force perduë dans celle qui fait avancer le vaiſſeau, & par conſéquent la viteſſe en ſera plus retardée. Car il eſt viſible,

 que

que l'effort de la resistance étant balancé contre le mât, le gouvernail pourra demeurer dans l'inaction, c'est-à-dire, dans une situation parallèle à la ligne de la route, pendant que le vaisseau gardera toûjours le parallélisme de son mouvement, ensorte que la force du vent n'ayant pas à vaincre la resistance du gouvernail, elle sera employée toute entiere à faire avancer le vaisseau.

I I I.

Aussi ne sera-t-il pas tout à fait inutile, de démontrer ici une maniere de déterminer pour chaque route *l'axe de la resistance moyenne* [j'appelle ainsi la ligne BG, qui met en équilibre la resistance de part & d'autre] & partant le point où doit être placé le mât, qui sera celui où cet axe coupe la ligne de la quille. Je m'étonne que ni Mr. RENAU ni Mr. HUGUENS n'ayent point songé à cette question, qui paroît pourtant assez essentielle à la Théorie de la Manœuvre des vaisseaux.

I V.

TAB. XXVII. *Fig.* 16. Soit, comme dans la *Fig. XII.* ACF un arc d'une courbe quelconque mû dans l'eau suivant la direction AM; AG perpendiculaire à AM, sur laquelle sont prises les abscisses AB, qui répondent aux ordonnées BC parallèles à AM. Nous avons démontré que chaque élement ou differentielle de la courbe Cc est poussé par la resistance suivant la perpendiculaire CD avec une force proportionnelle à $dx^2 : dt$; laquelle étant décomposée en deux forces laterales, donne pour la parallèle à AM suivant CB, $dx^3 : dt^2$, & pour la perpendiculaire suivant CO, $dx^2 dy : dt^2$. Ainsi considerant les forces parallèles suivant CB, comme appliquées aux points B, & les forces perpendiculaires suivant CO, aux points Q; nous aurons une espece de levier GAZ à deux bras GA & ZA qui font un angle droit GAZ, & qui sont chargés dans tous leurs points B & Q, des forces proportionnelles à $dx^3 : dt^2$ & dx^2

$dx^2 dy : dt^2$, lesquelles agissent perpendiculairement les une sur AB, & les autres sur AZ.

V.

Ou si on aime mieux on pourra prendre GAZ, comme deux lignes inflexibles en forme d'équerre, & pesantes, dont les poids élementaires aux points B & Q observent la même proportion, savoir de $dx^3 : dt^2$, & de $dx^2 dy : dt^2$.

V I.

De quelque maniere que l'on considère donc la chose, il est clair, que si au centre de force, ou de pesanteur, R de la ligne AG on applique la ligne KR, cette ligne deviendra l'axe de l'équilibre de toutes les forces, qui agissent sur AG, ou de toutes celles qui agissent suivant la même direction sur l'arc ACF; c'est-à-dire que KR est l'axe des forces laterales paralléles, qui les balance également, ou qui les soutient en équilibre. Par la même raison TX, appliquée au centre de force, ou de pesanteur, de la ligne AZ, sera l'axe des forces laterales perpendiculaires, qui les met en équilibre.

V I I.

Le point S, où se rencontrent ces deux axes d'équilibre, sera donc le centre où se réünissent toutes les forces, tant paralléles que perpendiculaires, c'est-à-dire, toute la resistance que l'eau fait à l'arc ACF: Ainsi la ligne droite NV qui passe par ce centre S, & qui est parallele à la ligne de la force mouvante LG, dont nous avons ci-dessus déterminé la direction, sera l'axe de la resistance moyenne; qui aura cette qualité, que si au point S, ou dans un autre point de la ligne NSV, on attache une corde infiniment longue, pour trainer suivant la direction SV le plan AGF terminé par l'arc ACF, que je suppose être seul exposé à l'action de la resistance, le mouvement se ſe fera ſuivant la direction SK, nonobſtant la direction SV de la force qui traine; & la reſiſtance contre l'arc AP ſera contrebalancée par la reſiſtance contre l'arc FP.

VIII.

Ou ſi ſuppoſant le plan AGF en repos, & attaché à la corde SV d'une longueur quelconque, un torrent heurte continuellement contre l'arc ACF, ſuivant la direction KS, ou ZA; je dis que non ſeulement le plan AGF ne pourra pas être entrainé, mais auſſi qu'il ne pourra pas être tourné autour du point, où eſt attaché la corde, à cauſe de l'équilibre, qui ſe fait entre les deux parties de l'action de l'eau ſur les deux arc AP & FP: enſorte qu'il demeurera ſuſpendu comme immobile, & bandera la corde, de toute la force que le torrent peut imprimer à l'arc ACF; & que ſi la corde venoit à ſe rompre, le plan AGF commenceroit dans le premier moment à deſcendre, non point ſuivant la direction du torrent SR, mais ſuivant SN; quoi qu'il ſoit vrai, que ce mouvement oblique s'accommoderoit dans la ſuite peu à peu au mouvement de l'eau, à meſure que le plan entrainé par le torrent ſeroit enfin parvenu à une viteſſe égale à celle du torrent.

IX.

Ce ſont là des raiſonnemens, qu'on pourroit aiſément verifier par l'Expérience, qui ne manqueroit pas, à coup ſûr, de decider en faveur de ma méthode d'expliquer la nature de la dérive, & de déterminer les lignes de la route & de la force mouvante l'une par l'autre, comme auſſi l'axe de la reſiſtance moyenne.

CHAPI-

CHAPITRE XIII.

De l'Axe & du Centre de la reſiſtance moyenne de l'eau, déterminés par une conſtruction géométrique.

I.

J'AI fait voir que pour déterminer l'axe de la reſiſtance moyenne, il s'agit de trouver les centres de gravité R & T, des deux lignes AG & AZ peſantes, dont les élemens de peſanteur ſoient reſpectivement comme $dx^3 : dt^2$ & $dx^2 dy : dt^2$. Or, par les principes de la Statique, on trouve le centre de gravité de pluſieurs poids en ligne droite, en diviſant la ſomme des moments de ces poids par la ſomme des poids mêmes; par le moment, on entend le produit d'un poids par ſa diſtance à un point fixe, que l'on prend pour le point d'appui, ou pour le centre du mouvement. Ainſi prenant A pour ce point, on aura le moment de toute la ligne AG [composée d'une infinité de poids] $= \int (x dx^3 : dt^2)$, bien entendu qu'on ſuppoſe x devenir $= AG = c$. La ſomme des poids eſt $\int (dx^3 : dt^2)$; donc $AR = \int (x dx^3 : dt^2)$ diviſé par $\int (dx^3 : dt^2)$. Il en eſt de même de AT, qui ſe trouvera $= \int (y dx^2 dy : dt^2)$ diviſé par $\int (dx^2 dy : dt^2)$.

II.

Si ACF eſt un arc de cercle, ces valeurs de AR & de AT deviennent encore fort à propos integrables, & peuvent par conſéquent ſe conſtruire par la Géométrie ordinaire. Car tranſportant à la *Fig. XVI.* les lettres algébraïques de l'Art. 4. du Chap. IX. on aura $x dx^3 : dt^2 = (bbx - x^3 + 2hxx)\, dx : aa$, dont l'integrale $= (\frac{1}{2} bbx^2 - \frac{1}{4} x^4 + \frac{2}{3} hx^3) : aa$, & comme $\int (dx^3 : dt^2)$ a été trouvé $= (bbx - \frac{1}{3} x^3 + hxx) : aa$, par la ſubſtitution il viendra $AR = (\frac{1}{2} bbxx - \frac{1}{4} x^4 + \frac{2}{3} hx^3) : (bbx - \frac{1}{3} x^3 + hxx) = (6bbx - 3x^3 + 8hxx) : (12bb - 4xx + 12hx)$.

 De

De plus on aura $ydx^2 dy : dt^2 = -b + \surd(bb - xx + 2bx)$ multiplié par $(b - x)\surd(bb - xx + 2bx)\,dx : aa$, ce qui produit $((-bb + bx)\surd(bb - xx + 2bx) + bbb - 3bxx + 2bbx - bbx + x^3)\,dx : aa$ dont l'intégrale $= (-\frac{1}{3}b(bb - xx + 2bx)^{\frac{3}{2}} + bbbx - bx^3 + bbxx - \frac{1}{2}bbxx + \frac{1}{4}x^4) : aa$; mais cette quantité par la supposition de $x = 0$, devient $-\frac{1}{3}b^4 : aa$; ce qu'il faut joindre sous le signe contraire à l'integrale trouvée, pour la faire évanouïr dans le cas de $x = 0$; ainsi nous aurons $\int(ydx^2 dy : dt^2)$ $= (-\frac{1}{3}b(bb - xx + 2bx)^{\frac{3}{2}} + bbbx - bx^3 + bbxx - \frac{1}{2}bbxx + \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}b^4) : aa$ & puisque $\int(dx^2 dy : dt^2)$ a été trouvé $= (\frac{1}{3}(bb - xx + 2bx)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}b^3) : aa$ en substituant on aura $AT = (-\frac{1}{3}(bb - xx + 2bx)^{\frac{3}{2}} + bbbx - bx^3 + bbxx - \frac{1}{2}bbxx + \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}b^4) : (\frac{1}{3}(bb - xx + 2bx)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}b^3)$.

III.

Ayant ainsi déterminé AR & AT, on aura S le centre de la resistance moyenne, comme aussi la position de SV parallèle à LG, qui sera l'axe de l'équilibre de la resistance; mais je ne m'arrête pas à chercher par une operation géométrique la construction de ces deux lignes AR & AT exprimées analytiquement; elle deviendroit trop pénible, & je la néglige avec d'autant plus de raison, que j'enseignerai une autre construction, beaucoup plus courte & plus simple, tirée de la consideration particuliere des forces, qui tendent toutes vers un point donné, après que j'aurai fait remarquer les cas les plus faciles, qui suivent de ces expressions analytiques. Si $b = 0$, c'est-à-dire, si l'eau frise l'extrémité A, & partant si $h = a$; alors AR sera $= (-3xx + 8ax) : (-4x + 12a)$, ou [mettant c pour x] $(-3cc + 8ac) : (-4c + 12a)$, & $AT = (-3ax^3 + 3aaxx + \frac{3}{4}x^4) : (-xx + 2ax)^{\frac{3}{2}}$; ou $(-3ac^3 + 3aacc + \frac{3}{4}c^4) : (-cc + 2ac)^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{4}\surd(2ac - cc) = \frac{3}{4}$ GF.

IV.

IV.

Ce qui donne occasion à la construction suivante: Soit donné un arc de cercle quelconque APF, mû dans l'eau suivant la tangente AT; N, est le centre de cet arc; NA, le rayon au point d'attouchement; FG, perpendiculaire sur NA; AE, diamètre du demi-cercle AFE. Prolongez AE en Y, en sorte que EY = au rayon: Prenez NR = aux trois quarts de la troisieme proportionnelle de YG à EG: Elevez la perpendiculaire RS, & la faites = aux trois quarts de GF: Tirez enfin NS; je dis que le point S sera le centre de la resistance moyenne, & NS l'axe de l'équilibre de la resistance moyenne. TAB. XXVII. *Fig.* 17.

Demonstration.

Car [nommant comme dans l'analyse AN, ou NE $= a$ $=$ EY, & AG $= c$] on aura YG $[3a - c]$: EG $[2a - c]$ $=$ EG $[2a - c] : \frac{4aa - 4ac + cc}{3a - c}$, dont les trois quarts $(12aa - 12ac + 3cc) : (12a - 4c) =$ [par constr.] NR; par conséquent AR [AN $-$ NR] $= (8ac - 3cc) : (12a - 4c)$, & AT [RS] est [par constr.] $= \frac{3}{4}$ GF: donc le point S est le centre de la resistance moyenne; ce qu'il falloit démontrer en premier lieu. De plus RS : RN $=$ [par construct.] $\frac{3}{4}$ GF ou $\frac{3}{4}\surd(2ac - cc) : \frac{12aa - 12ac + 3cc}{12a - 4c}$ $=$ [en divisant par $\surd(2a - c)$] $\surd c : \frac{(2a - c)\surd(2a - c)}{3a - c}$ $=$ [multipl. par $(3a - c)\surd c$] $3ac - cc : (2a - c)\surd(2ac - cc) =$ [par l'Art. 5. du Chap. IX.] GH : GI, ou HL. Donc NS est parallèle à LG; donc aussi NS est l'axe de l'équilibre de la resistance moyenne; ce qu'il falloit démontrer en second lieu.

V.

V.

Mais sans faire aucun calcul analytique, la consideration de la pression du fluide sur un arc de cercle, mû suivant une direction AT quelconque, soit qu'elle touche l'arc AF, ou qu'elle le coupe, fournit une construction très-facile & très-simple: Car comme cette pression de la resistance est composée d'une infinité de forces appliquées sur les élémens de cet arc, lesquelles forces tendent toutes vers un point commun N, qui en est le centre, & où elles se réünissent, desorte que l'axe de l'équilibre passe aussi nécessairement par le même point; Et comme il est outre cela parallèle à GL; on voit que pour la décrire, dans la figure du vaisseau pour le premier des deux cas exprimés dans l'Art. 2. du Chapit. X. il ne faut que tirer par le centre S (Voyés Fig. XIV.) une parallèle à la ligne de la force mouvante BG; cette parallèle sera l'axe de l'équilibre de la resistance, & le point où elle coupe la ligne de la quille HM, sera le véritable endroit, où il faudroit arborer le Mât, au moins pour la dérive LBM.

VI.

Quant à l'autre cas, il faut tirer séparément par le centre S (Voyés Fig. XV.) l'axe de l'équilibre de la resistance contre l'arc ME & puis on tirera aussi par le centre A l'axe de l'équilibre de la resistance contre l'arc MZ: Il est manifeste, que l'intersection de ces deux axes sera le centre de toute la resistance moyenne; c'est pourquoi la ligne menée par ce point parallèle à BG, sera l'axe commun de l'équilibre, & par conséquent où il rencontre la ligne de la quille, ce sera l'endroit du mât.

VII.

Or comme on voit aisément, que dans l'un & l'autre de ces cas, ce point de concours se trouve toûjours entre B & M, plus ou moins éloigné de B selon les differentes dérives, ou selon les differentes positions de la voile, & de la quille; Il est évident, que le mât devant être planté dans un endroit fixe, on doit choisir pour cela un point plus proche de la proue que de la pouppe, & qui soit éloigné de B d'un éloignement moyen entre le plus petit éloignement qui est nul, & le plus grand: De cette maniere, le parallèlisme dans le mouvement du vaisseau se conservera, sans que le gouvernail ait besoin d'y contribuer beaucoup, & par conséquent sans qu'il s'oppose sensiblement à l'effet de la force du vent, c'est-à-dire, à la vitesse du vaisseau.

CHAPITRE XIV.

De la Courbure de la Voile.

I.

JE fis voir le premier dans le *Journal des Sçavans* du mois d'*Avril 1692*,* & après moi, feu mon Frere dans les *Actes de Leipsic* au mois de *May* suivant, que la Courbure de la Voile doit être la même que la Chainette, supposé que le vent donne obliquement dans la voile, & qu'il ne s'arrête pas dans sa cavité; car autrement la nature de la courbe change, selon les diverses maniéres dont la voile reçoit le vent, & selon qu'elle le retient, ou qu'elle le laisse échapper, plus ou moins librement.

II.

Jusqu'ici nous avons supposé, que la Voile étoit une superficie plate, que le vent poussoit suivant une seule détermination, qui lui est perpendiculaire; mais une superficie courbe étant poussée par un même vent, suivant autant de déterminations differentes qu'il y a de differentes perpendiculaires à la courbe; il est manifeste que nôtre Théorie seroit inutile pour la pratique, si

* Ci dessus N°. VII.

si toutes ces directions ou déterminations des forces ne pouvoient pas être réduites à une détermination moyenne, selon laquelle la force du vent pousse tout le vaisseau, & laquelle par conséquent doit être directement opposée à la force moyenne de la resistance de l'eau : En effet Mr. RENAU à fort bien remarqué dans son Traité pag. 106. que *le vaisseau sera poussé de la même maniere, que si sa voile étant plate, elle étoit située suivant une ligne perpendiculaire à la Direction moyenne entre toutes les forces, dont la voile est poussée vers la direction moyenne*; ce sont là ses propres termes : Cependant il n'a pas entrepris de déterminer cette moyenne force & direction, si non par conjecture; quoiqu'il soit très-important de la sçavoir au juste, puisque c'est de cette direction que dépend la substitution (laquelle on peut faire dans la pensée) d'une Voile plate équivalente.

I I I.

Feu mon Frere a donné à la vérité une règle pour cela dans les *Actes de Leipsic* 1692, p. 204, mais que lui-même a reconnu ensuite être fautive, de même que la plûpart des autres propositions qu'il a avancées sur cette matiere, qui sont fausses; voulant donc les corriger il donna une nouvelle règle pour la direction moyenne, dans les mêmes *Actes* en 1694, p. 275, mais qui ne se rencontra pas meilleure que la premiere; ce qu'il reconnoit encore lui-même dans les *Actes* de l'Année suivante 1695, p. 547 & 548, où rejettant les deux premieres; il en propose enfin une troisiéme, que je trouve effectivement n'être pas fausse; mais outre qu'elle suppose que la nature de la courbe est donnée par une équation, elle est encore exprimée par des grandeurs differentielles, qui ne donnent qu'une idée très-confuse d'une chose très-simple en elle-même, & que je détermine par le moyen de la seule position donnée des deux tangentes extrêmes de la voile, sans supposer qu'on connoisse, ni la nature de la courbe, ni aucune autre chose.

I V. Ce

I V.

Ce n'est pas la méthode generale, dont je me suis servi cidessus dans la recherche de l'axe de l'équilibre de la resistance moyenne, & qui pourroit aussi être employée ici, quoique moins commodément; ce n'est pas, dis-je, la méthode generale, qui m'a conduit à la découverte d'un Theoréme très-curieux & très-utile pour la pratique, quand il est question de déterminer la direction moyenne & l'axe de l'équilibre des impulsions du vent contre la voile; mais c'est une autre méthode particuliere, que je communiquerai dans la suite; mais voyons auparavant en quoi consiste la Regle de mon Frere.

V.

Soit ABH une courbe quelconque, qui represente non seulement une voile enflée par le vent, mais aussi un morceau de linge rempli d'une liqueur uniformément ou non-uniformément pesante, ou si l'on veut, soit ABH une corde parfaitement fléxible, poussée ou tirée dans tous ses points, de maniere qu'elle forme une ligne courbe par une infinité de puissances égales ou inégales, chacune suivant une direction perpendiculaire à la courbe. L'abscisse AF $= x$; l'ordonnée FB $= y$; la courbe AB $= s$; AC & BC sont deux tangentes aux points A & B, qui se rencontrent en C; BD est une perpendiculaire : Cela posé, mon Frere ordonne de prendre BD $= (x ds^2 + x dy ds) : dx^2$, & de tirer ensuite CD, qui sera l'axe de l'équilibre des impulsions du vent faites sur la portion AB. TAB. XXVII. *Fig.* 18.

V I.

Je remarque ici (ce qui soit dit en passant) qu'il auroit pû exprimer plus simplement la ligne BD, en la faisant $= x ds : (ds - dy)$; car $x ds : (ds - dy)$ est $= (x ds^2 + x dy ds) : dx^2$, & ainsi elles ne font qu'une même quantité; vérité dont chacun peut aisément se convaincre, si comparant, ces deux expréssions ensemble, on les multiplie ensuite en croix.

L 2 CHA-

CHAPITRE XV.

De l'axe de l'équilibre des impréssions du Vent sur une Voile courbe, déterminé par un Theoréme que l'on démontre par quelques Propositions de Statique.

I.

VOici maintenant mon Theoréme conçû en peu de mots, sans tirer la ligne BD & sans considerer les x, y & s.

THEORE'ME.

La ligne CD, qui coupe l'angle ACB en deux également, sera la direction moyenne & l'axe de l'équilibre des impressions sur la portion de la courbe AB.

Pour démontrer ce Theoréme, je me servirai de quelques propositions déduites de la Statique commune.

I I.

PROPOS. I.

TAB. XXVII. Fig. 19. *Si trois forces A, B, F, tirent ensemble un point C, & qu'elles soient en équilibre mutuellement: Je dis que si la direction de l'une FC est prolongée en D; Les trois forces A, B & F seront respectivement comme les sinus de ces trois angles DCB, DCA, & ACB, ou de son complément à deux droits.*

Cette proposition se trouve démontrée dans presque tous les livres de Méchanique: Voyez entre autres la proposition fondamentale de Mr. VARIGNON dans son *Projet d'une Nouvelle Mechanique* pag. 11.

I I I.

COROLLAIRE.

Si FCD partage également l'angle ACB, les deux forces A & B seront égales.

IV.

I V.

PROPOS. I I.

Si ACDB est un fil, ou une corde, attachée ou soutenuë aux deux extremités A & B, pendant qu'aux deux points C & D elle est bandée ou tenduë par deux puissances ou forces CR & DS: Je dis que la direction moyenne de ces deux puissances, ou leur axe d'équilibre, sera XV diagonale du trapeze, qui se forme par la prolongation des lignes AC, BD, & RC, SD. TAB. XXVII. Fig. 20.

DEMONSTR. Car il est manifeste que les deux cordes AC & BD sont tenduës de la même maniere, par les forces CR & DS, que si les cordes AC, BD prolongées en c & d, & jointes par la corde cd parallele à CD, étoient tenduës par les mêmes forces cr, ds, & suivant les mêmes directions; parce que les directions des resistances & des forces Ac, cd, Bd, & cr, ds, demeurant les mêmes que AC, CD, BD & CR, DS, il se fera encore le même équilibre entre les resistances & les forces; c'est-à-dire, qu'il faudra autant de force en A & B pour soutenir la corde AcdB tenduë par les deux forces cr & ds, qu'il en faut pour soutenir la corde ACDB tenduë par les forces CR & DS, égales & parallèles à cr & ds, supposé CD parallèle à cd. Les forces cr & ds ont donc la même direction moyenne que les forces CR & DS: C'est pourquoi concevant que cd soit infiniment proche du point de concours X, & partant infiniment petite, ensorte que les points c & d se confondent enfin au point X; ce sera la même chose, que si ce point X étoit tiré par deux forces XL & XM égales & parallèles aux forces CR & DS. Or il est visible que la direction de la force moyenne de XL & de XM doit passer par le point X, puisque c'est la diagonale du parallèlogramme ML fait par les deux côtés XL & XM: La ligne XN sera donc aussi la quantité & direction moyennes des forces CR & DS. Que si nous considerons présentement RCDS comme une corde soutenuë par les deux bouts R & S, & tenduë par deux forces

L 3 CA

CA & DB, ce qu'il eſt permis de s'imaginer; on ſuivra le le même raiſonnement pour prouver que la direction moyenne des forces CA & DB, qui doit être directement oppoſée à la premiere XN [puiſque ce ſont les directions de l'action & de la réaction] paſſera par le point de concours V; d'où il s'enſuit que XV ſera la commune direction moyenne des forces CR, DS, qui tendent la corde, auſſi bien que des reſiſtances ou des tenſions, que ſouffre la corde ſuivant CA, DB; ainſi XN & XV ſeront ſituées en ligne droite.

V.

Cette démonſtration peut encore être abregée de la maniere ſuivante: Les forces tendantes CR, DS ſont diſpoſées comme ſi elles partoient du point V; & l'on peut conſiderer les forces reſiſtantes CA, DB comme partantes du point X: Les points V & X peuvent donc auſſi être regardés comme les deux extrémités d'une ligne infléxible VX, pouſſée de V vers X par la réaction moyenne des forces tendantes, & repouſſée de X vers V par réaction moyenne des forces reſiſtantes: d'où il eſt aiſé de conclurre, que VX doit être la commune direction moyenne des forces tendantes & des reſiſtances.

VI.

Coroll.

Si les deux angles ACD & BDC, égaux ou inégaux, ſont coupés également par les directions des forces VCR, VDS; c'eſt-à-dire ſi ACV = DCV, & BDV = CDV; les trois portions de la corde AC, CD, & DB, ſeront également bandées, ou bien, chacune aura beſoin de la même fermeté pour reſiſter à la rupture. Car, par le Coroll. de la Propoſition précédente, la force avec laquelle DC eſt tiré ou tendu de D vers C par la puiſſance CR, eſt égale à la force avec laquelle AC eſt tiré ou tendu de A vers C par cette même puiſſance CR: Et pareillement les forces avec leſquelles CD & BC ſont tirées

tirées ou tendus de C vers D, & de B vers D par la puiſſance DS, ſont égales entre elles. Or le point C eſt tiré vers D par un effort égal à celui avec lequel D eſt tiré vers C, à cauſe de l'égalité qu'il y a entre l'action & la réaction. Donc les tenſions, & partant les fermetés requiſes pour empêcher la rupture, ſont égales dans les trois portions du fil AC, CD, & DB.

VII.

Propos. III.

Le fil ou la corde ACDEFB, attachée ou ſoutenuë aux extremités A & B, étant tenduë par pluſieurs puiſſances CR, DS, ET, FP &c. quelconques, enſorte qu'elle prenne la forme d'un polygone ACDEF: Je dis que 1°. *La direction moyenne VX, ou l'axe de l'équilibre de ces forces ou puiſſances, paſſera par le concours X des portions extrêmes de la corde AC, BF prolongées, & par le centre de gravité O des points L, M, N, K, après avoir tiré les lignes XL, XM, XN, XK paralléles & égales à leurs reſpectives CR, DS, ET, FP.* 2°. *La quantité de la force ou puiſſance moyenne ſera exprimée par la quatrieme proportionnelle de l'unité, du nombre des points L, M, N, K & de la diſtance de leur centre de gravité au point X.* TAB. XXVII. Fig. 21.

Demonstr. La premiere partie de cette propoſition ſe démontre par la précédente: Car la direction moyenne des deux forces CR & DS paſſant par le concours G, des deux portions du fil AC, ED prolongées; on pourra à la place du fil ACDEF tendu par trois puiſſances en C, D, & E, ſubſtituer le fil AGEF, tendu ſeulement par deux puiſſances en G & E, dont celle en G ſoit la moyenne de CR & DS; ainſi la direction des deux forces ou puiſſances en G & E, c'eſt-à-dire, des trois en C, D, & E, paſſera par le concours H des deux portions du fil AC, FE prolongées: En continuant de cette maniere on prouvera, que la moyenne direction de toutes les puiſſances CR, DS, ET, FP &c. paſſera par le concours X des portions extrêmes du fil AC, AC, BF prolongées. La seconde partie de cette proposition est claire par l'Articl. 16 du Chap. I.

VIII.

COROLL. I.

Si tous les angles du poylgone, représenté par la corde tenduë, égaux ou inégaux, sont coupés également par les directions des puissances, comme on l'a supposé dans le Corollaire de la Propos. II; on prouvera de même, que toutes les portions AC, CD, DE &c. du fil ACDEFB sont également tenduës ou bandées.

IX.

COROLL. II.

Or puisque les deux portions AC & BF sont tenduës de la même maniere qu'elle le seroient, si elles étoient continuées en X, & qu'on y appliquât la force moyenne suivant la direction moyenne VX; il faut que AX & BX, en faisant la supposition précédente, soient aussi également tenduës: donc par la converse du Coroll. de la Prop. I. VX coupe l'angle AXB en deux parties égales.

X.

COROLL. III.

Si, faisant toûjours la même supposition, le nombre des puissances CR, DS, ET, FP &c. est infini, le polygone ACDEFB dégenere en une ligne courbe, sur laquelle les directions CR, DS, ET, FP &c. sont perpendiculaires; ensorte qu'elle représente fort bien une voile, ou un linge enflé par le vent ou rempli d'une liqueur, dont toutes les pressions, égales ou inégales, agissent sur chaque petite partie de la courbe, suivant une direction perpendiculaire à la courbe; De maniere que le Théoréme avancé dans le premier Article de ce Chapitre est entierement démontré.

XI.

XI.

Ceux qui sont employés dans la marine seront sans doute bien-aises de savoir ce Théoréme, puisqu'il leur servira de règle pour connoître, si la ligne de la force mouvante a la situation qu'ils souhaitent; d'autant plus que sans se mettre en peine de la nature de la courbe, ils n'ont qu'à tirer deux tangentes aux extrémités de la voile; soit par estimation, en imaginant ces tangentes tirées; soit réellement, en les tirant effectivement par le moyen de deux ficelles, ou de quelle autre maniere que ce soit; car la ligne droite qui coupe en deux parties égales l'angle que font les deux tangentes, sera infailliblement la moyenne direction de l'impulsion du vent, ou la ligne de la force mouvante, suivant laquelle le vent fait son effort sur la voile, & la voile sur le vaisseau, qui par là sera déterminé à se mouvoir, non point suivant la même ligne, mais suivant celle que demande la figure du vaisseau & la position de la quille, pour que la resistance moyenne de l'eau contre le vaisseau soit directement opposée à la force moyenne du vent sur la voile; c'est-à-dire, que les deux axes de l'équilibre tant de la resistance de l'eau, que de la force mouvante du vent, rapportés sur le plan horizontal, se répondent parfaitement en ligne droite: c'est ce qui a fait la principale matiere de ce Traité.

XII.

Quant au reste, j'avoüe que j'ai supposé avec Mr. RENAU dans sa Théorie, & avec Mr. HUGUENS dans son Objection, que la vitesse du vent est infiniment plus grande que celle du vaisseau; car autrement, le même vent ne pousseroit pas avec la même force la voile du vaisseau, quand il est déja en mouvement pour fuir le vent, que quand il commence à se mouvoir. Et deux vaisseaux suivants deux routes differentes, quoiqu'avec des vitesses égales, le vent n'agiroit pas également sur leurs voiles, ni avec la même impétuosité; car le vaisseau qui avance plus selon la ligne du vent, rend inutile une plus grande partie de la viteſſe du vent, que celui qui avance moins ſuivant la même ligne; puiſque ce n'eſt pas la viteſſe abſoluë, mais la relative, ou la difference de deux viteſſes en un même ſens, qui doit être eſtimée dans le choc des corps.

XIII.

Or quoiqu'il ſoit vrai, que la rapidité du vent n'eſt pas infinie, & qu'ainſi à parler à toute rigueur, les règles que j'ai données dans ce Traité, concernant la viteſſe du vaiſſeau, ne peuvent pas avoir une exactitude géométrique; il ſuffit que la viteſſe du vent ſoit ſi grande, par rapport à celle du vaiſſeau, que, quelque grande que cette derniere ſoit, elle ne puiſſe pas entrer en comparaiſon avec la viteſſe du vent, pour en conclurre, que dans le fait, l'erreur qui reſulte de mes règles devient imperceptible: Erreur qu'il vaut par conſéquent beaucoup mieux négliger dans la pratique, comme une choſe de très-petite importance, que de ſe jetter dans le détail épineux d'un calcul long & pénible, en voulant s'attacher trop ſcrupuleuſement à une préciſion, qui quand même on viendroit à bout de la déterminer avec exactitude, ne produiroit aucune utilité conſiderable dans la pratique.

XIV.

Je ſai que feu mon Frere fit autrefois cette objection, qu'il croyoit être de quelque conſéquence, à Mrs. RENAU & HUGUENS dans les *Actes de Leipſic* de 1695. pag. 549 & 550, & que ſans s'engager dans cette diſpute, il ſe contenta de dire que Mr. HUGUENS approchoit plus de la vérité; cependant le calcul qu'il y fait, pour appuyer ſon objection, & pour faire voir que la difference peut devenir très-ſenſible dans des voyages de longs cours, ne me paroît pas convaincant: parce qu'il y a des ſuppoſitions qu'on ne lui accorderoit pas aiſément: quoiqu'il en ſoit, ce que j'ai démontré touchant la viteſſe d'un vaiſſeau, ne ſert uniquement que dans le cas, où l'on

l'on ſuppoſe que la viteſſe du vent eſt incomparablement plus grande que celle du vaiſſeau.

CHAPITRE XVI.

Méthode nouvelle pour trouver la Nature des Courbes des Voiles, des Linges, des Cordes &c. dilatés par l'action d'un fluide quelconque.

I.

AVant que de finir cet ouvrage, je me ſervirai de cette occaſion pour communiquer au Public une nouvelle Méthode, propre à déterminer la nature des Courbes des Voiles, des Linges, des Cordes, & en general de toute maniere flexible dilatée en ligne courbe par l'action quelconque d'un fluide, ſoit qu'il agiſſe par ſa peſanteur, ou par ſon mouvement, ou par l'un & l'autre enſemble, ſoit qu'il agiſſe par un reſſort uniforme, ou non-uniforme, s'il en a un, comme l'air; en un mot, par quelque cauſe que ſe faſſe la preſſion; pourvû que ſa direction ſoit par tout perpendiculaire à la courbe, & que la Loi des forces qui preſſent ſoit donnée. Cette Méthode, que je vais communiquer préſentement, m'eſt connuë depuis fort long-temps; elle eſt differente de celle que je publiai autrefois, & qui conſiſte dans la décompoſition des forces élementaires, qui preſſent ſur la courbe, dans ſes collaterales paralléles & perpendiculaires aux abſciſſes, ſemblable à peu près à la maniere, que j'ai employée, dans ce Traité, pour déterminer la direction moyenne de la reſiſtance de l'eau contre le vaiſſeau. J'inventai la ſeconde de ces Méthodes peu de temps aprés la premiere; mais de certaines raiſons, qui ne ſubſiſtent plus, m'empêchérent de rendre alors publique celle dont il eſt ici queſtion: Je profite de l'occaſion qui ſe préſente à en faire part au Public; ſans quoi, je n'y aurois peut-être plus penſé.

I I.

TAB. XXVII. *Fig.* 21. Considerons le polygone ACDEFB comme composé d'une infinité de côtés AC, CD, DE &c. c'est sous cette idée qu'on a accoûtumé de considerer en certaines occasions les Lignes courbes. Supposé les petits côtés AC, CD, DE, EF &c. égaux entr'eux, les angles externes ACI, CDG, DEH &c. seront les mesures des convexités de la courbe aux points C, D, E, &c. & par conséquent réciproquement proportionels aux rayons de la développée, ou des cercles osculateurs des mêmes points C, D, E &c. Si donc ACDEFB est un fil courbé par une infinité de puissances appliquées aux points C, D, E &c. dont les lignes de direction *r* CR, *s* DS, *t* ET &c. soient perpendiculaires à la courbe, c'est-à-dire que tous les angles *r* CA, *r* CD, *s* DC, *s* DE, *t* ED, *t* EF &c. soient comme des angles droits, & partant égaux entr'eux; Il s'ensuit, par le Coroll. de la Propos. II, & par le Coroll. 2. de la Propos. III, que les petites parties du fil AC, CD, DE &c. sont toutes également bandées; & qu'ainsi le fil, la voile, le linge &c. quoiqu'inégalement pressés suivant les perpendiculaires, ne laissent pas pour cela d'être également tendus suivant les tangentes, & d'être par conséquent également sujets à la rupture, dans tous les points de la courbe que cause la pression du fluide.

I I I.

De plus la puissance CR est à la force de la tension du fil CD [que nous nommerons ici T], comme le sinus de l'angle ACI, au sinus de l'angle AC*r*, c'est-à-dire, au sinus total: mais aussi T est à la puissance DS, comme le sinus de SDE, c'est-à-dire, le sinus total, au sinus de CDG; donc *ex æquo* la puissance CR est à la puissance DS, comme le sinus de ACI est au sinus de CDG; ainsi, par le même raisonnement, la puissance DS est à la puissance ET, comme le sinus de CDG, est au sinus de DEH; & la puissance ET à

à la puissance FP, comme le sinus de DEH, au sinus de EFX; & ainsi de suite: Donc derechef *ex æquo* la puissance CR est à la puissance FP comme le sinus ACI est au sinus de EFX, ou (parce que les angles infiniment petits sont comme leurs sinus,) comme l'angle ACI à l'angle EFX, c'est-à-dire, que la Nature de la Courbe doit être telle, que *la convexité en chaque point soit en raison directe, ou le rayon du cercle osculateur en raison réciproque de la pression du fluide dans le même point.*

I V.

Mais d'autant que cette pression dépend de la diverse maniere, dont on peut concevoir que le fluide agit sur la matiere fléxible, qui en doit être enflée en courbe; il faut déterminer la Loi de la pression par la nature du fluide & de son action: D'où l'on voit que le Probléme en general sera reduit pour chaque cas particulier à la Géométrie pure. Quelques Exemples éclairciront la solution generale.

V.

Soit ABH un fil dilaté en Ligne courbe par la vertu d'une matiere également élastique, comme par ex. d'air condensé dans l'espace de la figure AHI; qui cherchant à se dilater pousse le fil en dehors, & cela avec une égale pression perpendiculaire dans tous les points de la courbe, à cause de l'élasticité uniforme de l'air: Il faut donc, par la solution generale, que la courbe ABH ait par tout une convéxité uniforme, ou le rayon du cercle osculateur, dans tous les points B, égal; ce qui est visiblement la nature du cercle: Desorte que ABH sera un arc de cercle. C'est par cette cause, qu'on voit que les vessies d'eau de savon s'arrondissent en sphères, par le ressort de l'air enfermé: C'est aussi par cette cause, que les fibres musculaires, quand elles s'enflent, prennent la figure de sphéroide faite par la revolution d'un petit segment de cercle; comme je l'expliquai il y a 20 ans dans la Dissertation *de Motu musculorum*, * mais par le moyen de l'autre méthode. TAB. XXVII. *Fig.* 18.

M 3 VI. Pour

* Ci-dessus, N°. XVIII. pag. 107. *Tom. I.*

V I.

Pour le second exemple, soit ABH la courbe de la Voile, qui reçoit le vent suivant la direction parallèle à l'axe IA, & qui le laisse écouler, ou échapper librement, après l'impulsion. Dans cette hypothèse, la pression perpendiculaire du vent, contre chaque petite partie de la voile, sera (par l'Art. 1. du Chapit. I.) comme le quarré du sinus de l'angle d'incidence HBE: nommant donc AF, x; FB, y; AB, t; & prenant l'élement, ou la differentielle de la courbe [dt], qui est constante, pour le sinus total; la differentielle de FB [dy] sera le sinus de l'angle d'incidence; & ainsi dy^2 marquera la pression du vent sur cet élement de la courbe, laquelle pression doit être reciproquement proportionelle au rayon de la developpée [$\frac{dydt}{ddx}$]: C'est pourquoi il faut faire cette analogie, en introduisant la constante a, pour suppléer les homogènes, $dy^2 : \frac{ddx}{dydt} = adt^2 : 1$; ce qui donne $dy^3 = adtddx$.

V I I.

Pour reduire cette égalité differentielle du second degré, à une autre du premier degré, je divise chaque membre par dy^3, & puis je les multiplie par dx; ce qui me donnera $dx = adtdxddx : dy^3 = adtdxddx : (dt^2 - dx^2)\sqrt{(dt^2 - dx^2)}$, tous deux intégrables; car prenant les integrales, il vient $x + b = adt : \sqrt{(dt^2 - dx^2)} = adt : dy$, ou [faisant $b = a$, pour faire commencer les abscisses avec le commencement de la courbe, ce que je connois parce que $adt : dy$ devient $= a$ dans le commencement de la courbe] $x + a = adt : dy$, & partant $xx + 2ax + aa = aadt^2 : dy^2 = (aadx^2 + aady^2) : dy^2 = aadx^2 : dy^2 + aa$; ôtant de part & l'autre aa, & achevant le reste de la réduction, on aura enfin $dy = adx : \sqrt{(2ax + xx)}$; ce qui est justement l'équation, que je trouvai autrefois pour la courbe de la chaine. D'où il faut conclurre, que la Voiliere & la Chainette ne sont qu'une même courbe, conformément à la remarque que j'en fis à l'endroit cité du *Journal des Savans* de l'An. 1692.

V I I I.

V I I I.

La recherche de la Courbure du linge qui contient une liqueur pesante, me fournira le troisieme exemple: Soit donc HBA la moitié de cette courbe; H, son commencement supérieur; HI l'axe horizontal, sur lequel je prens l'abscisse HE $= x$, l'ordonnée EB $= y$; l'arc de la courbe HB $= t$. Or selon les principes de l'Hydrostatique, la pression d'une liqueur pesante est toûjours proportionnelle à la hauteur verticale, de quelque maniere que soient situées les parties du fond, soit qu'elles soient horizontales ou inclinées; Si bien que la pression dont l'élement de la courbe dt est poussé perpendiculairement en dehors, doit être estimée $= ydt$, ou simplement [parce que dt est constant] $= y$: Il faut donc faire suivant la solution generale, comme dans l'exemple précédent, en introduisant la constante a pour suppléer les homogènes, $y : \frac{ddx}{dydt} = \frac{1}{2}aa : 1$; ce qui fait $ydydt = \frac{1}{2}aaddx$; en intégrant on trouve $yydt = aadx$; en quarrant on a $y^4 dt^2 [= y^4 dx^2 + y^4 dy^2] = a^4 dx^2$; donc $y^4 dy^2 = (a^4 - y^4) dx^2$; achevant le reste de la reduction il vient $dx = yydy : \sqrt{(a^4 - y^4)}$; qui est la même équation que l'on trouve par ma premiere méthode; comme on le peut voir, de ce que je publiai autrefois sur cette matiere †, ce qui doit confirmer la bonté de l'une & de l'autre de ces méthodes.

TAB. XXVII. Fig. 18.

I X.

Ces trois exemples suffisent pour se servir de l'application de la solution generale, dans plusieurs autres cas particuliers des impressions perpendiculaires à la courbe qui en est formée; soit que ces cas puissent effectivement arriver, comme ceux des trois exemples que l'on vient de résoudre; soit qu'ils ne subsistent que dans l'imagination, comme si on concevoit une liqueur, dans du linge, qui ne fut pas uniformément pesante, mais dont les parties des differentes profondeurs fussent d'une pesanteur spécifique plus ou moins grande, selon certain rapport donné des profondeurs; ou que la liqueur eût en même temps une vertu élasti-

† N°. LXXV. pag. 432. & suiv. *Tom. I.*

élastique & de la pesanteur, l'une & l'autre variable selon une Loi donnée quelconque. Car de quelque maniere qu'on conçoive que l'action des forces soit modifiée, d'autant qu'elle agit toûjours perpendiculairement sur toutes les parties de la courbe, on voit bien que la solution en sera toûjours comprise dans la solution generale, que j'ai donnée pour les pressions perpendiculaires, & que j'ai montré être proportionnelles directement aux convexités de la courbe, ou reciproquement au rayons osculateurs.

X.

Si je ne craignois d'être trop long, je pourrois rendre la solution encore plus generale, en montrant la maniere de déterminer la courbure d'un fil, qui seroit tiré, ou poussé en dehors, par une infinité de puissances, suivant des directions, non seulement perpendiculaires, mais aussi obliques quelconques, invariables ou variables. D'où il resulteroit une nouvelle Méthode pour la recherche des Chainettes de toutes les espèces, qui seroient toutes comprises dans la question generale, comme un cas très-simple; puisque la direction des petits poids, desquels on conçoit la chaine chargée à de petits interstices égaux, étant par tout parallèle à l'axe vertical de la Courbe, en rendroit la solution fort facile. On pourroit aussi déterminer les forces des tensions, ou les fermetés requises dans tous les differens endroits du fil ou de la chaine, quelque courbure que le fil ou la chaine prenne, par les puissances, ou par les poids appliqués dans tous les points. Enfin on résoudroit avec la même facilité le problême inverse sur cette matiere, qui est que la courbe étant donnée, on demande la Loi des puissances, qui doivent tirer ou pousser le fil, ou la Loi des poids dont il faut concevoir que la chaine soit chargée, afin qu'elle prenne la forme de la courbe donnée. Mais outre que cela me meneroit trop loin & hors de mon sujet, j'ay donné assez d'ouverture au Lecteur pour achever le reste par ses propres lumiéres.

F I N.

MEMOI-

Tab. XXVII. *Tom. II. pag. 96.*

N°. XCI.

Fig. 19.

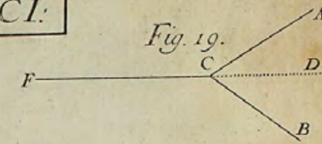


Fig. 20.

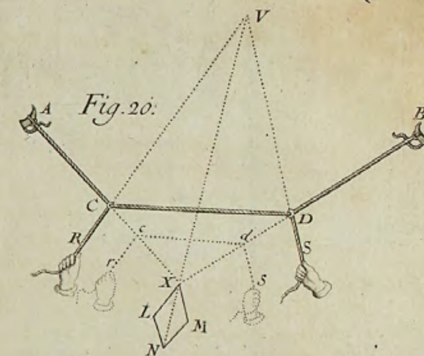
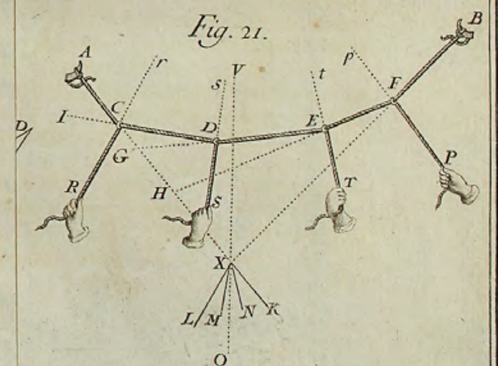


Fig. 21.

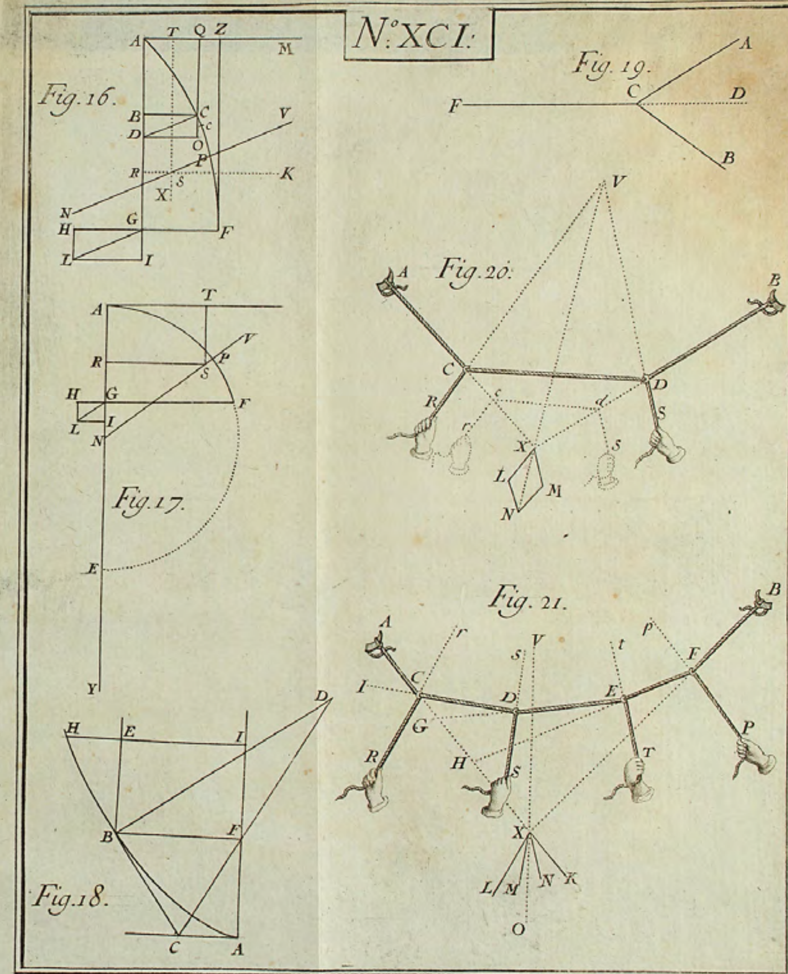


LA

ble selon une
re qu'on con-
nt qu'elle agit
s de la cour-
comprise dans
essions perpen-
es directement
t au rayons os-

is rendre la so-
niere de déter-
ussé en dehors,
ions, non seu-
uelconques, in-
ouvelle Métho-
les espèces, qui
rale, comme un
poids, desquels
tes égaux, étant
, en rendroit la
er les forces des
differens endroits
fil ou la chaine
liqués dans tous
acilité le problé-
be étant donnée,
tirer ou pousser
ir que la chaine
courbe donnée.
hors de mon su-
pour achever le

MEMOI-



M E

Où est démo

des Lique

Théorie

& qui a

Par Monsieur

Armées du

Joan. Bernoulli

N°. XCII.

MEMOIRE

Où est démontré un Principe de la Méchanique des Liqueurs, dont on s'est servi dans la *Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux*, & qui a été contesté par M. HUGHENS.

Par Monsieur RENAU, *Lieutenant General des Armées du Roi Cathol. de l'Académie Royale des Sciences.*

Imprimé

A PARIS,

MDCCXII.

AVERTISSEMENT.

JE *fis imprimer, par ordre du Roi, l'année* 1689, *la* Théorie de la Manœuvre des Vaiſſeaux; *où l'art de diſpoſer les Voiles & le Gouvernail des Vaiſſeaux, de la maniere la plus avantageuſe, tant par raport aux vents & aux routes que l'on veut faire, que par raport aux autres mouvemens des Vaiſſeaux, qui ne conſiſtoit qu'en des pratiques acquiſes par de longues expériences, où cet art, dis-je, eſt reduit en ſcience & à des règles certaines.*

Mr. HUGHENS *crut y trouver une erreur, & il fit imprimer un petit Ecrit dans la* Bibliothéque Univerſelle & Hiſtorique, *au mois de* Septemb. 1693, *dans lequel il marquoit que cette erreur conſiſtoit en ce que j'employois un principe opposé à un autre, qu'il diſoit être établi depuis long-tems dans les Méchaniques, & y tenir lieu de règle.*

L'autorité de ce ſavant Géomètre, à qui l'on doit de ſi utiles découvertes, me porta à faire une nouvelle attention au principe qu'il conteſtoit. La vérité m'en parut toûjours ſi claire, qu'il me fut impoſſible d'en douter. Je lui fis une réponſe †, *où je l'établiſſois par*

† *Journal des Savans*, Mai 1695.

des démonſtrations déduites des principes ſur le mouvement, qui ſont reçûs de tout le monde, & je lui faiſois voir les abſurdités auxquelles conduiſoit le principe oppoſé.

*Il repliqua dans un Ecrit inſeré dans l'*Hiſtoire des Ouvrages des Savans *au mois d'*Avril 1694, *& il reduiſit la queſtion à un cas de ſtatique, qui lui paroiſſoit contraire à mon principe. Je lui fis voir ſi clairement la conformité du principe qu'il conteſtoit, au cas propoſé, que n'ayant plus oui parler de cette diſpute, je ne doutois point qu'il ne fut demeuré perſuadé de la vérité de ce principe.*

Les occupations que j'ai euës depuis ce tems là pour le ſervice du Roi, m'ont fait ignorer ce qui ſe paſſoit parmi les Savans. Ce n'eſt que de cette année, qu'un de mes amis m'a apris, qu'on avoit renouvellé dans les Actes de Leipſic *aux années* 1695 *&* 1696, *la diſpute qui avoit été entre* Mr. HUGHENS *& moi, & qu'on y prétendoit, que dans le cas, qui faiſoit nôtre queſtion, je déterminois la viteſſe du Vaiſſeau moindre qu'elle n'étoit en effet.*

Cela m'a fait faire réflexion ſur l'importance d'éclaircir cette queſtion, & de quelle conſéquence il étoit, pour éviter des erreurs conſidérables dans la Méchanique & dans la Navigation, où elles ont des ſuites ſi funeſtes, d'en mettre la réſolution dans un ſi grand jour, que perſonne ne put dans la ſuite s'y tromper, ni la revoquer en doute. C'eſt ce que je tâche de faire dans ce Mémoire, où l'on verra l'état de la queſtion au lieu qui lui convient.

MEMOI-

MEMOIRE

Où eſt démontré un principe de la Méchanique des Liqueurs, dont on s'eſt ſervi dans la Théorie de la Manœuvre des Vaiſſeaux, *& qui a été conteſtée par Mr.* HUGHENS.

1 SI le courant d'un fluide, qu'on ſuppoſe avoir la même viteſſe uniforme, rencontre perpendiculairement deux plans inégaux; les forces, avec leſquelles ces deux plans ſont frappés par le fluide, ont entr'elles le même raport que les plans. Car la viteſſe étant la même, il eſt évident que les forces, avec leſquelles le fluide frappe les deux plans, ſont entr'elles comme les maſſes du fluide, & que ces maſſes ſont entr'elles comme les aires des plans, qui ſont les baſes de ces maſſes.

2. Si le courant d'un fluide rencontre perpendiculairement un même plan avec des viteſſes inégales, mais pourtant uniformes, les forces avec leſquelles le fluide choque le même plan avec ces differentes viteſſes, ſont entr'elles comme les quarrez de ces differentes viteſſes. Par exemple, ſi le fluide choque le plan avec deux viteſſes, qui ſoient l'une à l'autre comme 1 à 2; les forces avec leſquelles le fluide choque le plan, ſeront entr'elles comme 1 à 4. Car quand le fluide va plus vite, il eſt clair, 1°, qu'il y a un plus grand nombre de parties du fluide, qui frappent le plan dans le même tems, qu'il n'y en a qui le frappent quand il va

N 3 moins

moins vite; & que le nombre des parties, qui frappent le plan quand le fluide va plus vite, eſt au nombre des parties, qui le frappent en même tems quand il va moins vite, comme la plus grande viteſſe eſt à la moindre viteſſe. S'il va, par exemple, deux fois plus vite, il y a deux fois plus de parties, qui frappent le plan dans le même tems. 2°. Que chaque partie du fluide frappe plus fort, quand il va plus vite; & que les forces de chaque partie, qui frappe avec des viteſſes differentes, ont le même raport que les viteſſes.

Mais les forces avec leſquelles un fluide, qui va avec differentes viteſſes, frappe un même plan, ſont en raport composé des maſſes & des viteſſes. Par conſéquent, le raport des maſſes étant ici le même que celui des viteſſes, les forces ſont comme les quarrez des viteſſes.

3. Il ſuit clairement des deux propoſitions qui précédent, que les forces, avec leſquelles un même fluide choque differens plans, avec des viteſſes uniformes, mais differentes, que ces forces, dis-je, ſont entr'elles en raport composé du raport doublé des viteſſes & du raport ſimple des plans qui ſont choquez.

AVERTISSEMENT.

4. Quand les fluides ſont differents, comme le vent & l'eau, il eſt viſible que leurs denſités ſont differentes; c'eſt-à-dire, qu'en imaginant deux volumes égaux, l'un d'air & l'autre d'eau, il y a plus de matiere denſe, diſtinguée de la matiére ſubtile qui remplit les pores, dans le volume d'eau, qu'il n'y en a dans un égal volume d'air: comme dans les corps ſolides, il y a plus de matiére denſe, diſtinguée de la matiére ſubtile qui remplit les pores, dans un pied cube d'or, que dans un pied cube de bois: & c'eſt ce plus de denſité, qui fait qu'un pied cube d'or péſe plus qu'un pied cube de bois.

5. Les forces avec leſquelles deux fluides differens, comme du vent & de l'eau, frappent un même plan, (ou des plans égaux) en le rencontrant avec des viteſſes égales; ces forces, dis-je, ſont entr'elles en même raport que les denſités de ces deux fluides. Car puiſque les viteſſes ſont égales, les forces ſont entr'elles comme les quantités de matiére, qui frappent le même plan, ou les plans égaux, dans le même
* 4 temps, ces quantités de matiére étant les maſſes: & il eſt évident * que les quantités de matiere ſont comme les denſitez des fluides.

REMARQUE.

Le raport des denſitez de deux fluides ne ſauroit ſe découvrir que par les expériences. Mr. MARIOTTE a trouvé, par celles qu'il en a faites, que la denſité de l'air étoit à celle de l'eau, environ comme 1 à 576, quarré de 24.

6. Il ſuit néceſſairement de 1, 2, 3, & 5, que les forces, avec leſquelles deux fluides differents frappent differents plans, avec des viteſſes differentes, dans le même temps, ſont en raport composé du raport doublé des viteſſes, du raport ſimple des plans, & du raport ſimple des denſitez. Ainſi exprimant le raport des viteſſes de deux fluides differents par $v : u$, le raport de leurs denſitez par $d : D$, & celui des plans qu'ils frappent par $P : p$, le raport des forces ſera $v^2 dP : u^2 Dp$.

Application des principes qui précédent au mouvement d'un Vaiſſeau.

TAB. XXVIII. *Fig. 1.*

7. Qu'on imagine un Vaiſſeau au point B, dans la mer.

Qu'on ſuppoſe (pour écarter toute difficulté inutile) que ce Vaiſſeau fende l'eau également de tous côtés. Sa voile qu'on ſuppoſe être un plan, ſoit repréſentée par A B C. Soit la droite B G élevée perpendiculairement à la voile A B C, par le point B, qui eſt au milieu de A B C. On ſuppoſe que cette droite B G repréſente la direction du vent qui pouſſe la voile A B C ſuivant B G; enfin on ſuppoſe que la ligne B G repréſente la viteſſe du vent, qu'on regardera toujours comme uniforme, & qu'on nommera v.

Il eſt évident que le vent, pouſſant la voile A B C, doit faire mouvoir le Vaiſſeau, qui reçoit l'impreſſion de la voile, par le moyen du mât; & que le Vaiſſeau doit ſe mouvoir ſelon la direction B G du vent. Mais le Vaiſſeau, ayant beaucoup de maſſe, quoique le vent le pouſſe au premier inſtant, & à tous les inſtans ſuivans, avec la même uniformité, ſelon la ſuppoſition, il ne lui imprime d'abord qu'une petite viteſſe, qui augmente à tous les inſtans, par l'impulſion continuelle du vent, juſqu'au degré qu'on va expliquer & rendre ſenſible.

La viteſſe que reçoit le Vaiſſeau au premier inſtant eſt très petite, & elle s'augmente à chaque inſtant. Mais le Vaiſſeau ne pouvant avancer qu'il ne déplace l'eau, il y trouve de la reſiſtance.

8. Pour ſoûmettre cette réſiſtance aux principes qu'on a établis, d'une maniére facile à concevoir, il faut ſeulement remarquer, que c'eſt viſiblement la même choſe d'imaginer que le Vaiſſeau en mouvement pouſſe l'eau qu'on ſuppoſe en repos, en la rencontrant avec une certaine viteſſe; ou que c'eſt l'eau, qui étant en mouvement, vient choquer avec la même viteſſe le Vaiſſeau qui eſt en repos. On voit clairement que l'une & l'autre de ces ſuppoſitions produiſent ſéparément le même effet, & qu'elles peuvent être priſes l'une pour l'autre.

Il

Il ſuit de là clairement, que la réſiſtance, que fait l'eau au mouvement
du Vaiſſeau, devient plus grande à meſure que l'impulſion continuelle
du vent augmente les degrés de viteſſe du Vaiſſeau ; & que ces réſiſtances
* 2 de l'eau, qui vont en augmentant, ſont entr'elles * comme les quarrez
des viteſſes du Vaiſſeau, à meſure que les viteſſes du Vaiſſeau augmentent.

9. Mais quand le Vaiſſeau a déja quelque viteſſe, il fuit le vent, &
le vent n'agit plus ſur la voile, en la rencontrant, avec la même viteſſe,
mais ſeulement avec le ſurplus de ſa viteſſe ſur celle de la voile.

La viteſſe du vent ſur la voile, & par conſéquent la force du vent,
va donc en diminuant, depuis le premier inſtant de l'action du vent ſur
la voile ; la réſiſtance de l'eau, au contraire, va en augmentant, depuis
le même premier inſtant.

10. Pour ſuivre pas à pas ces diminutions de la viteſſe & de la force
du vent ſur la voile, & ces augmentations de la réſiſtance de l'eau au
TAB. mouvement du Vaiſſeau, qui ſe font dans le même tems, juſqu'au degré
XXVIII. où les unes & les autres doivent ſe fixer ; nous ſuppoſerons que le vent
Fig 1. dont la direction eſt BG, & dont la viteſſe eſt auſſi BG [v] commen-
ce à pouſſer perpendiculairement la voile ABC ; que le Vaiſſeau, par
cette premiere impulſion qui lui eſt communiquée par le moyen du mât,
commence à ſe mouvoir ſelon la direction BG, avec une très petite vi-
teſſe qu'on nommera [a]. Nous ſuppoſerons auſſi la denſité de l'eau
repréſentée par D, & qu'on peut imaginer un plan p, tel que l'effort
perpendiculaire de l'eau en mouvement contre ce plan en repos, ſoit le
même que l'effort de l'eau en mouvement ſur la partie du Vaiſſeau qui
eſt dans l'eau qu'on imagine en repos, lequel effort eſt auſſi le même
que celui du Vaiſſeau en mouvement contre l'eau en repos ; en concevant
que, dans ces ſuppoſitions, la viteſſe du Vaiſſeau qui va contre l'eau en
repos, eſt la même que celle de l'eau en mouvement contre le Vaiſſeau,
ou contre le plan p en repos ; on nommera ce plan *p le plan du Vaiſſeau.*
Enfin on repréſentera la denſité de l'air par d, & la voile qu'on ſuppoſe
un plan par P.

11. Puiſque c'eſt la même choſe, que le Vaiſſeau pouſſe l'eau en repos
avec la viteſſe a, ou que l'eau vienne avec la même viteſſe a choquer le
* 6 Vaiſſeau en repos : il eſt certain *, que quand le Vaiſſeau commence à
ſe mouvoir avec la viteſſe a, la réſiſtance qu'il trouve à déplacer l'eau
doit être $a^2 \times Dp$.

* 9 12. La viteſſe du vent ſur la voile ne ſera donc plus v, mais * $v - a$;
* 6 par conſéquent la force du vent ſur la voile ſera * $(v - a)^2 \times dP$.

Mais comme la force du vent ſur la voile eſt d'abord bien plus grande,
que la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau à déplacer l'eau, c'eſt-à-dire
$(v - a)^2 \times dP > a^2 \times Dp$; le ſurplus donnera au Vaiſſeau, le mo-
ment ſuivant, une augmentation de viteſſe, qu'on nommera b. La vi-
teſſe

teſſe du Vaiſſeau ſera alors $a + b$, la réſiſtance de l'eau ſera $(a+b)^2 \times Dp$;
la viteſſe du vent ſur la voile ſera $v - a - b$, & ſa force ſera $(v - a
- b)^2 \times dP$.

13. L'explication de ce premier accroiſſement de la viteſſe du Vaiſſeau,
de la premiere augmentation de la réſiſtance de l'eau, & de la diminu-
tion de la viteſſe & de la force du vent ſur la voile, qui ſe font en mê-
me tems, ſuffit pour faire clairement apercevoir à l'eſprit les changemens
ſemblables, qui doivent arriver de ſuite dans tous les momens ſuivans ;
que dans tout le tems, que la force du vent ſur la voile ſurpaſſera la
réſiſtance de l'eau, le ſurplus donnera ſans ceſſe de nouvelles augmenta-
tions de viteſſe au Vaiſſeau ; puiſqu'un corps en mouvement va toujours
du côté qu'il eſt plus pouſſé ; que la réſiſtance de l'eau augmentera con-
tinuellement, & que les reſiſtances augmentées de l'eau, priſes de ſuite *,
ſeront comme les quarrez des viteſſes du Vaiſſeau, priſes dans le même * 8 & 6.
ordre ; & qu'enfin la viteſſe & la force du vent ſur la voile iront tou-
jours en diminuant ; & que par une ſuite néceſſaire, la difference entre
la force du vent qui diminue continuellement, & la reſiſtance de l'eau
qui augmente au contraire en même temps, cette difference, dis-je, de-
viendra ſucceſſivement plus petite d'un moment à l'autre.

14. Mais on ne ſauroit concevoir, que la difference de deux grandeurs
inégales diminue ſans ceſſe, & ſe change tous les momens de plus petite
en plus petite ; que ces grandeurs ne deviennent enfin égales, ou du
moins ſenſiblement égales ; ce qui eſt la même choſe dans la pratique.

15. Ainſi nous regarderons à préſent le mouvement du Vaiſſeau dans
cet état, où la réſiſtance, que trouve le Vaiſſeau à déplacer l'eau, eſt
égale à la force du vent, avec laquelle le Vaiſſeau eſt pouſſé : (il y ar-
rive en très peu de tems, pendant lequel la longueur du chemin que
fait le Vaiſſeau n'eſt pas conſiderable.) Nous ſuppoſerons la ſomme de
toutes les augmentations de la viteſſe du Vaiſſeau, depuis le premier in-
ſtant juſqu'au moment où la réſiſtance de l'eau eſt devenue égale à la
force avec laquelle le vent pouſſe le Vaiſſeau, repréſentée par u ; ainſi
la viteſſe du Vaiſſeau ſera u ; la réſiſtance de l'eau ſera * $u^2 \times Dp$; la * 6.
viteſſe du vent ſur la voile ſera * $v - u$; ſa force † $(v - u)^2 \times dP$, * 9. † 6.
qui eſt égale * à la réſiſtance de l'eau $u^2 \times Dp$. * 6 &

16. Ce raport d'égalité $(v - u)^2 \times dP = u^2 \times Dp$, entre la force du 14.
vent ſur la voile & la réſiſtance de l'eau, eſt le terme, où doivent ſe
fixer les diminutions de la premiere, & les augmentations de la ſeconde
de ces forces, qui ont continué de ſe faire dans tout le tems que la pre-
miere ſurpaſſoit la ſeconde, & que l'excès de la force du vent augmen-
toit la viteſſe du Vaiſſeau, & par conſéquent la réſiſtance de l'eau. Mais
l'action de l'une étant devenue égale à la reaction de l'autre, dans la
ſuppoſition que le vent demeure toujours uniforme, elles doivent ſe fixer

dans ce raport d'égalité ; n'y ayant plus d'excès dans l'une de ces deux forces ſur l'autre, qui puiſſe cauſer aucun changement.

17. Dans cet état fixe, le Vaiſſeau eſt également pouſſé d'un côté par la force du vent, & du côté directement oppoſé par la réſiſtance de l'eau. D'où il ſuit, que s'il n'avoit pas de mouvement, il n'en recevroit aucun, de ces deux forces égales directement oppoſées. Mais ayant déja acquis la viteſſe u, il eſt évident qu'il doit continuer ſon mouvement, avec cette viteſſe uniforme u, pendant que le vent demeurera lui-même uniforme; puiſqu'il eſt clair, que quand un corps eſt en mouvement, vers quelque endroit que ce puiſſe être, il doit conſerver ce mouvement tel qu'il eſt, dans la ſuppoſition qu'une force, telle qu'on voudra, le pouſſe ſuivant une direction quelconque, & qu'une autre force préciſément égale le pouſſe en même tems en ſens contraire dans la même direction, la réaction de la derniere rendant nul le ſeul effet total de l'action de la premiere.

On n'a beſoin dans la ſuite que du mouvement uniforme du Vaiſſeau, & tout ce que l'on dira doit s'entendre de ce ſeul mouvement uniforme.

18. Nous pouvons donc maintenant ſuppoſer que le vent, dont le
TAB. XXVIII. mouvement ſe fait dans la direction B G, avec la viteſſe uniforme
Fig. 1. B G $=v$, pouſſe perpendiculairement la voile A B C; qu'il donne * au
* 17. Vaiſſeau par le moyen de la voile la viteſſe uniforme u, dans la même
* 14. direction B G; & que la force du vent ſur la voile eſt * néceſſairement égale à la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau à déplacer l'eau; c'eſt-à-dire (en ſe ſervant des dénominations de l'Art. 10) que $(v-u)^2 \times dP = u^2 \times Dp$. Et toutes les conſéquences que nous déduiſons néceſſairement de cette égalité, feront autant de principes inconteſtables, pour démontrer ce que nous dirons dans la ſuite.

19 1° Nous trouverons par l'égalité $(v-u)^2 \times dP = u^2 \times Dp$, quel eſt le raport de la viteſſe uniforme du vent [v] à la viteſſe uniforme [u] du Vaiſſeau, en la réduiſant à $(v-u) \times \sqrt{dP} = u \times \sqrt{Dp}$, ou bien $v \times \sqrt{dP} = u\sqrt{Dp} + u\sqrt{dP}$, & tirant de celle-ci la proportion $v : u = \sqrt{DP} + \sqrt{dP} : \sqrt{dP}$, qui détermine le raport de la viteſſe v du vent à la viteſſe u du Vaiſſeau. Car les deux termes $\sqrt{DP} + \sqrt{dP}$, $\sqrt{dP}$ du ſecond raport de cette proportion ſont deux grandeurs conſtantes : ainſi le raport des viteſſes du vent & du Vaiſſeau eſt conſtant, & demeure le même; & l'une de ces deux viteſſes ne ſauroit être déterminée, que l'autre ne le ſoit en même tems.

Par exemple, ſi la ligne BG repréſente la viteſſe v déterminée du vent, en faiſant cette proportion $\sqrt{Dp} + \sqrt{dP} : \sqrt{dP} =$ BG [v] : BK [u]; le 4e. Terme BK [u] ſera la viteſſe déterminée du Vaiſſeau, avec laquelle il fuira le vent BG [v]. Et reduiſant cette proportion à l'égalité $(BG - BK) \times \sqrt{dP} = BK \times \sqrt{Dp}$, & enſuite à celle-ci, $(BG - BK)^2$ [$(v-u)^2$] $\times dP = BK^2$ [u^2] $\times Dp$: le premier membre déterminera la force du vent ſur la voile, & le ſecond, la réſiſtance de l'eau, qui ſont toujours égales, & qui par conſéquent peuvent être ſubſtituées l'une à la place de l'autre.

20. 2°. La viteſſe uniforme v du vent étant donnée, on peut encore déterminer la viteſſe uniforme u du vaiſſeau de cette autre maniere.

Soit B Q la viteſſe uniforme v d'un vent, qui pouſſe perpendiculai- TAB.
rement la voile aBc, & par le moyen de la voile un vaiſſeau en B, XXVIII.
ſuivant la direction B Q; pour avoir la viteſſe uniforme u du Vaiſſeau, Fig. 2.
il n'y a qu'à trouver le point M qui partage B Q en 2 parties B M & M Q, telles que $BM^2 \times Dp = MQ^2 \times dP$, c'eſt-à-dire, que le quarré BM^2 de la premiere partie multiplié par le produit Dp de la denſité de l'eau & du plan du Vaiſſeau, ſoit égal au quarré MQ^2 de l'autre partie multiplié par le produit dP, de la voile & de la denſité de l'air; & B M
ſera * la viteſſe uniforme u du Vaiſſeau. Car on aura BM^2 [u^2] $\times Dp$ * 16
$= (BQ - BM)^2$ [$(v-u)^2$] $\times dP$; c'eſt-à-dire, que la viteſſe uni- 17 & 18
forme du vent étant B Q [v], & celle du Vaiſſeau B M [u]; la force du vent ſur la voile eſt égale à la reſiſtance que trouve le Vaiſſeau à déplacer l'eau.

21. 3°. Le raport d'égalité $(v-u)^2 \times dP = u^2 \times Dp$ de la force du vent ſur la voile & de la réſiſtance que trouve le Vaiſſeau à déplacer l'eau, eſt compoſé de 3 raports, 1°. du raport $(v-u)^2 : u^2$, qui eſt entre les quarrez de la viteſſe $v-u$ du vent ſur la voile, & de la viteſſe u du Vaiſſeau; 2°. du raport ſimple $d : D$ des denſités de l'air & de l'eau;
3°. du raport ſimple $P : p$ de la voile P & du plan p * du Vaiſſeau. * 10
Le ſecond de ces raports $d : D$ eſt conſtant, étant réglé par la nature.
Le premier $(v-u)^2 : u^2$ eſt auſſi conſtant, * en ſuppoſant que le ra- * 19
port compoſé $dP : Dp$ du ſecond & du troiſiéme raport eſt auſſi conſtant; c'eſt-à-dire, en ſuppoſant que la voile P & le plan p du Vaiſſeau ſont determinez, & demeurent les mêmes. Mais on peut changer la voile en l'augmentant ou la diminuant; on peut auſſi changer la figure du Vaiſſeau
de telle ſorte que le plan p du Vaiſſeau * devienne plus grand ou plus * 10
petit.

Les changemens qu'on peut mettre dans le raport $P : p$ de la voile & du plan du Vaiſſeau, ſont cauſe qu'on peut varier le premier raport $(v-u)^2 : u^2$ des viteſſes du vent & du Vaiſſeau, de telle maniere qu'on voudra, ſans changer le raport d'égalité $(v-u)^2 \times dP = u^2 \times Dp$ entre la force du vent ſur la voile & la reſiſtance de l'eau; un exemple ſuffira pour le faire clairement concevoir.

On ſuppoſera que la viteſſe abſolue v du vent eſt déterminée; car on n'eſt pas le maitre de la faire telle qu'on voudra. On repréſentera cette viteſſe par la lettre a. Qu'on propoſe de faire enſorte que le vent donne

O 2 au

au Vaiſſeau par le moyen de la voile la viteſſe uniforme b? Pour rendre la queſtion elle-même déterminée, on ſuppoſera que le plan du Vaiſſeau p eſt déterminé. Il ne s'agira plus que de trouver la grandeur P de la voile. Pour cela il ne faut que regarder P comme une grandeur inconnue dans l'égalité $(v - u)^2 \times dP = u^2 \times Dp$; & ſubſtituer dans cette égalité a à la place de v, & b à la place de u; ce qui la changera en $(a - b)^2 \times dP = b^2 \times Dp$, qu'on reduira en cette proportion $(a - b)^2 \times d : b^2 = Dp : P$. Le quatrieme terme P ſera la grandeur qu'il faut donner à la voile, afin que le vent qui a la viteſſe uniforme a donne au vaiſſeau la viteſſe uniforme déterminée b; comme on le voit claire-
* 18 ment * par l'égalité même.

TAB. XXVIII. Fig. 3. 22. Après avoir expliqué & démontré les effets que produit le vent, dont la direction eſt ſuivant B G, & la viteſſe B G [u] ſur la voile A B C d'un Vaiſſeau en B, & par le moyen de la voile ſur le Vaiſſeau même qu'on ſuppoſe ſe mouvoir dans la direction du vent; imaginons-nous que le Vaiſſeau en B, a, outre la voile ABC, une ſeconde voile D B E, en tout égale à la premiere D B C; que ces deux voiles ſe coupent perpendiculairement chacune par la moitié au point B; qu'un ſecond vent dont la direction eſt ſuivant B F, perpendiculaire à B G, & dont la viteſſe quelconque, qu'on ſuppoſe uniforme & repréſentée par B F, pouſſe perpendiculairement la voile D B E.

Il eſt évident, que le premier vent dont la direction eſt B G pouſſera le Vaiſſeau en B, ſuivant B G, c'eſt-à-dire, perpendiculairement à la voile A B C, comme on l'a expliqué, & que le ſecond vent, dont la direction eſt B F, pouſſera en même tems le Vaiſſeau en B, ſuivant B F, perpendiculairement à la voile D B E.

Pour connoître exactement l'effet de ces deux vents, il eſt important de bien concevoir les remarques ſuivantes, & de ſe les rendre très familieres.

23. 1°. Les deux vents ayant leur direction B G, B F perpendiculaires, les deux voiles A B C, D B E, étant auſſi perpendiculaires & pouſſées perpendiculairement, la premiere A B C par le premier vent B G, la ſeconde D B E par le ſecond vent B F; la premiere A B C eſt dans la ligne de direction du ſecond vent B F, & la ſeconde D B E dans la ligne de direction du premier vent B G. Par conſéquent, le ſecond vent B F ne fait que gliſſer ſur la premiere voile A B C, il n'y fait aucune impreſſion, il laiſſe entiere l'impulſion perpendiculaire du premier vent B G ſur la premiere voile A B C, il n'augmente cette impulſion ni ne la diminue en rien; en un mot, il n'y fait aucun changement. Il en eſt de même du premier vent B G par raport à la ſeconde voile D B E, il ne fait que gliſſer le long de la voile D B E, il laiſſe entiere l'impulſion du ſecond vent B F ſur la voile D B E, ſans y faire aucun changement.

24. 2°. L'impulſion de chacun des vents ſur la voile qui lui eſt perpendiculaire, priſe ſéparément, peut donc être regardée comme ſi elle étoit ſeule à agir. Chacune de ces deux impulſions, priſe ſéparément, donne donc au Vaiſſeau le même mouvement, dans ſa propre direction, qu'elle lui donneroit ſeule. Le Vaiſſeau ira donc dans la direction B G avec la même viteſſe uniforme qu'il auroit, s'il n'étoit pouſſé que par le ſeul premier vent B G; & dans la direction B F, avec la même viteſſe uniforme qu'il auroit, s'il ne recevoit que l'impreſſion du ſecond vent B F.

Ainſi le Vaiſſeau fuira le vent B G dans la direction B G, & le vent B F dans la direction B F, de la même quantité de viteſſe dans chacune de ces directions, que s'il n'avoit point d'autre viteſſe, que celle avec laquelle il ſe meut dans chacune de ces directions, priſe ſéparément.

Mais la quantité de viteſſe, avec laquelle le vent donne perpendiculairement ſur la voile d'un Vaiſſeau, ne ſe règle & ne ſe détermine que par ces deux choſes, 1°. par la viteſſe abſolue du vent; 2°. par la viteſſe avec laquelle le Vaiſſeau fuit le vent. Car en imaginant le Vaiſſeau en repos, ou bien en mouvement ſuivant une ligne droite perpendiculaire à la direction du vent; le vent donneroit ſur une voile, qu'on lui ſuppoſe perpendiculaire avec toute ſa viteſſe abſolue. Si le Vaiſſeau fuyoit le vent, le vent donneroit ſur la voile avec ſa viteſſe abſolue, moins la viteſſe avec laquelle le Vaiſſeau fuiroit le vent, c'eſt-à-dire, avec le ſurplus de ſa viteſſe ſur celle du Vaiſſeau.

La viteſſe avec laquelle le premier vent B G donne perpendiculairement ſur la voile A B C, ſera donc la même qu'elle ſeroit, ſi le ſecond vent B F, n'agiſſoit point; & la viteſſe avec la quelle le ſecond vent B F rencontre perpendiculairement la voile D B E, ſera auſſi la même qu'elle ſeroit, ſi le ſecond vent B F agiſſoit ſeul: puiſque les directions perpendiculaires de ces deux vents ſont cauſe que l'un de ces vents n'apporte aucun changement à l'autre.

Enfin la force, avec laquelle chacun de ces vents pouſſera la voile, qui lui eſt perpendiculaire, dans ſa propre direction, ſera donc la même
que s'il étoit ſeul à la pouſſer; puiſque cette force * n'eſt que le produit * 6
qui naît de la multiplication du quarré de la viteſſe du vent ſur la voile, par le produit de la voile & de la denſité de l'air.

Il ſuit néceſſairement de tout ce qu'on vient de faire voir clairement,
que les proportions * $\sqrt{Dp} + \sqrt{dP} : \sqrt{dP} = BG : BK = BF : BL$, * 19
détermineront les viteſſes uniformes du Vaiſſeau, ſavoir B K dans la direction du premier vent B G, & B L dans la direction du ſecond vent B F. On nommera B K [a]; B L [b]. Ainſi B K [a] étant la viteſſe
avec laquelle le Vaiſſeau fuit le premier vent B G, $BG - BK$ * ſera * 9
la viteſſe du vent ſur la voile A B C, & $(BG - BK)^2 \times dP$ ſera la force du vent B G ſur la voile A B C. De même B L étant la viteſſe

avec laquelle le Vaiſſeau fuit le vent BF; BF — BL ſera la viteſſe du ſecond vent BF ſur la voile DBE, & $(BF - BL)^2 \times dP$ ſera la force du ſecond vent BF ſur la voile DBE.

Cherchons maintenant la route, que doit ſuivre le Vaiſſeau, qui partant du point B, fuit en même tems les deux vents dans leur direction propre, ſavoir le vent BG avec la viteſſe uniforme BK [a] dans la direction du vent BG; & le vent BF avec la viteſſe uniforme BL [b] dans la direction du vent BF. Cherchons auſſi la viteſſe, avec laquelle il ira dans cette route.

Nous nommerons [x] les eſpaces ou les longueurs que parcourt le Vaiſſeau, en fuyant le vent BG avec la viteſſe BK [a], leſquelles augmentent à tout moment, & [y] les longueurs qu'il parcourt en même tems, en fuyant le vent BF avec la viteſſe BL [b], leſquelles augmentent de même à chaque inſtant.

25. Par les premiers principes du mouvement, chacun des eſpaces x, que parcourt le Vaiſſeau avec la viteſſe a, eſt néceſſairement à l'eſpace y, que parcourt le Vaiſſeau en même tems avec la viteſſe b, comme a eſt à b; c'eſt-à-dire, $x : y = a : b$; ce qui donne l'équation $y = \frac{b}{a} x$, dont le *lieu géométrique* doit être la route que nous cherchons.

TAB. 26. Pour conſtruire cette équation, il n'y a qu'à élever par le point
XXVIII. K, la ligne KM perpendiculaire à BGK, faire KM = BL, & tirer
Fig. 3. par les points B & M la ligne BM, qu'on prolongera tant qu'on voudra
du côté de M. Cette ligne BM eſt *le lieu* de l'équation $y = \frac{b}{a} x$; puiſqu'en tirant de tel point N qu'on voudra prendre dans BM, la ligne NO perpendiculaire à BKG, & nommant BO, x; & NO, y; les triangles ſemblables BKM, BON donneront cette proportion BK [a] : KM ou BL [b] = BO [x] : NO [y]; d'où ſe déduit l'équation $y = \frac{b}{a} x$, *qu'il faloit conſtruire.*

27. Il eſt donc évident que, dans la ſuppoſition des deux voiles égales ABC, DBE, perpendiculaires l'une à l'autre, pouſſées, la premiere ABC perpendiculairement par le premier vent, dont la viteſſe eſt BG, & la direction dans la même ligne, & qui donne au Vaiſſeau la viteſſe uniforme BK, & la ſeconde DBE perpendiculairement par le ſecond vent, dont la viteſſe eſt BF, & la direction dans la même ligne, & qui donne au Vaiſſeau la viteſſe uniforme BL; il eſt, dis-je, évident, 1°. que le Vaiſſeau décrira la route BM; 2°. que puiſqu'il fuit le vent BG avec la viteſſe BK, & le vent BF avec la viteſſe BL, il doit néceſſairement, par le concours de ces deux vents, ſe mouvoir dans la direction BM avec la viteſſe BM; parce qu'avec toute autre viteſſe, il ne

fuiroit pas les deux vents BG & BF dans leurs propres directions avec les viteſſes BK & BL. D'où il ſuit que le raport des trois viteſſes du Vaiſſeau, dans les trois directions BK, BL, BM, cauſées ſéparément & par le concours de ces deux vents, eſt le même que celui de ces trois lignes, ce que nous cherchions auſſi.

28. Il ſuit néceſſairement de là, * que les forces qui pouſſent le Vaiſ- * 8. 6
ſeau ſelon ces trois directions, & les réſiſtances égales que le Vaiſſeau & 19
trouve à déplacer l'eau, ſont comme ces trois grandeurs $BK^2 \times Dp$, $BL^2 \times Dp$, $BM^2 \times Dp$, c'eſt-à-dire, en effaçant le multiplicateur commun Dp, que la force qui pouſſe le Vaiſſeau dans la route BM, égale à la réſiſtance de l'eau dans cette route, eſt à la force qui le pouſſe dans la direction BK, égale à la réſiſtance de l'eau dans cette direction, comme BM^2 eſt à BK^2, & dans la direction BL, comme BM^2 eſt à BL^2.

29. Si quelqu'un prétendoit, que la viteſſe, avec laquelle le Vaiſſeau eſt mû dans la route BM par le concours des deux vents, n'eſt pas égale à BM, comme on vient de le démontrer; on le prieroit de déſigner la quantité de viteſſe, avec laquelle le Vaiſſeau ſe meut dans cette route BM? & l'on va démontrer qu'on ne ſauroit, ſans abſurdité, déſigner une viteſſe differente de BM, ſoit plus petite, ſoit plus grande.

Car ſi l'on détermine une viteſſe BV, plus petite que BM, voyons TAB.
où nous conduira cette viteſſe BV, moindre que BM? Qu'on tire VT XXVIII.
parallèle à MK, qui rencontre BG au point T; le Vaiſſeau n'ayant *Fig.* 3.
que la viteſſe BV dans la route BM, il ne fuira le vent BG qu'avec
la viteſſe BT = BK — KT, & le vent BG donnera perpendiculaire-
ment ſur la voile ABC avec la viteſſe * BG — BK + KT; ainſi il * 9
pouſſera le Vaiſſeau dans la direction BG, avec la force * (BG — BK * 6
+ KT)$^2 \times dP$.

Le Vaiſſeau ne fuyant le vent BG qu'avec la viteſſe BK — KT, la
réſiſtance de l'eau, c'eſt-à-dire, la force avec laquelle elle pouſſera le
Vaiſſeau en ſens contraire au vent BG, dans la direction CB, ſera
* $(BK - KT)^2 \times Dp$. Mais $(BG - BK + KT)^2 \times dP > (BG - BK)^2 \times$ * 15
$dP =$ * $BK^2 \times Dp > (BK - KT)^2 \times Dp$; par conſéquent (BG * 18
$- BK + KT)^2 \times dP > (BK - KT)^2 \times Dp$. C'eſt-à-dire, ſi le
Vaiſſeau n'étoit mû par le concours des deux vents dans la route BM, qu'avec la viteſſe uniforme BV; la force $(BG - BK + KT)^2 \times dP$, avec laquelle il ſeroit pouſſé dans la direction BG, par le vent BG, ſeroit plus grande que la réſiſtance de l'eau, c'eſt-à-dire, plus grande que la force $(BK - KT)^2 \times Dp$, avec laquelle l'eau le pouſſeroit en ſens contraire dans la direction GB. Ce qui eſt impoſſible dans le mouvement uniforme, qui ſe fait dans un milieu qui réſiſte; puiſque c'eſt une choſe auſſi claire qu'une notion commune, que tout corps qui ſe meut d'un mouvement uniforme, dans un milieu qui réſiſte, doit être également

également preſſé par tous les côtés diamétralement oppoſés ; car il eſt évident, que s'il eſt plus pouſſé d'un côté, qu'il ne l'eſt du côté oppoſé, il cédera encore de ce côté-là, tout corps allant du côté vers lequel il eſt plus pouſſé. Ce qu'on vient de démontrer, par raport au vent B G, convient auſſi au vent B F.

On démontrera de la même maniere, qu'on ne ſauroit, ſans abſurdité, donner au Vaiſſeau dans la route B M, une viteſſe plus grande que B M.

C'eſt donc une choſe entiérement évidente, que le concours des deux impreſſions des deux vents B G, B F, ſur le Vaiſſeau, par le moyen des deux voiles perpendiculaires A B C, D B E, doit le faire mouvoir par la route B M avec la viteſſe B M.

TAB. XXVIII. *Fig.* 3. 30. On peut encore, pour diſtinguer plus exactement les viteſſes, & les forces, que les deux vents impriment au Vaiſſeau B, par le moyen des deux voiles A B C, D B E, perpendiculaires l'une à l'autre, tant ſuivant leurs directions propres B G, B F, que dans la direction B M qui réſulte de leur concours ; on peut, dis-je, ſuppoſer, comme Mr. HUGHENS le fait dans les deux Ecrits, qui ſont citez dans l'*Avertiſſement*, qu'une corde eſt attachée au Vaiſſeau par un de ſes bouts au point B, & par l'autre bout à un point *r* fixe & inébranlable, qui eſt éloigné du Vaiſſeau d'une longueur infinie ; que cette corde B *r* eſt perpendiculaire à la direction B G du premier vent, & par conſéquent parallèle à la direction B F du ſecond vent.

Il eſt évident, dans cette ſuppoſition, que toute la force que reçoit le Vaiſſeau du ſecond vent, qui pouſſe perpendiculairement la ſeconde voile D B E ſuivant la direction B F, eſt employée à tirer le point inébranlable *r*, ſuivant la même direction B F, & que la corde qu'on ſuppoſe ne point obéïr à cette impreſſion, détruit par ſa réaction, ou ſa réſiſtance, tout l'effet de cette force, & le rend nul, en retirant vers le point immobile *r* le Vaiſſeau, dans la direction oppoſée B A *r*, par une réſiſtance égale à l'effort que le Vaiſſeau reçoit du ſecond vent, pour avancer dans la direction B F.

Mais il n'en eſt pas de même de la force que le Vaiſſeau reçoit du premier vent par la premiere voile A B C : car il eſt également évident, que l'effet du premier vent ſur le Vaiſſeau, par le moyen de la premiere voile A B C, dans la direction B G, doit demeurer entiere. Le Vaiſſeau, par ſon mouvement ſuivant B G, ne tendant point à s'éloigner du point fixe *r*, la corde *r* B n'empèchera point le Vaiſſeau de ſe mouvoir ſuivant la direction B G, avec toute la viteſſe que lui donne le premier vent dans cette direction B G : ainſi il conſervera la viteſſe B K que lui donne le premier vent *

* 19 D'où il ſuit, que dans le temps que le Vaiſſeau auroit parcouru la route B M, & ſeroit arrivé au point M, par l'effet du concours des impreſ-

impreſſions des deux vents ſur les deux voiles, avant l'obſtacle de la corde B *r* ; avec la réſiſtance de la corde, qui n'ôte que le ſeul effet du ſecond vent, il parcourra dans le même tems l'eſpace B K, & il arrivera au point K ; & la viteſſe du vent ſuivant B M, avec l'effet du concours des deux vents, ſera à ſa viteſſe ſuivant B K, lorſque le ſeul TAB. XXVIII. *Fig.* 3.
effet du premier vent & de la premiere voile demeure, comme B M eſt à B K. Les réſiſtances de l'eau au mouvement ſuivant B M & ſuivant B K, ſeront donc comme $BM^2 \times Dp$ eſt à $BK^2 \times Dp$, ou comme BM^2 eſt à BK^2. Par conſéquent, les forces qui pouſſent le Vaiſſeau ſuivant ces deux mêmes directions, étant égales à ces réſiſtances qui leur correſpondent, la force ſuivant B M ſera à la force ſuivant B K, comme BM^2 eſt à BK^2.

31. Apliquons à préſent les principes, qu'on a démontrez juſqu'ici, au mouvement d'un Vaiſſeau qui n'auroit qu'une ſeule voile.

Pour le faire, il faut tirer à la droite B G une perpendiculaire au point G, qui ira rencontrer la droite B M au point Q ; & l'on verra clairement que les triangles ſemblables B K M, & B G Q, donneront cette proportion $BG : BK = BQ : BM$. Mais par 19. $BG : BK = \sqrt{Dp} + \sqrt{dP} : \sqrt{dP}$; par conſéquent $BQ : BM = \sqrt{Dp} + \sqrt{dP} : \sqrt{dP}$. Suppoſons que le Vaiſſeau, au point B, a la ſeule voile *a* B *c* égale à chacune des deux précédentes A B C, D B E ; que cette voile *a* B *c* eſt perpendiculaire à B Q ; qu'un vent, qui a la viteſſe B Q & ſa direction dans la même ligne B Q, pouſſe perpendiculairement la voile *a* B *c*. Il eſt certain que le Vaiſſeau ira ſuivant la ligne B Q, avec la viteſſe B M, par 19. puiſque $BQ : BM = \sqrt{Dp} + \sqrt{dP} : \sqrt{dP}$. TAB. XXVIII. *Fig.* 3.

Ainſi le Vaiſſeau, avec la ſeule voile *a* B *c*, décrira la même route B M avec la même viteſſe B M, qu'il décriroit par le concours des deux voiles A B C, D B E. Mais ces deux voiles, lui donnant ſéparément dans leurs propres directions, la premiere A B C, la viteſſe B K ; la ſeconde D B E, la viteſſe B L, & par leur concours la viteſſe B M dans la direction B M ; on en doit conclure, par les premiers principes de la compoſition des mouvemens, que puiſque la ſeule voile *a* B *c* lui donne, dans la même direction B M du concours des deux premiéres voiles, la même viteſſe B M, elle lui donne auſſi dans la direction B K la viteſſe B K, & dans la direction B L, la viteſſe B L : de maniere, que dans ce cas de la ſeule voile *a* B *c*, ſi une corde d'une longueur infinie, attachée par un bout à un point fixe *r* infiniment éloigné du Vaiſſeau, & par l'autre bout au Vaiſſeau en B, & perpendiculaire à la direction B K, rendoit nulle par ſa réſiſtance la viteſſe B L, qu'a le Vaiſſeau dans la direction B L, & ne lui permettoit de ſe mouvoir que dans la direction B K ; il arriveroit au point K, dans le même tems qu'il auroit parcouru B M, ſans l'empèchement de la corde B *r*, & il auroit dans ces deux routes, avec la ſeule voi-

voile *a* B *c*, les mêmes viteſſes & les mêmes forces qu'il y avoit, dans la ſuppoſition des deux voiles A B C, D B E.

32. Mais pour ôter juſqu'au moindre doute ſur cette concluſion, & la mettre dans la derniere évidence ; prolongeons Q B en *q* ; F B en *f* ; G B en *g*, en faiſant B*q* = B Q ; B*f* = B F ; B*g* = B G ; B*m* = BM ; B*l* = B L ; B*k* = BK ; & tirons les lignes *fq*, *lm*, qui ſe trouveront perpendiculaires à B*f*, & *qg*, *km*, qui ſe trouveront perpendiculaires à à B*g*. Suppoſons que le Vaiſſeau en B ait les trois voiles égales *a* B *c*, A B C, D B E dans la ſituation que l'on a déterminée ci-deſſus * : & ſans
* 22 & 31 rien changer à la direction, ni à la viteſſe, ni à la force des 3 vents qui pouſſent ces trois voiles, ſuppoſons ſeulement que le troiſieme vent qui pouſſe la troiſieme voile *a* B *c*, a ſon mouvement en un ſens oppoſé, & qu'au lieu qu'il pouſſoit la voile ſuivant B Q avec la viteſſe B Q, il la pouſſe en ſens oppoſé ſuivant B *q* avec la viteſſe B *q* = B Q. Il eſt certain qu'il donnera au Vaiſſeau la viteſſe B *m* dans la direction B *q* ; puiſ-
* 19. que B *q* [B Q] : B *m* [B M] $= \sqrt{Dp} + \sqrt{dP} : \sqrt{dP}$. * Mais par le concours des impreſſions des deux premiers vents ſur les deux premieres voiles A B C, D B E, le Vaiſſeau eſt pouſſé dans la direction B Q, en ſens oppoſé à B *q*, avec la viteſſe B M = B *m*. Ainſi il eſt autant pouſſé d'un côté que d'autre en ſens oppoſé, dans la même ligne de direction ; il reſtera donc immobile en B par l'effet de ces 3 impreſſions des 3 vents ſur les trois voiles. La troiſieme voile *a* B *c* ſera donc, pour ainſi dire, en équilibre en tout ſens avec les deux premieres voiles A B C, D B E ; puiſque tous les efforts de ces deux premieres voiles ſont rendus nuls par l'effort de la troiſieme. Par conſéquent, la premiere voile A B C pouſſant le Vaiſſeau ſuivant B G avec la viteſſe B K = B*k*, & la ſeconde voile D B E le pouſſant ſuivant B F avec la viteſſe B L = B *l*, la troiſieme voile *a* B *c*, doit néceſſairement pouſſer le Vaiſſeau dans la direction B *g* avec la viteſſe B *k* = B K, & dans la direction B *f* avec la viteſſe B *l* = B L. Et rapellant encore içi (pour mieux diſtinguer ces effets les uns des autres) la ſuppoſition, faite par Mr. HUGHENS, de la corde infinie en longueur, attachée par un bout au Vaiſſeau en B, & par l'autre bout à un point fixe R infiniment éloigné de B, laquelle corde ſoit perpendiculaire à la direction G B *g*, & rende nul le mouvement du Vaiſſeau dans la direction B *f*, en laiſſant entier ſon mouvement dans la direction B *g*, & ne lui permettant de ſe mouvoir que dans cette direction, on verra clairement, que dans le tems que le Vaiſſeau auroit parcouru (avant la ſuppoſition & ſans l'effet de la corde) l'eſpace B *m*, & ſeroit arrivé au point *m*, il parcourra (dans la ſuppoſition de la corde B R) l'eſpace B *k* & arrivera au point *k*. Ainſi les viteſſes, par ces deux directions, ſeront entr'elles comme B *m* eſt à B *k*.

On a auſſi démontré, que dans le cas des deux premieres voiles ſeules, la force avec laquelle le concours de leurs impreſſions faiſoit mouvoir le Vaiſſeau ſuivant B M, étoit à la force avec laquelle il étoit pouſſé dans la direction B K, comme BM^2 eſt à BK^2 ; c'eſt-à-dire, que ces forces étoient comme les quarrez des viteſſes du Vaiſſeau dans ces deux directions. Par conſéquent, dans le cas de la troiſieme voile *a* B *c*, par laquelle le Vaiſſeau reçoit des impulſions égales aux impulſions des deux premieres voiles, par le vent qui a la direction B *q* & la viteſſe B *q*, & pouſſe cette voile perpendiculairement ; la force avec laquelle le Vaiſſeau ſera pouſſé ſuivant B *m*, ſera à la force avec laquelle il eſt pouſſé ſuivant B *k*, comme Bm^2 eſt à Bk^2 ; c'eſt-à-dire, ces forces ſeront comme les quarrez des viteſſes.

AVERTISSEMENT.

33. Les Propoſitions, qu'on vient de démontrer dans les derniers articles, ſont le ſujet de la diſpute qui a été entre Mr. HUGHENS & moi : & voici l'état de la queſtion. Un Vaiſſeau au point B qu'on ſuppoſe fendre l'eau également de tous côtés, a la ſeule voile *a* B *c* ; le vent pouſſe la voile *a* B *c* perpendiculairement, il pouſſe par conſéquent le Vaiſſeau dans la direction B M perpendiculaire à la voile.

Pour diſtinguer mieux l'état de la Queſtion, Mr. HUGHENS ſuppoſe qu'une corde B *r* perpendiculaire à B K, attachée d'un bout au Vaiſſeau en B, & de l'autre à un point fixe *r* infiniment éloigné du Vaiſſeau, ne permet au Vaiſſeau de ſe mouvoir que ſuivant la direction B K. Suppoſé que le Vaiſſeau au point B, ſans l'obſtacle de la corde B *r* allât par l'impulſion du vent du point B au point M, dans un certain tems ; il s'agit de ſavoir, dans la ſuppoſition de la corde B *r*, qui ne permet au Vaiſſeau de ſe mouvoir, par cette même impreſſion du vent ſur la voile *a* B *c*, & par le moyen de la voile ſur le Vaiſſeau, que ſuivant la direction B K G ; il s'agit, dis-je, de ſavoir à quel point de la ligne B K G il arriveroit, la corde B *r* agiſſant, dans le même tems qu'il auroit été de B en M ſuivant B M, ſans l'action de la corde B *r* ; c'eſt-à-dire, il s'agit de déterminer le raport de la viteſſe du Vaiſſeau dans la direction B M, la corde B *r* n'y étant point, à la viteſſe du même Vaiſſeau dans la direction B K G, lorſque la corde B *r* ne lui permet de ſe mouvoir que dans cette direction B K G. Il s'agit encore de déterminer le raport de la force avec laquelle le Vaiſſeau eſt pouſſé ſuivant la direction B M, la corde n'y étant point, à la force avec laquelle il eſt pouſſé ſuivant la direction B K G, lorſque la corde B *r* agit, & ne permet au Vaiſſeau de ſe mouvoir que ſuivant cette direction B K G.

Mr. HUGHENS prétend que, par un principe, reçu depuis longtems dans la Méchanique, qu'il nomme même une *Règle de Méchanique*, la force avec laquelle le Vaiſſeau eſt pouſſé par le vent dans la direction BM (ſans la corde B*r*) doit être marquée par la ligne BM; & la force avec laquelle il eſt pouſſé ſuivant la direction BKG (lorſque la corde B*r* ne lui permet de ſe mouvoir que ſuivant cette direction BKG) doit être marquée par la ligne BK; c'eſt-à-dire, que la force ſuivant BM eſt à la force ſuivant BK, comme BM eſt à BK. Ce principe, ou cette règle, n'étant ainſi établi que par l'authorité, il en déduit le raport des viteſſes du Vaiſſeau par ce raiſonnement.

Les forces, avec leſquelles le Vaiſſeau eſt pouſſé ſuivant les directions BM & BK, ſont égales aux réſiſtances que fait l'eau au mouvement du Vaiſſeau ſuivant ces mêmes directions: Mais ces réſiſtances ſont entr'elles comme les quarrez des viteſſes du Vaiſſeau ſuivant ces deux directions. Donc BM eſt à BK, comme le quarré de la viteſſe du Vaiſſeau ſuivant BM eſt au quarré de la viteſſe du Vaiſſeau ſuivant BK. D'où il ſuit, que pour avoir le raport de ces viteſſes, il faut prendre BS moyenne proportionelle entre BM & BK; & le raport de BM à BS ſera le raport des viteſſes du Vaiſſeau dans ces deux directions; c'eſt-à-dire, dans le tems que le Vaiſſeau ſeroit allé de B en M ſuivant la direction BM, il ira de B en S ſuivant la direction BK. Ce ſont là les viteſſes que Mr. HUGHENS déduit de ſon principe, ou de ſa règle, qu'il n'établit qu'en diſant que c'eſt une règle reçue depuis long-tems dans la Méchanique.

Mais j'ai démontré dans les Art. 31 & 32. que dans le tems que le Vaiſſeau iroit de B en M ſuivant la direction BM, il n'ira que de B en K ſuivant la direction BKG, & que le raport de ces viteſſes dans ces deux directions étoit BM : BK. J'ai auſſi démontré que le raport des forces avec leſquelles le Vaiſſeau étoit pouſſé ſuivant ces deux directions, étoit $BM^2 : BK^2$. Ainſi j'ai démontré que Mr. HUGHENS s'apuyoit ſur un principe, qui eſt ſans fondement, & qui ne peut pas ſervir de *Règle dans la Méchanique.* C'eſt ce qu'il faut encore faire voir clairement.

Un principe, qui eſt contraire aux véritables Loix qui s'obſervent dans la Nature, ne ſauroit ſe prouver, & il ne peut conduire qu'à des abſurditez; il ſuffira de mettre ici quelques-unes de celles, où conduit néceſſairement le principe, que Mr. HUGHENS n'a pas ſeulement tenté de prouver; car il n'auroit pas pû le démontrer; mais qu'il s'eſt contenté de ſuppoſer, ſans aucun fondement dans la Nature. Et afin qu'on voye clairement, qu'on ne lui impoſe rien de contraire à ſes ſentimens, & qu'on ne cherche point à tirer du principe qu'il ſoutient des conſéquences forcées; on ſe ſervira des mêmes viteſſes du Vaiſſeau dans les routes obliques, que Mr. HUGHENS déduit néceſſairement, ſuivant ſon principe,

de

de la viteſſe du Vaiſſeau dans la route directe du vent; & pour diſtinguer exactement les effets de l'impulſion du vent ſur le Vaiſſeau par le moyen de la voile dans une direction, des effets du vent ſur le même Vaiſſeau dans une autre direction, on n'employera que la ſuppoſition, que Mr. HUGHENS fait lui-même, d'une corde d'une longueur infinie, attachée par un bout au Vaiſſeau, & par l'autre à un point fixe, infiniment éloigné du Vaiſſeau, laquelle étant ſuppoſée ne pas obéir à l'impreſſion du vent, qui pouſſe le Vaiſſeau dans la direction même de la corde, ou dans la direction parallèle à la corde, vers le côté opoſé au point fixe, ne permet de mouvement au Vaiſſeau, que celui qui ſe fait dans la direction perpendiculaire à la corde. Cette ſuppoſition doit être déja familiere, par les Articles 30, 31 & 32, où elle a été employée & expliquée.

34. I. Dans le cas des trois voiles de l'Art. 32, on va déduire néceſſairement du principe de Mr. HUGHENS que le Vaiſſeau doit en même TAB.
tems ſe mouvoir dans la même direction MB*m* en deux ſens oppoſez XXVIII.
vers *m* & vers M. *Fig.* 4.

Car, ſi l'on ſe rend familieres les ſuppoſitions que l'on a faites au commencement de l'Art. 32, par rapport aux trois voiles ABC, DBE, *a*B*c*, & qu'on ſuppoſe de plus B*s* = BS moyenne proportionnelle entre B*m* = BM, & B*k* = BK; & B*z* = BZ moyenne proportionnelle entre B*m* = BM, & B*l* = BL; On verra que l'impulſion perpendiculaire du vent QB, dont la viteſſe abſoluë eſt QB, ſur la voile *a*B*c*, donnant au Vaiſſeau en B la viteſſe B*m* dans la route directe du Vent, doit néceſſairement, ſuivant * le principe de M. HUGHENS, * 33
donner en même tems au Vaiſſeau la viteſſe B*s*, dans la direction oblique B*k*.

Mais l'impulſion du vent BG, dont la viteſſe abſoluë eſt BG perpendiculaire à la Voile ABC, donne en même tems au vaiſſeau la viteſſe BK = B*k*, dans la route directe BG du vent BG (laquelle route BG eſt auſſi la route oblique du vent QB).

La viteſſe du Vaiſſeau B*s*, cauſée par le vent QB dans la route KB*k*, ſurpaſſera donc la viteſſe BK = B*k* cauſée en même tems par l'impreſſion du vent BG dans la même route KB*k*, & le ſurplus *ks* ſera la viteſſe avec laquelle le vent QB fera mouvoir le vaiſſeau ſelon la route KB*k* dans la ſuppoſition d'une corde infinie BR perpendiculaire à la direction KB*k* qui ne permet au Vaiſſeau de ſe mouvoir, que dans la direction KB*k*.

Par un ſemblable raiſonnement, l'impulſion du vent QB, perpendiculaire à la voile *a*B*c*, donnera au Vaiſſeau la viteſſe B*z* = BZ dans la route oblique B*z*, ſuivant le principe de Mr. HUGHENS; & l'impulſion du vent BF, dont la viteſſe abſoluë eſt BF = B*f*, & la direction BF, perpendiculaire à la voile DBE, donnera en même tems

 au

au Vaiſſeau la viteſſe BL = B*l*, dans la même route LB*z*, & le ſurplus *lz* de B*z* ſur B*l* ſera la viteſſe avec laquelle le vent QB ſera mouvoir le vaiſſeau ſelon la route LB*l*, dans la ſuppoſition d'une corde infinie B*r* perpendiculaire à la direction LB*l*, qui ne permet le mouvement du Vaiſſeau que dans la direction LB*l*.

Par conſéquent l'impreſſion du vent QB, perpendiculaire ſur la voile *a*B*c*, doit l'emporter ſur l'impreſſion, qui réſulte du concours des deux vents BG & BF qui pouſſent perpendiculairement, le premier la voile ABC, & le ſecond la voile DBE, & faire mouvoir le Vaiſſeau de B en *m*.

Sans rien changer dans les trois Voiles, dans les trois vents qui les pouſſent perpendiculairement, dans les viteſſes abſoluës de ces trois vents, ni dans les impreſſions qu'ils font ſur le Vaiſſeau par le moyen des trois Voiles; on va démontrer le contraire comme une ſuite néceſſaire du même principe.

Que l'on tire des points K & L les lignes KN, LO, perpendiculaires ſur MB; qu'on marque BP moyenne proportionnelle entre BK & BN, & BV moyenne proportionnelle entre BL & BO; qu'on faſſe NX = OV, ce qui donnera BX = MV, parce que BN = MO, à cauſe des triangles BKN, MLO ſemblables & égaux.

Le vent BG, dont la viteſſe abſoluë eſt BG, pouſſant perpendiculairement la voile ABC dans ſa propre direction BG, donne au Vaiſſeau la viteſſe BK dans la route directe BK de ce vent; & dans la route oblique BM de ce vent, il donne au Vaiſſeau la viteſſe BF, ſuivant le principe de Mr. Hughens; c'eſt-à-dire, dans la ſuppoſition d'une corde infinie dans la direction de la voile *a*B*c* qui ſeroit perpendiculaire à la route BM, & qui ne permettroit le mouvement du Vaiſſeau que dans la route BM, l'impreſſion perpendiculaire du vent BG ſur la voile ABC, feroit mouvoir le Vaiſſeau dans la route oblique BM, avec la viteſſe BP.

Par un ſemblable raiſonnement, l'impreſſion perpendiculaire ſur la voile DBE du Vaiſſeau BF, dont la viteſſe abſoluë eſt BF, donnant au vaiſſeau la viteſſe BL dans la route directe de ce vent, lui donnera néceſſairement dans la route oblique BM la viteſſe BV, ſuivant le même principe, & dans la ſuppoſition d'une Corde infinie dans la direction de la voile *a*B*c* perpendiculaire à la direction BM, laquelle corde ne permette le mouvement du vaiſſeau que dans la direction BM, l'impulſion perpendiculaire du vent BF ſur la voile fera mouvoir le vaiſſeau dans la route BM avec la viteſſe BV.

Mais l'impulſion du vent QB perpendiculaire à la voile *a*B*c*, donne au Vaiſſeau la viteſſe MB en ſens contraire dans la même direction MB*m*. Cette viteſſe MB ſurpaſſe donc la viteſſe BV, que donne

ne au Vaiſſeau le vent BF par ſon impreſſion perpendiculaire ſur la voile DBE, & l'excès eſt MV = BX. Ainſi l'impreſſion du vent BF ſur le Vaiſſeau ne laiſſe à la viteſſe, que le Vaiſſeau reçoit du vent QB par la voile *a*B*c*, que la viteſſe XB dans la route MB*m*.

Mais l'impulſion du vent BG perpendiculaire ſur la voile ABC, donne au Vaiſſeau la viteſſe BP dans la route BM, qui ſurpaſſe la viteſſe XB, qui reſtoit au Vaiſſeau de la viteſſe que lui donnoit le vent QB en ſens contraire par le moyen de la voile *a*B*c*, & l'excès eſt XP. Le Vaiſſeau ſera donc pouſſé de B vers M avec la viteſſe XP, par l'effet du concours des deux vents BF & BG, qui pouſſent perpendiculairement, le premier la voile DBE, le ſecond la voile ABC.

On a donc fait voir, qu'il ſuivoit néceſſairement du principe que ſoutient Mr. Hughens, que dans la ſuppoſition des trois voiles, le Vaiſſeau devroit avoir en même tems deux mouvemens directement oppoſez, l'un de B vers *m*, & l'autre de B vers M; ce qui eſt impoſſible.

35. II. Dans le * cas de la ſeule voile *a*B*c*, perpendiculairement pouſ- * 31
ſée par le vent BM, lequel donne au Vaiſſeau en B la viteſſe BM, dans TAB.
la route directe du vent BM, ſi l'on prend telle route oblique BK que XXVIII.
l'on voudra, l'impulſion perpendiculaire du vent BM ſur la voile *a*B*c*, *Fig.* 5.
donnera au Vaiſſeau, par une ſuite néceſſaire du principe de Mr. Hughens, la viteſſe BS dans cette route, en ſuppoſant que BM : BS = BS : BK; de maniere que, dans la ſuppoſition d'une corde infinie perpendiculaire à la direction BK, qui ne permettroit de mouvement au Vaiſſeau que dans la route oblique BK, l'impulſion du vent BM, perpendiculaire à la voile *a*B*c*, donneroit au Vaiſſeau la viteſſe BS dans la route oblique BK.

Qu'on prenne dans BKS un point quelconque G entre K & S, & qu'on tire par G la ligne GQ perpendiculaire à BK, qui rencontre BM
au point Q. Il eſt évident * que le raport de BM (qui eſt la viteſſe * 22.
que donne au Vaiſſeau le vent BM dans ſa route directe BM) à BQ étant donné, on peut trouver une grandeur de la voile *a*B*c* telle que la viteſſe BM que le vent donne au Vaiſſeau, ſoit à la viteſſe abſolue du même vent, comme BM à BQ. La viteſſe abſolue du vent dans la route directe ſera donc BQ: la viteſſe du même vent dans la détermination BKS ſera BK, par les premiers principes du mouvement reçus de tout le monde.

Le vent BQ, dont la viteſſe abſolue eſt BQ, dans la route directe BQ, & dont la viteſſe n'eſt que BK dans la détermination BKS, donnera donc au Vaiſſeau la viteſſe BS dans la détermination BKS, ſuivant le principe de Mr. Hughens, laquelle viteſſe BS eſt plus grande que la viteſſe même BK du vent, dans cette même détermination BKS; ce qui eſt impoſſible.

36. III.

TAB. XXVIII. *Fig.* 3. & 4.

36. III. Comment expliquera-t-on, en ſuivant le principe de M. HUGHENS, l'équilibre qui eſt entre la ſomme des efforts des deux vents BG, BF, ſur les deux voiles ABC, DBE, & l'effort du troiſieme vent QB ſur la troiſieme voile aBc qu'on a démontré dans l'Art. 32? On aura bien, comme nous, la ſomme des deux forces abſolues $BG^2 \times dP + BF^2 \times dP$, des deux vents BG & BF, dont les viteſſes abſolues ſont BG & BF, égale à la force abſolue $QB^2 \times dP$ du troiſieme vent QB dont la viteſſe abſolue eſt $Bq = QB$. On auroit bien encore, comme nous, la ſomme des deux forces $(BG - BK)^2 \times dP\ [KG^2 \times dP] + (BF - BL)^2 \times dP\ [LF^2 \times dP]$, des deux vents BG & BF ſur les voiles ABC, DBE, égale à la force $(Bq - Bm)^2 \times dP\ [mq^2 \times dP = MQ^2 \times dP]$ du troiſieme vent QB ſur la voile aBc; parce qu'on convient avec nous de la viteſſe & de la force du vent dans la route directe; ces choſes étant trop claires pour être miſes en doute. Cependant il faudra détruire ce ſecond équilibre, en ſuivant le principe de Mr. HUGHENS.

Car comment trouvera-t-on, en s'écartant du principe que nous avons démontré, pour ſuivre le principe de Mr. HUGHENS, que la ſomme des deux reſiſtances de l'eau aux deux efforts des deux vents BG & BF ſur leurs voiles ABC, DBE, leſquelles réſiſtances doivent être égales à ces efforts; comment, dis-je, trouvera-t-on, en ſuivant le principe de Mr. HUGHENS, que la ſomme des deux reſiſtances égales à ces deux efforts des deux vents BG, BF, eſt égale à la réſiſtance que fait l'eau à l'effort du troiſieme vent QB ſur la voile aBc, qui lui eſt perpendiculaire, laquelle réſiſtance eſt égale à cet effort?

Suivant le principe de Mr. HUGHENS, le troiſieme vent QB donnant au vaiſſeau par ſon impulſion perpendiculaire ſur la troiſieme voile aBc, la viteſſe $Bm = BM$ dans la route directe, il donne au même Vaiſſeau la viteſſe $Bs = BS$ dans la route oblique Bg, & la viteſſe $Bz = BZ$ dans la route oblique Bf (on ſuppoſe que $Bm : Bs = Bs : Bk$, & $Bm : Bz = Bz : Bl$). La réſiſtance de l'eau eſt donc $Bs^2 \times Dp$ $BS^2 \times Dp$ dans la route oblique Bg, & la reſiſtance de l'eau eſt $Bz^2 \times Dp = BZ^2 \times Dp$ dans la route oblique Bf.

Il eſt évident que la reſiſtance $Bs^2 \times Dp$ que fait l'eau dans la route oblique Bg au mouvement du vaiſſeau dans cette route eſt égale à la force avec laquelle le vent QB pouſſe le Vaiſſeau dans cette route oblique Bg; & que de même la réſiſtance de l'eau $Bz^2 \times Dp$ dans la route Bf eſt égale à la force avec laquelle le vent QB pouſſe le Vaiſſeau dans la même route Bf.

Il faut donc ſuivant le principe de Mr. HUGHENS, afin que l'effort du vent BG dans la direction BG de ce vent ſoit égal à l'effort en ſens oppoſé du vent QB dans la même direction GBC, (qui eſt la route directe du vent BG & l'oblique du vent QB) c'eſt-à-dire, afin de

de mettre en équilibre ces deux efforts directement oppoſés, il faut, dis-je, que le vent BG pouſſe la voile ABC, & par le moyen de la voile le Vaiſſeau, avec la viteſſe $BS = Bs$ dans la route BKS; & alors la force du vent BG ſur la voile perpendiculaire ABC dans la route directe de ce vent BG, ſera $(BG - BS)^2 \times dP = SG^2 \times dP$, & elle ſera égale à la réſiſtance $BS^2 \times Dp$ de l'eau dans cette route, & $BS^2 \times Dp$ ſera égale à $Bs^2 \times Dp$, qui eſt l'effort directement oppoſé du vent QB dans la même route Bks.

Il faudra, par le même raiſonnement, ſuivant le principe de Mr. HUGHENS, que le vent BF pouſſe perpendiculairement la voile DBE, & par le moyen de la voile le Vaiſſeau, avec la viteſſe $BZ = Bz$; & la force du vent ſur la voile DBE ſera $(BF - BZ)^2 \times dP = ZF^2 \times dP$ & alors elle ſera égale à la réſiſtance $BZ^2 \times Dp$ de l'eau dans cette route & $BZ^2 \times Dp$ ſera égale à $Bz^2 \times Dp$, qui eſt l'effort directement oppoſé du vent QB dans la même route Blz.

Mais on tombe par-là dans l'impoſſibilité de trouver l'égalité qui doit être, d'un côté entre la ſomme des deux forces $(BG - BS)^2 \times dP = SG^2 \times dP$, & $(BF - BZ)^2 \times dP = ZF^2 \times dP$ des deux vents BG & BF ſur les voiles ABC & DBE: & de l'autre côté entre la force en ſens contraire $(Bq - Bm)^2 \times dP = (QB - MB)^2 \times dP = QM^2 \times dP$ du troiſieme vent QB ſur la voile aBc.

Il eſt de même impoſſible, ſuivant le principe de Mr. HUGHENS, que la ſomme des deux réſiſtances que fait l'eau aux deux efforts des vents BG & BF ſur les deux voiles ABC & DBE, leſquelles ſont $BS^2 \times Dp + BZ^2 \times Dp$, & doivent être égales à ces deux efforts des deux vents BG & BF qui ſont $(BG - BS)^2 \times dP + (BF - BZ)^2 \times dP = SG^2 \times dP + ZF^2 \times dP$; il eſt, dis-je, impoſſible que cette ſomme des deux réſiſtances de l'eau ſoit égale à la réſiſtance, que fait l'eau au mouvement du Vaiſſeau, pouſſé par l'effort du vent QB dans la route directe $QBmq$, laquelle réſiſtance eſt $Bm^2 \times Dp = BM^2 \times Dp$, qui eſt égale à l'effort du vent QB ſur la voile ABC, lequel effort eſt $(Bq - Bm)^2 \times dP = mq^2 \times dP = MQ^2 \times dP$. Et cependant la ſomme de ces deux réſiſtances de l'eau aux impulſions des deux vents BG & BF doit contrebalancer la réſiſtance de l'eau à l'impulſion du vent QB, pour faire l'équilibre, & que le Vaiſſeau ſoit également preſſé de côté & d'autre.

37. Mais en ſuivant le principe que nous avons démontré, on trouve que tout convient parfaitement dans l'équilibre des forces & des impulſions des 3 vents BG & BF & QB, par le moyen des trois voiles ABC, DBE, aBc. 1°. La ſomme des deux forces abſoluës des deux premiers vents BG & BF, qui eſt $BG^2 \times dP + BF^2 \times dP$, eſt égale à la force abſoluë du troiſieme vent QB, laquelle eſt $QB^2 \times dP$; ainſi

Ainſi il y a équilibre entre les deux premieres & la troiſieme. 2°. La ſomme des deux forces des deux premiers vents B G, B F ſur les deux voiles A B C, D B E qui eſt $KG^2 \times dP + LF^2 \times dP$ eſt égale à la force du troiſieme vent Q B ſur la troiſieme voile *a* B *c*, laquelle force eſt $mq^2 \times dP$, ou $MQ^2 \times dP$. Ainſi les 2 premieres ſont en équilibre avec la 3e. 3°. La ſomme des deux réſiſtances que fait l'eau aux deux efforts des deux impulſions des deux premiers vents B F, B G ſur le Vaiſſeau par le moyen des voiles A B C, D B E, laquelle ſomme eſt $BK^2 \times Dp + BL^2 \times Dp$, eſt égale à la réſiſtance que fait l'eau à l'effort de l'impulſion du 3e. vent Q B ſur le Vaiſſeau par la 3e. voile *a* B *c*, laquelle réſiſtance eſt $Bm^2 \times Dp = BM^2 \times Dp$. Ainſi la preſſion du Vaiſſeau d'un côté eſt égale à la preſſion de l'autre côté.

D'où l'on voit la parfaite conformité de nôtre Principe aux Loix de la Nature, & qu'on ne ſauroit s'en écarter qu'on ne tombe en des abſurdités. En voici encore un exemple.

TAB. XXVIII. *Fig.* 6. 38. On a renouvellé dans les *Actes de Leipſik* en 1695 & 1696, la diſpute qui étoit entre Mr. HUGHENS & moi. Voici ce qu'on ajoûte au principe de Mr. HUGHENS. Le vent B Q dont la direction eſt B Q & la viteſſe abſoluë eſt auſſi B Q, pouſſe perpendiculairement la voile *a* B *c*, & donne au Vaiſſeau en B la viteſſe B M dans la route directe du vent; dans la ſuppoſition d'une corde infinie, dont la direction eſt B R perpendiculaire à la route oblique B K G, qui ne permet de mouvement au Vaiſſeau que celui qui ſe fait dans cette route oblique B K G, l'impulſion perpendiculaire du vent B Q ſur la voile *a* B *c*, qui donneroit au Vaiſſeau la viteſſe B M dans la route directe du vent, donnera au Vaiſſeau, ſuivant le principe de Mr. HUGHENS, la viteſſe B S dans la route oblique B K, en ſuppoſant $BM : BS = BS : BK$. On prétend dans les *Actes*, qu'on vient de citer, que dans cette ſuppoſition de la corde infinie B R, en ſuivant le principe de Mr. HUGHENS, la viteſſe du Vaiſſeau dans la route oblique B K G eſt plus grande que B S, & que la viteſſe que détermine Mr. HUGHENS n'eſt pas auſſi grande qu'elle doit être: Et voici ſur quel fondement on prétend augmenter cette viteſſe. Qu'on tire par le point S la ligne S N perpendiculaire à B M, qui rencontre B M au point N, & qu'on faſſe enſuite ce raiſonnement.

Lorſque le Vaiſſeau va dans la direction B Q avec la viteſſe B M, il fuit le vent B Q avec cette même viteſſe B M; & alors la viteſſe du vent ſur la voile *a* B *c* eſt $BQ - BM$, & ſa force eſt $(BQ - BM)^2 \times dP$. Mais quand il va par la route oblique B K avec la viteſſe B S, il ne fuit le vent qu'avec la viteſſe B N; & dans ce cas la viteſſe du vent ſur la voile doit être $BQ - BN = BQ - BM + NM$, & la force du vent ſur la voile doit être $(BQ - BM + NM)^2 \times dP > (BQ - BM)^2 \times dP$.

$\times dP$. Mais le Vaiſſeau étant ſeulement pouſſé avec la force $(BQ - BM)^2 \times dP$ il va par la route B K avec la viteſſe B S, ſuivant le principe de Mr. HUGHENS. Donc quand il eſt pouſſé avec une force plus grande $(BQ - BM + NM)^2 \times dP$, il doit encore aller avec une viteſſe plus grande que B S.

Pour faire voir le défaut de ce raiſonnement, & le rendre ſenſible, on prendra une route oblique B K S; qui faſſe avec la route directe du vent B Q un angle Q B S plus grand que 60 deg., afin qu'en tirant d'un point S, pris dans B K S, une perpendiculaire S N ſur la route directe B Q, l'angle B S N ſoit plus petit que 30 deg., & que par conſéquent ſon ſinus B N ſoit plus petit que la moitié du ſinus total B S. On ſuppoſera que le vent B Q, dont la viteſſe abſoluë eſt B Q pouſſe perpendiculairement la voile *a* B *c*, & donne au Vaiſſeau la route B M dans la route directe du vent; qu'on tire M K perpendiculaire ſur B K S, & qu'on prenne B S telle que $BM : BS = BS : BK$.

Il eſt évident que B M ne ſauroit augmenter, qu'en même tems M Q ne diminuë, que B S n'augmente, & que B N n'augmente auſſi. D'où il ſuit clairement qu'on peut prendre B M d'une telle grandeur que QM ſoit plus petite que BN: & que l'on peut faire en ſorte que le vent BQ, * dont la viteſſe abſolue eſt BQ, donne au Vaiſſeau cette viteſſe BM. Qu'on * 21.
partage MN en P de maniere que $QM : QP = BN : BP$; & qu'on éléve par P la ligne PV perpendiculaire à BM, qui rencontre BKS prolongée en V; il eſt clair que QM étant moindre que BN; QP ſera moindre que BP. Ainſi BP étant moindre que la moitié de B V; B Q ſera moindre que B V. Ces choſes ſuppoſées, on va démontrer, qu'en ſuivant le raiſonnement qu'on a raporté cy-deſſus, le vent Q B dont la viteſſe abſoluë eſt Q B, pouſſant perpendiculairement la voile *a* B *c*, donnant au Vaiſſeau la viteſſe B M dans la route directe B M Q, donnera au même Vaiſſeau dans la route oblique B K V une viteſſe qui ne ſauroit être moindre que B V; & qu'il fera par conſéquent aller le Vaiſſeau dans la route oblique BKV, non ſeulement plus vite que ne va le vent dans la détermination BKV; mais même plus vite que ne va le vent B Q dans la route directe B Q.

Car la force qui fait aller le Vaiſſeau ſuivant BK avec la viteſſe B S, eſt à la force qui fait aller le Vaiſſeau par la même route avec la viteſſe BV, comme BS^2 eſt à BV^2. Mais à cauſe des triangles ſemblables B S N, B V P, $BS^2 : BV^2 = BN^2 : BP^2$; & par la conſtruction $BN^2 : BP^2 = QM^2 : QP^2 \, [(BQ - BP)^2]$. Donc $BS^2 : BV^2 = QM^2 : (BQ - BP)^2$ Or $QM^2 : (BQ - BP)^2 = QM^2 \times dP : (BQ - BP)^2 \times dP$. Et $QM^2 \times dP$ eſt la force du vent ſur la voile, qui eſt néceſſaire pour faire aller le Vaiſſeau dans la route oblique BK avec la viteſſe BS, ſuivant le principe de Mr. HUGHENS, qu'on ſoutient dans le raiſonnement qu'on a raporté. Par conſéquent $(BQ - BP)^2 \times dP$ eſt la force du vent ſur

 la

la voile, qui eſt néceſſaire pour faire aller le Vaiſſeau dans la route oblique B K avec la viteſſe B V.

Mais le Vaiſſeau allant par la route B K S avec la viteſſe B V, il ne fuit le vent B Q qu'avec la viteſſe B P; & alors le vent B Q, dont la viteſſe eſt B Q donnera encore perpendiculairement ſur la voile *a* B *c* avec la viteſſe B Q — B P, & par conſéquent avec la force $(BQ - BP)^2 \times dP$, qui eſt celle qui ſeroit néceſſaire, pour faire aller le Vaiſſeau par la route oblique B K S avec la viteſſe B V. Donc, ſuivant le raiſonnement qu'on a raporté, le Vaiſſeau ira plus vite dans la route oblique B K S, que ne va le vent dans la route directe B Q; c'eſt-à-dire que ſa viteſſe ſera plus grande que la viteſſe abſolue du vent. Ce *qui eſt impoſſible.*

Si Mr. Hughens avoit vécu dans le tems que l'on fit à ſon principe l'addition dont on vient de parler, il lui auroit été très facile d'en faire voir l'inutilité. Car lorſque le vent B Q, qui a la viteſſe B Q, pouſſe perpendiculairement la voile *a* B *c*, & donne au Vaiſſeau la viteſſe B M dans la route directe B M du vent; & que dans la ſuppoſition de la corde infinie B R, qui ne permet au Vaiſſeau de ſe mouvoir que dans la route oblique B K, il donne au Vaiſſeau la viteſſe B S dans cette route oblique B K, ſuivant ſon principe; le Vaiſſeau ne fuit le vent qu'avec la viteſſe BN, parce que la corde empêche qu'il ne fuye le vent avec la viteſſe B M. Ainſi le vent donne ſur la voile avec la viteſſe N Q, plus grande que la viteſſe M Q, de la viteſſe M N, & par conſéquent avec plus de force. Mais ſi l'on fait attention à la réaction de la corde infinie ſur le Vaiſſeau, on verra clairement que ce ſurplus de viteſſe N M faiſant tout ſon effort contre le point immobile R, eſt rendu inutile * pour produire quelque effet. Par conſéquent le Vaiſſeau ne
* 30
doit pas (à cauſe de ce ſurplus de force qui eſt rendu inutile par la corde) aller plus vite dans la route oblique B K, qu'il iroit s'il n'avoit pas cette augmentation de force.

Corollaire déduit du principe qu'on a démontré dans ce Mémoire.

* 31 On a démontré * que la force du vent qui donne perpendiculaire-
& 32 ment ſur la voile, par laquelle elle eſt pouſſée dans la route directe du vent, étoit à la force du même vent donnant toûjours perpendiculairement ſur la voile, par laquelle elle eſt pouſſée dans une route oblique, comme le quarré de la viteſſe du vent ſur la voile dans la route directe, eſt au quarré de la viteſſe du même vent ſur la voile dans cette route oblique. Mais chacune de ces forces eſt le produit de la maſſe par la viteſſe. Par conſéquent la maſſe de l'air, ou du vent qui pouſſe la voile dans la route directe, eſt à la maſſe de l'air qui pouſſe la voile dans la route oblique, comme la viteſſe du vent ſur la voile dans la route directe, eſt à la viteſſe du vent ſur la voile dans la route oblique.

Ce Corollaire eſt une ſuite néceſſaire du principe qu'on a démontré; ainſi il n'a pas beſoin d'autre démonſtration. Si on veut le voir avec une plus grande clarté, il faut le regarder dans la cauſe phyſique, & faire attention à la maniere dont ſe fait le choc des Corps fluides; & on verra que quand le courant d'un fluide choque perpendiculairement un plan, ſi l'on partage par l'eſprit le fluide en tranches parallèles au plan, chacune d'une égale épaiſſeur, la premiere tranche vient choquer le plan & s'échape auſſi-tôt; la ſeconde lui ſuccedant immédiatement, choque le plan avec le même effort que la premiere; puis vient l'impulſion de la 3e, dont la force eſt égale à chacune des précédentes, & ainſi de ſuite ſans interruption.

Par exemple, ſi A B C eſt une ligne ſenſible du plan choqué par le fluide, dont la direction G B eſt perpendiculaire à A B C, & que D G TAB. XXVIII,
ſoit parallèle à A B C; la partie du fluide compriſe entre A B C & D G *Fig.* 7.
ſera la premiere tranche dont l'épaiſſeur eſt G B Chaque point ſenſible de cette tranche eſt conçu ſe mouvoir perpendiculairement vers la ligne ſenſible A B C avec la même viteſſe marquée par l'épaiſſeur G B de cette tranche. On peut aiſément imaginer une ſuite d'autres tranches égales à cette premiere, qui ont la même hauteur & la même viteſſe, & qui lui ſont toutes parallèles. La premiere de ces tranches choque donc A B C au premier moment, & ſon effort contre A B C eſt égal au produit de la maſſe de cette tranche par ſa viteſſe G B. Les autres tranches viennent de ſuite choquer A B C avec une force égale & dans un tems égal.

C'eſt pourquoi dans le cas des viteſſes differentes du fluide, les hauteurs des tranches qui conviennent à une viteſſe, ſont aux hauteurs des tranches qui conviennent à l'autre viteſſe, dans le même raport que ces viteſſes; & ces deux ſortes de tranches, ayant la même baſe A B C, leurs maſſes ſont comme leurs hauteurs, c'eſt-à-dire, les maſſes ſont comme les viteſſes. De là vient que les efforts des tranches, qui ont la premiere viteſſe, contre A B C, ſont aux efforts des tranches qui ont la ſeconde viteſſe, comme le quarré de la premiere viteſſe eſt au quarré de la ſeconde.

Après avoir ainſi conſideré l'impulſion du courant d'un fluide contre A B C dans la route directe, on diſtinguera aiſément tout ce qui ſe trouve dans l'impulſion du même fluide contre A B C, dans une route oblique quelconque D B. Car en tirant par les points G & B les perpendiculaires G K *g*, & D B E à la route oblique K B; faiſant D B E = A B C, & *gb* parallèle & égale à G B; & en ſuppoſant que D B E eſt un plan, ou une ligne ſenſible d'un plan qui paſſe par B, & qui eſt perpendiculaire à la route oblique K B, on verra clairement que dans le tems que le point ſenſible G du fluide arrive de G en B, dans le même tems le point *g* arrive de *g* en *b*; c'eſt-à-dire, la ligne GK*g* ſe meut de K en B, & va choquer D B E dans le même tems que D G va choquer A B C; par conſéquent dans le tems que la tranche *a* B G D, dont la hauteur eſt GB, poufferoit le plan A B C dans la route directe avec la viteſſe G B; dans le même tems préciſément la tranche B *b g* G, dont la hauteur eſt KB, pouſſera le plan D B E égal au plan A B C, dans la route oblique KB avec la viteſſe K B. Ainſi la maſſe du fluide, qui poufferoit A B C par la route directe G B ſera à la maſſe du fluide qui pouſſera dans le même tems D B E par la route oblique B K, dans le raport des hauteurs G B, K B des tranches, c'eſt-à-dire, dans le rapport des viteſſes G B, K B, avec leſquelles ſe meut le fluide dans la route directe G B, & dans la route oblique K B. La force de l'impulſion dans la route directe, ſera donc à la force de l'impulſion dans la route oblique, dans le raport des quarrés des viteſſes. Mais chaque point ſenſible B d'une voile A B C, pouſſée perpendiculairement par le vent dont la direction eſt G B, ſe trouve en même tems dans le plan A B C de la voile perpendiculaire à la route directe du vent, & dans un plan D B E égal au premier, qu'on peut imaginer perpendiculaire à la route oblique quelcouque K B. Par conſéquent, le raport qui eſt entre la maſſe & la viteſſe du vent, c'eſt-à-dire, entre la force du vent, qui pouſſe ABC dans la route directe, & entre la maſſe & la viteſſe du vent, c'eſt-à-dire, entre la force du vent, qui pouſſe dans la route oblique KB le plan D B E perpendiculaire à cette route oblique; ce raport, dis-je, convient à l'impulſion du vent contre chaque point ſenſible B de la voile; c'eſt-à-dire, la maſſe du vent qui pouſſe perpendiculairement tous les points ſenſibles de la voile A B C dans la route directe du vent G B, eſt à la maſſe du vent qui pouſſe les mêmes points ſenſibles de la voile ABC dans la route oblique K B, regardés en des plans D B E perpendiculaires à cette route oblique KB, comme la viteſſe GB du vent dans la route directe GB, eſt à la viteſſe KB du vent dans la route oblique KB. Par conſéquent, la force du vent ſur la voile dans la route directe, eſt à la force du vent ſur la voile dans la route oblique, comme le quarré de la viteſſe du vent dans la route directe, eſt au quarré de la viteſſe du vent dans la route oblique.

Du choc des Corps durs.

Si l'on conſidére avec attention la maniere dont ſe fait le choc des corps durs, on verra clairement que pendant la durée du tems du choc (qui eſt très courte) la ſomme des parties d'un corps dur, qui agiſſent ſucceſſivement, & choquent l'une après l'autre un plan qu'on ſuppoſe im-

mobile

mobile, pendant une partie de la petite durée du choc, eſt à la ſomme des parties d'un autre corps dur égal & homogène au premier, qui agiſſent & qui choquent le même plan immobile, pendant la même partie de la petite durée du choc, comme la viteſſe du premier de ces corps durs eſt à la viteſſe du ſecond; & par conſéquent en regardant l'action des corps durs dans le choc, avant que la courte durée du choc ſoit finie, la force des parties agiſſantes du premier corps dur dans telle partie qu'on voudra de la petite durée du choc, eſt à la force des parties agiſſantes du ſecond corps dur, pendant la même partie de la petite durée du choc; comme le quarré de la viteſſe du premier corps dur eſt au quarré de la viteſſe du ſecond, tout comme dans le choc des corps fluides.

Car le choc des corps durs contre un plan immobile ne ſe fait pas dans un inſtant indiviſible, non plus que celui des corps fluides; il faudroit pour cela qu'ils fuſſent infiniment durs; ce qui eſt contraire à l'expérience, qui aprend que les uns s'applatiſſent dans le choc, comme les bales de mouſquet, & que les autres réjailliſſent. Or on ne ſauroit conçevoir l'un & l'autre de ces effets, qu'en s'imaginant que, dans le choc d'un corps dur, les premieres parties choquent le plan immobile & s'arrêtent, ce qui ſe continuë juſqu'au dernieres, qui ne choquent qu'après toutes celles qui les ont précédées; & après leur choc fini, le corps dur ſe trouve aplati, s'il n'a pas de reſſort, & s'il a du reſſort il réjaillit.

On voit donc clairement, que le tems du choc n'eſt pas indiviſible, & qu'il a une durée, à la vérité très courte, mais qui eſt pourtant diviſible, n'y ayant point d'unité dans l'étenduë; qu'en partageant par l'eſprit le corps dur en tranches parallèles au plan choqué, d'une égale hauteur, mais très petite, & partageant la durée du choc en autant de parties égales qu'il y a de tranches, la premiere moitié, par exemple, du corps dur agit dans la premiere moitié de la petite durée du choc; & la ſeconde moitié du corps dur agit dans l'autre moitié de la courte durée du choc.

C'eſt pourquoi en ſuppoſant une ſuperficie K M immobile; & que deux corps d'une égale grandeur, homogènes & ſemblables, C & D, commencent au même inſtant à frapper perpendiculairement, la ſuperficie K M, ſavoir C avec la viteſſe B M double de la viteſſe B K du corps D: Si l'on diviſe ces deux corps en tranches égales; il eſt évident, que lorſque la derniere tranche du corps C agira contre la ſuperficie K M, il n'y aura encore que la moitié des tranches du corps D qui auront agi. Mais comme, après la derniere tranche du corps C, il n'y aura plus d'autres tranches dans le corps C, qui ſuccédent à la der- TAB. XXVIII. *Fig.* 1.

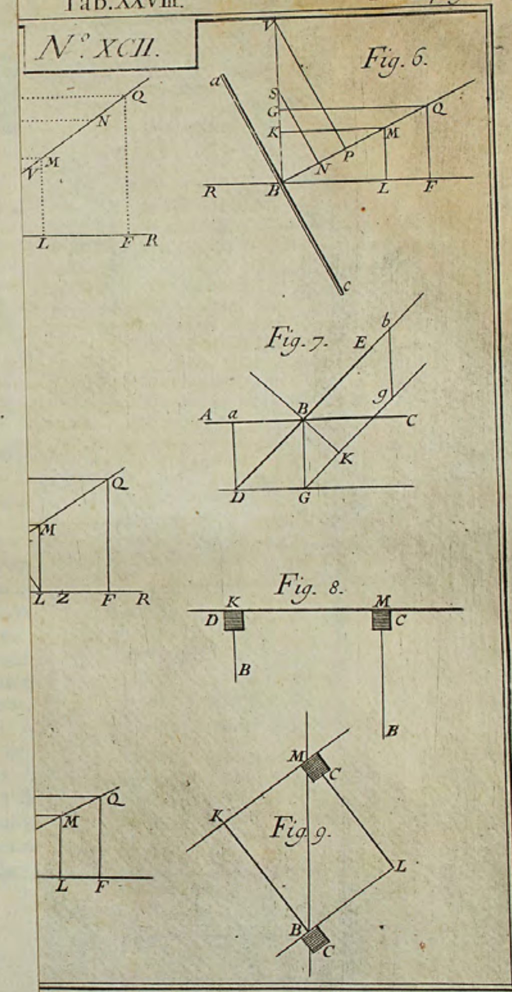
niere,

niere, & que le reste des tranches du corps D agira ensuite, jusqu'à-ce qu'elles ayent toutes choqué la surface KM, & que tout cela se passe dans un tems si court, qu'on le peut prendre sensiblement pour un tems indivisible; cela est cause que, dans la pratique, on regarde le tems du choc des deux corps C & D comme le même tems, c'est-à-dire, comme si toutes les parties du corps D agissoient en même tems que les parties de C, parce qu'effectivement c'est sensiblement en même tems: & l'on peut dire que la force de C, est à la force de D, comme la vitesse BM est à la vitesse BK. Mais cela n'est exactement vray, qu'après que la derniere tranche du corps qui frappe la derniere aura agi; car jusqu'à ce tems-là les masses agissantes étant comme les vitesses, les forces sont comme les quarrés des vitesses. C'est pourquoi, pendant la petite durée du tems du choc, & avant qu'elle soit finie, les forces des corps solides sont comme les forces des fluides; & s'il y avoit dans les corps solides des tranches, qui succedassent continuellement les unes aux autres, comme dans les fluides, c'est-à-dire, si les corps solides étoient assés grands, pour que la derniere tranche n'agit que très longtems après la premiére, comme dans les fluides; les forces avec lesquelles les corps solides fraperoient perpendiculairement des plans immobiles, seroient toûjours comme les quarrez des vitesses avec lesquelles ils les fraperoient, tout comme dans les fluides. D'où il suit
TAB. XXVIII. *Fig. 9.* que si un corps solide C se meut suivant BM, avec la vitesse BM, & qu'il frape obliquement le plan KM au point M; comme il ne le frappe qu'avec la vitesse BK, supposant BK perpendiculaire à KM; dans le tems du choc, la masse agissante ne sera non plus que comme la vitesse BK. D'où il suit, que si un corps solide C se meut suivant BM, avec la vitesse BM, sa masse agissante suivant BM sera, dans le tems du choc, à sa masse agissante suivant une autre direction, comme sa vitesse suivant BM est à sa vitesse suivant l'autre direction; par conséquent sa force suivant BM sera à sa force suivant l'autre direction, comme les quarrés des vitesses, aussi-bien dans les corps solides que dans les fluides.

FIN.

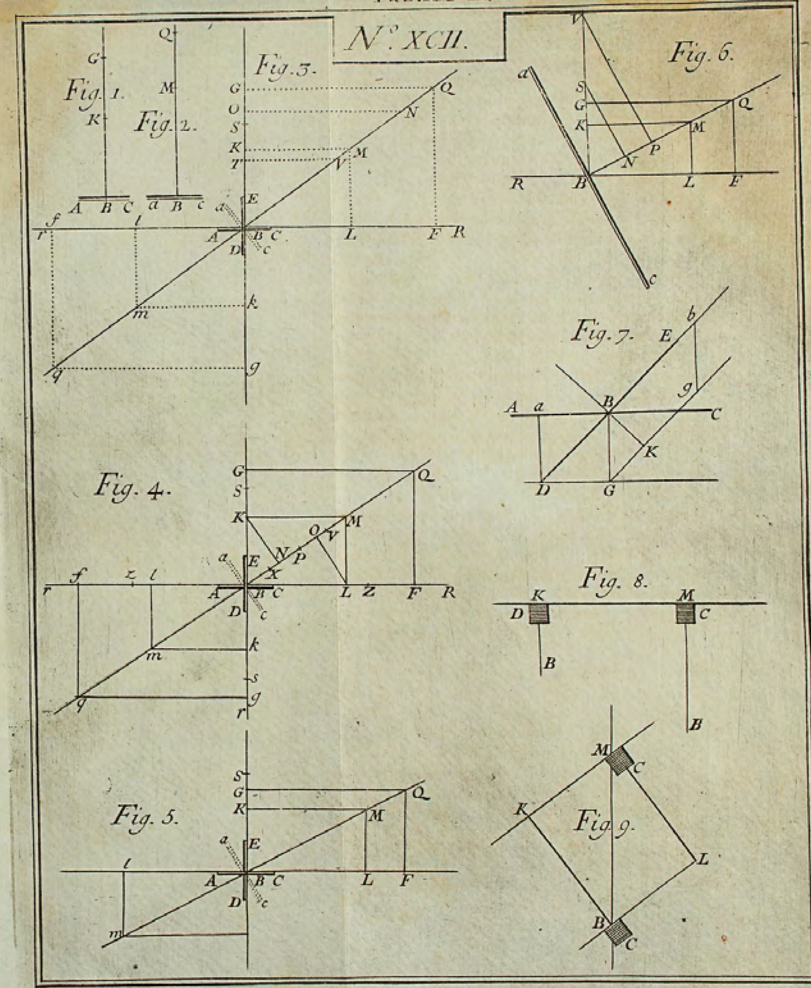
LETTRE

Tab. XXVIII. Tom. II. pag. 128.



, jusqu'à-ce
ela ſe paſſe
nt pour un
regarde le
ns, c'eſt-à-
même tems
nent en mè-
force de D,
exactement
e la derniere
comme les
C'eſt pour-
nt qu'elle ſoit
es fluides; &
ent continuel-
à-dire, ſi les
tranche n'agit
ides; les for-
lairement des
viteſſes avec
D'où il ſuit
teſſe BM, &
il ne le frap-
à KM; dans
comme la vi-
t ſuivant BM,
dans le tems
, comme ſa vi-
; par conſé-
irection, com-
ides que dans

ETTRE



L E

M O N S

MONSIE

Contenant que

Monsie

L'Obligeante
crire du *6* J
m'engager à vou
aurez la bonté d
ques affaires impo
Quant à la dif
feu Mr. Hugu
fur le recit que
fit alors dans un
détail de toutes
cepté quelques-un
fes & même co
vôtre côté en c
Joan. Bernoulli